

**УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**

539.2:535.375.5:530.145

**ЭВОЛЮЦИЯ ДЕФЕКТНОЙ СТРУКТУРЫ ТВЕРДОГО ТЕЛА  
В ПРОЦЕССЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ***А. И. Олемской, И. А. Скляр*

(Сумский физико-технологический институт, Украина)

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	29
1. Кинетика образования структурного уровня	32
2. Пространственная структура зарождающегося уровня	36
3. Пространственно-временное поведение стационарного ансамбля структурных единиц	42
4. Описание иерархической многоуровневой дефектной структуры	46
4.1. Образование иерархической структуры дефектов. 4.2. Стохастическая теория иерархической дефектной структуры. 4.3. Феноменологическая теория релаксации дефектной структуры. 4.4. Микроскопическая теория иерархизованной дефектной структуры.	
Заключение	76
Примечания	77
Список литературы	78

**Введение**

Длительное время процессы пластической деформации (ПД) связывались с эволюцией различного рода дефектов кристаллического строения, которые, взаимодействуя между собой и испытывая действие внешних полей, оставались самостоятельными структурными образованиями, обладающими присущими им свойствами (геометрической конфигурацией, распределением упругих полей и т.д.) [1 — 3]. В рамках такой концепции ПД образца представлялась как результат эргодического поведения системы дефектов, траектории которых заполняли с течением времени все фазовое пространство. С другой стороны, предполагалось отсутствие иерархической соподчиненности в поведении дефектов — оно задавалось только силовыми полями и действием термостата. В такой постановке зависимость термодинамического потенциала (ТП) системы дефектов от конфигурационных координат имела вид регулярного распределения минимумов, наименьший из которых отвечает устойчивому состоянию, а остальные метастабильным. В результате эволюция системы дефектов в процессе ПД представлялась как цепочка дебаевских процессов термофлуктуационного преодоления барьеров между минимумами ТП со временами релаксации, определяемыми аррениусовским соотношением.

Такая картина реализуется при малых степенях ПД. В противоположном случае, а именно, он, как правило, реализуется на практике — плотность дефектов достигает столь высоких значений, что проявляются коллективные эффекты в их поведении [4 — 7]. Это означает установление когерентной связи в ансамбле дефектов типа той, что обуславливает фазовые [8] и кинетические [9] превращения. Однако если для последних характерно гомогенное

распределение, то установление когерентной связи в ансамбле дефектов одного структурного уровня приводит к автолокализованному образованию, играющему роль исходного структурного элемента на более высоком уровне [10]. Так, кластеризация вакансий может приводить к образованию дислокационных петель [2, 3], скопление дислокаций — к появлению границ разориентировки и дисклинаций [6, 7]. Данное отличие в коллективном поведении дефектов от обычной картины фазовых превращений обусловлено сильной неравновесностью ансамбля дефектов, возникающей в процессе развитой ПД, в связи с чем реализуется не термостатическое, а кинетическое превращение [11]. В частности, автолокализованный характер продуктов этого превращения (супердефектов) является следствием происходящей в результате превращения потери эргодичности [12], которая, в свою очередь, связана с иерархической соподчиненностью. Последняя выражается в том, что супердефект образуется в результате когерентной связи дефектов на нижнем структурном уровне. Поскольку на зависимости ТП от конфигурационных координат исходным дефектам отвечают более узкие минимумы, чем супердефектам, то установление иерархической соподчиненности приводит с необходимостью к фрактальной структуре распределения ТП в конфигурационном пространстве [13].

Как показывают примеры спиновых стекол [14], мартенситного превращения [15], политипных структур [16], ползучести кристаллов [17], фрактальность системы коренным образом изменяет ее термодинамические и кинетические свойства. Это обусловлено разбиением конфигурационного пространства на множество областей (долин [18] или компонент [12]), каждой из которых отвечает свой статистический ансамбль. В результате определение средних производится в два этапа: сначала усреднением по чистому ансамблю данной долины, а затем — по ансамблю долин. Кинетический аспект поведения такой системы, обусловленный слабым восстановлением эргодичности, определяется медленным объединением долин в кластеры более крупных компонент. Данный процесс удобно представить как движение по узлам иерархического дерева Кейли, отвечающим долинам, к его стволу, причем роль времени играет величина ПД  $\epsilon$  (рис. 1,б).

Если приведенное выше представление конфигурационного пространства дефектов посредством ультраметрической топологии является оригинальным [15 — 17], то внешняя сторона картины иерархического поведения дефектов при развитой ПД получила в последние годы большое распространение [4 — 7, 10, 19]. Имея в виду ее важность, изложим основные моменты. Полная картина ПД обуславливается эволюцией дефектов, относящихся к различным структурным уровням. В отличие от аморфных систем, их число сравнительно невелико: по характерному масштабу  $l_i$  принято выделять микроскопический уровень ( $a \ll l_1 \ll d$ ;  $a$  — межатомное расстояние,  $d$  — размер однородно ориентированной области типа ячейки или фрагмента), мезоскопический ( $d \ll l_2 \ll D$ ;  $D$  — размер слабоориентированной области, например зерна) и макроскопической ( $D \ll l_3 \leq L$ ;  $L$  — характерный размер образца) (1\*). На каждом из представленных уровней ПД осуществляется однородным течением дефектов — точечных, дислокаций, дисклинаций, планарных и т.д. При этом микроскопический уровень отвечает однородному распределению точечных дефектов, дислокаций и дисклинаций, мезоскопический — ячеек и фрагментов, и наконец, макроскопический — неоднородно ориентированным зернам, текстурным компонентам и т.д. [7, 19]. С ростом степени ПД каждый последующий структурный уровень "зарождается в недрах предыдущего" [7], когда

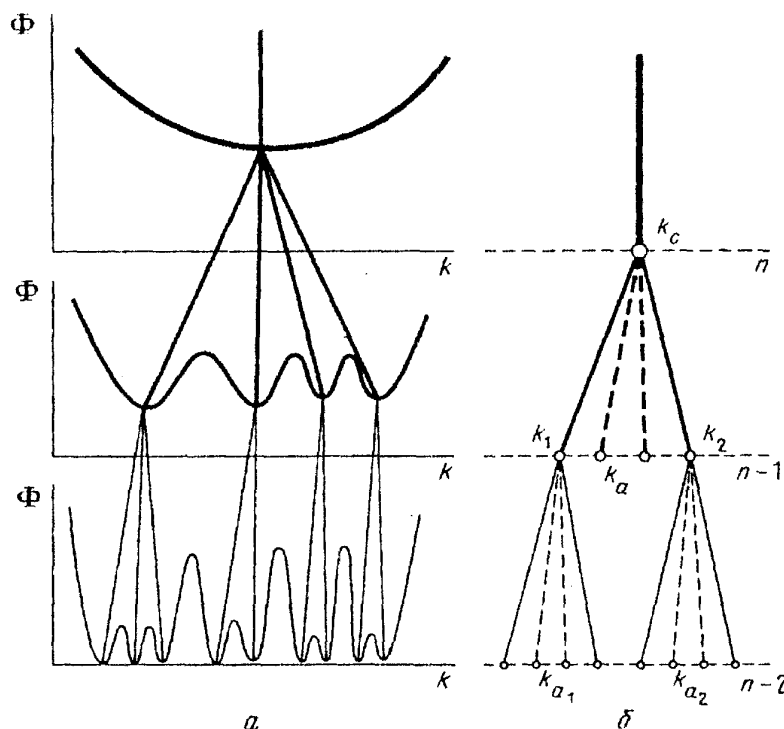


Рис. 1. *a* — Вид потенциального рельефа СЕ на различных структурных уровнях, *б* — Соответствующее иерархическое дерево

тот за счет повышения однородной плотности дефектов исчерпает ресурс своего эволюционного развития. Так, согласно [7, 19], первые границы ячеек зарождаются, когда плотность дислокаций достигнет критического значения; частичные дисклинации (границы фрагментов) возникают при уменьшении размеров слаботоразориентированных ячеек до предельного размера  $\sim 0,2$  мкм; ножевые границы, оканчивающиеся дисклинацией, появляются только с формированием развитой фрагментированной структуры с большими разориентировками.

Это связано с тем, что обусловленный ПД рост характеристического масштаба  $l(\epsilon)$  выше критического  $l_i$  приводит к неустойчивости однородного распределения дефектов на расстояниях  $x > l_i$  и автолокализованному образованию носителя ПД на  $(i + 1)$ -м структурном уровне. Так, при  $l(\epsilon) > l_1$  пластическая неустойчивость приводит к образованию дислокаций, дисклинации и их комплексов, при  $l(\epsilon) > l_2$  — полос сильных сдвигов-поворотов, при  $l(\epsilon) > l_3$  — макроскопических ротационно-сдвиговых полей [7]. Весьма существенно то обстоятельство, что включение каждого последующего структурного уровня в процесс ПД не носит эволюционного характера, поскольку оно обусловлено спонтанным появлением новых гидродинамических (трансляционных и ротационных) мод в моменты  $l(\epsilon) = l_i$ . Разумеется, после зарождения структуры, отвечающей  $(i + 1)$ -му уровню, с ростом ПД занимаемый ею объем будет плавно возрастать за счет уменьшения объемов структур, соответствующих уровням 1, 2, ...,  $i$  (здесь ситуация аналогична фазовому равновесию в термодинамике [8]). Кроме того, функция  $\omega_i$  распределения по уровням может меняться с ростом  $\epsilon$  таким образом, что будет существенна либо узкая группа уровней, либо широкая (так, при хрупком разрушении существенны лишь уровни  $i = 1, 2$  [7]).

Несмотря на достигнутое понимание экспериментальной ситуации [4 — 7, 10, 19], полная картина ПД, учитывающая вклад всех структурных уровней, до последнего времени отсутствовала. На наш взгляд, ее построение сдерживалось в основном тем, что не в достаточной мере осознавалась иерархическая природа дефектной структуры. Если положить, что каждому структурному уровню отвечает горизонтальный уровень дерева Кейли, или уровень разрешения минимумов ТП на распределении в конфигурационном пространстве (см. рис. 1), то задача микроскопического описания процессов ПД на всей оси возможных значений  $\epsilon$  представляется обычным вариантом (см. [14 — 17]) фрактальной кинетики иерархизованных структур. Существует, однако, важное различие между ними. Подход [14 — 17], основанный на использовании континуального ультраметрического пространства, предполагает, что число уровней (горизонтальных линий) на дереве Кейли бесконечно велико, а характер связи между ними не играет определяющей роли (важна только структура дерева). В нашем случае число структурных уровней, отвечающих дислокациям, дисклинациям, зернам, их конгломератам, ..., образцу, заведомо невелико и принципиально важен характер связи между ними.

Как показывает анализ экспериментальных данных [6, 7, 15, 19], полное описание процесса развитой ПД кристалла на основе представления иерархически соподчиненного ансамбля дефектов требует решения следующих задач: 1) развитие кинетической картины зарождения нового структурного уровня; 2) описание механизма, связывающего дефекты на нижних уровнях в одиночный супердефект на верхнем; 3) самосогласованное описание упругих полей и геометрии кристалла, обладающего развитым ансамблем дефектов, принадлежащих заданному структурному уровню; 4) описание развитого структурного уровня, обладающего значительной плотностью присущих ему дефектов (меры неэргодичности, устойчивости супердефектов относительно распада на исходные дефекты, эффектов памяти и т.д.). В соответствии с указанным разделением построен план предлагаемой работы. В каждом из рассматриваемых случаев сначала сжато излагается теоретическая схема, в рамках которой достигнуто наиболее полное описание. Затем проводится сопоставление с модельными представлениями и экспериментальными результатами, а также рассматриваются частные случаи. При этом мы стремились к максимальной полноте в представлении теоретической схемы, в связи с чем становится неизбежной конспективность изложения (особенно во вводных частях разделов обзора).

## 1. Кинетика образования структурного уровня

Адекватное математическое представление деформированного кристалла, обладающего дефектной структурой, дается базисным многообразием  $M$ , характеризующимся внутренними координатами  $x_{i0}$ ,  $i = 1, 2, 3$  [20]. Откладывая до раздела 3 рассмотрение связанных с  $M$  геометрических аспектов, рассмотрим дискретное многообразие  $M$ , каждая точка  $x_{i0}^{(a)}$ ,  $a = 1, 2, \dots, N$ , которого представляет структурную единицу (СЕ) на исходном уровне (атом, дислокацию, дисклинацию и т.д.). Качественное изменение в поведении ансамбля, приводящее к зарождению нового структурного уровня, простейшим образом отражается двухуровневой моделью [9, 10]. В ее рамках многообразие  $M$  разбивается на прямую сумму  $M_0 \oplus M_1$  подмногообразий, отвечающих невозбужденным и возбужденным структурным единицам (СЕ). Их отличие состоит

в том (см. раздел 2), что на подмножестве  $M_0$  координатная зависимость  $U(X_0)$  энергии элементарных возбуждений структурного типа является однозначной, тогда как на  $M_1$  реализуется целый ансамбль  $\{U(X_0)\}$ . Для исследования кинетики возбуждения однородной системы достаточно задаться долей  $n = \lim_{N \rightarrow \infty} (N_1/N)$  СЕ, перешедших из  $M_0$  в  $M_1$ . Поскольку в условиях ПД степень возбуждения системы  $n$  определяется гидростатической компонентой  $p$  тензора напряжений  $\hat{\sigma}$ , то в качестве параметра возбуждения, задающего степень качественной перестройки системы, удобно использовать давление  $p$ , увеличение которого до значений  $\sim (10^{-3} - 10^{-1}) \mu_0$ ,  $\mu_0$  — модуль сдвига, обеспечивает возбуждение  $n \sim 1$ .

Прежде чем переходить к построению теоретической схемы, следует отметить, что ПД может осуществляться как в режиме активного нагружения, когда поддерживается постоянной скоростью  $\dot{\epsilon}_{\text{ext}}$ , так и в режиме ползучести, где постоянна внешняя нагрузка  $\hat{\sigma}_{\text{ext}}$  [1]. В первом случае роль параметра порядка, задающего отклик системы на внешнее воздействие, играет величина ПД  $\epsilon$ , а восприимчивость к этому воздействию определяется эффективным временем  $t_\eta = \partial \epsilon / \partial \dot{\epsilon}$ . В режиме ползучести параметром порядка является скорость ПД  $\dot{\epsilon}$ , а восприимчивость сводится к обратной вязкости. В излагаемом ниже феноменологическом подходе сначала подразумевается режим активного нагружения. Переход к рассмотрению сопряженного режима ползучести выполняется стандартным преобразованием Лежандра [8].

Если в случае термостатических фазовых превращений их замкнутое описание достигается выделением коллективной моды, амплитуда которой представляется параметром порядка [8], то в исследуемом случае кинетического превращения введения единственной величины  $n(p)$  явно недостаточно [9]. Сама физическая постановка задачи о ПД подсказывает, что в качестве параметра порядка следует взять величину ПД  $\epsilon$ , а в качестве сопряженного поля — соответствующую сдвиговую компоненту  $\tau$  тензора напряжений  $\hat{\sigma}$ . В простейшем случае (см. ниже) скорости изменения этих величин  $\dot{p}$ ,  $\dot{\epsilon}$ ,  $\dot{\tau}$  задаются системой Лоренца [11]

$$\begin{aligned} \dot{p} &= [(p_0 - p)/t_p] - g_p \epsilon \tau, \\ \dot{\epsilon} &= -(\epsilon/t_\epsilon) + (\tau/\eta_0), \\ \dot{\tau} &= -(\tau/t_\tau) + g_\tau \epsilon p; \end{aligned} \quad (1.1)$$

здесь первые слагаемые в правых частях представляют автономную релаксацию величин к стационарным значениям  $\epsilon = \tau = 0$ ,  $p = p_0(T, \hat{\sigma}_{\text{ext}})$ ,  $T$  — температура,  $\hat{\sigma}_{\text{ext}}$  — тензор внешних напряжений,  $t_{p,\epsilon,\tau}$  — характерные времена релаксации соответствующих величин. Последние слагаемые в (1.1) описывают соответственно уменьшение доли возбужденных СЕ при ПД в поле сдвиговых напряжений, течение среды под действием напряжений и их нарастание при возбуждении СЕ в процессе ПД ( $g_{p,\tau}$ ,  $\eta_0$  — положительные постоянные).

Линейное уравнение в (1.1) представляет хорошо известное уравнение течения вязкоупругой среды, где  $t_\epsilon = \eta_0/\mu_0$ ,  $\eta_0$  — сдвиговая вязкость,  $\mu_0$  — модуль сдвига [21]. Минус перед энергией ПД в первом уравнении (1.1) от-

ражает принцип Ле-Шателье, плюс в последнем уравнении означает наличие положительной обратной связи, приводящей к качественной перестройке системы в результате самоорганизации в ансамбле СЕ. Выбор нелинейных слагаемых  $\epsilon\tau$ ,  $\epsilon p$  обусловлен тем, что они представляют сдвиговый и гидростатический вклады в энергию ПД.

Выполнение условий  $t_\epsilon \gg t_p, t_\tau$  позволяет в рамках адиабатического приближения положить в (1.1)  $\dot{p} = \dot{\tau} = 0$ . В результате кинетическое описание представляется единственным уравнением регрессии параметра порядка  $C t_\epsilon \dot{\epsilon} = -\partial V / \partial \epsilon$ , где синергетический потенциал  $V(\epsilon)$  имеет вид

$$V = C \frac{\epsilon^2}{2} \left\{ 1 - \frac{p_0}{p_c} \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_g} \right)^{-2} \ln \left[ 1 + \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_g} \right)^2 \right] \right\}, \quad p_c = \frac{\mu_0}{A_\tau}, \quad \epsilon_g^{-2} = A_p A_\tau; \quad (1.2)$$

$C$  — постоянная, смысл которой поясняется в конце этого раздела и в разделе 4.4;  $A_\sigma = t_\sigma g_\sigma$ ,  $\sigma = p, \tau$ . Компоненты тензора напряжений задаются равенствами

$$p = p_0 [1 + (\epsilon^2 / \epsilon_g^2)]^{-1}, \quad \tau = A_\tau p_0 \epsilon [1 + (\epsilon^2 / \epsilon_g^2)]^{-1}. \quad (1.3)$$

Отсюда видно, что рост спонтанной ПД  $\epsilon$  приводит к релаксации гидростатической компоненты напряжений ниже эффективного значения  $p_0(T, \hat{\sigma}_{\text{ext}})$  и к росту сдвиговой составляющей  $\tau(\epsilon)$  согласно зависимости (1.3), имеющей гукковский вид при  $\epsilon \ll \epsilon_g$  и выход на насыщение при достижении предельной степени ПД  $\epsilon_g \sim 1$ . В этой связи можно говорить, что переход системы в возбужденное состояние, определяемое спонтанной ПД  $\epsilon \neq 0$ , приводит к трансформации высокого давления  $p \sim (10^{-3} - 10^{-1}) \mu_0$  в сдвиговую компоненту  $\tau$  поля внутренних напряжений. Нетрудно видеть, что типичные значения  $A_\tau \sim A_p^{-1} \sim 10 - 10^3$ ,  $t_p \sim t_\tau \sim 10^{-12}$  с.

При малых нагрузках  $\hat{\sigma}_{\text{ext}}$ , когда эффективное давление  $p_0(T, \hat{\sigma}_{\text{ext}})$  меньше критического значения  $p_c$ , доля возбужденных СЕ  $n_0(p_0)$  настолько мала, что между ними не устанавливается когерентная связь. При этом зависимость (1.2) имеет монотонно возрастающий вид, и система релаксирует к стационарным значениям  $\epsilon = 0, \tau = 0, p = p_0, n = n_0$ . С ростом нагрузки  $\hat{\sigma}_{\text{ext}}$  на исходном уровне обеспечивается условие  $p_0 > p_c$  (и соответственно  $n_0 > n_c$ ). При этом зависимость (1.2) приобретает минимум в точке  $\epsilon_e = \epsilon_g \sqrt{(p_0/p_c) - 1}$ , соответствующей стационарному значению деформации на новом уровне. Согласно (1.2) эффективное время формирования этого уровня  $t_\eta$  и определяемое им значение парциальной вязкости данного уровня  $\eta = \mu_0 t_\eta$  имеют вид

$$t_\eta = t_\epsilon [(p_0/p_c) - 1]^{-1}, \quad \eta = \eta_0 [(p_0/p_c) - 1]^{-1}, \quad (1.4)$$

где  $\eta_0 = \mu_0 t_\epsilon$ . Поскольку вязкость определяется равенством  $\eta^{-1} = \partial \dot{\epsilon} / \partial \tau$ , а включение нового структурного уровня приводит к вкладу  $\dot{\epsilon}_e = \epsilon_e / t_\epsilon$  в скорость ПД, то для эффективной вязкости получаем  $\eta_{\text{eff}}^{-1} = \eta_0^{-1} + \eta^{-1}$ . С учетом (1.4) отсюда при  $p_0 > p_c$  получаем  $\eta_{\text{eff}} = (p_c/p_0) \eta_0 < \eta_0$  — включение нового

уровня ПД понижает эффективную вязкость среды.

В результате синергетическая картина зарождения структурного уровня представляется следующим образом. В отсутствие когерентной связи СЕ, характеризующейся величиной параметра порядка  $\varepsilon$ , имеем исходные значения величины ПД  $\varepsilon_0$  и компонент упругих напряжений  $p_0, \tau_0$ . Если при изменении внешних условий  $\hat{\sigma}_{\text{ext}}$ ,  $T$  эффективное давление  $p_0$  превысит критическое значение  $p_c \sim (10^{-3} - 10^{-1})\mu_0$ , то в результате когерентной связи СЕ появляется коллективная мода, приводящая к добавке

$$\varepsilon_e = \varepsilon_g((p_0/p_c) - 1)^{1/2} \quad (1.5)$$

к исходной величине  $\varepsilon_0$  ПД. При этом к исходному напряжению  $\tau_0$  добавляется коллективная составляющая  $\tau_e = A_\tau p_0 \varepsilon_e [1 + (\varepsilon_e^2/\varepsilon_g^2)]^{-1} = A_\tau p_c \varepsilon_e$ , а давление и определяемая им доля возбужденных СЕ спадают до критических значений  $p_c, n_c$ . С ростом разности  $p_0 - p_c > 0$  величины  $\varepsilon_e, \tau_e$  ПД и скалывающих напряжений увеличиваются, а давление  $p_c$ , время образования уровня  $t_\eta$  и эффективная вязкость  $\eta_{\text{eff}}$  спадают. Кинетический переход в стационарное состояние (1.5) приводит к производству энтропии, максимальное значение которого составляет  $C^{-1} |V(\varepsilon_e)|$ .

Выбранная система кинетических уравнений (1.1) предпочтительна в том смысле, что вид ее нерелаксационных слагаемых следует из простого гамильтониана типа Дике. При этом квадрат величины параметра порядка оказывается пропорциональным числу когерентно связанных СЕ, давление — числу возбужденных СЕ, сдвиговое напряжение  $\tau$  определяется обусловленной возбуждением поляризацией системы СЕ в результате разделения множества  $M$  на подмножества  $M_0 \oplus M_1$  [11]. Мнимость константы связи отражает диссипативный характер гидродинамической моды ПД (см. раздел 2).

Хотя полученная зависимость (1.2) отвечает переходам второго рода, используемая схема легко обобщается и на первый род. Для этого достаточно перейти к нелинейной вязкоупругой среде уже в исходном состоянии — положить зависимым от  $\varepsilon$  время релаксации  $t_\varepsilon$  [11]. При этом зависимость  $V(\varepsilon)$  синергетического потенциала от параметра порядка приобретает барьер, разделяющий исходное и стационарное состояние, — именно он характеризует переходы первого рода [8]. Такая ситуация отвечает эксперименту [7, 19], описанному во введении: образование нового уровня на фоне старого протекает как распад твердого раствора [22], где роль средней концентрации играет среднее по образцу давление  $\bar{p}$ . Действительно, в согласии с [7, 19] рост внешней нагрузки (или многократная ПД — при прокатке) приводит к увеличению средней "концентрации"  $\bar{n} \propto \bar{p}$  возбужденных СЕ, что в согласии с "правилом рычага"  $\gamma \equiv (\bar{p} - p_e)/(p_0 - p_e) = (\bar{p} - p_c)/(p_0 - p_c)$  обуславливает рост объемной доли  $\gamma$  "фазы", отвечающей новому уровню.

При реализации режима ползучести  $\hat{\sigma}_{\text{ext}} = \text{const}$  следует перейти к сопряженному синергетическому потенциалу  $\tilde{V} = V + Ct_\varepsilon \dot{\varepsilon} \varepsilon$ , представляющему функцию скорости ПД  $\dot{\varepsilon}$ . При этом сама деформация  $\varepsilon \equiv (Ct_\varepsilon)^{-1} \partial V / \partial \dot{\varepsilon}$  играет роль обобщенной силы, задающей неравновесный аналог термодинамического

потенциала  $\Phi$  согласно уравнению  $-\tau_{\varepsilon}^{-1} \partial \Phi / \partial \dot{\varepsilon} = C \varepsilon$ . Поскольку левая часть этого выражения представляет обусловленное ПД скалывающее напряжение  $\tau$ , то согласно (1.3), (1.5) имеем  $C = \tau / \varepsilon = A_{\tau} p \geq \mu$ . Таким образом, плотность энергии  $C$  определяет степень возбуждения системы, превышающего модуль  $\mu$ . Величина  $C$  не сводится к эффективному давлению  $p_0 = p_0(T, \hat{\sigma}_{\text{ext}})$ . Ее физический смысл устанавливается в разделе 4.4.

Приведем в заключение пример экспериментальной ситуации, в которой явным образом наблюдается образование нового структурного уровня деформации. Разумеется, зарождение любого типа дефектов представляет пример локализации такого уровня, однако особенно наглядно его свойства проявляются, когда он реализуется в области макроскопических размеров. Наиболее яркий пример такой ситуации представляет сверхпластичное состояние, в котором образец под действием постоянной нагрузки способен многократно увеличивать свою длину [23]. Известно, что такое состояние может устанавливаться не сразу по всему объему образца, а за счет продвижения границы между упругой и пластичной областями, которая известна как полоса Чернова—Людерса [24].

Механизм образования сверхпластичной зоны в результате размножения дефектов был изучен в работах [25, 26], где исследовалось поведение высокопрочных сплавов с мелкими выделениями неметаллической фазы под действием интенсивной нагрузки  $\sim (10^{-2} - 10^{-1})\mu_0$ . Оказалось, что стопорение скользящих дислокаций вблизи выделений приводит к притоку к этим областям вакансий, которые способствуют переползанию дислокаций, обеспечивающему, с одной стороны, преодоление препятствий, а с другой — рост плотности дислокаций. Чем выше концентрация вакансий, тем интенсивнее возрастает плотность дислокаций. В свою очередь, движение порогов на дислокациях приводит к росту концентрации вакансий, в результате чего эволюция системы принимает автокаталитический характер размножения. Как показал эксперимент [25], это приводит к предельным значениям  $\sim 10^{-4}$  концентрации вакансий и плотности дислокаций  $\sim 10^{12} - 10^{13} \text{ см}^{-2}$ . В результате между дефектами устанавливается когерентная связь, и следует говорить не об автономном поведении дефекта в поле своих соседей, а о самосогласованном поведении всего их ансамбля. Оно описывается системой (1.1), где гидростатическая компонента поля напряжений  $p$  определяет плотность дефектов, а ее критическое значение  $p_c$  отвечает установлению когерентной связи между ними. В результате образуется новый структурный уровень ПД, проявляющийся в эксперименте как локализованная в области размером  $\sim 1 \text{ мкм}$  полоса пластического течения (не путать с полосами сброса, имеющими толщину  $\geq 10 \text{ \AA}$ ). При этом на зависимости  $\dot{\varepsilon}(\hat{\sigma}_{\text{ext}})$  скорости ПД от внешней нагрузки реализуется S-образный (сигмоидальный) участок. Нетрудно видеть, что наблюдаемая при этом ситуация напоминает образование электрических доменов в полупроводниках [27].

## 2. Пространственная структура зарождающегося уровня

Рассмотрим теперь пространственное распределение полей, характеризующих новый уровень в стационарном состоянии. Для этой цели недостаточно использовать интегральную характеристику — долю возбужденных СЕ.



Требуется ввести силовые поля  $U(\mathbf{x}_0)$ ,  $\mathbf{U}(\mathbf{x}_0)$ ,  $\hat{U}(\mathbf{x}_0)$  и т.д., которые сопряжены материальным полям:  $\rho(\mathbf{x}_0)$ ,  $\vec{\rho}(\mathbf{x}_0)$ ,  $\hat{\rho}(\mathbf{x}_0)$ , ..., характеризующим распределение СЕ на исходном уровне. Эти поля реализуют базисы неприводимых представлений исходной группы  $G_0$  симметрии системы. Распределения материальных полей задают термодинамический потенциал  $\Phi\{\rho(\mathbf{x}_0), \vec{\rho}(\mathbf{x}_0), \hat{\rho}(\mathbf{x}_0), \dots\}$ , варьирование которого приводит к соответствующим силовым полям [11]

$$U(\mathbf{x}_0) = \frac{\delta\Phi}{\delta\rho(\mathbf{x}_0)}, \quad \mathbf{U}(\mathbf{x}_0) = \frac{\delta\Phi}{\delta\vec{\rho}(\mathbf{x}_0)}, \quad \hat{U}(\mathbf{x}_0) = \frac{\delta\Phi}{\delta\hat{\rho}(\mathbf{x}_0)}, \dots \quad (2.1)$$

Первое из них определяется аналогично энергии элементарных возбуждений многочастичной системы [28] и представляет потенциальный рельеф СЕ на исходном уровне (так, для дислокаций распределение  $U(x_0)$  является рельефом Пайерлса [3]).

Отклонение системы от равновесия приводит к возбуждению ансамбля СЕ, выражающемуся в "размазывании" силовых полей. Вероятность реализации заданных распределений  $U(\mathbf{x}_0)$ ,  $\mathbf{U}(\mathbf{x}_0)$ ,  $\hat{U}(\mathbf{x}_0)$ , ... определяется распределением

$$P\{U(\mathbf{x}_0), \mathbf{U}(\mathbf{x}_0), \hat{U}(\mathbf{x}_0), \dots\} \propto \exp[-C^{-1}V\{U(\mathbf{x}_0), \mathbf{U}(\mathbf{x}_0), \hat{U}(\mathbf{x}_0), \dots\}],$$

задаваемым соответствующим функционалом синергетического потенциала и коррелятором белого шума  $C$  типа температуры [9]. Набор параметров порядка, характеризующих новый уровень, определяется, как обычно, действующими корреляциями девиаций  $\delta U(\mathbf{x}_0) = U(\mathbf{x}_0) - \langle U(\mathbf{x}_0) \rangle$ ,  $\delta \mathbf{U}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{U}(\mathbf{x}_0) - \langle \mathbf{U}(\mathbf{x}_0) \rangle$ ,  $\delta \hat{U}(\mathbf{x}_0) = \hat{U}(\mathbf{x}_0) - \langle \hat{U}(\mathbf{x}_0) \rangle$ , ... относительно соответствующих средних значений:

$$\lim_{|\mathbf{x}'_0 - \mathbf{x}_0| \rightarrow \infty} \frac{\langle \delta U(\mathbf{x}_0) \delta U(\mathbf{x}'_0) \rangle}{\langle |U(\mathbf{x}_0)|^2 \rangle} = |\mathbf{E}(\mathbf{x}_0)|^2 = \varepsilon^2(\mathbf{X}_0), \dots, \quad (2.2)$$

где усреднение проводится по распределению  $P\{U(x_0), \dots\}$ . Здесь явным образом отражено изменение характерного масштаба на новом уровне: если величина  $U(x_0)$  изменяется на расстояниях  $x_0 \geq l_0$ , то  $\varepsilon(\mathbf{X}_0) \equiv |\mathbf{E}(\mathbf{x}_0)|$  — на расстояниях  $x_0 \geq l$ , где масштабы  $l_0 \ll l$  отвечают исходному и новому уровням (см. введение). Однако если иметь в виду изменение не только модуля  $\varepsilon$  комплексного параметра порядка  $\mathbf{E} = \varepsilon e^{i\varphi}$ , но и его фазы  $\varphi$ , осцилляции которой  $\varphi(\mathbf{x}_0)$  наблюдаются на малых расстояниях  $x_0 \geq l_0$ , то следует использовать неогрубленную зависимость  $\mathbf{E}(\mathbf{x}_0) = \varepsilon(\mathbf{X}_0) \exp(i\varphi(\mathbf{x}_0))$ . Переход от исходного масштаба  $l_0$  к новому  $l$  означает спонтанное нарушение конформной инвариантности и будет реализован ниже в рамках калибровочно-полевой схемы. Здесь же отметим, что определение (2.2) дает простейший из возможных параметров порядка. Полный их набор  $\mathbf{E}^{(n)}$ ,  $\mathbf{E}_a^{(n)}$ ,  $\mathbf{E}_{ab}^{(n)}$ , ..., где  $a, b, \dots$  — "внутренние" индексы поляризации, отвечает разложению по неэквивалентным неприводимым представлениям  $n = 1, 2, \dots$  прямого произведения  $G_0 \otimes G_0$  исходной группы [29].

Рассмотрим сначала простейший случай скалярного параметра

$\mathbf{E} = \varepsilon e^{i\varphi}$ , характеризуемый группой  $U(1)$ . Стандартный анализ показывает [11], что  $U(1)$ -инвариантность обуславливает неоднозначность внешней (для нового уровня!) координаты  $x_0$ . Эта неоднозначность, отражающая появление дефекта на новом структурном уровне, компенсируется удлинением производной  $\partial_0 \equiv \partial/\partial x_0 \rightarrow \nabla_0 \equiv \partial/\partial X_0 = \partial_0 + \vec{\Gamma}_0$ , где  $\vec{\Gamma}_0$  — потенциал соответствующего калибровочного поля [30]; с геометрической точки зрения  $\vec{\Gamma}_0$  представляет связность в расслоении, являющемся нетривиальным обобщением прямого произведения множества (базы)  $M$  исходных СЕ на калибровочную группу  $U(1)$  [20, 31]. При зарождении СЕ нового уровня целесообразно использовать ассоциированное расслоение, рассматривая в каждой точке  $x_0$  не преобразования калибровочной группы, а соответствующий ей потенциал  $\vec{\Gamma}_0$ , величина которого связана со смещением  $\mathbf{u}_0 = X_0 - x_0$  равенством  $\vec{\Gamma}_0 = -ig_e \mathbf{u}_0$ , где  $g_e$  — упругий заряд [11].

Переходя к четырехмерным координатам  $x_0^\mu, X_0^\mu$ , где  $\mu = 0, 1, 2, 3$ ;  $x_0^0 = c_0 t$ ,  $X_0^0 = C_0 t$  ( $c_0, C_0$  — скорости поперечного звука на исходном и новом уровнях), будем описывать СЕ нового уровня распределением материального поля  $\mathbf{E}(X_0^\mu)$ . Рассмотрим сначала простейшую схему Гинзбурга—Ландау, определяемую лагранжианом [11, 32]

$$L_m = \frac{\beta^2}{2} |\nabla_0^\mu \mathbf{E}|^2 - V(\mathbf{E}) - v_\mu (\nabla_0^\mu \varepsilon - w \varepsilon \partial_0^\mu \varphi); \quad (2.3)$$

здесь  $V(\mathbf{E})$  — синергетический потенциал, определяемый зависимостью типа (1.2), где роль параметра порядка  $\varepsilon$  переходит к комплексному полю  $\mathbf{E}(X_0^\mu)$ ;  $\beta, w$  — положительные постоянные. Спонтанное нарушение конформной инвариантности действия, отвечающего (2.3), осуществляется варьированием по множителю Лагранжа  $v_\mu$  и приводит к появлению масштаба  $l$ . Действительно, поскольку внешняя координата  $x_0^\mu$  отвечает изменению фазы  $\varphi(x_0^\mu)$  на расстояниях  $x_0^\mu \geq l_0$ , а внутренняя  $X_0^\mu$  описывает зависимость  $\mathbf{E}(X_0^\mu)$  на длинах  $X_0^\mu \geq l$ , то из уравнения  $\nabla_0^\mu \ln \varepsilon = w \partial_0^\mu \varphi$  немедленно следует условие  $l = l_0/w$ , фиксирующее заданием параметра  $w \ll 1$  масштаб  $l$  ( $l_0$  задано изначально). Соответственно фиксируется и калибровка:  $\vec{\Gamma}_0^\mu = \partial_0^\mu (-\ln \varepsilon + w\varphi)$ . Отвечающие такому выбору напряженности калибровочного поля имеют ненулевые значения, если фаза  $\varphi(x_0^\mu)$  — многозначная функция. Тогда  $\oint \Gamma_{0\mu} dx_0^\mu = w \oint d\varphi = 2\pi w n$ ,  $n = 0, \pm 1, \dots$  Это означает, что СЕ играют роль элементарных носителей калибровочных полей. Соответственно многообразие  $M$  становится многосвязным.

Уравнение для материального поля, следующее из (2.3), имеет вид

$$\partial_0^\mu \partial_{0\mu} \mathbf{E} = \Gamma_0^\mu \Gamma_{0\mu}^* \mathbf{E} - \beta^{-2} \partial V / \partial \mathbf{E}^*, \quad (2.4)$$

где учтено условие калибровки  $\partial_0^\mu \Gamma_{0\mu} = 0$ . Характер решения этого уравнения определяется величиной параметра [11]

$$\kappa = \frac{b}{\beta^2 g_e} = 4\pi \frac{\eta_0 b \varepsilon_e}{\rho_0 c_0 \beta}, \quad b^2 \equiv 4 \left. \frac{\partial V}{\partial \varepsilon^4} \right|_{\varepsilon=0}, \quad (2.5)$$

$g_e = c_0 \rho_0 / 4\pi \eta_0 \beta \varepsilon_e$  — заряд упругого поля;  $\rho_0, \eta_0$  — плотность среды и ее сдвиговая вязкость на исходном уровне,  $\varepsilon_e$  — максимальное стационарное значение (1.5) параметра порядка. При реализации неблагоприятных условий ПД на исходном уровне, когда сдвиговая вязкость  $\eta_0 \propto g_e^{-1}$  столь велика, что  $\kappa > 2^{-1/2}$ , стационарная зависимость имеет солитоноподобное решение, характеризующее минимальным масштабом  $l_m = \beta / b \varepsilon_e$ . Отсюда для параметра калибровки  $w = l_0 / l$  получаем максимальное значение  $w_m = l_0 \varepsilon_e b / \beta < 1$ .

Анализ [11] показывает, что если солитон отвечает локализации сдвиговой составляющей поля смещений  $\mathbf{u}_0(\mathbf{x}_0) \propto \vec{\Gamma}_0(\mathbf{x}_0)$ , то его напряженность спадает как  $X_0^{-1}$ . Очевидно, такое решение может быть связано с дислокацией. При локализации поворотной компоненты смещения косоcимметрическая составляющая его градиента изменяется как  $\ln X_0$  — ей отвечает дисклинация. Отметим во избежание недоразумений, что хотя мы рассматриваем простейшую группу  $U(1)$ , она является калибровочной, а не пространственно-временной аффинной группой  $A(3, \mathbf{R})$ , которая исследуется в разделе 3 (ее подгруппа трансляций  $T(3)$  отвечает ансамблю сдвиговых дислокаций,  $SL(3, \mathbf{R})$  — поворотным дисклинациям и дислокациям, группа дилатаций  $\Delta(3)$  — точечным дефектам [32, 33]). Используемая здесь калибровочная группа  $U(1)$  фазовых преобразований параметра порядка  $\mathbf{E}(x_0^\mu) = \varepsilon(X_0^\mu) \exp(i\varphi(x_0^\mu))$  связана с изменением внешней координаты  $x_0^\mu$  на новом уровне. Поскольку соответствующие расстояния  $x_0 \sim l_0$  намного меньше масштабов  $l$  изменения внутренней координаты  $X_0^\mu$ , то с точностью  $\sim (l_0 / l)^d \ll 1$  ( $d$  — размерность пространства  $M$ ) система оказывается калибровочно инвариантной. Введение калибровочного поля компенсирует указанную неточность.

Изложенная схема Гинзбурга—Ландау не учитывает явным образом поведение ансамбля СЕ (в разделе 1 оно представлялось долей  $n(p)$  возбужденных СЕ). Снимем теперь это ограничение, используя теоретико-полевой подход. Кроме того, будем иметь в виду более сложный случай неабелевой калибровочной группы  $SU(2)$ , отвечающей трехкомпонентному параметру порядка  $\mathbf{E}_a(x_0^\mu)$ , где индекс  $a = 1, 2, 3$  нумерует ветви поляризации волн смещения [34]. При этом реализующие базис калибровочной группы материальные поля  $\Psi_a(x_0^\mu)$  распределения СЕ на исходном уровне будут двухкомпонентными (компоненты отвечают возбужденному и невозбужденному состояниям) — в соответствии с размерностью генераторов  $\hat{t}^a$  группы  $SU(2)$ , являющихся матрицами Паули [20]). В этом случае материальная составляющая исходного лагранжиана имеет вид [35]

$$L_m = i\beta \bar{\Psi}_a \hat{t}^a \nabla_{0\mu}^{ab} \Psi_b + \frac{\beta^2}{2} |\nabla_{0\mu}^{ab} \mathbf{E}_b|^2 - \omega f^a \mathbf{E}_a - \frac{b^2}{4} |\mathbf{E}_a|^4; \quad (2.6)$$

здесь  $\beta, \omega, b$  — постоянные параметры,  $\nabla_{0\mu}^{ab} = \partial_{0\mu} \delta_{ab} + \varepsilon_{abc} \Gamma_{0\mu}^c$ ,  $f^a = i C_{bc}^a \bar{\Psi}^b \Psi^c$  — ток СЕ,  $C_{bc}^a = \varepsilon_{abc}$  — структурные постоянные, сводящиеся в случае  $SU(2)$  к антисимметричному тензору  $\varepsilon_{abc}$ . Как и все неабелевы модели, лагранжиан

(2.6) приводит к асимптотической свободе, с одной стороны, и конфайнменту, с другой [36]. В нашем случае это означает, что при сближении СЕ когерентность в распределении по возбужденным и невозбужденным состояниям за счет обмена квантами калибровочного поля ослабляется, а при удалении — неограниченно усиливается. Этот факт отражает дальний порядок в распределении СЕ.

Варьирование действия, отвечающего (2.6), по полю  $\Psi(x_0^{\mu})$  приводит к уравнению типа Вейля [30]

$$(\beta \hat{\tau}^{\mu} \partial_{0\mu} \delta_{ab} - i \varepsilon_{abc} \hat{\tau}^{\mu} \Gamma_{0\mu}^c + \omega \varepsilon_{abc} \hat{I} E^c) \Psi^b = 0, \quad (2.7)$$

где  $\hat{I}$  — единичная  $2 \times 2$ -матрица. Характерно, что слагаемое, содержащее параметр порядка — поле ПД  $E^c(x_0^{\mu})$ , играет роль массы затравочного "фермиона" — СЕ, распределяющейся по возбужденному и невозбужденному состояниям<sup>(2\*)</sup>. Исключая с помощью (2.7) поле  $\Psi_a(x_0^{\mu})$  из лагранжиана (2.6), стандартным образом [30] приводим его к виду (2.3), где зависимость  $V(E^a)$  дается разложением Ландау с минимумом в точке  $|E_e^a| \equiv \varepsilon_e^a = i\omega |\Psi^a|$ . Это означает, что закон дисперсии (масса)  $\omega$  затравочного "фермиона" должен носить мнимый характер [11]. В результате обмена хиггсовыми бозонами, отвечающими полю ПД, между "фермионами", роль которых играют СЕ, происходит спонтанное нарушение калибровочной симметрии. При этом продольная компонента ПД  $E^1$  приобретает фиксированное значение  $E_e^1$ , а две поперечные переходят в голдстоуновские бозоны восстановления  $SU(2)$ -симметрии, т.е. становятся упругими составляющими  $e^2, e^3$  поля деформации. Напротив, для соответствующих компонент  $\Gamma_{0\mu}^2, \Gamma_{0\mu}^3$  потенциал напряжений  $\hat{\sigma}$  закон дисперсии приобретает пластический характер, а для продольной  $\Gamma_{0\mu}^1$  остается упругим.

Кроме решений, присущих абелевым калибровочным группам,  $SU(2)$ -симметрия приводит к новому решению, связанному не с калибровочным полем, а с топологией распределения поля ПД. Оно представляет трехмерный солитон типа магнитного монополя, где ПД локализуется за счет взаимодействия различных поляризацій упругого поля напряжений. Поскольку вдали от солитона это поле спадает как  $X_0^{-3}$ , то можно заключить, что это решение представляет точечный дефект [35].

Рассмотрим теперь полевой аспект зарождающегося структурного уровня, описываемый лагранжианом

$$L_{0e} = - \frac{1}{2} \Sigma_{0\mu\nu}^a \Sigma_{0a}^{\mu\nu}, \quad (2.8)$$

здесь  $g_e$  — константа упругой связи; 3 изонормальные компоненты  $\Sigma_{0\mu\nu}^a$ ,  $a = 1, 2, 3$ , тензора упругих напряжений, отвечающие разным поляризациям упругих волн, задаются нелинейным соотношением [30]

$$\Sigma_{0\mu\nu}^a = \partial_{0\mu} \Gamma_{0\nu}^a - \partial_{0\nu} \Gamma_{0\mu}^a + C_{bc}^a \Gamma_{0\mu}^b \Gamma_{0\nu}^c. \quad (2.9)$$

Соответствующее уравнение упругого поля одиночной СЕ имеет вид

$$\nabla_{0\mu}^{ab} \Sigma_{0a}^{\mu\nu} = J_{0b}^{\nu}, \quad J_{0\nu}^a \equiv \beta g_e^2 C_{bc}^a E^b \nabla_{0\nu}^{bc} E^c, \quad (2.10)$$

где второе выражение определяет ток элементарных возбуждений (фононов), создающих упругое поле. При учете единственной поляризации уравнение (2.10) линейно, в общем случае нелинейность отражает взаимодействие различных поляризаций. При этом напряженность упругого поля определяется усредненной по поляризациям величиной [36]

$$\begin{aligned} \Sigma_{0\mu\nu} &\equiv n_a \Sigma_{0\mu\nu}^a - C_{bc}^a n_a (\nabla_{0\mu} n^b) (\nabla_{0\nu} n^c) = \\ &= (\partial_{0\mu} \Gamma_{0\nu} - \partial_{0\nu} \Gamma_{0\mu}) - C_{bc}^a n_a (\partial_{0\mu} n^b) (\partial_{0\nu} n^c), \end{aligned} \quad (2.11)$$

где  $\Gamma_{0\mu} = n_a \Gamma_{0\mu}^a$ ,  $n_a = E_a (E^b E_b)^{-1/2}$ . Именно величины (2.11), а не (2.9), характеризуют реальное упругое поле: так, для точечного дефекта каждая поляризация дает вклад  $\Sigma_{0ij}^a \approx \varepsilon_{ijk} X_0^k X_0^a / X_0^4$ , тогда как в действительности измеряется поле:  $\Sigma_{0ij} \approx -\varepsilon_{ijk} X_0^k / X_0^3$  [35].

Приведенная схема дает полное описание произвольного дефекта на новом структурном уровне. При этом материальное поле  $\mathbf{E}$ , являющееся решением (2.4), описывает перестройку коллективного поведения СЕ в ядре дефекта. Его характерная координатная зависимость и соответствующее поведение потенциального рельефа показаны на рис. 2. Видно, что в области, ограниченной корреляционной длиной  $\xi = \beta C^{-1/2}$ , потенциальный рельеф испытывает размытие, приводящее к уменьшению сдвиговой вязкости  $\eta_{\text{eff}}$ . С учетом соотношения Эйнштейна—Смолуховского  $D \propto \eta_{\text{eff}}^{-1}$  это позволяет понять повышение на несколько порядков коэффициента диффузии атомов по трубкам дислокаций [2, 3]. Действительно, из рис. 2, б видно, что размытие рельефа, происходящее в ядре дислокации, приводит к понижению его эффективной высоты  $Q$  и, следовательно, увеличению коэффициента диффузии  $D \propto \exp(-Q/T)$ .

В отличие от распределения поля ПД, упругое поле  $\Sigma_{0\mu\nu}(X_0)$  исчезает за

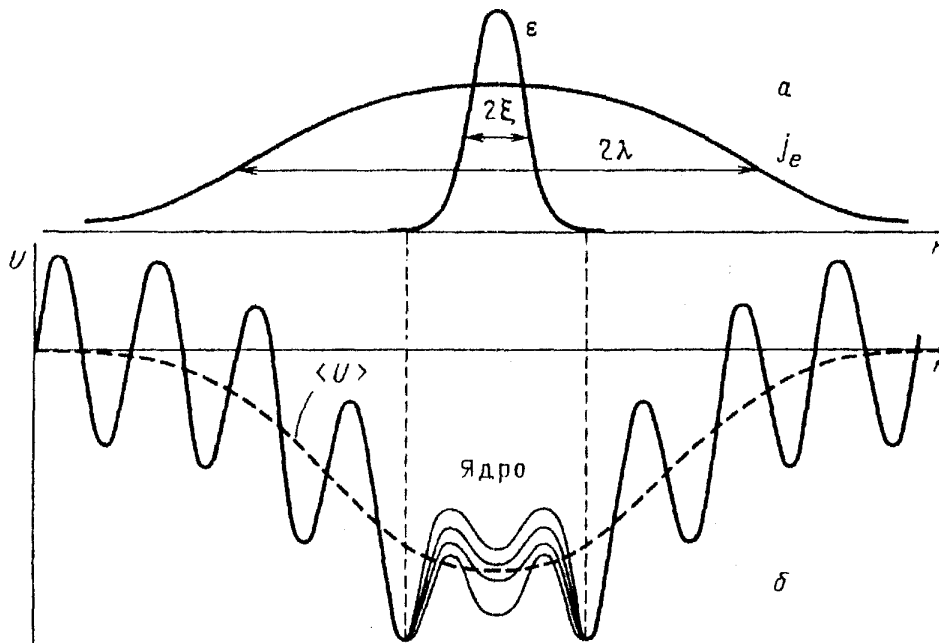


Рис. 2. а — Координатная зависимость материального поля деформации  $\varepsilon$  и поля упругих напряжений  $j_e$  вблизи дефекта. б — Соответствующая зависимость потенциального рельефа  $U(\mathbf{r})$

счет процессов вязкого течения на гораздо больших, чем корреляционная длина  $\xi$ , расстояниях, характеризуемых масштабом  $\lambda = g_e^{-1} \varepsilon_e^{-1} \propto \eta_0 \mu_0^{-1/2}$ . Используемая полевая схема позволяет воспроизвести характер изменения поля напряжений в упругой области  $X_0 \ll \lambda$  для основных типов дефектов. За пределами этой области процесс ПД приводит к полному размытию упругих напряжений. Данное обстоятельство позволяет избежать известного затруднения в теории дефектов [2, 3], появляющегося, например, при вычислении энергии дислокации. Локализация упругого поля дефекта в области размером  $\lambda$  означает, что под параметром срезания следует понимать величину этой области. В результате стандартные выкладки приводят к следующим значениям энергии основных типов дефектов (в единицах  $\mu_0 l_m^3$ ,  $l_m = \beta / b \varepsilon_e$ ):  $\Delta\Phi \sim \kappa^{-1} \ln \kappa$  (см. [36]) — для точечного дефекта,  $\Delta\Phi \sim \kappa^{-2} \ln \kappa$  — для дислокации [11],  $\Delta\Phi \sim \ln \kappa$  — для дисклинации единичной длины. Здесь параметр Гинзбурга—Ландау (2.5) связан с характерными масштабами  $\xi$ ,  $\lambda$  изменения материального и упругого полей соотношением  $\kappa = \lambda / \xi$ .

Характерная особенность использованного полевого представления дефектов состоит в том, что они представляются как автолокализованные образования, присущие зарождающемуся структурному уровню. С формальной точки зрения локализация уровня обусловлена большими значениями параметра  $\kappa \sim \eta_0 \mu_0^{-1/2}$  в упругой среде со слабо выраженной пластичностью. При этом обращает на себя внимание тот факт, что образование линейных дефектов (дислокаций и дисклинации) обусловлено независимой автолокализацией каждой из ветвей поляризации  $a = 1, 2, 3$ . В отличие от этого автолокализация полей, отвечающих точечному дефекту, обусловлена зацеплением различных ветвей поляризации. В этом смысле оправдывается представление Крёнера [37] точечного дефекта как трех взаимно перпендикулярных дислокационных петель бесконечно малого размера. В рамках нашего подхода точечный дефект представляется моделью "ежа Полякова". Здесь процесс автолокализации обусловлен не взаимодействием различных степеней свободы, а самодействием калибровочного поля упругих напряжений, наличие которого обусловлено неабелевостью группы  $SU(2)$ . Таким образом, точечный дефект представляет топологическую (а не динамическую — как для дислокации и дисклинации) особенность поля  $E_a(X_a)$ , в которой оно меняет свой знак, а калибровочное поле  $\Gamma_{0\mu}^a(X_0)$  отсутствует.

### 3. Пространственно-временное поведение стационарного ансамбля структурных единиц

Использование калибровочной симметрии в разделе 2 позволило описать одиночные СЕ зарождающегося уровня. Исследуем теперь случай хорошо развитого уровня, когда плотность СЕ достигает больших значений (в разделе 2 имели  $l/l_m \gg 1$ , здесь  $l/l_m \sim 1$ ). При этом изменяется геометрическая структура многообразия  $M$  ансамбля СЕ. В частности, оказывается невозможным однозначное разделение внутренней координаты  $x$  на упругую  $x_{(e)}$  и пластическую  $x_{(p)}$  составляющие. Соответственно, становится неоднозначным выделение полевой (упругой) составляющей  $u_{(e)}$  из полного смещения  $u = x - X_0$  точек  $X_0$  многообразия  $M$  при переходе от одиночных СЕ данного уровня к их ансамблю. Это связано с неинтегрируемостью 1-форм  $e^\mu = e_i^\mu dX_0^i$ , обобщающих понятие дифференциала  $D_0 u_{(e)}^\mu = \nabla_{0i} u_{(e)}^\mu dX_0^i$ ,  $\nabla_{0i} = \partial_{0i} + \Gamma_{0i}$ , введенное в разделе 2 [30].

Исследование ансамбля СЕ требует рассмотрения физических полей на главном расслоении базы  $M$  за счет действия пространственной группы  $G$  [32]. Геометрия расслоенного пространства задается уравнениями структуры Картана [38]

$$T \equiv de = D_0 e + \hat{\Gamma} \wedge e, \quad \hat{\Omega} \equiv d\hat{\Gamma} = D_0 \hat{\Gamma} + \hat{\Gamma} \wedge \hat{\Gamma}, \quad (3.1)$$

которые определяют 2-формы  $T, \hat{\Omega}$  кручения и кривизны как внутренние дифференциалы исходной 1-формы  $e(x)$  и связности  $\Gamma(x)$  (по определению имеем  $D_0^2 = 0$ , но  $d^2 \neq 0$ ). Форма кривизны подчиняется тождеству Бианки  $d\hat{\Omega} = d^2\hat{\Gamma} = 0$  [30]. При разложении по базису  $(1/2)e^\mu \wedge e^\nu$  2-форма  $D_0 e$  имеет в качестве компонент структурные коэффициенты  $C_{\nu\mu}$ , а формы кручения и кривизны — компоненты  $T_{\mu\nu} = \vec{\Gamma}_{\mu\nu} - \vec{\Gamma}_{\nu\mu}$  и  $\hat{R}_{\mu\nu} = [\partial_\nu, \partial_\mu]$  [20].

При обходе по замкнутому контуру в пространстве  $M$  касательный вектор  $A(x)$  поворачивается на величину  $\delta l = l\Omega_{ij}S^{ij}$ , а сам контур размыкается на вектор  $\xi^p = -T_{ij}S^{ij}$ , где  $S^{ij}$  — площадь контура,  $l$  — его длина,  $\Omega_{ij} = \partial_{0j}\Gamma_{bi}^b - \partial_{0i}\Gamma_{bj}^b$  — тензор сегментарной кривизны,  $\Gamma_{ij}^b$  — символы Кристоффеля, представляющие компоненты формы связности  $\hat{\Gamma}^\alpha$ . По трем перечисленным геометрическим объектам естественна следующая классификация СЕ на новом уровне (рис. 3): пространство абсолютного параллелизма с дислокациями отвечает ненулевому  $T_{ij}$ ; в римановом пространстве с дисклинациями  $\hat{R}_{ij} \neq 0$ ; при  $\hat{R}_{ij} \neq 0, T_{ij} \neq 0$  имеем пространство Римана—Картана с дислокациями и дисклинациями; общий случай  $\hat{R}_{ij} \neq 0, T_{ij} \neq 0, \Omega_{ij} \neq 0$  отвечает аффинно-метрическому пространству с дисклинациями, дислокациями и точечными дефектами [32]. Таким образом, тензор  $\hat{T}_{ij}$  характеризует плотность и поток сдвиговой компоненты дислокаций,  $\hat{R}_{ij}$  определяет пространственно-временное распределение поворотных дислокаций и дисклинаций и, наконец,  $\Omega_{ij}$  — распределение точечных дефектов [32, 39]. Уравнения структуры Картана (3.1) описывают взаимно связанную кинематику ансамблей дефектов, представляющих СЕ данного уровня [2, 33].

Симметрия системы описывается в общем случае аффинной группой  $A(3, \mathbf{R})$ , изоморфной полупрямому произведению  $GL(3, \mathbf{R}) \triangleright T(3)$ . В свою очередь  $GL(3, \mathbf{R})$  раскладывается на группу растяжений  $\Delta(3)$  и группу  $SL(3, \mathbf{R})$ -преобразований, сохраняющих объем. Поскольку матрицы базиса абелевых групп  $T(3), \Delta(3)$  коммутируют с остальными базисными матрицами исходной группы  $A(3, \mathbf{R})$ , то ее представления совпадают с представлениями группы  $SL(3, \mathbf{R})$ , в которую в качестве подгруппы входит группа вращений  $SO(3)$ . В результате неприводимое разложение  $A(3, \mathbf{R})$ -связности имеет вид [32]

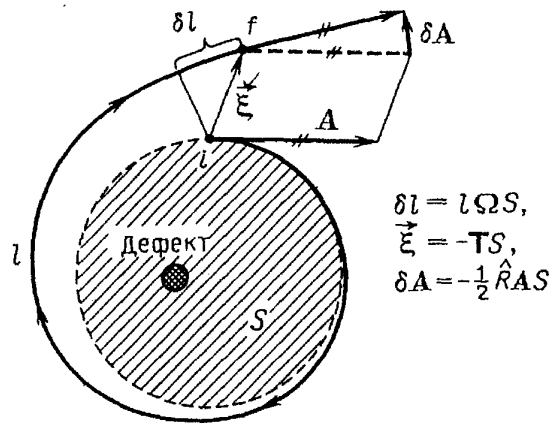


Рис. 3. Изменение касательного вектора  $A$  и охватывающего контура (длиной  $l$  и площадью  $S$ ) при обходе вокруг дефекта ( $i, f$  — начальная и конечная точки обхода;  $\delta l, \xi$  — удлинение и размыкание контура)

$$\begin{aligned} \delta l &= l\Omega S, \\ \xi &= -TS, \\ \delta A &= -\frac{1}{2}\hat{R}AS \end{aligned}$$

Симметрия системы описывается в общем случае аффинной группой  $A(3, \mathbf{R})$ , изоморфной полупрямому произведению  $GL(3, \mathbf{R}) \triangleright T(3)$ . В свою очередь  $GL(3, \mathbf{R})$  раскладывается на группу растяжений  $\Delta(3)$  и группу  $SL(3, \mathbf{R})$ -преобразований, сохраняющих объем. Поскольку матрицы базиса абелевых групп  $T(3), \Delta(3)$  коммутируют с остальными базисными матрицами исходной группы  $A(3, \mathbf{R})$ , то ее представления совпадают с представлениями группы  $SL(3, \mathbf{R})$ , в которую в качестве подгруппы входит группа вращений  $SO(3)$ . В результате неприводимое разложение  $A(3, \mathbf{R})$ -связности имеет вид [32]

$$\vec{\Gamma}_{ij} = L_{ij} + K_{ij} + \frac{1}{3}H\delta_{ij} \equiv H_{ij} + \frac{1}{3}H\delta_{ij}, \quad (3.2)$$

где антисимметричная составляющая  $L_{ij}$  отвечает группе вращений,  $K_{ij} = \vec{\Gamma}_{(ij)} - (1/3)H\delta_{ij}$  — симметричная бесследовая составляющая. В разложении по соответствующим базисным матрицам групп они имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{L}_\mu &= l_\mu^a \hat{\lambda}_a, & \hat{K}_\mu &= k_\mu^a \hat{x}_a, & H_\mu &= h_\mu, \\ \hat{H}_\mu &= h_\mu^{ab} \hat{\gamma}_{ab}, & \hat{\gamma}_{ab} &\equiv \hat{\lambda}_a \hat{x}_b, & a, b &= 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Подставляя (3.2), (3.3) в (3.1), получаем напряженности базисных полей [33]

$$\begin{aligned} \Omega_{\mu\nu} &= h_{[\nu, \mu]}, & R_{\mu\nu}^{ab} &= h_{[\nu, \mu]}^{ab}, \\ T_{\mu\nu}^i &= \varepsilon_{[\mu, \nu]}^i + \gamma_j^i \Omega_{\mu\nu} u^j + \gamma_{abj}^i R_{\mu\nu}^{ab} u^j, \\ e_\mu^i &= u_{, \mu}^i - \varepsilon_\mu^i, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где индекс после запятой означает производную  $\hat{\partial}_\mu = (\nabla_{0\mu} + h_\mu) \hat{I} + \hat{\gamma}_{ab} h_\mu^{ab}$  по внутренней координате  $\hat{x}^\mu$ ; по индексам, заключенным в квадратные и круглые скобки, проводится антисимметризация и симметризация соответственно.

Полевая составляющая лагранжиана представляется суммой слагаемых [32, 33]

$$\begin{aligned} L_e &= \frac{1}{2} e_i^0 e_0^i - \frac{1}{8} \left( \frac{\lambda_0}{\mu_0} e_i^j e_j^i + 2e_{ij} e^{ij} \right), \\ L_\varepsilon &= -\frac{1}{2g_\varepsilon^2} T_{\mu\nu}^i T_i^{\mu\nu}, & L_{\hat{h}} &= -\frac{1}{g_{\hat{h}}^2} R_{\mu\nu}^{ab} R_{ab}^{\mu\nu}, \\ L_h &= -\frac{1}{g_h^2} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu}, & L_\nu &= -\nu_\mu^i (u_{, \mu}^i - e_\mu^i - \varepsilon_\mu^i), \end{aligned} \quad (3.5)$$

где  $\lambda_0, \mu_0$  — параметры Ламэ на данном уровне;  $g_\varepsilon, g_h, g_{\hat{h}}$  — заряды полей  $\varepsilon_\mu^i, h_\mu, h_\mu^{ab}$ ;  $\nu_\mu^i$  — множитель Лагранжа, учитывающий связь этих полей, выражаемую последним равенством (3.4). Ковариантная запись (3.5) содержит в неявном виде три метрических тензора, отвечающих каждому из указанных полей. Следовательно, полевые лагранжианы  $L_e, L_h, L_{\hat{h}}$  дефектов содержат дополнительно три скорости, характеризующие ансамбли этих дефектов. С уменьшением плотности СЕ упругая составляющая  $L_e$  в (3.5) сводится к соответствующему вкладу  $L_{0e}$  (см. (2.8)). Их отличие состоит в том, что они выражены через сопряженные величины  $e_\mu^i$  и  $\Sigma_{0\mu}^a$  соответственно.

Полевые уравнения, отвечающие (3.5), записываются в виде<sup>(3\*)</sup> [32, 33]

$$d\vec{\Sigma} = -F \wedge \hat{R} - F \wedge \Omega; \quad (3.6)$$

$$dH = J, \quad dF = \vec{\Sigma}, \quad dG = \hat{J}.$$



Здесь  $d$  — дифференциал по внутренней координате  $x$ , компоненты напряженностей  $H$ ,  $F$ ,  $\hat{G}$  и токов  $J$ ,  $\vec{\Sigma}$ ,  $\hat{J}$ , соответствующие точечным дефектам, дислокациям и дисклинациям, имеют вид [33]

$$\begin{aligned} H^{\mu\nu} &= \frac{\partial L_h}{\partial \Omega_{\mu\nu}}, & J^\mu &= \frac{\partial L_h}{\partial h_\mu}, \\ F^{\mu\nu} &= \frac{\partial L_\varepsilon}{\partial T_{\mu\nu}}, & \vec{\Sigma}^\mu &= \frac{\partial L_\varepsilon}{\partial e_\mu}, \\ \hat{G}^{\mu\nu} &= \hat{\gamma}^{ab} C_{ab}^{cd} \frac{\partial L_{\hat{h}}}{\partial R_{\mu\nu}^{cd}}, & \hat{J}^\mu &= \hat{\gamma}^{ab} C_{ab}^{cd} \frac{\partial L_{\hat{h}}}{\partial h_{\mu}^{cd}}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

где  $C_{ab}^{cd}$  — компоненты метрики Картана—Киллинга группы  $SL(3, \mathbf{R})$ . Условия интегрируемости системы (3.6)

$$dJ = 0, \quad d\hat{J} = 0 \quad (3.8)$$

обеспечивают равновесие моментных напряжений для точечных дефектов и дисклинаций (см. [33]). Поскольку ток  $\vec{\Sigma}$  поля  $\varepsilon$  является упругим напряжением, то для него условие равновесия обеспечивается первым уравнением (3.6).

Система (3.6), дополненная условиями (3.8), дает полное самосогласованное описание распределения полей дефектов и упругих напряжений. При этом из (3.7) видно, что напряженность  $H$  отвечает распределению точечных дефектов, обусловленному током  $J$ . Соответственно поле  $F$  и ток  $\vec{\Sigma}$  связаны с дислокациями, а  $\hat{G}$ ,  $\hat{J}$  — с дисклинациями. Указанные соотношения представляют не только статический случай, но и самосогласованную **временную** эволюцию полей. Для ее явного выражения следует учесть вид **временной** компоненты базиса  $e^0 = ct$ , где  $c$  — скорость звука,  $de^0 = 0$ , и соответствующей компоненты  $dt \wedge \partial/\partial t$  оператора  $d$  в (3.1), (3.6), (3.8). Тогда каждая из 2-форм  $\Omega$ ,  $T$ ,  $\hat{R}$  представляется в виде  $*\rho + j \wedge dt$ , где  $\rho$ ,  $j$  — плотность и ток дефектов соответствующего типа, знак  $*$  означает дуальное сопряжение с помощью единичного антисимметричного тензора [20]. Уравнения структуры Картана (3.1) устанавливают связь между плотностями и токами различных типов дефектов при заданных полях напряжений, т.е. описывают кинематику полей дефектов. В отличие от этого система (3.6) учитывает и самосогласованное изменение силовых полей, представляя таким образом динамический режим эволюции системы дефектов.

Ввиду сложной структуры составляющих лагранжиана (3.5) анализ общего случая представляет значительные затруднения. Исследование различных частных случаев может быть проведено по аналогии с [33]. Здесь мы приведем примеры лишь для простейшей кинематической ситуации, возникающей при описании только одного типа дефектов. Если это — дислокации (трансляционного типа), то в (3.1) связность  $\Gamma = 0$ , и  $dT = 0$ . Отсюда и из первого равенства (3.1) следуют известные уравнения кинематики дислокаций (см. п. 29 в [21])

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} + \nabla \times \hat{j} = 0, \quad \nabla \cdot \hat{\rho} = 0, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \hat{e}}{\partial t} - \hat{j} = 0, \quad \nabla \times \hat{e} = -\hat{\rho}, \quad (3.10)$$

где мы перешли к стандартным обозначениям. Если в связности (3.2) отлична от нуля лишь компонента  $H$ , отвечающая точечным дефектам, то из (3.1) получаем уравнения

$$d\mathbf{T} = *J_t, \quad *J_t = (1/3)\Omega \wedge \mathbf{e}, \quad \Omega = dH, \quad (3.11)$$

связывающие поведение дислокаций с полем точечных дефектов, характеризуемым током  $J_t$ . Если источниками дислокаций являются и дисклинации, то полный ток  $J_t = J_p + J_d$  в правой части (3.11) складывается из составляющих

$$*J_p = \frac{1}{3}(\Omega \wedge \mathbf{e} - H \wedge \mathbf{T}), \quad (3.12)$$

$$*J_d = \hat{\Omega} \wedge \mathbf{e} - \hat{H} \wedge \mathbf{T},$$

отвечающих вкладом от каждого типа дефектов-источников. Что касается учета самосогласованности в поведении самих дислокаций, то он осуществляется уравнением [32]

$$d*\mathbf{T} = *J, \quad (3.13)$$

в котором ток  $J$  представляет непосредственные источники дислокаций.

При переходе к трехмерной записи уравнение (3.11) сводится к соотношениям типа (3.9), где, однако, правые части представляются ненулевыми членами  $\hat{i}_t, \hat{\alpha}_t$  3-тензоров тока и плотности дефектов-источников. Соответственно уравнение (3.13) самосогласованного поведения дислокаций расписывается в виде

$$\frac{\partial \hat{j}}{\partial t} + \nabla \times \hat{\rho} = \hat{i}, \quad \nabla \times \hat{j} = -\hat{\alpha}, \quad (3.14)$$

где тензоры  $\hat{i}, \hat{\alpha}$  представляют компоненты 4-тока  $*J$  источников дислокаций.

Выше мы представили схему описания полей плотности и потока дислокаций при заданных распределениях точечных дефектов и дисклинаций, которое наряду с непосредственными источниками  $J$  типа Франка—Рида играют роль опосредованных. Аналогичным образом — фиксируя распределение двух оставшихся из трех возможных типов дефектов, можно описать поведение точечных дефектов и дисклинаций. Весьма интересным представляется исследование взаимно согласованного поведения двух типов дефектов, когда фиксировано распределение только одного — третьего. При этом становится возможным первопринципное описание таких эффектов, как автокаталитическое размножение дефектов [26], проявление автоколебательного поведения [40] и т.д. К сожалению, в настоящее время такая программа не реализована.

#### 4. Описание иерархической многоуровневой дефектной структуры

##### 4.1. Образование иерархической структуры дефектов.

Как видно из предыдущего, полный лагранжиан, представляющий данной структурный уровень, имеет вид  $L = L_m(\mathbf{E}, \mathbf{u}, \mathbf{e}, h, \hat{h}) + L_e(\mathbf{e}) + L_s(\Omega, \mathbf{T}, \hat{R})$ , где структурная составляющая  $L_s = L_h + L_\varepsilon + K_{\hat{h}}$ . При малой плотности СЕ

вкладом  $L_s$  можно пренебречь, считая кривизну-кручение пространства  $M$  нулевой, а дефекты одиночными. Тогда непосредственное вычисление дает оценки минимальных значений напряженности образования дефектов (в единицах  $b\epsilon_e^2$ ):  $\Omega_{c1} \sim \kappa^{-1} \ln \kappa$  — для точечных,  $T_{c1} \sim \ln \kappa$  — для дислокаций,  $R_{c1} \sim \kappa \ln \kappa$  — для дисклинаций. Поскольку  $\kappa \gg 1$ , то соблюдается иерархия  $\Omega_{c1} \ll T_{c1} \ll R_{c1}$  — наиболее легко образуются точечные дефекты, хуже дислокации и наиболее трудно дисклинаций.

В случае развитого структурного уровня плотность СЕ настолько высока, что можно опустить нелинейные слагаемые по величине деформации  $E$ . Тогда линейризованное уравнение (2.4), где  $\vec{\Gamma}_0$  заменено на  $\vec{\Gamma}_0 + \vec{\Gamma}$ , позволяет найти верхнее критическое поле образования следующего уровня. Поскольку для всех дефектов оно определяется одним и тем же условием возникновения локализованного уровня в эффективном потенциале линейризованного уравнения Шредингера (2.4), то независимо от типа дефектов верхнее критическое поле  $\Omega_{c2}, T_{c2}, R_{c2}$  составляет (в единицах  $b\epsilon_e^2$ )  $\sim \kappa$ . Для дисклинаций  $R_{c1}/R_{c2} \sim \ln \kappa > 1$ , в связи с чем они наблюдаются только в виде комплексов типа дисклинационных диполей [4 — 7].

Для обеспечения достаточно широкой области существования дислокаций и точечных дефектов на данном уровне требуются большие значения отношения  $\kappa = \lambda/l_m$  длины затухания упругого поля  $\lambda \propto \eta$  к корреляционной длине  $l_m = l_0/w_m$ . Непосредственная проверка показывает, что наилучшим образом это условие удовлетворяется на атомном (микроскопическом) уровне. С переходом на следующий, мезоскопический уровень образование присущих ему СЕ, играющих роль носителей ПД, снижает эффективную величину сдвиговой вязкости до значения  $\eta = \eta_0(1 + \chi)^{-1} \ll \eta_0$ , и, следовательно, уменьшает длину  $\lambda = \lambda_0(1 + \chi)^{-1} \ll \lambda_0$ , где  $\chi$  — восприимчивость пластической среды к скалывающим напряжениям. С другой стороны, в силу спонтанного нарушения конформной инвариантности происходит увеличение масштаба  $l_m$  в  $w_m^{-1} \gg 1$  раз. Поэтому если на исходном уровне имеем  $\kappa_0 \gg 1$ , то с переходом на следующий получаем намного меньшее отношение  $\kappa \ll w_m \kappa_0 \ll \kappa_0$ . В результате с укрупнением СЕ должно происходить сужение области существования равноосных и, тем более, дислокационных образований (условия образования дисклинационных комплексов, наоборот, улучшаются). Этот вывод согласуется с экспериментальными данными [4 — 7].

В рамках подхода, развитого в начале раздела 2, выясним теперь картину эволюции дефектной структуры при деформировании идеального кристалла в режиме ползучести ( $\hat{\sigma}_{ext} = const$ ). Пусть внешние условия  $T, \hat{\sigma}_{ext}$  обеспечивают попадание конфигуративной точки системы в область существования  $n$  уровней (рис. 4). В отсутствие деформации реализуется единственный атомный уровень. Он представляется периодической зависимостью  $U_0(\mathbf{x})$  потенциальной энергии пробного атома, характеризуемой межатомным расстоянием  $a \equiv l_0$ . Возбуждение системы, обеспечивающее образование следующего уровня, изменяет вид потенциального рельефа  $U(\mathbf{x})$ : термическое возбуждение  $T$  размывает зависимость  $U(\mathbf{x})$  в ансамбль рельефов  $\{U(\mathbf{x})\}$ , давление  $p$  из-

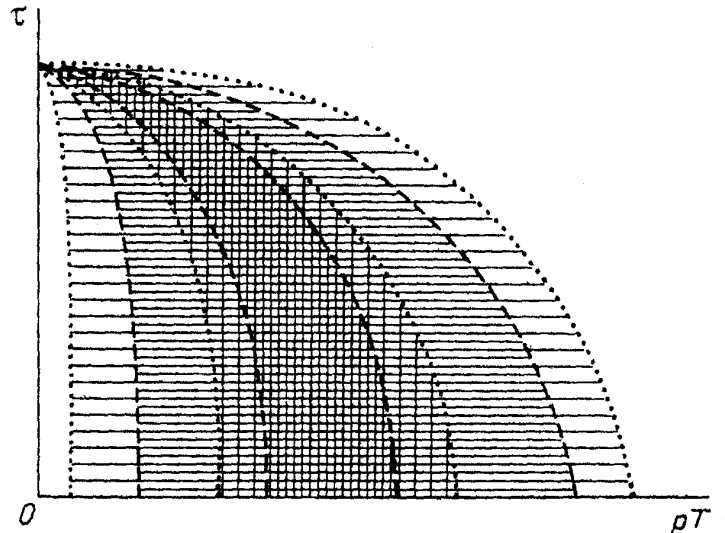


Рис. 4. Схематический вид диаграммы существования двух структурных уровней. Пунктирная линия указывает область равноосных образований (точечных дефектов), штриховая — линейных. Горизонтальная штриховка отмечает нижний уровень, вертикальная — верхний

меняет высоту рельефа  $Q \sim \mu_0 l_0^3$ , скалывающая нагрузка  $\tau$  изменяет на длине  $l$  уровень отсчета зависимости  $U_0(x)$ , осциллирующей с периодом  $l_0$  (очевидно,  $l \sim Q/\tau l_0^2 \sim (\mu_0/\tau)l_0$ ) [11]. Образование одиночной СЕ на новом уровне приводит к изменению периодического исходного рельефа  $U_0(x)$  — типа показанного на рис. 2,б. Для определения его грубой структуры, не учитывающей быстрые осцилляции, достаточно описать изменение (на больших длинах  $l$ ) уровня отсчета  $\langle U(x) \rangle$  (штриховая линия на рис. 2,б), высоты  $Q(x)$  и ширины размазки  $\theta(x)$  в зависимости от координаты  $x$ . Получающиеся зависимости  $\langle U(x) \rangle$ ,  $Q(x)$ ,  $\theta(x)$  характеризуют структуру дефекта нового уровня.

С ростом степени ПД число СЕ на данном уровне увеличивается, и зависимость  $\langle U(x) \rangle$ , усредненная на длинах  $l_0 \ll x \ll l$ , приобретает квазипериодический характер типа повторяющейся кривой на рис. 2,а — с тем отличием, что период составляет  $l \gg l_0$ . Дальнейший рост ПД может привести к перестройке усредненного рельефа  $\langle U(x) \rangle$  на длинах  $L \gg l$  — аналогично тому, как это произошло с исходной зависимостью  $U_0(x)$ . Это отвечает образованию супердефектов на следующем структурном уровне и т.д. В результате потенциальная энергия  $n$ -уровневой иерархической системы СЕ представляется в виде  $n$ -ступенчатой функциональной зависимости

$$\begin{aligned} U_1(r_1) &= U_{r_1} \{ \rho_0(r_0) \}, \\ U_2(r_2) &= U_{r_2} \{ \rho_1(r_1) \}, \dots, \\ U_n(r_n) &= U_{r_n} \{ \rho_{n-1}(r_{n-1}) \}; \end{aligned} \quad (4.1)$$

здесь  $\rho_{l-1}(r_{l-1})$  — плотность СЕ на  $(l-1)$ -м структурном уровне, иерархическая перестройка которого определяется энергией

$$E_l(r_l) = \int_{V_l} U_{l-1}(r_{l-1}) \rho_{l-1}(r_{l-1}) dr_{l-1}, \quad l = 0, 1, \dots, n-1, \quad (4.2)$$

физически малого объема  $V_l$ , положение которого задается гидродинамически определенной координатой  $\mathbf{r}_l$  следующего уровня  $l$ .

Многоступенчатая зависимость (4.1) означает фрактальный характер потенциального рельефа  $U_l(\mathbf{r})$ , показанный на рис. 1. Чем больше степень внешнего воздействия, определяющая суммарную деформацию, тем большее число уровней включается в процесс ПД, тем сложнее фрактальная структура результирующих распределений силовых полей (2.1). Данная структура является следствием иерархической соподчиненности дефектов, для отражения которой удобно использовать не чисто пространственную зависимость, а смешанную: быстрые осцилляции на макрорасстояниях  $r_0 \leq l_0$ , характеризующих нижний уровень, по-прежнему представляются координатной зависимостью в обычном геометрическом пространстве, а дальнедействующие корреляции на длинах  $l_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , отражающие иерархическую связь дефектов, описываются в ультраметрическом пространстве состояний. Его метрика устроена таким образом, что если две скоррелированные области состояний имеют хотя бы одну общую точку, то одна из этих областей целиком входит в другую [41]. Это означает, что точки ультраметрического пространства, которым отвечают состояния СЕ данного уровня, образуют кластер когерентно связанных состояний, соответствующих супердефекту на следующем уровне. Отметим во избежание недоразумений, что точкам ультраметрического пространства отвечают кластеры чистых состояний (ансамблей) дефектной структуры, а не ячейки дефектов, образующие супердефект — первые выделяются по уровню перекрытия между чистыми ансамблями, а вторые по близости значений поля, действующего на дефект [42].

Представление иерархической системы дефектов многоуровневой последовательностью потенциальных рельефов (4.1) является неполным, поскольку не содержит обратную связь между плотностью распределения  $\rho_l(\mathbf{r}_l)$  дефектов на данном уровне  $l = 0, 1, \dots, n - 1$  и его энергией (4.2). Для установления этой связи следует воспользоваться квазигиббсовским распределением [11]

$$P_l\{U_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1})\} \propto \exp(-E_l\{U_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1})\}/\theta_{l-1}) \quad (4.3)$$

неравновесных потенциальных рельефов  $U_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1})$  для предшествующего уровня, характеризуемого "температурой"  $\theta_{l-1}$ . Ее величина определяет степень стохастического возбуждения структурного уровня  $l-1$ , приводящего к размытию однозначно определенной зависимости  $U_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1})$  в ансамбль  $\{U_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1})\}$ . В результате макроскопические свойства данного уровня задаются не энергией (4.2), а ТП

$$\Phi_l = -\theta_{l-1} \ln \langle \exp(-E_l/\theta_{l-1}) \rangle_{l-1}, \quad (4.4)$$

где индекс  $l - 1$  при угловых скобках означает, что усреднение проводится по распределению (4.3) в ансамбле  $\{U_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1})\}$ . Учитывая квазигиббсовский характер этого распределения, стандартным образом [8] легко показать, что величина ТП (4.4) определяет плотность СЕ на данном, уровне согласно равенству

$$\rho_l \propto \exp(-\Phi_l/\theta_{l-1}) =$$

$$= \langle \exp(-\theta_{l-1}^{-1} \int_{V_l} U_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1}) \rho_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1}) d\mathbf{r}_{l-1}) \rangle_{l-1}. \quad (4.5)$$

При образовании иерархической структуры уровня  $l$  величины  $\rho_l, \Phi_l$  в (4.5) становятся зависимыми от гидродинамической координаты  $\mathbf{r}_l$ . Определенный таким образом ТП  $\Phi_l(\mathbf{r}_l)$  будет играть роль потенциального рельефа  $U_l(\mathbf{r}_l)$ , задающего энергию (4.2) СЕ следующего уровня. Следует отметить, что синергетический потенциал  $V_l\{U_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1})\}$  уровня  $l$ , использованный при феноменологическом рассмотрении в разделе 1 для случая  $l = 1$ , играет роль эффективного гамильтониана [8]. Он получается по заданной энергии  $E_l$  подобно ТП (4.4) с тем отличием, что при усреднении по полю  $U_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1})$  параметр порядка (2.2) считается фиксированным.

Таким образом, иерархическая дефектная структура образует систему из  $n > 1$  уровней  $l$ , каждый из которых характеризуется потенциальным рельефом  $U_l(\mathbf{r}_l)$  и распределением дефектов  $\rho_l(\mathbf{r}_l)$ . Согласно (4.1) рельеф данного уровня  $l$  формируется распределением СЕ на предыдущем  $l - 1$ . В свою очередь плотность СЕ задается согласно статистическому распределению (4.5), в котором ТП определяется усреднением по стохастическому распределению дефектов на нижнем уровне. В результате соотношения (4.1) — (4.5) дают в замкнутом виде связь между иерархическим распределением СЕ на соседних уровнях. Соответствующая связь потенциальных рельефов выражается равенством

$$U_l(\mathbf{r}_l) = -\theta_{l-1} \ln \langle \exp(-\theta_{l-1}^{-1} \int_{V_l} U_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1}) \rho_{l-1}(\mathbf{r}_{l-1}) d\mathbf{r}_{l-1}) \rangle_{l-1}, \quad (4.6)$$

следующим из тождества  $U_l(\mathbf{r}_l) \equiv \Phi_l$ .

Отметим характерную особенность иерархических дефектных структур, отличающую их поведение от описанной в [43, 44] структурной релаксации стекла (см. также далее раздел 4.3). Эта особенность обусловлена различным действием возбуждения системы на различные структурные уровни. В системах типа металлического стекла степень возбуждения, зафиксированная замороженным беспорядком, настолько велика, что в процессе релаксации на всех структурных уровнях проявляется существенно стохастическое поведение. Оно обеспечивается тем, что структурная температура  $T^*$ , являющаяся мерой неравновесности стекла, имеет значение  $T^* \geq E_l$  по сравнению с энергиями уровней  $E_l$  [44]. В рассматриваемом случае дефектных структур степень возбуждения  $T^*$  может оказаться настолько малой, что стохастический разброс проявляется лишь на нижних структурных уровнях, число которых  $m < n$ . Это означает, что между эффективной температурой  $T^*$ , при которой данная структура могла бы реализоваться как равновесная, и "температурами"  $\theta_l$ , характеризующими степень возбуждения каждого уровня  $l$ , выполняются соотношения  $\theta_l \leq T^*$ ,  $\neq 0, 1, \dots, m, m \leq n$ . В результате для нижних  $m$  уровней структурные температуры  $\theta_l = T^*$  оказываются одинаковыми, а для верхних  $n - m$  уровней  $\theta_l = 0$ . Следовательно, при заданной степени возбуждения дефектной структуры  $T^*$  нижние  $m$  уровней ведут себя как иерархически со-

подчиненные неравновесные статистические ансамбли, стационарный режим которых определяется температурой  $T^*$ , а поведение верхних  $n-m$  уровней является чисто детерминистичным. Это означает механическую природу эволюции этих уровней, выражающуюся в сведении их ТП (4.4) к энергиям  $E_j$ . Данное обстоятельство молчаливо подразумевается в стандартной теории дефектов [1—7]. Так, например, в теории дислокаций [3] принимается, что поведение дислокаций определяется однозначно заданным рельефом Пайерлса, тогда как поведение точечных дефектов описывается статистически.

Рассмотрим в заключение пример образования иерархической дефектной структуры в процессе ползучести твердого тела под нагрузкой [17]. С этой целью представим сначала общую картину ползучести [45]. Если напряжение  $\sigma$ , приложенное к твердому телу, превосходит критическое значение  $\sigma_k \geq 10^{-5}\mu$ , задаваемое модулем сдвига  $\mu$ , то наблюдается необратимая ползучесть, выражающаяся в плавном возрастании ПД  $\mathcal{E}$  с течением времени  $t$  при постоянном напряжении  $\sigma > \sigma_k$  и неполной релаксации величины  $\mathcal{E}(t)$  к начальному значению  $\mathcal{E}(0) = 0$  при снятии нагрузки. В зависимости от температуры различают неустановившуюся и установившуюся ползучесть, характеризуемые соответственно чрезвычайно медленным (приблизительно логарифмическим) и линейным нарастанием деформации со временем. Первый тип ползучести проявляется при температурах  $T$ , составляющих менее половины значения температуры плавления  $T_m$ , и характеризуется спаданием до нуля скорости деформации  $\dot{\mathcal{E}} \equiv d\mathcal{E}/dt$  в течение времени постоянного нагружения. Второй наблюдается при температурах  $T > T_k$ , где  $T_k \geq 0,5T_m$ , и характеризуется выходом скорости  $\dot{\mathcal{E}}(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  на конечное значение  $K(\sigma) \neq 0$ . Вдали от точки плавления зависимость величины  $K$  от приложенного напряжения  $\sigma$  выражается степенным соотношением  $K \propto \sigma^n$ ,  $3 \leq n \leq 5$ , — при величинах  $\sigma$  намного ниже теоретической прочности  $\sigma_{\max} \sim 10^{-1}\mu$ , и экспоненциальной зависимостью  $K \propto \exp(c\sigma/T)$ ,  $c = \text{const}$ , — при  $\sigma \leq \sigma_{\max}$ . При переходе в область  $T \leq T_m$  наблюдается диффузионная ползучесть, характеризующаяся линейной зависимостью  $K(\sigma)$  (она имеет место при малых нагрузках  $\sigma < \sigma_k$ ).

В настоящее время удовлетворительное объяснение получили только те стороны описанной картины, которые представляются простыми моделями [45]. Наиболее ярко это проявляется вблизи температуры плавления, где диффузионная ползучесть лимитируется движением самого простого типа дефектов — вакансий, соответственно чему зависимости  $\mathcal{E}(t) = Kt$ ,  $K(\sigma) \propto \sigma$  имеют наиболее простой вид. При понижении температуры включаются дислокационные механизмы и картина усложняется: так, если ансамбль дислокаций эволюционирует независимо от вакансий, как это имеет место в сплавах, то имеем  $\mathcal{E}(t) \approx Kt$ ,  $K(\sigma) \propto \sigma^n$ ,  $n \approx 3$ . При взаимно обусловленном поведении дислокаций и вакансий (в чистых металлах) показатель  $n$  возрастает до значений  $n \approx 5$  [45]. Дальнейшее включение носителей ПД (дислокаций, границ раздела и т.д.) при понижении температуры и росте напряжений приводит к нарастанию вклада  $\mathcal{E}(t) = At^\alpha$ ,  $\alpha < 1$ , неустановившейся ползучести. В определенном интервале температур и напряжений указанная степенная ползучесть сосуществует с логарифмической  $\mathcal{E}(t) = B \ln(1 + \nu t)$ . С дальнейшим понижением температуры и ростом напряжений установившаяся и неустано-

вившаяся степенная ползучести пропадают и остается одна логарифмическая. Таким образом, дополнительное включение механизмов, обеспечиваемых разнообразными носителями ПД, приводит к ее замедлению. Если при установившейся ползучести задействованы только два типа носителей (вакансий и дислокаций), то неустановившаяся стадия формируется вкладом весьма большого числа механизмов. По этой причине до последнего времени отсутствовала последовательная теория неустановившейся ползучести [45].

Анализ изложенных экспериментальных данных [23, 45] приводит к следующей картине ползучести. При нулевых значениях температуры и напряжения ТП твердого тела в конфигурационном пространстве состояний имеет монотонно возрастающий вид с минимумом, отвечающим идеальной кристаллической структуре. Наложение нагрузки (рис. 5) приводит к появлению минимумов, отвечающих дефектам кристаллического строения: первый из них

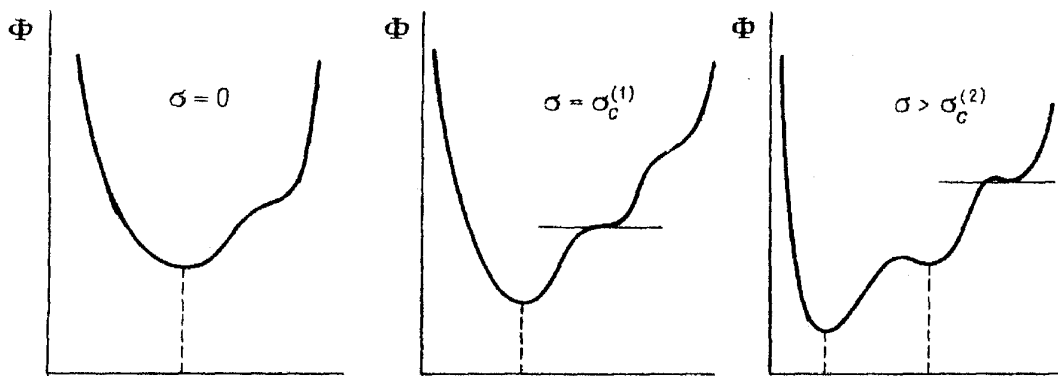


Рис. 5. Изменение термодинамического потенциала в конфигурационном пространстве состояний при увеличении нагрузки ( $T = 0$ )

проявляется при минимальном значении  $\sigma_c^{(1)}$ , следующий — при  $\sigma_c^{(2)} > \sigma_c^{(1)}$  и т.д. Повышение температуры приводит, с одной стороны, к уменьшению критических значений  $\sigma_c^{(n)}$ ,  $n = 1, 2, \dots$  [11], а с другой — к флуктуационной концентрации напряжений до значений  $\sigma > \sigma_c^{(n)}$  и, следовательно, образованию метастабильных дефектов. Таким образом, если после наложения напряжения  $\sigma < \sigma_k(T)$ , где  $\sigma_k \equiv \sigma_c^{(1)}$ , провести разгрузку, то система не будет устойчивой ни в одном из дефектных состояний, и релаксация внутренних напряжений протекает по обычному дебаевскому закону  $\sigma(t) \propto \exp(-t/t_0)$ , где  $t_0$  — микроскопическое время релаксации. Такая ситуация характеризует обратимую ползучесть [45].

С ростом напряжений  $\sigma > \sigma_k$  сначала возникают изолированные дефекты типа вакансий и междоузельных атомов, а затем при  $\sigma \gg \sigma_k$  они объединяются в кластеры и формируют более сложные образования. При этом характерно иерархическое поведение различного рода дефектов: так, точечные распределяются в соответствии с поведением линейных и поверхностных, линейные могут формировать границы раздела и т.д. На форме ТП в конфигурационном пространстве состояний это отражается в наличии минимумов (и, соответственно, барьеров) различного порядка (рис. 6). Например, дислокационным образованиям отвечает минимум  $d$ , отделенный от исходного



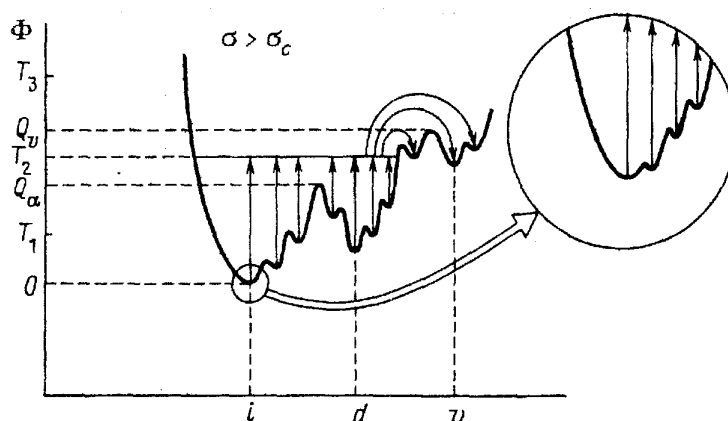


Рис. 6. Вид термодинамического потенциала в конфигурационном пространстве состояний твердого тела с дефектами при нагрузке  $\sigma > \sigma_c$

$i$  барьером высоты  $Q_d$ . Однако на его грубую структуру накладывается более тонкая система минимумов, каждый из которых связан, например, с характером распределения примесей в облаках Коттрелла. В свою очередь каждый из этих минимумов может иметь еще более тонкую структуру (см. рис. 1), связанную с электронным состоянием точечных дефектов.

В приведенной последовательности мы проследили иерархическую связь, идя вниз — от дислокаций к точечным дефектам и их электронным состояниям. Разумеется, можно проследить иерархию, идя от дислокаций вверх: дислокации объединяются в малоугловые границы, те, в свою очередь, формируют блочную структуру зерна, зерна определяют поведение всего образца. В настоящее время о каждой из ступеней иерархической лестницы принято говорить как о структурных уровнях деформации и разрушения твердого тела [10]. Каждое конкретное явление обусловлено процессами, происходящими на определенном структурном уровне [46]: диффузионная ползучесть — вакансиями, низкотемпературная установившаяся ползучесть — дислокациями и т.д. Такой подход, однако, не объясняет явления типа неустановившейся ползучести, в которых задействованы несколько структурных уровней, соподчиненных друг другу. Поэтому, в развитие концепции структурных уровней деформации, мы предлагаем рассматривать их не по отдельности, а во взаимной связи — как ступени иерархической лестницы. Основным аргумент в пользу такой связи уровней состоит в том, что на каждом из них поведение системы определяется дефектами, которые объединяются в кластеры, формирующие поведение следующего уровня.

#### 4.2. Стохастическая теория иерархической дефектной структуры

Как отмечалось во введении, для отражения иерархической соподчиненности в ансамбле дефектов используется геометрический образ дискретного ультраметрического пространства — дерево Кейли (см. рис. 1,б). Его узлы на данном структурном уровне отвечают чистым ансамблям (состояниям [42], долинам [18] или компонентам [12]) состояний дефектов более низких уровней. Будем нумеровать эти долины греческими индексами  $\alpha, \beta, \dots$ . Тогда в рамках решеточного представления СЕ, расположенная в узле /, характеризуется потоком  $f_i^\alpha$  в долине  $\alpha$ . Суммарный поток дает скорость ПД

$$\dot{\epsilon} = \sum_{\alpha} w_{\alpha} \dot{\epsilon}^{\alpha}, \quad \dot{\epsilon}^{\alpha} = \sum_{l=1}^N f_l^{\alpha}, \quad (4.7)$$

где  $w_{\alpha}$  — вероятность реализации ансамбля  $\alpha$ ,  $N$  — число узлов. Согласно [41] иерархические системы не относятся к самоусредняющимся — для макроскопически большого образца распределение  $w_{\alpha}$  случайным образом изменяется от одного образца к другому. Это обстоятельство приводит к важному выводу: даже в одинаковых макроскопических условиях суммарная величина ПД является невоспроизводимой. Физически это обусловлено случайным характером распределения отношения  $l_0^{\alpha}/l^{\alpha} \sim w_{\alpha}$  характерных масштабов  $l_0^{\alpha}, l^{\alpha}$  на исходном и данном уровнях. В свою очередь эта нерегулярность связана с тем, что в неэргодических системах флуктуация начальных и граничных условий эволюции ансамбля дефектов способна привести к макроскопическим изменениям, если даже она носила микроскопический характер. Причиной такой чувствительности системы к начальным и граничным условиям является обусловленное потерей эргодичности разбиение конфигурационного пространства на изолированные области [12].

Если вклад каждого чистого ансамбля  $\alpha$  в скорость ПД характеризуется величиной  $\dot{\epsilon}^{\alpha}$ , то связь между ансамблями определится параметром Паризи [46]

$$q^{\alpha\beta} = \frac{1}{N \epsilon_{\max}^2} \sum_{l=1}^N f_l^{\alpha} f_l^{\beta} \quad (4.8)$$

и его функцией распределения

$$P(q) = \sum_{\alpha, \beta} w_{\alpha} w_{\beta} \delta(q - q^{\alpha\beta}), \quad (4.9)$$

дающей вероятность

$$Y(q) = \int_q^1 P(q') dq' \quad (4.10)$$

иметь системе чистых ансамблей перекрытие, превышающее заданное значение  $q$ . В силу отмеченной выше стохастичности в распределении кластеров ансамблей с перекрытием  $q^{\alpha\beta} > q$ , которое задается суммой

$$W = \sum_{\alpha} w_{\alpha} \quad (4.11)$$

по таким кластерам, случайными будут также функции  $P(q)$ ,  $Y(q)$  и вероятность  $W$ . Метод Паризи [47] позволил найти соответствующие функции распределения  $\Pi_q(Y)$ ,  $f_q(W)$  при заданном значении  $q$  [41]. Их вид определяется средним значением

$$x(q) = \overline{Y(q)} \equiv \int Y(q) \Pi_q(Y) dY, \quad (4.12)$$

вероятности иметь перекрытие ансамблей  $q^{\alpha\beta} \equiv q(y)$  не меньше значения  $q$ . Распределение  $\Pi_q(Y)$  имеет бимодальный характер с максимумами при

$Y \approx 0,5$  и  $Y = 1$ . Наличие особенности  $\Pi_q(Y) \propto (1 - Y)^{-y}$  вблизи второго из них приводит к различию наиболее вероятного значения  $Y = 1$  и средней вероятности  $y < 1$ . Среднее распределение  $f_q(W)$  по кластерам ансамблей с ограниченным уровнем перекрытия также имеет бимодальный вид:

$$\overline{f_q(W)} = \frac{W^{y-2}(1-W)^{-y}}{\Gamma(y)\Gamma(1-y)}, \quad y = y(q). \quad (4.13)$$

Согласно (4.13) наибольшее число кластеров сосредоточено вблизи значений  $W = 0$ ,  $W = 1$ , особенно первого. С ростом степени перекрытия  $q$  вероятность  $y(q)$  монотонно спадает, приводя к сосредоточению числа кластеров с нулевой вероятностью  $W$  их реализации.

Физический смысл представленной стохастической схемы состоит в том, что иерархическую систему дефектов следует представлять не одним статистическим ансамблем, как это обычно делается [1 — 3], а их набором. Особенность этого набора состоит в том, что ансамбли не являются независимыми, а перекрываются друг с другом со степенью  $q^{\alpha\beta}$ , характеризуемой параметром Паризи (4.8). В иерархической системе стохастичность проявляется не только в поведении дефектов, принадлежащих данному ансамблю, но и в поведении самих ансамблей, вероятность реализации которых задается распределением  $w_\alpha$ . Однако если распределение дефектов в ансамбле носит обычный, канонический характер [8], то распределение ансамблей определяется случайным характером их объединения в иерархические кластеры — с наибольшей вероятностью объединяются ансамбли с максимальным перекрытием  $q$ , а с уменьшением  $q$  она спадает. Характер иерархической стохастизации отражается распределением  $P(q)$ , задаваемым равенством (4.9). Поскольку последнее само содержит случайные величины  $w_\alpha, w_\beta$ , то функция распределения  $P(q)$  по кластерам ансамблей также оказывается случайной. Таким образом, иерархичность в поведении дефектов приводит к иерархичности стохастичностей. Конечной причиной такой ситуации является нарушение эргодичности в поведении ансамбля дефектов [12].

Развитый Паризи [47] метод, основывающийся на отмеченном выше факте, что ансамбли отвечают точкам ультраметрического пространства [41], позволил представить иерархическую стохастичность. Она характеризуется обрезанными (по параметру перекрытия  $q$ ) моментами  $Y(q)$ ,  $W$  низшего порядка (см. (4.10), (4.11)) для распределений  $P(q)$  и  $w_\alpha$  соответственно. Первый из них дает вероятность перекрытия ансамблей с уровнем не ниже заданного  $q$ , второй — суммарную вероятность реализации таких ансамблей. Выделение кластеров с большим перекрытием  $q$  обусловлено тем, что обычные эргодические системы отвечают предельному случаю реализации единственного ансамбля с максимальным перекрытием  $q = 1$ . Особенность иерархической стохастичности состоит в том, что в неэргодической системе дефектов наиболее вероятным будет не только максимальное значение  $Y(q) = 1$  вероятности перекрытия ансамблей, но и промежуточное  $Y(q) \approx 0,5$ . Иными словами, распределение  $\Pi_q(Y)$  носит бимодальный характер, определяемый средним значением вероятности (4.12). Физически это означает значительную вероятность реализации ансамблей дефектов, слабо зависящих друг от друга даже в статистическом смысле (например, дислокации, принадлежащие различным малоугловым стенкам, принадлежат практически разным, непересекающимся

статансамблям). С другой стороны, если говорить о числе различных кластеров ансамблей, характеризуемом распределением (4.13), то факт расходимости интеграла от (4.13) по всем значениям  $W$  означает, что полное число возможных вариантов объединения ансамблей в иерархические кластеры является бесконечным. Однако они образуются в основном из ансамблей с малой вероятностью реализации  $W$ . Это означает, что к иерархическому соподчинению наиболее склонны редко реализуемые структуры, принадлежащие крупномасштабным уровням (границы разориентации, блоки, зерна и т.д.). С другой стороны, основной вклад в среднее значение с весом  $f_q(W)$  величины  $W$  дает область больших  $W$ . Таким образом, хотя основная часть дефектов входит в статансамбли, характеризуемые значительными вероятностями  $W$ , иерархические структуры образуют лишь наиболее редко реализуемые из них.

Какаясь распределения энергий  $E$  кластеров состояний дефектной структуры, отметим, что оно носит квазигиббсовский вид, отражающий независимость в разбросе значений  $E$ . Однако если для минимального кластера, отвечающего максимальному перекрытию  $q = 1$ , имеем чисто гиббсовское распределение  $n_1(E) = \exp[-(E - \Phi)/T]$ , где энергия  $E$  отсчитывается от ТП  $\Phi$ , то с ростом кластера при уменьшении перекрытия  $q < 1$  приходим к неравновесному распределению

$$n_q(E) = \exp[-(1 - y(q))(E - E_q)/T]; \quad (4.14)$$

здесь минимальная энергия кластера  $E_q$  превышает ее термодинамическое значение  $E_1 = \Phi$  [41].

Охарактеризовав распределение кластеров статансамблей дефектов, возвратимся теперь к описанию распределения самих СЕ, образующих эти ансамбли в процессе ПД. Это означает, что требуется, с одной стороны, найти распределение  $F(\dot{\epsilon})$  скорости деформации  $\dot{\epsilon}$ , а с другой — распределение  $N_q(\tau)$  поля напряжений  $\tau$ , действующих на дефект в кластере с перекрытием, превышающим  $q$  [42]. Узлы  $l$ , в которых поле  $\tau_l$  принимает значения в интервале от  $\tau$  до  $\tau + \Delta\tau$ , образуют ячейку  $C_\tau$ , объем которой при заданном уровне  $q$  перекрытия ансамблей СЕ составляет  $|C_\tau| = NN_q(\tau)\Delta\tau$ . В этой ячейке ансамбли с перекрытием, превышающим заданную величину  $q$ , ведут себя независимым образом и характеризуются одинаковыми распределениями

$$F_q(\dot{\epsilon}, \tau) = \frac{1}{|C_\tau|} \sum_{l \in C_\tau} \delta(\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_l^i). \quad (4.15)$$

Через них выражается искомое распределение величины ПД:

$$F(\dot{\epsilon}) = \int N_q(\tau) F_q(\dot{\epsilon}, \tau) d\tau. \quad (4.16)$$

Полная величина  $\dot{\epsilon}$  скорости ПД и параметр перекрытия  $q$  выражается через значение  $\dot{\epsilon}_q(\tau)$  ПД в кластере с перекрытием  $q$  и полем  $\tau$ :

$$\dot{\epsilon} = \int F(\dot{\epsilon}) \dot{\epsilon} d\dot{\epsilon} = \int N_q(\tau) \dot{\epsilon}_q(\tau) d\tau, \quad (4.17)$$

$$q = \dot{\epsilon}_{\max}^{-2} \int N_q(\tau) \dot{\epsilon}_q^2(\tau) d\tau, \quad (4.18)$$

$$\dot{\epsilon}_q(\tau) = \int F_q(\dot{\epsilon}, \tau) \dot{\epsilon} d\dot{\epsilon}. \quad (4.19)$$

Как уже отмечалось, условное распределение (4.15) представляет вклад в ПД, даваемый дефектами в поле  $\tau$  в кластерах состояний с перекрытием не ниже уровня  $q$ . Выделение таких кластеров связано с тем обстоятельством, что в них можно использовать обычные представления [1 — 3] о процессе ПД (например, для удельной скорости ПД в (4.7) верно соотношение  $\dot{\epsilon}^\alpha = b\rho^\alpha v^\alpha$  для дислокаций с плотностью  $\rho^\alpha$ , вектором Бюргера  $b$  и скоростью  $v^\alpha$ ). Равенство (4.16) позволяет, зная распределение  $N_q(\tau)$  кластеров по значениям поля  $\tau$ , перейти от условного распределения ПД  $F_q(\dot{\epsilon}, \tau)$  к полному  $F(\dot{\epsilon})$ . Их различие состоит в том, что последнее в качестве момента первого порядка (4.17) дает полную скорость ПД  $\dot{\epsilon}$ , тогда как первое — вклад  $\dot{\epsilon}_q(\tau)$ , обусловленный кластерами в поле  $\tau$  с перекрытием  $q$  (см. (4.19)). При известном распределении поля  $N_q(\tau)$  удельная скорость ПД  $\dot{\epsilon}_q(\tau)$  позволяет найти величины  $\dot{\epsilon}$ ,  $q$  согласно (4.17), (4.18).

Что касается самой функции  $N_q(\tau)$ , то при заданном разбросе во взаимодействии СЕ она может быть определена методом [48], развитым для аморфных твердых растворов. Суть метода, являющегося естественным обобщением стандартной теории среднего поля, состоит в том, что устанавливается связь не между самим полем  $\tau$  и параметром взаимодействия СЕ, а между их функциями распределения [44].

Опишем теперь эволюцию иерархического ансамбля дефектов. С этой целью учтем, что при переходе к более высокому уровню перекрытия  $q' > q$  ячейка  $C_\tau$  дробится на части  $C_{\tau\tau'}$ . Вероятность попадания узла  $l$  в подъячейку  $C_{\tau\tau'}$

$$\frac{|C_{\tau\tau'}|}{|C_\tau|} = G_{qq'}(\tau, \tau') \Delta\tau' \quad (4.20)$$

задает связь распределений ПД в ячейке и подъячейке:

$$F_q(\dot{\epsilon}, \tau) = \int G_{qq'}(\tau, \tau') F_{q'}(\dot{\epsilon}, \tau') d\tau', \quad (4.21)$$

объем которой составляет

$$|C_{\tau'}| = N \Delta\tau' \int N_q(\tau) G_{qq'}(\tau, \tau') d\tau. \quad (4.22)$$

Знание оператора  $G_{qq'}(\tau, \tau')$  эволюции иерархизованной дефектной структуры дает полную информацию о распределении кластеров состояний:

$$N_q(\tau) = G_{0q}(0, \tau), \quad (4.23)$$

$$F_q(\dot{\epsilon}, \tau) = \int G_{q1}(\tau, \tau') \delta[\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_{\max} \text{th}(\tau'/T)] d\tau', \quad (4.24)$$

$$\dot{\epsilon}_q(\tau) = \dot{\epsilon}_{\max} \int G_{q1}(\tau, \tau') \text{th}(\tau'/T) d\tau'. \quad (4.25)$$

Согласно (4.23) задание функции  $N_q(\tau)$  распределения поля в кластерах эквивалентно определению эволюции из набора изолированных ансамблей в

кластер, характеризуемый перекрытием  $q$  и полем  $\tau$ . Наличие присущего обычной теории поля множителя  $\text{th}(\tau/T)$  в (4.24), (4.25) означает, что в кластере с максимальным перекрытием  $q = 1$  реализуется чистый статистический ансамбль, в котором скорость ПД определяется стандартным условием самосогласования [49]

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_{\max} \text{th}[(\eta \dot{\epsilon} + \tau)/T], \quad (4.26)$$

где  $\eta$  — сдвиговая вязкость,  $\dot{\epsilon}_{\max}$  — предельное значение скорости ПД, обеспечиваемое данным структурным уровнем. Соотношение (4.24) означает, что удельная функция распределения  $F_q(\dot{\epsilon}, \tau)$  получается размытием  $\delta$ -образного распределения, отвечающего условию (4.26), при переходе от чистого статансамбля к набору кластеров, характеризуемому уровнем перекрытия не ниже  $q$ . Согласно (4.25) при этом скорость ПД трансформируется из величины (4.26) в удельное значение  $\dot{\epsilon}_q(\tau)$ ; обеспечиваемое вкладом указанного набора кластеров.

Таким образом, знание оператора  $G_{qq'}(\tau, \tau')$ , представляющего эволюцию иерархизованной дефектной структуры, позволяет полностью описать обеспечиваемый этой эволюцией процесс ПД. При этом сама перестройка структуры представляется как марковский процесс диффузии на дереве Кейли [42]. Это означает, в частности, что бинарный оператор эволюции дает распределение по произвольному  $n \geq 2$  числу кластеров, содержащих  $m \geq n$  ансамблей:

$$F_{q_1 q_2 \dots q_n}(\dot{\epsilon}^1, \dot{\epsilon}^2, \dots, \dot{\epsilon}^m) = \prod_{\alpha=1}^m \int d\tau_\alpha G_{q_{\alpha-1} q_\alpha}(\tau_{\alpha-1}, \tau_\alpha) F_{q_\alpha}(\dot{\epsilon}^\alpha, \tau_\alpha), \quad (4.27)$$

где  $q_0 = 0$ ,  $G_{qq'}(\tau, \tau') = \delta(\tau - \tau')$ , параметр  $q_\alpha$  задает перекрытие состояний  $\alpha, \alpha + 1$  (поскольку некоторые пары состояний могут иметь одинаковые перекрытия  $q_\alpha$ , то их число  $n$  может быть меньше числа ансамблей  $m$ ).

Если дефектная структура является многоуровневой, то отвечающее ей дискретное ультраметрическое пространство (дерево Кейли) можно считать континуальным, а переходы между уровнями непрерывными. Тогда оператор эволюции определяется уравнением Фоккера—Планка [42]

$$C^{-2} \frac{\partial G}{\partial q} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial \tau^2} + \frac{\partial \ln Z}{\partial \tau} \frac{\partial G}{\partial \tau}, \quad (4.28)$$

где  $C$  — эффективный модуль среды с дефектами, роль времени и координаты играют параметр перекрытия  $q$  и поле  $\tau$ , вспомогательная функция  $Z = Z_q(\tau)$  удовлетворяет уравнению

$$C^{-2} \frac{\partial Z}{\partial q} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Z}{\partial \tau^2} + \frac{N_q(\tau)}{1 - y(q)} Z \ln Z \quad (4.29)$$

с начальным условием  $Z_1(\tau) = \text{th}(\tau/C)$ . Однако если число структурных уровней невелико, то переходы между ними приобретают дискретный характер, и вместо дифференциального уравнения (4.28) следует использовать более сложное кинетическое уравнение [50]

$$\frac{\partial G_{q_0 q}(\tau_0, \tau)}{\partial q} = \int (G_{q_0 q}(\tau_0, \tau') w(\tau', \tau) - G_{q_0 q}(\tau_0, \tau) w(\tau, \tau')) d\tau', \quad (4.30)$$

где  $w(\tau, \tau')$  — вероятность изменения поля от значения  $\tau$  до  $\tau'$  при единичном изменении перекрытия  $q$ . Таким образом, для описания процесса ПД при малом числе уровней следует знать вероятность  $w(\tau, \tau')$  их иерархического объединения. Определение зависимости  $w(\tau, \tau')$  требует рассмотрения конкретных моделей (типа выстраивания дислокаций в стенки, дисклинационные образования и т.д. [3 — 6]).

Решение уравнений (4.28) — (4.30) дает, в принципе, полное описание иерархически соподчиненной дефектной структуры. Однако при этом остаются открытыми вопросы о дефекте модуля [1 — 3] и зависимости скорости макродеформации  $\dot{\epsilon}$  от внешних условий. Кроме того, требуют исследования обусловленные неэргодичностью эффекты структурной памяти. Выполнение такой программы в рамках единого подхода возможно только на основе микроскопической теории, изложенной в разделе 4.4. При этом охватываются как термодинамические, так и кинетические особенности поведения дефектной структуры. Однако если требуется описать только процессы структурной релаксации, то достаточно воспользоваться феноменологической версией фрактальной теории, приведенной в следующем разделе.

### 4.3. Феноменологическая теория релаксации дефектной структуры

Как показывает анализ, проведенный в разделе 4.2, пространственно-временное поведение дефектной структуры в режиме ползучести представляется коррелятором

$$S(\mathbf{r}, t) = \sum_{\alpha\beta} w_{\alpha} w_{\beta} S_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t), \quad S_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t) = \langle \dot{\epsilon}^{\alpha}(\mathbf{r}, t) \dot{\epsilon}^{\beta}(\mathbf{0}, 0) \rangle, \quad (4.31)$$

вид которого следует из (4.7). Коррелятор  $S_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t)$  чистых состояний представляется динамической составляющей  $S_{\alpha\beta}^0(\mathbf{r}, t)$ , отвечающей процессам, протекающим за микроскопические времена  $t_0 \sim t_{p,\tau}$ , и релаксационным вкладом  $\tilde{S}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t)$ , носящим дебаевский характер:

$$S_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t) = S^0(\mathbf{r}) \delta_{\alpha\beta} \delta(t) + \tilde{S}_{\alpha}(\mathbf{r}) \exp(-t/t_{\alpha\beta}), \quad (4.32)$$

$$S^0(\mathbf{r}) = \dot{\epsilon}(\mathbf{r}, t_0) \dot{\epsilon}(\mathbf{0}, 0), \quad \tilde{S}_{\alpha}(\mathbf{r}) = \langle \dot{\epsilon}^{\alpha}(\mathbf{r}, t_0) \dot{\epsilon}^{\alpha}(\mathbf{0}, t_0) \rangle;$$

здесь учтено, что на микроскопических временах  $t \leq t_0$  не сказываются статистические эффекты, а в момент  $t = t_0$  коррелируют лишь величины  $\dot{\epsilon}^{\alpha}$ , относящиеся к одному чистому состоянию. Время  $t_{\alpha\beta}$  объединения ансамблей  $\alpha, \beta$  определяется расстоянием  $d = d_{\alpha\beta}$  между состояниями  $\alpha, \beta$  в ультраметрическом пространстве. Принимая его однородным<sup>(4\*)</sup> и переходя к фурье-образу по координате  $\mathbf{r}$ , из (4.31) и (4.32) получаем

$$\tilde{S}_{\mathbf{k}}(t) = \tilde{S}_{\mathbf{k}} \int w(d) \exp(-t/t(d)) dd, \quad (4.33)$$

$$\tilde{S}_{\mathbf{k}} = \sum_{\alpha} w_{\alpha} \tilde{S}_{\alpha}(\mathbf{k}), \quad \tilde{S}_{\alpha}(\mathbf{k}) = \int d^3r \tilde{S}_{\alpha}(\mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}. \quad (4.34)$$

Из определения (4.9) следует, что использованный коррелятор (4.31) пред-

ставляет первый момент функции  $P(q)$  распределения перекрытий ансамблей. Стохастический характер последней означает, что и коррелятор  $\tilde{S}_k(t)$  носит случайный характер. Как и в спиновых стеклах [43], он обусловлен нерегулярностью пространственного распределения дефектов, приводящий к разбросу энергий их взаимодействия (фрустрированию связей, обуславливающему потерю эргодичности).

Для нахождения явного вида зависимости  $\tilde{S}_k(t)$  в (4.33) требуется найти распределения  $w(d)$ ,  $t(d)$  по расстояниям  $d$  в ультраметрическом пространстве (величина  $d$  представляется числом шагов до общего предка по уровням дерева Кейли на рис. 1,б и задает степень иерархической связи). Определение зависимостей  $w(d)$ ,  $t(d)$  приводит к самостоятельной задаче, и далее мы ограничимся исследованием возможных видов временной зависимости  $\tilde{S}_k(t)$  при различных допустимых мажорантах распределений  $w(d)$ ,  $t(d)$ .

Время релаксации задается при данной температуре  $T$  высотой потенциального рельефа  $U(d)$  согласно аррениусовскому соотношению

$$t(d) = t_0 \exp(U(d)/T), \quad (4.35)$$

где  $t_0$  — макроскопическое (дебаевское) время. Поскольку рост степени иерархической связи отвечает уменьшению расстояния  $d$ , с одной стороны, и поля  $U$ , с другой, то можно заключить, что зависимость  $U(d)$  должна носить монотонно возрастающий характер. Ее вид легко определить в термодинамическом пределе  $l_{i+1}/l_i \rightarrow \infty$ , когда число СЕ, образующих дефект, достаточно велико. При этом один шаг по уровням дерева Кейли, отвечающий однократному объединению  $m$  кластеров, приведет к увеличению  $U$  в  $m$  раз. Расстоянию  $d$  отвечают  $n$  шагов, с которыми связано изменение потенциального рельефа  $\Delta U \sim Qm^n \propto \exp(n \ln m) = \exp(\text{const} \cdot d)$ . Таким образом, в термодинамическом пределе реализуется наиболее выраженная экспоненциальная зависимость  $U(d)$  потенциального рельефа в ультраметрическом пространстве. При малых размерах кластеров и значительном вкладе упругих напряжений величина  $U$  с ростом объема кластера увеличивается гораздо медленнее, в соответствии с чем зависимость  $U(d)$  будет слабее экспоненциальной. Аппроксимируем ее далее функциями

$$U_l(d) = Q \ln(d/d_0), \quad U_p(d) = Qd^a, \quad U_e(d) = Q \exp(d/d_0), \quad (4.36)$$

где постоянные  $Q$ ,  $d_0$ ,  $a$  определяются параметрами состояния  $T$ ,  $\hat{\sigma}_{\text{ext}}$ .

Функция распределения  $w(d) \equiv w_\alpha$  по состояниям  $\alpha$ , отвечающим разным точкам ультраметрического пространства, задает глубину иерархической связи дефектной структуры. Так, в случае  $w(d) = \delta(d)$  в разложении (4.7) реализуется только одно состояние, отвечающее единственному ансамблю, — иерархическая связь отсутствует. При быстром спадании зависимости  $w(d)$  степень такой связи невелика, при медленном ее роль усиливается. Мажорируя слабую иерархичность экспонентой, а сильную степенной функцией, имеем

$$w_w(d) \propto \exp(-d/\Delta), \quad w_s(d) \propto d^{-D}, \quad (4.37)$$

где  $\Delta$  и  $D$  — параметры, первый из которых представляет глубину иерархической связи, а второй — фрактальную размерность, заключенную в пределах от 0 до 1.



Подставляя в (4.33), (4.35) зависимости (4.36), (4.37), методом перевала находим асимптотики  $t \rightarrow \infty$ , представленные в табл. I. При плавном степенном распределении  $w_s(d)$  в ультраметрическом пространстве логарифмическое нарастание  $U_f(d)$  высоты фрактального рельефа дает степенное спадание коррелятора (4.33), степенное нарастание рельефа  $U_p(d)$  приводит к более медленной логарифмической зависимости  $\tilde{S}_k(t)$  и, наконец, экспоненциальное распределение  $U_c(d)$  дает двойную логарифмическую зависимость  $\tilde{S}_k(t)$ . Соответственно при быстро спадающем экспоненциальном распределении  $w_w(d)$  имеем последовательно закон Колерауша [51], квазистепенное и логарифмическое спадание. Согласно [52] такая ситуация, по-видимому, не зависит от ветвимости дерева Кейли и сохраняется при случайном ветвлении. Характерно, что при степенном и экспоненциальном нарастании высоты фрактального рельефа максимальное значение коррелятора  $\tilde{S}_k(t) \sim 1$  удерживается при температурах ниже значения

$$T_f(t) \leq Q/\ln(t/t_0). \quad (4.38)$$

Таблица I. Возможные асимптотики  $t \rightarrow \infty$  коррелятора  $\tilde{S}_k(t)$

$\tilde{S}_k(t)$	$U_f(d)$	$U_p(d)$	$U_c(d)$
$w_w(d)$	$e^{-t^\beta}, \beta = \left(1 + \frac{Q}{T}\right)^{-1}$	$\exp\left[-\left(\frac{T}{Q} \ln \frac{t}{t_0}\right)^{1/\Delta}\right]$	$\left(\frac{T}{Q} \ln \frac{t}{t_0}\right)^{-d_0/\Delta}$
$w_s(d)$	$t^{-\gamma}, \gamma = \frac{DT}{Q}$	$\left(\frac{T}{Q} \ln \frac{t}{t_0}\right)^{-D/\Delta}$	$\left[d_0 \ln \left(\frac{T}{Q} \ln \frac{t}{t_0}\right)\right]^{-D}$

Следует иметь в виду, что интегрирование по  $d$  в (4.33) ограничено снизу минимальной величиной  $d_m$ , задаваемой условием  $U(d) = U_m$  преодоления минимального потенциального барьера  $U_m$  (в спиновых стеклах  $U_m = T$ ). При нахождении асимптотик коррелятора  $\tilde{S}_k(t)$ , указанных в табл. I, подразумевалось, что положение  $d^0$  максимума подэкспоненциального выражения в интеграле (4.33) удовлетворяет условию  $d^0 \gg d_m$ . Поскольку согласно (4.35) — (4.37) величина  $d^0(t)$  монотонно нарастает со временем, то это условие приводит к минимальному времени  $t_m$ , начиная с которого сказываются эффекты релаксации: при  $t < t_m$  имеем установившуюся ПД величиной  $E = \int S^0(t) dt = S^0$ , а при  $t \gg t_m$  скорость ПД релаксирует согласно асимптотикам, приведенным в табл. I. Аналитическое выражение нижнего порога релаксации возможно лишь при логарифмическом фрактальном рельефе  $U_f(d)$ :

$$\frac{t_m}{t_0} = A \exp\left(\frac{U_m}{T}\right), \quad A_w = \frac{d_0}{\Delta} \frac{T}{Q}, \quad B_w = 1 + \frac{T}{Q}, \quad A_s = D \frac{T}{Q}, \quad B_s = 1, \quad (4.39)$$

где индексы  $w, s$  отмечают слабо и сильно иерархизованные системы. При переходе к более быстро нарастающим распределениям  $U(d)$  зависимость времени  $t_m$  от высоты порога  $U_m$  становится еще более сильной. Это означает,

что если за микроскопическое время образуются макроскопические комплексы дефектов, отвечающие быстрому нарастанию фрактального рельефа  $U(d)$ , то даже при относительно небольших значениях минимальной высоты рельефа  $U_m$  время  $t_m$  установления иерархической связи дефектной структуры будет очень велико. Такая ситуация имеет место при эволюции мартенситной макроструктуры [15].

Следует также иметь в виду, что критическое замедление процесса релаксации дефектной структуры проявляется лишь до некоторого максимального момента  $t_m$ , а при  $t \gg t_m$  реализуется дебаевская зависимость  $S_k(t) \sim \exp(-t/t_m)$ . Физическая причина указанного замедления обусловлена тем, что за данное время  $t_m$  нарушается иерархическая связь на расстоянии  $d_m$ , задаваемом условием  $w(d_m) = t_0/t_m$ . Это приводив к преодолению фрактального рельефа высотой, ограниченной значением  $U_m = U(d_m)$ . С учетом конкретного вида (4.36), (4.37) зависимостей  $U(d)$ ,  $w(d)$  для максимального времени релаксации структуры  $t_m$  находим выражение, указанное в табл. II. Обращает на себя внимание, что при прочих равных условиях величина  $t_m$  возрастает при переходе к менее выраженным зависимостям  $U(d)$ . Поскольку экспоненциальное нарастание  $U_e(d)$  отвечает росту величины  $U$  пропорционально объему, а переход к  $U_p(d)$  и  $U_f(d)$  связан с учетом неоднородности и дальнего действия, то это означает обусловленный ими рост времени стабилизации дефектной структуры. С другой стороны, как показывает сравнение различных строк табл. II, ослабление иерархической соподчиненности приводит к усилению зависимости времени  $t_m$  от внешних условий, определяющих параметры  $Q$ ,  $d_0$ ,  $a$  фрактального рельефа. Принимая их зависимость от температуры в простейшем виде  $Q \propto T - T_0$ ;  $T_0$ ,  $d_0$ ,  $a = \text{const}$ , нетрудно убедиться, что зависимость  $t_m(T)$  приобретает вид аппроксимации Фогеля—Фулчера [44] при логарифмическом распределении рельефа  $U_f(d)$  в сильно иерархических системах и при степенном — для слабо иерархических. В общем случае зависимость  $t_m(T)$  может принимать также степенной и логарифмический вид.

Таблица II. Время стабилизации дефектной структуры  $t_m$

$t_m$	$U_f(d)$	$U_p(d)$	$U_e(d)$
$w_w(d)$	$t_0 \exp \left( \frac{d_0}{\Delta} \exp \frac{U_M}{Q} \right)$	$t_0 \exp \left[ \frac{1}{\Delta} \exp \left( \frac{U_M}{Q} \right)^{1/a} \right]$	$t_0 \left( \frac{U_M}{Q} \right)^{d_0/\Delta}$
$w_s(d)$	$t_0 d_0^D \exp \frac{DU_M}{Q}$	$t_0 \left( \frac{U_M}{Q} \right)^{D/a}$	$t_0 d_0^D \left( \ln \frac{U_M}{Q} \right)^D$

Приступая к интерпретации полученных данных, отметим прежде всего, что в рассматриваемом случае фрактальный характер потенциального рельефа в пространстве состояний обусловлен наличием объемных и тепловых эффектов превращения структуры, с одной стороны, и малостью энергии неоднородности, с другой. Действительно, в указанных условиях реализация структурного превращения в минимальном закритическом объеме приводит к локальному возрастанию плотности энергии, что и означает наличие минимального барьера в потенциальном рельефе. Малость энергии неоднородности обуславливает поэтапный рост кластеров дефектной структуры: им выгоднее

расти не за счет смещения границы, как это бывает при обычных фазовых превращениях первого рода, а установлением корреляции отдельных кластеров. Естественно, что этот процесс сопровождается большими объемным и тепловым эффектами и, следовательно, отвечает заполнению более глубоких минимумов фрактального потенциального рельефа.

Что касается влияния иерархической соподчиненности, то из сравнения разных строк табл. I и II видно, что при прочих равных условиях сильно иерархические системы обнаруживают более замедленную кинетику, чем системы со слабой иерархией. Так, практически полная стабилизация дефектной структуры наблюдается в сильно иерархических системах с экспоненциальным нарастанием высоты рельефа  $U(d)$ . Если последнее обеспечивается за счет макроскопического размера кластера дефектов, то сильная иерархическая зависимость реализуется при наличии дальнедействующих сил. Отсюда видно, что включение структурных уровней, отвечающих возрастающим значениям характерного масштаба  $l_j$ , способствует усилению иерархической соподчиненности в поведении дефектной структуры и, следовательно, ее стабилизации.

Если указанные условия не выполняются, то с течением времени наблюдается перестройка структуры. Для выяснения характерных времен рассмотрим распределение высот фрактального рельефа, отвечающих набору элементов, разрешимых в данном эксперименте. Пусть оно задается последовательностью  $U_1 < U_2 < \dots < U_n$ . Тогда за микроскопическое время  $\sim t_0$  атермически образуется элемент структуры, характеризуемый наибольшим значением  $U_l$ , удовлетворяющим условию  $U_l \leq T$ . Он будет существовать до момента времени  $t_{l+1} = t_0 \exp(U_{l+1}/T)$ , пока термofлуктуационно не образуется следующий в иерархическом ряду элемент дефектной структуры. В результате длительность  $\Delta t_l = t_{l+1} - t_l$  существования данного элемента структуры определяется равенством

$$\Delta t_l / t_l = \exp[(U_{l+1} - U_l)/T] - 1. \quad (4.40)$$

Присоотношении  $U_{l+1}/U_l \approx 50$ ,  $U_l/T \sim 1$  на первом макроскопическом уровне ( $t_l \sim t_0 \sim 10^{-13}$  с) имеем характерное время  $\Delta t_l$  стабилизации макроструктуры порядка нескольких десятков лет.

Рассмотрим теперь особенности развитой схемы применительно к описанию процесса ползучести твердого тела [17]. Здесь при определенных условиях (см. ниже) некоторые типы дефектов (дислокации, вакансии и др.) могут давать вклад в ползучесть независимо от других. На зависимости ТП от конфигурационной координаты (см. рис. 6) это выражается в наличии минимумов, отделенных от исходного состояния  $i$  барьером большой высоты  $Q_l$ ,  $l = 1, 2, \dots$ . Соответственно ультраметрическое пространство изображается сильно неоднородным деревом Кейли, ветвимость которого зануляется при расстояниях  $d_l$ , задаваемых условием  $\Phi(d) = Q_l$ . Это означает, что плотность вероятности  $w(d)$  распределения расстояний в ультраметрическом пространстве приобретает  $\delta$ -образные особенности:

$$w(d) = w_0(d) + \sum_l w_l \delta(d - d_l), \quad (4.41)$$

где  $w_0(d)$  — плавная зависимость, отвечающая однородному распределению типа (4.37). При данной температуре  $T$  атермически проявляются только те

особенности, которые удовлетворяют условию  $Q_l < T$ . В результате атермическая компонента коррелятора потоков дефектов принимает вид

$$S = S_0 + \sum_l' S_l, \quad S_0 = \int_0^{d(T)} w_0(d) S(d) dd, \quad S_l = w_l S(d), \quad (4.42)$$

где зависимость  $S(d)$  отвечает  $\tilde{S}_\alpha(k)$  в (4.34), штрих означает, что суммирование проводится при условии  $Q_l < T$  (или, эквивалентно,  $d_l < d(T)$ ). Монотонно изменяющуюся составляющую  $S_0$  можно переписать следующим образом:

$$S_0 = S_0^{(0)} + \sum_l' S_0^{(l)}, \quad S_0^{(l)} = \int_{Q_l}^{Q_{l+1}} w_0(d) S(d) dd. \quad (4.43)$$

Нулевое слагаемое  $S_0^{(0)}$ , отвечающее исходному минимуму ТП  $i$ , для потоков зануляется по определению, остальные перенормируют величины  $S_l$ . Принимая эту перенормировку проведенной, слагаемое  $S_0$  в (4.42) можно опустить. В результате коррелятор потоков дефектов принимает окончательно вид

$$S(t) = \sum_l' S_l + \tilde{S}(t), \quad (4.44)$$

где постоянные атермические слагаемые  $S_l$  определяются последней формулой (4.42), переменная составляющая  $\tilde{S}(t)$  — выражением (4.33).

Характерная особенность атермических слагаемых  $S_l$  состоит в их постепенном включении с ростом температуры: так, при  $T < Q_1$  все члены  $S_l = 0$ , и в интервале  $Q_1 < T < Q_2$  имеем одно ненулевое слагаемое  $S_1$ ; в общем случае  $Q_l < T < Q_{l+1}$  отличны от нуля слагаемые от  $S_1$  до  $S_l$ . Перенормировка слагаемых  $S_l$  добавками  $S_0^{(l)}$  обуславливает их зависимость от величин  $T, \hat{\sigma}_{\text{ext}}$ . Поскольку с ростом температуры и уменьшением напряжений ТП в зависимости от конфигурационной координаты сглаживается (см. рис. 1, а, 5), то распределение  $w_0(d)$  сужается и слагаемые  $S_0^{(l)}$  возрастают. Таким образом, можно заключить, что атермические слагаемые  $S_l$  возрастают при увеличении температуры и уменьшении напряжений.

При интерпретации временной зависимости  $S(t)$  коррелятора потоков дефектов (4.31) следует исходить из того факта, что соответствующая зависимость  $\dot{\mathcal{E}}(t)$  скорости макродеформации определяется условной вероятностью иметь дефектам поток  $j(t) = \dot{\mathcal{E}}(t)$  в момент  $t$ , если в начальный момент  $t = 0$  он составлял  $j(0)$ . Иными словами, с точностью до несущественного множителя мы полагаем совпадающими коррелятор  $S(t)$  и скорость ползучести  $\dot{\mathcal{E}}(t)$ . Согласно [45] величина последней представляется суммой

$$\dot{\mathcal{E}}(t) = K + \delta \dot{\mathcal{E}}(t), \quad (4.45)$$

постоянное слагаемое  $K$  которой характеризует установившуюся ползучесть, а спадающий вклад  $\delta \dot{\mathcal{E}}(t)$  — неустановившуюся. Сравнивая определение (4.45)

с основным нашим результатом (4.44), для скорости установившейся ползучести находим

$$K = \sum_l K_l, \quad K_l = S_l \theta(T - Q_l), \quad (4.46)$$

где величина  $S_l = S_l(T, \hat{\sigma}_{ext})$  монотонно возрастает с температурой и напряжением (см. гл. IV в [45]),  $Q_l = Q_l(\hat{\sigma}_{ext})$  — спадающая зависимость (см. раздел 4.1),  $\theta(x) = 0$  при  $x < 0$  и  $\theta(x) = 1$  при  $x > 0$ . Неустановившаяся ползучесть  $\delta \dot{\epsilon}(t)$  асимптотически представляется зависимостями, приведенными в табл. I.

Развитая картина позволяет сопоставить различным режимам ползучести диаграмму, показанную на рис. 7. Установившаяся ползучесть, отвечающая атермическому преодолению барьеров  $Q_l$ , реализуется при высоких температурах ( $T > Q_l$ ). Поскольку на опыте [45] с ростом температуры первым появляется дислокационный механизм установившейся ползучести, а затем (вблизи плавления) вакансионный, то можно заключить, что  $Q_d < Q_p$  (см.

рис. 5) ( $S^*$ ). Вместе с тем не следует думать, что в установившуюся ползучесть не дают вклад другие механизмы — зернограничный, движения зерна как целого и т.д. Действительно, при наложении достаточно высоких напряжении в первую очередь реализуются наиболее эффективные механизмы ползучести: сначала смещение макроскопических объемов, затем конгломератов зерен, их границ, дисклиний, дислокаций и, наконец, точечных дефектов [4 — 7]. В рамках нашей схемы это означает, что с ростом температуры в указанной последовательности преодолеваются барьеры  $Q_l$ , т.е. наиболее низким из них обладают макрообъемы, затем конгломераты зерен, отдельные зерна и т.д. Соответственно при смещении к вершине дерева Кейли сначала отделяется ветвь макрообъемов, затем ветви конгломератов зерен, отдельных зерен и т.д. То, что в экспериментах [45] проявились только два из этих механизмов, указывает на интенсивность их вклада  $S_l$  в установившуюся ползучесть: очевидно, вклад движения макрообъемов меньше, чем для конгломератов зерен, соответственно для последних он меньше, чем для отдельных зерен, и т.д. Иными словами, в иерархии механизмов установившейся ползучести наблюдается следующее соответствие: чем больше величина  $Q_l$  в ряду возможных барьеров, тем меньше соответствующий вклад  $S_l$  в скорость ползучести (сложные носители пластической деформации для включения в процесс ползучести требуют преодоления малого барьера  $Q_l$ , но обладают малой подвижностью  $S_l$ ). Указанная зависимость подтверждается при расчете величин  $S_l$  применительно к конкретным механизмам ПД. Так, в зависимости от напряжения

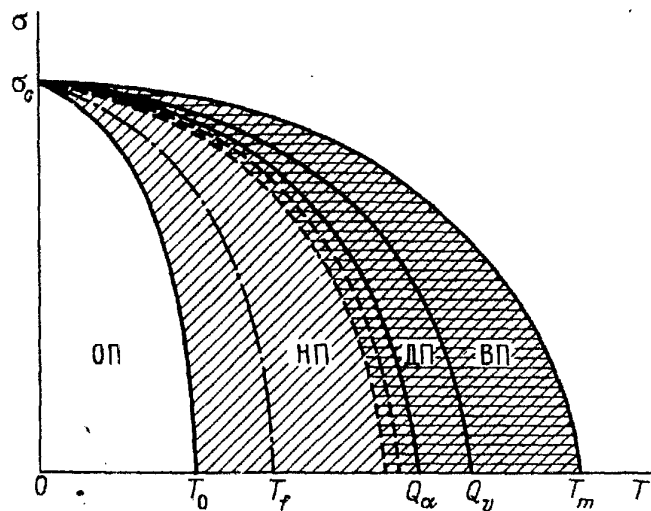


Рис. 7. Диаграмма ползучести. ОП, ЛП, ДП, ВП — области обратимой, необратимой, дислокационной и вакансионной ползучестей. Наклонной штриховкой отмечена область неустановившейся ползучести, горизонтальной — установившейся

$\sigma$  для дислокаций в поле "своих" точечных дефектов (вакансий) получено  $S_1 \propto \sigma^{4.5}$ , при замене вакансий атомами примеси имеем  $S_2 \propto \sigma^3$  и, наконец, в случае чисто вакансионного механизма  $S_3 \propto \sigma$  [45]. Поскольку полученные соотношения представляют первые члены ряда по малой величине  $\sigma/\mu$ , то можно заключить, что при данном значении  $\sigma$  имеем  $S_1 < S_2 < S_3$ .

Что касается неустановившейся ползучести, то из табл. I зависимостей  $\tilde{S}(t)$  видно, что отвечающая логарифмической ползучести асимптотика  $\delta \dot{\mathcal{E}}(t) \propto \tilde{S}(t) \propto t^{-1}$  может реализоваться только при логарифмически медленном нарастании высоты фрактального рельефа в сильно иерархических системах и при степенном — в слабо иерархических. По-видимому, система дефектов является слабо иерархической: так, поведение зерна как целого обуславливается поведением его границ, но практически нечувствительно к перераспределению дислокаций и точечных дефектов, действие которых опосредовано через границы [45]. Кроме того, выше было показано, что экспоненциальному нарастанию  $\Phi_c(d)$  высоты рельефа в ультраметрическом пространстве отвечает линейное увеличение ТП с объемом реального геометрического. Таким образом, только в том случае, если носитель ПД проявляет себя как термодинамическая фаза, ему можно сопоставить зависимость  $\Phi_c(d)$ . Очевидно, такая ситуация реализуется начиная с зерен, а наблюдаемые на опыте [45] дислокационная и вакансионная ползучести характеризуются степенной зависимостью  $\Phi_p(d)$ . В результате для скорости неустановившейся ползучести получаем

$$\delta \dot{\mathcal{E}}(t) = A \exp \left[ - \left( \frac{T_0 \ln t}{Q} \right)^{1/a} \right], \quad (4.47)$$

где  $A$  — некоторая постоянная, характерная высота рельефа  $Q \equiv Q_1$  монотонно спадает с ростом напряжений, температурная зависимость показателя  $a$  аппроксимируется в виде  $a - 1 \propto T - T_0$ . При температурах  $T$  ниже  $T_0$ , когда  $a < 1$ , зависимость (4.47) носит экспоненциальный характер; в точке  $T = T_0$  она становится гиперболической:

$$\delta \dot{\mathcal{E}}(t) = \varepsilon_0 t^{-1}, \quad \varepsilon_0 = A t_0 \exp(-Q/T); \quad (4.48)$$

выше  $T_0$  имеем квазистепенной вид  $\delta \dot{\mathcal{E}}(t) \sim t^{-\gamma}$ , где показатель  $\gamma$  спадает с температурой в интервале от 1 до 0.

Таким образом, температура  $T_0$  играет роль точки, начиная с которой проявляется критическое замедление скорости ползучести. С другой стороны, было выяснено, что выше  $T_0$  такое замедление существенно только до момента  $t_M$ , задаваемого табл. II. В результате получаем следующую картину неустановившейся ползучести. До температуры  $T_0$  существенны только те механизмы ползучести, которые дают экспоненциально быстрое спадание скорости  $\delta \dot{\mathcal{E}}(t)$  (мы отвлекаемся от различия в дебаевском поведении и законе Колерауша). Таким образом, величина  $T_0(\sigma)$  задаст верхнюю границу области обратимой ползучести (см. рис. 7). Выше  $T_0$  задействуются механизмы деформации, характеризующиеся нарастающей скоростью  $\Phi'(d)$  изменения фрактального рельефа. Физически это означает включение в процесс деформации таких связанных комплексов дефектов, которые обуславливают увеличение ТП более быстрое, чем для независимых дефектов. Это приводит к критическому

замедлению скорости ползучести: непосредственно в точке  $T = T_0$  до логарифмического поведения деформации  $\mathcal{E}(t)$  с ростом  $T - T_0$  включаются более медленные механизмы. Такое замедление деформации воспринимается на опыте как полная ее остановка при температурах ниже точки замерзания  $T_f$  даваемой соотношением (4.38). Однако действие указанных механизмов проявляется только до момента, ограниченного временем  $t_m$ . При  $t \gg t_m$  иерархическая связь в поведении различного рода дефектов нарушается, и ползучесть опять убыстряется.

Представленная картина отвечает реализации одной иерархической ветви, когда задействованы лишь состояния исходного минимума ТП  $i$  (см. рис. 6). При температурах  $T > Q_1$  кроме атермических процессов установившейся ползучести, становятся существенными термофлуктуационные процессы, связанные с возбуждением состояний дислокационных, вакансионных и других комплексов. Поскольку каждому из них отвечает своя иерархическая ветвь на дереве Кейли, а следовательно, и свой закон спада коррелятора  $S(t)$ , получаем суперпозицию слагаемых, отвечающих различным параметрам  $a$ . Именно такая ситуация и отвечает экспериментальной [45].

Отметим в заключение следующее важное отличие рассмотренной системы дефектов кристаллического строения и спинового стекла, по аналогии с которым мы провели рассмотрение временной зависимости отклика на внешнее механическое воздействие. Оно связано с тем, что в спиновом стекле роль мельчайших структурных единиц иерархической системы играют спины, полное число которых  $N_0 \sim 10^{23} \text{ см}^{-3}$ , тогда как плотность дефектов  $N \ll N_0$ . Поскольку ползучесть связана с эволюцией дефектов, а не атомов кристалла, то ее особенности определяются поведением ансамбля дефектов. Однако их вклад в термодинамические характеристики в  $N_0/N \gg 1$  раз меньше атомного и практически не обнаружим на фоне атомного. Причина этого состоит, по видимому, в том, что термическое возбуждение воспринимается всей атомной системой твердого тела, а механическое (точнее, его пластическая составляющая) — только дефектами.

#### 4.4. Микроскопическая теория иерархизованной дефектной структуры

Приведем теперь последовательную теоретическую схему, позволяющую единым образом представить эволюцию дефектной структуры в процессе ПД. Согласно анализу, проведенному в разделе 4.2, структурные состояния объединяются в иерархизованную систему кластеров, характеризуемых распределением  $q(y)$  перекрытий (4.8) по вероятностям (4.12). Зависимость  $q(y)$ , определенная методом реплик (см. [43]), имеет вид, показанный на рис. 8. Ее характерная особенность в появлении спадающего участка при образовании иерархической связи в ансамбле дефектов (в отсутствие иерархии  $q(y) = \text{const} \equiv q_1(\hat{\sigma}_{\text{ext}})$ ). Минимальное значение  $q_0 \equiv q(y = 0)$ , отвечающее параметру Эдвардса—Андерсона, определяет степень стабильности дефектной структуры в наименьшем кластере состояний. Минимальное значение  $q_1 \equiv q(y = 1)$ , характеризующее стабильность дефектной структуры как целого, отлично от нуля только в условиях внешнего воздействия [43]. Излагаемая теория описывает, с одной стороны, поведение граничных значений  $q_0, q_1$  в зависимости от внешних условий, а с другой дает его временную зависимость параметра (4.8) в процессе структурной релаксации.

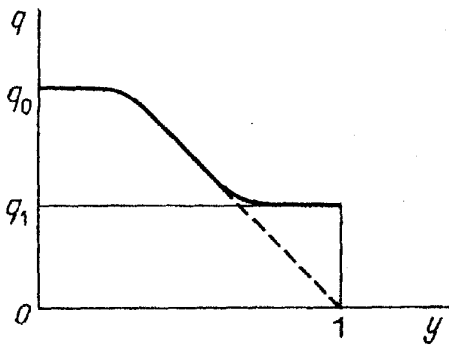


Рис. 8. Зависимость параметра перекрытия от вероятности реализации кластера состояний с данным перекрытием

статической восприимчивостью  $\gamma_1 \equiv \gamma(\omega = 0) = \partial \dot{\mathcal{E}} / \partial \tau \equiv \eta_1^{-1}$ , сводящийся к обратной вязкости, и динамической  $\gamma(t)$ , сводящейся к временному коррелятору скоростей ПД  $\dot{\mathcal{E}}(t)^{(6*)}$ . Исследованные в разделе 4.2 фрактальная структура потенциального рельефа и обусловленное ею разбиение конфигурационного пространства на иерархическую систему кластеров являются причиной различия указанных восприимчивостей. Как и параметр стабильности  $q(y)$ , необратимый отклик  $\Delta(y)$  медленно спадает со временем от максимального значения  $\Delta_0 \equiv \Delta(y = 0)$ , отвечающего разбиению конфигурационного пространства на минимальные кластеры, до минимального значения  $\Delta_1 \equiv \Delta(y = 1) = 0$ , отвечающего объединению всех кластеров. Приведенная в разделе 4.3 феноменологическая теория дает описание медленной релаксации параметра стабильности структуры  $q(t)$ , поскольку исследованный там коррелятор  $\dot{\mathcal{S}}(t)$  представляет первый момент распределения  $P(q)$ , задаваемого равенством (4.9). Если бы в неэргодических системах выполнялась флуктуационно-диссипационная теорема [8], то найденная зависимость  $\dot{\mathcal{S}}(t)$  позволила бы найти и необратимый отклик (4.49). Однако здесь ситуация намного сложнее и требует отдельного рассмотрения [18, 43, 53, 54].

Эффективный гамильтониан дефектной структуры во внешнем поле имеет вид [15, 17]

$$\mathcal{H} = \sum_l \tilde{V}(j_l) - \frac{t_\varepsilon}{2} \sum_{l,m} \mathbf{H}_{lm} j_l j_m - t_\varepsilon \sum_l \tau_l j_l, \quad (4.50)$$

$$\tilde{V}(j) = \frac{A}{2} j^2 + \frac{B}{4} j^4. \quad (4.51)$$

Первое слагаемое в (4.50) представляет "собственный" вклад каждого дефекта, характеризуемого потоком  $\mathbf{j}_l$ , в энергию ПД. Очевидно, он сводится к синергетическому потенциалу, сопряженному с (1.2), и аппроксимируется разложением Ландау (4.51). Второе слагаемое (4.50) описывает неоднородность узельного распределения потока дефектов, третье — действие полей напряжений  $\tau_j$ ;  $j_l = \mathbf{n} \mathbf{j}_l$  — составляющая потока вдоль направления течения  $\mathbf{n}$ . Существенная черта дефектной структуры состоит в нерегулярности, отражающейся в случайном характере параметров  $\mathbf{H}_{lm}$  и поля  $\tau_j$ ; их величины хаоти-

Однако, как уже указывалось, изложенное в разделе 4.2 описание представляется неполным, поскольку оно не содержит параметров, дающих количественное представление неэргодичности системы. В подразумеваемом ниже режиме ползучести роль параметра неэргодичности играет необратимый отклик

$$\Delta \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} \delta\gamma(t),$$

$$\delta\gamma(t) = \gamma_1 - \gamma(t), \quad t_0 \ll t < t_M, \quad (4.49)$$

определяемые по аналогии со спиновым стеклом [18, 43, 53, 54] разностью между



чески распределены по объему образца с моментами

$$\bar{\mathbf{H}} = \overline{\sum_l \mathbf{H}_{lm}}; \quad \mathbf{H}^2 \equiv \overline{\sum_l \mathbf{H}_{lm}^2} = \bar{\mathbf{H}}^2 + \tilde{\mathbf{H}}^2, \quad \tilde{\mathbf{H}}^2 \equiv \overline{\sum_l (\mathbf{H}_{lm} - \bar{\mathbf{H}})^2}; \quad (4.52)$$

$$\bar{\tau} \equiv \overline{\tau_l}; \quad \tau^2 \equiv \overline{\tau^2} = \bar{\tau}^2 + \tilde{\tau}^2, \quad \tilde{\tau}^2 \equiv \overline{(\tau_l - \bar{\tau})^2}, \quad (4.53)$$

где  $\bar{\mathbf{H}}$ ,  $\bar{\tau}$  — средние значения,  $\tilde{\mathbf{H}}$ ,  $\tilde{\tau}$  — дисперсия, черта означает усреднение по объему образца. Для правомерности такого усреднения требуется, чтобы число дефектов  $N \rightarrow \infty$ .

При мгновенном изменении внешних условий эволюция дефектной структуры протекает в две стадии: сначала за микроскопическое время  $t_0 \sim t_p, t_\tau$  образуется определенный тип структуры, отвечающий разбиению конфигурационного пространства на минимальные кластеры, а затем происходит медленная структурная релаксация, связанная с их объединением. Считая заданными начальные  $q_0, \Delta_0$  и конечное  $q_1$  значения параметров структуры, опишем сначала вторую стадию.

Как уже указывалось в разделе 4.1, аналитическое рассмотрение задачи возможно лишь при образовании бесконечно большого числа структурных уровней. В рамках данного предположения будем исходить из уравнения Ланжевена для потоков  $j_l$ . Затем, следуя схеме [18, 54], запишем стохастический функционал и усредним его по разбросу величин  $\mathbf{H}_{lm}$ . В рамках теории среднего поля в эффективном гамильтониане проводится стандартное расщепление, после чего получается уравнение для единственной величины  $\xi(t) \equiv t_\varepsilon j(t)$  в поле флуктуирующих сил  $f(t)$  и самосогласованном поле  $\tau$ :

$$C t_\varepsilon \frac{\partial \xi}{\partial t} - \left( \frac{\mathbf{H}}{t_\varepsilon} \right)^2 \int_{-\infty}^t G(t-t') \xi(t') dt' = - \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \xi} + \tau(t) + f(t), \quad (4.54)$$

$$\overline{\tau(t)\tau(t')} = (\mathbf{H}/t_\varepsilon)^2 S(t-t'), \quad \overline{f(t)f(t')} = 2C^2 t_\varepsilon \delta(t-t'); \quad (4.55)$$

здесь  $C$  — характерная упругая энергия (см. раздел 1), обусловленная внешним воздействием,  $G(t)$  — определенная обычным образом [55] запаздывающая функция Грина,  $S(t) \equiv t_\varepsilon^2 S(\mathbf{k} = 0, t) = \xi_l(t)\xi_l(0)$ . Второе слагаемое в левой части (4.54) введено для учета эффектов памяти, которые приводят к синергетическому потенциалу

$$V_1(\xi) = \tilde{V}(\xi) - \frac{\chi}{2} \left( \frac{\mathbf{H}}{t_\varepsilon} \right)^2 \xi^2, \quad \chi \equiv G(\omega = 0) = \frac{1}{C} S(t = 0), \quad (4.56)$$

где введена восприимчивость  $\chi = \partial \xi / \partial \tau$ , связанная с кинетическими коэффициентами равенствами  $\chi = t_\varepsilon \gamma = t_\varepsilon / \eta$  и сводящаяся к упругой податливости.

В неэргодической области функции  $G(t)$ ,  $S(t)$ ,  $\tau(t)$  приобретают сингулярные добавки  $\tilde{G}(t)$ ,  $\tilde{S}(t)$ ,  $\tilde{\tau}(t)$ , медленно меняющиеся со временем (см. табл. I). При этом в правой части уравнения (4.54) появляется дополнительное поле

$$\Theta(t) = \bar{\tau}(t) + \left(\frac{\mathbf{H}}{t_\varepsilon}\right)^2 \int_{-\infty}^t \tilde{G}(t-t') \xi(t') dt', \quad \overline{\bar{\tau}(t)\bar{\tau}(t')} = \left(\frac{\mathbf{H}}{t_\varepsilon}\right)^2 \tilde{S}(t-t'). \quad (4.57)$$

В адиабатическом приближении, отвечающем медленному изменению поля  $\Theta(t)$  по сравнению с флуктуациями  $\xi(t)$ , вероятностный функционал  $P\{\xi(t)\} \propto \exp(-V_1[\xi(t), t]/C)$  определяется синергетическим потенциалом  $\tilde{V}_1 = V_1 - \Theta\xi$  для модели с непрерывной симметрией и  $\tilde{V}_1 = -\Theta\xi$  — для дискретной модели типа изинговской. Технически удобнее работать с последней [18, 53, 54], которую мы и принимаем.

Далее следует усреднить функционал  $P\{\xi(t)\}$  по разбросу поля напряжений  $\tau_l$ . Поскольку при этом усредняется дробь (знаменатель — нормировочная константа), то следует прибегнуть к методу реплик: поле  $\xi(t)$  заменяем на  $n$  реплик  $\xi_\mu(t)$ ,  $\mu = 1, 2, \dots, n$ , полагая в конце вычислений  $n \rightarrow 0$  [56]. В результате усредненный вероятностный функционал принимает вид [54]

$$\bar{P}\{\xi_\mu(t)\} = \exp \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\mathbf{H}}{C t_\varepsilon} \right)^2 \int \int \frac{dt dt'}{t_\varepsilon^2} \times \right. \\ \left. \times \sum_{\mu\nu} (p(t-t') + q(t-t') \delta_{\mu\nu}) \xi_\mu(t) \xi_\nu(t') \right], \quad (4.58)$$

где введены два типа параметров перекрытия ансамблей

$$p(t-t') = \langle \xi_\mu(t) \xi_\nu(t') \rangle_{\mu \neq \nu} = \overline{\langle \xi(t) \xi(t') \rangle_\xi}^{\bar{\tau}}, \quad (4.59)$$

$$q(t-t') \equiv \frac{C t_\varepsilon}{2} (\tilde{G}(t-t') + \tilde{G}(t'-t)) = \langle \xi_\mu(t) \xi_\mu(t') \rangle - \\ - \langle \xi_\mu(t) \xi_\nu(t') \rangle_{\mu \neq \nu} = \overline{\langle \xi(t) \xi(t') \rangle_\xi} - \overline{\langle \xi(t) \xi(t') \rangle_\xi}^{\bar{\tau}}, \quad (4.60)$$

индексы у знаков усреднения указывают, по каким величинам оно проводится. Согласно последним выражениям в формулах (4.59), (4.60) параметр  $p(t-t')$  характеризует временную корреляцию величин  $\xi(t)$ ,  $\xi(t')$  только за счет разброса внутреннего поля  $\tau_l$ , а параметр  $q(t-t')$  — за счет поля  $\tau_l$  и самих потоков  $\xi_l$ .

Непосредственная реализация процедуры усреднения с функционалом (4.58) представляет сложную задачу и достигается с использованием представлений об иерархической структуре дефектов, изложенных в разделе 4.2. В частности, ультраметрическая топология временного пространства позволяет свести выражение (4.58) к функциональному интегралу

$$\bar{P}\{\xi_\mu(t)\} = \int D\tau(t) F\{\tau(t)\} \exp \left( \frac{1}{C} \int \frac{dt}{t_\varepsilon} \sum_\mu \tau(t) \xi_\mu(t) \right), \quad (4.61)$$

определяемому распределением (4.15), которое, в свою очередь, задается равенством (4.24), содержащим оператор  $G_{qq}(\tau, \tau')$  эволюции иерархической системы дефектов в ультраметрическом пространстве. Подобно тому как для оператора эволюции роль времени играет параметр  $q$ , для функционала  $F\{\tau(t)\} \equiv F_q(\xi, \tau)$  оно сводится к сингулярному времени  $z = z(q) = z(y)$ , мет-

рика которого делает обычное **временное** пространство  $t$  ультраметрическим [18, 54]. Поэтому распределение  $F_z(t)$  подчиняется уравнению Фоккера—Планка, следующему из (4.28) при  $Z = Z_0 \exp[-(\mathbf{H}\Delta'(z)/Cq'(z))\tau\xi]$ :

$$\frac{\partial F}{\partial z} + \nabla J(F) = 0, \quad J(F) = -\mathbf{H}\Delta'(z)F\xi - \frac{q'(z)}{2}\nabla F, \quad \nabla = \frac{\mathbf{H}}{t_\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \tau}. \quad (4.62)$$

В свою очередь, средний поток дефектов  $\xi = \xi(z, \tau)$  также подчиняется уравнению непрерывности типа (4.62) с обобщенным потоком

$$J(\xi) = -\frac{1}{2}\mathbf{H}\Delta'(z)\xi^2 + \frac{q'(z)}{2}\nabla \xi \quad (4.63)$$

и начальным условием  $\xi(z=0, \tau) = \text{th}(\tau/C)$ . Функции  $\Delta'(z)$ ,  $q'(z)$  представляют плотность распределений

$$\Delta(y) = -\int_{1-y}^{\infty} \Delta'(z)dz, \quad q(y) = \int_0^{1-y} q'(z)dz, \quad (4.64)$$

где  $y$  — вероятность (4.12). Они определяются уравнениями  $D(y)\Delta'(y) = 0$ ,  $D(y)q'(y) = 0$ , с ядром [18, 54]

$$D(y) = 1 - \left(\frac{\mathbf{H}}{t_\varepsilon}\right)^2 \left[ 1 + 18 \left(\frac{t_\varepsilon B}{\mathbf{H}}\right)^2 q^2(y) \right] (t_\varepsilon y + \Delta(y))^2, \quad (4.65)$$

$$t_\varepsilon y \equiv \chi(\omega \rightarrow 0) = G(\omega = 0).$$

Условие  $D(y) = 0$  задает точку потери эргодичности. Получающееся уравнение определяет лишь связь величин  $q(y)$  и  $\Delta(y)$ , но не фиксирует их при  $q'(y)$ ,  $\Delta'(y) \neq 0$ . Отвечающая этой произвольности внутренняя симметрия системы нарушается заданием определенной связи плотностей  $q'(y)$ ,  $\Delta'(y)$ . Так, условие  $\mathbf{H}t_\varepsilon^{-1}\Delta'(y) = -q'(y)$  отвечало бы выполнению флуктуационно-диссипационной теоремы, нарушаемой потерей эргодичности. В нашем случае связь величин  $\Delta'(y)$ ,  $q'(y)$  задается решением уравнения (4,29). Однако практически удобнее фиксировать эту связь, принимая, что вероятность  $0 \leq y \leq 1$  и сингулярное время  $0 \leq z < \infty$  связаны заданной монотонно возрастающей функцией

$$y = y(z), \quad (4.66)$$

принимаящей, например, вид  $y = \text{th } z$  [18, 54]. Данное равенство обеспечивает связь между изложенной в разделе 4.2 фрактальной теорией и приводимым здесь **временным** подходом.

Для завершения изложения последнего следует найти **временные** зависимости сингулярных функций  $S(t)$ ,  $G(t)$ . По сути дела, первая из них определялась в разделе 4.3 (см. табл. I), однако при этом ультраметрическое пространство полагалось однородным. При наличии поля  $\tau$  это не так, поскольку характеризующая эту однородность зависимость  $q(y)$  не является линейной, а имеет монотонно спадающий характер с выходом на насыщение вблизи точек  $y = 0$ ; 1 (см. рис. 8) [43]. Это означает такое устройство ультраметрического пространства, когда с наибольшей вероятностью реализуются минимальные расстояния  $\sim d_{0,1}$ , отвечающие термодинамическим значениям  $q_{0,1}$ . Поэтому

следует выяснить характер результатов, найденных в разделе 4.3.

С этой целью найдем фурье-образы  $\tilde{S}(\omega)$ ,  $\tilde{G}(\omega)$ . Поскольку стабилизация каждого элемента дефектной структуры выражается в появлении центрального пика  $\propto \delta_l(\omega) = \lim_{\Gamma_l \rightarrow 0} \pi^{-1} \Gamma_l (\omega^2 + \Gamma_l^2)^{-1}$  в структурном факторе, то следуя

[18], представим сингулярные функции рядами по обобщенным функциям:

$$\tilde{S}(\omega) = \sum_{l=0}^n \frac{2q'_l \Gamma_l}{\omega^2 + \Gamma_l^2}, \quad \tilde{G}(\omega) = \sum_{l=0}^n \frac{-i\Delta'_l \Gamma_l}{\omega + i\Gamma_l}, \quad (4.67)$$

где суммирование проводится по  $n$  уровням иерархии  $l$ , для которых характерные времена релаксации  $\Gamma_l^{-1} \rightarrow \infty$ ,  $\Gamma_l/\Gamma_{l+1} \rightarrow 0$ . Для перехода к непрерывному спектру устремляем полное число уровней  $n \rightarrow \infty$ , тогда  $l/n = 1 - y$ ,  $\Delta'_l \rightarrow \Delta'(y)$ ,  $q'_l \rightarrow q'(y)$ . Переходя далее к интегралам в (4.67), методом перевала получаем [18]

$$\tilde{S}(\omega) = -\frac{\pi\delta}{|\omega|} q'(x), \quad \tilde{G}(\omega) = \Delta(x) + i\frac{\pi\delta}{2} \Delta'(x); \quad (4.68)$$

$$\tilde{S}(t) = q(z), \quad \tilde{G}(t) = \frac{\delta}{t} \Delta'(z) \Theta(t), \quad (4.69)$$

где  $x = -\delta \ln(|\omega|t_0)$ ,  $z = \delta \ln(t/t_0)$ , если принять распределение  $\Gamma(y) = t_0^{-1} \exp[-(1-y)/\delta]$ ,  $\delta \ll 1$ . При других допустимых аппроксимациях зависимости  $\Gamma(y)$  опять приходим к зависимостям (4.68), (4.69) с тем отличием, что  $x = \delta(|\omega|t_0)^{-a}$ ,  $z = \delta(t/t_0)^a$ ,  $a > 0$ , либо  $x = \delta |\ln|\ln(|\omega|t_0)||$ ,  $z = \delta \ln|\ln(t/t_0)|$  — подобно тому, как это получалось в разделе 4.3. При этом временные зависимости (4.69) переходят в асимптотики, приведенные в табл. I, если отождествить распределения  $w(d)$ ,  $\Delta'(y)$  и мажорировать их, как в разделе 4.3. В рамках же самосогласованного подхода медленная эволюция параметров  $q$ ,  $\Delta$  задается равенством [54]

$$q(z) = \int F(z, \tau) \xi^2(z, \tau) d\tau, \quad (4.70)$$

$$\Delta(z) = (q_0 - 1) + \int F(z, \tau) \nabla \xi(z, \tau) d\tau, \quad (4.71)$$

где  $q_0 = q(z=0) = q(y=0)$ .

Выражения (4.61) — (4.63), (4.70), (4.71) образуют самосогласованную систему уравнений для нахождения распределений  $P\{\xi_\mu(t)\}$ ,  $F(z, \tau)$ ,  $\xi(z, \tau)$ ,  $q(z)$ ,  $\Delta(z)$ . Характер ее решений мы выяснили, исходя из ультраметрической топологии временного пространства: в ходе медленной релаксации дефектной структуры параметр  $q$ , характеризующий ее микроскопическую стабильность, спадает от начального значения  $q_0 = q(y=0)$  до термодинамически равновесного  $q_1 \equiv q(y=1)$ ; соответственно характеризующий неэргодичность необратимый отклик  $\Delta$  спадает в интервале от  $\Delta_0 = \Delta(y=0)$  до  $\Delta_1 \equiv \Delta(y=1) = 0$  (рис. 9).

Для нахождения указанных параметров  $q_0$ ,  $q_1$ ,  $\Delta_0$  вместе с динамической

восприимчивостью  $\gamma \equiv \gamma_1 - \Delta$  следует либо найти ТП и минимизировать его по  $q, \Delta$ , либо, используя диаграммную технику, получить уравнения для функций Грина  $S(\omega) + \tilde{S}(\omega)$ ,  $G(\omega) + \tilde{G}(\omega) \equiv \chi(\omega) = t_\varepsilon \gamma(\omega)$  (в первом случае приходится прибегнуть к методу реплик [56], во втором используется суперсимметричный подход [57]). Получающиеся уравнения имеют при произвольных значениях вероятности  $y$  (а следовательно, и зависящих от них параметров  $\gamma, \Delta, q$ ) следующий вид [18, 53]:

$$\left\{ 1 - \left( \frac{H}{t_\varepsilon} \right)^2 \left[ 1 + 6 \left( \frac{t_\varepsilon B}{H} \right)^2 q_1^2 \right] (t_\varepsilon \gamma + \Delta)^2 \right\} q_1 = \tau^2 (t_\varepsilon \gamma + \Delta)^2, \quad (4.72)$$

$$\left[ \frac{A}{C} + 3 \frac{B}{C} (C t_\varepsilon \gamma + q) - 6 \left( \frac{B}{C} \right)^2 ((C t_\varepsilon \gamma + q)^3 - q^3) \right] C t_\varepsilon \gamma - (H \gamma)^2 = 1. \quad (4.73)$$

Полная система замыкается условием потери эргодичности  $D(y) = 0$  при  $y = 0, y = 1$ , где  $D(y)$  определено равенством (4.65). В аналитическом виде получающаяся система нелинейных уравнений разрешается только в пределе малых значений параметра  $\xi = (2H/t_\varepsilon A)^2 - 1$ . Как и в обычной модели переходов типа смещений [34], условие  $0 < \xi \ll 1$  означает, что силы упругого дальнего действия между элементами дефектной структуры незначительно превосходят соответствующий собственный вклад и почти компенсируют его. Тогда в первом исчезающем порядке по  $\xi \ll 1$ ,  $\Theta \equiv C/C_k - 1 \ll 1$  получаем [53]

$$C_k = \frac{\xi}{6} \frac{A H}{B \eta} \mu, \quad \tau_c = \frac{2}{3} B \left( \frac{A \xi}{2 B} |\Theta| \right)^{3/2}, \quad (4.74)$$

$$\xi = \left( \frac{2H}{A t_\varepsilon} \right)^2 - 1, \quad \Theta \equiv \frac{C}{C_k} - 1, \quad (4.75)$$

$$q_0 = \frac{A \xi}{6 B} |\Theta|, \quad q_1 = 12^{-1/3} \left( \frac{\tau}{B} \right)^{2/3}, \quad (4.76)$$

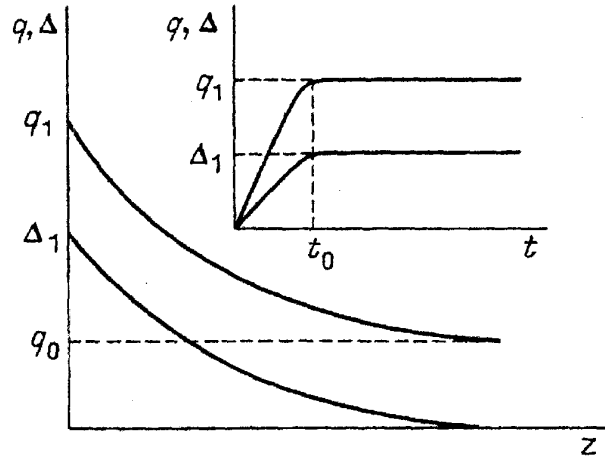


Рис. 9. Временная зависимость параметра перекрытия  $q$  и неэргодичности  $\Delta$  в масштабах сингулярного  $z$  и обычного  $t$  времен

$$\gamma \equiv \eta^{-1} = \frac{1}{H} \left[ 1 - 9 \left( \frac{B\eta}{\mu H} \right)^2 \right] q^2, \quad \Delta = \frac{9B^2\eta^3}{\mu^3 H^3} \left[ 1 - \left( \frac{\tau}{\tau_c} \right)^{2/3} \right] q^2. \quad (4.77)$$

Из (4.77) видно, что в отсутствие поля  $\Delta \propto |\Theta|^2$ , а при  $\tau \neq 0$  имеем  $\Delta \propto |\Theta|$ . Таким образом, включение внешней нагрузки способствует более интенсивному нарастанию неэргодичности ниже критической степени возбуждения  $C$ , хотя рост величины  $\tau \neq 0$  само значение  $\Delta$  уменьшает (рис. 10).

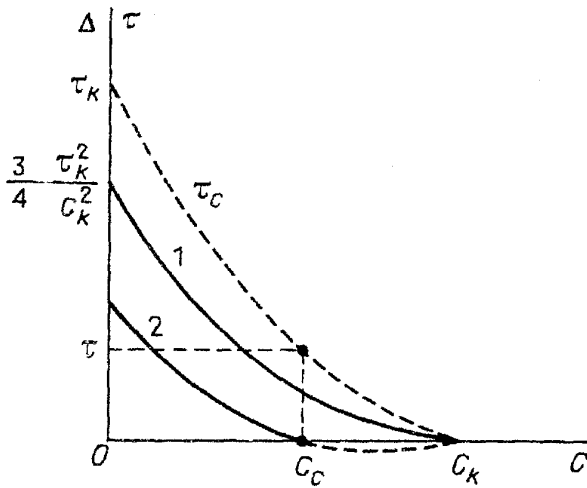


Рис. 10. Зависимость необратимого отклика в отсутствие поля (кривая 1) и при  $\tau \neq 0$  (2) от степени возбуждения системы. Штриховая линия — соответствующая зависимость критического поля, отделяющего эргодическую область от неэргодической

Такое поведение не имеет аналогов при обычных фазовых превращениях. Отличается также и вид фазовой диаграммы (см. рис. 10): если в нашем случае кривая зависимости  $\tau_c(C)$  критического поля от степени возбуждения вогнута, то при равновесных превращениях она выпукла. Что же касается зависимостей (4.76), то они имеют обычный вид, если под параметром превращения понимать величину  $q^{1/2}$ . Нормируя ее максимальное значение условием  $q_0(C=0) = 1$ , находим связь  $A\xi/6B = 1$ . При этом равенства (4.74) — (4.77) принимают простой вид, отражающий унимодальный характер системы:

$$\frac{C_c}{C_k} = 1 - \left( \frac{\tau}{\tau_k} \right)^{2/3}, \quad C_k \equiv \frac{H}{\eta\mu}, \quad \frac{\tau_c}{\tau_k} = |\Theta|^{3/2}, \quad \tau_k \equiv 2\sqrt{3}B, \quad (4.78)$$

$$q_0 = |\Theta|, \quad q_1 = (\tau/\tau_k)^{2/3}, \quad (4.79)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_k} \equiv \frac{H}{\eta} = 1 - \frac{\Delta_k}{\gamma_k} q^2, \quad \frac{\Delta}{\Delta_k} = \left[ 1 - |\Theta|^{-1} \left( \frac{\tau}{\tau_k} \right)^{2/3} \right] q^2, \quad (4.80)$$

$$\gamma_k \equiv \frac{1}{H}, \quad \Delta_k \equiv \frac{3}{4} \left( \frac{\tau_k}{C_k} \right)^2 \frac{1}{H};$$

здесь введены масштабы  $C_k, \tau_k, \gamma_k, \Delta_k$  измерения степени возбуждения, поля, восприимчивости и необратимого отклика (как и следовало, в условиях  $\xi \ll 1$  применимости полученных выражений два последних масштаба сильно различаются:  $\Delta_k/\gamma_k = (3B\eta/H\mu)^2 \approx \xi^2 \ll 1$  — дефект модуля намного меньше

самого модуля). Характерно, что поле  $\tau \neq 0$  приводит к ненулевому конечному значению  $q_1$  параметра стабильности макроструктуры во всем интервале возбуждения  $C$ . Рост стабильности  $q$ , в свою очередь, увеличивает вязкость  $\eta = \gamma^{-1}$  и степень неэргодичности  $\Delta$ .

Характерная особенность рассмотренной системы состоит в зависимости критической степени возбуждения  $C_k = (H/\eta)\mu$  от вязкости среды  $\eta$ , которая, в свою очередь, определяется величинами  $C, \tau$ . Таким образом, система (4.78) — (4.80) дает, строго говоря, лишь неявное выражение зависимостей  $q(C, \tau), \eta(C, \tau), \Delta(C, \tau)$  через феноменологические параметры  $H, B, \mu$ . Однако, поскольку  $(\Delta_k/\gamma_k)q^2 \leq \Delta_k/\gamma_k \approx \xi^2 \ll 1$ , то согласно (4.80) эффективная вязкость  $\eta$  практически совпадает с ее характерным значением  $H$ , а критическая степень возбуждения  $C_k$  сводится к модулю сдвига  $\mu$ . Степень возбуждения  $\Theta = C/C_k - 1 \approx (C/\mu) - 1$  задает разницу между энергией  $C$ , запасенной единицей объема, и ее упругим пределом  $\mu$ . Ее рост приводит согласно (4.79), (4.80) к уменьшению эффективной вязкости  $\eta$ , тогда как поле  $\tau$  ее увеличивает. И наконец, структурная релаксация, приводящая к медленному спадаанию параметра  $q$ , уменьшает величину  $\eta$ , т.е. способствует пластическому течению.

Описанные эффекты неэргодичности должны проявляться на эксперименте как эффекты структурной памяти. Так, если при фиксированном воздействии в момент  $t_\tau$  включить поле  $\tau$ , то для скорости ПД получаем [18]

$$\dot{\mathcal{E}}(t - t_\tau) = \eta^{-1}(1 + \mu\Delta)\tau, \quad (4.81)$$

$$\partial \dot{\mathcal{E}} / \partial z_\tau = (\mu\Delta' / \eta)\tau, \quad (4.82)$$

где  $z_\tau \equiv z(t - t_\tau)$  — сингулярное время, определенное после равенств (4.69),  $\Delta'(y)$  — плотность распределения параметра неэргодичности, задаваемая равенством (4.64) и сводящаяся к вероятности  $w_\alpha$  реализации статансамбля  $\alpha$  (см. (4.7), (4.9), (4.11)). Используя соотношение (4.82), по данным о структурной релаксации можно непосредственно определять распределение  $\Delta'(y)$  и тем самым вероятность  $w_\alpha$ . Что касается формулы (4.81), то она является непосредственным отражением неэргодичности дефектной структуры. Действительно, если поле  $\tau$  включено при сильном возбуждении ( $C \geq C_c$ ), то неэргодичность не проявляется, и равенство (4.81) принимает тривиальный вид  $\dot{\mathcal{E}} = \tau/\eta$ . При включении поля в условиях  $C < C_c$  за время  $t_\tau$  устанавливается динамическое значение  $\dot{\mathcal{E}} = \tau/\eta$ , а затем медленная структурная релаксация обеспечивает прирост  $\dot{\mathcal{E}}(z_\tau) = \Delta(z_\tau)\tau$  (рис. 11).

При включении поля  $\tau$ , осциллирующего с частотой  $\omega \gg (t - t_\tau)^{-1}$ , вязкость приобретает аномальную добавку

$$\frac{\partial \tilde{\eta}(\omega, t)}{\eta} = \frac{3B}{\mu^3} (1 + \mu\Delta(x(\omega)))^2 (1 + \mu\Delta(z_\tau))^2 \tau^2, \quad (4.83)$$

проявляющую медленное спадаание в ходе структурной релаксации.

Можно показать также, что если включить поле  $\tau$  сначала в момент  $t_1$ , а затем при  $t = t_2$ , то зависимость скорости ПД от сингулярного времени  $z$

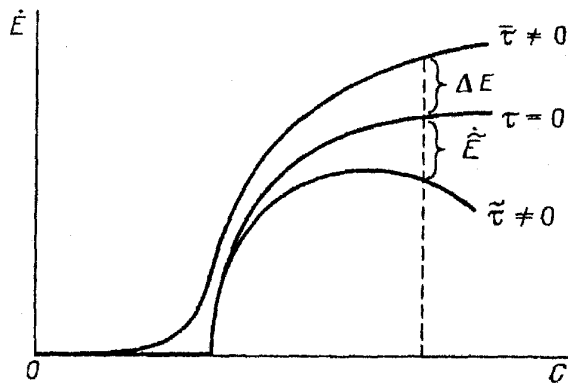


Рис. 11. Зависимость скорости ПД от степени термического возбуждения  $C$  (различные кривые отвечают полному отсутствию поля ( $\tau = 0$ ) и ненулевым значениям его среднего значения  $\bar{\tau}$  и дисперсии  $\tilde{\tau}$ )

проявляет излом в точке  $z = z_{21}$  — дефектная структура "запоминает" длину интервала  $z_{21} = z_2 - z_1$  между первым и вторым включениями. Характерно, что этот излом обнаруживается лишь в шкале сингулярного (например, логарифмического) времени.

### Заключение

Проведенное рассмотрение отражает парадоксальную ситуацию, сложившуюся в физике пластической деформации. Ее можно выразить широко распространенным (особенно среди теоретиков) мнением, что последней, как таковой, вообще не существует, а есть лишь механика формоизменения, с одной стороны, и теория различного рода дефектов, с другой. Мы сделали попытку проследить за схемой, которая позволила бы связать два этих полюса. Оказалось, что в качестве расплаты требуется использовать такие образы, как солитоноподобные образования сильно неравновесной кристаллической среды, расслоенные пространства с дилатацией, кривизной, кручением и сдвигом, иерархически соподчиненные структуры. Теоретический аппарат, представляющий эти образы, требует введения концепций стохастически перестраиваемого потенциального рельефа и калибровочных полей, которые в зависимости от ситуации могут представлять как силовое взаимодействие, так и сами дефекты; иерархические структуры описываются набором статистических ансамблей, каждый из которых изображается точкой ультраметрического пространства.

Характерная особенность дефектных структур состоит в том, что по сравнению с системами типа спинового стекла число структурных уровней в нашем случае оказывается ограниченным, и аналитическое описание, как правило, не представляется возможным. Требуется использовать численные схемы, в рамках которых значения гидродинамических величин верхнего структурного уровня (например, полей напряжений) играют роль граничных условий для ансамбля структурных единиц на нижнем. Решая численно их уравнения движения (см. разделы 2, 3), можно найти граничные значения, обеспечивающие заданное поведение, и таким образом связать два ближайших уровня. Далее схема повторяется на более грубом масштабном уровне, причем ранее найденные граничные параметры играют теперь роль полевых переменных для структурных единиц нового уровня. Последовательно повторяя эту схему для



каждой пары ближайших уровней [58], можно по движению дефектов на микроуровне определить изменение формы всего образца, т.е. полностью реализовать нашу программу.

Естественно, что все сказанное является уделом теоретиков и расчетчиков, и у экспериментаторов может возникнуть вопрос о целесообразности подобной деятельности. Прежде чем ответить на него по сути, мы должны еще раз указать на чрезвычайную сложность полной физической картины внешне, казалось бы, простого явления пластической деформации. Обычно в эксперименте ставится целью вычленив из остального какой-либо отдельный механизм и исследовать его как таковой. Мы же исходим из альтернативной посылки — представить все разнообразие этих механизмов. На таком пути удалось, например, объяснить закономерности ползучести твердого тела [17], усталостной прочности материалов [59] и т.д. В последнее время выяснено, что образование иерархических дефектных структур наблюдается не только в ходе развитой пластической деформации, но и при фазовых превращениях. Так, например, оказалось, что только с учетом этого обстоятельства можно понять закономерности кинетики наводороживания и дегазации палладия [60], структурной и магнитной релаксации ВТСП-оксидов [61], особенности поведения макроструктуры сплавов с эффектом памяти формы [15] и т.д. Можно полагать, что в большинстве экспериментов, связанных со структурными исследованиями, та "грязь", с которой борется экспериментатор, выделяя в чистом виде интересующий его объект или механизм, связана с возникновением более или менее развитой иерархической структуры. Если это так, то настало время не вымывать эту "грязь", а исследовать ее (что, впрочем, уже и делается [6, 7, 62]).

Авторы выражают благодарность В.Г. Барьяхтару, чье участие в работе и поддержка сделали возможным появление этого обзора. Различные аспекты работы обсуждались в дискуссиях и семинарах с участием Е. Aifentis, В.И. Белявского, Н.И. Главацкой, В.Ч. Гончикова, Ю.В. Гриняева, А.А. Кацнельсона, А.Д. Коротаева, Л.Н. Ларикова, В.А. Лихачева, А.И. Нестерова, С.Г. Овчинникова, Ю.И. Паскаля, В.А. Петрунина, А.Е. Романова, В.В. Рыбина, А.Н. Тюменцева и др. Всем названным лицам авторы выражают свою признательность.

## ПРИМЕЧАНИЯ

<sup>(1)</sup> Иногда в рамках последнего структурного уровня выделяют скоррелированные конгломераты зерен и т.д. [5, 6, 10]. Принято также выделять структурные уровни, связанные с плотностями дефектов (так, в [7] нижний, атомный уровень определяется плотностью дислокаций). В разделе 2 будет показано, что последнее является, по-видимому, излишним.

<sup>(2)</sup> "Фермиевские" свойства СЕ состоят в том, что СЕ, подчиняясь правилу запрета, может находиться только в одном из этих состояний. При этом макроскопический характер СЕ не играет роли. Аналогичная ситуация имеет место во всех классических моделях типа Изинга [22, 34].

<sup>(3)</sup> Отметим, что напряженности  $\Omega$ ,  $\hat{R}$ ,  $H$ ,  $F$ ,  $\hat{G}$  представляют 2-формы, токи  $J$ ,  $\Sigma$ ,  $\hat{J}$  — 3-формы [20].

<sup>(4)</sup> Очевидно, однородному ультраметрическому пространству отвечает дерево Кейли с постоянной ветвистостью и связью узлов только между соседними уровнями.

<sup>(5)</sup> Отметим, во избежание недоразумений, что барьеры  $Q_i$  характеризуют вклады дефектов в процесс ПД, а не характерные энергии самих дефектов. Поэтому величина барьеров  $Q_i$  тем меньше, чем больше масштаб дефекта, т.е. его вклад в деформацию образца.

<sup>(6)</sup> Строго говоря, в рассматриваемом случае, где роль параметра порядка играет скорость ПД  $\dot{\xi}$ , восприимчивость сводится к кинетическому коэффициенту  $\gamma$ . При этом величина  $\gamma_1$  представляет его стационарное значение, а  $\gamma(t) \equiv \eta^{-1}(t)$  — обратную динамическую вязкость, релак-

сирующую к значению  $D_1 \equiv \gamma(t = \infty) = C\gamma_1 \equiv C/\eta_1$ , где  $C$  — характерная упругая энергия, введенная в разделе 1. В режиме активного нагружения ( $\dot{\epsilon} = \text{const}$ ), где роль параметра порядка играет величина ПД  $\dot{\epsilon}$ , а восприимчивость сводится к упругой податливости, мерой неэргодичности является дефект модуля, проявляющийся при исследовании внутреннего трения [2, 3].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Venkataraman G. // Proc. Intern. School of Physics "Enrico Fermi". Course 82: Mechanical and Technical Behaviour of Metallic Materials. — 1982. — P. 278.
2. Ван Бюррен. Дефекты в кристаллах. — М.: Мир, 1960.
3. Хирт Дж., Лоте И. Теория дислокаций. — М.: Атомиздат, 1972.
4. Лихачев В.А., Волков А.Е., Шудегов В.Е. Континуальная теория дефектов. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1986.
5. Владимиров В.И., Романов А.Е. Дисклинации в кристаллах. — Л.: Наука, 1986.
6. Теоретическое и экспериментальное исследование дисклинаций. — Л.: ФТИ АН СССР, 1986.
7. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. — М.: Metallurgia, 1985.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Ч. 1. — М.: Наука, 1976.
9. Хакен Г. Синергетика. — М.: Мир, 1980.
10. Панин В.Е., Лихачев В.А., Грипяев Ю.В. Структурные уровни деформации твердых тел. — Новосибирск: Наука, 1985.
- [11] Олемской А.И., Петрунин В.А. // Изв. вузов. Физика. 1987. № 1. С. 82.
12. Palmer R.G. // Adv. Phys. 1982. V. 31. P. 669.
13. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. — San Francisco: Freeman, 1982.
14. Dotsenko Vik.S. // J. Phys. C. 1985. V. 18. P. 6023.
15. Олемской А.И., Паскаль Ю.И. Препринт № 30. — Томск: ИФПМ ТФ СО АН СССР, 1988.
16. Олемской А.И. // ФММ. 1989. Т. 68. С. 56.
17. Олемской А.И. // ФТТ. 1988. Т. 30. С. 3384.
18. Гинзбург С.Л. // ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 754.
19. Главацкая Н.И. Дис... канд. физ.-мат. наук. — Киев, 1988.
20. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. — М.: Наука, 1979.
- [21] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. — М.: Наука, 1987.
22. Хачатурян А.Г. Теория фазовых превращений и структура твердых растворов. — М.: Наука, 1974.
23. Пуарье Ж.-П. Ползучесть кристаллов. — М.: Мир, 1988.
24. Мак Лин Д. Механические свойства металлов. — М.: Metallurgia, 1965.
25. Гончиков В.Ч., Тюменцев А.Н., Коротаев А.Д. и др. // ФММ. 1987. Т. 63. С. 598; 1989. Т. 67. С. 591.
26. Тюменцев А.Н., Гончиков В.Ч., Олемской Л.И., Коротаев Л.Д. Препринт № 5 — Томск: ТГУ, 1989.
27. Бонч-Бруевич В.Л., Звягин И.П., Миронов А.Г. Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках. — М.: Наука, 1972.
28. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика. Ч. 2. — М.: Наука, 1978.
29. Румер Ю.Б., Фет А.И. Теория унитарной симметрии. — М.: Наука, 1970.
30. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. Поля и фундаментальные взаимодействия. — Киев: Наукова думка, 1986.
- [31] Даниэль М., Виалле С.М. // УФН. 1982. Т. 136. С. 377.
32. Грачев А.В., Нестеров А.И., Овчинников С.Г. Препринт № 509Ф. — Красноярск: ИФ СО АН СССР, 1988.
33. Кадич А., Эделен Д. Калибровочная теория дислокаций и дисклинаций. — М.: Мир, 1987.
34. Кацнельсон А.А., Олемской А.И. Микроскопическая теория неоднородных структур. — М.: Изд-во МГУ, 1987.
35. Олемской А.И., Петрунин В.А. Препринт № 29. — Томск: ИФПМ ТФ СО АН СССР, 1985.
36. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский Б.Ч., Борисов А.В. Калибровочные поля. — М.: Изд-во МГУ, 1986.
37. Kroner E. // Les Houches. Phys. defants. — Amsterdam, 1981.
38. Кобаяси Ш., Номидзу К. Основы дифференциальной геометрии. Т. 1. — М.: Наука, 1981.
39. Пономарев В.Н., Барвинский А.О., Обухов Ю.Н. Геометрические методы и калибровочный подход к теории гравитационных взаимодействий. — М.: Энергоатомиздат, 1985.
40. Барахтин Б.К., Владимиров В.И., Иванов С.А. и др. // ФММ. 1987. Т. 63. С. 1185.
- [41] Ramtal R., Toulouse C., Virasoro M.A. // Rev. Mod. Phys. 1986. V. 58. P. 765.
42. Mezard M., Virasoro M.A. // J. de Phys. 1985. T. 46. P. 1293.
43. Binder K., Young A.P. // Rev. Mod. Phys. 1986. V. 58. P. 801.

44. *Олемской А.И., Торопов Е.А.*//ФММ. 1991. № 9. С. 5.
45. Физическое металловедение. Вып. 3. Дефекты кристаллического строения. Механические свойства металлов и сплавов/Под ред. Р. Кана. — М.: Мир, 1968.
46. *Parisi G.*//Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. P. 1946.
47. *Parisi G.*//J. Phys. A. 1980. V. 13. P. 1101.
48. *Bell J.M., Frankel N.E., Inawashiro S.*//Phys. Rev. B. 1986. V. 33. Pp. 476, 487.
49. *Браун Р.* Фазовые переходы. — М.: Мир, 1967.
50. *Гнеденко Б.В.* Курс теории вероятностей. — М.: Наука, 1988.
- [51] *Palmer R.G., Stein D.L., Abrahams E., Anderson P.W.*//Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 958.
52. *Ogielski A.T.*//Phys. Rev. Lett. 1984. V. 55. P. 1634.
53. *Гинзбург С.Л.*//ЖЭТФ. 1983. Т. 85. С. 2179.
54. *Гинзбург С.Л.*//ЖЭТФ. 1986. Т. 91. С. 2171.
55. *Абрикосов А.А., Горьков Я.П., Дзялошинский И.Е.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. — М.: Физматгиз, 1962.
56. *Edwards S.F., Anderson P.W.*//J. Phys. F. 1975. V. 5. P. 965.
57. *Фейгельман М.В., Цвелик А.М.*//ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 1430.
58. *Иванов В.Н.* Дис... докт. физ.-мат. наук. — Томск, 1989.
59. *Олемской А.И., Наумов И.И.*//Синергетика и усталостное разрушение металлов. — М.: Наука, 1989. — С. 200.
60. *Ревкевич Г.П., Олемской А.И., Кацнельсон А.А., Христов В.М.* Металлофизика. 1990. Т. 12, № 3. С. 71.
- [61] *Олемской А.И., Торопов Е.А.*//ФММ. 1991. № 7. С. 32.
62. *Конева Н.А., Козлов Э.В.*//Структурные уровни пластической деформации и разрушения. — Новосибирск: Наука, 1990. — Гл. 5.

Статья поступила 1.11.91 г.,  
после доработки 20.02.92 г.