

539.12.01

# ОРБИТАЛЬНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ АДРОНОВ

**И.Ю. Кобзарев**, Б.В. Мартемьянов, М.Г. Щепкин

(Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва)

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	1
1. Спин-орбитальное взаимодействие в позитронии и кварконии	3
2. Прецессия спина и энергия спин-орбитального взаимодействия	6
2.1. Частица со спином в скалярном потенциале. 2.2. Энергия $ls$ -взаимодействия в скалярном потенциале.	
3. Спектр адронов с высокими спинами в модели струны с $ls$ -связями	13
4. Описание экспериментальных данных	15
4.1. $qq$ -мезоны ( $q = u, d$ ). 4.2 $q\bar{s}$ - и $s\bar{s}$ -мезоны. 4.3. Орбитальные возбуждения барионов.	
4.4. Другие барионные траектории. 4.5. Спектр $\Lambda$ -гиперонов. 4.6. Мезоны из дикварков.	
4.7. Дибарионы.	
5. Малые $J$ . Модельно-независимый анализ Р-волновых адронов. Особенности спектра мезонов, состоящих из легкого и тяжелого кварков	28
5.1. Спиновые эффекты в спектрах Р-волновых мезонов. 5.2. Р-уровни $\Delta$ -изобары.	
5.3. Орбитальные моменты $l > 1$ . Мезоны из легкого и тяжелого кварков.	
6. Распады орбитально возбужденных адронов	36
Заключение	38
Приложения	38
Примечания	40
Список литературы	40

## Введение

Настоящий обзор посвящен квазиклассическому подходу к проблеме спектроскопии адронов с высокими спинами. Исходная гипотеза состоит в том, что такие адроны представляют собой орбитально возбужденные аналоги "обычных" легких адронов  $\rho, \pi, N$  и т.д. Будут также рассмотрены характерные свойства орбитальных возбуждений адронов, содержащих тяжелые кварки.

Один из центральных вопросов, который будет подробно анализироваться, — это учет спинов кварков. При больших орбитальных возбуждениях спин-орбитальные эффекты проявляются как спин-орбитальное взаимодействие, знак и величина которого определяются структурой взаимодействия, обеспечивающего невылетание кварков. Использование квазиклассического приближения для расчета динамических характеристик, с одной стороны, позволяет сделать картину достаточно прозрачной, а с другой, естественно, ограничивает применимость такого рассмотрения областью больших орбитальных возбуждений.

Экспериментально в настоящее время установлено сравнительно большое число мезонов и барионов с высокими спинами [1]. В то же время имеющиеся данные по спектроскопии пока что не позволяют однозначно выделить спин-орбитальные эффекты. Для этого, например, необходимо знать массы частиц на  **$\pi$ -траектории** со спинами  $J > 3$ .

Экспериментально установлено, что реджевские траектории с хорошей точностью линейны. Отсюда следуют довольно жесткие ограничения на выбор модели ротатора, способной претендовать на описание реальных адронов с высокими спинами. Действительно, линейность траектории означает, что разность масс соседних частиц на одной траектории  $\Delta M$  уменьшается с ростом  $J$  пропорционально  $1/J^{1/2} \sim 1/M$ . Как известно, в квазиклассике расстояние между соседними ротационными уровнями равно частоте вращения  $\omega$ . Падение частоты вращения  $\omega \sim 1/J^{1/2}$  и одновременно рост энергии (массы) ротатора  $M \sim J^{1/2}$  с ростом  $J$  можно, очевидно, обеспечить за счет увеличения размеров ротатора. Кроме того, поскольку речь идет об орбитально возбужденных адронных состояниях с массами, превышающими эффективные массы кварков, квазиклассический подход должен быть одновременно релятивистским.

Этими свойствами обладает релятивистская модель струны с постоянным натяжением  $v$ . Как известно, простейший вариант модели струны (модель струны Намбу [2]), в котором струна считается прямолинейной, а кварки безмассовыми, предсказывает линейные реджевские траектории

$$J = \frac{1}{2\pi v} M^2.$$

Выше уже говорилось, что в применениях к реальным адронам надо учитывать спины кварков, локализованных на концах струны. Так возникает проблема вычисления энергии спин-орбитального взаимодействия в модели струны. Для ее решения необходимо конкретизировать само устройство струны.

В литературе широко обсуждается модель дуальной сверхпроводящей струны [3], в которой предполагается, что линейная плотность энергии струны  $v$  связана с 1) глюоэлектрическим полем, соединяющим цветные заряды, находящиеся на концах струны, 2) разрушением вакуума КХД этим полем. Модель может быть детализирована: это приводит к силовой трубке глюоэлектрического поля, экранированного током топологических монополей [3]. Тогда в приближении тонкой струны на кварки в их системе покоя действуют только электрические поля [4], не взаимодействующие со спином. Единственная причина, вызывающая прецессию спина, а следовательно, и спин-орбитальное взаимодействие, в этом случае эффект Томаса [5]. (Связь эффекта Томаса с неевклидовым характером пространства скоростей можно найти в работе [6]). Учет конечного размера струны приводит к появлению глюомагнитного поля, амплитуда которого, однако, пропорциональна поперечному размеру струны [4].

Величина эффекта, связанного с прецессией Томаса, оказывается большой, в области  $J > 2$  соответствующее расщепление уровней сравнивается, а затем и превышает расстояние между последовательными орбитальными возбуждениями.

Для описания экспериментальных данных с учетом перечисленных выше эффектов будут использоваться формулы вида

$$M = \int dE + \sum_{i=1,2} E_i + \sum_{i=1,2} \vec{\omega} s_i f(E_i),$$

$$J = \int dj + \sum_{i=1,2} (l_i + s_i),$$

которые определяют параметрическую зависимость между массой  $M$  и полным угловым моментом  $J$  струны с кварками (или кварковыми кластерами) на концах. В этих формулах интегралы соответствуют вкладу струны,  $E_i$  — энергии частиц на концах струны,  $l_i$  и  $s_i$  — их орбитальные моменты и спины,  $f(E_i)$  — функции, определяющие  $ls$ -вклады в массу адрона, которые однозначно (без введения каких-либо дополнительных параметров) рассчитываются по известной динамике струны. Полное число параметров минимально: это натяжение струны  $\nu$  и эффективные массы частиц на ее концах. Дальнейшее рассмотрение посвящено выводу и теоретическому обоснованию этих формул. Сначала — физические аргументы в пользу идеализированной модели струны со спин-орбитальным взаимодействием томасовского типа. Для этого проводится аналогия между квазиклассическим выводом величины спин-орбитального взаимодействия в позитронии и в нерелятивистском кварконии (малые орбитальные возбуждения). Затем эта аналогия экстраполируется на релятивистской кварконии (большие орбитальные возбуждения — предел струны) (п. 1). Связь между прецессией спина и величиной спин-орбитального расщепления квантовых уровней демонстрируется на примере движения спина в скалярном потенциале (п. 2). Описание самой идеализированной модели является предметом п. 3. Раздел 4 посвящен описанию экспериментальных данных и обсуждению предсказаний модели, относящихся к орбитальным возбуждениям многокварковых адронов; там же анализируются особенности спектра малых орбитальных возбуждений, связанные с необходимостью учета эффектов хромагнитного поля. В п. 5 коротко обсуждаются характеристики распадов орбитально возбужденных адронов в модели КХД-струны.

## 1. Спин-орбитальное взаимодействие в позитронии и кварконии

Для примера того, как на квазиклассическом уровне можно вычислить энергию спин-орбитального взаимодействия, рассмотрим позитроний. Будем полагать, что электрон и позитрон вращаются вокруг общего центра масс по круговым орбитам с частотой  $\vec{\omega}$ . На электрон со стороны позитрона действует кулоновское электрическое поле, заставляющее его двигаться ускоренно. Результатом ускоренного движения является томасовская прецессия спина электрона с частотой, даваемой формулой

$$\vec{\Omega}_T = -(\gamma - 1)\vec{\omega} \approx \frac{\alpha}{2m^2 r^3} \mathbf{l}, \quad (1.1)$$

где  $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$ ,  $v$  — скорость,  $m$  — масса электрона,  $r$  — расстояние

между электроном и позитроном,  $\mathbf{l}$  — орбитальный момент количества движения системы,  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры. Как известно, эффект Томаса связан с неинерциальностью системы покоя (в данном случае) электрона. Иными словами, этот эффект возникает как результат неевклидова характера пространства относительных скоростей, которое обладает метрикой Лобачевского с кривизной  $K = -1$ . Частота томасовской прецессии, измеренная, например, по лабораторным часам, однозначно определяется скоростью и ускорением частицы:

$$\vec{\Omega}_T = -(\gamma - 1) \frac{[\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}}]}{v^2}.$$

Для кругового движения отсюда легко получить формулу (1.1).

Далее, движущийся относительно электрона позитрон создает в системе покоя электрона магнитное поле  $\mathbf{H}$ , которое взаимодействует со спином электрона и также приводит к его прецессии. Частота этой прецессии равна

$$\vec{\Omega}_H = -\frac{e}{m} \mathbf{H} = \frac{2\alpha}{m^2 r^3} \mathbf{l}, \quad (1.2)$$

где  $e$  — заряд электрона.

Таким образом, суммарная частота прецессии спина электрона  $\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_T + \vec{\Omega}_H$  равна

$$\vec{\Omega} = \frac{3\alpha}{2m^2 r^3} \mathbf{l}. \quad (1.3)$$

Этой частоте соответствует вклад в энергию  $\vec{\Omega} \cdot \mathbf{s}_-$  ( $\mathbf{s}_-$  — спин электрона), представляющий собой связанную с электроном спин-орбитальную часть брейтовского потенциала для позитрония [7]

$$V_{ls} = \vec{\Omega}(\mathbf{s}_- + \mathbf{s}_+) = \frac{3\alpha}{2m^2 r^3} \mathbf{l}(\mathbf{s}_- + \mathbf{s}_+). \quad (1.4)$$

Перейдем теперь к системе кварк—антикварк. Существенное отличие этой системы от позитрония связано с эффектом конфайнмента, учитывать который будем в духе модели мешков [8]. Будем считать (в отличие от традиционной версии модели) кварки с эффективными массами  $m_q \sim 1/3 \text{ ГэВ}$  нерелятивистскими (малое орбитальное возбуждение), а мешок, запирающий кварки, сферическим [9];  $R$  — радиус мешка. Согласно модели мешков конфайнмент в данном случае означает, что, во-первых, на создание мешка, в котором находятся кварки и создаваемые ими поля, требуется затрата энергии, равная  $(4\pi/3)R^3 B$ , где  $B$  — разность вакуумных плотностей энергии вне и внутри мешка, а во-вторых, на поверхности мешка глюоэлектрическое поле подчиняется условию  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^a = 0$ ;  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к поверхности мешка. Последнее условие может быть выполнено, только если суммарный цветной заряд кварка и антикварка равен нулю, таким образом, допускаются только белые состояния. В соответствии с граничным условием на глюоэлектрическое поле статическое решение для этого поля внутри мешка имеет вид [9]

$$\mathbf{E}^a = \mathbf{E}_{\text{кул}}^a + \mathbf{E}_{\text{инд}}^a,$$

$$E_{\text{кул}}^a = g^a \left( r - 3 \frac{x(xr)}{x^2} \right) x^{-3},$$

для  $x \gg r$

$$E_{\text{инд}}^a = g^a \cdot \frac{2r}{R^3}, \quad (1.5)$$

где  $g^a$  — цветной заряд кварка (включающий константу связи); здесь  $r$  — расстояние между кварками,  $R$  — радиус мешка,  $x$  — расстояние от центра масс системы до точки наблюдения,  $E_{\text{инд}}^a$  — постоянное внутри мешка (т.е. независящее от  $x$ ) глюоэлектрическое поле; его дивергенция внутри мешка равна нулю — внутри мешка это поле не имеет источников. Конкретный вид  $E_{\text{инд}}^a$  обусловлен граничным условием

$$n(E_{\text{кул}}^a + E_{\text{инд}}^a) = 0.$$

В равновесии, отвечающем минимуму электростатической плюс вакуумной энергии  $((4\pi/3)R^3B - (g^2/r) + (g^2r^2/R^3))$  по  $R$ ,  $R^3 \sim r$ .

Для дальнейшего рассмотрения важно, чем создается индуцированное внутри мешка поле  $E_{\text{инд}}^a$ . Если вакуум вне мешка представляет собой дуальный сверхпроводник [3, 10], то  $E_{\text{инд}}^a$  есть результат токов цветных магнитных монополей, циркулирующих на поверхности мешка. По виду  $E_{\text{инд}}^a$  не представляет труда найти поверхностную плотность этих токов [4]:

$$j^a = g^a \cdot \frac{3[rn]}{4\pi R^3}. \quad (1.6)$$

Примечательно, что вне мешка глюоэлектрическое поле при этом тождественно равно нулю, как и должно быть в дуальном сверхпроводнике. Пусть теперь кварк—антикварк вращается вокруг общего центра масс с частотой  $\omega$ . Спин кварка тогда будет испытывать прецессию, томасовская составляющая которой равна

$$\vec{\Omega}_T = -(\gamma - 1)\vec{\omega} \approx -\frac{g^2}{2m_q^2 r^3} \mathbf{1} - \frac{\nu_{\text{сф}}}{2m_q^2 r} \mathbf{1}, \quad (1.7)$$

где  $\nu_{\text{сф}} = g^a E_{\text{инд}}^a = 2g^2 r / R^3$  — дополнительная по сравнению с кулоновской сила, действующая на кварк (заметим, что при  $R^3 \sim r$  эта сила не зависит от расстояния). Магнитная составляющая прецессии спина кварка связана с магнитным полем, создаваемым в системе покоя кварка как движущимся антикварком, так и "движущимися" поверхностными токами. Она равна

$$\vec{\Omega}_H = -\frac{g^a \mathbf{H}^a}{m_q} = \frac{2g^2}{m_q^2 r^3} \mathbf{1} + \frac{\nu_{\text{сф}}}{5m_q^2 r} \mathbf{1}. \quad (1.8)$$

Полная частота  $\vec{\Omega} = \vec{\Omega}_T + \vec{\Omega}_H$  приобретает вид

$$\vec{\Omega} = \frac{3g^2}{2m_q^2 r^3} \mathbf{1} - \frac{3}{10} \frac{\nu_{\text{сф}}}{m_q^2 r} \mathbf{1}. \quad (1.9)$$

Второе слагаемое в формуле (1.9) для  $\vec{\Omega}$  — это зарождающийся "струнный" вклад в прецессию спина кварка. Пока он мал по сравнению с первым "кулоновским" вкладом ( $r \ll R$  по предположению). Условия  $r \ll R$  и  $r \sim R^3$  не противоречат друг другу, если  $r \ll B^{1/4}$ , т.е.  $r$  гораздо меньше характерного адронного масштаба, определяемого константой  $B$ .

Увеличим орбитальный момент системы. Расстояние между кварком и антикварком увеличится, мешок вытянется и примет форму струны [11]. Предположим, что действием антикварка на кварк можно пренебречь, т.е. сила, действующая на кварк, связана в основном с поверхностными магнитными токами. Тогда имеем

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}_T &= -(\gamma - 1)\vec{\omega}, \\ \vec{\Omega}_H &= -\frac{g^a}{\gamma m_q} H^a = C \frac{\gamma v d}{m_q} \vec{\omega};\end{aligned}\tag{1.10}$$

здесь мы учли, что  $H^a \sim v E^a \sim \gamma^2 \omega \hat{0} |E^a$ , так как  $E^a$  и  $H^a$  создаются ближайшими (на расстояниях порядка диаметра струны  $d$ ) частями струны,  $g^a F^a = v$  — сила, действующая на кварки (натяжение струны). Имеется связь между  $v$  и  $v_{\text{сф}}$ :  $v = (3/2)^{1/2} v_{\text{сф}}$  [9]. Коэффициент  $C$ , зависящий от формы конца струны, мы не вычисляем. В пределе тонкой струны ( $d \rightarrow 0$ ,  $v = \text{const}$ )  $\Omega_H \ll \Omega_T$ , так что прецессия спина кварка обусловлена в основном эффектом Томаса.

## 2. Прецессия спина и энергия спин-орбитального взаимодействия

В дальнейшем мы будем рассматривать область больших орбитальных моментов, когда длина струны велика ( $L \sim l^{1/2}$ ) и брейтовские вклады пренебрежимо малы. Струну (трубку глюонного поля) будем считать достаточно тонкой. Тогда влиянием хромомagnetного поля струны на спины кварков также можно пренебречь, и доминирующим в спин-орбитальном взаимодействии становится эффект Томаса. При малых скоростях ( $v < 1$ ) не составляет труда найти соответствующую поправку к энергии, подобрав нерелятивистский гамильтониан  $H$  так, чтобы уравнение  $\dot{\mathbf{s}} = \{\mathbf{H}, \mathbf{s}\}$  переходило в уравнение прецессии спина  $\dot{\mathbf{s}} = [\vec{\Omega}_T \mathbf{s}]$ ,  $\vec{\Omega}_T$  — томовская частота [12]. С ростом  $l$  движение концов струны становится релятивистским,  $\gamma \gg 1$ . В этой области частота прецессии  $\Omega_T$  в  $\gamma$  раз больше частоты вращения  $\omega$ , характеризующей расстояние между соседними ротационными уровнями. Чтобы найти соответствующую поправку к энергии в этом случае, надо, строго говоря, исходить из релятивистского квантового уравнения и решать задачу на собственные значения. Мы поступим иначе и подробно рассмотрим близкий по характеру поведения спина пример, а именно, частицу со спином в скалярном потенциале. Аналогия состоит в том, что в обоих случаях (струна и скалярный потенциал) источником прецессии спина является эффект Томаса. Задача о прецессии спина в скалярном потенциале может быть решена точно, и, таким образом, найдена связь между частотой прецессии спина и энергией спин-орбитального взаимодействия.

Для этого сначала дается классическое описание спина в скалярном потенциале, затем проводится квантование, и далее уже из квантового уравне-

ния (уравнения Дирака) находится  $ls$ -поправка к энергии. При больших орбитальных возбуждениях энергия может быть выражена через квазиклассические переменные. Результаты, полученные на примере скалярного потенциала, позволяют найти  $ls$ -расщепление уровней для струны с кварками при больших  $l$ , что, собственно, и является нашей основной задачей. Аналогия со скалярным потенциалом дает возможность также обобщить действие открытой струны Намбу с учетом кварковых спинов. Соответствующие уравнения прецессии спинов совпадают с уравнением томасовской прецессии.

**2.1. Частица со спином в скалярном потенциале.** Для описания классической частицы со спином в скалярном потенциале  $m = m(x)$  используем лагранжев формализм со связями. Аналогичный подход был впервые предложен Березиным и Мариновым для описания спина свободной частицы [13] и частицы в электромагнитном поле [14]. В этом подходе уравнения прецессии спина получаются уже на классическом уровне, что вполне естественно, поскольку эти уравнения имеют вид  $\dot{\mathbf{s}} = [\mathbf{\Omega s}]$ , где постоянная Планка в левой и правой частях сокращается.

В формализме Березина—Маринова спин частицы описывается с помощью грассмановых переменных. К примеру, в нерелятивистском приближении 3-мерный вектор спина  $\mathbf{s}$  выражается как векторное произведение антикоммутирующих грассмановых переменных:

$$\mathbf{s} = \frac{1}{2} i [\vec{\xi} \vec{\xi}].$$

Фазовое пространство частицы со спином строится путем добавления к обычному шестимерному пространству трехмерного грассманова пространства.

В релятивистском случае 4-вектор спина  $s_\mu$  описывается с помощью 4-вектора  $\xi_\mu$ :

$$s_\mu = \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} u_\nu \xi_\alpha \xi_\beta,$$

где  $u_\mu$  — 4-скорость частицы. Нефизические продольные компоненты  $\xi_\nu$  исключаются в подходе Березина—Маринова введением дополнительной грассмановой переменной  $\xi_5$  и наложением условия связи. Таким образом, постулируется следующий вид действия для свободной частицы со спином [13, 14]:

$$S_0 = \int \{mz - \frac{i}{2} [\xi_\mu \xi_\mu - \xi_5 \xi_5 - (u\xi - \xi_5)\lambda]\} d\tau;$$

здесь  $z = (\dot{x}^2)^{1/2}$ ,  $u_\mu = \dot{x}_\mu/z$ ,  $\lambda$  — лагранжев множитель (являющийся грассмановым числом).

Нас интересует движение частицы со спином во внешнем скалярном поле, что эквивалентно введению массы, зависящей от координат  $m = m(x)$ . Действие для частицы со спином в скалярном потенциале должно быть построено таким образом, чтобы алгебра скобок Пуассона гамильтоновых связей была замкнута. Для этого в лагранжиан следует ввести градиентное взаимодействие спина со скалярным полем [15]:

$$S = S_0 + i \int (f\xi) \xi_5 z d\tau, \quad (2.1)$$

где  $f_\mu = (1/m) \partial_\mu m$ .

4-вектор спина  $s_\mu$  связан на самом деле лишь с поперечными компонентами  $\xi_\mu$ :

$$s_\mu = \frac{i}{2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} u_\nu \eta_\alpha \eta_\beta, \quad \eta_\mu \eta_\nu = -i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} u_\alpha s_\beta, \quad (2.2)$$

где  $\eta_\mu = \xi_\mu - u_\mu(u\xi)$ . Это обстоятельство оказывается важным, в частности, при получении уравнений прецессии, содержащих производные по времени.

Из соотношений (2.2) видно, что  $\xi \sim \hbar^{1/2}$ . Из вариации действия (2.1) получаем уравнения для  $\xi$

$$\xi_\mu = \frac{\lambda}{2} u_\mu + f_\mu \xi_5 z, \quad \xi_5 = \frac{\lambda}{2} + (f\xi)z \quad (2.3)$$

с условием связи

$$(u\xi) - \xi_5 = 0. \quad (2.4)$$

Из уравнения движения для канонического импульса

$$p_\mu = m u_\mu + i(f\xi)\xi_5 u_\mu + \frac{i}{2}(\xi_\mu - u_\mu(u\xi))\frac{\lambda}{z}, \quad (2.5)$$

в котором удерживаются члены нулевого порядка по грассмановым переменным, следует

$$w_\mu = f_\mu - u_\mu(fu), \quad (2.6)$$

где  $w_\mu = \dot{u}_\mu/z$ . Квадратичные по грассмановым переменным слагаемые в уравнении для  $\dot{p}_\mu$  дают поправки более высокой степени по  $\hbar$  к уравнению прецессии, которыми мы в данный момент не интересуемся.

Из уравнений (2.3), (2.4), (2.6) легко получить следующие уравнения для поперечных компонент:  $\dot{\eta}_\mu = -u_\mu(w\eta)z$ , и с помощью формул (2.2) найти аналогичное уравнение прецессии спина

$$\dot{s}_\mu = -u_\mu(ws)z. \quad (2.7)$$

Это уравнение описывает томасовскую прецессию спина, как и должно быть в отсутствие полей (например, магнитных), непосредственно взаимодействующих со спином.

Переходя к трехмерной записи и обозначая через  $s_0$  спин в системе покоя, из уравнения (2.7) находим

$$\frac{ds_0}{dt} = [\vec{\Omega}_T s_0], \quad \vec{\Omega}_T = -(\gamma - 1) \frac{[\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}}]}{v^2}; \quad (2.8)$$

здесь  $t$  — лабораторное время. В частном случае движения по круговым орбитам частота томасовской прецессии, измеренная по лабораторным часам, равна  $\Omega_T = -(\gamma - 1)\omega$ , где  $\omega$  — частота вращения.

Связь (2.4) можно переписать через канонический импульс в виде

$$\Phi = p\xi - m\xi_5 = 0. \quad (2.9)$$

Скобки Пуассона, которые определяются как



$$\{A, B\}_{\text{P.B.}} = \frac{\partial A}{\partial p_\mu} \frac{\partial B}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A}{\partial x_\mu} \frac{\partial B}{\partial p_\mu} - i \frac{\vec{A} \vec{\partial}}{\partial \xi_\mu} \frac{\vec{\partial} B}{\partial \xi_\mu} + i \frac{\vec{A} \vec{\partial}}{\partial \xi_5} \frac{\vec{\partial} B}{\partial \xi_5}, \quad (2.10)$$

при  $A = B = \Phi$  равны

$$\{\Phi, \Phi\}_{\text{P.B.}} = p^2 - m^2 - 2i(\partial_\mu m \xi_\mu) \xi_5. \quad (2.11)$$

Отсюда при использовании выражения (2.5) видно, что алгебра скобок Пуассона замкнута.

Попытаемся вычислить энергию спин-орбитального расщепления, обусловленного прецессией спина. Для этого запишем энергию  $\varepsilon = p_0$  через канонические переменные

$$\varepsilon = [p^2 + m^2 + 2i(f\xi)\xi_5 m]^{1/2} = \varepsilon_0 + i \frac{m}{\varepsilon_0} (f\xi) \xi_5; \quad (2.12)$$

здесь  $\varepsilon_0 = (p^2 + m^2)^{1/2}$ . Нас интересует поправка к энергии, знак которой определяется знаком  $\mathbf{ls}_0$ . Рассмотрим частный случай движения по круговым орбитам; тогда  $\mathbf{w}_\mu = (0, \mathbf{w})$ . Знак  $\mathbf{ls}_0$  меняется, например, при замене  $\mathbf{v}$  на  $-\mathbf{v}$ . Поэтому в дальнейшем мы выделяем те слагаемые в энергии, которые зависят от направления  $\mathbf{v}$ . Для этого представим скалярное произведение  $u\xi$  в виде

$$u\xi = \frac{1}{\gamma} \xi_0 - \mathbf{v} \xi, \quad (2.13)$$

где  $\xi$  — грассманова переменная в системе покоя частицы. При этом  $s_{0i} = (i/2)\epsilon_{ikl} \xi_k \xi_l$ . Из этих соотношений находим, что спин-орбитальное расщепление уровней равно

$$\Delta\varepsilon = \frac{m' |\mathbf{p}|}{\varepsilon_0^2}, \quad (2.14)$$

причем уровень с положительным значением  $\mathbf{ls}_0$  имеет меньшую энергию. Воспользовавшись классическими уравнениями движения, эту поправку можно переписать в виде  $\Delta\varepsilon = \gamma\omega$ . В релятивистской области полученное спин-орбитальное расщепление совпадает с точным значением энергии, отвечающей томасовской прецессии,  $\Delta\varepsilon_T = (\gamma - 1)\omega$ . Член с "−1" можно получить, рассматривая квантовое уравнение и учитывая зависимость от  $\mathbf{ls}$  самих состояний.

Квантование, подобно случаю свободной частицы со спином, состоит в замене  $\xi$  на операторы

$$\hat{\xi}_\mu = \left(\frac{\hbar}{2}\right)^{1/2} \gamma_5 \gamma_\mu, \quad \hat{\xi}_5 = \left(\frac{\hbar}{2}\right)^{1/2} \gamma_5. \quad (2.15)$$

После этого нечетная связь (2.9) переходит в уравнение Дирака в скалярном поле. Четная связь, на которой обращаются в ноль скобки Пуассона (2.11) нечетной связи, переходит в соответствующее квадрированное уравнение.

Отметим также, что во внешнем скалярном поле сохраняется инвариантность относительно преобразований, связанных со свободой выбора параметра  $\tau$ , а также инвариантность по отношению к преобразованиям

$$\begin{aligned}\xi_\mu &\rightarrow \xi_\mu + p_\mu \rho, & \xi_5 &\rightarrow \xi_5 + m\rho, \\ x_\mu &\rightarrow x_\mu + i\xi_\mu \rho,\end{aligned}\tag{2.16}$$

которые представляют собой простейший пример суперсимметричных преобразований.

**2.2. Энергия  $ls$ -взаимодействия в скалярном потенциале.** В этом разделе мы вычислим энергию, связанную с прецессией спина, исходя из квантовых уравнений [16]. В отличие от стандартного способа учета  $ls$ -связи, основанного на разложении по степеням  $v/c$ , приводимый ниже способ вычисления соответствующей поправки к энергии применим в общем случае, включая ультрарелятивистский предел.

Решение уравнения Дирака  $(\hat{p} - m)\psi = 0$  в скалярном потенциале  $m = m(r)$  может быть представлено в виде

$$\psi = \begin{pmatrix} f(r)\Omega_{jlm} \\ (-1)^{(1+l-l')/2}g(r)\Omega_{jl'm} \end{pmatrix}, \quad l + l' = 2j \tag{2.17}$$

(в этом разделе мы пользуемся обозначениями, принятыми в [7]); здесь  $j$  — полный момент. Функции  $f$  и  $g$  удовлетворяют системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}(fr)' + \kappa f - (\epsilon + m)gr &= 0, \\ (gr)' - \kappa g + (\epsilon - m)fr &= 0,\end{aligned}\tag{2.18}$$

где  $\kappa = -(1 + i\vec{\sigma})$ . Систему уравнений (2.18) легко свести к дифференциальному уравнению второго порядка для функции  $F = fr/(\epsilon + m)^{1/2}$

$$F'' + (\epsilon^2 - V^2(\epsilon, r))F = 0, \tag{2.19}$$

где

$$V^2(\epsilon, r) = \frac{l(l+1)}{r^2} + m^2 + \frac{3}{4}\left(\frac{m'}{\epsilon + m}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{m''}{\epsilon + m} + \frac{\kappa}{r}\frac{m'}{\epsilon + m}. \tag{2.20}$$

Мы интересуемся положительными значениями  $\epsilon$ , при которых уравнение (2.19) имеет решения, обращающиеся в нуль при  $r = 0$  и  $\infty$ . Для потенциалов вида  $m \sim r^n$  при  $l \gg n$  три последних слагаемых в  $V^2$  можно рассматривать как возмущение. Вблизи минимума ( $r = r_0$ ) функции  $l(l+1)r^2 + m^2$  аппроксимируем  $V^2$  выражением

$$\begin{aligned}\tilde{V}^2 &= V^2(\epsilon_0, r_0) + k^4(r - r_0)^2, & \epsilon_0 &= \left[ \frac{l(l+1)}{r_0^2} + m^2(r_0) \right]^{1/2}, \\ k^4 &= \frac{1}{2} \left[ \frac{l(l+1)}{r^2} + m^2 \right]'' \Big|_{r=r_0}.\end{aligned}\tag{2.21}$$

Из-за того, что при больших  $l$  движение квазиклассично, низшее собственное значение  $\epsilon^2$  можно вычислять по формуле

$$\epsilon^2 = V^2(\epsilon_0, r_0) + k^2. \tag{2.22}$$

По определению  $r_0$ ,

$$m'(r_0) = (\epsilon_0^2 - m^2(r_0))/r_0 m(r_0). \quad (2.23)$$

Из соотношения (2.20) находим интересующую нас  $ls$ -поправку к энергии

$$\Delta\epsilon_\kappa = (\gamma - 1) \frac{\kappa}{2r_0^2 \epsilon_0}, \quad \gamma = \frac{\epsilon_0}{m(r_0)}. \quad (2.24)$$

Отсюда расстояние между уровнями с противоположными ориентациями  $s$  по отношению к  $l$  равно

$$\Delta\epsilon_{ls} = (\gamma - 1)\omega, \quad (2.25)$$

где  $\omega$  — расстояние между соседними ротационными уровнями с одинаковым знаком  $ls$ . Для потенциала, растущего по степенному закону,  $\gamma = (n + 1)^{1/2}$ . При этом  $k \sim l^{1/2} n^{1/4}/r_0$  характеризует величину радиального импульса. Формулы (2.24), (2.25) справедливы, если  $k \ll m(r_0) \sim l/r_0 n^{1/2}$ .

Для экспоненциально растущего потенциала  $m = \mu e^{\alpha r}$  основной интерес представляет область значений орбитального момента, в которой выполнено условие

$$\frac{\mu}{\alpha} e^{\alpha r_0} > 1, \quad (2.26)$$

где  $r_0$  — решение уравнения

$$\alpha r_0 = \left( \frac{\alpha l}{\mu} e^{\alpha r_0} \right)^{2/3}. \quad (2.27)$$

Можно показать, что лишь при выполнении условия (2.26) вращение может быть релятивистским. Эффективная масса, как и прежде, определяется величиной  $m(r_0)$ . Тогда  $\gamma \sim (\alpha r_0)^{1/2}$ , откуда видно, что движение становится релятивистским при  $l \gg \mu/\alpha$ . Если  $\mu/\alpha \ll 1$ , но  $l \gg \mu/\alpha$ , то  $(\mu/\alpha) e^{\alpha r_0} \gg 1$  и  $\gamma$ -фактор лежит в пределах  $[\ln(\alpha/\mu)]^{1/2} \ll \gamma \ll l^{1/3}$ .

Если  $\mu/\alpha \gg 1$ , условие (2.26) выполняется автоматически. При этом  $1 \ll \gamma \ll l^{1/3}$ .

Заметим, что для рассмотренных выше потенциалов существует область, где  $k \gg m(r_0)$ . Так, например, для экспоненциально растущего потенциала условие  $k \gg m(r_0)$  выполняется при  $l^{2/3} \ll \ln(\alpha/\mu)$ . Однако в этом случае  $\gamma$ -фактор, который характеризуется теперь отношением  $\epsilon_0/k$ , удовлетворяет условию  $v\gamma \ll l^{-1/6}$ , т.е. движение нерелятивистское.

Из приведенных выше примеров ясно, что ситуация, когда эффективная масса фермиона связана с локализацией фермиона по радиусу и определяется величиной импульса  $k$  и одновременно движение в квазиклассической области является релятивистским, может реализоваться в потенциалах, растущих быстрее экспоненты. В качестве такого примера рассмотрим фермион, запертый в сферической полости фиксированного радиуса  $R$ . Условие невылетания на границе, совместимое с уравнением Дирака, имеет вид [8]

$$i\mathbf{n}_\mu \gamma_\mu \psi = \psi. \quad (2.28)$$

Это условие нарушает  $\gamma_5$ -инвариантность, как и должно быть при скалярном записании. Первоначально фермион считается безмассовым, поэтому  $\psi$  внутри полости удовлетворяет свободному уравнению Дирака  $\hat{p}\psi = 0$ . Задача решается точно (см. приложение 1), и для энергии спин-орбитального расщепления, как и в предыдущих примерах, получается значение, в  $\gamma$  раз превышающее расстояние между соседними ротационными уровнями.

Для дальнейшего полезно рассмотреть еще один способ вычисления энергии  $ls$ -расщепления в скалярном потенциале. Вычислим среднее значение квадрата гамильтониана  $\langle H^2 \rangle = \int \psi^\dagger H^2 \psi d^3r$ . Для дираковской частицы  $H = \vec{\alpha}\mathbf{p} + \beta m$ , поэтому

$$H^2 = \mathbf{p}^2 + m^2 + im'(\mathbf{n}\vec{\gamma}). \quad (2.29)$$

Ответ для  $\Delta\epsilon_{ls}$  (приложение 2) совпадает с (2.25), причем вклад, пропорциональный  $\gamma$ , возникает от слагаемого, содержащего  $m'$ , а член с "–1" возникает при учете зависимости от  $ls$  волновой функции  $\psi$ .

Сейчас уместно вспомнить о попытке вычислить поправку к энергии классически (см. предыдущий раздел). Зависящая от спинов поправка к  $\epsilon^2$  имела вид  $2i(f\xi)\xi_5 m$  (см. формулу (2.12)), где  $f_\mu = (1/m)\partial_\mu m$ , и потому при  $m = m(|\mathbf{r}|)$ ,  $f_\mu = (1/m)(0, m'\mathbf{n})$ . При квантовании величина  $2i(f\xi)\xi_5 m$  переходит в  $im'(\mathbf{n}\vec{\gamma})$ , которая совпадает с последним слагаемым в формуле (2.29). Отсюда ясно, что при вычислении энергии  $ls$ -расщепления в классическом подходе удастся получить лидирующий в релятивистском пределе член, равный  $\gamma\omega$ . Добавку с "–1" можно получить лишь на квантовом уровне, учитывая зависимость от  $ls$  самих состояний.

При движении в векторном потенциале члены, пропорциональные  $\gamma$  в частоте прецессии спина, сокращаются. Аналогичное сокращение имеет место и в энергии. Поэтому вычисление  $ls$ -расщепления в векторном потенциале на классическом уровне невозможно.

Итак, мы пришли к выводу, что в ситуации, когда единственным источником прецессии спина является эффект Томаса, энергия спин-орбитального расщепления совпадает с частотой прецессии:

$$\vec{\Omega}_T = (\gamma - 1)\vec{\omega}, \quad (2.30)$$

причем энергетически выгодна ориентация спина по оси вращения. Важный вывод, следующий из этого результата, состоит в том, что в ультрарелятивистском пределе  $ls$ -расщепление в  $\gamma$  раз превосходит расстояние между ротационными уровнями и в этом смысле представляет собой существенный эффект.

Переходя к формулам, по которым будут рассчитываться спектры масс адронов с высокими спинами, просуммируем выводы пп. 1, 2. Начав в п. 1 с позитрония и вычислив спин-орбитальную часть потенциала Брейта, мы перешли к  $q\bar{q}$ -системе и рассмотрели спин-орбитальные эффекты в области малых орбитальных возбуждений, когда форма объекта еще близка к сферической, а скорости кварков малы. Было показано, что в  $q\bar{q}$ -системе возникают дополнительные вклады в  $ls$ -взаимодействие, обусловленные конфайнментом. С ростом  $l$ , когда адрон вытягивается в трубку, наполненную силовыми ли-

ниями хромоэлектрического поля, эти вклады меняют характер  $ls$ -взаимодействия не только количественно, но и качественно — начинает доминировать томасовская составляющая прецессии спинов карков. Поэтому в дальнейшем мы будем предполагать, что спины кварков на концах релятивистской струны прецессируют только благодаря эффекту Томаса.

В п. 2 мы рассмотрели связь между частотой прецессии спина кварка и энергией спин-орбитального взаимодействия. Это было сделано на примере движения кварка в скалярном потенциале, где также эффект Томаса является единственной причиной прецессии спина частицы. Вывод состоял в том, что энергия спин-орбитального расщепления совпадает с частотой томасовской прецессии. Этот результат мы и будем применять в дальнейшем в нашей идеализированной модели КХД-струны для описания спектров адронов с высокими спинами.

### 3. Спектр адронов с высокими спинами в модели струны с $ls$ -связями

Результаты предыдущих разделов позволяют найти связь между полным угловым моментом  $J$  и массой  $M$  (реджевские траектории) в модели струны, выразив  $J$  и  $M$  через частоту вращения струны  $\omega$ . Напоминаем, что мы интересуемся достаточно большими орбитальными моментами, при которых применима квазиклассика.

Натяжение струны  $v$  и масса кварка  $m_q$  в дальнейшем будут считаться параметрами. Под  $m_q$  подразумевается эффективная масса кварка, определенная в сопутствующей системе отсчета. Причины возникновения эффективной массы довольно очевидны. Это — локализация кварка в продольном (вдоль струны) направлении, обусловленная центробежным барьером, а также локализация в поперечном направлении, определяемая поперечным размером струны. Так понимаемая эффективная масса, очевидно, не зависит от частоты вращения струны, что, собственно, и позволяет считать ее параметром.

В квазиклассическом пределе энергия (масса)  $M$  и полный угловой момент (спин)  $J$  струны с кварками на концах могут быть найдены по формулам [12, 17]

$$\begin{aligned} M &= \int_{-L/2}^{L/2} \frac{v dx}{[1 - (\omega x)^2]^{1/2}} + \frac{2m_q}{(1 - v^2)^{1/2}} + \Delta E_{ls}, \\ J &= \int_{-L/2}^{L/2} \frac{v \vec{\omega} x^2 dx}{[1 - (\omega x)^2]^{1/2}} + s_1 + s_2; \end{aligned} \quad (3.1)$$

$L$  — длина струны,  $v$  — скорость кварка,  $v = \omega L/2$ . Имеется дополнительное условие, следующее из требования равновесия кварка на конце струны:

$$\frac{d|\mathbf{p}|}{d\tau} = v, \quad (3.2)$$

где  $\mathbf{p}$  — импульс кварка,  $\tau$  — время, измеряемое в сопутствующей системе отсчета. В л.с. это условие имеет вид

$$\frac{d|\mathbf{p}|}{dt} = v(1 - v^2)^{1/2}, \quad (3.3)$$

что эквивалентно условию

$$m\omega\gamma = v/\gamma, \quad \gamma = 1/(1 - v^2)^{1/2}. \quad (3.4)$$

Вычислив входящие в (3.1) интегралы и подставив явное выражение для энергии  $ls$ -взаимодействия, представим окончательный ответ в виде

$$M = \frac{2v}{\omega} \left( \arcsin v + \frac{1}{v\gamma} \right) - \vec{\omega}(s_1 + s_2)(\gamma - 1),$$

$$J = s_{1\omega} + s_{2\omega} + \frac{v}{\omega^2} \left( \arcsin v + \frac{v}{\gamma} \right); \quad (3.5)$$

здесь  $s_{1\omega}, s_{2\omega}$  — проекции спинов кварков на ось вращения.

С ростом углового орбитального момента движение концов струны становится релятивистским, однако релятивистский режим развивается довольно медленно:

$$\gamma \approx \left( \frac{2v}{\pi m_q^2} \right)^{1/4} l^{1/4}. \quad (3.6)$$

В этом пределе связь между массой  $M$  и полным угловым моментом  $J$  определяется следующей формулой:

$$M^2 \approx 2\pi v \left\{ J + \left[ \frac{8}{3\pi} \left( \frac{\pi m_q^2}{2v} \right)^{3/4} - (s_{1\omega} + s_{2\omega}) \left( \frac{2v}{\pi m_q^2} \right)^{1/4} \right] J^{1/4} \right\}. \quad (3.7)$$

Интересно отметить, что  $ls$ -поправка к массе приводит к такому же отклонению от линейности траектории, как и учет в динамике струны ненулевых масс кварков.

Попытка найти  $ls$ -поправку к энергии массивного фермиона, локализованного на конце струны, была предпринята также в работе [18] на основе подхода, предложенного в [19]. Найденная в [18] в нерелятивистском пределе поправка к энергии совпадает с поправкой, обусловленной томасовской прецессией спина. В то же время уравнение прецессии спина, которое легко воспроизвести из приведенного в [18] уравнения для  $\psi$ , не имеет ничего общего с томасовской прецессией. Таким образом, подход, использованный в [18], является противоречивым.

Влияние спиновых степеней свободы при изучении продольных колебаний рассматривалось в работах [20], однако определенных результатов, относящихся к задаче о спектре струны с учетом кварковых спинов, авторы не получили.

Спиновые эффекты в орбитально возбужденных мезонах рассматривались также в работах [21]. Для прямолинейной струны с безмассовыми кварками [21, 22], спины которых описывались грассмановыми переменными, искалась замкнутая система гамильтоновых связей. После квантования такой вырожденной системы по методу Дирака получались четыре реджевские траектории, отвечающие различным ориентациям спинов кварков. С помощью четырех параметров, фиксируемых для каждой четверки траекторий, и общего наклона  $\alpha'$  описывались экспериментальные данные по мезонным траекториям. Спин-орбитальные расщепления в такой модели оказались малыми и практически постоянными при больших  $J$ , причем  $M_{j=l+1}^2 \gtrsim M_{j=l}^2 \gtrsim M_{j=l-1}^2$ . Учет в явном

виде томасовской прецессии, как мы увидим, приводит к существенно иным предсказаниям; спин-орбитальное расщепление оказывается сравнимым с расстройением между соседними резонансами на одной траектории, а порядок уровней таков, что при данном  $l$  меньшей энергией обладают состояния с максимальным полным спином.

#### 4. Описание экспериментальных данных

Формулы (3.1) — (3.5), определяющие зависимость между  $J$  и  $M$ , допускают очевидное обобщение на случай разных масс кварков или кварковых кластеров на концах струны:

$$M = \frac{v}{\omega} \left( \arcsin v_1 + \arcsin v_2 + \frac{1}{v_1 \gamma_1} + \frac{1}{v_2 \gamma_2} \right) - s_1 \omega (\gamma_1 - 1) - s_2 \omega (\gamma_2 - 1), \quad (4.1)$$

$$J = s_1 + s_2 + \frac{v}{2\omega^2} \left( \arcsin v_1 + \arcsin v_2 + \frac{v_1}{\gamma_1} + \frac{v_2}{\gamma_2} \right), \quad (4.2)$$

а условия равновесия кварков на концах струны имеют вид

$$\omega \mu_1 v_1 \gamma_1^2 = v, \quad \omega \mu_2 v_2 \gamma_2^2 = v; \quad (4.3)$$

здесь  $\mu_1, \mu_2$  — массы кварков,  $v_1, v_2$  — их скорости,  $\gamma_i = (1 - v_i^2)^{-1/2}$ . При  $\mu_1 \neq \mu_2$  имеются дополнительные условия, определяющие положение центра тяжести струны с кварками:

$$\omega x_1 = v_1, \quad \omega x_2 = v_2. \quad (4.4)$$

Легко убедиться, что при этом импульс отрезка струны  $x_1$  с кластером  $\mu_1$  равен (со знаком "минус") импульсу отрезка струны  $x_2$  с кластером  $\mu_2$ . При данных значениях  $\mu_1, \mu_2$  и  $v$  формулы (4.1) — (4.3) задают в параметрическом виде зависимость  $J$  от  $M$ .

Описание экспериментальных данных начнем с орбитально возбужденных мезонов  $q\bar{q}$  ( $q = u$  или  $d$ ) с квантовыми числами  $J^{PC} = 1^{--}, 2^{++}, 3^{--} \dots$  ( $\rho$ -,  $\omega$ -траектории) [23]. Положение частиц на плоте  $(M^2, J)$  определяется формулами (4.1) — (4.3), в которых надо положить

$$\mu_1 = \mu_2 = m_q, \quad s_1 = s_2 = 1/2.$$

Параметры  $m_q$  и  $v$  определяются по массам двух частиц с подходящими квантовыми числами. Напомним, что модель должна работать при больших орбитальных возбуждениях, поэтому для определения параметров правильнее выбирать частицы с высокими спинами. Поскольку в формулах (4.1) — (4.3) зависимости от изоспинов нет, модель предсказывает вырождение по полному изоспину (в данном случае  $T = 0$  или  $1$ ). Фиксировав  $m$  и  $v$  по формулам (4.1) — (4.3), однозначно предсказываем положения остальных частиц на  $\omega$ - и  $\rho$ -траекториях, а также массы орбитально возбужденных аналогов  $\pi$ -мезона с квантовыми числами  $J^{PC} = 1^{+-}, 2^{-+}, 3^{+-} \dots$ , вырожденных по массе с частицами с  $T = 0$ .

Следующий шаг — вычисление масс орбитальных возбуждений странных мезонов  $q\bar{s}$ . Для этого надо ввести всего один дополнительный параметр — эффективную массу странного кварка  $m_s$ , которую можно фиксировать по положению одной точки, скажем, на  $K^*$ -траектории. Остальные массы  $q\bar{s}$ -уровней, а также массы мезонов со скрытой странностью  $s\bar{s}$  предсказываются однозначно: Аналогично введение массы очарованного кварка  $m_c$  позволяет рассчитывать массы орбитально возбужденных аналогов  $D^-$ ,  $D^{*-}$ ,  $D_s^-$ ,  $D_s^{*-}$ ,  $\eta_c$ - и  $\psi$ -мезонов. Мезоны, состоящие из легкого и тяжелого кварков, занимают выделенное место и будут обсуждаться в отдельном разделе.

Для вычисления масс орбитальных возбуждений нестранных барионов надо ввести два новых параметра — массы нестранных дикуарков  $qq$  с  $T = S = 0$  или 1 (обозначим их соответственно  $m_0$  и  $m_1$ ). Как мы увидим, среди всевозможных конфигураций, описывающих орбитальные возбуждения барионов, наиболее энергетически выгодной является конфигурация с кварком и дикуарком на разных концах струны.

Такова в общих чертах схема, по которой мы будем рассчитывать массы орбитально возбужденных адронов, чтобы сравнить предсказания модели с опытом. Результаты расчетов представляются в виде траекторий на плоте  $M^2, J$ ; здесь же приводятся экспериментальные данные по таблицам [1].

**4.1.  $q\bar{q}$ -мезоны** ( $q = u, d$ ). Натяжение струны  $\nu$  и эффективная масса легкого кварка  $m_q$ , входящие в расчеты масс  $q\bar{q}$ -состояний и фиксированные, как указывалось выше, равны

$$m_q = 340 \text{ МэВ}, \quad (2\pi\nu)^{1/2} = 1,07 \text{ ГэВ}.$$

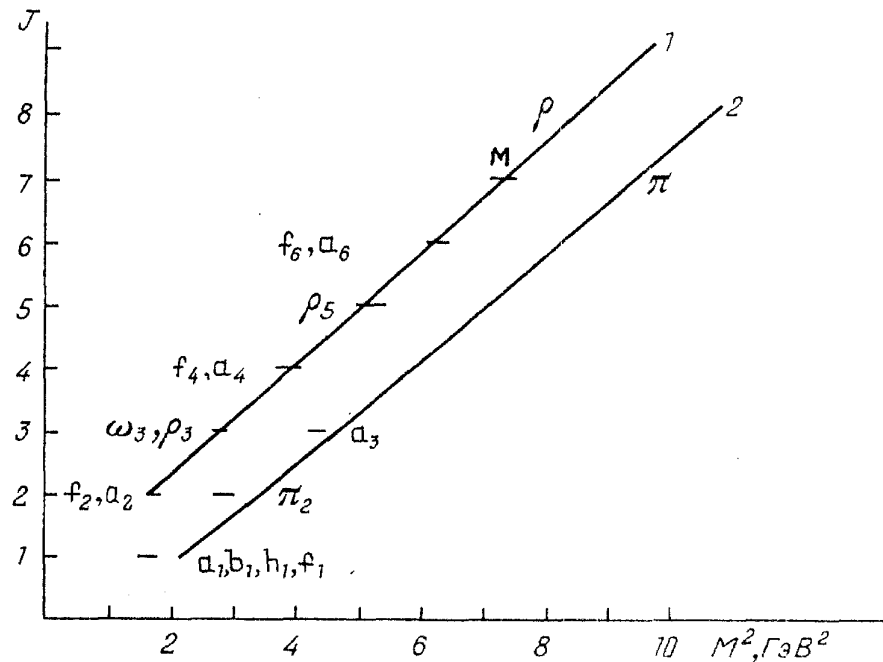


Рис. 1. Массы орбитально возбужденных мезонов  $q\bar{q}$  ( $q = u, d$ )



Траектория **1** ( **$\rho$ -траектория**) на рис. 1 отвечает спинам кварков, выстроенным вдоль  $l$ . Квантовые числа частиц на этой траектории  $J^{PC} = 2^{++}, 3^{--}, \dots$  и  $T = 0$  или 1. Экспериментальные данные хорошо согласуются с тем, что предсказывает модель. Траектория 2 отличается проекцией спина одного из кварков ( $s_1 = -s_2 = +1/2$ ). Здесь томасовская поправка равна нулю. Квантовые числа частиц на этой траектории  $J^{PC} = 1^{+-}, 2^{-+}, 3^{+-}, \dots$ ,  $T = 0$  или 1 ( **$\pi$ -траектория**). Число состояний на траектории 2 вдвое больше из-за того, что спины кварков могут складываться в 0 или 1.

Взаимное расположение частиц на траекториях 1 и 2 как раз и определяется спин-орбитальным расщеплением: согласно предсказаниям модели частица со спином  $J$  и четностью  $P$  на 1 должна быть легче (на величину томасовского сдвига), чем частица со спином  $J - 1$  и той же четностью  $P$  на траектории 2. Экспериментальные данные при малых  $J$  противоречат этому (подробнее малые  $J$  будут обсуждаться ниже). При  $l = 3$  ( $J = 3$  на траектории 2), однако, уже можно говорить о качественном согласии. К сожалению, экспериментальные данные для более высоких спинов на траектории 2 отсутствуют. Именно эта область представляет наибольший интерес с точки зрения исследования спин-орбитальных эффектов, предсказываемых моделью струны.

**4.2.  $q\bar{s}$ - и  $s\bar{s}$ -мезоны.** Введение всего лишь одного дополнительного параметра — массы странного кварка — позволяет рассчитать спектр орбитальных возбуждений  $K$ -,  $K^*$ - и  $\phi$ -мезонов. Эти предсказания находятся по тем же формулам (4.1) — (4.3). Массу странного кварка можно определить, например, по массе  $K^*(1780)$  с  $J^P = 3^-$ . Тогда  $m_s = 440$  МэВ. Предсказания для масс остальных орбитальных возбуждений  $K^*$ -мезонов показаны в виде траектории 1 на рис. 2. Спины обоих кварков выстроены вдоль оси вращения, так что при заданном орбитальном моменте полный момент  $J$  максимален. Зная массы кварков, можно также рассчитать спектр орбитальных возбуж-

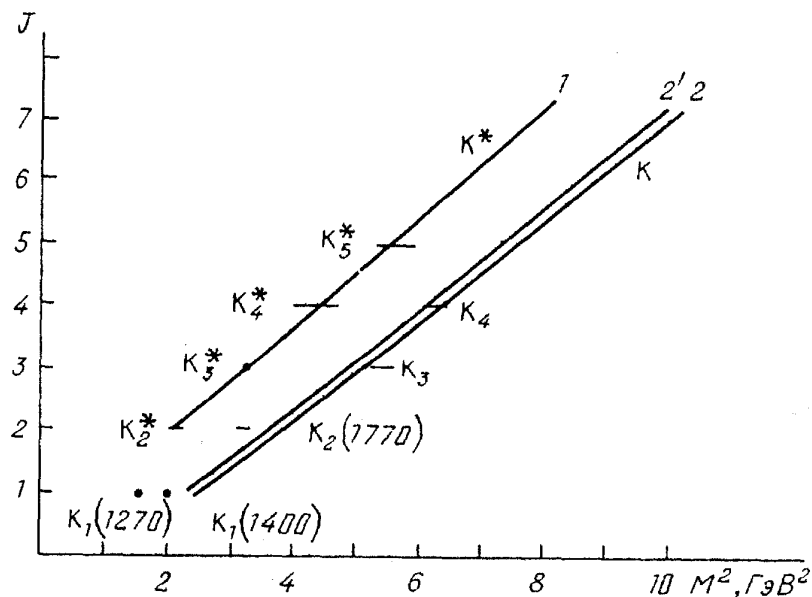
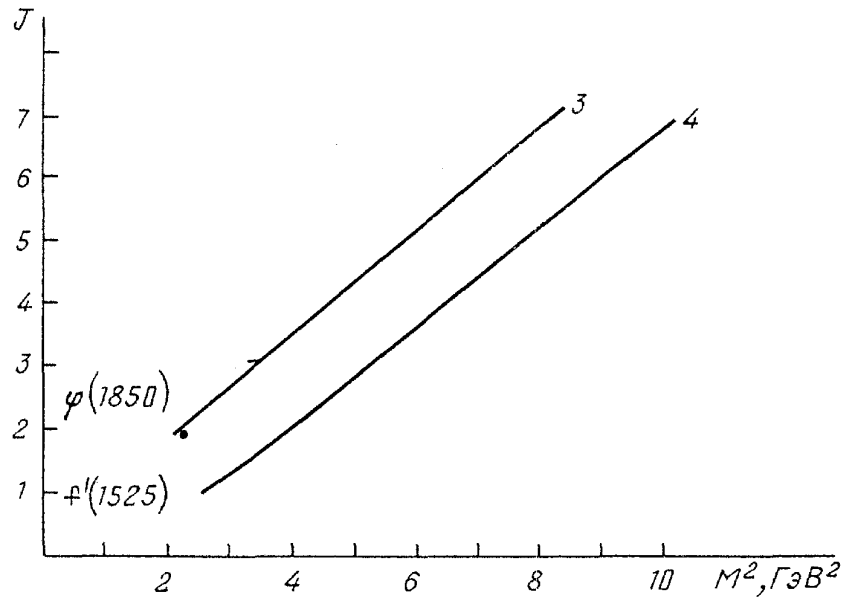


Рис. 2. Массы орбитальных возбуждений странных мезонов

Рис. 3. Массы орбитальных возбуждений мезонов  $\bar{s}s$ 

дений К-мезонов с квантовыми числами  $J^P = 1^+, 2^-, 3^+$  и т.д. Предсказания модели даны в виде траекторий 2 и 2' на рис. 2. Сумма проекций спинов кварков равна при этом нулю и  $J = l$ . Суммарный спин кварков может равняться 0 и 1, поэтому число состояний удваивается. Траектории 2 и 2' соответствуют различным суперпозициям состояний с разными суммарными спинами кварков.

На рис. 2 показаны также известные на опыте частицы. Отсутствие в спектре К-мезонов более легких частиц с квантовыми числами  $J^P = 3^+$  и  $4^-$  было бы веским аргументом в пользу того, что спин-орбитальное взаимодействие обусловлено прецессией Томаса.

Зная натяжение струны и эффективную массу странного кварка, можно вычислить спектр масс орбитально возбужденных аналогов  $\varphi$ -мезона с квантовыми числами  $J^{PC} = 2^{++}, 3^{--}, 4^{++}$  и т.д. Предсказания модели даны на рис. 3 (траектория 3) в сравнении с экспериментальными данными. На этом же рисунке приводятся предсказания модели для спектра масс орбитальных возбуждений системы  $ss$  с квантовыми числами  $J^{PC} = 1^{+-}, 2^{-+}, 3^{+-}$  и т.д. Траектории, показанные на рис. 2 и 3, исчерпывают предсказания модели для спектра масс наиболее легких возбужденных уровней  $q\bar{s}$  и  $s\bar{s}$  со всевозможными квантовыми числами  $J^P$ . Основные состояния К и  $K^*$  в рассмотрении, разумеется, не участвуют.

**4.3. Орбитальные возбуждения барионов.** При вычислении спектра масс орбитальных возбуждений барионов возникает ряд дополнительных вопросов. Прежде всего, как выглядит конфигурация, соответствующая минимальной массе состояния при заданных квантовых числах? Можно представить себе три разные возможные конфигурации, описывающие орбитальные возбуждения барионов (рис. 4 — 6). (Натяжение струны для всех трех конфигураций, очевидно, такое же, как и для мезонов, и равно  $\nu$ .) Сравним энергии, соответствующие этим конфигурациям, предполагая, что спины кварков выстроены вдоль оси вращения. Тогда легко видеть, что конфигурация

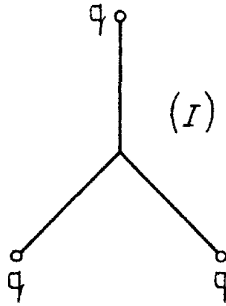


Рис. 4

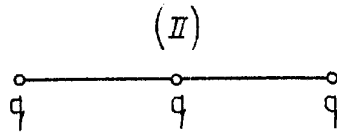


Рис. 5

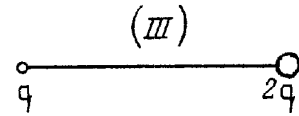


Рис. 6

типа звездочки (рис. 4) соответствует следующей зависимости  $M$  от  $J$  (заданной, как и прежде, параметрически):

$$M_I = \frac{3}{2}M, \quad J_I = \frac{3}{2}J, \quad (4.5)$$

где  $M$  и  $J$  определены формулами (4.1) — (4.3) с  $\mu_1 = \mu_2 = m_q$ . При больших  $J$

$$M_I^2 = \frac{3}{2}(2\pi\nu)J_I. \quad (4.6)$$

Энергию, соответствующую конфигурации рис. 5, также легко вычислить, исходя из формул, задающих мезонную траекторию:

$$M_{II} = M + m_q, \quad J_{II} = J + \frac{1}{2}. \quad (4.7)$$

Однако ясно, что такая конфигурация неустойчива — центробежная сила (при отсутствии спин-спинового взаимодействия) "вытолкнет" кварк на конец струны. Эту конфигурацию в дальнейшем не рассматриваем.

Энергия, соответствующая конфигурации рис. 6, зависит от массы ди-кварка. При больших моментах, когда вкладом массы ди-кварка можно пренебречь,

$$M_{III}^2 = 2\pi\nu J_{III}. \quad (4.8)$$

Сравнение формул (4.6) и (4.8) показывает, что при больших  $J$  конфигурация типа звездочки энергетически невыгодна. Наконец, при малых  $J$  (орбитальный момент  $\geq 1$ ) надо учитывать все слагаемые, входящие в  $M$  и  $J$ . Поэтому вопрос о выборе наиболее выгодной по энергии конфигурации можно решить только численно. Забегая вперед, скажем, что и при малых  $J$  наиболее выгодной оказывается конфигурация с кварком на одном конце струны и ди-кварком на другом [23, 24]. При вычислении энергии и углового момента необходимо знать массу ди-кварка. Заметим, что в данной ситуации само по себе понятие массы цветного кластера имеет смысл в том случае, если локализация кварков вдоль струны за счет центробежной силы не меняется с ростом  $J$ . Используя аргументы, приведенные в работе [4], можно показать, что локализация кварка в продольном направлении порядка  $\Delta L = L/J^{1/2}$ , где  $L$  — длина струны. При больших моментах  $L \approx 4J^{1/2}/(2\pi\nu)^{1/2}$ , поэтому  $\Delta L \sim 4/(2\pi\nu)^{1/2}$ . Локализация кварка в поперечном направлении также, очевидно, не меняется, так как она определяется сечением струны, а свойства струны не зависят от  $J$ . Ди-кварки, входящие в состав барионов, находятся в антисимметричном по цвету состоянии, и поэтому  $T = S = 0$  или 1.

Рассмотрим сначала состояния с максимально возможными спинами, начиная с наинизшего орбитального возбуждения ( $l = 1$ ). Затем, идентифицируя предсказываемые частицы с экспериментальными данными, определим массы дикварков.

Ясно, что барионы с триплетным дикварком должны обладать наименьшими массами при данном спине  $J$ . На этой траектории должны лежать частицы с квантовыми числами  $J^P = 5/2^-, 7/2^+, 9/2^-$  и т.д. Это утверждение согласуется с экспериментом. Как и для мезонов, модель предсказывает вырождение по изоспину. Поскольку изоспин дикварка равен 1, на этой траектории должны лежать барионы с  $T_B = 1/2(N)$  и  $T_B = 3/2(\Delta)$ . Эта траектория задается формулами (4.1) — (4.3), в которых

$$\mu_1 = m_q, \quad s_1 = 1/2; \quad \mu_2 = m_1, \quad s_2 = 1.$$

При  $m_1 = 550$  МэВ предсказания модели (траектория  $(N - \Delta)_1$ ) показаны на рис. 7. На этом же рисунке показаны известные на опыте частицы, обладающие наименьшими массами при соответствующих квантовых числах  $J^P$ .

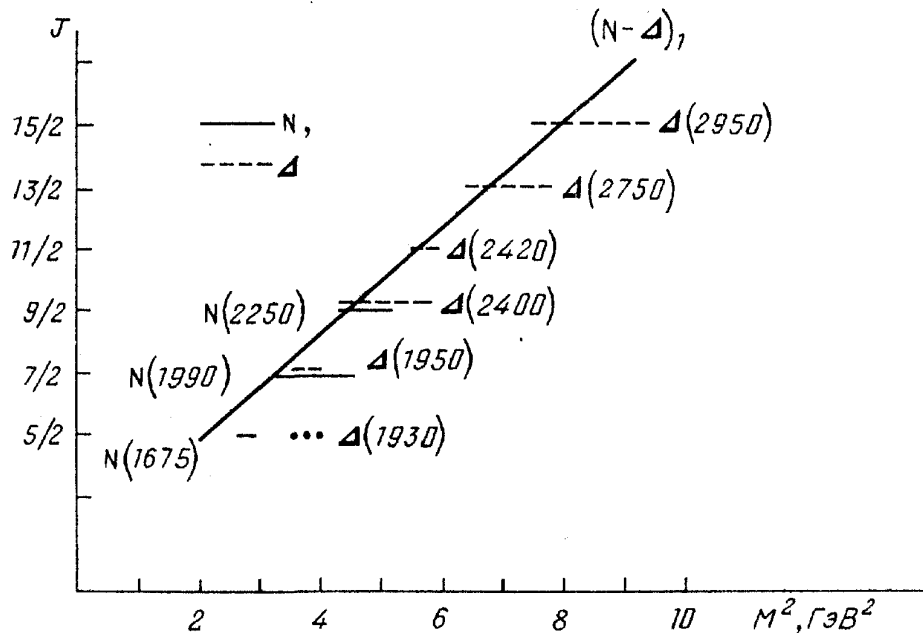


Рис. 7. Массы орбитально возбужденных уровней системы  $q - qq_1$  с  $J^P = 5/2^-, 7/2^+, \dots$ ,  $T = 1/2, 3/2$

Судя по этому рисунку, можно говорить о согласии модели с опытом, начиная с  $J = 7/2$  (соответствующему  $l = 2$ ). Отклонение предсказаний модели от экспериментальных данных при малых  $J$  указывает на необходимость учета хромагнитного поля и подробно обсуждается в отдельном разделе. Эти эффекты, очевидно, должны сказываться только на низших орбитальных возбуждениях. Надо также напомнить, что модель, вообще говоря, неприменима для наинизших орбитальных возбуждений, поэтому при малых  $J$  можно говорить о качественном согласии с опытом. Обычно барионы с  $T_B = 3/2$ , показанные на рис. 7, описываются так называемой **Δ-траекторией** (см., например, [25]). Предсказываемое моделью струны вырождение по изоспину, по-видимому, согласуется с опытом (см. рис. 7). Было бы интересно проверить это предсказание на более высоких спинах.

Теперь рассмотрим траектории с синглетным дикварком, когда спин кварка, сидящего на другом конце струны, и орбитальный момент складываются в максимально возможный. На эту траекторию должны ложиться самые легкие барионы с квантовыми числами  $J^P = 3/2^-, 5/2^+, 7/2^-, \dots$  и т.д. Изоспин дикварка равен нулю, поэтому полный изоспин фиксирован,  $T_B = 1/2$ . Экспериментально известные барионы, которые удовлетворяют этим критериям, обычно описывают нуклонной траекторией ( **$N_\alpha$ -траектория** [25]). Число этих частиц невелико: помимо протона (который не подходит под используемую нами классификацию траекторий по дикваркам) на опыте установлено существование всего двух нуклонных резонансов:  $N(1680)$  с  $J^P = 5/2^+$  и  $N(2220)$  с  $J^P = 9/2^+$ . Заметим, что масса  $N(1680)$  практически совпадает с массой мезона  $\omega_3(3^-)$ . Обе эти частицы в модели струны представляются как орбитальное возбуждение с  $l = 2$ , причем одна "получается" из другой заменой антикварка на синглетный дикварк. Если учесть, что спин-орбитальная поправка в мезонах, грубо говоря, вдвое больше, то синглетный дикварк оказывается легче кварка и существенно легче триплетного дикварка. Численная подгонка по массе  $N(1680)$  дает  $m_0 = 220$  МэВ. Заметим, что  $m_1 - m_0 \approx (m_\rho - m_\pi)/2$ . Так было бы в том случае, если бы спиновое расщепление масс в обеих ситуациях определялось взаимодействием цветных магнитных моментов кварков.

Предсказания модели для остальных нуклонных возбуждений с синглетным дикварком показаны на рис. 8 (траектория  $N_1$ ). Она рассчитывается по формулам (4.1) — (4.3), в которых

$$\mu_1 = m_q, \quad s_1 = 1/2; \quad \mu_2 = m_0, \quad s_2 = 0.$$

Среди экспериментальных данных на рис. 8 фигурирует барион с  $J^P = 13/2^+$ . В таблицах элементарных частиц 1990 г. [1] эта частица обоз-

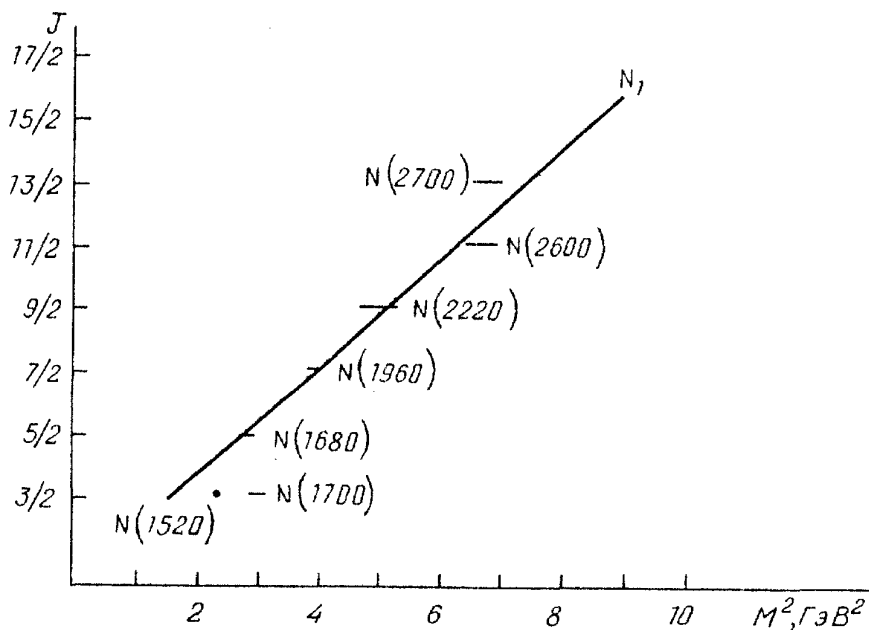


Рис. 8. Массы орбитально возбужденных барионов  $q - qq_0$  с  $J^P = 3/2^-, 5/2^+, \dots, T = 1/2$

начена  $N(2700)$ ; при этом цитируются два эксперимента, результаты которых не перекрываются:  $3000 \pm 100$  и  $2612 \pm 45$  МэВ. Возможно, что эти результаты правильнее интерпретировать как указание на существование двух нуклонных резонансов. Один из них (с меньшей массой) показан на рис. 8, другой будет учтен ниже<sup>(1\*)</sup>. На рис. 8 нанесены также данные о нуклонах  $N(1520)$  и  $N(1700)$  с квантовыми числами  $J^P = 3/2^-$ , которые можно интерпретировать как первое орбитальное возбуждение нуклона. На количественное описание здесь, разумеется, ориентироваться нельзя. Наряду с эффектами хромагнитного поля здесь надо учитывать конфигурационные смешивания. Отметим, что основное состояние нуклона с равной вероятностью содержит дикварки с  $S=1$  и 0. Заметное смешивание конфигураций с различными спинами дикварка может сохраниться и на низших орбитальных возбуждениях. В этом смысле барионы с  $J^P = 3/2^-$  являются суперпозициями состояний, лежащих на разных траекториях. Отметим, что сама идея кластеризации справедлива при малом конфигурационном смешивании. Судя по рис. 8, смешивание конфигураций и эффекты хромагнитного поля становятся малосущественными, начиная с  $l = 2$  (на траектории  $N_1$  это соответствует  $J^P = 5/2^+$ ).

**4.4. Другие барионные траектории.** До сих пор мы рассматривали барионные возбуждения с наиболее выгодной по спин-орбитальному взаимодействию ориентацией спинов частиц на концах струны. Рассмотрим теперь состояния с триплетным дикварком, для которых  $J = l + 1/2$ . Здесь, как и на траектории  $(N - \Delta)_1$ , должно быть вырождение по изоспину. Кроме того, суммарный спин кварков в этом случае может быть равен  $1/2$  и  $3/2$ , поэтому число  $N$ - и  $\Delta$ -состояний удваивается. В модели струны значение  $J = l + 1/2$  может быть реализовано двумя различными способами:

$$s_1 = \frac{1}{2}, \quad s_2 = 0,$$

$$s_1 = -\frac{1}{2}, \quad s_2 = 1$$

(напомним, что масса дикварка  $m_1$  уже фиксирована). Соответствующие траектории мы обозначим  $(N - \Delta)_2$  и  $(N - \Delta)_2'$  (рис. 9). На них лежат частицы с  $J^P = 3/2^-, 5/2^+, 7/2^-$  и т.д. Траектории  $(N - \Delta)_2$  и  $(N - \Delta)_2'$  соответствуют различным суперпозициям состояний с различными суммарными спинами кварков

$$\psi = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \psi\left(\frac{3}{2}, +\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3}\right)^{1/2} \psi\left(\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right),$$

$$\psi' = \left(\frac{1}{3}\right)^{1/2} \psi\left(\frac{3}{2}, +\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \psi\left(\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right).$$
(4.9)

В действительности, конечно, суперпозиции состояний должны определяться с учетом взаимодействия цветных магнитных моментов кварков, которое мы не рассматриваем.

Как видно из рис. 9, траектории  $(\Delta - N)_2$  и  $(N - \Delta)_2$  очень близки. Можно надеяться, что учет спин-спинового взаимодействия (при условии, что дикварк

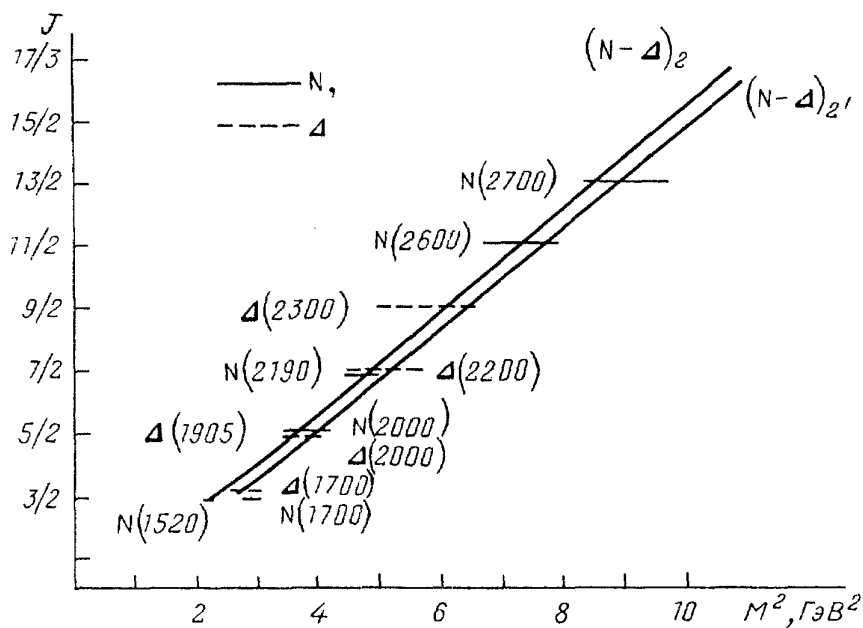


Рис. 9. Массы орбитально возбужденных барионов  $q - qq_1$  с  $J^P = 3/2^-, 5/2^+, \dots$ ,  $T = 1/2, 3/2$

триплетный) незначительно повлияет на предсказания модели. Конфигурационным смешиванием, как уже говорилось, пренебрегаем, так как траектории с синглетным и триплетным дикварком отстоят далеко друг от друга. Отметим также, что для  $\Delta$ -резонансов конфигурационное смешивание отсутствует. Поэтому вырождение траекторий  $N$  и  $\Delta$  служит экспериментальным подтверждением отсутствия конфигурационного смешивания в нуклонных резонансах. Это смешивание проявляется, как уже говорилось, в низших возбуждениях,  $J^P = 3/2^-$ . На рис. 9 указаны те же нуклонные резонансы с  $J^P = 3/2^-$ , что и на рис. 8; видно, что они лежат между траекториями  $N_1$  и  $(N - \Delta)_2$ . На рис. 9 показан также нуклонный резонанс  $J^P = 13/2^+$ , упомянутый ранее.

Все сказанное в этом разделе остается в силе и для траекторий с триплетным дикварком и  $J = 1 - 1/2$ ,  $J^P = 1/2^-, 3/2^+, 5/2^-$  и т.д. Предсказания модели и экспериментальные данные показаны на рис. 10 (траектории  $(N - \Delta)_3$  и  $(N - \Delta)_3'$ ).

На рис. 11 показаны орбитальные возбуждения нуклонов, содержащих синглетный дикварк. Как и прежде, возможно конфигурационное смешивание низших возбуждений, лежащих на траекториях  $(N - \Delta)_3$ ,  $(N - \Delta)_3'$  и  $N_2$  (см. рис. 10, 11). Поэтому резонанс  $N(1535)$  с  $J^P = 1/2^-$  показан на обоих рисунках. На рис. 11 показаны также предсказания модели для орбитально возбужденных барионов, содержащих триплетный дикварк и имеющих спин  $J = 1 - 3/2$ , траектория  $(N - \Delta)_4$ . На ней должны лежать  $N$ - и  $\Delta$ -резонансы с квантовыми числами  $J^P = 1/2^+, 3/2^-, 5/2^+$  и т.д.

Таким образом, траектории, изображенные на рис. 7 — 11, исчерпывают совокупность предсказаний модели для спектра барионных резонансов, представляющих собой орбитальные возбуждения в системе трех нестранных кварков.

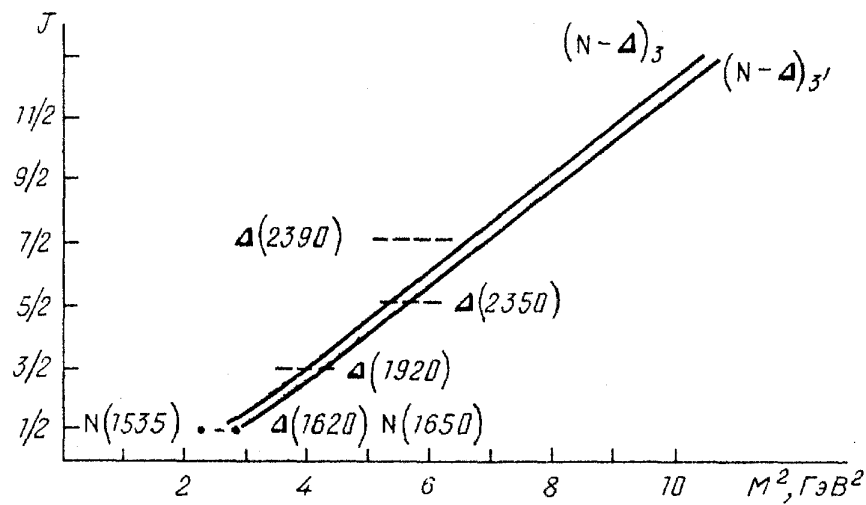


Рис. 10. Массы орбитально возбужденных барионов  $q - qq_1c$   $J^P = 1/2^-, 3/2^+, \dots$ ,  $T = 1/2, 3/2$

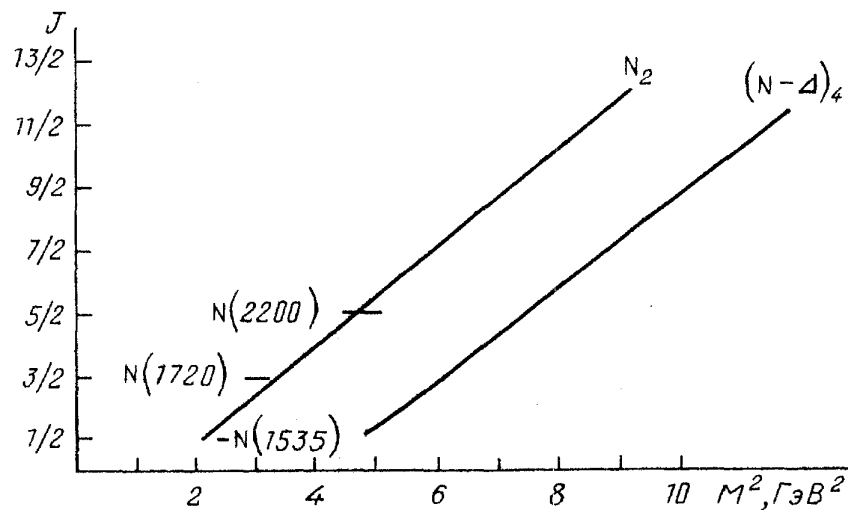


Рис. 11. Массы орбитально возбужденных барионов  $q - qq_0c$   $J^P = 1/2^-, 3/2^+, \dots$ ,  $T = 1/2$  (траектория  $N_2$ ) и  $q - qq_1c$   $J^P = 1/2^+, 3/2^-, \dots$ ,  $T = 1/2, 3/2$  (траектория  $(N - \Delta)_4$ )

**4.5. Спектр  $\Lambda$ -гиперонов.** Перейдем к изучению странных барионов, В первую очередь представляет интерес спектр орбитальных возбуждений  $\Lambda$ -гиперона. Как было показано в предыдущих разделах, наиболее выгодная по энергии конфигурация выглядит как струна с кварком и дикуарком на концах. Поскольку  $\Lambda$ -гиперон состоит из  $u$ -,  $d$ -,  $s$ -кварков и имеет нулевой изоспин, то при орбитальном возбуждении возможен один из следующих вариантов разбиения на цветные кластеры:

- а)  $s - ud$  ( $T = S = 0$ ),
- б)  $q - qs$  ( $T = 1/2, S = 0$ ),
- в)  $q - qs$  ( $T = 1/2, S = 1$ ) ( $q = u, d$ ).



На самом деле физические частицы могут выглядеть как суперпозиции состояний, соответствующих этим разбиениям, особенно если массы разных дикварков близки. При изучении N- и  $\Delta$ -траекторий было, однако, обнаружено, что синглетный дикварк существенно легче триплетного. Поэтому можно надеяться, что конфигурация  $s - ud$  ( $S = T = 0$ ) выделена и что в спектре  $\Lambda$ -гиперонов наинизшими будут уровни с малой примесью других конфигураций. Если это так, то можно предсказать спектр масс орбитальных возбуждений  $\Lambda$ -частиц, не вводя новых параметров. Для этого в формулах (4.1) — (4.3) надо положить

$$\mu_1 = m_s, \quad \mu_2 = m_0; \quad s_1 = 1/2, \quad s_2 = 0.$$

Результаты показаны на рис. 12 в сравнении с экспериментальными данными. Видно, что имеется хорошее согласие, подтверждающее сделанные выше предположения.

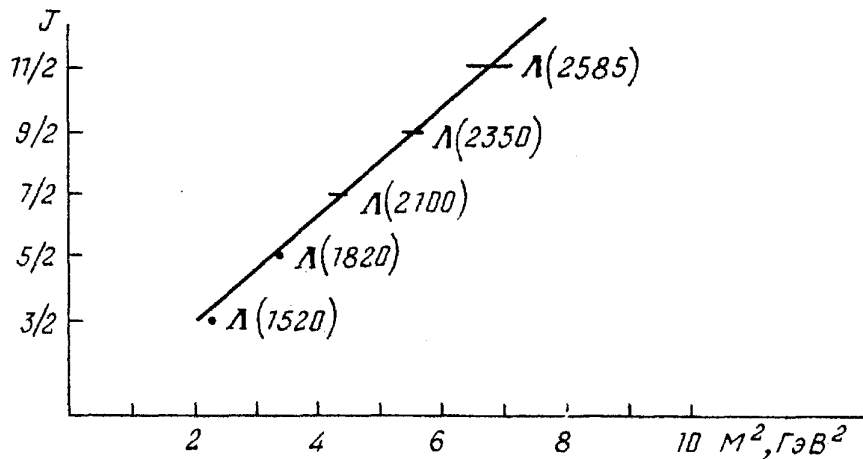


Рис. 12. Орбитальные возбуждения  $\Lambda$ -гиперона с  $J^P = 3/2^-, 5/2^+, \dots$

Расчет спектров остальных странных барионов требует, по крайней мере, введения дополнительных параметров (масс дикварков с отличной от нуля странностью).

**4.6. Мезоны из дикварков.** Одним из важных моментов при описании барионных траекторий было введение в модель дикварков  $qq_0$  и  $qq_1$ . Дикварки оказались сравнительно легкими, и естественно возникает вопрос о спектре масс мезонных состояний, описываемых струной с дикварками на концах. Вопрос о существовании многокварковых адронов (в особенности, с экзотическими квантовыми числами) уже длительное время обсуждается в литературе (см., например, [1, 26 — 31]). Сейчас существуют кандидаты в многокварковые адроны, однако их статус до конца не ясен (см. [1, 29 — 31]). Не исключено, что поиск орбитально возбужденных четырехкварковых мезонов, в которых дикварки "разделены" центробежным барьером, окажется весьма эффективным способом исследования многокварковых систем.

В модели струны массы  $qq - \bar{q}\bar{q}$ -мезонов предсказываются однозначно, коль скоро фиксированы массы дикварков. Напоминаем, что мы рассматриваем триплетные по цвету дикварки, поэтому натяжение струны  $\gamma$  минимально и совпадает с натяжением струны в "обычных" мезонах.

Спектр орбитальных возбуждений с синглетными дикварками на концах

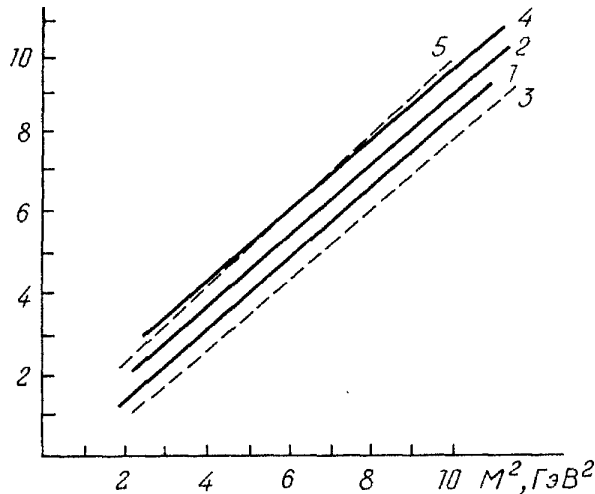


Рис. 13. Орбитальные возбуждения мезонов из нестранных дикварков в сравнении с  $q\bar{q}$ -возбуждениями (пунктирные траектории)

вычисляется по формулам (4.1) — (4.3), в которых надо положить

$$\mu_1 = \mu_2 = m_0; \quad s_1 = s_2 = 0.$$

Результаты вычислений показаны в виде траектории 1 на рис. 13. Изоспин состояний, лежащих на этой траектории, равен нулю. Квантовые числа  $J^{PC} = 1^{--}$ ,  $2^{++}$ ,  $3^{--}$ , ..., а  $G$ -четность совпадает с  $C$ -четностью.

Массы орбитально возбужденных  $4q$ -уровней, построенных из синглетного и триплетного дикварков ( $qq_0 - \bar{q}\bar{q}_1$  или  $qq_1 - \bar{q}\bar{q}_0$ ), рассчитываются по тем же формулам, в которых

$$\mu_1 = m_0, \quad \mu_2 = m_1; \quad s_1 = 0, \quad s_2 = 1.$$

Численные результаты показаны в виде траектории 2 на рис. 13. Состояния  $qq_0 - \bar{q}\bar{q}_1$  и  $qq_1 - \bar{q}\bar{q}_0$  (обозначим их соответственно  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ ), очевидно, вырождены. Ясно также, что эти состояния не обладают определенной  $C$  и  $CP$ -четностью. Состояниями с определенными  $C$  и  $CP$  являются их линейные суперпозиции

$$|1'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle - |2\rangle),$$

$$|2'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle + |2\rangle).$$

Изоспины дикварков равны соответственно 0 и 1, поэтому полный изоспин фиксирован и равен 1. Квантовые числа состояний вида  $|1'\rangle$   $J^{PC} = 2^{-+}, 3^{+-}, 4^{-+}, \dots$  совпадают с квантовыми числами частиц на  $\pi$ -траектории. Состояния вида  $|2'\rangle$  имеют квантовые числа  $J^{PC} = 2^{--}, 3^{++}, 4^{--}, \dots$ . Состояния  $|1'\rangle$  и  $|2'\rangle$  с различной  $C$ -четностью, но одними и теми же квантовыми числами  $J^P$  вырождены. Вырождение может сниматься обменным взаимодействием либо, например, взаимодействием с открытыми адронными каналами из-за различной  $C$ -, а следовательно, и  $G$ -четности. На рис. 13 для сравнения приведена также  $\pi$ -траектория (штриховая траектория 3). Интересно отметить, что резонансы на  $\pi$ -траектории оказываются несколько тяжелее  $4q$ -состояний с теми же квантовыми числами  $J^P$  (см. траектории 2 и 3 на рис. 13).

Наконец, рассмотрим мезоны, состоящие из триплетных дикварков. Массы состояний с наиболее выгодной по энергии ориентацией спинов дикварков рассчитываются по формулам (4.1) — (4.3), в которых

$$\mu_1 = \mu_2 = m_1, \quad s_1 = s_2 = 1$$

(траектория 4 на рис. 13). Полный изоспин может принимать значения

$T = 0, 1$  или  $2$ ; согласно нашей модели эти состояния вырождены. Квантовые числа  $J^{PC} = 3^{--}, 4^{++}, 5^{--}, \dots$ , т.е. такие же, как и на  $\rho$ -траектории, которая показана для сравнения на том же рисунке (траектория 5). Видно, что траектории 4 и 5 практически совпадают, расстояния между частицами с одинаковыми  $J$  не превышают 20 МэВ при больших орбитальных возбуждениях.

Так выглядят предсказания модели для масс состояний, характеризующихся наиболее выгодной по энергии  $ls$ -взаимодействием ориентацией спинов дикварков. Наиболее легкими при данном спине  $J$  оказались частицы, построенные из триплетных дикварков  $qq_1 - \bar{q}\bar{q}_1$ .

Среди них частицы с изоспином  $T = 2$ , существование которых было бы интересно проверить на опыте.

Помимо перечисленных модель предсказывает еще целый ряд состояний, которые характеризуются отличными от рассмотренных выше ориентациями спинов дикварков по отношению к направлению  $l$  и имеют, таким образом, массы, отличающиеся на энергию спин-орбитального взаимодействия (см. [32]). В той же работе проводится сравнение с другими моделями и обсуждается связь с проблемой бариония. Как видно из приведенных результатов, модель предсказывает большое число бозонных резонансов вблизи и над порогом  $N\bar{N}$ . Заметим также, что ряд предсказываемых резонансов лежит ниже порога  $N\bar{N}$ . Самый легкий среди них — мезон, построенный из синглетных дикварков с  $G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$  с массой в интервале 1,2–1,3 ГэВ.

Не так давно в работе [33] был обнаружен  $C$ -мезон со скрытой странностью, распадающийся по каналу  $\phi\pi^0$  и имеющий квантовые числа  $J^P = 1^-$ . Он имеет массу  $m_c = 1480$  МэВ. Авторы [33] считают, что это четырехкварковый объект  $q\bar{q}s\bar{s}$ . В модели струны такой мезон можно интерпретировать как первое орбитальное возбуждение системы, построенной из странных дикварков с нулевыми спинами  $qs_0 - \bar{q}\bar{s}_0$ . Если это так, то из этого эксперимента можно определить массу странного дикварка и предсказать массы более высоких орбитальных возбуждений. Масса  $qs_0$  оказывается равной 360 МэВ, что на 140 МэВ больше массы нестрannого дикварка  $qq_0$  (напомним, что эффективные массы странного и нестрannого кварков отличаются в нашей модели на 100 МэВ). Массы следующих орбитальных возбуждений на траектории  $C$ -мезона равны:  $2^+(1,88 \text{ ГэВ})$ ,  $3^-(2,19 \text{ ГэВ})$ ,  $4^+(2,46 \text{ ГэВ})$ . Согласно нашей модели в тех же точках должны лежать частицы с нулевым изоспином.

**4.7. Дибарионы.** Имеется несколько причин, по которым представляется интересным рассмотрение орбитальных возбуждений шестикварковых состояний. Основные состояния этих систем являются, во-первых, относительно тяжелыми из-за сильного спин-спинового отталкивания кварков и возможного увеличения константы  $B$  — вакуумной плотности энергии [34 — 40]. Во-вторых, такие состояния должны легко распадаться в открытые адронные каналы и, следовательно, быть довольно широкими. Разделение  $bq$ -систем на кластеры, например, посредством центробежного барьера было бы поэтому выгодно как с энергетической точки зрения, так и с точки зрения стабильности по отношению к распаду в бесцветные адроны.

Орбитальные возбуждения  $bq$ -систем рассматривались и ранее [37]. Новым моментом нашего рассмотрения является учет спин-орбитального взаимодействия кластеров. Спин-орбитальное взаимодействие, оказывается, не только дает поправку к энергии вращающегося дибариона, но и определяет

выбор энергетически выгодного разбиения на кварковые кластеры.

Из анализа довольно хорошо известной вращательной серии дибарионов  ${}^3F_3(2,25)$ ,  ${}^1G_4(2,43)$ ,  ${}^3H_5(2,7)$ ,  ${}^1I_6(2,9)$ ... мы определили [41], что наиболее подходящая для ее описания конфигурация представляет собой дикварк  $qq_1$  и четырехкварковый кластер  $q_{01}^4$  с  $T=0$  и  $S=1$  (рис. 14). Масса кластера  $q_{01}^4$  оказалась в интервале 1,05 — 1,15 ГэВ.

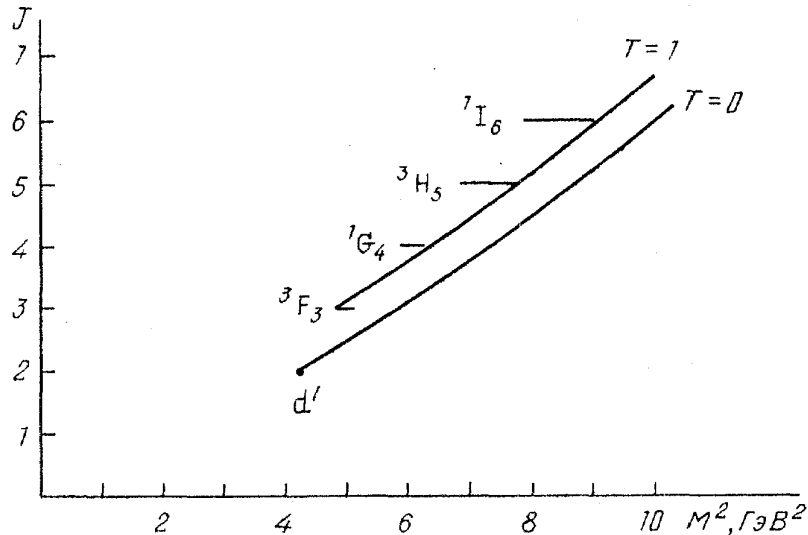


Рис. 14. Орбитальные возбуждения с удвоенным барионным зарядом

Заменяя дикварк  $qq_1$  на  $qq_0$ , мы получили серию дибарионов с  $T=0$ . Низшее состояние  $d'$  в этой серии с  $l=1$  и  $J^P=2^-$  оказалось довольно легким:  $m(d') = 1,95 - 2,05$  ГэВ. Важно заметить, что этот дибарион не может распадаться в  $NN$ -канал по квантовым числам. Основным каналом его распада является, следовательно,  $NN\pi$ . Однако и это возможно, только если  $d'$  лежит выше порога  $NN\pi$  2,02 ГэВ. В противном случае его основной распад электромагнитный,  $d' \rightarrow d\gamma$ . Предсказания для остальных орбитальных возбуждений на траекториях  $d'$  показаны на рис. 14.

### 5. Малые $J$ . Модельно-независимый анализ Р-волновых адронов. Особенности спектра мезонов, состоящих из легкого и тяжелого кварков

При малых орбитальных возбуждениях на прецессию спинов кварков наряду с томасовским эффектом влияет также хромомангнитное поле, связанное с наличием векторного взаимодействия между кварками и индуцированного хромоэлектрического поля (см. п. 1). В этом разделе, пользуясь языком потенциальных моделей [42, 43], мы оценим вклады различных спиновых эффектов на примере Р-волновых мезонов. Исходя из этих оценок, можно попытаться предсказать те значения  $l$ , при которых происходит переход к режиму обратного (по сравнению с кулоновским) порядка уровней и доминирующим в  $ls$ -расщеплении становится эффект Томаса. Особое место в этом смысле занимают мезоны, построенные из легкого и тяжелого кварков. Знание раз-

личных зависящих от спинов вкладов позволяет также разобраться в деталях спектра Р-волновых  **$\Delta$ -резонансов**, предварительно найдя эффективный гамильтониан взаимодействия кварка с триплетным дикварком.

Мы будем исходить из того, что массы Р-волновых адронов могут быть вычислены следующим образом: сначала (путем решения волнового уравнения) находится центр мультиплета, затем, как поправки, вычисляются спин-овые расщепления в предположении одинаковой координатной зависимости волновых функций Р-уровней. (На самом деле достаточно более слабого предположения, согласно которому одинаковыми считаются матричные элементы операторов, входящих в эффективный гамильтониан и определяющих вклады тензорных и спин-орбитальных сил.) Вторая часть может быть выделена в отдельную задачу и рассмотрена модально независимым образом, т.е. без использования конкретных волновых функций.

**5.1. Спин-овые эффекты в спектрах Р-волновых мезонов.** Зависящий от спинов эффективный гамильтониан, полученный из КХД в работе [44], с учетом лоренц-инвариантности [45] может быть представлен в виде

$$H_s = -\frac{1}{r} \frac{\partial V_1}{\partial r} \left( \frac{s_1}{2m_1^2} + \frac{s_2}{2m_2^2} \right) 1 + \frac{1}{r} \frac{\partial V_2}{\partial r} \left( \frac{s_1}{2m_1^2} + \frac{s_2}{2m_2^2} + \frac{s_1 + s_2}{m_1 m_2} \right) 1 + \\ + \frac{1}{m_1 m_2 r^3} \frac{\partial V_3}{\partial r} ((s_1 r)(s_2 r) - \frac{1}{3} r^2 (s_1 s_2)) + \frac{4}{m_1 m_2 r} \frac{\partial V_4}{\partial r} (s_1 s_2) \quad (5.1)$$

(учет цветовой структуры в случае  $q\bar{q}$  тривиален, соответствующие факторы включены в определение  $V_i$ ). Это выражение содержит члены порядка  $(v/c)^2$  и записано в системе центра масс кварков.  $s_{1,2}$  и  $m_{1,2}$  — спины и эффективные массы  $q$  и  $\bar{q}$ . Гамильтониан (5.1) допускает простую интерпретацию, если считать, что притяжение между  $q$  и  $\bar{q}$  обусловлено векторным (короткодействующим) и скалярным (имитирующим струну) взаимодействием, а также учесть наличие индуцированного хромомангнитного поля (см. п. 1). Действительно, томасовской прецессии, в которую дают вклад векторный и скалярный потенциалы, отвечает энергия, пропорциональная

$$\left( \frac{s_1}{2m_1^2} + \frac{s_2}{2m_2^2} \right) 1. \quad (5.2)$$

Влияние на спины  $q$  и  $\bar{q}$  хромомангнитного поля, обусловленного векторным взаимодействием и наличием индуцированных зарядов и (или) токов монополей, приводит к  $ls$ -связи вида

$$\left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \left( \frac{s_1}{m_1} + \frac{s_2}{m_2} \right) 1. \quad (5.3)$$

Суммарный вклад зависящих от  $ls$  поправок можно, очевидно, представить в виде суммы первых двух слагаемых в (5.1). Два оставшихся — тензорные и спин-спин-овые силы. Заметим, что из-за наличия индуцированного поля простая связь между  $\partial V_i / \partial r$ , которая имеется на уровне древесного приближения в обычном потенциальном подходе (формула Брейта), в данном случае

отсутствует. Другая причина, по которой эта связь может нарушаться, —  $\alpha_s$ -поправки к эффективным потенциалам  $V_i$ , которые для  $q\bar{q}$ -мезонов ( $q = u, d$ ) нет оснований считать малыми [46]. В рамках формализма, основанного на КХД [44], связь между  $\partial V_i / \partial r$ , вообще говоря, отсутствует. Такая связь, в принципе, могла бы быть установлена на основе подхода, развитого в [47 — 48].

Чтобы перейти от гамильтониана (5.1) к массовым формулам, обозначим матричные элементы  $\langle 1/r \partial V_i / \partial r \rangle$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{1}{r} \frac{\partial V_1}{\partial r} \right\rangle &= S, & \left\langle \frac{1}{r} \frac{\partial V_2}{\partial r} \right\rangle &= V, \\ \left\langle \frac{1}{r} \frac{\partial V_3}{\partial r} \right\rangle &= t, & \left\langle \frac{1}{r} \frac{\partial V_4}{\partial r} \right\rangle &= h, \end{aligned} \quad (5.4)$$

и будем считать,  $S, V, t, h$  свободными параметрами. Подразумевается, что цветовая структура учтена и соответствующие факторы включены в определение  $V_i$ . В случае мезонов, как известно (см. п. 1), этот учет тривиален, чего нельзя сказать о барионах, которые будут рассмотрены ниже.

Чтобы фиксировать параметры, будем исходить из следующей традиционной идентификации частиц в терминах квантовых чисел  $q\bar{q}$ -пары (обозначения частиц по таблицам 1990 г. [1]):

$$\begin{aligned} a_2, K_2^* - {}^3P_2, a_1 - {}^3P_1, b_1 - {}^1P_1, a_0 - {}^3P_0, \\ K_1(1270) \text{ и } K_1(1400) - \text{смесь } {}^3P_1 \text{ и } {}^1P_1. \end{aligned}$$

Надо отметить, что имеется ряд проблем в рамках такой интерпретации, в связи с чем в литературе обсуждаются другие возможности (см., например, [29]).

Предварительно заметим, что для Р-волновых мезонов  $q\bar{q}$  и  $q\bar{s}$  волновая функция равна нулю в начале координат и локализована при  $r > 1$  фм. В этой области величина скалярного потенциала  $kr$  ( $k \sim 1/4$  ГэВ)<sup>(2\*)</sup>, имитирующего струну и входящего в волновое уравнение в комбинации  $(m_i + kr_i)$ , по крайней мере, вдвое превосходит эффективную массу кварка  $m_i \sim 1/3$  ГэВ, а сила, действующая на кварки за счет скалярного притяжения, по крайней мере вдвое больше, чем за счет векторного [49, 50]. Поэтому есть основание считать, что при переходе от нестранных мезонов к странным (что означает увеличение одной из масс примерно на 100 МэВ) волновая функция Р-волны, а с ней и матричные элементы  $S, V$  и  $t$  меняются незначительно. Тогда основная зависимость спиновых расщеплений от масс кварков определяется формулой (5.1). Это оправдывает применение единого модельно-независимого подхода к описанию спиновых эффектов в Р-волновых  $q\bar{q}$  ( $q = u, d$ )- и  $q\bar{s}$ -мезонах.

Спин-спиновые силы, как показывает сравнение центра  ${}^3P_J$ -мультиплета

$$\varepsilon = \sum_{J=0}^2 (2J+1) m({}^3P_J) / \sum_{J=0}^2 (2J+1) \quad (5.5)$$

с массой  ${}^1P_1$ -мезона, малы, и в дальнейшем полагаем  $h = 0$ . Формулы для масс удобно находить из выражения

$$m = \varepsilon + \alpha(s_2 - s_1)I + \beta(s_2 + s_1)I + \gamma\hat{T}, \quad (5.6)$$

которое следует из (4.10). Здесь

$$\begin{aligned} \alpha &= (S - V)(m_1^{-1} - m_2^{-1})/4, \\ \beta &= (V/m_1 m_2) - [(S - V)(m_1^{-2} + m_2^{-2})/4], \\ \gamma &= t/m_1 m_2. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Под  $I$ ,  $s_i$  подразумеваются матричные элементы соответствующих операторов. Вклад тензорных сил в данном случае можно вычислять с помощью формулы

$$\begin{aligned} \hat{T} &= (2I - 1)^{-1}(2I + 3)^{-1} [-(Is)^2 - \frac{1}{2}(Is) + \frac{1}{3}I^2 s^2], \\ s &= s_1 + s_2. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Массы Р-уровней, как следует из (4.14) — (4.17), равны

$$\begin{aligned} m({}^1P_1) &= \varepsilon, \\ m({}^3P_2) &= \varepsilon + \beta - (\gamma/30), \\ m({}^3P_1) &= \varepsilon - \beta + (\gamma/6), \\ m({}^3P_0) &= \varepsilon - 2\beta - (\gamma/3). \end{aligned} \quad (5.9)$$

Параметры  $\beta$  и  $\gamma$  для странных и нестранных мезонов различны и выражаются через матричные элементы  $S$ ,  $V$  и  $t$ . В странном секторе, кроме того, есть смешивание аксиальных мезонов; физические состояния

$$\begin{aligned} |K_1\rangle &= |{}^3P_1\rangle \cos \varphi + |{}^1P_1\rangle \sin \varphi, \\ |K_1'\rangle &= -|{}^3P_1\rangle \sin \psi + |{}^1P_1\rangle \cos \varphi \end{aligned} \quad (5.10)$$

имеют массы  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , являющиеся собственными значениями массовой матрицы

$$\begin{pmatrix} m({}^3P_1) & \langle {}^3P_1 | H_s | {}^1P_1 \rangle \\ \langle {}^1P_1 | H_s | {}^3P_1 \rangle & m({}^1P_1) \end{pmatrix}, \quad (5.11)$$

где  $\langle {}^3P_1 | H_s | {}^1P_1 \rangle = \alpha\sqrt{2}$  (см. (5.6), (5.7)). Определение угла смешивания  $\varphi$  совпадает с определением в [51], если  $K_1$  идентифицировать с  $K_1(1400)$ , а  $K_1'$  — с  $K_1(1270)$ ; в [52] используется другое определение, отличающееся заменой  $\varphi \rightarrow (\pi/2) - \varphi$ .

Опуская детали подгонки, приведем ответ для параметров, определяющих спиновые расщепления Р-уровней: при  $m_s/m_q = \sqrt{2}$

$$S/m_q^2 = 570 \text{ МэВ}, \quad V/m_q^2 = 250 \text{ МэВ}, \quad t/m_q^2 = 200 \text{ МэВ}. \quad (5.12)$$

Соответствующие им расщепления масс и значение  $\varphi$  приведены в табл. I (для наглядности мы приводим сами массы, фиксируя положения центров мультиплетов  $q\bar{q}$  и  $q\bar{s}$  по массе  $b_1$ -мезона и полусумме масс  $K_1(1270)$  и  $K_1(1400)$  соответственно). Видно, что такой модельно независимый подход допускает описание масс Р-волновых мезонов с точностью не хуже 20 МэВ, за исключением массы  **$a_1$ -мезона**, которая оказывается примерно на 80 МэВ ниже табличного значения [1]. Проблемы, связанные с определением положения  **$a_1$ -резонанса**, обсуждаются в большом количестве работ (см. [53] и ссылки в [1]), и вряд ли их можно считать окончательно решенными. Обратим также внимание на предсказание скалярного  **$K_0^*$ -мезона** ( $J^P = 0^+$ ) с массой 1,2 МэВ (аналога  $a_0$ -мезона). Пока что такая частица не обнаружена, а самым легким из известных скалярных К-мезонов является  **$K_0^*(1350)$** , который явно не может быть интерпретирован как наинизшее  $^3P_0$ -состояние.

Таблица I. Мезоны (массы в МэВ)

	$a_0$	$a_1$	$b_1$	$a_2$	$K_0$	$K_1^*$	$K_1$	$K_2$	$\varphi$
Модель	983	1173	1230	1313	1191	1276	1394	1404	53,5°
Экспе- римент	983 $\pm 3$	1262 $\pm 23$	1232,6 $\pm 3,0$	1310,7 $\pm 1,3$		1270 $\pm 10$	1401 $\pm 10$	1425,6 $\pm 1,5$	56° $\pm 3^\circ$

Анализ спиновых расщеплений Р-волновых мезонов (включая мезоны из тяжелых кварков) был также проведен в [54] (см. также [55]) на основе древесного приближения для эффективного гамильтониана. Оценки матричных элементов скаляра и вектора весьма заметно отличаются от полученных нами выше (см. (5.12)) и приводят к существенным расхождениям с экспериментом для К-мезонов. В конечном ответе авторы [54], однако, пользуются другой параметризацией, которая удовлетворяет найденной ими эмпирической зависимости матричных элементов  $\langle r^{-1} \partial V_i / \partial r \rangle$  от масс кварков в широком диапазоне масс (вплоть до  $b$ -кварка). Но и в такой параметризации имеются значительные расхождения с экспериментальными данными для  $q\bar{q}$ - и  $q\bar{s}$ -мезонов (см. табл. 4 в [54]).

Как следует из приведенных нами расчетов, в основном расщепление Р-уровней обусловлено  $ls$ -силами. Вклад векторного и скалярного взаимодействий по отдельности (к примеру, в разность масс  $^3P_2$ - и  $^3P_0$ -уровней) составляет величину порядка 1 ГэВ, причем в Р-волне доминирует векторное взаимодействие и суммарный эффект составляет  $\sim 300$  МэВ. Похожая картина имеется в спектре Р-волновых  **$\Delta$ -резонансов**, массы которых можно оценить, используя те же параметры  $S$ ,  $V$  и  $t$ .

**5.2. Р-уровни  $\Delta$ -изобары.** Первое орбитальное возбуждение  **$\Delta$ -барионов** с отрицательной четностью с точки зрения модельно независимого анализа — наиболее простая  $3q$ -система из всех возбужденных аналогов легких барионов. Такие уровни можно рассматривать как Р-волну в двухчастичной системе **кварк—триплетный** дикварк. Число таких уровней, очевидно, равно пяти:  $^4P_J (J = 1/2, 3/2, 5/2)$  и  $^2P_J (J = 1/2, 3/2)$ . Каждой из физических частиц с  $J = 3/2$  и  $1/2$  соответствует своя суперпозиция состояний с суммар-



ным спином кварков  $1/2$  и  $3/2$ , определяемая спин-орбитальными, а также тензорными силами. Чтобы найти численные предсказания, надо задать значения массы и цветного магнитного момента триплетного дикварка. Будем предполагать (следуя аддитивной кварковой модели), что

$$\vec{\mu}_{qq}^a = \frac{s_1}{m_1} \frac{\lambda_1^a}{2} + \frac{s_2}{m_2} \frac{\lambda_2^a}{2}, \quad (5.13)$$

а масса дикварка  $m_{qq}$  порядка удвоенной массы кварка. (В дальнейшем индексы 1 и 2 относятся к кваркам дикварка). Вид  $ls$ -взаимодействия легко установить по аналогии с  $q\bar{q}$ . Следует лишь помнить о том, что энергия взаимодействия хромоманнитного момента "изолированного" кварка с суммарным магнитным пешем пропорциональна

$$s_3 \lambda_3^a (\lambda_1^a + \lambda_2^a) l,$$

в то время как аналогичная величина для дикварка равна

$$\lambda_3^a (s_1 \lambda_1^a + s_2 \lambda_2^a) l.$$

Отсюда видно, что спины ( $s_1$  и  $s_2$ ) кварков, образующих дикварк, входят с коэффициентом  $1/2$  по сравнению со спином  $s_3$  "изолированного" кварка.

Учет томасовской прецессии спинов аналогичен случаю  $q\bar{q}$ , соответствующий вклад в энергию получается из (5.1) заменой

$$s_1 \rightarrow s_1 + s_2, \quad s_2 \rightarrow s_3.$$

Наконец, вклад тензорных сил также легко найти из соответствующего слагаемого в (4.10), произведя замену

$$s_1 \lambda_1^a / m_1 \rightarrow s_1 \lambda_1^a / m_q + s_2 \lambda_2^a / m_q, \quad s_2 \lambda_2^a / m_2 \rightarrow s_3 \lambda_3^a / m_q.$$

Суммируя все перечисленные вклады и подставляя явные значения матричных элементов  $\lambda_i^a \lambda_k^a$ , получаем следующее выражение для зависящей от спинов энергии взаимодействия кварка и триплетного дикварка с относительным орбитальным моментом  $l$ :

$$\begin{aligned} H_s^{(\Delta)} = & -\frac{1}{r} \frac{\partial V_1}{\partial r} \left( \frac{s_{qq}}{2m_{qq}^2} + \frac{s_q}{2m_q^2} \right) l + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial V_2}{\partial r} \left[ \left( \frac{s_{qq}}{2} + s_q \right) (m_q^{-1} + m_{qq}^{-1}) m_q^{-1} - \frac{s_{qq}}{2m_{qq}^2} - \frac{s_q}{2m_q^2} \right] l + \\ & + \frac{1}{2r^3 m_q^2} \frac{\partial V_3}{\partial r} [(s_{qq} r)(s_q r) - \frac{1}{3} (s_q s_{qq}) r^2]. \end{aligned} \quad (5.14)$$

$s_{qq} = s_1 + s_2$ ,  $s_q = s_3$ . Из этой же формулы можно получить вид  $ls$ -взаимодействия в системе **кварк—синглетный** дикварк, положив  $s_{qq} = 0$  и считая  $m_{qq}$  эффективной массой синглетного дикварка.

Перейдем к вычислению спиновых расщеплений масс  $\Delta$ -возбуждений, воспользовавшись найденными по спектру мезонов матричными элементами

$\langle r^{-1} \partial V_i / \partial r \rangle$ . Тензорные вклады, как и прежде, можно вычислить по формуле

$$\hat{T} = (2l - 1)^{-1} (2l + 3)^{-1} [-\{(\mathbf{l}s_q), (\mathbf{l}s_{qq})\}_+ + \frac{2}{3} l^2 (s_q s_{qq})] \quad (5.15)$$

( $\{\dots\}_+$  — антикоммутатор), которая, однако, в данном случае не сводится к выражению через оператор суммарного спина кварков. Для максимально возможного  $J = 5/2$

$$m(^4P_{5/2}) = \epsilon_\Delta + \frac{1}{4m_q^2} [V(3 + 4x - 2x^2) - S(1 + 2x^2)] - \frac{t}{30m_q^2}, \quad x = \frac{m_q}{m_{qq}}; \quad (5.16)$$

$\epsilon_\Delta$  — центр мультиплета.

Каждое из состояний с  $J = 3/2$  (обозначим их  $\Delta_{3/2}$  и  $\Delta'_{3/2}$ ) — суперпозиция состояний  $^4P_{3/2}$  и  $^2P_{3/2}$  (аналогично смешиванию  $^1P_1$  и  $^3P_1$  в К-мезонах), а их массы — собственные значения массовой матрицы  $\|\mu_{ik}\|$ , где

$$\begin{aligned} \mu_{11} &= m(^4P_{3/2}), \quad \mu_{22} = m(^2P_{3/2}), \\ \mu_{12} &= \langle ^4P_{3/2} | H_s^{(\Delta)} | ^2P_{3/2} \rangle = \mu_{21}^*. \end{aligned} \quad (5.17)$$

То же самое относится к состояниям с  $J = 1/2$  ( $\Delta_{1/2}$  и  $\Delta'_{1/2}$ ). Нondiagonalные элементы  $\|\mu_{ik}\|$  определяются не только спин-орбитальной, но и тензорной частью  $H_s^{(\Delta)}$ . Опуская детали [50], приведем ответ. Для  $J = 3/2$

$$\begin{aligned} \mu_{11} &= \epsilon_\Delta - \frac{1}{6m_q^2} [V(3 + 4x - 2x^2) - S(1 + 2x^2)] + \frac{2}{15} \frac{t}{m_q^2}, \\ \mu_{22} &= \epsilon_\Delta + \frac{1}{12m_q^2} [V(3 + 2x - 4x^2) - S(4x^2 - 1)], \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\mu_{12} = \frac{\sqrt{5}}{6m_q^2} [V(x + x^2) - S(1 - x^2)] - \frac{\sqrt{5}}{60} \frac{t}{m_q^2}.$$

Для  $J = 1/2$

$$\begin{aligned} \mu_{11} &= m(^4P_{1/2}) = \epsilon_\Delta - \frac{5}{12m_q^2} [V(3 + 4x - 2x^2) - S(1 + 2x^2)] - \frac{t}{6m_q^2}, \\ \mu_{22} &= m(^2P_{1/2}) = \epsilon_\Delta - \frac{1}{6m_q^2} [V(3 + 2x - 4x^2) - S(4x^2 - 1)], \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\mu_{12} = -\frac{\sqrt{2}}{6m_q^2} [V(x + x^2) - S(1 - x^2)] - \frac{\sqrt{2}}{12} \frac{t}{m_q^2}.$$

Подставим в (4.25) — (4.28) значения  $V$ ,  $S$  и  $t$ , найденные в предыдущем

разделе, и, положив  $x = m_q/m_{qq} = 1/2$ , вычислим спиновые расщепления.

Забегая вперед, отметим, что все известные на опыте [1] наиболее легкие  **$\Delta$ -резонансы** с отрицательной четностью могут быть идентифицированы как Р-волновые возбуждения  $\Delta$ . Чтобы нагляднее представить результаты, фиксируем центр мультиплета, используя формулу

$$\epsilon_{\Delta} = \sum_J (2J+1) m(2s+1 P_J) [\sum_J (2J+1)]^{-1}, \quad s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}. \quad (5.20)$$

Поскольку сумма  $m(4P_J) + m(2P_J)$  равна сумме масс диагональных состояний для каждого из возможных значений  $J$  (1/2 и 3/2),  $\epsilon_{\Delta}$  легко выразить через массы физических состояний, введя также суммирование по  $s$ . Результаты вычислений приведены в табл. II. Видно, что имеется довольно неплохое согласие с экспериментом, исключением является масса резонанса  $\Delta'_{3/2}$ . Можно попытаться добиться лучшего описания, подгоняя отношение  $m_q/m_{qq}$ . Однако не менее важен сам факт, что модельно-независимое описание предсказывает именно то взаимное расположение Р-уровней, которое наблюдается в эксперименте. Заметим, что основной вклад в расщепление уровней дает спин-орбитальное взаимодействие. В работе [56]  $ls$ -связь вообще не учитывалась в расчетах и все расщепления в орбитально возбужденных адронах описывались тензорными силами. Мотивировка состояла в том, что  $ls$ -вклады векторного и скалярного потенциалов практически компенсируют друг друга. Как видно из формул (5.16) — (5.19), для всех Р-уровней одновременно это просто невозможно. Кроме того, в работе [56] приведены результаты расчетов не для всех уровней с отрицательной четностью.

Таблица II.  **$\Delta$ -резонансы** (массы в МэВ)

	$\Delta_{1/2}$	$\Delta'_{1/2}$	$\Delta_{3/2}$	$\Delta'_{3/2}$	$\Delta_{5/2}$
Модель	1660	1730	1747	1958	1891
Эксперимент	1600 — 1650	1850 — 2000	1630 — 1740	1940	1890 — 1960

**5.3. Орбитальные моменты  $l > 1$ .** Мезоны из легкого и тяжелого кварков. С ростом орбитального момента вклады векторного взаимодействия убывают гораздо быстрее вкладов дальнедействующей части эффективного потенциала  $H_s$ . Доминирующим в спиновых расщеплениях становится эффект Томаса. Сделать сколько-нибудь точные предсказания на основе модельно независимого подхода, разумеется, нельзя. Однако даже грубые оценки, согласно которым  $r \sim l^{1/2}$ , показывают, что уже при  $l = 2, 3$  должен осуществляться переход к режиму обратного (по сравнению с кулоновским) порядку уровней; энергетически выгодной становится ориентация спинов вдоль  $l$ . Экспериментальная ситуация говорит о том, что в D-волновых аналогах легких мезонов имеется практически полная компенсация различных вкладов, зависящих от спинов: массы  $\omega_3, \rho_3$  и  $\pi_2$  практически совпадают. А в F-волне уже наблюдается обратный порядок уровней (см. рис. 1).

В К-мезонах ситуация более отчетливо свидетельствует о наличии обратного порядка уровней и доминантности томасовского эффекта для  $l > 2$  (см. рис. 2).

В мезонах, состоящих из легкого и тяжелого кварков ( $q\bar{Q}$ ), как следует из (5.1), обратный порядок уровней должен быть виден при меньших  $l$  [57]. Особенности спектра орбитальных возбуждений  **$q\bar{Q}$ -мезонов** рассматривались также в работах [58, 59].

## 6. Распады орбитально-возбужденных адронов

В этом разделе мы коротко обсудим некоторые черты распада адрона в модели струны, обусловленного рождением  $q\bar{q}$  пары в хромoeлектрическом поле струны [60 — 62]. Здесь нас будут интересовать двухчастичные моды распада.

Об основных характеристиках фрагментов, образующихся при разрыве струны, можно судить, исходя из простейшей версии модели, в которой массы и спины кварков не учитываются. Для примера рассмотрим двухчастичный распад струны, описывающей мезонное возбуждение.

Пусть в момент распада струна расположена вдоль оси  $x$ , центр вращения находится в начале координат, а ось вращения направлена по оси  $z$ . Пусть, далее, образование пары  $q\bar{q}$  и соответственно "разрыв" струны на два фрагмента происходит в точке  $x$ :  $-R < x < R$  (рис. 15). Заранее очевидно, что при таком распаде могут возникнуть адронные состояния, которые будут соответствовать не чисто орбитальным, а смешанным орбитально-радиальным возбуждениям. Действительно, при распаде струны на две части в точке разрыва будут действовать неуравновешенные силы натяжения, и должны возникнуть радиальные колебания. Доля энергии, идущей в радиальные колебания, и средний спин фрагмента могут быть определены следующим образом.

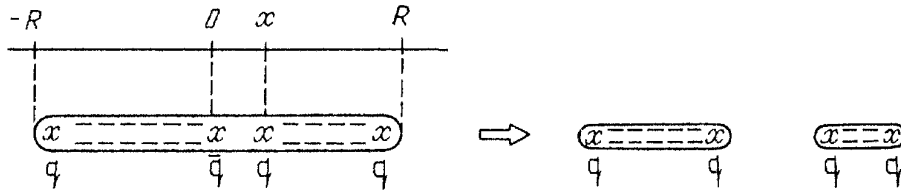


Рис. 15. Распад орбитально возбужденного мезона за счет рождения  $q\bar{q}$ -пары

Импульс и энергия фрагмента с координатами крайних точек  $x$  и  $1/\omega$  равны соответственно

$$P = \int_x^{1/\omega} \frac{\nu \omega x dx}{[1 - (\omega x)^2]^{1/2}} = \frac{\nu}{\omega} [1 - (\omega x)^2]^{1/2},$$

$$E = \int_x^{1/\omega} \frac{\nu dx}{[1 - (\omega x)^2]^{1/2}} = \frac{\nu}{\omega} \arccos(\omega x), \quad (6.1)$$

где  $\omega = 1/R$  — частота вращения.

Тогда для скорости центра масс фрагмента получаем

$$V = [1 - (\omega x)^2]^{1/2} / \arccos(\omega x). \quad (6.2)$$

Собственный момент (спин)  $s$  и энергия  $M$  фрагмента в его системе покоя вычисляются по формулам

$$s = \int_x^R x \frac{dP - V dE}{(1 - V^2)^{1/2}},$$

$$M = \int_x^R \frac{dE - VdP}{(1 - V^2)^{1/2}},$$

где  $V$  — скорость центра массы фрагмента (6.2),  $dP$  и  $dE$  — импульс и энергия элемента струны  $dx$ . Очевидные вычисления дают

$$s = \frac{\nu}{\omega^2(1 - V^2)^{1/2}} \left\{ \frac{1}{2} \omega x [1 - (\omega x)^2]^{1/2} + \frac{1}{2} \arccos(\omega x) - \frac{1 - (\omega x)^2}{\arccos(\omega x)} \right\}, \quad (6.3)$$

$$M = \frac{\nu}{\omega(1 - V^2)^{1/2}} \left[ \arccos(\omega x) - \frac{1 - (\omega x)^2}{\arccos(\omega x)} \right]. \quad (6.4)$$

Если бы фрагмент был в состоянии чисто ротационного возбуждения, то его масса и момент были бы связаны соотношением  $M^2 = 2\pi\nu s$ . На рис. 16 показаны  $M/M_0$  и  $(2\pi\nu s)^{1/2}/M_0$ , определяемые формулами (6.3), (6.4) как функции точки разрыва ( $M_0$  — масса начальной струны). Видно, что  $M > (2\pi\nu s)^{1/2}$ . Присутствующий избыток энергии должен уходить в радиальные возбуждения

$$\Delta E = M - (2\pi\nu s)^{1/2}. \quad (6.5)$$

Таким образом, распад реджевских мезонов (если он идет за счет описанного выше механизма) должен приводить к появлению смешанных орбитально-радиальных возбужденных состояний. Доля энергии фрагмента, уходящая в радиальные колебания, невелика и меняется в зависимости от положения точки разрыва от 0 при  $x = -R$  до 0,15 при  $x = R$  (рис. 16). Для симметричного распада она составляет примерно 0,09). Заметим, что возбуждение радиальных колебаний должно приводить к увеличению эффективной линейной плотности энергии  $\nu$  фрагмента, что не учитывается формулой (6.4). Это означает, что фактически доля энергии, переходящая в радиальные колебания, еще меньше.

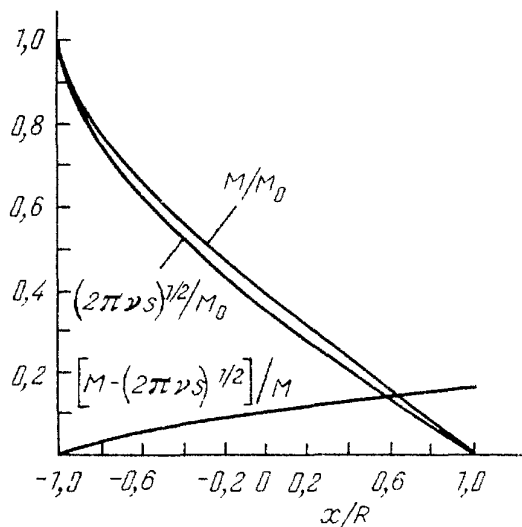


Рис. 16. Масса фрагмента, образующегося при распаде струны, в зависимости от точки разрыва

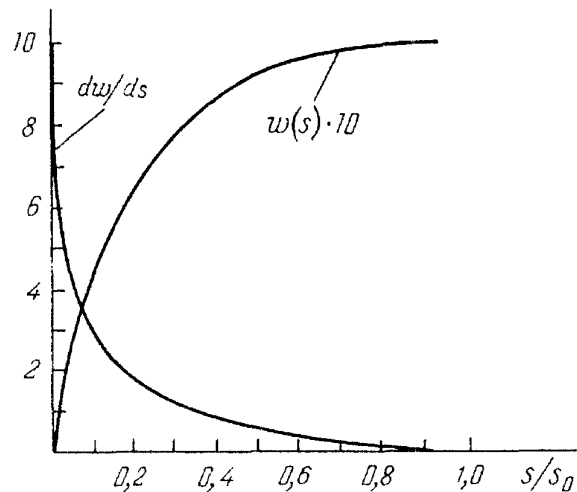


Рис. 17. Функции, характеризующие вероятность образования фрагментов со спином  $s$

Обсуждаемая модель позволяет рассчитать распределение фрагментов по спинам. Для нахождения этого распределения нужно учесть, что вероятность распада в интервале  $dx$  пропорциональна  $dx[1 - (\omega x)^2]^{1/2}$ . На рис. 17 показано распределение  $dw/ds$  и функция  $w(s)$  — вероятность того, что образовавшийся фрагмент имеет спин меньше  $s$ . Вычисленный по  $dw/ds$  средний спин фрагмента составляет 0,17 от полного спина (момента) исходной струны. Таким образом, основная часть момента уходит в относительный орбитальный момент двух фрагментов. Малость спинов фрагментов, возникающих при описанном выше механизме распада, означает, что импульсы мезонов, возникающих при распаде, должны лежать в основном в плоскости, перпендикулярной спину исходного мезона.

Заметим, что в действительности, конечно, момент как исходной струны, так и фрагментов должен быть целочисленным. Это означает, что приводимые нами распределения надо заменить на гистограммы.

### Заключение

Одной из наиболее важных проблем, возникающих при попытке квазиклассического описания спектра орбитальных возбуждений адронов, является проблема вычисления спин-орбитального взаимодействия. Напомним, что сам по себе выбор модели квазиклассического ротатора весьма жестко ограничен тем, что при больших спинах траектории с хорошей точностью линейны. В основу нашего рассмотрения была положена релятивистски инвариантная модель КХД-струны. Характер спин-орбитального взаимодействия при этом фиксирован, так как в сопутствующей системе отсчета отлична от нуля только электрическая компонента глюонного поля и, таким образом, единственным источником прецессии спинов кварков является эффект Томаса. Частота прецессии вычисляется однозначно, коль скоро известна динамика вращения струны. Соответствующая поправка к энергии оказывается не малой и в практически интересной области сравнима с расстоянием между соседними ротационными уровнями, относящимися к одной и той же траектории. Важно также напомнить, что модель предсказывает обратный (по сравнению с кулоновским случаем) порядок уровней, отличающихся знаком  $ls$ . Разумеется, все отмеченные особенности спектра орбитальных возбуждений характерны для достаточно больших орбитальных возбуждений. В то же время из сравнения предсказаний модели с имеющимися данными мы видим, что модель, по-видимому, начинает "работать" уже при  $l = 2$  и  $3$ . Однако наиболее важной экспериментальной проверкой модели и ее предсказаний относительно  $ls$ -взаимодействия было бы обнаружение частиц — партнеров по спин-орбитальному расщеплению в области более высоких орбитальных возбуждений.

### Приложения

1. Чтобы найти спин-орбитальное расщепление для безмассового фермиона, запертого в полости, надо решить уравнение Дирака  $\hat{p}\psi = 0$  с граничным условием  $in_\mu \gamma_\mu \psi = \psi$  и сравнить уровни энергии, которым отвечают волновые функции  $\psi_+$  и  $\psi_-$  вида (2.17) с одинаковым значением  $l$

$$\psi_+ \sim \begin{pmatrix} R_l \Omega_{j_+, l} \\ -R_{l+1} \Omega_{j_+, l+1} \end{pmatrix}, \quad \psi_- \sim \begin{pmatrix} R_l \Omega_{j_-, l} \\ -R_{l-1} \Omega_{j_-, l-1} \end{pmatrix}. \quad (\text{П1.1})$$

Для  $\psi_+$  полный момент  $j_+ = l + 1/2$  и  $ls > 0$ , для  $\psi_-$  полный момент на единицу меньше,  $j_- = l - 1/2$ , и соответственно  $ls < 0$ . Соответствующие энергии мы обозначим через  $\varepsilon_+$  и  $\varepsilon_-$ ;  $R_l$  — сферические функции Бесселя. Из граничного условия находим следующие уравнения для энергий:

$$R_{l-1}(\varepsilon_- R) = -R_l(\varepsilon_- R), \quad (П1.2)$$

$$R_{l+1}(\varepsilon_+ R) = R_l(\varepsilon_+ R),$$

где  $R$  — радиус полости.

При больших  $l$  эти уравнения можно решить [12], воспользовавшись асимптотическим разложением функций Бесселя [63]. Решения имеют вид

$$\varepsilon_+ = \frac{1}{R}(l + C_m l^{1/3} + O(1)), \quad C_m = 0,809, \quad (П1.3)$$

$$\varepsilon_- = \frac{1}{R}(l + C_0 l^{1/3} + O(1)), \quad C_0 = 1,856.$$

Разность энергий растет с увеличением  $l$  по закону

$$\varepsilon_- - \varepsilon_+ = \frac{1}{R} C l^{1/3}, \quad C = C_0 - C_m, \quad (П1.4)$$

причем уровень с параллельными  $l$  и  $s$  имеет меньшую энергию. Расстояние между ротационными уровнями, которое, напоминаем, при больших  $l$  характеризует частоту вращения, равно

$$\Delta\varepsilon_r = \Delta\varepsilon_+ = \Delta\varepsilon_- \approx \frac{1}{R}. \quad (П1.5)$$

Таким образом, при больших  $l$  спин-орбитальное расщепление  $\varepsilon_- - \varepsilon_+ \gg \Delta\varepsilon_r$ . Поскольку первоначально масса фермиона внутри полости считалась равной нулю, эффективная масса определяется локализацией по радиусу. Используя свойства функций Бесселя, можно убедиться, что волновая функция фермиона отлична от нуля в сравнительно узком слое вблизи поверхности. Толщина слоя  $\Delta R \sim R/l^{2/3}$ . Поэтому эффективная масса фермиона  $m_{\text{eff}} \sim l^{2/3}/R$ . Энергия фермиона  $\varepsilon_0 \sim l'R$ , откуда  $\gamma = \varepsilon_0/m_{\text{eff}} \sim l^{1/3}$ .

2. Вычислим  $ls$ -расщепление для частицы в скалярном потенциале, исходя из выражения для квадрата гамильтониана

$$H^2 = p^2 + m^2 + im'(\mathbf{n}\vec{\gamma}), \quad \mathbf{n} = \mathbf{r}/r. \quad (П2.1)$$

Из уравнений (2.18) легко найти следующие уравнения, связывающие функции  $fg$ ,  $f^2 - g^2$  и  $f^2 + g^2$ :

$$fg = \frac{1}{4\varepsilon r^2}(r^2 f^2 - r^2 g^2)' + \frac{\kappa}{2\varepsilon r}(f^2 + g^2), \quad (П2.2)$$

$$f^2 - g^2 = \frac{m}{\varepsilon}(f^2 + g^2) - \frac{1}{\varepsilon r^2}(r^2 fg)'.$$

Интегрируя  $\psi^+ H^2 \psi$  по частям и используя уравнения (П2.2), приходим к следующему выражению для квадрата энергии  $\epsilon^2 = \langle H^2 \rangle$ :

$$\epsilon^2 = \langle p^2 + m^2 \rangle - \int \psi^+ \frac{m}{2\epsilon^2} \left[ m^{(2)} - \frac{m^{(4)}}{4\epsilon^2} + \frac{m^{(6)}}{(4\epsilon^2)^2} - \dots \right] \psi d^3r + \\ + \int \psi^+ \frac{\kappa}{\epsilon r} \left[ m' - \frac{m^{(3)}}{4\epsilon^2} + \frac{m^{(5)}}{(4\epsilon^2)^2} - \dots \right] \psi d^3r, \quad (\text{П2.3})$$

где  $m^{(k)} = \partial^k m / \partial r^k$ . Основная зависимость от  $ls$  содержится в последнем слагаемом. Предполагается, как и прежде, что  $\psi$  достаточно быстро убывает на бесконечности. При больших  $l$  функция  $\psi$  отлична от нуля вблизи  $r = r_0$ , поэтому  $ls$ -расщепление равно

$$\Delta\epsilon_{\kappa} = \frac{\kappa}{2\epsilon_0^2 r_0} \left[ m'(r_0) - \frac{m^{(3)}(r_0)}{4\epsilon_0^2} + \frac{m^{(5)}(r_0)}{(4\epsilon_0^2)^2} - \dots \right]. \quad (\text{П2.4})$$

Для степенного и экспоненциально растущего потенциалов в релятивистской области формула (П2.4) приводит к результату

$$\Delta\epsilon_{ls} = \gamma\omega, \quad \omega = \Delta\epsilon_{\kappa}. \quad (\text{П2.5})$$

Зависимость от  $ls$  содержится также в волновой функции  $\psi$ . Поэтому дополнительный вклад в энергию  $ls$ -расщепления возникает от члена  $\langle p^2 + m^2 \rangle$ . Этот вклад легко учесть, и тогда получается окончательный результат

$$\Delta\epsilon_{ls} = (\gamma - 1)\omega. \quad (\text{П2.6})$$

## ПРИМЕЧАНИЯ

(1) То же самое относится к резонансу N(2600); см. рис. 8, 9.

(2) Величина  $k$  довольно жестко фиксируется наклоном режневских траекторий, поскольку в потенциальных моделях с линейно растущим потенциалом  $M_l^2 \approx 4kl$  при больших  $l$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Review of Particle Properties// Phys. Lett. 1990. V. 239.
2. Nambu Y.// Phys. Rev. 1974. V. D10. P. 4262.
3. 't Hooft G.// Phys. Scr. 1982. V. D25. P. 13.
4. Кобзарев И.Ю., Мартемьянов Б.В.// ЯФ. 1990. Т. 52. С. 296.
5. Thomas L.H.// Phil. Mag. 1927. V. 3. P. 1.
6. Захаров В.И. Дипломная работа. — М.: МИФИ, 1963.
7. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Релятивистская квантовая теория. Ч. 1. — М.: Наука, 1968.
8. Chodos A. et al.// Phys. Rev. 1974. V. D9. P. 3471.
9. Aerts A.T., Heller L.// Ibidem. 1981. V. D23. P. 185.
10. Rosenzweig C. Preprint NSF-ITP 88-19.
- [11] Chodos A., Thorn C.B.// Nucl. Phys. 1974. V. B72. P. 509.
12. Кобзарев И.Ю., Мартемьянов Б.В., Щепкин М.Г.// ЯФ. 1986. Т. 44. С. 475.
13. Березин Ф.А., Маринов М.С.// Письма ЖЭТФ. 1975. Т. 21. С. 678.
14. Berezin F.A., Marinov M.S.// Ann. of Phys. 1977. V. 104. P. 336.
15. Мартемьянов Б.В., Щепкин М.Г.// ЯФ. 1989. Т. 49. С. 708.
16. Мартемьянов Б.В., Щепкин М.Г.// ЯФ. 1987. Т. 45. С. 302.
17. Mulders P.J., Aerts A.T., De Swart J.J.// Phys. Rev. 1979. V. D19. P. 2635.
18. Pisarski R.D., Stack J.D.// Nucl. Phys. 1987. V. B286. P. 657.
19. Kikkawa K., Kotani T., Sato M., Kenmoku M.// Phys. Rev. 1978. V. D18. P. 2606.
20. Bardeen W.A. et al.// Ibidem. 1976. V. D13. P. 2364; V. D14. P. 2193.



- Bars I., Hanson A.J.//Ibidem. V. D13. P. 1744.
- [21] Borodulin V.I., Plyushchai M.S., Pronko G.P.//Zs. Phys. 1988. Bd. C41. S. 293.  
Бородулин В.И., Зорин О.Л., Пронько Г.П., Разумов А.В., Соловьев Л.Д. Препринт ИФВЭ 84-202. — Серпухов, 1984.
22. Пронько Г.П., Разумов А.В., Соловьев Л.Д. Препринт ИФВЭ 85-74. — Серпухов, 1985.
23. Кобзарев И.Ю. и др.// ЯФ. 1987. Т. 45. С. 526.
24. Martin A. Preprint CERN-TH. 4259. — Geneva, 1985.
25. Кайдалов А.Б., Нилов А.Ф.//ЯФ. 1985. Т. 41. С. 768.
26. Jaffe R.L.// Phys. Rev. 1977. V. D15. Pp. 267, 281.
27. Barnes T. Preprint RAL-85-005. — 1985.
28. Bickerstaff R.P.// Phil. Trails. 1983. V. A309. P. 611.
29. Ачасов Н.Н., Девянин С.А., Шестаков Г.Н.//УФН. 1984. Т. 142. С. 361.
30. Шабалин Е.П.// ЯФ. 1984. Т. 40. С. 262.
- [31] Шабалин Е.П.//Письма ЖЭТФ. 1985. Т. 42. С. 111.
32. Кондратюк Л.А., Мартемьянов Б.В., Щепкин М.Г.// ЯФ. 1987. Т. 46. С. 1552.
33. Bitukov S.I. et al. Preprint IHEP 86-110. — Serpukhov, 1986.
34. Yokosawa A.// Phys. Rep. 1984. V. 64. P. 47.
35. Макаров М.М.// Физ. ЭЧАЯ. 1984. Т. 15. С. 419.
36. De Grand T.A. et al.// Phys. Rev. 1975. V. D12. P. 2060.
37. Mulden P.J., Aerts A.T., De Swart J.J.//Ibidem. 1980. V. D21. P. 2653.
38. Matveev V.A., Sorba P.//Nuovo Cimento. 1978. V. 115A. P. 217.
39. Кобзарев И.Ю., Мартемьянов Б.В., Щепкин М.Г.//ЯФ. 1979. Т. 29. С. 1620.
40. Кондратюк Л.А., Криворученко М.И., Щепкин М.Г.//Письма ЖЭТФ. 1986. Т. 45. С. 10.
- [41] Кондратюк Л.А., Мартемьянов Б.В., Щепкин М.Г.//ЯФ. 1987. Т. 45. С. 1252.
42. Kwong W., Rosner J.L., Quigg C.// Ann. Rev. Nucl. and Part. Sci. 1987. V. 37. P. 325.
43. Быков А.А. и др.// УФН. 1984. Т. 143. С. 3.
44. Eichten E., Feinberg F.L.//Phys. Rev. 1981. V. D23. P. 2724.
45. Gromes D.// Zs. Phys. 1984. Bd. C26. S. 401.
46. Pantaleone J., Tye S.-H.//Phys. Rev. 1988. V. D37. P. 3337.
47. Simonov Yu.A.//Nucl. Phys. 1988. V. B307. P. 512.
48. Dosch N.G., Simonov Yu.A.//Phys. Lett. 1988. V. B205. P. 339.
49. Криворученко М.И.// Письма ЖЭТФ. 1983. Т. 38. С. 146.
50. Щепкин М.Г.//ЯФ. 1991. Т. 53. С. 279.
- [51] Daut C. et al.//Nucl. Phys. 1981. V. B187. P. 1.
52. Еремян Ш.С., Назарян А.Э.//ЯФ. 1989. Т. 49. С. 823.
53. Iizuka J. et al.// Phys. Rev. 1989. V. D39. P. 3357.
54. Gupta V., Kogerler R.// Z Phys. 1988. Bd. C41. S. 277.
55. Olson M.G., Suchyta C.J.//Phys. Rev. 1987. V. D35. P. 1738.
56. Isgur N., Karl G.//Ibidem. 1978. V. D18. P. 4187.
57. Schnitzer N.J. Preprint BRX TH-269. — 1989.
58. Kaidalov A.B., Nogteva A.V. Preprint ГГЕР-28. — Moscow, 1987.
59. Кондратюк Л.А., Мартемьянов Б.В., Щепкин М.Г.//ЯФ. 1988. Т. 47. С. 1747.
60. Casher A., Neuberger H., Nussinov S.//Phys. Rev. 1979. V. D20. P. 179.
- [61] Schwinger J.//Ibidem. 1951. V. 82. P. 664.
62. Кобзарев И.Ю., Мартемьянов Б.В., Щепкин М.Г.//ЯФ. 1988. Т. 48. С. 541.
63. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. — М.: Наука, 1979.

Статья поступила 16.01.91 г.,  
после доработки 12.12.91 г.