Февраль 1992 г. **Том 162, № 2**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

537.872

ИЗЛУЧЕНИЕ И ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДАХ

Б.М. Болотовский, С.Н. Столяров

(Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН)

1. Интерес к движущимся средам возрос в последние десятителетия в связи с расширением исследований по различным методам ускорения заряженных частиц. На возможность ускорения заряда в сверхсветовых потоках вещества впервые обратил внимание И.Е. Тамм [1], а В.И. Векслер [2] указал на то, что заряды можно ускорять также и в плотных пучках релятивистских электронов. В связи с появлением сильноточных пучков [3, 4] эти работы в настоящее время развились в целое направление по коллективным методам ускорения частиц.

Под движущимися средами понимаются в основном среды, перемещающиеся как целое с постоянной скоростью $\mathbf{u}$. Электромагнитные явления в таких средах по-прежнему описываются уравнениями Максвелла [5 — 7]

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t},$$
$$\operatorname{div}\mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0; \tag{1}$$

здесь ρ и $\mathbf{j}$ — плотность внешних (сторонних) зарядов и токов, а c — скорость света в вакууме. Для движущихся сред основной вопрос состоит в записи материальных соотношений, связывающих электрическую $\mathbf{D}$ и магнитную $\mathbf{B}$ индукции с полями $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$. В однородных изотропных и стационарных средах эти соотношения были получены Г. Минковским (см. [8] или [5]):

$$\mathbf{D} + \left[\frac{\mathbf{u}}{c}\mathbf{H}\right] = \varepsilon\left(\mathbf{E} + \left[\frac{\mathbf{u}}{c}\mathbf{B}\right]\right), \quad \mathbf{B} + \left[\mathbf{E}\frac{\mathbf{u}}{c}\right] = \mu\left(\mathbf{H} + \left[\mathbf{D}\frac{\mathbf{u}}{c}\right]\right), \tag{2}$$

где ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, измеренные в системе ее покоя, а $\mathbf{u}$ — постоянная скорость движения среды. Материальные соотношения (2) получаются из аналогичных соотношений

$$\mathbf{D}' = \varepsilon\mathbf{E}', \quad \mathbf{B}' = \mu\mathbf{H}', \tag{3}$$

записанных в системе покоя среды (все величины в ней обозначаются штрихами), если преобразовать по Лоренцу поля и индукции (см., например, [9]) в лабораторную систему координат. В средах с дисперсией соотношения (3) записываются для компонент Фурье в разложении всех величин по плоским электромагнитным волнам частоты ω' и с волновым вектором $\mathbf{k}'$. Тогда ε и

μ являются функциями ω' и $\mathbf{k}'$, которые связаны с ω и $\mathbf{k}$ в лабораторной системе, где среда движется со скоростью $\mathbf{u}$, соотношениями [10]

$$\omega' = \gamma(\omega - \mathbf{ku}), \quad \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \gamma\frac{\mathbf{u}}{u^2}\left[\left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)(\mathbf{uk}) - \omega\frac{\mathbf{u}^2}{c^2}\right], \tag{4}$$

где $\gamma = (1 - \vec{\beta}^2)^{-1/2}$, а $\mathbf{u} = c\vec{\beta}$. В частности, для холодной электронной плазмы или пучка релятивистских электронов

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{\omega_p'^2}{\omega'^2}\right), \quad \mu = 1, \quad \omega_p'^2 = \frac{4\pi e^2}{m'}N' = \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2}{m}N, \tag{5}$$

ибо $m = \gamma m' \simeq \gamma m_0$ и $N = \gamma N'$, а e, m' и N' — заряд, масса и концентрация электронов. Для количественных оценок $N \approx 1{,}4\cdot 10^8 j$ и $\omega_p^2 \approx 4{,}4\cdot 10^{18} j/\gamma$, где j — плотность тока в пучке в амперах на квадратный сантиметр.

Таким образом с помощью уравнений (1) и соотношений (2) при заданных функциях ε и μ от аргументов (4) можно, в принципе, решать любые электродинамические задачи в изотропных и однородных движущихся средах. Однако в силу векторного характера уравнений они сложны для решения. Для упрощения, как и в покоящихся средах, можно ввести потенциалы φ и $\mathbf{A}$ [5, 6, 11]

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \operatorname{grad}\varphi, \quad \mathbf{B} = \operatorname{rot}\mathbf{A}, \tag{6}$$

ибо скорость движения среды не входит в уравнения Максвелла (1). Уравнения для потенциалов имеют в четырехмерной форме вид [11 — 13]

$$\hat{\mathcal{L}}A_i = -\frac{4\pi}{c}\mu S_{im}j_m,$$

$$\hat{\mathcal{L}} = \frac{\partial^2}{\partial x_k^2} - \varkappa\left(u_k\frac{\partial}{\partial x_k}\right)^2, \quad S_{im} = \delta_{im} + \frac{\varkappa}{1+\varkappa}u_i u_m, \tag{7}$$

где введены следующие четырехмерные векторы:

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad x_4 = ict; \quad A_{1,2,3} = A_{x,y,z}, \quad A_4 = i\varphi;$$

$$j_{1,2,3} = j_{x,y,z}, \quad j_4 = ic\rho;$$

$$u_{1,2,3} = \frac{1}{c}\gamma u_{x,y,z}, \quad u_4 = i\gamma, \quad \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}, \quad \mathbf{u} = c\vec{\beta}, \tag{8}$$

$\varkappa = \varepsilon\mu - 1$, а по дважды повторяющимся индексам предполагается суммирование от 1 до 4; δ_{im} — символ Кронекера. В результате, найдя потенциалы из уравнений (7), вычисляя с их помощью векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ в (6) и используя материальные соотношения (2) в виде

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \varepsilon\mathbf{E} + \frac{1}{\mu}\varkappa\gamma^2[\beta^2\mathbf{E} - \vec{\beta}(\vec{\beta}\mathbf{E}) + [\vec{\beta}\mathbf{B}]],\\ \mathbf{H} &= \frac{1}{\mu}\mathbf{B} + \frac{1}{\mu}\varkappa\gamma^2[\vec{\beta}(\vec{\beta}\mathbf{B}) - \beta^2\mathbf{B} + [\vec{\beta}\mathbf{E}]],\end{aligned} \tag{9}$$

можно полностью определить электромагнитные поля любых источников.

2. Уравнения (7) для потенциалов A_i позволяют записать их решения через функцию Грина $G_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t')$ мгновенного точечного источника в движущейся среде. Расчеты (см. [12, 13]), проведенные аналогично [14 — 16], дают следующие выражения:

$$A_i(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d\mathbf{r}'\int_{-\infty}^{t} dt' G_{im}(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t')j_m(\mathbf{r}', t'), \tag{10}$$

где тензорная функция Грина G_{im} связана с G_0 соотношением

$$G_{im} = \frac{1}{c}S_{im}G_0; \tag{11}$$

здесь S_{im} приведено в (7), а G_0 является решением уравнения

$$\hat{\mathcal{L}}(\mathbf{r}, t)G_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t') = 4\pi\mu(2\pi)^4\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\delta(t-t'), \tag{12}$$

удовлетворяющим условию излучения

$$G_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}', t-t') = 0 \text{ при } t < t'. \tag{13}$$

Интегрирование уравнения (12) с помощью разложения в интегралы Фурье дает для функции Грина в движущейся вдоль оси z ($\mathbf{u} = u\mathbf{e}_z$) среде без дисперсии следующие два эквивалентные выражения [8, 9]:

$$G_0(\mathbf{R}, \tau) = \frac{16\pi^4\mu}{\tilde{R}}\delta\left(\tau - \frac{\varepsilon\mu-\beta^2}{(1-\beta^2)(\varepsilon\mu)^{1/2}}\frac{\tilde{R}}{c}\right) =$$
$$= \frac{16\pi^4\mu}{R_э}\left(\frac{1+\operatorname{sgn}\tau_1}{2}\delta(\tau-\tau_1) + \frac{1+\operatorname{sgn}\tau_2}{2}\delta(\tau-\tau_2)\right), \tag{14}$$

где

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}-\mathbf{r}' = \vec{\tilde{\rho}} + \tilde{z}\mathbf{e}_z, \quad \vec{\tilde{\rho}} = \vec{\rho} - \vec{\rho}\,', \quad \tilde{z} = z - z', \quad \tau = t - t',$$

$$\tilde{R} = \left[\frac{\varepsilon\mu(1-\beta^2)}{\varepsilon\mu-\beta^2}\tilde{\rho}^2 + (\tilde{z}-\eta u\tau)^2\right]^{1/2}, \quad \tilde{\rho}^2 = \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2, \quad \beta = \frac{u}{c},$$

$$\tilde{x} = (x-x'), \quad \tilde{y} = (y-y'), \quad \eta = \frac{\varepsilon\mu-1}{\varepsilon\mu-\beta^2}, \quad R_э = \left(\tilde{z}^2 + \frac{1-\varepsilon\mu\beta^2}{1-\beta^2}\tilde{\rho}^2\right)^{1/2}, \tag{15}$$

$$c\tau_1 = \frac{(1-\beta^2)(\varepsilon\mu)^{1/2}R_э - (\varepsilon\mu-1)\beta\tilde{z}}{1-\varepsilon\mu\beta^2},$$

$$c\tau_2 = \frac{(1-\beta^2)(\varepsilon\mu)^{1/2}R_э + (\varepsilon\mu-1)\beta\tilde{z}}{\varepsilon\mu\beta^2-1},$$

$$\operatorname{sgn} x = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} +1 & \text{при } x > 0, \\ -1 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Поскольку функция Грина в (14) отлична от нуля только при τ, то второе слагаемое с $\delta(\tau-\tau_2)$ дает вклад лишь при сверхсветовом перемещении среды, когда $u > c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$. В покоящейся среде ($u = 0$) или в вакууме ($\varepsilon = \mu = 1$) в формуле (14) остается только слагаемое с $\delta(\tau - \tau_1)$, а функция Грина G_0 отлична от нуля на сферической поверхности, расширяющей при $\tau > 0$ во все стороны от точки $R = 0$, где находится источник возмущения, со скоростью $c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$.

Если теперь среда, в которую помещен мгновенный точечный источник, начинает как целое перемещаться с постоянной скоростью и в направлении оси z, то в силу френелевского увлечения света движущейся средой сферическая поверхность для функции Грина в покоящейся среде будет деформироваться и перемещаться как целое в направлении движения среды. Из первого выражения для G_0 в формуле (14) видно, что функция Грина в движущейся среде без дисперсии будет отлична от нуля на поверхности, представляющей эллипсоид вращения с осью симметрии вдоль скорости движения среды. Уравнение этого эллипсоида имеет вид

$$\frac{\tilde{\rho}^2}{a^2} + \frac{(\tilde{z} - \tilde{z}_0)^2}{b^2} = 1, \tag{16}$$

где

$$a = c\tau\left(\frac{1-\beta^2}{\varepsilon\mu - \beta^2}\right)^{1/2}, \quad b = c\tau\frac{(1-\beta^2)(\varepsilon\mu)^{1/2}}{\varepsilon\mu - \beta^2}, \quad \tau = t - t', \quad \beta = \frac{u}{c}, \tag{17}$$

$$\tilde{\rho}^2 = \tilde{x}^2 + \tilde{y}^2, \quad \tilde{x} = x - x', \quad \tilde{y} = y - y', \quad \tilde{z} = z - z', \quad \tilde{z}_0 = \eta u\tau.$$

Центр эллипсоида ($\tilde{\rho} = 0, \tilde{z} = \tilde{z}_0$) перемещается в направлении движения среды со скоростью

$$u_0 = \frac{d\tilde{z}_0}{dt} = \frac{d\tilde{z}_0}{d\tau} = \eta u, \quad \eta = \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2}. \tag{18}$$

С этой скоростью движущаяся среда увлекает любое электромагнитное возмущение в направлении своего перемещения. Коэффициент увлечения η при $\beta \ll 1$ совпадает с коэффициентом увлечения Френеля [9], а при $\beta \approx 1$ $\eta \approx 1$, т.е. среда без дисперсии, движущаяся с релятивистской скоростью, полностью увлекает за собой любое возмущение.

В зависимости от скорости движения среды явление увлечения проявляется по-разному. При досветовом перемещении среды, когда $u < c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$, мгновенный источник возмущения всегда находится внутри расширяющегося эллипсоида (16), ибо в этом случае $\tilde{z}_0 < b$, т.е. скорость сноса центра эллипсоида в направлении движения среды меньше скорости расширения эллипсоида в противоположном направлении — в отрицательном направлении оси z. Тогда возмущение из начала координат ($R = 0$), где расположен мгновенный точечный источник, всегда доходит до любой точки наблюдения P. Только в силу увлечения скорость распространения возмущения в направлении движения среды больше скорости этого возмущения против движения среды: движущаяся среда "сносит" все возмущения "вниз по течению". При скорости $u = c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$ (световая среда) расширяющиеся эллипсоиды в любой момент времени τ касаются плоскости $\tilde{z} = 0$ в начале координат ($\tilde{\rho} = 0$, $\tilde{z} = 0$), где расположен мгновенный точечный источник. В этом случае увлечение таково, что $\tilde{z}_0 = b$, т.е. скорость сноса центра эллипсоида "вниз по течению" среды в точности равна скорости распространения возмущения против движения среды. Тогда все возмущения от начала координат могут дойти только до тех точек наблюдения P, которые расположены в полупространстве $\tilde{z}>0$ ("ниже по течению" среды). В области $\tilde{z}<0$ сигнал от мгновенного точечного источника, расположенного в начале координат ($\tilde{\rho}=0, \tilde{z}=0$), всегда тождественно равен нулю. Наконец при сверхсветовом перемещении среды $(u > c/(\varepsilon\mu)^{1/2})$ увлечение движущейся средой столь сильно, что мгновенный точечный источник в начале координат всегда оказывается вне $(\tilde{z}_0 > b)$ всех расширяющихся эллипсоидов, на поверхности которых возмущение отлично от нуля. Тогда вне конической поверхности

$$\tilde{z}=\tilde{\rho}\left(\frac{\varepsilon\mu\beta^2-1}{1-\beta^2}\right)^{1/2}=(\tilde{x}^2+\tilde{y}^2)^{1/2}\left(\frac{\varepsilon\mu\beta^2-1}{1-\beta^2}\right)^{1/2}, \quad \tilde{z}>0, \quad \varepsilon\mu\beta^2>1, \tag{19}$$

поле от мгновенного точечного источника тождественно равно нулю в любой момент времени τ. Если же точка наблюдения P находится внутри конуса (19), то возмущения проходят через нее два раза: сначала передним фронтом расширяющегося эллипсоида, а затем его задним фронтом. Временной интервал между этими двумя сигналами согласно (15) равен

$$\Delta\tau=\tau_2-\tau_1=2(1-\beta^2)(\varepsilon\mu)^{1/2}R_э/c(\varepsilon\mu\beta^2-1). \tag{20}$$

На самом конусе (19) сигнал проходит через точку наблюдения только один раз. Зная функцию Грина, можно рассчитать поля любых источников, помещенных в движущуюся среду (см. [12, 13]).

3. Поля различного рода источников в движущейся среде (см. [12, 13]).

3.1. *Точечный и протяженный покоящийся заряд.* Пусть точечный заряд величины q расположен в начале координат. Тогда плотности заряда и тока, входящие в формулы (7), (8) и (10), имеют вид

$$\rho(\mathbf{r}',t')=q\delta(\mathbf{r}')=q\delta(x')\delta(y')\delta(z'), \quad \mathbf{v}(\mathbf{r}',t')=0, \quad \mathbf{j}(\mathbf{r}',t')=0. \tag{21}$$

Подставляя эти выражения в формулы (14) и (15), а затем в (10) и (11), получим

$$\varphi(\mathbf{r})=q\frac{1-\varepsilon\mu\beta^2}{\varepsilon(1-\beta^2)}\frac{f(\mathbf{r},\vec{\beta})}{R_0}, \quad \mathbf{A}(\mathbf{r})=-\frac{\varepsilon\mu-1}{1-\varepsilon\mu\beta^2}\frac{\mathbf{u}}{c}\varphi(\mathbf{r}), \tag{22}$$

где

$$R_0=\left(z^2+\frac{1-\varepsilon\mu\beta^2}{1-\beta^2}\vec{\rho}^{\,2}\right)^{1/2}, \quad \vec{\rho}^{\,2}=x^2+y^2, \quad \mathbf{r}=\vec{\rho}+z\mathbf{e}_z,$$

$$f(\mathbf{r},\vec{\beta})=\begin{cases}1 \text{ при } \varepsilon\mu\beta^2<1 \text{ и любых } z \text{ и } \vec{\rho},\\ 2 \text{ при } \varepsilon\mu\beta^2>1 \text{ и } z>b_0(x^2+y^2)^{1/2},\\ 0 \text{ при } \varepsilon\mu\beta^2>1 \text{ и } z<b_0(x^2+y^2)^{1/2},\end{cases} \tag{23}$$

$$b_0=\left(\frac{\varepsilon\mu\beta^2-1}{1-\beta^2}\right)^{1/2}.$$

Как и ранее, ось z направлена по скорости движения среды $\mathbf{u}$, а двумерный вектор $\vec{\rho}$ лежит в плоскости x, y, перпендикулярной $\mathbf{u}$. Потенциалы φ и $\mathbf{A}$ покоящегося заряда не зависят от времени. Эквипотенциальные поверхности, на которых они постоянны, при досветовом движении среды $(\varepsilon\mu\beta^2 < 1)$ представляют собой семейство эллипсоидов вращения с осью вдоль скорости среды $\mathbf{u}$

$$\frac{z^2}{l_z^2} + \frac{\rho^2}{l_\rho^2} = 1, \quad \frac{l_z}{l_\rho} = \left(\frac{1-\varepsilon\mu\beta^2}{1-\beta^2}\right)^{1/2} = \left(1 - \frac{\varepsilon\mu - 1}{1-\beta^2}\beta^2\right)^{1/2}. \tag{24}$$

Отношение полуосей l_z/l_ρ таково, что эти эллипсоиды "сплюснуты" в направлении движения среды $(l_z < l_\rho)$. В сверхсветовом случае $(\varepsilon\mu\beta^2 > 1)$ эквипотенциальными поверхностями являются гиперболоиды вращения с осью вдоль скорости $\mathbf{u}$

$$\frac{z^2}{m_z^2} - \frac{\rho^2}{m_\rho^2} = 1, \quad \frac{m_z}{m_\rho} = \left(\frac{\varepsilon\mu\beta^2 - 1}{1-\beta^2}\right)^{1/2}. \tag{25}$$

Огибающей этого семейства гиперболоидов является коническая поверхность вида (19). Потенциалы отличны от нуля только внутри этой поверхности при $z > 0$. Вне ее потенциалы и поля тождественно равны нулю.

Зная потенциалы (22), можно по формулам (6) и (9) определить поля и индукции (см. формулы в [12, 13]). Оказывается, что вектор электрического поля $\mathbf{E}$ лежит в плоскости $(\vec{\rho}, z)$ и перпендикулярен поверхностям (24) или (25). При досветовом движении среды $(\varepsilon\mu\beta^2 < 1)$ вектор $\mathbf{E}$ направлен от начала координат, т.е. составляет с радиусом-вектором $\mathbf{r}$, проведенным из начала координат, острый угол. При сверхсветовом перемещении среды вектор $\mathbf{E}$ направлен к началу координат, т.е. составляет с вектором $\mathbf{r}$ тупой угол. В силу уравнения $\operatorname{div}\mathbf{D} = 4\pi\rho$ вектор $\mathbf{D}$ всегда направлен по радиусу г, только при $\varepsilon\mu\beta^2 < 1$ он параллелен $\mathbf{r}$, а при $\varepsilon\mu\beta^2 > 1$ — антипараллелен. Магнитная индукция $\mathbf{B}$ по величине пропорциональна скорости среды и электрическому полю, а по направлению вектор $\mathbf{B}$ перпендикулярен векторам $\mathbf{u}$ и $\mathbf{E}$. Силовые линии магнитной индукции, к которым касателен вектор $\mathbf{B}$, являются окружностями, центры которых лежат на оси z, а плоскости — перпендикулярны этой оси. Магнитное поле покоящегося заряда в движущейся среде всегда тождественно равно нулю.

При сверхсветовом перемещении среды потенциалы и поля точечного заряда (см. (22)) терпят разрыв на поверхности вида (19). Чтобы аккуратнее проследить переход через эту особую поверхность, рассмотрим потенциалы и поля бесконечно тонкого заряженного отрезка длины l с полным зарядом q, ориентированного по скорости среды. Детали расчетов и формулы для потенциалов и полей даны в [13]. Здесь мы опишем их особенности качественно. Во-первых, как и для покоящегося точечного заряда, магнитное поле тождественно равно нулю. Во-вторых, все пространство разбивается на три области коническими поверхностями (при $\varepsilon\mu\beta^2 > 1$)

$$z^2 = b_0^2(x^2 + y^2), \quad (z - l)^2 = b_0^2(x^2 + y^2), \quad b_0^2 = \frac{\varepsilon\mu\beta^2 - 1}{1 - \beta^2}, \tag{26}$$

вершины которых находятся в начале $(z = 0, \vec{\rho} = 0)$ и в конце $(z = l, \vec{\rho} = 0)$ отрезка. Тогда потенциалы становятся непрерывными функциями координат, а поля и индукции по-прежнему терпят разрыв на поверхностях (26). Поля тождественно равны нулю в первой области $z < b_0\rho = b_0(x^2 + y^2)^{1/2}$, а в оставшихся областях: $b_0\rho \le z \le b_0\rho + l$ (вторая область) и $z \ge b_0\rho + l$ (третья область) — они отличны от нуля. Вектор **E** во второй области перпендикулярен радиусу-вектору **r** и направлен к оси движения среды (оси z). В третьей области вектор **E** направлен к началу координат. При $l \to 0$ две конические поверхности (26) стягиваются в одну $z = b_0\rho$, а поле на ней стремится к бесконечности. Однако для заряженного отрезка всегда выполняется теорема Гаусса, ибо бесконечный вклад от полей во второй области всегда сокращается с аналогичным бесконечным вкладом от полей в третьей области. Похожая обращенная задача для полей заряженного отрезка, перемещающегося с постоянной сверхсветовой скоростью по покоящейся среде, была решена еще О. Хевисайдом [17]. Аналогичными методами можно рассчитать поля точечных электрических и магнитных диполей и поля в дальней зоне от произвольной совокупности зарядов (см. [12, 13]).

3.2. *Поля равномерно движущейся заряженной частицы.* Пусть точечная частица с зарядом q перемещается в движущейся среде с постоянной скоростью **v**. Тогда плотности заряда ρ и тока **j**, входящие в формулы (7), (8) и (10), принимают вид

$$\rho(\mathbf{r}', t') = q\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{v}t'), \quad \mathbf{j}(\mathbf{r}', t') = q\mathbf{v}\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{v}t'). \tag{27}$$

Подставляя эти выражения и функцию Грина из (14) в формулы (11) и (10), получим

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^{1/2} q\left[1 - \frac{\varkappa\gamma^2}{1 + \varkappa}\left(1 - \frac{\mathbf{uv}}{c^2}\right)\right]\frac{f(\mathbf{r}, t, \vec{\beta})}{\widetilde{R}_1},$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\dfrac{\mathbf{v}}{c} - \dfrac{\varkappa\gamma^2}{1 + \varkappa}\dfrac{\mathbf{u}}{c}\left(1 - \dfrac{\mathbf{uv}}{c^2}\right)}{1 - \dfrac{\varkappa\gamma^2}{1 + \varkappa}\left(1 - \dfrac{\mathbf{uv}}{c^2}\right)}\varphi(\mathbf{r}, t), \tag{28}$$

где

$$\widetilde{R}_1 = \left[(\vec{\beta}_1\mathbf{r}_1')^2 + \frac{1 - \beta^2}{\varepsilon\mu - \beta^2}(\mathbf{r}_1')^2\left(1 - \frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{1 - \beta^2}\vec{\beta}_1^2\right)\right]^{1/2}, \quad \mathbf{u} = c\vec{\beta},$$

$$\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z, \quad \mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}t = x'\mathbf{e}_x + y'\mathbf{e}_y + z'\mathbf{e}_z,$$

$$x' = x - v_xt, \quad y' = y - v_yt, \quad z' = z - v_zt, \quad \beta_{x,y,z} = \frac{v_{x,y,z}}{c}, \tag{29}$$

$$\vec{\beta}_1 = \beta_x \mathbf{e}_x + \beta_y \mathbf{e}_y + \beta_{\text{отн}} \left[\frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{\varepsilon\mu(1-\beta^2)} \right]^{1/2} \mathbf{e}_z, \quad \beta_{\text{отн}} = \beta_z - \eta\beta,$$

$$\mathbf{r}_1' = x'\mathbf{e}_x + y'\mathbf{e}_y + z' \left[\frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{\varepsilon\mu(1-\beta^2)} \right]^{1/2} \mathbf{e}_z, \quad \gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}, \quad \eta = \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2},$$

$$\varkappa = \varepsilon\mu - 1,$$

а функция

$$f(\mathbf{r}, t, \vec{\beta}) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad t - t'_{1,2} < 0, \\ 2 & \text{при} \quad t - t'_{1,2} > 0, \\ 1, & \text{если} \quad t - t'_{1,2} \ \text{имеют разные знаки;} \end{cases}$$

здесь

$$c(t - t'_{1,2}) = \frac{(\varepsilon\mu - \beta^2)\gamma^2}{1 - (\varepsilon\mu - \beta^2)\gamma^2 \vec{\beta}_1^2} [(\mathbf{r}_1' \vec{\beta}_1) \mp \tilde{R}_1], \tag{30}$$

где верхний знак перед $\tilde{R}_1$ относится к t_1', а нижний — к t_2'. Формулы (28) дают потенциалы в точке наблюдения r и в момент времени t. Запаздывание сигнала учтено в этих формулах с помощью функции $f(\mathbf{r}, t, \vec{\beta})$: неравенства $t - t'_{1,2} > 0$ согласно (29) определяют пространственно-временные области, в которых поле отлично от нуля, а обратные неравенства, $t - t'_{1,2} < 0$, — области, где поля тождественно равны нулю в любой момент времени t. Выражения (28) — (30) для покоящегося заряда ($\mathbf{v} = 0$) в движущейся среде переходит в формулы предыдущего раздела 3.1) со всеми уже изученными особенностями. Если же, наоборот, заряд перемещается по покоящейся среде ($\mathbf{u} = 0$), то мы получаем картину (см. гл. 5 т. 2 в [16]), аналогичную картине полей покоящегося заряда в движущейся среде (обращенная задача), так как мы можем перейти от одной задачи — заряд движется по покоящейся среде — к другой (заряд покоится в движущейся среде) обычным преобразованием Лоренца. Действительно, для покоящейся среды ($\mathbf{u} = c\beta = 0$) при $v < c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$ эквипотенциальными поверхностями являются эллипсоиды вращения с осью, направленной по скорости движения заряда. Центр этих эллипсоидов находится в месте расположения заряда в момент наблюдения t. При $v \to c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$ эти эллипсоиды "сплющиваются" в направлении движения заряда в полном соответствии с лоренцовым сокращением длины. При переходе скорости заряда v через скорость света в среде $c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$ поле перестраивается таким образом, что при $v > c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$ оно тождественно равно нулю впереди движущегося заряда, где $\mathbf{r}'\mathbf{v} > 0$. Позади такого сверхсветового заряда поле отлично от нуля только внутри конической поверхности с вершиной в месте расположения заряда в момент t и с половинным углом раствора φ_0, у которого $\sin\varphi_0 = c/v(\varepsilon\mu)^{1/2} = 1/\beta_v(\varepsilon\mu)^{1/2}$. Нормаль к этой поверхности составляет с направлением скорости частицы $\mathbf{v}$ угол $\theta_0 = (\pi/2) - \varphi_0$, для которого

$$\cos\theta_0 = \frac{c}{v(\varepsilon\mu)^{1/2}}. \tag{31}$$

Под таким углом возникает излучение Вавилова—Черенкова при сверхсветовом равномерном движении заряженной частицы [18]. Эквипотенциальные поверхности внутри этого конуса (на них постоянны потенциалы φ и **A**) в момент времени t представляют собой семейство гиперболоидов вращения с осью вдоль скорости заряда **v** (ось z')

$$z'^2 - \left(\varepsilon\mu\frac{v^2}{c^2} - 1\right)(x'^2 + y'^2) = \text{const}, \quad z' = z - v_z t < 0,$$

$$x' = x - v_x t, \quad y' = y - v_y t. \tag{32}$$

Пусть теперь покоящаяся среда начинает перемещаться с постоянной скоростью и в направлении оси z. Тоща поле заряженной частицы начинает увлекаться движущейся средой. Это увлечение происходит следующим образом (подробности всех выкладок см. в [13]). Центры эллипсоидов вращения (в досветовом случае) и гиперболоидов вращения (в сверхсветовом случае) попрежнему находятся в месте расположения заряда в момент t. Ось симметрии направлена по вектору

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v} - \mathbf{u}\frac{(\varepsilon\mu - 1)\{[\varepsilon\mu(1-\beta^2)]^{1/2} + [1 - (\mathbf{uv}/c^2)](\varepsilon\mu - \beta^2)^{1/2}\}}{[\varepsilon\mu(\varepsilon\mu - \beta^2)(1-\beta^2)]\{[\varepsilon\mu(1-\beta^2)]^{1/2} + (\varepsilon\mu - \beta^2)^{1/2}\}}, \tag{33}$$

повернутому относительно вектора **v** против часовой стрелки на угол α_0:

$$\sin\alpha_0 = \frac{\beta_\rho|\beta_z - \beta_{1z}|}{(\beta_\rho^2 + \beta_z^2)^{1/2}(\beta_\rho^2 + \beta_{1z}^2)^{1/2}},$$

$$\beta_{1z} = \left[\frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{\varepsilon\mu(1-\beta^2)}\right]^{1/2}(\beta_z - \eta\beta), \quad \beta_\rho^2 = \beta_x^2 + \beta_y^2. \tag{34}$$

Одновременно с поворотом оси симметрии движение среды "сплющивает" эквипотенциальные поверхности в направлении скорости среды и (ось z). Поворот и деформация эллипсоидов или гиперболоидов таковы, что в зависимости от параметров среды $\varepsilon\mu$ и **u** и скорости заряда **v** эллипсоиды досветового случая могут превращаться в гиперболоиды сверхсветового случая и наоборот.

Если параметр

$$\Gamma(\vec{\beta}, \vec{\beta}_v) = \left(\frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{1-\beta^2}\vec{\beta}_1^2 - 1\right) \quad \left(\vec{\beta}_v = \frac{\mathbf{v}}{c}, \vec{\beta} = \frac{\mathbf{u}}{c}, \vec{\beta}_1 = \frac{\mathbf{v}_1}{c}\right) \tag{35}$$

положителен, то реализуется сверхсветовой случай с гиперболоидами вращения, а если Г отрицательно, то — эллипсоиды вращения (см. подробнее в [13]). Можно показать [13], что при $v_\rho = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} > c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$ величина Г положительна при любых скоростях движения среды, а поле излучения отлично от нуля внутри конической поверхности с вершиной в месте нахождения заряда в момент t и с половинным углом раствора φ_1:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{1}{\Gamma(\vec{\beta}, \vec{\beta}_v)}. \tag{36}$$

В покоящейся среде ($\mathbf{u} = 0$) этот конус расположен позади движущейся частицы, как это имеет место в случае излучения Вавилова—Черенкова [18]. Если теперь среда начинает двигаться вдоль оси z, то согласно (33) и (34) конус излучения начинает поворачиваться против часовой стрелки от вектора $\mathbf{v}$ на угол α_0 и одновременно с этим изменять угол раствора φ_1. С ростом скорости среды увеличивается угол поворота α_0 так, что при релятивистских скоростях движения среды конус становится направленным своим "раструбом" по скорости среды — вдоль оси z: быстро движущаяся среда сильно "сдувает" конус излучения. Когда угол поворота α_0 становится больше угла φ_1, поле излучения находится целиком по одну сторону от траектории равномерного движения заряда: поле заряда "светит вбок" от траектории. Если теперь $v_\rho < c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$, но $v = (v_\rho^2 + v_z^2)^{1/2} > c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$, то с ростом скорости движения среды гиперболоиды сверхсветового случая будут переходить в досветовые эллипсоиды, а затем обратно — в гиперболоиды [13]. Проще всего это проследить на частном примере попутного движения заряда и среды, когда обе скорости v и u параллельны и направлены вдоль оси z ($v_\rho = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} = 0$). В этом случае при сверхсветовом движении заряда ($v > c/(\varepsilon\mu)^{1/2}$) по покоящейся среде его поле отлично от нуля позади заряда внутри конической поверхности с вершиной в месте нахождения заряда в момент времени t. Впереди заряда поле тождественно равно нулю. Если теперь в том же направлении начинает двигаться среда, то из-за увлечения поля этой средой конус начинает "раскрываться": движущаяся среда как бы "поддувает" этот конус. Поскольку условие излучения имеет в этом случае вид [12, 13]

$$|v_{\text{отн}}| > \frac{c}{(\varepsilon\mu)^{1/2}}, \quad v_{\text{отн}} = \frac{v - u}{1 - (uv/c^2)}, \tag{37}$$

то при некоторой скорости среды $u < v$ оно окажется нарушенным, и поле заряда опять примет характерный вид "сплюснутого" вдоль оси z кулоновского поля, переносимого вместе с этим зарядом, а излучение отсутствует. Дальнейшее увеличение скорости среды u будет приводить к смене знака $v_{\text{отн}}$ так, что среда станет обгонять заряд ($u > v$). Наконец, условие (37) опять будет выполнено, но конус излучения, внутри которого поле отлично от нуля, будет уже обращен вперед "по ходу" движения заряда и среды. Вне этого конуса, в том числе и позади заряда, поле тождественно равно нулю.

В заключение этого раздела отметим, что если заряженная частица перемещается в движущейся среде с постоянной скоростью $\mathbf{v}$ в течение конечного интервала времени $2T$, то при сверхсветовом движении среды ($\varepsilon\mu\beta^2 > 1$) поле излучения частоты ω формируется в виде волны излучения под углом θ к оси z на расстояниях

$$l_{1,2} = vT_{1,2} = \frac{\pi v}{\omega\alpha_{1,2}(\theta)},$$
$$\alpha_{1,2}(\theta) = 1 - \frac{v}{c}\,\frac{\varkappa\beta\gamma^2(1 - \varkappa\beta^2\gamma^2\sin^2\theta)^{1/2} \mp (1 + \varkappa)^{1/2}\cos\theta}{(\varkappa\beta^2\gamma^2 - 1)(1 - \varkappa\beta^2\gamma^2\sin^2\theta)^{1/2}}, \tag{38}$$

где $\varkappa = \varepsilon\mu - 1$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\varkappa\beta^2\gamma^2 = \gamma^2(\varepsilon\mu\beta^2 - 1)$. Эти величины определяют длину пути формирования (см. [19]) поля излучения частоты ω в движущейся среде. При $\varepsilon\mu\beta^2 < 1$ путь формирования определяется только величиной l_1.

3.3. *Потенциалы Лиенара—Вихерта в движущейся среде.* Если точечная частица с зарядом q перемещается в движущейся среде по произвольному закону $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0(t)$ со скоростью $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0(t) = d\mathbf{r}_0(t)/dt$, то плотности заряда и тока имеют вид

$$\rho(\mathbf{r}, t) = q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)), \quad \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = q\mathbf{v}_0(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0(t)). \tag{39}$$

Подставляя эти выражения и функцию Грина в формулы (11) и (10) получим (детали рачетов см. в [13])

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{q\alpha}{\varepsilon}\sum_s \frac{1 - \xi(t'_s)}{l_0(\mathbf{r}, t, t'_s)}, \quad \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu q}{c}\alpha\sum_s \frac{\mathbf{v}'_0(t'_s)}{l_0(\mathbf{r}, t, t'_s)}, \tag{40}$$

где

$$\alpha = \left[\frac{\varepsilon\mu - \beta^2}{\varepsilon\mu(1 - \beta^2)}\right]^{1/2}, \quad \xi(t'_s) = \varepsilon\mu\eta\alpha^2\left[\vec{\beta}^2 - \frac{(\mathbf{u}\mathbf{v}_0(t'_s))}{c^2}\right], \quad \eta = \frac{\varepsilon\mu - 1}{\varepsilon\mu - \beta^2},$$

$$l_0 = R_0(\mathbf{r}, t, t'_s) - \frac{\alpha(\varepsilon\mu)^{1/2}}{c}(\mathbf{R}_0(\mathbf{r}, t, t'_s)\mathbf{v}_1(t'_s)), \quad \mathbf{u} = c\vec{\beta} = u\mathbf{e}_z,$$

$$\mathbf{r} = \vec{\rho} + z\mathbf{e}_z, \quad \mathbf{r}_0(t'_s) = \vec{\rho}_0(t'_s) + z_0(t'_s)\mathbf{e}_z, \tag{41}$$

$$R_0(\mathbf{r}, t, t'_s) = |\mathbf{R}| = [(\vec{\rho} - \vec{\rho}_0(t'_s))^2 + \alpha^2(z - z_0(t'_s) - \eta u(t - t'_s))^2]^{1/2},$$

$$\mathbf{v}'_0(t'_s) = \left\{\mathbf{v}_0(t'_s) - \eta\alpha^2\mathbf{u}\left[1 - \frac{(\mathbf{u}\mathbf{v}_0(t'_s))}{c^2}\right]\right\},$$

$$\mathbf{v}_1(t'_s) = \left\{\mathbf{v}_0(t'_s) - \eta\alpha\mathbf{u}\left[1 - \frac{\alpha}{1 + \alpha}\frac{(\mathbf{u}\mathbf{v}_0(t'_s))}{c^2}\right]\right\}.$$

Величины ($\mathbf{r}$, t) определяют пространственно-временные координаты точки наблюдения, а ($\mathbf{r}_0(t'_s)$, t'_s) — аналогичные координаты точки, где в момент времени t'_s находится заряженная частица. Моменты времени t'_s, по которым в формуле (40) проводится суммирование, определяются как решения уравнения

$$\frac{c}{(\varepsilon\mu)^{1/2}}(t - t'_s) = \alpha R_0(\mathbf{r}, t, t'_s), \tag{42}$$

удовлетворяющие условию причинности $t'_s < t$. В вакууме формулы (40) — (42) переходят в известные [6]. В этом случае возмущения распространяются со скоростью света от каждой точки траектории в виде сферических волн, а уравнение (42) имеет лишь одно решение, ибо сферическая волна проходит через точку наблюдения $\mathbf{r}$ только один раз. В движущейся среде в силу сноса эллипсоидов возмущений для функции Грина (14) по направлению движения среды возможны такие ситуации, особенно при сверхсветовом движении среды, когда поле тождественно равно нулю в любой момент времени t в целой области пространства "выше по течению" среды.

4. Потери энергии заряженных частиц в движущейся среде. Зная поля заряженных частиц в движущейся среде, мы можем вычислить потери их энергии на единицу длины или в единицу времени. Если потери энергии ΔW_q заряда q на длине L или за время $\tau = L/v$ много меньше полной энергии W_q этого заряда, то мы можем считать, что заряд на этом интервале движется почти равномерно, т.е. его скорость $\mathbf{v}$ постоянна. В этом случае потери энергии точечной заряженной частицы на единицу длины определяются по величине тормозящей силы, действующей на заряд в месте его расположения и направленной вдоль скорости движения частицы $\mathbf{v}$ (см., например, [13] или [20]). В покоящейся среде с частотной дисперсией равномерно движущаяся вдоль оси z ($\mathbf{v} = v\mathbf{e}_z$) заряженная частица теряет энергию на излучение Вавилова—Черенкова (В.—Ч.) и на возбуждение плазменных (продольных — индекс "l") колебаний в среде [18, 20]:

$$\frac{\mathrm{d}W_q}{\mathrm{d}z} = F_z\Big|_{\substack{z=vt,\\ \vec{\rho}\to 0}} = qE_z(\mathbf{r}, t)\Big|_{\substack{z=vt,\\ \vec{\rho}\to 0}} = \left(\frac{\mathrm{d}W_q}{\mathrm{d}z}\right)_{\text{В.-Ч.}} + \left(\frac{\mathrm{d}W_q}{\mathrm{d}z}\right)_l, \tag{43}$$

где

$$\left(\frac{\mathrm{d}W_q}{\mathrm{d}z}\right)_{\text{В.-Ч.}} = -\frac{q^2}{c^2}\int\limits_{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)\beta^2>1,\ \omega>0} \mu(\omega)\left(1 - \frac{1}{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)\beta^2}\right)\omega\,\mathrm{d}\omega,$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}W_q}{\mathrm{d}z}\right)_l = -\frac{q^2}{v^2}\sum_s \frac{2\omega_s}{\left|\dfrac{\partial\varepsilon(\omega)}{\partial\omega}\right|_{\omega=\omega_s}} K_0\left(\frac{\omega_s}{v}\rho_{\min}\right), \quad \beta = \frac{v}{c}, \tag{44}$$

ω_s — s-й положительный корень уравнения $\varepsilon(\omega_s) = 0$; здесь $K_0(x)$ — функция Макдональда; $\mathbf{r} = \vec{\rho} + z\mathbf{e}_z$, а $\rho_{\min} \approx r_{\mathrm{D}}$ — дебаевский радиус экранирования, имеющий в плазменной модели среды вид

$$r_{\mathrm{D}} = \left(\frac{kT}{m_0}\right)^{1/2}\frac{1}{\omega_{\mathrm{p}}}, \quad \omega_{\mathrm{p}}^2 = 4\pi e^2 N/m_0,$$

где m_0, N и T — масса, концентрация и температура электронов, k — постоянная Больцмана.

Если теперь среда как целое начинает перемещаться со скоростью и в направлении движения заряда (вдоль оси z), то расчеты тормозящей силы приводят (см. [13]) к формулам (44) с небольшим, но существенным дополнением: каждое из выражений в (44) умножается на знаковую функцию от разности скоростей заряда и среды: $\mathrm{sgn}(v - u) = +1$ при $v > u$ и равную (-1) при $v < u$. Кроме того, скорость частицы v в формулах (44) заменяется на относительную скорость перемещения заряда и среды (см. $v_{\text{отн}}$ в (37)), а все функции $\varepsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$ зависят уже от частоты $\omega' = \omega\gamma(v - u)/v$, измеряемой в системе покоя среды. Знаковая функция указывает на явление обращения знака потерь энергии заряда в движущейся среде. Действительно, в покоящейся среде, когда $u = 0$ и $v - u > 0$, правые части в формулах (44) всегда отрицательны. Это значит, что заряд теряет энергию при излучении волн или при возбуждении плазменных колебаний электронов в покоящейся среде. В движущейся среде, когда $u > v$, т.е. среда обгоняет заряд, выражения для потерь меняют знак, ибо $\operatorname{sgn}(v - u) = -1$. В результате движущаяся среда начинает ускорять находящийся в ней заряд с одновременным испусканием волн излучения Вавилова—Черенкова и возбуждением плазменных колебаний электронов в среде. Физически это объясняется неустойчивостью состояний с отрицательной энергией фотонов $\hbar\omega' = \hbar\omega\gamma(v - u)/v$ в среде, движущейся со скоростью $u > v$ (см. об этом в [21]). Фактически изменение знака тормозящей силы связано со следующим. Пусть среда покоится и заряд движется в положительном направлении оси z. Тогда тормозящая сила направлена в отрицательном направлении оси z. Перейдем теперь в систему покоя заряда. В этой системе среда движется со скоростью заряда в отрицательном направлении оси z, а заряд покоится. Однако сила $F_z = qE_z$ в (43) в этой системе по-прежнему направлена в отрицательном направлении оси z, ибо компонента E_z остается без изменения при таких преобразованиях Лоренца. В результате в системе покоя заряда движущаяся среда ускоряет заряд в направлении своего движения.

В качестве примера применения полученных формул вычислим энергию, приобретаемую на единице пути зарядом q, помещенном в плотном пучке релятивистских ($u \approx c$) электронов с энергией $W_{\text{эл}} = m_0c^2\gamma$ и с концентрацией N. Электромагнитные свойства такого пучка описываются формулами (5). Поскольку $\varepsilon < 1$, то $(dW_q/dz)_{\text{В.-Ч.}} = 0$. Поэтому потери определяются только возбуждением зарядом q плазменных колебаний в пучке релятивистских электронов и принимают вид [13]

$$\frac{dW_q}{dz} = q^2 \cdot \frac{4\pi r_0}{\gamma} N \ln\frac{\gamma}{\Delta\gamma}, \tag{45}$$

где $\Delta\gamma/\gamma$ — относительный разброс энергии в пучке электронов, $r_0 = e^2/m_0c^2 \approx 2{,}8\cdot10^{-13}$ см, $N \approx 1{,}4\cdot10^8 j$ см$^{-3}$, j — плотность тока пучка в амперах на квадратный сантиметр. Прирост энергии частицы с зарядом q не зависит от ее массы (так можно ускорять и тяжелые ионы!) и пропорционален квадрату заряда ускоряемых частиц. В современных сильноточных электронных пучках с $\gamma \approx 4$, $\Delta\gamma \approx 0{,}3\gamma$ и плотностями токов $j \approx 30$ кА/см^2 ($N \approx 6\cdot10^{12}$см$^{-3}$) прирост энергии для сгустков ускоряемых частиц с концентрацией порядка 10^{10} см$^{-3}$ составляет 5 кэВ/см на одну ускоряемую частицу. В настоящее время таким путем уже получены альфа-частицы с энергиями в несколько десятков МэВ [4]. Конечно, для расчета реального режима ускорения нужно решать задачу самосогласованно, т.е. учитывать обратное влияние ускоряемых частиц на ускоряющий электронный пучок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] *Тамм И.Е.* Собрание научных трудов. Т. 1. — М.: Наука, 1975. — С. 77.

2. *Векслер В.И.* АЭ. 1957. Т. 2. С. 427.
3. *Рухадзе А.А., Богданкевич Л.С., Росинский С.Е., Рухлин В.Г.* Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. — М.: Атомиздат, 1980.
4. *Диденко А.Н., Григорьев В.П., Усов Ю.П.* Мощные электронные пучки и их применение. — М.: Атомиздат, 1977.

5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
6. *Гинзбург В.Л.* Теоретическая физика и астрофизика. — М.: Наука, 1975.
7. *Гинзбург В.Л.* Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
8. *Минковский Г.*//Эйнштейновский сборник, 1978 — 1979. — М.: Наука, 1983. — С. 5, 64.
9. *Паули В.* Теория относительности. — М.; Л.: Гостехиздат, 1947.
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. — М.: Наука, 1973.
[11] *Угаров В.А.* Специальная теория относительности. — М.: Наука, 1977.
12. *Болотовский Б.М., Столяров С.Н.*// Эйнштейновский сборник, 1974. — М.: Наука, 1976. — С. 179; см. также://УФН. 1974. Т. 114. С. 563.
13. *Болотовский Б.М., Столяров С.Н.*// [83]. — С. 173.
14. *Соколов А.А., Тернов И.М.* Релятивистский электрон. — М.: Наука, 1974.
15. *Иваненко Д.Д., Соколов А.А.* Классическая теория поля. — М.; Л.: Гостехиздат, 1951.
16. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн. Т. 1,2. — М.: Мир, 1978.
17. *Heaviside O.* Electromagnetic Theory. V. 3. — London: The Electrician, 1912.
18. *Болотовский Б.М.*//УФН. 1957. Т. 62. С. 201.
19. *Болотовский Б.М.* Ионизационные эффекты и переходное излучение релятивистских заряженных частиц//Тр. ФИАН. 1982. Т. 140. С. 95.
20. *Болотовский Б.М.* Некоторые вопросы теории прохождения точечных и протяженных зарядов через вещество// Ibidem. 1964. Т. 22. С. 3.
21. *Болотовский Б.М., Столяров С.Н.*// Эйнштейновский сборник, 1977. — М.: Наука, 1980. — С. 73.

Статья поступила 26.11.91 г.