Октябрь 1992 г. **Том 162, № 10**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

КОНЦЕПТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

В.П. Демуцкий, Р.В. Половин
(Харьковский государственный университет, Украина)

СОДЕРЖАНИЕ

Быть может, эти электроны —
Миры, где пять материков,
Искусства, знанья, войны, троны,
И память сорока веков!

Еще, быть может, каждый атом —
Вселенная, где сто планет;
Там всё, что здесь, в объеме сжатом,
А также то, чего здесь нет.

Их меры малы, но все та жа
Их бесконечность, как и здесь.
(*В.Я. Брюсов* „Мир электрона")

.. Если квантовая теория не вызывает на первых порах возмущения, то не может быть, чтобы ее правильно поняли.
(*Нильс Бор* [1а])

Основные положения квантовой теории изменили представление о мире, унаследованное от прошлого века. Они вызывают переворот в мышлении и потому касаются широкого круга людей. В литературе, посвященной осмыслению квантовой механики, имеется существенный пробел. А именно, в ней обстоятельно излагается парадоксальность квантовой механики, неожиданность ее выводов и противоречия между квантовой механикой и нашей интуицией. Однако очень мало книг посвящено развитию интуиции читателя, чтобы новые факты стали для него понятными и очевидными.

Мы поставили своей целью проследить связь квантовой механики с интуицией и здравым смыслом. Мы широко пользуемся цитатами. Цитаты были дискредитированы теми авторами, которые прикрывали ими отсутствие собственных мыслей. Однако статья по концептуальным вопросам естествознания без цитат столь же неуклюжа, как и статья по математике без формул. Классики обычно формулируют свои мысли белыми стихами. Поэтому при пересказе цитат теряется "чувство непосредственного контакта с прекрасным" [3]. Кроме того, при пересказе утрачиваются документальность, нюансы и колорит. Цитаты у нас служат не только для иллюстрации, ю в ряде случаев составляют часть текста. В настоящее время серьезная статья по концептуальным проблемам физики должна содержать некоторую дозу математики. Однако мы свели число математических формул к минимуму. Несмотря на это, отдельные места могут показаться трудными для читателей, имеющих гуманитарное образование. Такие места следует пропускать при первом чтении.

Мы не жалеем места для примеров, оживляющих изложение. "... Примеры лучше объяснят..., чем общие, абстрактные рассуждения" (Э.Мах [5, с. 247]). Мы не хотели следовать автору учебника [6], который, перечисляя единицы мощности, упоминает даже такую мало кому известную подробность, как различие между немецкой лошадиной силой (Pferdestärke), равной 75 килограммометров в секунду, и английской лошадиной силой (horse power), равной

76 килограммометров в секунду. Поэтому мы рассматриваем только наиболее убедительные интерпретации квантовой механики.

Статья предназначена для лиц с высшим образованием как естественно-научного, так и гуманитарного профиля, интересующихся концептуальными вопросами современного естествознания. Было приложено много сил для изложения важнейших вопросов так, чтобы они могли быть понятны и читателям-неспециалистам. С точки зрения круга читателей настоящая статья несколько напоминает путешествия Гулливера (да простят нам сравнение с Джонатаном Свифтом). Дети считают, что книга о Гулливере — сказка. Взрослые видят в ней политическую сатиру. Тот же, кто знаком с историей физики, замечает, что это размышления о принципе относительности длины Лейбница: ничто не изменится, если все предметы уменьшатся в двенадцать раз. В связи с ориентацией статьи на широкий круг читателей в нее включены фрагменты с элементарным изложением ряда основных вопросов. Некоторые из этих фрагментов могут показаться излишними специалистам, но они необходимы для широкого круга читателей. Вопросы, требующие большей математической подготовки, выделены в гл. 8 и 9. Ссылки в тексте указывают литературу, где обсуждаемые вопросы освещены более подробно. Аналогичный характер имеют работы [52а, 50, 17]. Настоящая статья отличается тем, что в ней освещена роль Маха как идеолога научных революций, дан анализ процесса измерения, доказана невозможность введения в квантовую механику скрытых параметров. (Аннотированную библиографию по интерпретации квантовой механики см. в статье [7].)

Авторы глубоко благодарны А.И. Ахиезеру за интерес к работе и ценные дискуссии. Авторы благодарят Ю.А. Бережного, Ю.П. Степановского и В.В. Шкоду за конструктивную критику, а также В.Г. Кривонос за техническую помощь.

Введение

История физики — это история победы разума над невежеством. С каждым годом все большее число физических явлений объяснялось не сверхъестественными силами, а материальными причинами. После того, как Ньютон сформулировал законы классической механики и закон всемирного тяготения, были объяснены движения небесных тел и, в частности, предсказаны солнечные и лунные затмения, которые прежде "объяснялись" божественной силой. Законы Ньютона описывали все известные небесные явления. Когда Наполеон ознакомился с книгой Лапласа "Изложение системы мира", он сказал ему: "Я не нашел в Вашей книге упоминания о Боге". На это Лаплас с гордостью ответил: "В этой гипотезе я не нуждался" [8, с. 217].

Применение законов физики к земным явлениям привело к целому каскаду изобретений, которые прежде считались бы чудом. Появились паровоз и граммофон, электричество и самолет, кинематограф и радио. Казалось, победа материализма была бесповоротной. Правда, параллельно материализму существовал и идеализм. Так, епископ Беркли писал: "Странным образом среди людей преобладает мнение, что дома, горы, реки, одним словом, чувственные вещи имеют существование, природное или реальное, отличное от того, что их воспринимает разум ... Вы скажете, — пишет Беркли, — что идеи могут быть копиями или отражениями вещей, которые существуют вне ума в немыслящей субстанции. Я отвечаю, что идея не может походить ни на что иное, кроме идеи; цвет или фигура не могут походить ни на что иное, кроме другого цвета, другой фигуры ... Когда я говорю, что стол, на котором я пишу, существует, то это значит, что я вижу и ощущаю его... Существовать — значит быть воспринимаемым" [9]. Эти рассуждения неверны. Ведь портрет — это комбинация цветов, а он может походить на человека.

Физики — это стихийные материалисты, ибо их работа состоит в исследовании законов природы, очищенных от человеческих ощущений. Исследование ощущений — это задача физиологии и психологии. Физики полагали рассуждения Беркли и его последователей настолько неразумными, что считали ниже своего достоинства критиковать субъективный идеализм. И вот "в первой четверти нашего века постепенно накапливалась информация о поведении атомов и других мельчайших частиц, и знакомство с этим поведением вело ко все большему замешательству среди физиков" [2, т. 3, с. 199]. Возник "противоречащий духу науки мистицизм" [10, с. 204].

В статьях и книгах стали писать, что в физике будто бы речь идет не о выявлении объективных закономерностей, независимых от наблюдателя, а только упорядочиваются наши ощущения: "Характеризуемый лишь как остов математических формул, — писал Иордан, — атом подобен географической сетке Земли, это, по существу, лишь вспомогательное средство для упорядочивания экспериментальных фактов".

Посмотрим теперь, как интерпретируют квантовую механику материалисты. Вот что пишет В.А. Фок: "Каковы ... те особенности квантовой механики, которые не позволяют ее трактовать в классическом духе и видеть в волновой функции распределенное в пространстве поле , подобное классическому? ... В случае сложной системы, состоящей из многих частиц, волновая функция зависит не от трех координат, а от всех степеней свободы системы. Это есть функция точки в многомерном конфигурационном пространстве, а не в реальном физическом пространстве... Волновая функция существует не всегда, и не всегда она меняется по уравнению Шрёдингера; при известных условиях она просто зачеркивается и заменяется другой (так называемая редукция волнового пакета). Очевидно, что такого рода "мгновенное изменение" не согласуется с понятием поля" [11, с. 461]. Это правильные и глубокие мысли. Но они изложены слишком кратко и поэтому могут вызвать недоумение.

Если волновая функция — это не "распределенное в пространстве поле", если она определена не в реальном физическом, а в многомерном абстрактном пространстве, если она изменяется не согласно уравнению Шрёдингера, а просто зачеркивается, то не описывает ли квантовая механика наши ощущения или наши знания? Цель Фока состояла в том, чтобы показать несводимость квантовой механики к классической. Поэтому он противопоставлял классические и квантовые понятия. Наша же цель состоит в том, чтобы понять квантовую механику и согласовать ее со здравым смыслом. Отмеченные Фоком парадоксальные свойства волновой функции связаны с вероятностным характером квантовой механики. Такие же свойства существуют и в классической теории случайных процессов (см. об этом в пп 3.1, 3.2), но никто их не считает парадоксальными. Здесь мы только заметим, что реальное физическое пространство не всегда трехмерно даже в классической физике при отсутствии случайности. Например, игрок в пинг-понг должен учитывать не только три координаты мяча, но также три компоненты поступательной скорости и три компоненты угловой скорости. Поэтому при игре в пинг-понг "реальное физическое пространство" является не трехмерным, а девятимерным конфигурационным пространством.

Что же касается термина "абстрактный" (в применении к пространству), то он отнюдь не означает "нереальный", т.е. существующий только в голове человека. Существует много математических книг, посвященных абстрактным многомерным пространствам. В этих книгах подразумевается много конкретных физических приложений абстрактных пространств, однако авторы их ограничиваются только общими свойствами, отвлекаясь от специфики каждого конкретного пространства. Поэтому выражение "волновая функция определена в многомерном абстрактном пространстве" означает только лишь, что понятие пространства волновой функции является частным случаем более общего математического понятия.

"Дикость" квантовой механики состоит не только в том, что в ней существуют специфические квантовые эффекты, необъяснимые с точки зрения классической физики. Многие эффекты, именуемые квантовыми, — дискретность, случайность, соотношения неопределенностей — существуют и в классической физике. Однако в квантовой механике эти классические эффекты комбинируются совершенно "несуразным" образом. Чтобы лучше понять подобные квантовые эффекты, мы рассматриваем их сначала на привычном классическом языке (гл. 2). При этом мы останавливаемся на тех сторонах явлений, которые обычно остаются в тени, но которые приобретают особое звучание в квантовой теории.

1. В преддверии научной революции XX века

Жестокая необходимость, а не спекуляция или желание новизны, вынуждает нас изменять старые классические взгляды.

(*А. Эйнштейн, Л. Инфельд* [1])

1.1. Принцип наблюдаемости Маха. Как могло случиться, что многие физики, изучающие природу, существующую независимо от наблюдателя, сотворили себе кумира из позитивиста Маха? Дело в том, что характеристика Маха как позитивиста правильна, но слишком груба. Мах был очень противоречивой личностью, В отдельных вопросах он был диалектиком. В других вопросах он фактически был большим материалистом, чем они сами (утверждение о материя юности пространства). Мах обратил внимание на то, что в истории физики периоды эволюции, постепенного накопления знаний, сменялись революциями, коренной перестройкой всей физической картины мира [12]. Последняя в то время революция была произведена Ньютоном. До этого Аристотель считал, что для равномерного движения тела нужна постоянная сила. Согласно же Ньютону, тело движется равномерно при отсутствии внешних сил.

Строго говоря, после Ньютона были еще две революции — придание электромагнитному полю статуса объективной реальности и введение в физику понятия случайности (статистическая физика). Но эти революции не отвергали фундаментальные положения классической механики. "После открытия новых явлений в области электричества и магнетизма электрические и магнитные силы были уподоблены силам тяготения, и их влияние на движение тела снова можно было учесть с помощью аксиом ньютоновской механики. Наконец, в XIX столетии даже теория теплоты была сведена к механике — благодаря предположению о том, что теплота в действительности представляет собой сложное статистическое движение мельчайших частиц вещества" [57а, с. 53]. Поэтому обе эти революции правильнее было бы назвать "дворцовыми переворотами".

Мах был одним из немногих, кто предвидел новые кардинальные революции в физике. Тем самым он понимал, что механика Ньютона не является абсолютной истиной [14]: "Если мы в настоящее время полагаем, — писал Мах, — что факты механики более понятны, чем другие, что они могут быть основой для всех других физических фактов, то это иллюзия. Объясняется она тем, что история механики древнее и богаче, чем история физики, что фактами механики мы дольше оперируем, как привычными" [13]. Эти взгляды Маха послужили толчком к ревизии классической механики. А. Эйнштейн высоко ценил критические взгляды Маха: "Я вижу действительное величие Маха в его неподкупном скепсисе и независимости" [15, т. 4, с. 266]. "Мах, — продолжал Эйнштейн, — своими историко-критическими статьями, в которых он с такой любовью проследил за процессом становления наук и раскрыл внутреннюю лабораторию отдельных исследователей, проложивших новые пути в своих областях науки, оказал огромное влияние на ученых нашего поколения" [16, с. 113]. Мах разработал программу новой революции в физике. А именно, если мы отбросим все приобретенные знания, то вернемся на уровень обезьяны. Поэтому нужно коечто оставить из прежней теории. Но как узнать, что нужно оставить, а что нужно отбросить? Для этого служит принцип наблюдаемости Маха: истинно только то, что можно наблюдать непосредственно [17, с. 70].

Более подробно об этом же сказал Р. Фейнман: "Верьте только своим глазам, а прочие свои идеи формулируйте уже на основе опыта" [2, т. 1, с. 47].

Заметим, что Ньютон при создании классической механики фактически также пользовался принципом наблюдаемости: "Вывести основание этих свойств тяготения из явлений я пока не в состоянии, а гипотез я не строю. Ибо все, что не выведено из явлений, называется гипотезой; а гипотезам, как метафизическим, так и физическим, в философии экспериментальной нет места. В этой философии предложения выводятся из явлений и обобщаются через индукцию" [18]. Принцип наблюдаемости Маха может показаться возвратом к субъективному идеализму Беркли: существовать — значит, быть наблюдаемым. На самом же деле, к идеализму ведет только неограниченное применение этого принципа. Разумное же использование принципа наблюдаемости является мощным средством построения новой теории. Этот принцип позволяет отобрать из развалин старой теории те детали, которые сохраняются в новой теории.

Именно с помощью принципа наблюдаемости А. Эйнштейн создал теорию относительности, а Н. Бор и В. Гейзенберг пришли к выводу о том, что в атоме электрон не имеет определенной координаты и определенного импульса. В то же время энергия электрона в атоме определена совершенно точно: "... Что же касается периодической орбиты электрона, то, возможно, ее и не существует вообще. Непосредственно наблюдаемыми были только энергии дискретных стационарных состояний и интенсивности спектральных линий и, может быть, также соответствующие амплитуды и фазы, но отнюдь не орбиты электронов" (В. Гейзенберг [19, с. 82]).

Справедливости ради заметим; что два других создателя квантовой механики — Л. де Бройль и Э. Шрёдингер — двигались в русле классической физики, трактуя квантовые эффекты как течения некоторой субквантовой жидкости.

Однако, выступая против метафизического материализма, Мах вместе с тем выступал против материализма вообще: "Большинство естествоиспытателей придерживаются еще в настоящее время, в качестве философов, материализма, которому 150 лет от роду и недостаточность которого давно уже разглядели не только философы по призванию, но и люди более или менее знакомые с философским мышлением ... Я поставил себе целью не ввести новую философию в естествознание, а удалить из него старую, отжившую свою службу" [5, с. 12; 4].

1.2. Ограниченность принципа наблюдаемости. Теория не может, однако, описывать только наблюдения. В ней обязательно содержатся обобщения. "... Совершенно неправильно пытаться построить теорию только на основании наблюдаемых величин. Дело обстоит как раз наоборот. Только теория определяет, что может быть наблюдено" (А. Эйнштейн [20]). Если бы строго следовать принципу наблюдаемости, то наука имела бы такой же непредсказуемый вид, как, например, результаты забегов на ипподроме. "Теория — это не перечисление отдельных наблюдений, а общая закономерность" [21, с.294]. "Научный закон является не только выражением определенного количества опытных фактов; в этих законах отражается мышление ученого:

отбор фактов, сравнение, *фантазия,* проблеск гения" [21а, с.349].

И до Ньютона люди наблюдали, что яблоки падают на землю, а Луна движется вокруг Земли. Однако только Ньютон у видел единый закон в падении яблок и во вращении Луны вокруг Земли и на основе этого закона предсказал множество ненаблюдавшихся ранее эффектов.

Любую теорию невозможно абсолютно точно проверить в конечном числе экспериментов [21, с.288]. В частности, В. Гейзенберг при построении квантовой теории использовал не только принцип наблюдаемости. Кроме этого принципа Гейзенберг предположил, что уравнения движения Ньютона справедливы и в квантовой теории, если координату и импульс считать не числами, а матрицами [22].

Принцип наблюдаемости Маха незаменим на первой стадии исследования, но с ним следует расстаться после того, как найдена формулировка физического закона. Да и сам Мах писал: "... Ведь, собственно говоря, лишь бесконечно большое число наблюдений с исключением всех мешающих обстоятельств могло бы дать закон" [5, с.241]. Принцип наблюдаемости, строго говоря, нарушается уже в классической механике: "Хотя всюду заметно стремление Ньютона представить свою систему, как с необходимостью вытекающую из опыта, и вводить возможно меньше понятий, не относящихся непосредственно к опыту, он тем не менее вводит понятия абсолютного пространства и абсолютного времени" [15, т.4, с.85]. В релятивистской квантовой механике ненаблюдаемым является фон электронов с отрицательной энергией [23, с.62]. Эйнштейн связывал принцип наблюдаемости Маха не с позитивизмом и не с современной философией, а с наивным реализмом: "С философской точки зрения такая концепция мира тесно связана с наивным реализмом, поскольку приверженцы последнего считают, что объекты внешнего мира даются нам непосредственно чувственным восприятием. Однако введение неизменяемых материальных точек означало шаг к более изощренному реализму, ибо с самого начала было ясно, что введение подобных атомистических элементов не основано на непосредственных наблюдениях" [15, т.4, с.317]. Абсолютизируя принцип наблюдаемости, Мах так и не признал существование атомов [14, с.55].

Эйнштейн считал Маха идейным вдохновителем и чуть ли не соавтором теории относительности [23а]. Однако эта теория, строго говоря, противоречит философским взглядам Маха. В частности, теория относительности противоречит возведенному в абсолют принципу наблюдаемости. Ведь в теории относительности говорится не только о наших наблюдениях, но и о свойствах материи, существующей независимо от человека. После бесплодных попыток переубедить Маха Эйнштейн с горечью сказал: "Насколько Мах был хорошим механиком, настолько он был жалким философом" [24] (повторив, сам не подозревая об этом, слова В.И. Ленина).

1.3. Объективные процессы и субъективные ощущения. На философскую интерпретацию квантовой механики большое влияние оказало утверждение Маха о неразрывности объективных процессов и субъективных ощущений: "Все физическое, находимое мною, я могу разложить на элементы, в настоящее время дальнейшим образом не разложимые: цвета, тоны, давления, теплоту, запахи, пространства, времена и т.д. Эти элементы оказываются в зависимости от условий, лежащих вне и внутри $U^{(2*)}$. Постольку, и только постольку, поскольку эти элементы зависят от условий, лежащих внутри U, мы называем их также ощущениями" [5, с. 17]. Такая трактовка делает физические события следствиями их наблюдений вместо того, чтобы считать, что события наблюдаются потому, что они действительно произошли [21, с.292].

Утверждение Маха о невозможности разделить ощущения на субъективную и объективную части не соответствует действительности. Например, мы ощущаем, что пять минут, проведенные в кресле стоматолога, длятся дольше, чем полчаса, проведенные в обществе любимой женщины. Здесь "неразложимый элемент" легко разделяется на "условия, лежащие внутри Я и не лежащие внутри U". Да и сам Мах, когда переходит к конкретным примерам, разлагает "неразложимые элементы" и отбрасывает все условия, лежащие как внутри нашего тела, так и внутри нашего сознания: "Более теплое тело А (накаленный железный шар) нагревает более холодное тело В (термометр) и на расстоянии, лучеиспусканием" [5, с.196]. Где здесь U? Где здесь Я? Здесь есть только не-Я, т.е. объективная реальность, независимая от ощущений наблюдателя. Мировоззрение Маха очень ярко характеризует один эпизод из его жизни. Мах занимался баллистикой и неоднократно присутствовал на стрельбах. Однажды он обратился к своему коллеге: "Меня все время мучает вопрос — существует ли снаряд в промежутке времени между выстрелом и попаданием в цель? Ведь мы его не видим и никак не ощущаем". "Ты сумасшедший, — отвечал коллега, — как же можно сомневаться в существовании снаряда? Кроме того, ведь ты же сам вычисляешь уравнение его траектории, и твои вычисления согласуются с экспериментом. Разве это не доказывает существование снаряда?" "Это еще ничего не доказывает, — возражал Мах, — может быть, траектория — это только вспомогательное математическое понятие, служащее для предсказания дальнейших наблюдений. Может быть, снаряд вовсе не движется по траектории. Возможно, снаряд исчезает в момент выстрела и вновь возникает в момент попадания в цель". Коллега только пожал плечами. Но Мах на этом не успокоился. Он сконструировал прибор, позволяющий фотографировать снаряд во время полета. При этом Мах не только убедился в том, что снаряд существует и в полете, но и увидел на фотографиях линии, отходящие от снаряда, которые назвали линиями Маха [14].

Именно благодаря сомнению в существовании ненаблюдаемого летящего снаряда Мах положил начало сверхзвуковой газовой динамике. В знак признания его заслуг отношение скорости летящего объекта к скорости звука называется числом Маха.

1.4. Операционализм. Развитием принципа наблюдаемости стал операционализм. Основоположник операционализма П. Бриджмен определил его следующим образом: "... Мы понимаем под каким-либо понятием не более чем совокупность операций. Понятие (concept) синонимично с известной совокупностью операций" [25, с.5]. Подробнее об операционализме см. [21,26,27].

Мы поясним концепцию операционализма на примере. Что означает понятие "время"? В толковом словаре Вебстера, например, время определяется как "период", а сам "период" — как "время" [2, т.1, с.86]. Это не определение, а порочный круг. Чтобы дать содержательное определение времени, нужно указать, как его можно измерить. Иными словами, время определяется операцией его измерения. Распространение этого положения на все физические величины и является операционализмом. Без операционалистского подхода невозможно было создать ни теорию относительности, ни квантовую механику [28, с.2].

Возвращаясь к понятию времени, заметим, что оно измеряется с помощью часов. Естественными часами является вращающийся земной шар. Единица времени секунда — это промежуток времени, в течение которого Земля сделает 1/86400 часть оборота вокруг своей оси. Из этого определения, в частности, следует, что вопрос "Вращается ли Земля равномерно?" бессмыслен, ибо время определяется вращением Земли. "Однако, — пишет Фейнман, — сейчас мы научились работать с некоторыми естественными осцилляторами, которые являются более точными стандартами времени, чем вращение Земли. Это так называемые "атомные часы". В основе их лежат колебания атомов, период которых нечувствителен к температуре и другим внешним воздействиям. Эти часы позволяют измерять время с точностью, лучшей 10^{-7} %" [2, т. 1, с. 93].

С помощью атомных часов было измерено отклонение вращения Земли от равномерного."... Вращение Земли вокруг ее оси мало-помалу замедляется. Это происходит из-за приливного трения" [30, с. 98]. Мы видим, что вопрос о том, вращается ли Земля равномерно, не является бессмысленным, как это утверждают операционалисты. Время не сводится к какому-нибудь конкретному измерительному прибору, даже такому точному, как вращающийся земной шар. Время — это более глубокая сущность; она бессодержательна, если не указать способа ее измерения, но она и не сводится только к способу измерения. "Операционалистская точка зрения, рассматриваемая как единственные критерий, всегда предпочитала бы абстракции на низком уровне. Однако наиболее впечатляющие достижения в теории связаны с открытием абстракций на очень высоком уровне" [31, с. 184].

Буквальное следование операционализму в теории элементарных частиц также было неудачным: "Гейзенберг учил, что теория должна оперировать только с экспериментально наблюдаемыми величинами, и настаивал, чтобы этот принцип был применен и в физике элементарных частиц путем устранения из нее всякого упоминания о временной эволюции вектора состояния между актом приготовления и актом измерения. Такую более радикальную форму квантовой механики он назвал S-*матричной теорией* и противопоставил ее квантовой теории поля ... Эта теория не оказалась успешной теорией элементарных частиц: квантовая теория поля в этой области одержала полную победу" [21, с. 294].

Неполноту операционалистских определений различных понятий признал впоследствии сам основоположник операционализма П. Бриджмен: "Если бы я писал снова, я попытался бы подчеркнуть важность мысленных и карандашных операций. Одной из наиболее важных мысленных операций является словесная операция. Она играет значительно большую роль, чем я представлял ранее ..." [32, с. 184]. Отметим в этой связи, что все физические величины (импульс, энергия и др.) имеют точный смысл только в рамках определенной теории (механика Ньютона, теория относительности, квантовая механика), однако некоторые из них имеют более универсальный характер. Поэтому, когда теория относительности и квантовая механика отбросили механику Ньютона, они все же оставили понятия импульса и энергии, подвергнув их модификации.

2. Частицы и волны

> Трое слепых впервые знакомились со слоном. "Он похож на стену", — сказал один. "Нет, он похож на столб", — возразил другой. "Вы ошибаетесь, он похож на змею", — сказал третий.

2.1. Частицы и волны в классической физике. В классической физике известны две формы существования материи — вещество и поле. Вещество состоит из отдельных частиц пренебрежимо малого размера — электронов, протонов, нейтронов. Напротив, поле распределено во всем пространстве. Возбужденное состояние поля распространяется в пространстве в виде волн. Ярким примером волн служат волны на пшеничном поле в ветреную погоду. Волны, образуемые колосками, все время бегут в одну сторону. Тем не менее колоски никуда не бегут, так как они прикреплены к Земле. Волны играют в физике большую роль. Например, в воздухе распространяются звуковые волны. Заметную роль в природе и технике играют электромагнитные волны. Электромагнитные волны длиной волны от метра до километра — это радиоволны, а длиной волны порядка 10^{-4} см — это видимый свет. Заметим, что поле существует и при отсутствии волн. Чтобы задать поле какой-то физической величины, нужно задать значение этой величины во всех точках пространства. Например, звук — это возбужденное состояние поля давлений.

В квантовой механике исчезает принципиальное различие между двумя противоположностями — частицами и волнами. Чтобы лучше это осмыслить, мы рассмотрим эти понятия сначала в рамках классической физики, где объединение частиц и волн невозможно. Рассмотрим частицы. Характерная особенность частицы заключается в том, что она занимает пренебрежимо малый объем, т.е. практически сосредоточена в точке (рис. 1). Однако более существенна неделимость частиц. Литр воды мы можем легко разделить на две части

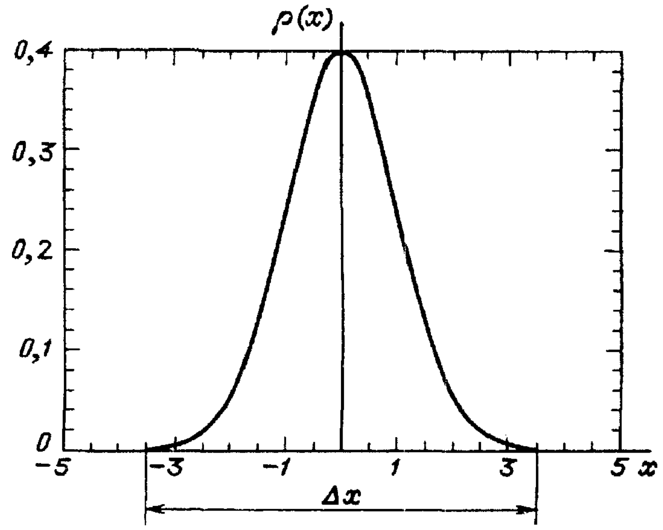

Рис. 1. Распределение плотности материи в классической частице. $\rho(x)$ — плотность материи, Δx — размер частицы. Для простоты частица полагается одномерной

с теми же свойствами. Для того же, чтобы разделить молекулу воды на две части, недостаточно наклонить стакан. Здесь нужны более мощные средства, например электролиз. Но главное при этом состоит в том, что при делении молекулы воды получаются не две полумолекулы воды, а атомы двух новых веществ — кислорода и водорода. Важным свойством классических частиц является их индивидуальная определенность. Мы всегда можем перенумеровать частицы и следить за судьбой каждой из них.

Прямой противоположностью частицы является волна. Профиль идеальной волны имеет форму синусоиды (рис. 2). Такая волна называется гармонической. Заметим, что измерение волны малой интенсивности всегда связано с

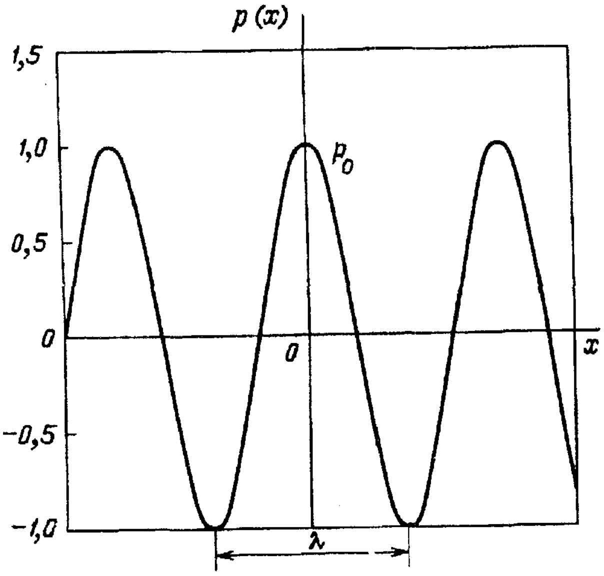

Рис. 2. Профиль звуковой волны. По оси абсцисс отложена пространственная координата, по оси ординат — превышение давления над нормальным. p_0 — амплитуда волны, λ — длина звуковой волны, определяющая высоту звука

искажением этой волны. Так, когда мы ловим отдаленную радиостанцию с помощью радиоприемника, то, используя резонанс, мы усиливаем компоненту волны на интересующей нас частоте и подавляем все компоненты с другими частотами. При этом возникает сильно искаженная волна, но она имеет достаточно большую интенсиьность.

2.2. Интерференция волн. Характерная особенность волн состоит в том, что они могут не только усиливать, но и "гасить" друг друга. Взаимное усиление или гашение двух волн называется интерференцией. Если горбы и впадины двух волн совпадают (рис. 3), то они усиливают друг друга; если же

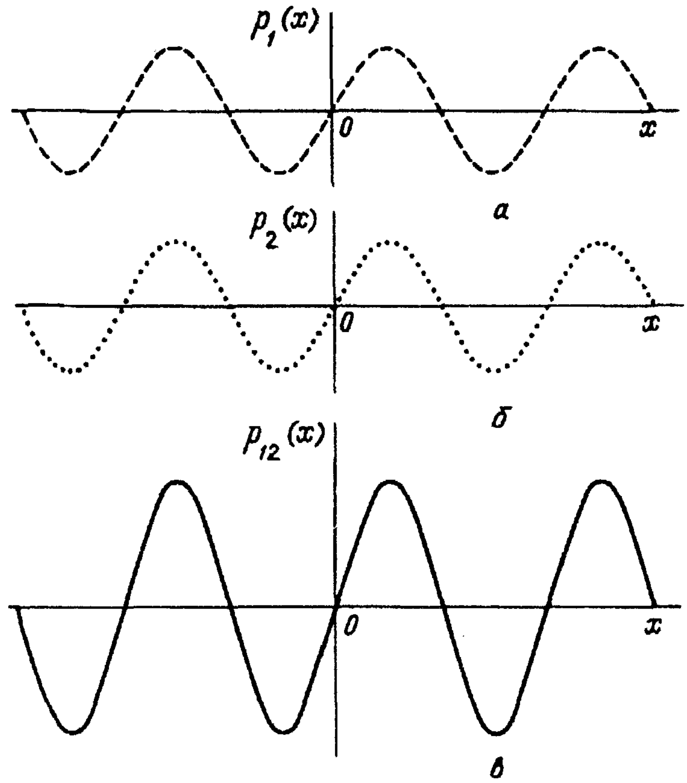

Рис. 3. Интерференция в случае, когда горбы и впадины двух волн совпадают. *а* — Первая волна. *б* — Вторая волна. *в* — Суммарная волна

горб одной волны приходится на впадину другой (рис. 4), они гасят друг друга. Отметим, что явление интерференции, в частности взаимное гашение двух

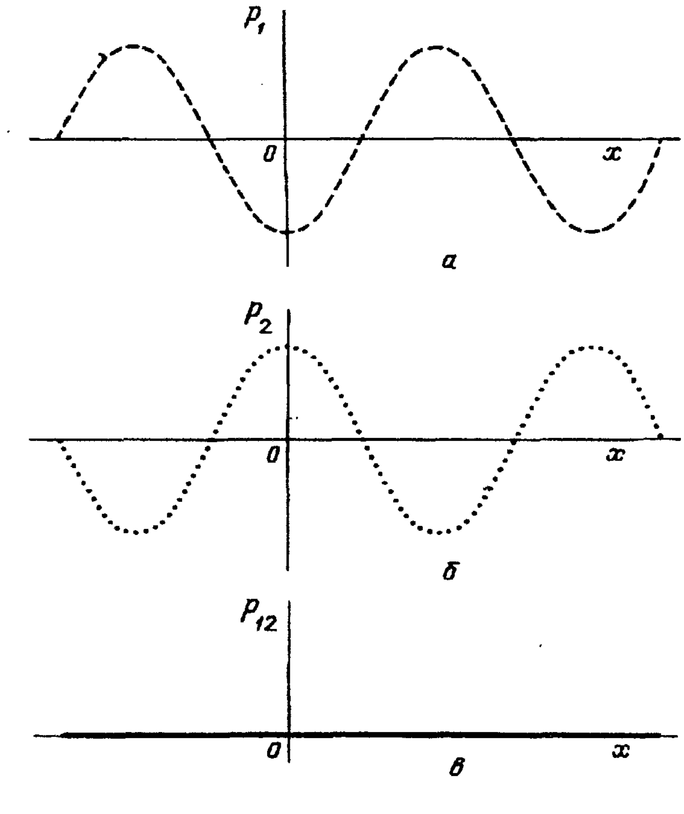

Рис. 4. Интерференция в случае, когда горб одной волны приходится на впадину другой волны. *а* — Первая волна. *б* — Вторая волна. *в* — Суммарная волна

волн, немыслимо для частиц. Мы проиллюстрируем это на примере стрельбы из пулемета по мишени. Между пулеметом и мишенью стоит броневая плита, а в ней вертикальная щель, через которую пуля свободно проходит. Наибольшее число пуль попадет в центр мишени A (расположенный напротив центра щели). Если направить ось x горизонтально и параллельно плите, то зависимость $N(x)$ числа попаданий N от x изобразится колоколообразной кривой (рис. 5). Пусть

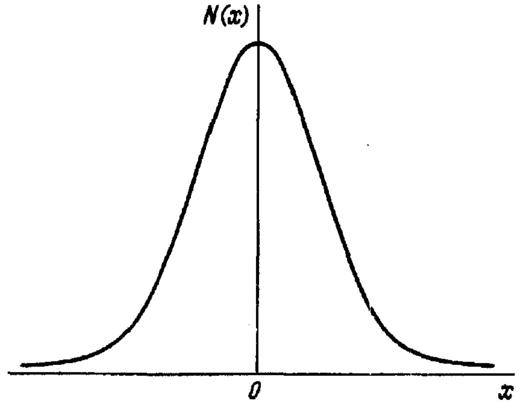

Рис. 5. Зависимость числа попаданий пуль N от расстояния до центра мишени

теперь в броневой плите сделаны две близкие щели — 1 и 2 (рис. 6). Если закрыть щель 2, то число попаданий изобразится кривой $N_1(x)$ (рис. 7). Если же закрыть щель 1, то число попаданий изобразится такой же, но смещенной кривой $N_2(x)$. При открытых обеих щелях число попаданий $N_{12}(x)$, очевидно, равно сумме N_1 и N_2:

$$N_{12} = N_1 + N_2. \tag{2.1}$$

Заметим, что кривая $N_{12}(x)$ расположена выше каждой из кривых $N_1(x)$ и $N_2(x)$. Иными словами, открывание дополнительной щели может только увеличить число попаданий в каждой точке мишени, но никак не может уменьшить число попаданий.

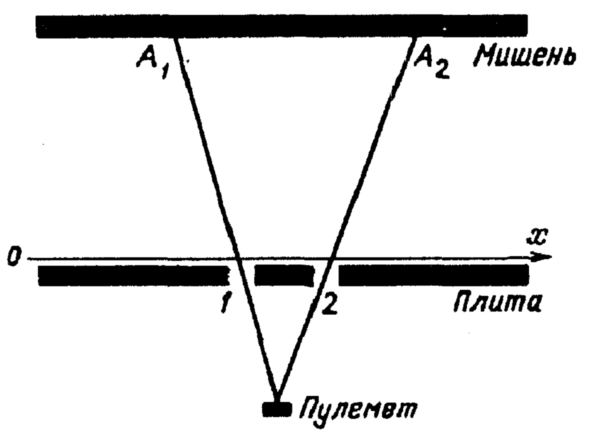

Рис. 6. Стрельба по мишени через две щели

Для волн ситуация совершенно иная. Произведем опыт, аналогичный приведенному выше, но для волн на воде. Заменим мишень вертикальной стенкой. При этом плоскость чертежа совпадет с поверхностью спокойной воды (невозмущенное состояние). Пулемет заменяется источником волн (колеблющимся предметом). Вертикальное смещение точки, лежащей на поверхности воды, от невозмущенного состояния обозначим через $p(x)$. Рассмотрим случай, когда открыта только щель 1. В отличие от числа пуль $N_1(x)$ смещение $p_1(x)$ может быть как положительным (горб), так и отрицательная (впадина). Смещение в случае,

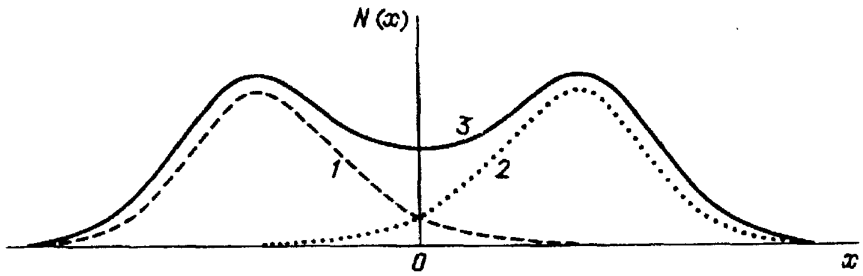

Рис. 7. Число попаданий при стрельбе по мишени через две щели. 1 — число попаданий N_1, при открытой щели 1, 2 — число попаданий N_2 при открытой щели 2, 3 — число попаданий N_{12} при обеих открытых щелях

когда открыта только вторая щель, обозначим через $p_2(x)$. Если открыть обе щели, то результирующее смещение $p_{12}(x)$ является алгебраической суммой смещений слагаемых волн:

$$p_{12}(x) = p_1(x) + p_2(x)\,. \tag{2.2}$$

Так как величины $p_1(x)$ и $p_2(x)$ могут быть как положительными, так и отрицательными, может происходить взаимное уничтожение смещений (см. рис. 4).

Энергия волны в единице объема W пропорциональна квадрату ее смещения. Опуская для простоты коэффициент пропорциональности, можно записать

$$W_1(x) = p_1^2(x)\,, \tag{2.3}$$

$$W_2(x) = p_2^2(x)\,, \tag{2.4}$$

а энергия результирующей волны равна

$$W_{12}(x) = (p_1(x) + p_2(x))^2\,. \tag{2.5}$$

Мы видим, что

$$W_{12}(x) = W_1(x) + W_2(x) + 2p_1p_2\,, \tag{2.6}$$

т. е.

$$W_{12}(x) \neq W_1(x) + W_2(x). \tag{2.7}$$

Таким образом, в случае волн складываются не энергии, а амплитуды. Поэтому возникает кажущееся нарушение закона сохранения энергии (2.7). Однако в действительности этот закон не нарушается. В самом деле, поскольку существует поток энергии волны из рассматриваемого объема (положительный или отрицательный), то энергия волны, содержащаяся в этом объеме, не является постоянной. Закон сохранения энергии состоит в том, что скорость уменьшения энергии в рассматриваемом объеме равна потоку энергии, выходящему из этого объема [33, с. 358].

В точке M_a, разность расстояний которой от двух щелей равна целому числу длин волн λ (рис. 8),

$$A_1M_a - A_2M_a = n\lambda \tag{2.8}$$

(n — любое целое число), выполняется условие (волны для простоты полагаются одномерными)

$$p_1(x) = p_2(x)\,, \tag{2.9}$$

и отклонение поплавка при двух открытых щелях будет вдвое больше, чем при одной открытой щели (см. рис. 3), а энергия суммарной волны вчетверо больше.

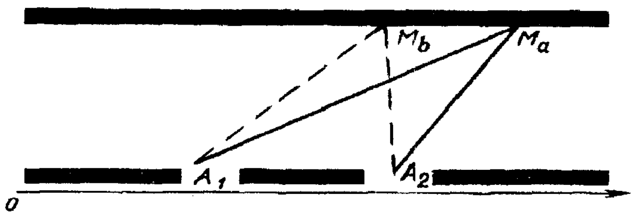

Рис. 8. Условия усиления или гашения двух волн

В точке же M_b, для которой выполняется условие

$$A_1M_b - A_2M_b = n\lambda + (\lambda/2), \tag{2.10}$$

впадины волны от одной щели совпадают с горбами волны от другой щели, и

$$p_1(x) = -p_2(x)\,. \tag{2.11}$$

При этом волны ослабляют (гасят) друг друга (см. рис. 4). Такое поведение немыслимо для частиц. Так, если в соленую воду добавить еще соли, то вода при этом никогда не станет более пресной. Мы видим, что открывание второй щели увеличивает амплитуду волны в одних точках и уменьшает ее в других. Когда число n в формулах (2.8), (2.10) пробегает все целочисленные значения от $-\infty$ до $+\infty$, соответствующие точки "движутся" вдоль стены. При этом вдоль стены области с большой энергией колебаний будут перемежаться областями, имеющими малую энергию колебаний (см. рис. 9, на котором по оси ординат отложено значение энергии волны, пропорциональное квадрату ее амплитуды).

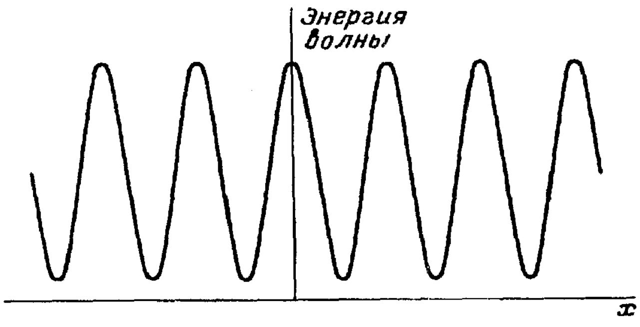

Рис. 9. Интерференция двух волн

2.3. Когерентность. Рассмотрим более подробно интерференцию двух волн

$$p_1(x) = P_1\sin(kx + \varphi_1)\,, \tag{2.12}$$

$$p_2(x) = P_2\sin(kx + \varphi_2)\,; \tag{2.13}$$

здесь P_1 и P_2 — постоянные величины, являющиеся амплитудами обеих волн, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, φ_1 и φ_2 — фазы обеих волн. Энергия первой волны равна

$$W_1 = (p_1(x))^2 = P_1^2 \sin^2(kx + \varphi_1)\,. \tag{2.14}$$

Обычно длина волны λ мала по сравнению с характерными размерами прибора. Поэтому $\sin^2(kx + \varphi_1)$ будет быстро осциллирующей функцией. При измерении мы всегда усредняем x по некоторому интервалу длины Δx, малому по сравнению с макроскопическими размерами, но большому по сравнению с длиной волны λ. Физический смысл имеет усредненное по Δx значение энергии

$$\langle W_1 \rangle = P_1^2 \langle \sin^2(kx + \varphi_1) \rangle\,. \tag{2.15}$$

Пользуясь известной формулой

$$\sin^2(kx + \varphi_1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos[2(kx + \varphi_1)] \tag{2.16}$$

и замечая, что

$$\langle \cos[2(kx + \varphi_1)] \rangle = 0\,,$$

получим

$$\langle W_1 \rangle = \frac{1}{2}P_1^2\,. \tag{2.17}$$

Аналогично

$$\langle W_2 \rangle = \frac{1}{2}P_2^2\,. \tag{2.18}$$

Найдем теперь $\langle W_{12} \rangle$. Имеем

$$\langle W_{12} \rangle = \frac{1}{2}P_1^2 + \frac{1}{2}P_2^2 + 2P_1P_2 \langle \sin(kx + \varphi_1)\cdot\sin(kx + \varphi_2) \rangle\,. \tag{2.19}$$

Пользуясь формулой

$$\sin(kx + \varphi_1)\sin(kx + \varphi_2) = \frac{1}{2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{1}{2}\cos(2kx + \varphi_1 + \varphi_2)\,, \tag{2.20}$$

получим

$$\langle \sin(kx + \varphi_1)\cdot\sin(kx + \varphi_2) \rangle = \frac{1}{2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\,. \tag{2.21}$$

Следовательно,

$$\langle W_{12} \rangle = \frac{1}{2}P_1^2 + \frac{1}{2}P_2^2 + P_1P_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)\,. \tag{2.22}$$

Член с $\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ описывает интерференцию. В частности, при $P_1 = P_2$ и $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = -1$ обе волны гасят друг друга.

Так как свет является электромагнитной волной, отсюда, в частности, следует, что включение второй электрической лампочки может привести в некоторых точках пространства не к усилению освещенности, а к темноте. Но на практике такое гашение света светом никогда не наблюдалось. Это объясняется тем, что каждый атом нитей накала лампочек излучает фотон в течение очень короткого промежутка времени. Поэтому разность $\varphi_1 - \varphi_2$ является быстро и беспорядочно изменяющейся функцией времени. Мы наблюдаем среднее значение $\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$, которое равно нулю, т.е. интерференционный член в формуле (2.19) исчезает, а следовательно, интерференция отсутствует.

Волны, у которых имеется жесткая связь между φ_1 и φ_2, называются когерентными. Мы видим, что интерференция наблюдается только у когерентных волн. В этом смысле некогерентные волны ведут себя как частицы.

2.4. Соотношение неопределенностей в классической физике. Отличие гармонической волны от частицы состоит также в том, что гармоническая волна простирается до бесконечности, тогда как частица сосредоточена в пренебрежимо малой области пространства Δx. Однако это отличие несущественно. В теории интегралов Фурье доказывается, что любая функция, равная нулю вне некоторого конечного интервала Δx, может быть представлена как суперпозиция (сумма) бесконечно большого числа синусоид. При этом различные синусоиды имеют различную длину волны λ и различную амплитуду. Обычно амплитуда волны быстро убывает по мере отклонения λ от некоторого среднего значения λ_0. Можно сказать, что в суперпозиции волн величина λ сосредоточена в окрестности λ_0:

$$\lambda_0 - (\Delta\lambda/2) < \lambda_0 < \lambda_0 + (\Delta\lambda/2)\ ,$$

где величина $\Delta\lambda$ имеет смысл неопределенности длины волны.

Разложение солнечного света на суперпозицию гармонических волн осуществляется на практике, например, с помощью стеклянной призмы. При этом белый свет разлагается на цвета радуги — красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый. "В XIX веке много обсуждали вопрос о том, разделяет ли призма монохроматические компоненты, существовавшие в падающем пучке уже до этого, или они образуются под воздействием призмы. На этот вопрос не было дано сколько-нибудь удовлетворительного ответа. В конце концов наиболее осторожная позиция заключалась в следующем: монохроматические компоненты существуют в падающем свете виртуально, в некоем потенциальном состоянии" [34, с. 171].

Возвращаясь к гармонической волне, введем вместо длины волны λ волновое число k:

$$k = 2\pi/\lambda\ . \tag{2.23}$$

При этом неопределенности длины волны $\Delta\lambda$ соответствует неопределенность волнового вектора

$$\Delta k = 2\pi\Delta\lambda/\lambda^2\ .$$

Мы покажем в п. 9.1, что величины Δx и Δk связаны соотношением неопределенностей

$$\Delta x\cdot\Delta k \sim 1\ . \tag{2.24}$$

Выше мы рассматривали волну в фиксированный момент времени t в различных точках пространства x. Можно также рассматривать волну в фиксированной точке x в различные моменты времени t (рис. 10). При этом роль длины волны λ играет период колебаний T, а роль волнового вектора k — частота ω,

$$\omega = 2\pi/T\ . \tag{2.25}$$

В этом случае соотношение неопределенностей принимает вид

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \sim 1 \,. \tag{2.26}$$

Подчеркнем, что соотношения неопределенностей (2.24), (2.26) не связаны с квантовой механикой. Они имеют место для волновых процессов и в классической физике [29, с. 54; 35, с. 191; 36, 37]. С соотношением неопределенностей (2.26) мы сталкиваемся в телевидении. В самом деле, почему во многих городах существуют телевизионные вышки и нет радиовышек? Потому, что радиопередачи мы можем принимать за тысячи километров, а телепередачи только из ближайшего телецентра. Это связано с тем, что радиоволны имеют длину от десятков метров до километров. Такие длинные волны отражаются от ионосферы и поэтому могут распространяться вдоль земной поверхности как угодно далеко (рис. 11).

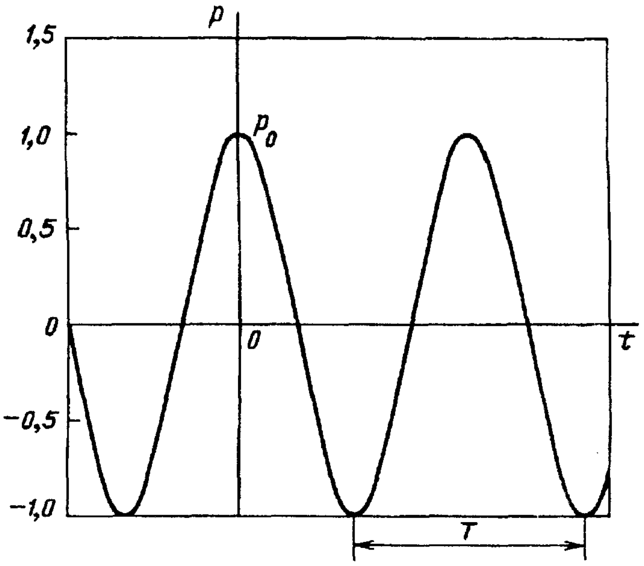

Рис. 10. Гармоническая волна в фиксированной точке x в различные моменты времени t. $p = p_0 \sin(\omega t + \pi/2)$ — превышение давления над нормальным, p_0 — амплитуда, T — период колебания

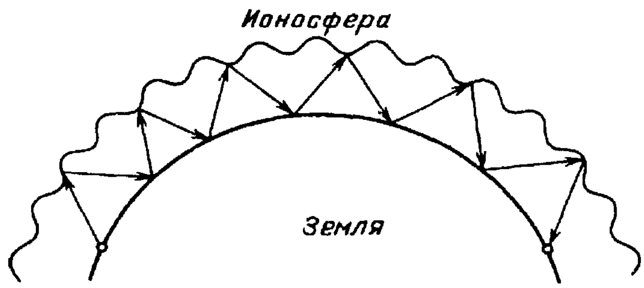

Рис. 11. Распространение радиоволн

Напротив, телепередачи ведутся на ультракоротких волнах с длиною порядка метра. Столь короткие волны свободно проходят через ионосферу

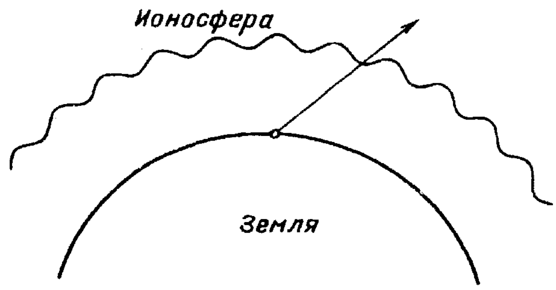

Рис. 12. Распространение телевизионных волн

(рис. 12). Поэтому телепередачи можно принимать только в пределах прямой видимости телецентра (рис. 13). Но почему телепередачи нельзя передавать на

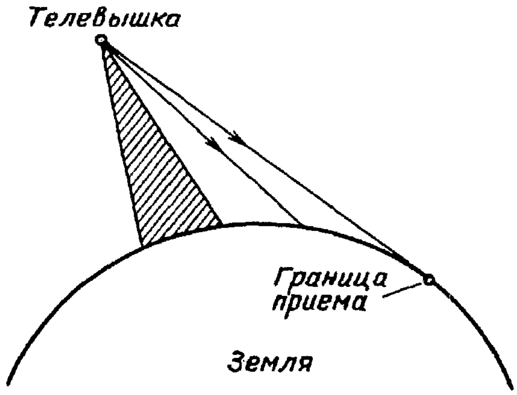

Рис. 13. Область приема телепередач

более длинных волнах? Дело в том, что по сравнению со звуковой информацией, с которой имеет дело радио, скорость передачи информации для телевизора громадна. Экран имеет очень большое число точек. Чтобы кадры воспринимались не как мигающие точки, а как движущееся изображение, вся картина должна полностью сменяться 24 раза в секунду. Поэтому длительность каждого сигнала Δt очень мала. Из соотношения неопределенностей (2.26) видно, что $\Delta\omega$ при этом велико.

С другой стороны, телевизор ловит крайне слабые сигналы. Это возможно только потому, что частота собственных колебаний контура телевизора ω_0 равна частоте передающей станции ω (резонанс):

$$\omega_0 = \omega \, . \qquad (2.27)$$

Подобное равенство возможно, если $\Delta\omega << \omega$, что приводит, ввиду требования больших $\Delta\omega$, и к большим ω. Но длина электромагнитной волны λ обратно пропорциональна частоте,

$$\lambda \sim 1/\omega \, . \qquad (2.28)$$

Поэтому длина передаваемой телестудией волны λ должна быть достаточно малой.

Соотношение неопределенностей (2.24) проявляется в духовом оркестре. Кто видел шагающих музыкантов, наверное, обращал внимание на "социальную несправедливость": в то время как флейтист несет маленькую дудочку, трубач несет огромную медную трубу. Почему нельзя сделать трубу-бас меньшего размера? Низким (басовым) звукам соответствуют большие λ, т. е. малые k и Δk. Согласно соотношению неопределенностей (2.24) при этом Δx, т. е. размер трубы, должно быть достаточно большим.

Фундаментальное отличие классических волн от частиц состоит в том, что в классической физике волны бесконечно делимы, "атомов" волн не существует. Любую классическую волну как угодно малой амплитуды можно разделить на две волны еще меньшей амплитуды. В отличие от частиц классические волны неразличимы. Пусть, например, в начальный момент времени t_0 амплитуда волны на воде в точке A равнялась 1 см, а в точке B — 3 см. Если в последующий момент t_1 амплитуда волны в точке A равняется 3 см, то можно сказать, что волна из точки B перешла в точку A. Но с тем же правом можно сказать, что волны остались на месте, но амплитуда волны в точке A увеличилась.

2.5. Частицы и волны в квантовой механике. Квантовая механика началась с открытия Планком мельчайших частиц света: энергия

световой волны не является безгранично делимой, а состоит из неделимых "порций" (по-латыни — квантов), равных

$$\mathcal{E} = \hbar\omega\,; \qquad (2.29)$$

здесь $\hbar$ — постоянная Планка, $\hbar = 1{,}055\cdot 10^{-27}$ эрг·с, и ω — частота волны. В ранних работах пользовались величинами $h = 2\pi\hbar$ и $\nu = \omega/2\pi$. При этом формула (2.29) имела вид

$$\mathcal{E} = h\nu\,. \qquad (2.30)$$

"... Энергия пучка света, вышедшего из некоторой точки, не распределяется непрерывно во все возрастающем объеме, а складывается из конечного числа... неделимых квантов энергии, поглощаемых или возникающих только целиком" [38]. Кроме того, направление вылета кванта света из молекулы является случайным [17, с. 30]. Закон (2.29) обобщается на любые волновые процессы. "Где бы ни происходил в природе синусоидальный колебательный процесс с частотой ν, его энергия всегда принимает значения, равные целым кратным $h\nu$. Промежуточные значения энергии синусоидального колебательного процесса в природе не встречаются" [15, т. 4, с. 58]. Эйнштейн и де Бройль вывели из (2.29) связь между импульсом p и волновым числом k:

$$p = \hbar k\,. \qquad (2.31)$$

Соотношения Планка (2.29) и Эйнштейна — де Бройля (2.31) означают, что каждая частица с энергией $\mathcal{E}$ и импульсом p является одновременно и волной с частотой

$$\omega = \mathcal{E}/\hbar\,, \qquad (2.32)$$

и длиной волны

$$\lambda = 2\pi\hbar/p\,. \qquad (2.33)$$

С другой стороны, мы видели, что частицы и волны — это две противоположные сущности. Каким же образом их можно объединить? "Здесь вводится совершенно новая идея, к которой нужно привыкнуть и на основе которой следует далее строить точную математическую теорию, не имея при этом детальной классической картины" (П. Дирак [61, с. 29]).Мы проиллюстрируем эту идею на примере определения поляризации света.

Из классической электродинамики известно, что свет является электромагнитной волной. Эта волна поперечная: если свет распространяется, скажем, в направлении оси z, то вектор электрического поля $\mathbf{E}$ лежит в перпендикулярной плоскости — плоскости x, y; в случае *линейной поляризации* направление вектора $\mathbf{E}$ не меняется со временем (или меняется на противоположное). Энергия пучка света $\mathcal{E}$ пропорциональна квадрату вектора $\mathbf{E}$:

$$\mathcal{E} = a\mathbf{E}^2 \quad (a = \mathrm{const})\,.$$

Фиксируя оси координат x и y, можно разложить свет, поляризованный в произвольном направлении $\mathbf{E}$, на два пучка, один из которых поляризован вдоль оси x, другой — вдоль оси y. Тогда энергию $\mathcal{E}$ исходного пучка можно представить в виде суммы энергий этих пучков:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_x + \mathcal{E}_y\,,$$

где

$$\mathcal{E}_x = aE_x^2, \quad \mathcal{E}_y = aE_y^2.$$

Если вектор **E** составляет угол α с осью x, то

$$E_x = |\mathbf{E}|\cos\alpha.$$

Поэтому

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}\cos^2\alpha.$$

Выделение пучка света, поляризованного вдоль оси x, можно на практике осуществить с помощью кристалла турмалина, у которого оптическая ось направлена вдоль оси y. Если пучок поляризован вдоль оси x, то он полностью пройдет через кристалл. Если же он поляризован под углом α к оси x, то через кристалл пройдет часть пучка, равная $\cos^2\alpha$. В частности, при $\alpha = 45^\circ$ энергия прошедшего пучка $\mathcal{E}_x$ равна половине энергии исходного пучка:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}/2. \qquad (2.33а)$$

В квантовой физике свет состоит из неделимых частиц — фотонов. Пучок света, линейно поляризованного в некотором направлении, следует рассматривать как состоящий из фотонов, каждый из которых линейно поляризован в этом направлении. Такое рассмотрение не вызывает затруднений в случае, если падающий пучок поляризован вдоль оси x или оси y. В этом случае нам достаточно предположить, что каждый фотон, поляризованный вдоль оси x, проходит сквозь кристалл, тогда как каждый фотон, поляризованный перпендикулярно оси x, поглощается. Трудность возникает, если фотон поляризован наклонно к оси x, скажем, под углом 45°. Тогда энергия прошедшего фотона, согласно формуле (2.33а), должна была бы равняться половине энергии падающего фотона, что означаю бы деление падающего фотона пополам. Но это невозможно, гак как фотон является частицей, поэтому "полуфотонов" не существует. Мы видим, что понятие частицы противоречит понятию волны. В квантовой механике эти две противоположности сливаются в единую сущность, но это достигается дорогой ценой. А именно, в квантовой механике приходится отказаться от детерминизма классической физики, который был возведен в философский принцип. Возвращаясь к фотону, поляризованному под углом 45° к оси x, можно сказать, что согласно квантовой механике фотон имеет две возможности — пройти через кристалл или быть поглощенным им. Иногда за кристаллом турмалина будет обнаружен целый фотон, поляризованный вдоль оси x, иногда же не будет обнаружено ничего. Никогда на обратной стороне кристалла не будет обнаружена половина фотона. Если повторить опыт большое число раз, то в половине случаев фотон пройдет через кристалл турмалина, т.е. вероятность прохождения фотона равняется 1/2. Если же вектор поляризации падающего фотона составляет угол α с осью x, то вероятность прохождения фотона равна $\cos^2\alpha$. Это значение для вероятности приводит к правильным классическим результатам для падающего пучка, содержащего большое число фотонов [61, с. 21].

Таким образом, вероятностный характер квантовой механики, т.е. отказ от классического детерминизма, вызван не внешними причинами (экспериментальными фактами), а внутренней причиной — необходимостью слияния двух противоположностей (волны и частицы).

2.6. Соотношения Гейзенберга. Из формул Планка (2.29) и Эйнштейна — де Бройля (2.31) следует, что универсальные классические понятия времени, координаты, энергии и импульса имеют в квантовой механике ограниченную область применения. А именно, их совместное употребление ограничивается соотношениями неопределенностей Гейзенберга. Чтобы получить эти соотношения, умножим соотношения неопределенностей (2.24) и (2.26) на $\hbar$. Пользуясь формулами Планка (2.29) и Эйнштейна — де Бройля (2.31), получим [36][3*]

$$\Delta p \cdot \Delta x \sim \hbar\,, \tag{2.34}$$

$$\Delta \mathscr{E} \cdot \Delta t \sim \hbar\,. \tag{2.35}$$

Мы не будем здесь останавливаться на трудностях, связанных с истолкованием соотношения неопределенностей энергия — время [39; 40, с. 103]. Рассмотрим два крайних случая для соотношения (2.34):

1) $\Delta p = 0$, тогда $\Delta x = \infty$; это волна. Она имеет определенный импульс, но занимает все пространство. Заметим, что этот случай соответствует электрону, летящему с определенной скоростью $v = p/m$ и тем самым имеющему определенную энергию

$$\mathscr{E} = [(mc^2)^2 + (pc^2)]^{1/2}\,. \tag{2.36}$$

2) $\Delta x = 0$, тогда $\Delta p = \infty$; это частица. Она находится в определенной точке пространства, но ее импульс полностью неопределен. Таким образом, согласно квантовой механике частица не может покоиться.

Рассмотрим теперь более реальную ситуацию, когда Δx отлично от нуля, но пренебрежимо мало. Пусть, например, электрон заключен в атоме. Тогда

$$\Delta x \sim 10^{-8}\ \text{см}. \tag{2.37}$$

При этом

$$\Delta p \sim \hbar/\Delta x\,. \tag{2.38}$$

Неопределенности импульса Δp соответствует неопределенность кинетической энергии

$$\Delta \mathscr{E}_{\text{кин}} = (\Delta p)^2/2m\,.$$

Подставляя сюда $\hbar \sim 10^{-27}$ эрг·с, $m \sim 10^{-27}$ г, получим для электрона в атоме

$$\Delta \mathscr{E}_{\text{кин}} \sim 5 \cdot 10^{-12}\ \text{эрг}.$$

В атомной физике энергия обычно измеряется в электрон-вольтах,

$$1\ \text{эВ} = 1{,}6 \cdot 10^{-12}\ \text{эрг}.$$

Чтобы удержать электрон в атоме, необходима энергия связи не меньше, чем $\Delta \mathscr{E}_{\text{кин}}$, т.е. порядка электрон-вольта.

Более наглядна в этом случае неопределенность скорости

$$\Delta v \sim \Delta p/m\,. \tag{2.39}$$

Для электрона в атоме

$$\Delta v \sim 1000\ \text{км/с}\,. \tag{2.40}$$

Мы видим, что скорость атомного электрона является случайной величиной, изменяющейся в основном от 0 до 1000 км/с (значения v, значительно превосходящие 1000 км/с, маловероятны). Таким образом, если электрон втиснут в объем атома, то его скорость является хаотической, причем ее максимальное значение в тысячу раз превосходит скорость пули!

Следующий мысленный эксперимент очень наглядно иллюстрирует соотношения Гейзенберга (2.34), (2.35). Чтобы определить положение электрона под "микроскопом", нужно осветить электрон. Так как свет имеет волновую природу, при этом неопределенность в измерении положения электрона Δx имеет порядок длины волны света λ:

$$\Delta x \sim \lambda\,. \tag{2.41}$$

Неограниченно уменьшая λ, мы неограниченно увеличиваем точность в измерении координаты электрона. Однако квант света — фотон — является в то же время частицей с импульсом (2.31). При столкновении электрона с фотоном ему сообщается дополнительный импульс

$$\Delta p \sim \hbar/\lambda\,. \tag{2.42}$$

Сравнивая формулы (2,41) и (2.42), получим соотношение Гейзенберга (2.34). Иными словами, чем точнее мы измеряем координату электрона, тем больше мы возмущаем его первоначальный импульс. Таким образом, одновременное абсолютно точное измерение координаты и импульса невозможно.

Описанный выше мысленный эксперимент является иллюстрацией, но отнюдь не доказательством [41, с. 21]. Перефразируя слова Спинозы, можно сказать: "Неумение измерить не является доказательством". Ведь приведенное рассуждение не отвергает принципиальной возможности того, что координату и импульс электрона можно было бы точно измерить каким-либо другим способом. Кроме того, многие физические величины получены не путем непосредственных измерений, а с помощью теоретических вычислений. Например, температура в центре Солнца была определена не с помощью термометра или болометра, а вычислена с применением ЭВМ.

В истории физики известно много примеров, когда кардинальное улучшение методики измерения позволяло наблюдать "принципиально ненаблюдаемые объекты". Так, до возникновения рентгеноструктурного анализа считалось невозможным наблюдение отдельного атома. Мы приведем в связи с этим строчки из письма основателя кристаллографии Е.С. Федорова Н.А. Морозову, написанного в 1912 г.: "Дорогой Николай Александрович, Вы заканчиваете свое письмо словами, что человек никогда не увидит атома. Но Вы написали это как раз приблизительно в то же самое время, когда человек уже увидел атомы собственными глазами; если и не сами атомы, то фотографическое изображение, вызванное ими..." [42, с. 59]. В настоящее время мы видим атомы кристалла как правильно расположенные пятнышки на рентгенограмме.

Сущность соотношения неопределенностей состоит не столько в том, что координату и импульс нельзя одновременно измерить, сколько в том, что эти понятия в ряде случаев не являются точно определенными. Соотношение неопределенностей Гейзенберга — это не следствие принципиального несовершенства измерительных приборов, а математическая теорема [43, с.67]. "Обычно говорят, что соотношение неопределенностей возникает из-за взаимодействия измерителя и измеряемого объекта ... Это соотношение возникает с самого начала, еще до вопроса об измерении" [29, с.358].

Соотношение неопределенностей для координат и импульса "является следствием аппарата квантовой механики" [44, с.13]. Неопределенность, выражаемая соотношением Гейзенберга, возникает из-за того, что мы пытаемся измерить то, что не имеет определенного значения. "На глупый вопрос получишь глупый ответ" [44а]. Например, в состоянии с определенным импульсом p электрон, согласно формуле Эйнштейна — де Бройля, имеет точно определенное значение k, т.е. электрон является гармонической волной и занимает все пространство. При этом его координаты могут иметь любые значения. Напротив, в состоянии с определенными координатами r_0 импульс электрона не имеет определенного значения. Мы видим, что квантовый объект — это единая сущность, которая в одном крайнем случае $(\Delta x = 0)$ ведет себя как частица, а в другом крайнем случае $(\Delta k = 0)$ — как волна. В общем же случае $(\Delta x \neq 0, \Delta k \neq 0)$ квантовый объект обладает свойствами и частиц, и волн. Квантовомеханическое единство волн и частиц часто используется и в классической физике при анализе взаимодействия волн [45, с. 540; 46]. Пользуясь тем, что квантовая теория переходит в классическую при $\hbar \to 0$, волны рассматривают кватовомеханически как частицы. Взаимодействие частиц математически описывается более просто, чем взаимодействие волн. В окончательных же формулах в этом случае при $\hbar \to 0$ постоянная Планка сокращается.

3. Измерения и случайность

Пассажир: "Что за безобразие! У Вас в зале ожидания висят три пары часов, и все они показывают разное время".

Начальник вокзала: "А какой смысл был бы вешать три пары часов в одном зале, если бы все они показывали одно и то же время!".

3.1. Случайность в классической физике. Синтез двух противоположных сущностей — волны и частицы — возможен благодаря тому, что квантовая механика описывает не осуществленное состояние микрообъекта, а потенциально возможное. Иными словами, квантовая механика содержит элементы случайности (т.е. имеет статистический характер). Случайные процессы описываются теорией вероятностей. Прежде чем рассматривать такие процессы в квантовой механике, мы остановимся на более привычном вопросе о случайности в классической физике. При этом мы сделаем акцент на тех вопросах, которые существенны для квантовой механики и которые обычно остаются в тени. Возможность наступления случайного события A характеризуется вероятностью $p(A)$, которая определяется следующим образом. При достаточно большом числе испытаний N (точнее, при $N \to \infty$) отношение числа испытаний M, при которых наступает событие A, к общему числу испытаний равно $p(A)$:

$$p(A) = M/N\,. \tag{3.1}$$

Например, пусть завод выпустил 10 000 радиоламп (N=10 000), из которых 300 бракованных ($M = 300$). Тогда вероятность p того, что радиолампа окажется бракованной, равна

$$p = 300/10000 = 0{,}03. \tag{3.2}$$

Можно ожидать, что в партии из 20 000 радиоламп будет 600 бракованных.

Если в некоторой задаче все события можно представить как комбинацию равновозможных событий, то вероятность можно вычислить теоретически. При этом вероятность какого-либо события A равна

$$p(A) \leqq m/n\,, \tag{3.3}$$

где n — полное число равновозможных событий, а m — число равновозможных событий, при которых наступает событие A. Например, определим вероятность того, что при подбрасывании игральной кости выпадет не менее пяти очков. В этом случае n равно шести (шесть различных граней кости), m равно двум (выпадение пяти или шести очков). Поэтому

$$p = 2/6 = 1/3\,. \tag{3.4}$$

Аналогично определяется вероятность выпадения герба при подбрасывании монеты:

$$n = 2,\ m = 1,\ p = 1/2.$$

Отметим два частных случая формулы (3.3). Первый — невозможное событие: $m = 0$; при этом $p = 0$. Второй — достоверное событие: $m = n$; при этом $p = 1$. В общем случае

$$0 \le m \le n\,, \tag{3.5}$$

т.е.

$$0 \le p \le 1\,. \tag{3.6}$$

Таким образом, вероятность любого события неотрицательна и не превосходит единицы. Этому необходимому условию не удовлетворяет модель скрытых параметров Вигнера (см. п.7.6), в которой вероятность некоторых значений скрытых параметров полагается отрицательной. Выше мы рассматривали вероятности различных событий (наличие брака, выпадение герба). При этом существуют только две возможности — событие либо произошло, либо не произошло.

Перейдем теперь к вероятностям различных значений непрерывной величины, т.е. величины, которая может принимать бесконечное множество значений. Рассмотрим, например, координаты точки x, в которую попадает электрон. При этом вводят плотность вероятности $f(x)$. Произведение $f(x)\,\mathrm{d}x$ определяет вероятность того, что электрон попадет в какую-либо точку отрезка $[x, x+\mathrm{d}x]$. Заметим, что плотность вероятности может превышать единицу, но не может быть отрицательной. Аналогично вводится плотность вероятности в трехмерном пространстве: $f(\mathbf{r})\,\mathrm{d}\mathbf{r}$ определяет вероятность того, что частица находится вблизи точки $\mathbf{r}$ в бесконечно малом объеме $\mathrm{d}\mathbf{r}$. Подчеркнем, что плотность вероятности $f(\mathbf{r})$ является объективной характеристикой классической частицы, но не является полем. Она характеризует потенциальную возможность попадания частицы в ту или иную область пространства, но не является некоторой формой материи. Плотность вероятности зависит от времени t как от параметра. Скорость изменения $f(\mathbf{r})$ со временем $\partial f/\partial t$ определяется кинетическим уравнением

$$\frac{\partial f(\mathbf{r},t)}{\partial t} = \hat{K} f(\mathbf{r},t)\,, \tag{3.7}$$

где $\hat{K}$ — некоторый оператор. Например, если $\hat{K}$ — оператор Лапласа, то кинетическое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\,. \tag{3.8}$$

Подчеркнем, что кинетическое уравнение (3.7) описывает объективный процесс, не зависящий от нашего знания.

Заметим, что кинетическое уравнение является детерминированным (т.е. не случайным), хотя оно описывает эволюцию случайного процесса. Это связано с тем, что случайность — это отсутствие закономерности. Математика же исследует различные закономерности. Поэтому математика может оперировать со случайными величинами только символически. Например, $Y = 2X$. Для получения же результата, который можно сравнивать с экспериментом, следует перевести случайность на детерминированный язык. Так, случайное событие описывается детерминированным числом — его вероятностью. Непрерывная же случайная величина описывается детерминированной функцией — плотностью вероятности. При этом эволюция случайной величины описывается детерминированным уравнением — кинетическим уравнением (3.7).

Перейдем теперь к описанию двух частиц. Рассмотрим вначале детерминированные частицы, т.е. случай, когда координаты обеих частиц $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ точно определены. Если частицы не взаимодействуют, то каждая из них движется независимо от другой в одном и том же трехмерном пространстве. Если же частицы взаимодействуют, то для определения движения частицы 1 недостаточно знания трехмерного вектора $\mathbf{r}_1$, а нужно еще знать положение второй частицы $\mathbf{r}_2$. Поэтому состояние двух взаимодействующих частиц описывается вектором $(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2)$ в шестимерном пространстве. Это пространство столь же реально, как и привычное нам трехмерное пространство.

Рассмотрим далее две частицы со случайными координатами. Если частицы взаимно независимы, то состояние каждой из них описывается плотностью вероятности $f(\mathbf{r}) \equiv f(x,y,z)$. Если же вероятности нахождения одной частицы в некотором объеме зависят от положения другой частицы, то плотность вероятности зависит не от трех пространственных координат, а от шести — x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2. Это то самое "многомерное конфигурационное пространство", которое Фок противопоставил "реальному физическому пространству" (см. Введение).

В дальнейшем мы будем рассматривать сложные события. Пусть событие C состоит в том, что происходит хотя бы одно из двух событий A или B. Это сложное событие называется суммой двух простых событий и обозначается

$$C = A + B . \tag{3.9}$$

В теории вероятности доказывается, что для **несовместимых**[4] событий имеет место закон сложения вероятностей

$$p(A + B) = p(A) + p(B) . \tag{3.10}$$

Остановимся теперь на двух видах случайности в классической физике. Основные законы классической физики носят детерминированный характер. Случайность возникает по двум причинам.

Первое: *неконтролируемое взаимодействие*. Если подбросить монету, то в одних случаях выпадает герб, в других — решка. Здесь случайность возникает из-за того, что при различных испытаниях (подбрасываниях) мы сообщаем монете различные начальные поступательную и угловую скорости.

Второе: *скрытые параметры*. Имеется некоторая вероятность того, что человек является дальтоником, т.е. не различает цвета. Здесь никакой случайности нет. У дальтоника врожденный дефект сетчатки глаза. Здесь случайность только кажущаяся. Однако этот дефект скрыт от нас, и случайность является скрытой закономерностью.

Как же отличить неконтролируемое взаимодействие от скрытых параметров? Для этого нужно произвести повторные испытания. Если подбросить некоторое количество монет и отобрать те из них, у которых выпал герб, то при повторном подбрасывании отобранных монет результат будет столь же случайным, как и при первом испытании — может выпасть и герб, и решка. Если же отобрать всех людей, оказавшихся дальтониками при первом испытании, то они окажутся дальтониками и при всех последующих испытаниях.

Существует две трактовки вероятности — объективная и субъективная. Объективная трактовка была изложена выше: вероятность — это доля интересующих нас событий в общем числе событий. Но довольно распространена субъективная трактовка вероятности как "степени нашей уверенности". Если бы эта трактовка была верна, то вероятность применялась бы только в логике, но никак не в физике, где оперируют с объективными процессами, не зависящими от того, уверен ли в них наблюдатель, или нет.

3.2. Условная вероятность. Особую роль для понимания квантовой механики играет понятие условной вероятности. Мы проиллюстрируем это понятие на рассмотренном в предыдущем пункте примере с радиолампами. Пусть для радиоламп новой конструкции вероятность брака равна не 0,03, а

0,01. Из этого примера видно, что следует различать две вероятности — безусловную вероятность ($p = 0{,}03$) и условную вероятность ($p = 0{,}01$). Условная вероятность имеет место при выполнении определенных условий. В рассмотренном выше примере это условие состоит в том, что радиолампа должна быть новой конструкции.

Часто понятие условной вероятности используют как обоснование для субъективной трактовки вероятности как меры нашей уверенности. Если мы не знаем, какой конструкции радиолампа, говорят сторонники субъективной трактовки, то вероятность брака равна 0,03. Если же мы узнали, что это лампа новой конструкции, то вероятность брака упала до 0,01. Однако наше знание здесь ни при чем. Различные значения вероятностей получились не потому, что мы "знали" или "не знали", а потому, что мы рассматривали различные партии радиоламп [47, с. 10]. В рассмотренном выше примере в первом случае в партии находились радиолампы различной конструкции, как старой, так и новой, тогда как во втором случае — только радиолампы новой конструкции.

Несмотря на то, что вероятность является объективной характеристикой события, зависимость ее от условий вносит в это понятие субъективный элемент, а именно, отбор событий, удовлетворяющих тем или иным условиям, зависит от познающего субъекта. "Рассказывают, что однажды захотели определить среднюю величину семьи по результатам ответа на вопрос, сколько детей у ваших родителей. Очевидно, это не может дать средней общей величины, так как семьи без детей автоматически не учитываются" [29, с.355].

В каждом конкретном случае нужно тщательно анализировать, каким условиям соответствует вероятность. Вероятности могут зависеть от условий, места и времени. В примере с радиолампами вероятность брака может зависеть не только от конструкции, но и от других, зачастую неожиданных условий. Может оказаться, что вероятность брака для радиоламп московского и харьковского радиозаводов различна. Эта вероятность может быть также разной для радиоламп, изготовленных в конце квартала и в начале его.

Перейдем теперь к тонкому, но важному для понимания квантовой механики вопросу о редукции вероятности. Вернемся к примеру с подбрасыванием монет. Рассмотрим три различные стадии этого эксперимента:

1) Монета еще не подброшена. Вероятность выпадения герба равна $1/2$.

2) Монета подброшена. Выпал герб, но мы не посмотрели на монету и поэтому по-прежнему считаем вероятность выпадения герба равной $1/2$.

3) Мы увидели, что выпал герб. При этом целесообразно воспользоваться полученной информацией и уточнить состояние монеты. Теперь уже выпадение герба стало достоверностью, поэтому вероятность этого события стала равной единице.

Переход от второй стадии к третьей, т.е. переход от определенного, но неизвестного нам состояния к известному, можно, по аналогии с квантовой механикой назвать редукцией вероятности. Редукции вероятности не соответствует какой-либо объективный процесс. Это чисто логическая операция —

зачеркивание вероятности и замена ее достоверностью. Благодаря редукции вероятности можно сказать, что "в физическом мире имеются события, которые не могут быть представлены как происходящие в пространстве и времени" [48, с.276]. Так же обстоит дело и с редукцией волнового пакета в квантовой механике (см. п.3.7). Однако вследствие сложности и непривычности квантовых понятий этот процесс иногда трактуется в субъективно-мистическом духе.

3.3. Вероятностное толкование квантовой механики. "Даже если атомный объект находится в фиксированных внешних условиях, результат его взаимодействия с прибором в общем случае не является однозначным. Этот результат не может быть предсказан с достоверностью на основании предшествовавших наблюдений, как бы ни были точны эти последние. Определенной является только вероятность данного результата. Наиболее полным выражением результатов серии измерений будет не точное значение измеряемой величины, а распределение вероятностей для нее" [11, с.467]. Несмотря на то, что случайность существует и в классической физике, в квантовой механике она имеет совершенно иной статус: "В то время, как все великие умы классической эпохи, начиная с Лапласа и кончая Анри Пуанкаре, всегда провозглашали, что естественные явления всегда детерминированы и что вероятность, когда она вводится в научные теории, вытекает из нашего незнания или нашей неспособности разобраться во всей сложности детерминированных явлений, — в ныне признанном толковании квантовой физики мы имеем дело с "чистой вероятностью", которая, видимо, не вытекает из скрытого детерминизма. В классических теориях таких, как кинетическая теория газов, вероятностные законы рассматривались как результат нашего незнания полностью детерминированных, но беспорядочных и сложных движений бесчисленных молекул газа; если бы мы знали положения и скорости всех молекул, то в принципе могли бы точно вычислить всякую эволюцию газа, но на практике, поскольку мы не знаем значений этих скрытых параметров, вводятся вероятности. Однако чисто вероятностная интерпретация волновой механики отвергает подобное толкование вероятностных законов" [49, с.25].

Вероятностные законы квантовой механики обусловлены не тем, что мы не знаем каких-то скрытых параметров — таких параметров не существует (см. гл.7). Случайность в квантовой механике — это один из ее постулатов. "... В квантовой физике понятие вероятности есть понятие первичное, и оно играет там фундаментальную роль. С ним связано и Квантовомеханическое понятие состояния объекта" [11, с.468].

Состояние квантового объекта характеризуется волновой функцией $\psi(\mathbf{r})$. Эта функция не является детерминированным полем, а представляет собой поле вероятностей. Вероятность $\mathrm{d}w$ найти частицу в окрестности точки x, y, z в бесконечно малом параллелепипеде с ребрами $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$, $\mathrm{d}z$ пропорциональна не самой функции $\psi(x,y,z)$, а квадрату ее модуля:

$$dw = |\psi(x,y,z)|^2\, dx\, dy\, dz\,. \tag{3.11}$$

При этом мы трактуем микрообъект как частицу. Чтобы подчеркнуть, что микрообъект обладает также и волновыми свойствами, функцию ψ называют волновой функцией. "... Волновая функция частицы описывает возможности исхода того или иного последующего наблюдения" [17, с.45]. Например, в состоянии с определенным импульсом **p** электрон описывается волновой функцией (в координатном представлении)

$$\psi = \exp(i\mathbf{pr}/\hbar)\,. \tag{3.12}$$

При этом импульс электрона точно определен и равен вектору р. Что же касается координат, то они полностью не определены и могут с одинаковой вероятностью принимать любые значения. Волновая функция (3.12) описывает безграничную волну, имеющую одинаковую интенсивность во всем пространстве. В состоянии же с определенными координатами $\mathbf{r}_0$ электрон описывается волновой функцией

$$\psi = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\,. \tag{3.13}$$

При этом местоположение электрона точно определено и соответствует вектору $\mathbf{r}_0$. Что же касается его импульса, то он полностью неопределен и с одинаковой вероятностью может принимать любые значения.

Рассмотрим теперь невозбужденный электрон в атоме водорода, Его состояние описывается волновой функцией в полярных координатах r,ϑ,φ

$$\psi(r,\vartheta,\varphi) = \frac{1}{(\pi a^3)^{1/2}}\exp\left(-\frac{r}{a}\right)\,, \tag{3.14}$$

где a — боровский радиус, равный

$$a = \hbar^2/me^2. \tag{3.15}$$

Волновая функция (3.14) не зависит от ϑ и φ. Это означает, что имеет место изотропность. В этом состоянии координаты электрона не определены. Вероятность dw того, что электрон находится в ячейке $(r,\ r + dr)$, $(\vartheta, \vartheta + d\vartheta)$, $(\varphi, \varphi + d\varphi)$, равна

$$dw = |\psi|^2 r^2 \sin\vartheta\, dr\, d\vartheta\, d\varphi = \frac{1}{\pi a^3} e^{-2r/a} r^2 \sin\vartheta\, dr\, d\vartheta\, d\varphi\,. \tag{3.16}$$

Величина импульса в состоянии (3.14) также не определена. Мы не будем приводить выражение для вероятности различных значений импульса. Что же касается энергии электрона $\mathscr{E}$, то она в состоянии, описываемом волновой функцией (3.14), точно определена и равна

$$\mathscr{E} = -me^4/2\hbar^2 \tag{3.17}$$

(знак минус означает, что электрон находится в связанном состоянии).

Эволюция волновой функции во времени описывается детерминированным уравнением, аналогичным кинетическому уравнению (3.7):

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{i}{\hbar}\hat{H}\psi\,; \tag{3.18}$$

здесь $\hat{H}$ — оператор Гамильтона, который получается из выражения для энергии, если в нем заменить импульс оператором дифференцирования

$$\hat{\mathbf{p}} = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}. \qquad (3.19)$$

Соотношение (3.18) называется уравнением Шрёдингера.

3.4. Катастрофа в микромире. Однажды Марк Твен, услышав слова: "Удивительно, как это Колумб открыл Америку!", заметил: "Было бы еще удивительнее, если бы он не нашел ее на месте". Эти слова можно отнести и к измерениям в квантовой механике. Обычно удивляются тому, что невозможно абсолютно точно измерить одновременно и координату, и импульс электрона. Однако следует скорее удивляться тому, что мы вообще можем измерить координату или импульс отдельного электрона с помощью грубых макроскопических приборов, имеющих массу в 10^{26} раз **бóльшую** массы электрона. "... Макроскопический измерительный прибор должен быть *неустойчивой системой* (точнее, *почти* неустойчивой). Только в этом случае микрочастица способна изменить его состояние, а это изменение и есть макроскопическое явление. Микрочастица бессильна воздействовать на прибор, представляющий собой устойчивую макроскопическую систему. Она не может "сдвинуть" его "стрелку" с нулевого положения!" [50, с. 120]. Иными словами, измерение микрообъекта макроприбором — это "катастрофа в микромире". Именно подобные "катастрофы" и позволяют производить измерения над отдельными микрообъектами. Рассмотрим, например, как регистрирует координаты электрона счетчик Гейгера. Он представляет собой конденсатор, у которого пространство между обкладками заполнено воздухом. Напряжение на обкладках конденсатора выбирается достаточно низким, чтобы не было пробоя. Если вместе с тем это напряжение достаточно высоко, то электрон ускоряется до такой энергии, что, сталкиваясь с атомами воздуха, вызывает ионизацию. При этом из атома вылетает несколько электронов, которые, ускоряясь в электрическом поле конденсатора, в свою очередь ионизуют несколько атомов. Возникает лавинообразное нарастание числа свободных электронов. В результате этого происходит электрический пробой, который уже легко регистрировать.

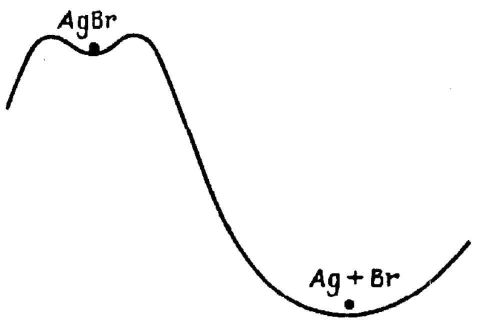

Рис. 14. Схематическое изображение слабоустойчивого состояния молекулы бромистого серебра

Другим примером является регистрация электрона на фотопластинке. Эмульсия фотопластинки состоит из атомов бромистого серебра. Состояние молекулы AgBr схематически изображено на рис, 14, где мы для наглядности заменили силу химического сцепления привычной силой тяжести. Состояние молекулы изображается шариком на гладкой поверхности. Под действием силы тяжести шарик стремится скатиться вниз. Поэтому его состояние будет устойчивым, если шарик находится на дне ямы. Молекуле AgBr соответствует очень мелкая яма, рядом с которой находится очень глубокая яма, соответствующая распаду молекулы на два отдельных атома Ag и Br. Поэтому молекула AgBr устойчива, но достаточно небольшой энергии, чтобы ее разрушить. Выделяемая при этом энергия разлагает соседние молекулы. Возникает цепная реакция, которая идет до тех пор, пока не разрушаются молекулы всего зерна, входящего в эмульсию. Почернение всего зерна легко наблюдать невооруженным глазом. "... В случае фотопластинки или счетчика мы имеем дело с усилительным устройством, в котором развиваются процессы лавинного характера" [44, с.6].

Несколько иной характер имеет "измерение" в ядерном реакторе. При делении ядра урана-235 образуется несколько нейтронов, которые и приводят к цепной реакции. Однако часть нейтронов поглощается другими ядрами или уходит из реактора. Чтобы повысить эффективность захвата нейтронов именно ядрами урана-235, используют явление резонанса. При захвате нейтрона ядро урана-235, прежде чем расщепиться, приходит в возбужденное состояние с малой энергией возбуждения $\mathcal{E}_0$. Согласно формуле Планка (2.29), этой энергии соответствует частота $\omega_0 = \mathcal{E}_0/\hbar$. Нейтроны, образующиеся при делении, имеют большую энергию $\mathcal{E} >> \mathcal{E}_0$, которой соответствует большая частота $\omega = \mathcal{E}/\hbar >> \omega_0$. Если бы ω равнялось ω_0, $\omega \approx \omega_0$, то имел бы место резонанс, как в радиоприемнике, и нейтроны интенсивно захватывались бы ядрами урана-235, что приводило бы к делению этих ядер. Поэтому для осуществления цепной реакции в реактор помещают "замедлитель". Им обычно является графит, который не поглощает нейтронов. Сталкиваясь с ядрами графита, нейтроны уменьшают свою энергию $\mathcal{E}$, а тем самым и частоту ω. Заметим, что в этом "измерении" роль "макроприбора" играет микрообъект — ядро урана-235. При этом измеряется энергия нейтрона. Так как нейтроны находятся вдали от ядра урана-235, то их потенциальная энергия равна нулю и полная энергия $\mathcal{E}$ совпадает с кинетической энергией

$$\mathcal{E} = p^2/2M \tag{3.20}$$

(M — масса нейтрона). Величина импульса нейтрона p точно определена, тогда как его координаты остаются неопределенными. Именно эта неопределенность координат позволяет ядру урана-235 взаимодействовать сразу с большим количеством нейтронов.

В классической физике измерение или наблюдение обычно не изменяют состояние измеряемого объекта. Напротив, в квантовой механике измерение или наблюдение микрообъекта сопровождаются разрушением прежнего состояния. Например, при определении поляризации света его пропускают через призму Николя. При этом через призму проходят только фотоны, у которых вектор поляризации направлен вдоль определенного направления. Что же касается фотонов, у которых вектор поляризации направлен перпендикулярно этому направлению, то они уничтожаются.

Более "гуманным" способом наблюдения является измерение координаты электрона с помощью счетчика Гейгера. При этом измерении первоначальный электрон с точно определенным импульсом, но с совершенно неопределенными координатами, переводится в другое состояние, а именно, в состояние, в котором поперечные к направлению его движения координаты x и y имеют малые неопределенности Δx и Δy порядка поперечных размеров счетчика. Согласно соотношениям Гейзенберга возникают неопределенности поперечных компонент импульса Δp_x и Δp_y. "Путем выбора того или иного способа наблюдения мы решаем, какие свойства природы определяются и какие стираются в процессе нашего наблюдения. Эта особенность отличает мельчайшие частицы материи от области наших наглядных понятий" [51, с. 68].

3.5. Суперпозиция состояний. Квантовая механика — это "новая система точных законов природы. Среди них одним из наиболее фундаментальных и радикальных является принцип суперпозиции состояний" [61, с. 19] (из этого принципа следует, в частности, линейность уравнения, определяющего эволюцию волновой функции, — уравнения Шрёдингера). Мы проиллюстрируем принцип суперпозиции на частном примере. Пусть пучок электронов падает на экран с двумя **щелями**(5*). Состояние электрона за экраном в этом случае будем описывать волновой функцией ψ. Закроем теперь щель 2 и оставим открытой только щель 1. Тогда электрон летит только через первую щель. Состояние электрона в этом случае обозначим через ψ_1, а состояние его при открытой щели 2 и закрытой щели 1 обозначим через ψ_2. В нашем случае принцип сводится к тому, что волновая функция ψ является линейной комбинацией ψ_1 и ψ_2:

$$\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2 \tag{3.21}$$

(c_1, c_2 — постоянные). Такая линейная комбинация называется суперпозицией или волновым пакетом (чтобы противопоставить суперпозицию смеси, ее также называют чистым состоянием). Величина

$$A(C_1) = c_1\psi_1(\mathbf{r}) \tag{3.22}$$

называется амплитудой вероятности того, что электрон, пройдя через первую щель, попадет в данную точку г фотопластинки, помещенной за экраном (событие C_1). Соответствующую вероятность мы обозначим через $P(C_1)$.

Один из постулатов квантовой механики состоит в том, что вероятность определяется квадратом модуля амплитуды:

$$P(C_1) = |A(C_1)|^2 . \tag{3.23}$$

Аналогично для второй щели

$$A(C_2) = c_2\psi_2(\mathbf{r}) , \tag{3.24}$$

и

$$P(C_2) = |A(C_2)|^2 . \tag{3.25}$$

Рассмотрим теперь сложное событие $C_1 + C_2$, состоящее в том, что электрон попадает в данную точку фотопластинки при открытых обеих щелях. Амплитуду вероятности этого события обозначим через $A(C_1+C_2)$. Очевидно, амплитуда $A(C_1+C_2)$ совпадает с волновой функцией:

$$A(C_1+C_2)=\psi\,. \tag{3.26}$$

Пользуясь формулами (3.21), (3.22) и (3.24), получим

$$A(C_1+C_2)=A(C_1)+A(C_2)\,. \tag{3.27}$$

Это означает, что амплитуда суммы двух событии равна сумме их амплитуд. Вероятность события C_1+C_2 обозначим через $P(C_1+C_2)$. Согласно формулам (3.23), (3.27)

$$P(C_1+C_2)=|A(C_1+C_2)|^2=|A(C_1)+A(C_2)|^2=$$
$$=P(C_1)+P(C_2)+A(C_1)A^*(C_2)+A^*(C_1)A(C_2)\,. \tag{3.28}$$

Мы видим, что имеет место интерференция. Таким образом, в случае суперпозиции при сложении событий происходит сложение амплитуд вероятностей, но не сложение самих вероятностей.

Заметим, что представление волновой функции ψ в виде суперпозиции (3.21) является естественным, но не единственно возможным. Например, в формуле (3.21) вместо базисных функций ψ_1 и ψ_2 можно выбрать их линейные комбинации

$$\psi'_1=\frac{\psi_1+\psi_2}{\sqrt{2}}\,,\ \psi'_2=\frac{\psi_2-\psi_1}{\sqrt{2}}\,. \tag{3.29}$$

В этом случае формула (3.21) примет вид

$$\psi=c'_1\psi'_1+c'_2\psi'_2\,, \tag{3.30}$$

где

$$c'_1=(c_1+c_2)/\sqrt{2}\,,\ \ c'_2=(c_2-c_1)/\sqrt{2}\,. \tag{3.31}$$

Как мы уже отмечали, Квантовомеханическая случайность возникает тогда, когда мы ищем то, чего не существует. В рассмотренном выше примере случайность возникает из-за того, что мы пытаемся определить, через какую именно щель прошел электрон, в то время как состояние ψ (3.21) означает возможность прохождения через обе щели. Если же мы ищем то, что существует, то никакой случайности не возникает. В частности, при измерении импульса электрона в состоянии (3.12) мы получим вполне определенное значение p. Можно доказать, что любая суперпозиция соответствует точному значению какой-то физической величины. Это утверждение проиллюстрировано на примере в п. 9.4. Случайность же возникает только при измерении физической величины, не имеющей в данном состоянии определенного значения.

3.6. Смесь состояний. Чтобы получить смесь состояний, поместим за каждой из щелей счетчик Гейгера, регистрирующий прохождение электрона, т.е. будем определять, через какую щель прошел электрон. Как говорилось выше, в квантовой механике операция измерения или регистрации не является столь же безобидной, как в классической физике. В классической физике мы можем зарегистрировать какое-либо событие, бесконечно мало влияя на него. В квантовой механике ситуация совершенно иная — процесс измерения сопровождается существенным изменением состояния микросистемы. При взаимодействии электрона со счетчиком Гейгера безусловная вероятность, выражаемая с помощью волновой функции ψ, заменяется условной вероятностью. Математически это выражается в том, что прежняя волновая функция ψ уже не характеризует состояние электрона, и вместо нее следует ввести две новые волновые функции ψ_1 и ψ_2, которые были определены в предыдущем пункте. Вероятность того, что состояние электрона описывается функцией ψ_1, равна

$$p_1 = |c_1|^2 . \tag{3.32}$$

Аналогично, вероятность состояния ψ_2 равна

$$p_2 = |c_2|^2 . \tag{3.33}$$

При этом состояние электрона не описывается единой волновой функцией, а описывается двумя волновыми функциями ψ_1 и ψ_2 и их вероятностями p_1 и p_2. Подобное состояние называется смесью (ψ_1 и ψ_2).

Отметим, что в отличие от суперпозиции разложение волновой функции ψ на две волновые функции ψ_1 и ψ_2 в случае смеси однозначно, а именно, базисные функции ψ_1 и ψ_2 — это собственные функции (см. 9.4) оператора $\hat{A}$, соответствующего измеряемой величине a. В случае смеси выполняется закон сложения вероятностей

$$P(C_1 + C_2) = P(C_1) + P(C_2) , \tag{3.34}$$

т.е. интерференция отсутствует.

Заметим, что понятия "суперпозиция" и "смесь" не являются специфически квантовыми. Они существуют и в классической теории. Рассмотренная в п. 2.2 волна, проходящая через две щели, является суперпозицией двух волн, проходящих через каждую из щелей. Напротив, поток пуль, проходящий через две щели, является смесью двух потоков, проходящих через каждую щель.

3.7. Редукция волнового пакета. Если на щели падает только один электрон, то он будет зарегистрирован только одним счетчиком Гейгера. Как мы уже отмечали, нельзя заранее определить, через какую щель пройдет электрон. Можно указать только вероятности p_1 и p_2 прохождения электрона через щель 1 или щель 2. Когда наблюдатель узнал, что электрон зарегистрирован счетчиком, помещенным за щелью 1, ему уже нецелесообразно описывать состояние электрона смесью. Пользуясь новой информацией, он заменяет безусловную вероятность условной. Поэтому для описания состояния электрона наблюдатель переходит от смеси волновых функций ψ_1 и ψ_2 к единственной волновой функции ψ_1. Этот процесс именуется редукцией волнового пакета (по-латыни reductio — сокращать).

Заметим, что редукция волнового пакета — это не физический процесс, происходящий в пространстве и требующий для своего осуществления некоторого времени. Редукция волнового пакета — это изменение способа описания, чисто логический процесс. На этом основании часто делают вывод, что квантовая механика описывает не объективную реальность, независимую от нашего сознания, а только нашу информацию о микрообъектах. Это неверно, В квантовой механике пользуются не детерминированным описанием, а вероятностным. Но это описание объективных процессов, происходящих независимо от наблюдателя. Редукция волнового пакета — это переход к условной вероятности, как при бросании монеты. Переход к условной вероятности, т.е. узнавание результата измерений, "привычно уже из классической теории" [58, с.50].

3.8. Объективные и субъективные составляющие процесса измерения. Квантовая механика описывает три различных процесса: 1) эволюцию микросистемы самой по себе при отсутствии взаимодействия с макроприборами; 2) взаимодействие микрообъекта с макроприбором, подчиняющимся классической механике; 3) уточнение описания состояния микрообъекта после получения информации о результате его взаимодействия с макроприбором.

3.8.1. *Состояние микросистемы самой по себе описывается суперпозицией волновых функций, а эволюция микросистемы — уравнением Шрёдингера.* Операция представления волновой функции ψ в виде суперпозиции базисных функций ψ_1, ψ_2, '... является мысленной и не соответствует никакому физическому процессу. Это математический прием, имеющий целью вычисление вероятностей различных результатов измерения.

Аналогично произвольный вектор $\mathbf{r}$ на плоскости можно представить как суперпозицию двух единичных координатных векторов $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$:

$$\mathbf{r} = c_1\mathbf{i} + c_2\mathbf{j}$$

(рис. 15). Тот же вектор можно представить в виде суперпозиции других единичных векторов $\mathbf{i}'$ и $\mathbf{j}'$, которые получаются путем поворота предыдущей системы координат, например на 45°:

$$\mathbf{i}' = (\mathbf{i} + \mathbf{j})/\sqrt{2}\,, \quad \mathbf{j}' = (\mathbf{j} - \mathbf{i})/\sqrt{2}\,.$$

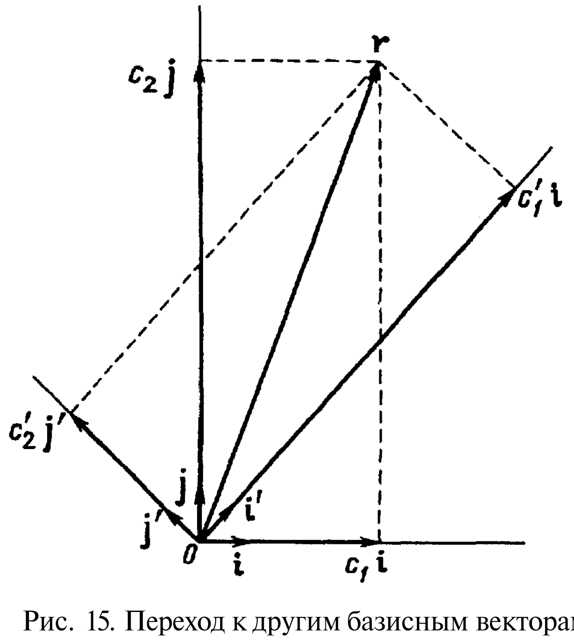

Рис. 15. Переход к другим базисным векторам

В новой системе координат

$$\mathbf{r} = c'_1\mathbf{i}' + c'_2\mathbf{j}'\,,$$

где

$$c'_1 = (c_1 + c_2)/\sqrt{2}\,, \quad c'_2 = (c_2 - c_1)/\sqrt{2}\,.$$

Выбор той или иной системы координат является субъективным. В принципе, можно пользоваться любой системой координат. Однако наиболее целесообразно пользоваться системой координат, учитывающей форму исследуемого тела. Удачный выбор базисных функций приводит к наименее трудоемким вычислениям и к наиболее простой конечной формуле. Возвращаясь к Квантовомеханической суперпозиции (3.21), заметим, что наиболее простые выражения получаются, если в качестве базисных функций $\psi_1, \psi_2, \ldots$ выбрать собственные функции (см. п.9.4) оператора $\hat{A}$, соответствующего измеряемой величине a. Подчеркнем, что представление волновой функции в виде суперпозиции собственных функций — это еще не измерение, а выбор целесообразной системы координат.

3.8.2. *Взаимодействие микрообъекта с макроприбором.* "Первый шаг измерения состоит в том, что система подвергается внешнему, физически реальному, изменяющему ход событий воздействию... Это воздействие приводит к тому, что наблюдаемая система переходит в "смесь" состояний" (В. Гейзенберг [41, с.50]). Регистрация микрообъекта сопровождается катастрофой в микромире. Хотя при этом волновая функция также изменяется детерминированным образом, это изменение настолько запутано, что фактически является случайным. Нам представляется, что мы имеем здесь еще одно проявление динамического хаоса [52] (см. об этом также [53,54]). Дискуссию по вопросу об измерении в квантовой механике см. в работах [21,37,55,56].

Таким образом, превращение суперпозиции в смесь — это объективный процесс, не зависящий от наблюдателя, но зависящий от измерительного прибора.

3.8.3. *Регистрация результата измерения.* Этот процесс описывается редукцией волнового пакета. Редукция волнового пакета имеет не объективный, а субъективный характер — это уточнение описания микрообъекта в связи с дополнительной информацией. "Второй акт измерения выбирает из бесконечно большого числа состояний смеси некоторое вполне определенное, как действительно реализованное. Этот второй шаг представляет собой процесс, который сам не воздействует на ход событий, но который только изменяет наше знание реальных соотношений" (В. Гейзенберг [41, с.50]). "Конечно, — пишет далее В. Гейзенберг, — не следует понимать введение наблюдателя неправильно, в духе внесения в описание природы каких-то субъективных черт. Наблюдатель выполняет скорее лишь функцию регистрирующих устройств, т.е. регистрацию процессов, происходящих в пространстве и времени, и совершенно неважно, является ли наблюдателем прибор или человек. Но регистрация, т.е. переход от возможного к действительному, здесь совершенно необходима, и ее нельзя исключить из интерпретации квантовой теории" [57, с.36].

Соотношение между объективной и субъективной сторонами теории очень удачно выразил Вейцзеккер: "... Природа была до человека, но человек был до естествознания" (цит. по книге [57а], с.26).

3.9. Иллюстративный пример — измерение спина. Наиболее простой волновой функцией является спиновая волновая функция. Мы будем часто использовать ее для иллюстрации закономерностей квантовой механики.

Образным, но очень грубым представлением о спине является угловая скорость вращения частицы вокруг своей оси (слово spin по-английски означает вертеть). В действительности же спин — это не вектор, а оператор (см. п. 4.1) — оператор момента импульса [43, с. 108].

В классической физике момент импульса частицы 1 равен произведению ее момента инерции I на угловую скорость $\vec{\omega}$:

$$\mathbf{l} = I\vec{\omega}\,.$$

Момент инерции I постоянен — это величина, характеризующая данную частицу. Поэтому спин можно наглядно представить себе как угловую скорость.

Часто в квантовой механике спин измеряют в единицах постоянной Планка $\hbar$. При этом спин становится безразмерной величиной и обозначается через $\mathbf{S}$. В классической физике абсолютная величина угловой скорости вращения частицы может принимать любые вещественные значения от нуля до бесконечности. Соответственно и проекция угловой скорости на любую ось может принимать произвольные значения от $-\infty$ до $+\infty$. Напротив, в квантовой механике спин может принимать только целые или полуцелые значения. При этом каждая частица (или микросистема в определенном состоянии) имеет только одно значение спина. Например, электрон имеет спин $S = 1/2$. Для атома гелия в синглетном состоянии $S = 0$, а в триплетном состоянии $S = 1$. Для ядра ^{7}Li $S = 3/2$. Что же касается проекции спина на некоторую ось, скажем, ось z, то она может принимать $2S + 1$ значений (мы нумеруем эти значения в порядке убывания):

$$S_z^{(1)} = S\,,\quad S_z^{(2)} = (S-1)\,,\ldots,\ S_z^{(2S+1)} = -S\,. \tag{3.35}$$

В частности, для электрона S_z равно $1/2$ или $-1/2$.

В предыдущих пунктах мы рассматривали пространственное состояние частицы. Это состояние описывалось волновой функцией $\psi(\mathbf{r})$. При этом вероятность того, что частица находилась вблизи точки $\mathbf{r}$ в бесконечно малом объеме $d\mathbf{r}$ равнялась

$$|\psi(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r}\,. \tag{3.36}$$

Спиновое состояние описывается несколько иначе. Спиновое состояние электрона характеризуется двумя величинами ψ_1 и ψ_2, которые мы будем записывать в виде столбца ψ

$$\psi = \begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix}. \tag{3.37}$$

Этот столбец можно трактовать как волновую функцию ψ, аргументом которой является не точка пространства $\mathbf{r}$, а спиновой индекс j. Этот индекс может принимать два значения: 1 и 2.

Знание ψ еще не предрешает того, какое значение S_z получится при измерении. Этот столбец определяет только вероятность различных значений S_z, а именно, вероятность p_1 того, что при измерении получится $S_z = 1/2$, равна

$$p_1 = |\psi_1|^2\,, \tag{3.38}$$

а вероятность p_2 того, что получится значение $S_z = -1/2$, равна

$$p_2 = |\psi_2|^2 . \tag{3.39}$$

Аналогично состояние частицы со спином S характеризуется столбцом, имеющим $2S+1$ компоненту:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \psi_{2S+1} \end{pmatrix} . \tag{3.40}$$

Вероятность p_1 того, что при измерении S_z получится значение S, равна

$$p_1 = |\psi_1|^2 ; \tag{3.41}$$

вероятность p_2 того, что получится значение $S_z = S-1$, равна

$$p_2 = |\psi_2|^2 , \tag{3.42}$$

и т.д. Так как нахождение частицы в каком-либо из возможных спиновых состояний (3.35) достоверно, вероятности $|\psi_j|^2$ удовлетворяют условию нормировки

$$\sum_{j=1}^{2S+1} |\psi_j|^2 = 1 . \tag{3.43}$$

4. "Парадоксы" квантовой механики

Движенья нет, сказал мудрец брадатый.
Другой смолчал и стал пред ним ходить.
Сильнее бы не мог он возразить;
Хвалили все ответ замысловатый.
Но, господа, забавный случай сей
Другой пример на память мне приводит:
Ведь каждый день пред нами солнце ходит,
Однако ж прав упрямый Галилей.
(*А. С. Пушкин*)

4.1. Мнимые числа и операторы. Квантовая механика — логически непротиворечивая теория. Поэтому, строго говоря, в квантовой механике никаких парадоксов нет. Однако наша интуиция формируется в раннем детстве на основе макроскопического опыта, который соответствует классической механике. Впоследствии при знакомстве с квантовой механикой люди подсознательно подменяют квантовые понятия классическими, что и приводит к кажущимся парадоксам. Мы обсудим наиболее известные "парадоксы" квантовой механики. Ряд авторов видят парадоксальность квантовой механики в том, что ее основное уравнение — уравнение Шрёдингера — содержит мнимую величину i:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + V\psi .$$

Однако мнимая величина не является символом чего-то потустороннего. Использование комплексного числа, состоящего из вещественной и мнимой частей, означает просто компактную запись двух вещественных уравнений (см. п.7.3).

Запись двух вещественных уравнений в виде одного комплексного уравнения Шрёдингера предпочтительнее не столько с точки зрения компактности, сколько из-за того, что уравнение Шрёдингера линейно, тогда как вещественные уравнения (7.4), (7.5) нелинейны. Для решения же линейных уравнений существует хорошо разработанный математический аппарат. Эта связь между линейными и нелинейными уравнениями используется для точного аналитического решения нелинейных задач, а именно, вещественное нелинейное уравнение трактуется как компонента квантовомеханической задачи о рассеянии частицы. Последняя задача линейна, и ее решение может быть получено в явном виде. Затем найденное решение переводят на язык нелинейной задачи, получая тем самым решение нелинейного уравнения [59]. При измерении любой физической величины всегда получаются вещественные значения. В математическом формализме это обеспечивается тем, что физическим величинам всегда соответствуют эрмитовы операторы (см. п.9.2), у которых все собственные значения вещественны.

Перейдем теперь к операторам. "Существенная особенность новой теории состоит в том, что физические величины, или по терминологии Дирака "наблюдаемые" (координаты, импульс, энергия частицы, составляющие напряженности поля и т.д.), изображаются не просто переменными, а символами с некоммутативным правилом умножения, или, конкретнее, операторами" [36, с. 105]. Например, импульс частицы p выражается не числом, а оператором дифференцирования

$$\hat{p} = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x} \tag{4.1}$$

(для простоты рассматривается одномерный случай). При этом квантовомеханические операторы связаны между собой такими же соотношениями, как и соответствующие величины в классической механике. В частности, при отсутствии внешнего поля энергия классической частицы равна

$$\mathcal{E} = p^2/2m\,. \tag{4.2}$$

Согласно формуле (4.1) в квантовой механике энергия является оператором

$$\hat{\mathcal{E}} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\,. \tag{4.3}$$

Следует заметить, что, строго говоря, в классической механике физическим величинам также соответствуют не числа, а операторы. Например, если мы говорим, что автомобиль движется со скоростью 60 км/ч, то цифра 60 не означает "60 штук". Цифра 60 означает оператор растяжения в 60 раз, примененный к скорости 1 км/ч. Точно так же температура 100° не есть "100 штук" температур в 1° [58, с.33]. Различие между классической и квантовой механиками состоит в том, что в классической механике употребляются только простейшие операторы — операторы растяжения физических величин, тогда как квантовая механика имеет дело с более сложными операторами. Операторы растяжения всегда коммутируют между собой, а квантовомеханические операторы зачастую не коммутируют.

4.2. Парадокс тождественности частиц. Неразличимость волн приводит в квантовой механике к неразличимости, точнее — тождественности частиц(6*). Например, все электроны в атоме абсолютно тождественны. Если даже в начальный момент $t = 0$ мы перенумеруем электроны, то нельзя сказать, какова будет их нумерация в любой последующий момент времени $t > 0$, так как понятие траектории для электрона не имеет смысла. Никакие физические явления не изменяются при перестановке двух электронов. Это свойство кажется совершенно "диким" в классической физике. Так, все планеты Солнечной системы различны, и если бы, например, поменять местами Землю и Меркурий, мы это очень быстро заметили бы. Покупая классический объект, например кофточку, женщина всегда определяет качество шерсти. Покупая же золотое кольцо, она интересуется только количественным содержанием золота (весом и пробой). Качество же золота ее не интересует. Атомы золота — квантовые объекты, поэтому они совершенно одинаковы. В отличие от шерсти, "гнилого" золота не бывает.

Атомы химических элементов столь малы, что в них проявляются квантовые эффекты — неразличимость частиц одного сорта. Для атомов других химических элементов, кроме золота, это свойство маскируется тем, что различные атомы вступают в различные химические соединения и тем самым становятся различимыми. Золото же — благородный металл и с трудом вступает в химические связи, поэтому невозможно отличить один атом золота от другого. Таким образом, существование одинакового, неизменного золота — это квантовый эффект, который невозможно объяснить в рамках классической физики. Мы привыкли к тому, что золото, пройдя через громадное количество внешних воздействий, не изменяется. Однако свойство тождественности настолько "дико", что за пределами повседневного опыта в этом ошибаются даже создатели квантовой механики. Так, у Дирака мы читаем: "... Волновая функция дает сведения о вероятности нахождения *одного* фотона в данном месте, а не о вероятном числе фотонов в этом месте. То, что это различие является важным, видно из следующего рассуждения. Пусть мы имеем пучок света, состоящий из большого числа фотонов, который расщепляется на две компоненты одинаковой интенсивности. Сделав предположение о том, что интенсивность пучка связана с вероятным числом фотонов, мы получили бы, что в каждую из компонент попала бы половина от общего числа фотонов. Если далее эти две компоненты будут интерферировать, то мы должны потребовать, чтобы фотон из одной компоненты мог интерферировать с фотоном в другой компоненте. Иногда эти два фотона уничтожались бы, иногда же они превращались бы в четыре фотона. Это противоречило бы закону сохранения энергии. Новая теория, которая связывает волновую функцию с вероятностями для одного фотона, преодолевает эту трудность, считая, что каждый фотон входит отчасти в каждую из двух компонент. Тогда каждый фотон интерферирует лишь с самим собой. Интерференция между двумя разными фотонами никогда не происходит" [61, с.25]. Но ведь два фотона с одной и той же частотой не могут быть разными. Два фотона из различных компонент пучка света ничем не отличаются от одного фотона, который "входит отчасти в каждую из двух компонент". Ссылка на нарушение закона сохранения энергии также несостоятельна, ибо это нарушение только кажущееся, и это кажущееся нарушение закона сохранения является одним из проявлений интерференции (см. п.2.2).

Недавние эксперименты показали, что фотоны от двух различных лазеров интерферируют [62]. В отличие от тепловых источников фотонов отдельный акт излучения лазера имеет сравнительно большую длительность, и поэтому интерференцию фотонов от статистически независимых лазеров удается наблюдать [63]. Безразлично, возникли ли два фотона из одного или из различных источников. Вследствие тождественности фотонов все источники их во Вселенной следует рассматривать как единый источник. Наблюдаемый фотон можно связать с определенными источником только тогда, когда вероятность прихода фотона от всех других источников в точку наблюдения пренебрежимо мала [62]. Это возможно, если амплитуда вероятности прихода фотона от всех других источников в точку наблюдения пренебрежимо мала [62].

В случае электронов одним из проявлений принципа неразличимости является принцип запрета Паули: два электрона не могут находиться в одинаковых состояниях. Этот принцип является возрождением на более высоком уровне древнего принципа непроницаемости материи: в одном и том же месте пространства не могут одновременно находиться два различных тела. Принцип непроницаемости был нарушен в классической физике: радиоволны беспрепятственно проходят сквозь стену.

4.3. Шрёдингеровская кошка. В одной из своих работ по квантовой механике Шрёдингер приводит пример парадоксальной ситуации. Именно, пусть в камере находятся крупинка радия, счетчик Гейгера, ампула с синильной кислотой и кошка. Если происходит распад радия, то из него вылетает α-частица. При прохождении ее через счетчик Гейгера последний срабатывает и через усилитель разбивает ампулу с синильной кислотой, которая в свою очередь умерщвляет кошку. Так как распад радия случаен, то мы получаем суперпозицию двух квантовых состояний — живой и мертвой кошки, между которыми возможна интерференция. Интерференция состояний живой и мертвой кошки означает, что кошка находится не в одном определенном состоянии (живая или мертвая), а является полуживой-полумертвой, что абсурдно. В действительности же подобного абсурда не возникает. В приведенном выше рассуждении не учитывалось, что срабатывание счетчика является катастрофой в микромире, вследствие чего суперпозиция превращается в смесь. Поэтому состояние кошки описывается не единой волновой функцией

$$\psi_M = c_1\psi_1 + c_2\psi_2 ,$$

а двумя волновыми функциями: ψ_1 с вероятностью $|c_1|^2$ и ψ_2 с вероятностью $|c_2|^2$, и интерференция между этими состояниями невозможна. Эта ситуация соответствует классической теории вероятностей. Например, 48% людей составляют мужчины. Это означает, что вероятность того, что взятый наудачу человек является мужчиной, равна 0,48. Здесь нет ничего парадоксального. Все понятно. Однако этот же факт можно было сформулировать в мистически парадоксальном виде: "каждый человек является на 48% мужчиной и на 52% женщиной".

4.4. Парадокс Эйнштейна — Подольского — Розена. Эйнштейн, Подольский и Розен построили пример физической ситуации, который, по их мнению, доказывает неполноту квантовой механики. Неполнота понималась в том смысле, что существуют какие-то скрытые параметры, благодаря которым квантовая механика становится детерминированной. Эти авторы утверждали, что отрицание таких скрытых параметров приводит к парадоксу, т.е. к логическому противоречию. Эйнштейн, Подольский и Розен рассматривали измерение координаты и импульса электрона. Мы обсудим более простую модификацию этого мысленного эксперимента, предложенную Бомом. При этом измеряются не координата и импульс электрона, а проекция его спина.

Пусть два электрона имеют суммарный спин, равный нулю. Это может быть, например, электронная оболочка атома гелия в синглетном состоянии. Если нейтрон выбивает из атома гелия ядро, то два электрона вследствие кулоновского отталкивания разлетятся. Проекция спина одного из разлетевшихся электронов на произвольную ось x является случайной величиной, равной $1/2$ или $-1/2$. Проекция спина другого электрона на ту же ось тоже случайная величина, равная $\pm 1/2$. Суммарный спин разлетевшихся электронов в силу закона сохранения момента импульса равен нулю. Измерим теперь проекцию спина одного из электронов на ось x. Пусть при этом мы получим значение $S_x^{(1)} = +1/2$. Тогда проекция спина другого электрона на ось x становится равной $S_x^{(2)} = -1/2$. Мы видим, что состояние второго электрона мгновенно изменилось: если до измерения, проведенного над первым электроном, $S_x^{(2)}$ могло с равной вероятностью быть равным $+1/2$ или $-1/2$, то после указанного измерения $S_x^{(2)} = -1/2$. Однако электроны могли разлететься на как угодно большое расстояние, например один электрон мог оказаться в Париже, другой — в Пекине. Поэтому при измерении проекции спина парижского электрона не могло быть воздействия на пекинский электрон. Такое мгновенное воздействие на сколь угодно большом расстоянии и является парадоксом Эйнштейна — Подольского — Розена. Эйнштейн считал, что этот парадокс свидетельствует о неполноте квантовой механики,

В действительности же эффект Эйнштейна — Подольского — Розена не содержит логического противоречия. Оба электрона до измерения не были локализованными, и каждый из них потенциально находился и в Париже, и в Пекине [64]. Поэтому при измерении спина парижского электрона мгновенно изменяется не состояние пекинского электрона, а вероятность этого состояния. Такое мгновенное изменение вероятности не является специфичным для квантовой механики, оно имеет место и в классической физике [17, с.96]. Пусть, например, в одной комнате находится принцесса, а в другой — тигр. Узник должен по своему выбору открыть дверь одной из комнат, после чего либо он женится на принцессе, либо его растерзает тигр. Представим, что обе комнаты разделены большим расстоянием. Тогда, открывая дверь одной из комнат, мы мгновенно узнаем также, кто находится в другой комнате. Тут нет парадокса. Однако в этом примере есть скрытый параметр ξ. Например, $\xi = 1$, если в данной комнате находится принцесса, и $\xi = 0$, если в ней находится тигр. В квантовой механике, как мы покажем в гл. 7, скрытые параметры невозможны. Поэтому эффект Эйнштейна — Подольского — Розена противоречит здравому смыслу. Последнее обстоятельство вызвало сомнения в справедливости квантовой механики в ситуации Эйнштейна — Подольского — Розена. Однако проведенные эксперименты (см. об этом в [65—67]) не обнаружили отклонений от предсказаний квантовой теории. Тем не менее **нам** представляется уместным привести слова Маха: "История науки учит нас, что экспериментам с отрицательным результатом никогда не следует приписывать окончательно решающего значения. Гуку с его весами не удалось доказать влияния удаления от Земли на вес тела, но это достигается без особых затруднений с более чувствительными современными весами" [5, с.219].

Дискуссию по вопросу о парадоксе Эйнштейна — Подольского — Розена см. в работах [67,68].

4.5. Парадокс Ааронова — Бома. Мы проиллюстрируем этот парадокс на примере. Пусть частица с электрическим зарядом e движется в области с постоянным потенциалом φ. Полная энергия частицы равна

$$H = (p^2/2m) + e\varphi\,. \tag{4.4}$$

Как известно, потенциал φ не имеет непосредственного физического смысла. Физическая картина не изменяется при добавлении к φ произвольной постоянной C:

$$\varphi \to \varphi + C\,.$$

Непосредственный физический смысл имеет только напряженность электрического поля

$$E_{эл} = -\partial\varphi/\partial x \tag{4.5}$$

(для простоты рассматривается одномерный случай).

В классической физике независимость физической картины от C проявляется в том, что C не входит в уравнения Гамильтона

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{p}{m}, \tag{4.6}$$

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -e\frac{\partial \varphi}{\partial x}. \tag{4.7}$$

В квантовой механике уравнение Шрёдингера имеет вид

$$i\hbar\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + e\varphi\psi. \tag{4.8}$$

Его решение, описывающее частицу с импульсом p, определяется формулой

$$\psi = A\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left[px - \left(\frac{p^2}{2m} + e\varphi\right)t\right]\right\} \tag{4.9}$$

(A — постоянная интегрирования).

В отличие от классической механики в квантовой механике состояние частицы ψ непосредственно зависит от потенциала φ. Эту зависимость можно обнаружить экспериментально с помощью эффекта интерференции. Для этого поток частиц разделяется на две части (например, с помощью двух щелей в экране). Одна часть потока проходит через область с потенциалом φ, а другая — через область с нулевым потенциалом. После совмещения обеих частей пучка вследствие возникшей разности хода будет наблюдаться интерференционная картина. Парадокс состоит в том, что можно экспериментально обнаружить потенциал φ, который содержит неопределенное слагаемое C [68а]. В действительности здесь нет никакого парадокса [68б]. В квантовой теории нельзя утверждать, что одна частица движется в области с потенциалом φ, а другая — в области с нулевым потенциалом. Каждый электрон имеет возможность двигаться в обеих областях. Поэтому в интерференционной картине проявляется не потенциал φ, а разность между φ и нулем. Следовательно, произвольная постоянная C исключается.

Более подробно об эффекте Ааронова — Бома см. в [64].

5. Принцип причинности

Наполеон: "Почему меня не приветствовали залпом?".

Комендант крепости: "Тому есть двенадцать причин. Во-первых, не было пороха ...".

Наполеон: "Достаточно".

5.1. Детерминизм. Мы будем понимать под принципом причинности следующие свойства физических законов:

1. Детерминизм: причина однозначно определяет следствие.

2. Материальность причины: причиной может быть только что-то материальное.

3. Асимметрия времени: причина всегда предшествует следствию.

4. Близкодействие: причина вызывает непосредственные следствия только в бесконечно близких объектах. Скорость распространения взаимодействия ко-

нечна.

5. Неисчерпаемость материи: причиной любого физического закона является более глубокий физический закон.

Кант понимал под причинностью детерминизм: "Это правило, а именно, однозначность сопряжения причины и следствия, должно ... заранее уже предполагаться, если мы хотим объективизировать восприятия ... Отсюда с необходимостью вытекает, что все естествознание должно заранее предполагать закон причинности, что естествознание существует лишь постольку, поскольку существует и закон причинности" (цит. по книге [57а], с.240). Детерминизм имеет место в классической механике:"... Законы реального внешнего мира считались полными в следующем смысле; если состояние объектов в некоторый момент времени полностью известно, то их состояние в любой момент времени полностью определяется законами природы. Именно это мы имеем в виду, когда говорим о "причинности" [15, т.4, с.317].

В квантовой механике ситуация совершенно иная: "... Если производятся наблюдения над атомной системой, которая находится в заданном состоянии, то результат, вообще говоря, не будет детерминированным, т.е., повторяя опыт при одинаковых условиях несколько раз, мы будем получать различные результаты" [61, с.30]. Например, электрон, обладающий определенным импульсом, пролетая через отверстие в экране, может попасть в любую точку фотопластинки, расположенной за экраном. Квантовая механика определяет только вероятности попадания электрона на различные участки пластинки. Однако многие боятся говорить об отсутствии причинности в квантовой механике, так как отождествляют отсутствие причинности с идеализмом. При этом утверждают, что в квантовой механике также имеет место принцип причинности, только он носит вероятностный характер. Иными словами, отсутствие причинности именуется квантовой причинностью. По нашему млению, нецелесообразно изменять смысл термина на противоположный. Это тем более недопустимо, что возраст этого термина исчисляется тысячелетиями.

С понятием "детерминизм" также боятся расстаться, поскольку существует идеалистическая философская концепция "индетерминизм". Так в редакционном примечании к книге [71, с.411] написано: "Вместо того, чтобы подчеркнуть новую форму проявления детерминизма в квантовой механике, связанного с ее вероятностным характером, автор не избежал введения "модного" термина индетерминизм, ведущего к весьма путаным философским заключениям". Поэтому часто отсутствие детерминизма в квантовой механике именуют вероятностным детерминизмом. Разумеется, какие-то элементы детерминизма сохраняются и в квантовой механике. Изменение со временем волновой функции детерминировано. Однако волновая функция дает только вероятностные предсказания о поведении микрообъекта. Например, при большом количестве экспериментов доля числа электронов, попадающих в определенный участок фотопластинки, стремится к детерминированной величине — вероятности. Однако при единичном эксперименте электрон может попадать на различные участки фотопластинки. Именно в этом смысле мы говорим об отсутствии детерминизма в квантовой механике. "... Несмотря на успешное применение квантовой механики к решению практических задач, остаются терзающие сомнения (и не только в области философии!) относительно окончательного значения и самосогласованности квантовомеханического формализма. Они настолько серьезны, что некоторые физики даже считают, что в конце концов новая, интуитивно гораздо более приемлемая картина мира вытеснит квантовую теорию, которая будет рассматриваться как простой набор рецептов, оказавшихся способными приводить к правильному ответу при достижимых в XX веке экспериментальных условиях" [72, с.671].

Эйнштейн считал квантовую механику неполной, временной теорией, так как основные законы квантовой механики включают в себя случайность. Это тем более удивительно, что именно Эйнштейн ввел случайность в квантовую механику в своей работе "К квантовой теории излучения": "Самое важное в этой работе Эйнштейна — введение вероятности для описания микрообъекта. Кроме вероятностей спонтанного и индуцированного излучения приходится еще предположить случайное направление вылета кванта из молекулы — направление вылета нельзя предсказать" [17, с.30]. "... Мой научный инстинкт, — писал Эйнштейн, — восстает против подобного отказа от строгой причинности" [15, т.4, с.108].

Заметим, что абсолютизация принципа детерминизма противоречит принципу причинности и в классической физике. Такая абсолютизация называется лапласовским детерминизмом: "Все явления, даже те, которые по своей незначительности как будто не зависят от великих законов природы, суть следствия этих законов, столь же неизбежные, как обращение Солнца ... Всякое имеющее место явление связано с предшествующим на основании того очевидного принципа, что какое-либо явление не может возникнуть без производящей его причины ... Таким образом, мы должны рассматривать настоящее состояние Вселенной как следствие ее предыдущего состояния и как причину последующего ... Ум, которому были бы известны для какого-либо данного момента все силы, существующие в природе, и относительное движение всех ее составных частей, если бы вдобавок он оказался достаточно обширным, чтобы подчинить эти данные анализу, обнял бы в одной формуле движения величайших тел Вселенной наравне с движениями мельчайших атомов: не осталось бы ничего, что было бы для него недостоверно, и будущее, так же как и прошедшее, предстало бы перед его взором" [73, с.10—11].

Лапласовский детерминизм часто рассматривают как торжество материализма или, более точно, торжество принципа причинности. В действительности же это отрицание принципа причинности, так как в понятие причины входит и возможность ее отсутствия. Если же все причины неизбежны, то они перестают быть причинами. Тогда весь сценарий мира заранее предопределен. Здесь нет ни причины, ни следствия, а есть только жесткое следование одних событий за другими. Подобно этому в кинофильме более ранние кадры не являются причиной более поздних. Они снимаются строго по сценарию и независимо. Смерть героя может сниматься раньше его рождения. Лапласовский детерминизм был подвергнут критике Энгельсом: "Согласно этому воззрению, в природе господствует лишь простая непосредственная необходимость. Что в этом стручке пять горошин, а не четыре или шесть, что хвост этой собаки длиною в пять дюймов, а не длиннее или короче ..., что этот цветок клевера был оплодотворен в этом году пчелой, а тот — не был, и притом этой определенной пчелой и в это определенное время, что это определенное, унесенное ветром семя одуванчика взошло, а другое — не взошло, что в прошлую ночь меня укусила блоха в 4 часа утра, а не в 3 или в 5, и притом в правое плечо, а не в левую икру, — все эти цифры, вызванные не подлежащим изменению сцеплением причин и следствий, незыблемой необходимостью, и притом так, что уже газовый шар, из которого произошла солнечная система, был устроен таким образом, что эти события должны были случиться именно так, а не иначе ... Для науки почти безразлично, назовем ли мы это ... извечным решением божьим, ... или же необходимостью" [74, с. 173].

Заметим, что детерминизм приобрел статус всеобщего философского принципа благодаря блистательным успехам Ньютоновской механики. До Ньютона ряд философов отрицал принцип детерминизма, считая его не только ошибочным, но и аморальным, так как этот принцип мог стать оправданием чего угодно, в том числе и преступлений.

5.2. Материальность причины и близкодействие. Принципы материальности причины и близкодействия отсутствуют в механике Ньютона. В самом деле, согласно закону всемирного тяготения любое движение тела передается через пустоту, причем оно мгновенно оказывает действие на другие тела, расположенные как угодно далеко. Иными словами, гравитационное взаимодействие распространяется через пустоту и с бесконечной скоростью, что является нарушением принципа причинности. Это хорошо понимал сам Ньютон: "Что тяготение должно быть врожденным, присущим и необходимым свойством материи, так что одно тело может взаимодействовать с другим на расстоянии, через пустоту, без участия чего-то постороннего, при посредстве чего и через что их действие и сила могли бы передаваться от одного к другому, — это мне кажется столь большим абсурдом, что я не представляю себе, что кто-либо, владеющий способностью компетентно мыслить в области вопросов философского характера, мог к этому прийти" [75, с.54].

Непонятно, как через пустоту может передаваться столь большая сила. Ведь если бы Земля удерживалась на своей орбите не силой притяжения к Солнцу, а стальным тросом, то диаметр последнего превысил бы диаметр Земли. Казалось бы, что противоречия с принципом близкодействия можно избежать, если сказать, что гравитация распространяется с конечной, но очень большой скоростью, которая нам представляется бесконечной.

Ньютон утверждает, что "на его закон следует смотреть не как окончательное объяснение, а как на выведенное из опыта правило" [15, т.3, с.86]. Но в действительности в механике Ньютона бесконечная скорость распространения взаимодействия является не столько обобщением наблюдений, сколько философским принципом. В самом деле, пусть тело 1 находится в точке A и покоится, а тело 2 движется из точки B по направлению к первому (рис. 16). За время, пока волна тяготения, вышедшая в начальный момент из точки B, достигнет неподвижного тела 1, тело 2 переместится в точку B'. Так как расстояние AB больше расстояния AB', волна тяготения от A к B' дойдет быстрее, чем от B к A. Значит, будет существовать промежуток времени, когда тело 1 уже действует на 2, а тело 2 еще не действует на 1. Но это противоречит третьему закону Ньютона: сила, с которой тело 1 действует на тело 2, равна по величине и противоположна по направлению силе, с которой 2 действует на 1. С другой стороны, закон противодействия означает, как можно показать, закон сохранения импульса. Нарушение же этого закона есть нарушение несотворимости и неуничтожимости движения. Поэтому бесконечная скорость распространения взаимодействия являлась у Ньютона следствием философского принципа сохранения движения. Таким образом, в механике Ньютона скорость распространения взаимодействия принципиально должна быть бесконечной. Заметим, что, "когда мы употребляем слово "принципиально", то имеем в виду определенную теорию и ее принципы, которые что-то допускают и что-то запрещают" [50, с. 140].

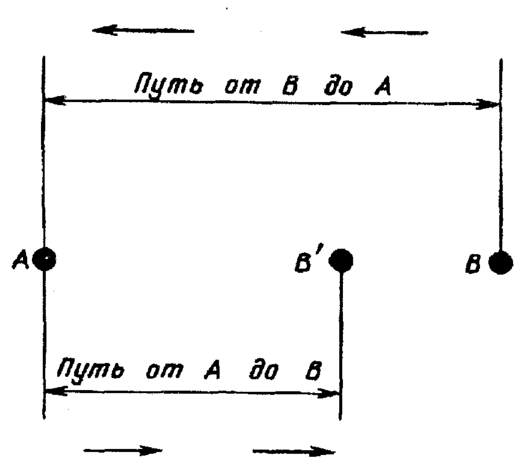

Рис. 16. Взаимодействие двух тел

Напомним, что в теории относительности скорость распространения тяготения конечна — она равна скорости света. Поэтому в релятивистской механике выполняется принцип причинности в смысле близкодействия. Но мы только что доказали, что скорость распространения взаимодействия, в принципе, должна быть бесконечной. Значит, в нашем доказательстве содержалась ошибка. Какая же? Ошибка заключалась в том, что мы наделяли импульсом только частицы. На самом же деле гравитационное поле обладает собственным импульсом. Поэтому конечная скорость распространения гравитации в релятивистской теории не противоречит принципу сохранения импульса. Мы видим, что теория относительности лучше согласуется с принципом причинности, чем механика Ньютона.

5.3. Асимметрия времени. "Каждому ясно, что события, происходящие в нашем мире, явно необратимы. ... Роняешь чашку, она разбивается, и сколько ни жди, черепки не соберутся снова и чашка не прыгнет обратно тебе в руки… На лекциях такие шутки обычно показывают при помощи кино: вырезают кусок кинопленки, на котором снята какая-то последовательность событий, и показывают его в обратном направлении, заранее рассчитывая на взрыв смеха. Этот смех свидетельствует о том, что в реальной жизни такого не бывает. Впрочем, на самом деле это довольно примитивный способ выражения столь очевидного и столь глубокого факта, как различие прошлого и будущего ... Мы уверены, что каким-то образом можем влиять на будущее, но никто из нас ... не думает, что можно изменить прошлое... Наиболее естественно это очевидное различие между прошлым и будущим. Эта необратимость всех явлений объяснялась бы тем, что у некоторых законов движения ... только одно направление, что... законы не одинаковы по отношению к прошлому и будущему. Где-то должен существовать принцип вроде: "Из елки можно сделать палку, а из палки не сделаешь елку"... Однако такой принцип пока еще не найден. То есть во всех законах физики, обнаруженных до сих пор, не наблюдается никакого различия между прошлым и будущим" [30, с.96—97].

Асимметрия времени отсутствует в уравнениях как классической механики, так и квантовой. В самом деле, уравнения Ньютона не изменяются при изменении направления времени. Но при таком изменении причина и следствие меняются местами. Классическая механика позволяет не только предсказать грядущие солнечные затмения, но и определить время и место прошлых затмений (например, уточнить дату и место солнечного затмения, описанного в "Слове о полку Игореве"). Требование, чтобы причина предшествовала следствию, добавляется к дифференциальным уравнениям классической механики как граничное условие.

Такой же статус имеет асимметрия времени и в квантовой механике[7*] Заметим, что роль асимметрии времени совершенно иная, чем роль рассмотренных выше проявлений принципа причинности. Детерминизм, материальность причины и близкодействие либо уже содержатся в постулатах теории, либо противоречат им (но мы закрывали на это глаза). Что же касается асимметрии времени, то ее следует формулировать явно при решении соответствующих дифференциальных уравнений. Именно поэтому физики обычно понимают под принципом причинности только асимметрию времени: "Необходимо обеспечить также выполнение условия причинности, в соответствии с которым какое-либо событие, происшедшее в системе, может оказать влияние на ход эволюции системы лишь в будущем и не может оказать влияние на поведение системы в прошлом" [76, с.192]. Можно сказать, что согласно законам современной физики асимметрия времени — это не "юридический", а фактический закон [76а].

5.4. Неисчерпаемость материи. Перейдем теперь к принципу неисчерпаемости материи. Согласно этому принципу любой физический закон также имеет свою причину — более глубокий закон. Любая теория опирается на постулаты — утверждения, необъяснимые в рамках этой теории. В этом смысле в любой теории нарушается принцип причинности. Современники Ньютона отвергали его механику, ибо она основывалась на "диких" постулатах, не имеющих никакого объяснения, на беспричинном движении изолированного тела с постоянной скоростью и беспричинном взаимном притяжении всех тел: "... Почему тела остаются в движении, начав двигаться, или отчего существует закон тяготения, — это было неизвестно" [2, т.1, с.40].

Принцип неисчерпаемости материи означает, что деление физических теорий на фундаментальные (микроскопические) и феноменологические (макроскопические, являющиеся следствием фундаментальных) имеет временный характер. Теория может быть фундаментальной только для данного уровня развития науки. В дальнейшем, когда будет создана более глубокая теория, ранее фундаментальная теория станет феноменологической. Однако новая фундаментальная теория всегда содержит постулаты, являющиеся ее феноменологическими элементами. Так, в квантовую механику постоянная Планка вводится феноменологически, т.е. без всякого объяснения. Но главное состоит в том, что основа основ квантовой теории — ее вероятностный характер — постулируется. Иными словами, в рамках квантовой механики случайный характер ее законов не имеет никакой причины [77, с.46—47]. Постулаты квантовой механики должны иметь свою причину: "Невозможно поверить, что существующее равенство зарядов электронов является чистой случайностью: это должно быть основополагающим в схеме природы, и этому должна быть причина" [48, с.278]. "Наши представления о физической реальности, — писал Эйнштейн, — никогда не могут быть окончательными. Мы всегда должны быть готовы изменить эти представления, т.е. изменить аксиоматическую базу физики..." [15, т.4, с.136]. Это относится ко всем физическим теориям, в том числе и к теории относительности, и к квантовой механике, которые часто трактуются как абсолютные истины: "... Вполне разумно было когда-то физику-классику в счастливом неведении предполагать, что понятие положения, бесспорно имеющее смысл в футболе, имеет какой-то смысл и для электрона ... А теперь мы, например, говорим, что закон относительности верен при любых энергиях, а ведь в один прекрасный день явится кто-нибудь и объяснит, насколько мы глупы. Мы не догадаемся, в каком месте мы совершаем "глупость", покуда «не вырастем над собой»" [2, т.3, с.234].

Рассмотрим теперь альтернативную точку зрения, согласно которой количество законов природы конечно. При этом опираются на аналогию с географией. В средние века происходили великие географические открытия, обнаруживались новые материки, моря и даже океаны. Однако теперь земная поверхность полностью изучена. Правда, остались небольшие белые пятна в труднодоступных районах. Но нового материка уже никогда не откроют. Вся современная физика сводится к четырем типам взаимодействия — электромагнитному, сильному, слабому и гравитационному. В настоящее время создается единая теория поля, объединяющая все эти взаимодействия. Может быть, говорят противники неисчерпаемости материи, с созданием единой теории поля закончится физическая наука. Физика будет развиваться, говорят они, только по пути расширения приложений. А принципиально новых теорий уже не возникнет.

Противники утверждения о неисчерпаемости материи говорят, что мир должен быть похож на матрешку. Но это не возражение, а дешевый софизм. С таким же успехом можно было бы опровергнуть шарообразность Земли, сказав, что Земля не должна быть похожа на арбуз. Мы полагаем, что материя подобна матрешкам не в геометрическом, а в причинном смысле. Мы вовсе не утверждаем, что любая частица состоит из более мелких частиц, а эти более мелкие частицы, в свою очередь, состоят из еще более мелких частиц и т.д., до бесконечности. Мы лишь утверждаем, что любой физический закон является следствием какого-то более глубокого закона.

Беркли отвергал механику Ньютона с помощью следующего аргумента: "Могут ли быть заключения научными, когда принципы не очевидны? И могут ли быть принципы очевидными, если они непонятны?" [78, с.172]. Другой, уже современный, епископ выражался более откровенно: "Представим себе, что мы стоим у железнодорожного полотна и перед нами проносятся окна десятого вагона. Что заставляет двигаться десятый вагон? Девятый вагон. А что заставляет двигаться девятый вагон? Восьмой вагон ... Так вот материалисты утверждают, что у поезда нет паровоза". Материалисты действительно утверждают отсутствие сверхестественной силы (паровоза), которая управляет физическими процессами различной глубины (вагонами). Поэтому из материализма следует "бесконечное число вагонов", т.е. бесконечная цепь все более глубоких теорий. Возвращаясь к аргументу Беркли, заметим, что понять принципы можно, только опираясь на более глубокие принципы, а понять более глубокие принципы можно, только опираясь на еще более глубокие принципы, и т.д.

Отсутствие детерминизма в квантовой механике не является отказом от материализма, так как квантовая механика — это не фундаментальная (8*) теория. Нам представляется, что когда-нибудь в необозримом будущем будет создана более глубокая теория, в которой будет существовать детерминизм. Как мы показываем в гл. 7 и 8, невозможно построить детерминистическую теорию, приводящую к тем же наблюдаемым результатам, что и квантовая механика. Поэтому более глубокая детерминистическая теория должна предсказывать другие результаты экспериментов. Однако при тех значениях параметров, которые доступны современной науке, более глубокая теория должна переходить в квантовую механику. В этой грядущей более глубокой теории будут нарушены другие философские принципы, так как эта теория также не будет фундаментальной. Более глубокая теория будет еще более "дикой", чем квантовая механика, так как она будет еще дальше от нашего повседневного опыта. На вопрос о том, как он относится к одной из новых гипотез, претендующей на роль фундаментальной теории, Н. Бор ответил: "Она для этого недостаточно сумасшедшая".

В настоящее время теория относительности отвергла дальнодействие Ньютона, противоречащее принципу причинности. Но во времена Ньютона пытаться согласовать дальнодействие с причинностью было столь же безнадежно, как сейчас пытаться согласовать квантовую механику с детерминизмом. Квантовая механика "является единственной теорией, логически удовлетворительно объясняющей дуальные (корпускулярные и волновые) свойства материи" [15, т. 3, с. 295—296]. Предсказания квантовой механики были экспериментально подтверждены на огромном числе физических систем — от ядерных реакторов до биологических молекул [72, с. 671].

Мы завершим этот пункт исторической аналогией. В древности люди считали, что Земля плоская и держится на трех слонах. Как оказалось впоследствии, оба эти утверждения ложны. Но они ложны по-разному. Утверждение, что Земля плоская, хотя и ложно, но является относительной истиной. Радиус Земли значительно превосходит размеры человека. Поэтому если рассматривать не слишком большие расстояния (скажем, не более ста километров), то кривизной поверхности Земли можно пренебречь. Второе же утверждение, что Земля держится на трех слонах является абсолютным заблуждением и не содержит ни зерна истины. Откуда взялись слоны? Видел ли кто-нибудь хобот или еще какой-либо признак слона? Почему слонов три, а не четыре или пять? Три слона — это первое, что пришло в голову, чтобы восстановить принцип причинности — указать, по какой причине Земля никуда не падает, тогда как все тела падают вниз.

Аппарат квантовой механики в определенном смысле аналогичен утверждению о плоской Земле. Что же касается догадок о более глубокой теории, из которой будет следовать квантовая механика, то они могут оказаться столь же пророческими, как и утверждения о трех слонах.

6. Методологические вопросы квантовой механики

> "Вы изволили сочинить что человек произошел от обезьянских племен мартышек орангуташек и т.п. Простите меня старичка, но я с Вами касательно этого важного пункта не согласен и могу Вам запятую поставить. Ибо, если бы человек, властитель мира, умнейшее из дыхательных существ, происходил от глупой и невежественной обезьяны, то у него был бы хвост и дикий голос... Вы сочинили и напечатали в своем умном сочинении, как сказал Герасим, что будто бы на самом величайшем светиле, на солнце, есть черные пятнушки. Этого не может быть, потому что этого не может быть никогда... и для чего на нем пятны, если и без них можно обойтиться?"
>
> (*А.П. Чехов* "Письмо к ученому соседу")

6.1. "Против невежественной критики современных физических теорий". Так называлась статья В.А. Фока, опубликованная в журнале "Вопросы философии" в марте 1953 г. "...Некоторые наши философы, — писал Фок, — не утруждают себя изучением физики, проявляют в отношении ее зачастую полное невежество и сводят свою задачу лишь к огульному обвинению всей современной физики в идеализме " [80, с. 169].

Приведем только два примера. "...Речь идет о том, сохранить ли и развить далее философские основы марксизма-ленинизма, или отступить от них, как призывали к этому проф. М.А. Марков и его сторонники из прежнего состава редакции журнала "Вопросы философии"...По М.А. Маркову, мы как макроскопические существа относительно пространственно-временных свойств или относительно скорости или энергии электрона самого по себе говорить не можем" (А.А. Максимов [81, с. 222, 223]). "...Идеализме концепциях Бора, Гейзенберга, Шрёдингера и других буржуазных ученых не был просто привеском, легко отсекаемым, а тонко и хитро вплетался в самую ткань теоретических построений" (Л.И. Сторчак [82, с. 202]).

Сама по себе критика общепринятой теории еще не составляет криминала. Научная ошибка также не является преступлением. Но недопустимо, что рассуждения цитируемых выше авторов преподносились как "единственно правильный вывод" из марксизма, т. е. из диалектического материализма. Еще более недопустимы те оргвыводы, к которым призывали указанные авторы. Подобная критика квантовой механики напоминает критику системы Коперника в XVI веке. Так, иезуит Клавиус писал: "Возникает сомнение, какая система предпочтительнее — Птолемея или Коперника. Обе они согласуются с наблюдаемыми явлениями. Но принципы Коперника содержат довольно много абсурдных утверждений" [83]. Заметим, что у Клавиуса было больше оснований отвергать систему Коперника, чем у невежественных критиков XX века отвергать квантовую механику. Ведь "естественная" система Птолемея приводила к тем же наблюдаемым результатам, что и "абсурдная" система Коперника, тогда как классическая физика не в состоянии объяснить квантовые эффекты.

Постулаты квантовой механики противоречат не диалектическому материализму, а превращенным в догму постулатам классической механики. При научной революции "исчезают такие свойства материи, которые казались раньше абсолютными, неизменными, первоначальными... и которые теперь обнаруживаются, как относительные, присущие только некоторым состояниям материи... Признание каких-либо неизменных элементов, "неизменной сущности вещей" и т.п. не есть материализм, а есть метафизический, т, е. антидиалектический материализм" [84, с. 225]. Невежественные критики квантовой механики защищали не марксизм, как они утверждали, а натурфилософию [85, с. 552—553], согласно которой физика должна укладываться в рамки философской схемы мира.

6.2. Микромир и макроскопический способ его описания. "Существенную роль...в интерпретации квантовой механики сыграли идеи Нильса Бора о том, что Квантовомеханическое описание свойств атомного объекта должно сочетаться с классическим описанием средств наблюдения (экспериментальной установки). В своих работах, посвященных принципиальным вопросам квантовой механики, Н. Бор особенно подчеркивает необходимость рассматривать весь эксперимент в целом и доводить описание эксперимента до показаний приборов" [11, с. 463]. Так, при обсуждении парадокса Эйнштейна-Подольского — Розена Н.Бор описывает прохождение электрона через диафрагму: "...Предположим сперва, что наша диафрагма, так же как и другие части прибора, например вторая диафрагма с несколькими щелями, параллельными первой, и фотографическая пластинка жестко связаны с подставкой...Но мы могли бы воспользоваться другой экспериментальной установкой, в которой первая диафрагма уже не будет жестко связана с остальными частями прибора" [10, с. 183]. Если диафрагма жестко связана с подставкой, то при прохождении через нее электрона фиксируется его поперечная координата, тогда как поперечная компонента импульса не определена. Если же диафрагма "не связана с остальными частями прибора", то при прохождении через нее электрона поперечная компонента его импульса равна нулю, тогда как поперечная координата не определена. В первом случае мы получаем электрон с определенной координатой и неопределенным импульсом, во втором же случае мы получаем электрон с определенным импульсом и неопределенной координатой.

"Запись о наблюдениях, — пишет Н.Бор, — в конечном счете сводится к созданию устойчивых отметок на измерительных приборах, например пятен, возникших на фотопластинке при ударе фотона или электрона" [10, с. 603]. Часто эта особенность квантовой механики абсолютизируется. При этом квантовая механика трактуется как наука, ограничивающаяся изучением взаимодействия микрообъекта с макроприбором и отказывающаяся от рассмотрения микрообъекта самого по себе. "На "выходе" всякого прибора всегда происходит макроскопическое явление: поворот стрелки счетчика, образование капелек тумана в камере Вильсона, почернение зерна в фотоэмульсии и тому подобное ...Поэтому будет правильным сказать, что квантовая механика изучает микромир в его отношении к макромиру. Макроскопические (классические) приборы являются теми системами отсчета, по отношению к которым в квантовой теории определяется состояние микросистем" [50, с. 84].

Аналогичная точка зрения существует и в математике. Говорят: "Мы не можем понять, что такое бесконечность, поскольку наш мозг конечен". Но если рассуждать подобным образом, то получится, что мы не можем понять, что такое баран, поскольку мы сами не бараны.

Тезисом о том, что микрообъект следует всегда рассматривать лишь в связи с определенным измерительным прибором, руководствуются только в работах философского характера, которые сам Н. Бор называет "псевдореалистическими" [10, с. 414]. В описаниях реальных экспериментов в микромире сплошь и рядом встречаются выражения типа "протон с энергией 100 эВ", "атом водорода в S-состоянии", и при этом очень редко описывается макрообстановка, т. е. способ получения или способ измерения этих состояний. Электрон, обладающий импульсом $\mathbf{p}$, описывается волновой функцией

$$\psi = \exp(i\mathbf{pr}/\hbar),$$

а не показаниями макроприборов. Эта формула справедлива при любых способах наблюдения.

Мы вынуждены, говорят сторонники абсолютизации роли макроприборов, описывать квантовые объекты на языке классической физики, на котором говорят наши средства наблюдения и на котором мы формулируем свои мысли. Это опять неверно. Разве средства наблюдения говорят на языке ψ-функций? Они говорят на языке миллиамперов, чисел срабатывания счетчика, степени почернения фотопленки и др., а мы мыслим на неклассическом языке квантовых состояний, принципа Паули и др. Только в цитированной выше философской статье Н. Бора [10, с. 414] описывается служащая для измерения состояния электрона "первая диафрагма" и способ ее крепления к подставке. Запись результатов эксперимента в виде показаний приборов или пятен на фотопластинке допустима только для лаборанта, но не для научного сотрудника. Научный сотрудник должен интерпретировать эксперимент, т. е. сделать определенные заключения о свойствах микрообъекта "самого по себе". Ни один журнал не примет к публикации статью, результаты которой ограничиваются описанием "пятен на фотопластинке". Предупреждение об этом содержится, например, в редакционной статье одного из номеров журнала "Physical Review Letters". Разумеется, конечной стадией любого эксперимента являются показания макроскопических приборов. Однако это не означает, что физика сводится к показаниям приборов. Ведь у экспериментатора, кроме глаз, есть еще и голова!

Аналогично, алгебраические выкладки в конечном счете выражаются в виде формул, связывающих между собой латинские буквы a,b,c и т.д. Но это отнюдь не означает, что алгебра сводится к латинскому языку. "Свойства...атомных объектов такие, как заряд, масса, спин, вид оператора энергии и закона взаимодействия частиц с внешним полем, с одной стороны, совершенно объективны и могут быть абстрагированы от средств наблюдения, а с другой стороны, требуют для своей формулировки новых, Квантовомеханических, понятий. В особенности это относится к формулировке задач многих тел" (В.А. Фок [11, с. 463]).

Против абсолютизации роли макроприборов выступал и Фейнман: "Неверно же, что науку можно создавать только из тех понятий, которые прямо связаны с опытом. Ведь в самой квантовой механике есть и амплитуда волновой функции, и потенциал, и многие другие умственные построения, не поддающиеся прямому измерению" [2, т.3, с.233]. "...Каждое наблюдение, — пишет Гейзенберг, — приводит к некоторому прерывному изменению математических величин, характеризующих атомный процесс, и, следовательно, к прерывному изменению самого физического явления...Для тяжелых тел, например планет, вращающихся вокруг Солнца, давление солнечного света, отражающегося от их поверхности и необходимого для наблюдения, не играет никакой роли; для мельчайших же частиц материи каждое наблюдение, благодаря малой массе, означает существенное вмешательство в их физическое поведение" [85а, с.27—28]. Здесь говорится о двух различных сущностях — "наблюдений" и "физическом процессе", что противоречит абсолютизации макроскопического описания. Этим двум различным сущностям соответствуют два различных математических аппарата. А именно, уравнение Шрёдингера описывает эволюцию микросистемы самой по себе, без взаимодействия с каким-либо наблюдателем или макрообъектом. Редукция же волнового пакета описывает процесс измерения.

6.3. Является ли волновая функция информацией наблюдателя? Иногда говорят, что волновая функция — это информация о микрообъекте. Конечно, всякая запись является информацией. Более того, дополнительная информация о микрообъекте заставляет нас изменить волновую функцию (см. пп. 3.7, 3.8). Но сторонники "информационной интерпретации волновой функции" претендуют на нечто большее: они утверждают, что говорить о состоянии микрообъекта бессмысленно, можно говорить только об информации. Но информации о чем? Если о микрообьекте, то микрообьект объективно существует, так как "...информация отображает адекватно современному состоянию науки объективные закономерности природы" [87]. Если же это абстрактная информация, то она не имеет никакого отношения к квантовой механике. Абстрактная информация может описывать все что угодно — от результата футбольного матча до эволюции Вселенной. "Конечно, можно изучать знания наблюдателя о физике, а не саму физику, но такое изучение не соответствует нашей цели. Например, знание наблюдателя об определенной системе может резко измениться как в результате удара по голове, который вызовет потерю памяти, так и вследствие получения новой информации. Субъективисты стремятся игнорировать первое и в то же время подчеркивают последнее" [88, с. 371—372].

Волновая функция — это не только информация, она имеет и объективный смысл. А именно, волновая функция описывает движение микрочастиц во внешнем поле [17, с. 129]. Часто против объективности волновой функции ψ выдвигают возражение, что ψ определена неоднозначно. Физический смысл имеет только квадрат модуля ψ, $|\psi|^2$. К тем же наблюдаемым результатам мы придем, если умножим все волновые функции на i или -1. Но это не возражение, так как большинство математических объектов также определено неоднозначно. Например, ничего не изменится, если дробь 1/2 представить в виде 3/6 или 5/10.

6.4. Квантовая механика и философские принципы. "Толкование идей Бора в духе позитивизма, проводимое некоторыми его последователями, естественно, породило реакцию, отрицающую во имя материализма новые идеи (де Бройль, Бом, Вижье и др.). Основным побуждением названных ученых, заставляющим их занимать позицию непризнания обычного вероятностного толкования квантовой механики, является ложное убеждение, будто бы вероятностное толкование означает отказ от объективности микромира и его законов, т. е. отказ от основного положения материализма. По мнению последователей школы де Бройля, только детерминизм классического типа совместим с материализмом. Свою точку зрения они называют поэтому детерминистической" [11, с.464]. Эйнштейн не признавал квантовую механику, хотя именно он положил второй кирпич в ее здание (теория фотоэффекта):

"Последним, добившимся больших успехов, творением теоретической физики является квантовая механика ... Фигурирующие в ее законах величины не претендуют на выражение самой физической реальности; они дают только вероятности... Я все-таки склонен думать, что физики недолго будут ограничиваться таким косвенным описанием реальности" [89, с. 243—247]. Это непризнание квантовой механики было вызвано тем, что согласно Эйнштейну фундаментальные законы природы должны быть детерминированными, а не случайными. Но, как мы отмечали в п. 5.4, предположение о существовании фундаментальных законов природы противоречит принципу причинности, ибо фундаментальный закон — это закон, не имеющий причины. С другой стороны, объяснение фундаментального закона вместе с тем является опровержением его. Проиллюстрируем это на примере закона падения тел на Землю. Аристотель объяснял его тем, что поднятое тело стремится вернуться в естественное состояние, т. е. на поверхность Земли. Но это ничего не объясняет, так как непонятно, почему поднятое над Землей тело находится в неестественном состоянии, а лежащее на ее поверхности тело — в естественном состоянии. Подобные лжеобъяснения были очень популярны среди схоластов. Их высмеивал еще Мольер. В одной из его пьес ученый говорит: "Опиум усыпляет потому, что он обладает усыпляющим действием".

В действительности же закон падения тел является следствием закона всемирного тяготения Ньютона. При этом оказывается, что согласно закону Ньютона не все тела падают на Землю: Луна не падает, спутники не падают. При достаточно большой скорости (недоступной во времена Аристотеля) поднятое над Землей тело может не падать. Таким образом, объяснив закон падения всех тел, мы тем самым опровергли этот закон, так как получилось, что падают не все тела. "Диалектический материализм настаивает на приблизительном, относительном характере всякого научного положения о строении материи и свойствах ее" [90, с. 275]. Поэтому никакая отдельная физическая теория не является абсолютной истиной. Любая физическая теория имеет ограниченную область применимости. "Я полагаю, что строго говоря, кроме математики, не существует незыблемых принципов" [36].

Любая теория содержит некоторые искажения действительности: "Мы не можем представить, выразить, измерить, изобразить движения, не прервав непрерывного, не упростив, угрубив, не разделив, не омертвив живого" [91, с. 233]. Каждая физическая теория противоречит какому-то эксперименту (возможно, до сих пор еще не произведенному). Более того, физическая теория, разрывая существующие связи, противоречит отдельным философским принципам [92]. Это связано с тем, что "все известные нам принципы несовместимы друг с другом, так что от чего-то нам нужно отказаться" [30, с. 147].

Квантовая механика противоречит детерминизму: единичные события не детерминированы. Механика Ньютона противоречила асимметрии времени, материальности причины и близкодействию.

"...Единственное мерило справедливости любой идеи — это опыт" [2, т.1, с.47]. Но если каждая физическая теория может противоречить философским принципам, то существует ли какое-нибудь ограничение на физическую теорию, следующее из мировоззрения? "Единственное "свойство" материи, с признанием которого связан философский материализм, есть свойство быть объективной реальностью, существовать вне нашего сознания" [90, с. 275]. Этому принципу — принципу объективности материи — должна соответствовать любая физическая теория. Принципу объективности противоречит утверждение, что Квантовомеханическая волновая функция не имеет объективного смысла и выражает только наши сведения о состоянии микрообъекта. Волновая функция определяет вероятность, т. е. объективную меру возможности.

6.5. Наглядная теория и глубокая теория. "На первых шагах истории экспериментальных исследований ..., преследующих научные цели, разумные объяснения наблюдаемых явлений основывались на интуиции, которая сама базируется на простейшем опыте соприкосновения с обыденными объектами. Но по мере того как мы пытаемся расширить наши представления и добиться лучшего соответствия между нашими объяснениями и тем, что мы наблюдаем, по мере того, как наше объяснение становится все более и более широким и нас начинает интересовать все более широкий круг явлений, то, что еще совсем недавно было простым наблюдением, становится физическим законом. При этом с ним происходит странная вещь: часто он становится все более и более внешне нелогичным и все дальше и дальше расходится с тем, что подсказывает интуиция...

Конечно, иначе и быть не может, поскольку в нашей повседневной жизни мы имеем дело с ... очень специфическими условиями, так что наш опыт дает нам лишь очень ограниченное представление о природе. Из непосредственного опыта можно почерпнуть сведения лишь об очень малой доле естественных явлений. И только при помощи очень тонких измерений и тщательно подготовленных опытов можно добиться более широкого взгляда на вещи. А тогда мы начинаем сталкиваться с неожиданностями. Мы наблюдаем совсем не то, что мы могли бы предположить, совсем не то, что мы себе представляли. Нам приходится сильнее напрягать свое воображение не для того, чтобы, как в художественной литературе, представить себе то, чего нет на самом деле, а для того, чтобы постичь то, что действительно происходит" [30, с.115—116].

Всякое объяснение опирается на какие-то исходные положения, которые считаются правильными, т. е. опирается на постулаты. При этом требования, которым должны удовлетворять постулаты, противоположны у неискушенного человека и у ученого. С точки зрения неискушенного человека постулат должен быть очевидным и наглядным. При этом неискушенного человека нисколько не смущаетю, что для объяснения различных эффектов требуются различные постулаты. Напротив, с научной точки зрения все известные эффекты должны объясняться небольшим количеством постулатов. Что же касается очевидности или наглядности постулатов, то это благое пожелание практически невыполнимо.

Чем дальше мы уходим от нашего повседневного опыта, тем более дикими нам кажутся постулаты. "...Главная задача физической науки состоит не в том, чтобы снабжать нас наглядными картинами, а в том, чтобы формулировать законы, управляющие явлениями, и использовать эти законы для открытия новых явлений. Если наглядная картина существует, то тем лучше; однако существует она или нет — это лишь второстепенный вопрос" (П. Дирак [61, с.26]). В XVII—XVIII веках для объяснения движения небесных светил были предложены две теории — теория Декарта и теория Ньютона [8, с. 93—95]. Декарт считал, что постулаты должны быть наглядными и очевидными. Именно с подобных требований начиналась эпоха Возрождения: следует исходить не из догматов религии, а из разума.

Требование наглядности и очевидности постулатов было шагом вперед по сравнению со слепой верой. Однако это требование было идеалистическим, так как первичным признавалось мышление, а не опыт. При этом основным средством познания считалась интуиция. Декарт выводил свойства природы из разума. Так, отрицание пустоты обосновывалось следующим образом. Материя — это протяженность, т. е. пространство. Пустота же невозможна, так как нельзя себе представить такое место во Вселенной, в котором не было бы пространства с его протяжением в длину, глубину, ширину. Материю Декарт полагал инертной и пассивной. Движение возникает только вследствие толчка. Последователи Декарта отрицали движение по инерции и притяжение на расстоянии, считая их беспричинными. Естественным движением тела Декарт считал не прямолинейное движение, которое непосредственно не наблюдается, а видимое на небесной сфере движения по окружности. Согласно Декарту, все планеты приводятся в движение вихрями эфира. Декарт ограничивался качественным объяснением движения небесных тел и даже не пытался объяснить количественные закономерности, например законы движения Кеплера.

В противоположность Декарту Ньютон считал, что источником наших знаний является только опыт. Теория возникает только в результате обобщения отдельных разрозненных фактов. Согласно Ньютону вращения планет вокруг Солнца вызывается законами инерции и силой всемирного тяготения. Эта сила действует мгновенно и на любом расстоянии и направлена по радиусу, то есть перпендикулярно траектории, которую, грубо говоря, можно считать окружностью. Постулаты Декарта казались естественными, поскольку в них осуществлялось близкодействие. Равномерное движение требовало постоянного действия некоторой силы, которая была направлена вдоль траектории. Закон же инерции Ньютона казался диким, поскольку для движения с постоянной скоростью не требовалось никакой причины.

Далее, второй закон Ньютона содержал не наглядное и неизвестное ранее понятие — ускорение, являющееся производной от скорости, т. е. второй производной от координаты. Чтобы сформулировать свой второй закон, Ньютону потребовалось создать новый раздел математики — дифференциальное исчисление. Адля решения полученных при этом уравнений движения потребовалось создать интегральное исчисление. Дифференциальное и интегральное исчисления представлялись современникам Ньютона настолько сложными, что их объединили под почтительным названием "высшая математика". "Современная И. Ньютону и последующая его критика (в том числе и со стороны X. Гюйгенса и Г. Лейбница) состояла в основном в осуждении такого абстрактного построения, подобно тому как впоследствии электродинамика Максвелла и теория относительности Эйнштейна, а особенно квантовая механика, подверглись критике из-за аналогично высокой степени их абстракции как "ненаглядные"... В исследованиях Ньютон всегда применял свою новую математику, при изложении результатов он, однако, большей частью пользовался старым, воспринятым от античности, синтетическим способом представления, чтобы не затруднять внешней технической сложностью записи доступ к содержанию полученных им результатов" [96, с.55, 61].

Многие современники Ньютона отвергали также мгновенное притяжение на расстоянии. "Прогрессу науки, — писал Мах, — был бы, без сомнения, нанесен весьма сильный удар, если бы... отказывались от допущения действия на расстоянии из-за действительной или кажущейся невозможности его объяснить" [5, с.245]. Преимущество механики Ньютона состояло в том, что из нее следовали все три закона Кеплера. Однако сила, действующая по радиусу, вызвала движение по окружности. Этот вывод получался путем длинных, абстрактных вычислений и поэтому казался неубедительным. Тот факт, что все планеты вращаются в одну сторону, был очевиден в теории Декарта и требовал применения абстрактной теории у Ньютона. Механика Ньютона нам представляется понятной и естественной, потому что мы изучаем ее в детском возрасте, когда действует инстинкт подражания и мало развито критическое мышление, Современники же Ньютона встретили его теорию в штыки. Памятником ожесточенных споров между сторонниками Ньютона и сторонниками Декарта является единица длины метр. Она была определена как 1/40000000 часть парижского меридиана. Однако так определенная единица длины очень неудобна для практического использования. И вскоре она была заменена расстоянием между двумя рисками эталонного платино-иридиевого стержня. При этом длина парижского меридиана уже не равна точно $4 \cdot 10^7$ м. Возникает вопрос: неужели с самого начала не было ясно, что длина парижского меридиана очень неудобна как эталон?

Это было ясно. Но тогда зачем же определили метр именно таким образом? Дело в том, что председатель метрической комиссии Лаплас хотел решить вопрос о том, какая механика верна — Ньютона или Декарта. Согласно Ньютону, земной шар слегка сплюснут у полюсов вследствие центробежной силы, а согласно Декарту — слегка сжат вдоль экватора вследствие давления эфира. Чтобы проверить, кто прав, нужно было организовать две дорогостоящие экспедиции — одну на экватор, а другую в район полюса. С целью организации таких экспедиций Лаплас предложил вместо неестественного эталона длины, которым являлась длина стопы Карла Великого, естественный эталон — длину окружности земного шара. Экспедиции, работавшие в Бразилии и Финляндии, подтвердили сплюснутость Земли у полюсов, а тем самым и правильность теории Ньютона.

Однако в то время как Ньютон стремился понять движение небесных тел, принимая его как данность, Декарт размышлял о том, каким образом Вселенная, возникнув по естественным законам, могла со временем прийти к своему современному виду и строению. Поскольку механика Ньютона в настоящее время заменена более точной релятивистской теорией, в которой скорость распространения взаимодействия конечна и Вселенная нестационарна, то можно сказать, что прав был Декарт, а не Ньютон. Но это правота часов, которые остановились и поэтому два раза в сутки показывают точное время. Очевидная и наглядная теория Декарта носила качественный характер. Она не содержала количественных законов, которые можно было бы экспериментально проверить. Декарт неправильно угадал законы движения, поэтому его теория является пустоцветом. Дикая же и абстрактная теория Ньютона — это магистральное направление развития науки, благодаря которому человечество пришло к современной цивилизации.

Здравый смысл современного человека развился настолько, что механика Ньютона представляется нам очевидной и наглядной. Что же касается квантовой механики, то она пока представляется естественной только достаточно квалифицированным ученым.

7. Невозможность построения моделей скрытых параметров

> ...Письмоводитель градоначальника, вошедши утром с докладом в его кабинет, увидел такое зрелище: градоначальниково тело, облеченное в вицмундир, сидело за письменным столом, а перед ним, на кипе недоимочных реестров, лежала, в виде щегольского пресс-папье, совершенно пустая градоначальникова голова ...Призвали на совет главного городового врача и предложили ему три вопроса: 1) могла ли градоначальникова голова отделиться от градоначальникова туловища без кровоизлияния? 2) возможно ли допустить предположение, что градоначальник снял с плеч и опорожнил сам свою собственную голову? и 3) возможно ли предположить, чтобы градоначальническая голова, однажды упраздненная, могла впоследствии нарасти вновь с помощью какого-либо неизвестного процесса? Эскулап задумался, пробормотал что-то о гаком-то "градоначальническом веществе", якобы источающемся из градоначальнического тела...
>
> (*М.Е. Салтыков-Щедрин* "История одного города")

7.1. Проблема скрытых параметров. Квантовая механика отвергает детерминизм механики Ньютона. Ряд физиков считают это неприемлемым. Их точку зрения выразил Д. Бом: "Обычная интерпретация квантовой теории, являясь внутренне замкнутой, все же включает предположение, что наиболее полное описание состояния индивидуальной системы достигается при помощи волновой функции, определяющей только вероятные результаты реальных процессов измерения. Единственный способ проверить правильность этого утверждения состоит в попытке найти какую-нибудь другую интерпретацию квантовой теории в терминах пока "скрытых" параметров, которые бы, в принципе, точно определяли поведение индивидуальных систем; измерения, которые можно практически осуществить в настоящее время, должны включать в себя процессы усреднения по этим параметрам" [97, с, 34]. Иными словами, сторонники гипотезы скрытых параметров считают, что недетерминированная квантовая механика — это только видимая нам часть здания. Эта видимая часть опирается на скрытый от нас фундамент — какую-то более глубокую детерминистическую теорию в духе классической физики. Сторонники скрытых параметров полагают, что в квантовой механике дело обстоит так же, как в классической кинетической теории. Например, голубой цвет неба возникает вследствие рассеяния солнечного света на случайных пульсациях плотности воздуха определенного размера. Но здесь случайность только кажущаяся — молекулы воздуха движутся детерминированно, и случайность возникает из-за того, что мы не знаем координаты и скорости каждой молекулы.

Было предложено много моделей скрытых параметров. Для иллюстрации мы приведем три характерные модели — модель субквантовых частиц (п. 7.2), модель субквантовой жидкости (п. 7.3) и модель субквантовой волновой функции (п. 7.4). Однако все эти модели скрытых параметров объясняли только отдельные квантовые эффекты и противоречили другим эффектам. Поэтому все предложенные модели скрытых параметров являются несостоятельными.

Создатели квантовой механики знали, что сколько-нибудь разумные модели скрытых параметров, в принципе, невозможны. Однако доказательство этого утверждения содержало логические скачки и поэтому не было опубликовано. Впервые строгое математическое доказательство невозможности введения скрытых параметров без коренной ломки квантовой механики было дано фон Нейманом [98, с.234—244]. Такое доказательство опирается на некоторые постулаты. Один из постулатов фон Неймана состоял в том, что уравнения субквантовой (т.е. более глубокой) теории должны быть линейными так же, как и уравнение Шрёдингера. Против этого постулата возражали сторонники скрытых параметров, замечая, что классическая механика нелинейна и поэтому постулат линейности недопустим.

Первое доказательство невозможности построения модели скрытых параметров без предположения о линейности уравнений этой модели дал Белл [64, 66, 99]. Вскоре более простое доказательство предложили Кошен и Шпеккер [100] (см. п. 7.5). Идея этих доказательств состоит в том, что в квантовой механике случайность сочетается с необходимостью таким образом, что делает невозможным сведение случайности к скрытым параметрам. Очень краткое и простое доказательство невозможности построения моделей скрытых параметров дал Тёрнер [101]. Но доказательство Тёрнера требует знакомства с квантовой логикой. Этим вопросам посвящена гл. 8. Подробная дискуссия по вопросу о скрытых параметрах содержится в работах [65—67, 88, 102, 103].

Заметим, что вначале теория электромагнитного поля Максвелла представлялась неудовлетворительной, так как она описывает не движение вещества, а изменение абстрактных векторов **E** и **H**. "Чтобы преодолеть указанную трудность, был предложен целый ряд моделей, основанных на введении некоторой фиктивной непрерывной среды типа "эфира", способной передавать действие от точки к точке. К сожалению, расчеты и эксперименты показали, что для электромагнитного поля нельзя ни доказать наличия подобной среды, ни даже описать ее" [66, с. 147].

7.2. Модель субквантовых частиц. При распаде ядра радия-226 из него вылетают α-частицы с точно определенной энергией $\mathcal{E} = 4{,}8$ МэВ[9*]. Как известно, α-частица притягивается к ядру благодаря ядерным силам и отталкивается от ядра вследствие электростатического взаимодействия (напомним, что α-частицы и ядра имеют одноименный, а именно, положительный электрический заряд). Ядерные силы значительно превосходят электрические, но имеют малый радиус действия, порядка 10^{-13} см. На расстояниях $r \lesssim 10^{-13}$ см α-частица притягивается к ядру, а при $r \gg 10^{-13}$ см отталкивается от него. Поэтому зависимость потенциальной энергии α-частицы от расстояния r до ядра имеет вид, изображенный на рис. 17. При этом высота потенциального барьера равна 30 МэВ. Согласно классической механике частица с энергией 4,8 МэВ не может пройти через такой потенциальный барьер, так как кинетическая энергия ее внутри барьера должна стать отрицательной, что невозможно. Эффект прохождения через потенциальный барьер, а также природу Квантовомеханической случайности можно было бы объяснить классически, если предположить, что α-частица испытывает столкновения с неизвестными пока нам мельчайшими субквантовыми частицами (им даже дали название "зероны" [104] от латин-

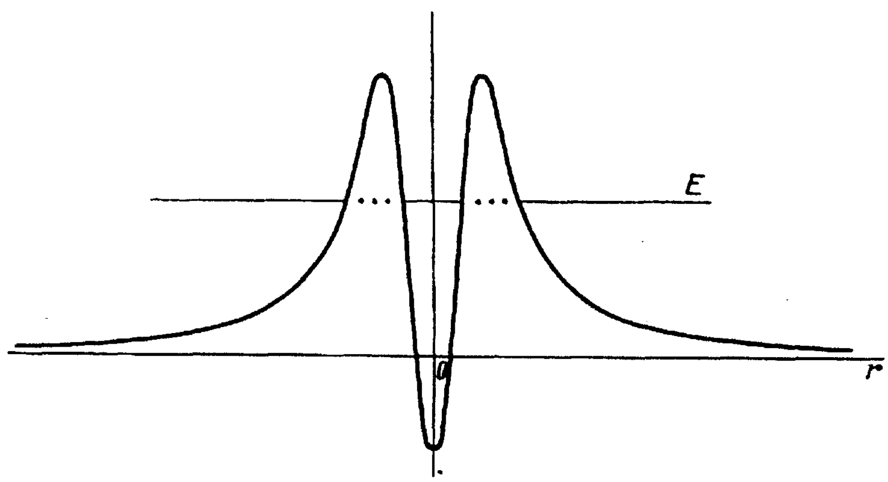

Рис. 17. Потенциальная энергия α-частиц в поле ядра

ского zero — ничто) или с флуктуациями вакуума [105—107]. В пользу этого соображения говорит тот факт, что соотношение (7.5) (см. ниже), являющееся следствием уравнения Шрёдингера, имеет такую же структуру, как и уравнение диффузии [108, 109], а именно, оно содержит первую производную по времени и вторую производную по координатам. Однако согласно этой модели энергия α-частиц, прошедших через потенциальный барьер, имела бы случайный разброс — от нуля до высоты барьера, в то время как все вылетающие α-частицы имеют энергию, в точности равную 4,8 МэВ.

Таким образом, модель субквантовых частиц несостоятельна.

7.3. Модель субквантовой жидкости. Чтобы получить модель субквантовой жидкости, разложим комплексное уравнение Шрёдингера на два вещественных уравнения. Для этого представим волновую функцию ψ в виде

$$\psi = Re^{iS/\hbar}, \tag{7.1}$$

где R и S — вещественны. Обозначая

$$\rho = R^2, \tag{7.2}$$

$$\mathbf{v} = \frac{1}{m}\nabla S, \tag{7.3}$$

получим вещественное уравнение непрерывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\rho\mathbf{v} = 0 \tag{7.4}$$

и вещественное уравнение движения [97, 110]

$$m\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + m(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla V + \frac{\hbar^2}{2m}\nabla\left(\frac{\Delta\rho^{1/2}}{\rho^{1/2}}\right). \tag{7.5}$$

Уравнение (7.4) можно рассматривать как уравнение непрерывности некоторой (субквантовой) жидкости, а уравнение (7.5) является уравнением движения частицы, на которую в дополнение к классическому потенциалу V действует еще и "квантовый потенциал" [97, 110], равный

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\Delta\rho^{1/2}}{\rho^{1/2}}. \tag{7.6}$$

Благодаря "квантовому потенциалу" электрон может вращаться вокруг ядра не на произвольном расстоянии, как планеты в Солнечной системе, а только на квантовой орбите. В модели субквантовой жидкости скорость частицы $\mathbf{v}$ интерпретируется как скрытый параметр и считается, что после измерения импульс частицы $\mathbf{p}$ отличается от "истинного" значения $m\mathbf{v}$ (т.е. значения до измерения). Что же касается координаты частицы, то предполагается, что ее значение после измерения совпадает с истинным значением. Бом рассмотрел ряд простейших процессов измерения и получения результатов, совпадающих с предсказаниями квантовой теории. Однако парадоксальность квантовой механики заключается не столько в том, что в ней имеются особые эффекты, не объяснимые с точки зрения классической теории, сколько в существовании противоречащих друг другу классических эффектов. В частности, законы квантовой механики инвариантны по отношению к преобразованиям переменных.

Модель субквантовой жидкости не удовлетворяет этому требованию, поэтому она не в состоянии объяснить результаты более сложных экспериментов. Мы, однако, не будем рассматривать эти эксперименты, так как в п. 7.5 доказывается принципиальная невозможность введения скрытых параметров в квантовую механику.

7.4. Модель субквантовой волновой функции. В модели, предложенной Винером и Зигелем [111], состояние микросистемы описывается двумя волновыми функциями — обычной Квантовомеханической волновой функцией ψ и "скрытой" волновой функцией ξ. Последняя вводится для того, чтобы точно предсказать, какое из собственных значений наблюдаемой величины получится при ее измерении. Мы проиллюстрируем модель Винера — Зигеля на примере измерения проекции спина электрона. Винер и Зигель полагают, что кроме явного волнового вектора электрона

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \tag{7.7}$$

существует еще "скрытый" вектор

$$\xi = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}, \tag{7.8}$$

который предопределяет результат измерения S_z. А именно, если

$$\frac{|\psi_1|}{|\xi_1|} > \frac{|\psi_2|}{|\xi_2|}, \tag{7.9}$$

то S_z=1/2. Если же

$$\frac{|\psi_1|}{|\xi_1|} < \frac{|\psi_2|}{|\xi_2|}, \tag{7.10}$$

то $S_z = -1/2$. В отличие от ψ, вектор ξ ненормирован: $|\xi_1|^2 + |\xi_2|^2$ не обязательно равно единице. Чтобы модель скрытых параметров можно было рассматривать как фундамент квантовой механики, из этой модели должны следовать Квантовомеханические постулаты, в частности из модели Винера — Зигеля должны вытекать вероятности (3.38) и (3.39). Можно показать, что эти вероятности получаются, если предположить, что "скрытый" вектор ξ случаен, причем величины $|\xi_1|$ и $|\xi_2|$ независимы, изменяются от нуля до бесконечности и распределены по закону

$$f(|\xi_j|) = |\xi_j| \exp(-|\xi_j|^2/2) \quad (j = 1,2). \tag{7.11}$$

Эта модель непосредственно обобщается на случай произвольного спина.

Модель Винера — Зигеля объясняет единичное измерение проекции спина, но не может объяснить достаточно сложную совокупность из нескольких измерений (см. п. 7.5).

7.5. Доказательство Кошена — Шпеккера. Как мы уже отмечали, "неклассичность" квантовой механики состоит не столько в наличии случайности, сколько в том, что случайность "диким" образом комбинируется с необходимостью. Случайные результаты простых измерений можно было бы объяснить скрытыми параметрами, но при достаточно сложном измерении случайные результаты связаны между собой необходимыми связями (корреляциями), что как мы покажем, исключает возможность существования скрытых параметров.

Для доказательства невозможности введения скрытых параметров в квантовую механику достаточно найти хотя бы один пример, который невозможно объяснить существованием таких параметров. В качестве такого примера мы рассмотрим измерение квадрата проекции спина для частицы с единичным спином

$$S = 1. \tag{7.12}$$

Как следует из п. 3.9, квадрат проекции спина $S_{\mathbf{l}}^2$ на произвольную ось $\mathbf{l}$ может принимать два значения

$$S_{\mathbf{l}}^2 = 0 \text{ или } S_{\mathbf{l}}^2 = 1. \tag{7.13}$$

Пусть оси **l**, **m**, **n** и т.д. исходят из одной точки *O*. Построим сферу произвольного радиуса с центром в точке *O*. Она пересечет оси **l**, **m**, **n** и т.д. в точках *L, M, N* и т.д. Развернем сферу на плоскость, которую совместим с плоскостью чертежа. Тогда каждой точке *L*, *M, N* плоскости соответствуют направления осей **l**, **m**, **n**, исходящих из точки *O*. Если направления **l** и **m** ортогональны (т.е. перпендикулярны), то соответствующие им точки *L* и *M* соединим линией. Если же два направления не ортогональны, то соответствующие им точки не соединяем линией. Например, на рис. 18 изображено 8 направлений: *A, B, C, D, E, F, G, H*. Направления *A* и *B* ортогональны, а направления *A* и *D* неортогональны. В чем же различие между ортогональностью и неортогональностью осей? Как мы показываем в п. 9.5, если **l** и **m** ортогональны, то значения $S_{\mathbf{l}}^2$ и $S_{\mathbf{m}}^2$ совместны. Это означает, что при

$$\mathbf{l}\cdot\mathbf{m} = 0 \tag{7.14}$$

существует квантовое состояние, в котором ве-

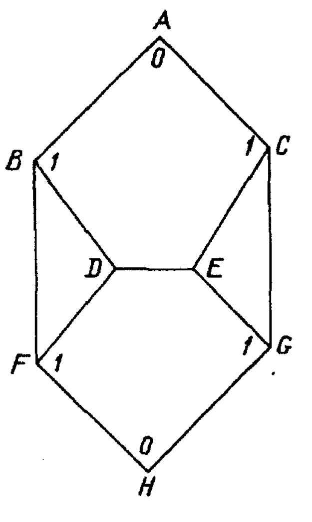

Рис. 18. Невозможность построения моделей скрытых параметров. Ортогональным направлениям соответствуют точки, непосредственно соединенные прямыми линиями

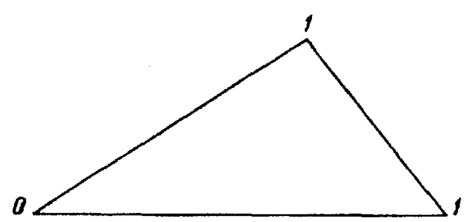

Рис. 19. Возможная комбинация $S_{\mathbf{l}}^2$, $S_{\mathbf{m}}^2$, $S_{\mathbf{n}}^2$ для трех взаимно ортогональных направлений

личины $S_{\mathbf{l}}^2$ и $S_{\mathbf{m}}^2$ одновременно определены. Если три оси $\mathbf{l}$, $\mathbf{m}$, $\mathbf{n}$ попарно ортогональны, то согласно п. 9.5, значения $S_{\mathbf{l}}^2$, $S_{\mathbf{m}}^2$, $S_{\mathbf{n}}^2$ совместны, причем два из них равны единице, а третье — нулю. Иными словами, для трех попарно ортогональных направлений возможна только комбинация нулей и единиц, изображенная на рис. 19. Из этого следует, что для двух взаимно ортогональных направлений возможны только комбинации нулей и единиц, показанных на рис. 20, и невозможна комбинация, показанная на рис. 21. Следовательно, на рис. 18 две точки с нулями не могут быть соединены линией, т. е. соответствующие им направления не могут быть ортогональны.

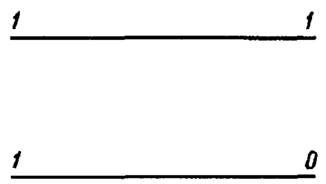

Рис. 20. Возможные комбинации значений $S_{\mathbf{l}}^2$ и $S_{\mathbf{m}}^2$ для двух взаимно ортогональных направлений

Рис. 21. Невозможная комбинация значений $S_{\mathbf{l}}^2$ и $S_{\mathbf{m}}^2$ для двух взаимно ортогональных направлений

Рассмотрим теперь случай, когда направления $\mathbf{l}$ и $\mathbf{m}$ неортогональны:

$$\mathbf{l}\cdot\mathbf{m} \neq 0. \qquad (7.15)$$

Как мы показываем в п. 9.5, при этом значения $S_{\mathbf{l}}^2$ и $S_{\mathbf{m}}^2$ несовместны. Это означает, что при любом определенном значении $S_{\mathbf{l}}^2$ величина $S_{\mathbf{m}}^2$ всегда является случайной, принимающей два значения: 0 или 1. Например, если

$$S_{\mathbf{a}}^2 = 0$$

(см. рис. 18), то $S_{\mathbf{h}}^2$ может равняться как нулю, так и единице. Если бы существовали скрытые параметры, то при некоторых их значениях $S_{\mathbf{h}}^2$ равнялось бы нулю, а при других — единице.

Покажем теперь, что экспериментальная ситуация, показанная на рис. 18, противоречит любой модели скрытых параметров. Доказываем от противного. Если бы существовали скрытые параметры, то при некотором их выборе величины $S_{\mathbf{a}}^2$ и $S_{\mathbf{h}}^2$ одновременно равнялись бы нулю. Как видно из рис. 20, из $S_{\mathbf{a}}^2 = 0$ следует

$$S_{\mathbf{b}}^2 = 1.$$

Аналогично

$$S_{\mathbf{c}}^2 = 1.$$

Точно так же из

$$S_{\mathbf{h}}^2 = 0$$

вытекает

$$S_{\mathbf{f}}^2 = 1,\ S_{\mathbf{g}}^2 = 1.$$

Из треугольника BFD и рис. 19 следует, что

$$S_{\mathbf{d}}^2 = 0.$$

Аналогично из треугольника CEG следует

$$S_{\mathbf{e}}^2 = 0.$$

Мы получили для двух взаимно ортогональных направлений $\mathbf{d}$ и $\mathbf{e}$ нулевые значения квадрата проекции спина, т. е. получилась невозможная ситуация, показанная на рис. 21. Таким образом, гипотеза о существовании скрытых параметров приводит к противоречию. Иначе говоря, введение в квантовую механику скрытых параметров невозможно.

В приведенном доказательстве мы молчаливо предполагали, что конфигурация, изображенная на рис. 18, осуществима. То, что это так, явствует из следующего примера:

$$\mathbf{a} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k},\ \mathbf{b} = \mathbf{j} + \mathbf{k},\ \mathbf{c} = \mathbf{i} + \mathbf{j},\ \mathbf{d} = \mathbf{i}, \tag{7.16}$$
$$\mathbf{e} = \mathbf{k},\ \mathbf{f} = \mathbf{j} - \mathbf{k},\ \mathbf{g} = \mathbf{i} - \mathbf{j},\ \mathbf{h} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k},$$

где $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ — три взаимно ортогональных орта. Мы привели доказательство невозможности введения в квантовую механику скрытых параметров, данное Кошеном и Шпеккером [100], несколько модифицированное в работе [65].

7.6. Отрицательные вероятности. В приведенном в предыдущем пункте доказательстве невозможности построения моделей скрытых параметров обсуждались только "разумные" модели. Если же рассматривать и "дикие" модели, то скрытые параметры возможны. Такая "дикая" модель была предложена Вигнером [112] (см. также [113—121]). В этой модели вводится совместная плотность вероятности координаты x и импульса p

$$f(x,p) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\psi^*(x + \frac{h\tau}{2})e^{ip\tau}\psi(x - \frac{h\tau}{2})\mathrm{d}\tau, \tag{7.17}$$

где $\psi(x)$ — волновая функция, $h = 2\pi\hbar$. С помощью функции $f(x, p)$ можно получить вероятность $\mathrm{d}w_x(x)$ нахождения частицы в интервале $(x, x+\mathrm{d}x)$:

$$\mathrm{d}w_x(x) = \mathrm{d}x\int f(x, p)\mathrm{d}p. \tag{7.18}$$

Аналогично вероятность $\mathrm{d}w_p(p)$ того, что импульс частицы лежит в интервале $(p, p + \mathrm{d}p)$, равна

$$\mathrm{d}w_p(p) = \mathrm{d}p\int f(x, p)\mathrm{d}x. \tag{7.19}$$

Однако выражение (7.17) не означает, что частица имеет одновременно определенную координату и определенный импульс, так как функция $f(x,p)$ может принимать отрицательные значения, что недопустимо (см. п. 3.1). Следует отметить, что распределением Вигнера (7.17) пользуются не только для введения скрытых параметров в квантовую механику. Это распределение удобно для вычисления различных квантовых эффектов [122].

Здесь уместно вспомнить житейское правило: работящий человек редко бывает жуликом. Наше обычное понимание вероятности как неотрицательной величины может означать, что мы слишком узко трактуем понятие вероятности [123, 124]. Мы приведем историческую аналогию. В XVI веке Кардано вывел формулу

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \tag{7.20}$$

для решения уравнения

$$x^3 + px + q = 0. \tag{7.21}$$

При этом в ряде случаев под квадратным корнем получалось отрицательное выражение, т. е. возникали мнимые числа, которые в то время считались недопустимыми. Однако если формально обращаться с мнимыми числами так же, как с действительными, то в результате мнимые числа уничтожаются и получаются вещественные корни. Так, в случае уравнения

$$x^3 - 3x + \sqrt{2} = 0$$

имеем

$$x = \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}} + \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}}.$$

Представим это выражение в тригонометрической форме

$$x = \sqrt[3]{\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ} + \sqrt[3]{\cos 135^\circ - i \sin 135^\circ}.$$

Пользуясь формулой Муавра

$$(\cos\alpha + i\sin\alpha)^n = \cos n\alpha + i\sin n\alpha$$

при $n = 1/3$, получим

$$x = 2\cos 45^\circ = \sqrt{2}.$$

8. Различие логических структур классической физики и квантовой механики

Один математик никак не мог найти свои очки. После долгих безуспешных поисков он призвал на помощь логическое мышление: "У меня были очки — значит, я плохо видел. Но как же я вижу, что их нигде нет — значит, очки на мне!" Потрогав переносицу, математик убедился, что он и не снимал очков.

8.1. Классическая логика. Приведенное в предыдущей главе доказательство невозможности построения моделей скрытых параметров, т.е. невозможности сведения квантовой механики к классической физике, выглядит довольно искусственным. Существует очень простое и естественное доказательство [101], опирающееся на несовместимость логической структуры квантовой механики с логической структурой классической физики. Однако для понимания этого доказательства необходимо знакомство с классической и квантовой логиками. "Классическая логика" и "квантовая логика" — это общепринятые, но очень неудачные термины. Логика — это наука об общих законах мышления. Не существует каких-то особых законов мышления квантовой механики, отличных от законов мышления классической физики. Так же как не существует логики высокотемпературной плазмы, отличной от логики низкотемпературной плазмы. Квантовой логикой называют математическую логику, дополненную постулатом суперпозиции (см. п. 3.5). В противоположность этому математическую логику без всяких дополнительных постулатов называют классической логикой. Иными словами, классическая логика — это просто исчисление высказываний.

Слово "исчисление" означает, что логические операции обозначаются математическими символами сложения и умножения, и действия над ними образуют особую алгебру(10*). Каждому высказыванию A соответствует некоторое множество Ω_A точек в фазовом пространстве, для которых это высказывание истинно. Множество Ω_A называется носителем высказывания A. Например, носителем Ω_A высказывания "$x^2+p^2 < 1$" является круг единичного радиуса на плоскости x, p с центром в начале координат. Если даны два высказывания A и B и высказывание C заключается в том, что справедливо хотя бы одно из высказываний A или B, то говорят, что высказывание C является суммой высказываний A и B, и записывают это соотношение между высказываниями в виде равенства

$$C = A + B. \tag{8.1}$$

Если высказывание C состоит в том, что справедливы оба высказывания A и B, то говорят, что высказывание C является произведением этих высказываний и записывают это соотношение между высказываниями в виде равенства

$$C = A \cdot B. \tag{8.2}$$

В разговорном языке логическому сложению соответствует союз "или", а логическому умножению — союз "и". Операции сложения и умножения классической логики представляют собой теоретико-множественное сложение и умножение носителей соответствующих высказываний

$$\Omega_{A+B} = \Omega_A + \Omega_B, \ \Omega_{AB} = \Omega_A \Omega_B. \tag{8.3}$$

Между *некоторыми* парами высказываний A, B, C,... можно установить отношение причины и следствия

$$A \to B, \tag{8.4}$$

означающее, что если высказывание A истинно, то высказывание B также истинно. Иными словами, высказывание B является следствием высказывания A. Отношение $A \to B$ означает, что носитель Ω_A высказывания A является подмножеством носителя Ω_B высказывания B:

$$\Omega_A \subset \Omega_B. \tag{8.5}$$

Например, высказывание B "$p > 0$" является следствием высказывания C "$p > 1$":

$$C \to B. \tag{8.6}$$

На рис. 22 область Ω_B изображена косой штриховкой, а область Ω_C изображена двойной штриховкой. Мы видим, что имеет место соотношение

$$\Omega_C \subset \Omega_B. \tag{8.7}$$

Рис. 22. Отношение причины и следствия в классической логике

Заметим, что отношение причины и следствия существует не для любой пары высказываний. Так, между высказываниями A "$p > 0$" и B "$p < 0$" нельзя установить отношение причины и следствия, так как ни одно из них не является следствием другого.

Введенные обозначения позволяют компактно записывать сложные логические конструкции. Например, высказывание "если кто-нибудь из товарищей опаздывал на молебен, или доходили слухи о какой-нибудь проказе гимназистов, или видели классную даму поздно вечером с офицером, то он очень волновался и все говорил, как бы чего не вышло" можно записать очень кратко

$$A + B + C \to D \cdot E, \tag{8.8}$$

где A — "кто-нибудь из товарищей опаздывал на молебен", B — "доходили слухи о какой-нибудь проказе гимназистов", C — "видели классную даму поздно вечером с офицером", D — "он сильно волновался", E — "он говорил, как бы чего не вышло".

Отношение причины и следствия, очевидно, связано с операциями сложения и умножения высказываний законами

$$A \to A + B, \quad A \cdot B \to A, \tag{8.9}$$

называемыми законами следствия, и законами

$$\text{если } A \to B, \text{ то } A + B = B \text{ и } A \cdot B = A, \tag{8.10}$$

называемыми законами поглощения.

Проиллюстрируем приведенные свойства высказываний на примере. Пусть $\vec{\mu}$ — вектор магнитного момента атома. Высказывание A состоит в том, что $\vec{\mu}$ направлен вдоль оси x, высказывание B — в том, что он направлен вдоль оси y. и C — в том, что он лежит в плоскости x, y. Носителями высказываний A, B, C являются: Ω_A — ось x, Ω_B — ось y, Ω_C — плоскость x, y. Далее, высказывание $A + B$ состоит в том, что вектор $\vec{\mu}$ направлен либо вдоль оси x, либо вдоль оси y, Носителем этого высказывания Ω_{A+B} является совокупность двух прямых x и y. Высказывание $A \cdot B$ состоит в том, что вектор $\vec{\mu}$ направлен вдоль оси x, и вдоль оси y, что невозможно. Это высказывание абсурдно, поэтому оно не имеет носителя. Выражаясь математическим языком, носителем этого высказывания является пустое множество. Очевидно,

$$\Omega_A \subset \Omega_C. \tag{8.11}$$

Поэтому

$$A \to C. \tag{8.12}$$

8.2. Квантовая логика. Структура фазового пространства в квантовой механике совершенно не такая, как в классической физике. В классической физике носителем Ω_A некоторого высказывания A может быть любая область фазового пространства. В квантовой же механике вследствие принципа суперпозиции состояние системы, описываемой волновой функцией ψ, описывается также и волновой функцией

$$\Psi = C\psi \quad (C = \mathrm{const}). \tag{8.13}$$

(В этом пункте мы будем полагать волновые функции ненормированными.) Утверждение (8.13) означает, что носителем высказывания A "состояние системы описывается волновой функцией ψ" является не точка фазового пространства ψ, а прямая L_A, описываемая уравнением (8.13), где константа C пробегает всевозможные значения. Далее, если система может находиться и в состоянии ψ_1, и в состоянии ψ_2, то она тем самым может находиться и в любом состоянии

$$\Psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2. \tag{8.14}$$

Иными словами, носителем этого высказывания является плоскость (8.14), натянутая на векторы ψ_1 и ψ_2.

В квантовой логике, так же как и в классической логике (см. п. 8.1), может быть построено исчисление высказываний, основывающееся на операциях сложения, умножения и отношении следования [127—129]. При этом операция умножения и отношение следования индуцируют такие же отношения между носителями высказываний, как и в классической логике:

$$L_{AB} = L_A \cdot L_B; \tag{8.15}$$

$$\text{если } A \to B, \text{ то } L_A \subset L_B. \tag{8.16}$$

Что же касается операции сложения, то ей соответствует не теоретико-множественная сумма $L_A + L_B$ носителей отдельных слагаемых L_A и L_B, а совокупность всевозможных сумм векторов $x + y$, где $x \in L_A$ и $y \in L_B$. Эта совокупность сумм векторов называется прямой суммой носителей L_A и L_B и обозначается так:

$$L_{A+B} = L_A \oplus L_B \neq L_A + L_B. \tag{8.17}$$

Пусть, например, высказывание A состоит в том, что вектор $\vec{\mu}$ направлен вдоль оси x, высказывание B состоит в том, что этот вектор направлен вдоль оси y, а высказывание C — в том, что он лежит в плоскости x, y. Высказывание $A + B$ состоит в том, что вектор $\vec{\mu}$ имеет вид

$$\vec{\mu} = c_1\vec{\mu}_1 + c_2\vec{\mu}_2, \tag{8.18}$$

где $\vec{\mu}_1$ и $\vec{\mu}_2$ направлены соответственно вдоль осей x и y, а c_1 и c_2 — константы. Иными словами, высказывание $A + B = C$ состоит в том, что вектор $\vec{\mu}$ лежит в плоскости x, y (напомним, что в классической логике высказывание $A + B$ состоит в том, что вектор $\vec{\mu}$ направлен либо вдоль оси x, либо вдоль оси y).

8.3. Невозможность введения скрытых параметров. Докажем теперь невозможность введения скрытых параметров в квантовую механику [101]. Доказательство основывается на том, что при переходе от квантовой логики к классической отношение следования $A \to B$ может нарушаться. Это недопустимо, если мы хотим, чтобы какая-то новая классическая теория была фундаментом квантовой механики. Доказательство невозможности введения скрытых параметров будем проводить от противного. Предположим противное — что существует какой-то классический фундамент квантовой теории. При этом любому высказыванию A квантовой теории будет соответствовать несколько высказываний $A(\xi)$ классической теории, где ξ — значение некоторого скрытого параметра, однозначно определяющее результаты любых измерений. В квантовом фазовом пространстве L высказыванию A соответствует множество векторов (L_A — носитель этого высказывания). Этому же высказыванию в классическом фазовом пространстве Ω соответствует множество векторов ($\Omega_{A(\xi)}$ — носитель высказывания $A(\xi)$). При этом скрытый параметр ξ пробегает все значения, совместимые с квантовым высказыванием A.

Отношение следования $A \to B$ в квантовой теории означает, что носитель L_A высказывания A является подмножеством носителя L_B высказывания B:

$$L_A \subset L_B. \tag{8.19}$$

Аналогично, в предполагаемой классической теории со скрытым параметром ξ, являющейся фундаментом квантовой механики, отношение следования $A(\xi) \to B(\xi)$ означает, что носитель $\Omega_{A(\xi)}$ высказывания $A(\xi)$ является подмножеством носителя $\Omega_{B(\xi)}$ высказывания $B(\xi)$:

$$\Omega_{A(\xi)} \subset \Omega_{B(\xi)}. \tag{8.20}$$

Сохранение отношения следования $A \to B$ означает, что формулы (8.19) и (8.20) равносильны.

Для опровержения гипотезы о скрытых параметрах достаточно привести хотя бы один пример, в котором формулы (8.19) и (8.20) неравносильны. С этой целью рассмотрим три вектора $\vec{\mu}_1, \vec{\mu}_2, \vec{\mu}_3$, лежащие в одной плоскости. Пусть высказывания A, B, C состоят в том, что система находится в состояниях соответственно $\vec{\mu}_1, \vec{\mu}_2, \vec{\mu}_3$. Повторяя рассуждения, приведенные в п. 8.2, находим

$$L_C \subset L_A \oplus L_B \equiv L_{A+B}. \tag{8.21}$$

Поэтому

$$C \to A + B. \tag{8.22}$$

С другой стороны, согласно п. 8.1 соответствующая формула

$$\Omega_C \subset \Omega_{A+B}, \tag{8.23}$$

а вместе с ней и соотношение (8.22) не имеют места.

Мы видим, что отношения следования могут нарушаться. Таким образом, никакая классическая теория не может служить фундаментом квантовой теории, т.е. введение скрытых параметров невозможно.

9. Математические дополнения

> Сейчас ученые гё'ттингенские математики так много говорят об эрмитовых матрицах, а я даже не знаю, что такое матрица.
>
> (*В. Гейзенберг* [130] [11*])

9.1. Доказательство соотношения неопределенностей. Соотношение

$$\Delta k \cdot \Delta x \sim 1 \tag{9.1}$$

можно получить с помощью преобразования Фурье. Мы ограничимся простейшим случаем, когда отклонение поля (например, давления) от постоянного значения определяется формулой

$$u(x) = \mathrm{Re}\, U(x), \tag{9.2}$$

$$U(x) = Ae^{ikx}e^{-x^2/(\Delta x)^2}; \tag{9.3}$$

здесь A — некоторое постоянное комплексное число. Мы рассматриваем поле в фиксированный момент времени, который для простоты полагаем равным нулю.

Интенсивность волны в точке x, как известно, равна $|U(x)|^2$. Если бы в формуле (9.3) отсутствовал множитель $\exp[-x^2/(\Delta x)^2]$,то интенсивность волны была бы одинакова во всем пространстве:

$$|U(x)|^2 = |A|^2 = \mathrm{const}. \tag{9.4}$$

В этом случае неопределенность координаты была бы бесконечно большой:

$$\Delta x = \infty.$$

Благодаря множителю $\exp[-x^2/(\Delta x)^2]$ интенсивность волны убывает с ростом x^2 и становится бесконечно малой при $x^2 \gg (\Delta x)^2$. Таким образом, волна (9.2) локализована в точке $x=0$, причем неопределенность координаты равна Δx. С другой стороны, волну (9.2) можно представить в виде суперпозиции плоских волн $e^{ik'x}$ с различными волновыми числами k':

$$U(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik'x}a(k')\mathrm{d}k', \tag{9.5}$$

где $a(k')$ — амплитуда, соответствующая волновому вектору k'. Для нахождения $a(k')$ обратим преобразование Фурье:

$$Ae^{ikx}e^{-x^2/(\Delta x)^2} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik'x}a(k')\mathrm{d}k'. \tag{9.6}$$

Как известно, это обращение имеет вид

$$a(k') = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} Ae^{-i(k'-k)x}\, e^{-x^2/(\Delta x)^2}\mathrm{d}x. \tag{9.7}$$

Этот интеграл легко берется:

$$a(k') = \frac{1}{2}A\frac{|\Delta x|}{\sqrt{\pi}}\exp\left[-\frac{(\Delta x)^2(\Delta k)^2}{4}\right], \tag{9.8}$$

где

$$\Delta k = k' - k.$$

Мы видим, что интенсивность волны убывает с ростом Δk и становится бесконечно малой при $(\Delta k)^2 \gg 1/(\Delta x)^2$. Поэтому неопределенности Δk и Δx связаны соотношением

$$|\Delta k|\cdot|\Delta x| \sim 1,$$

что и требовалось доказать.

9.2. Собственные значения и собственные векторы. Математический аппарат квантовой механики содержит понятие гильбертова пространства. Абстрактность гильбертова пространства затрудняет понимание квантовой механики. Поэтому нам представляется целесообразным проиллюстрировать сначала эту математическую схему на простейшей модели электропроводности в двумерном пространстве. Как известно, электрическое поле **E**, приложенное к веществу, вызывает плотность тока **j**. Эти величины связаны между собой законом Ома

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \tag{9.9}$$

где σ — электропроводность вещества. Электропроводность σ является числом только в простейшем случае, когда свойства среды во всех направлениях одинаковы (изотропная среда). Однако в кристалле электропроводность зависит от направления (анизотропия). При этом электрическое поле E_1, направленное вдоль оси x_1, вызывает не только ток j_1, направленный вдоль той же оси x_1, но и ток j_2, направленный вдоль другой оси x_2, перпендикулярной x_1. Аналогично поле E_2, направленное вдоль оси x_2, вызывает компоненты тока j_1 и j_2.

При малых значениях $\mathbf{E} = (E_1, E_2)$ зависимость $\mathbf{j} = (j_1, j_2)$ от **E** линейна, т.е. имеет вид

$$j_1 = \sigma_{11}E_1 + \sigma_{12}E_2, \tag{9.10}$$

$$j_2 = \sigma_{21}E_1 + \sigma_{22}E_2. \tag{9.11}$$

Эти два уравнения можно записать в компактном виде

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma}\mathbf{E}, \tag{9.12}$$

где $\hat{\sigma}$ — оператор электропроводности, действующий на вектор **E** и являющийся матрицей,

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{pmatrix}. \tag{9.13}$$

В формуле (9.12) **j** и **E** являются векторами-столбцами

$$\mathbf{j} = \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}. \tag{9.14}$$

В кристалле существуют такие направления, вдоль которых анизотропия как бы исчезает, т.е. ток параллелен электрическому полю:

$$\mathbf{j} = \alpha \mathbf{E}, \tag{9.15}$$

где α — уже не матрица, а число. Соответствующий этому направлению вектор E называется собственным вектором, а число α — собственным значением оператора $\hat{\sigma}$. Собственный вектор и собственное значение оператора o находятся из уравнений (9.10), (9.11) и (9.15):

$$(\sigma_{11} - \alpha)E_1 + \sigma_{12}E_2 = 0, \tag{9.16}$$

$$\sigma_{21}E_1 + (\sigma_{22} - \alpha)E_2 = 0.$$

Эта система из двух линейных однородных уравнений всегда имеет нулевое решение

$$E_1 = E_2 = 0.$$

Это решение соответствует тривиальному утверждению, что при отсутствии электрического поля отсутствует и электрический ток. Электропроводность же соответствует нетривиальному решению, когда ток отличен от нуля. Для того чтобы существовало нетривиальное решение, необходимо, чтобы определитель системы (9.16) равнялся нулю:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{11} - \alpha & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - \alpha \end{vmatrix} = 0. \qquad (9.17)$$

Это алгебраическое уравнение второго порядка определяет два собственных значения α_1 и α_2. При $\alpha = \alpha_1$ или $\alpha = \alpha_2$ одно из уравнений системы (9.16) является следствием другого. Взяв, например, первое уравнение и положив $\alpha = \alpha_1$, мы найдем собственный вектор $\mathbf{E}^{(1)} = (E_1^{(1)}, E_2^{(1)})$:

$$E_1^{(1)} = \sigma_{12}, \ E_2^{(1)} = \alpha_1 - \sigma_{11}. \qquad (9.18)$$

Собственный вектор $\mathbf{E}^{(1)}$ определен с точностью до произвольного множителя C: если $\mathbf{E}^{(1)}$ — собственный вектор, то $C\mathbf{E}^{(1)}$ — тоже собственный вектор. Аналогично определяется второй собственный вектор $\mathbf{E}^{(2)}$, соответствующий собственному значению α_2.

Выше мы молчаливо предполагали, что все рассматриваемые величины вещественны. Однако часто приходится иметь дело с электрическим полем, изменяющимся по гармоничному закону:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}. \qquad (9.19)$$

В этом случае $\mathbf{E}$, $\mathbf{j}$ и $\hat{\sigma}$ будут комплексными величинами.

Заметим, что, согласно известным соотношениям Онзагера [131], выполняется равенство

$$\sigma_{12} = \sigma_{21}^*, \ \sigma_{11} = \sigma_{11}^*, \ \sigma_{22} = \sigma_{22}^*. \qquad (9.20)$$

(звездочка означает комплексно сопряженную величину). Такая матрица называется эрмитовой (или самосопряженной).

Обычно векторы имеют три и более компоненты. Например, положение двух частиц с координатами (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) характеризуется шестимерным вектором $\mathbf{l} = (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2)$. Совокупность таких векторов именуется шестимерным пространством. Более сложные физические системы описываются в пространстве большого числа измерений (многомерное пространство).

Соотношения (9.10), (9.11), (9.15), (9.16) и (9.17) непосредственно обобщаются на случай n-мерного пространства:

$$m_i = \sigma_{ij} l_j, \qquad (9.21)$$

$$\mathbf{m} = \alpha \mathbf{l}, \qquad (9.22)$$

$$(\hat{\sigma} - \alpha\hat{I})\mathbf{l} = 0, \qquad (9.23)$$

$$\det(\hat{\sigma} - \alpha\hat{I}) = 0; \qquad (9.24)$$

здесь $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_n)$, $\hat{\sigma}$ — n-мерная матрица с элементами σ_{ij}, $\hat{I}$ — единичная матрица (так называется матрица, у которой на главной диагонали стоят единицы, а остальные элементы равны нулю); по повторяющимся индексам производится суммирование от 1 до n.

9.3. Понятие о гильбертовом пространстве. Гильбертово пространство — это бесконечномерное пространство, в котором определено скалярное произведение двух векторов[12*]. В конечномерном пространстве скалярное произведение векторов **l** и **m** определяется выражением

$$(\mathbf{l}, \mathbf{m}) = l_i^* m_i \tag{9.25}$$

(по повторяющимся индексам суммируем). Формула (9.25) является непосредственным обобщением скалярного произведения в обычном евклидовом пространстве. Скалярный квадрат вектора определяет его норму (длину):

$$\|\mathbf{l}\|^2 = l_i^* l_i = \sum_{i=1}^{n} |l_i|^2 \ . \tag{9.26}$$

Заметим, что норма любого ненулевого вектора положительна. Именно для этого вводился знак комплексного сопряжения в формуле (9.25). Вектор единичной длины называется нормированным. Для того чтобы нормировать произвольный вектор **l**, его следует разделить на норму. Это означает, что вектор $\mathbf{l}/\|\mathbf{l}\|$ имеет единичную длину.

С помощью скалярного произведения выражается другое важное понятие — ортогональность (т.е. перпендикулярность) двух векторов. А именно, векторы **l** и **m** называются ортогональными, если их скалярное произведение равно нулю:

$$(\mathbf{l}, \mathbf{m}) = 0. \tag{9.27}$$

Понятие эрмитовости непосредственно обобщается на случай n-мерного пространства:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}^*. \tag{9.28}$$

Можно показать, что все собственные значения эрмитовой матрицы вещественны, а различные собственные векторы попарно ортогональны. Последнее свойство позволяет представить любой вектор **q** в виде суперпозиции (суммы) собственных векторов $\mathbf{l}^{(i)}$ произвольного эрмитова оператора $\hat{\sigma}$:

$$\mathbf{q} = c_i \mathbf{l}^{(i)}. \tag{9.29}$$

При этом собственные векторы $\mathbf{l}^{(i)}$ можно считать нормированными. Благодаря соотношениям ортогональности коэффициенты c_i имеют очень простой вид [132]

$$c_i = (\mathbf{l}^{(i)}, \mathbf{q}). \tag{9.30}$$

В квантовой механике рассматриваются более сложные объекты — волновые функции $\psi(\mathbf{r})$, где $\mathbf{r}$ — вектор в обычном трехмерном пространстве. Такая функция является бесконечномерным вектором, поскольку для ее определения нужно задать бесконечное число значений ("компонент вектора") $\psi_1(\mathbf{r})$, $\psi_2(\mathbf{r})$,... С другой стороны, компоненту l_i вектора **l** можно рассматривать как функцию индекса i. Поэтому в теории гильбертова пространства исчезает различие между векторами и функциями. В бесконечномерном пространстве скалярное произведение (9.25) будет содержать бесконечное количество слагаемых. Пользуясь определением интеграла

$$\int \varphi(t)\mathrm{d}t = \lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_i \varphi(t_i)\Delta t_i, \tag{9.31}$$

естественно определить скалярное произведение двух функций в виде

$$(\varphi, \psi) = \int \varphi^*(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r})\mathrm{d}\mathbf{r}. \tag{9.32}$$

Формулы (9.26) и (9.27) непосредственно обобщаются на случай гильбертова, т.е. бесконечномерного, пространства.

9.4. Возможные результаты измерений. Если бы потребовалось выразить все содержание квантовой теории в виде единственной формулы, то следовало бы написать

$$P(a_i) = |(\psi^{(i)}, \psi)|^2, \tag{9.33}$$

где $P(a_i)$ — вероятность получить при измерении величины a значение a_i, если квантовый объект находится в состоянии ψ. Этот пункт посвящен более подробной расшифровке формулы (9.33). В квантовой механике каждой физической величине a соответствует некоторый оператор $\hat{A}$. При измерении величины a могут получиться не любые значения, а только собственные значения оператора $\hat{A}$.

В этом пункте мы проиллюстрируем схему измерения в квантовой механике на примере измерения спина электрона. Проекциям спина электрона на оси x, y, z соответствуют операторы [133]

$$\hat{S}_x = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{9.34}$$

$$\hat{S}_y = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \tag{9.35}$$

$$\hat{S}_z = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{9.36}$$

Пользуясь формулами (9.17) и (9.36), получим

$$\begin{vmatrix} \frac{1}{2} - S_z & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} - S_z \end{vmatrix} = 0. \tag{9.37}$$

Поэтому собственные значения оператора $\hat{S}_z$ равны

$$S_z = \pm\frac{1}{2}. \tag{9.38}$$

Из уравнений, аналогичных соотношениям (9.16), получим, что собственному значению $S_z^{(1)} = 1/2$ соответствует собственная функция

$$\psi^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{9.39}$$

а собственному значению $S_t^{(2)} = -1/2$ соответствует собственная функция

$$\psi^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{9.40}$$

Произвольные постоянные множители в формулах (9.39) и (9.40) мы выбрали таким образом, чтобы собственные вектор-функции были нормированными:

$$\| \psi^{(1)} \| = 1, \quad \| \psi^{(2)} \| = 1.$$

Физический смысл собственной функции $\psi^{(1)}$ заключается в том, что в этом состоянии проекция спина электрона S_z определена и равна $+1/2$. Аналогично в состоянии $\psi^{(2)}$ величина S_z равна $-1/2$.

Квантовомеханическая случайность возникает только в тех случаях, когда мы измеряем величину, которая не имеет определенного значения. Например, мы измеряем проекцию спина электрона S_z в состоянии $\psi^{(\alpha)}$, в котором определенное значение имеет проекция $S_{\vec{\alpha}}$ на ось $\vec{\alpha}$. Можно показать, что оператор $\hat{S}_{\vec{\alpha}}$ имеет вид

$$\hat{S}_{\vec{\alpha}} = \alpha_x \hat{S}_x + \alpha_y \hat{S}_y + \alpha_z \hat{S}_z; \tag{9.41}$$

здесь α_x, α_y, α_z — проекции единичного вектора $\vec{\alpha}$ на оси координат. Выбираем систему координат таким образом, чтобы вектор $\vec{\alpha}$ лежал в плоскости x, z и составлял угол φ с осью z. Тогда $\alpha_x = \sin\varphi$, $\alpha_y = 0$, $\alpha_z = \cos\varphi$ и

$$\hat{S}_{\vec{\alpha}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ \sin\varphi & -\cos\varphi \end{pmatrix}. \tag{9.42}$$

Одно из собственных значений $\hat{S}_\alpha = 1/2$. Ему соответствует собственный вектор

$$\psi^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\varphi}{2} \\ \sin\frac{\varphi}{2} \end{pmatrix}. \tag{9.43}$$

При измерении величины S_z в состоянии $\psi^{(\alpha)}$ могут получиться только два значения $S_z = 1/2$ и $S_z = -1/2$. Эти значения случайны. Определенными являются только вероятности этих значений. Для определения этих вероятностей представим вектор $\psi^{(\alpha)}$ в виде суперпозиции векторов $\psi^{(1)}$ и $\psi^{(2)}$:

$$\psi^{(\alpha)} = c_1\psi^{(1)} + c_2\psi^{(2)}. \tag{9.44}$$

При этом вероятность значения $S_z = 1/2$ в состоянии $\psi^{(\alpha)}$ равна $|c_1|^2$, а вероятность значения $S_z = -1/2$ равна $|c_2|^2$. Из формул (9.39), (9.40) и (9.43) находим

$$\psi^{(\alpha)} = \psi^{(1)}\cos\frac{\varphi}{2} + \psi^{(2)}\sin\frac{\varphi}{2}. \tag{9.45}$$

Поэтому вероятность значения $S_z = 1/2$ в состоянии $\psi^{(\alpha)}$ равна $\cos^2(\varphi/2)$, а вероятность значения $S_z = -1/2$ равна $\sin^2(\varphi/2)$.

В частном случае, когда $\varphi = \pi/2$, т.е. вектор $\vec{\alpha}$ направлен вдоль оси x,

$$\psi^{(\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi^{(1)} + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi^{(2)}. \tag{9.46}$$

При измерении проекции спина на ось z мы получим в этом случае значение $1/2$ с вероятностью 50% и значение $-1/2$ также с вероятностью 50%. Если же мы будем измерять то, что существует в этом состоянии, т.е. проекцию спина на ось x, то никакой случайности не возникнет, и мы получим значение

$$S_x = 1/2.$$

Рассмотрим теперь общий случай. Пусть мы измеряем величину a в состоянии ψ. Величине a соответствует определенный оператор $\hat{A}$. Этот оператор имеет собственные векторы $\psi^{(1)}, \psi^{(2)}, \ldots$, соответствующие собственным значениям $a_1, a_2, \ldots$ В результате измерения величины a может получиться только одно из собственных значений a_i оператора $\hat{A}$.

Часто собственные значения оператора дискретны. Это имеет место, например, для оператора энергии электрона в атоме. При этом энергия электрона, которая в классической физике принимает непрерывный ряд значений, в квантовой механике может иметь только определенные дискретные значения.

Заметим, что дискретность встречается и в классической физике. Например, частота, с которой может колебаться струна, может быть не произвольной, а принимать дискретный ряд значений $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, \ldots$ Однако различие между классической и квантовой механикой состоит в том, что в классической физике энергия колебаний никак не связана с их частотой и может принимать любые значения. В квантовой же механике энергия колебаний связана с частотой формулой Планка (2.29). Возвратимся теперь к дискретным собственным значениям a_i Квантовомеханического оператора $\hat{A}$. Чтобы найти вероятность значения a_i, нужно представить вектор состояния ψ в виде суперпозиции собственных векторов $\psi^{(1)}, \psi^{(2)}, \ldots$:

$$\psi = c_1\psi^{(1)} + c_2\psi^{(2)} + \ldots \tag{9.47}$$

При этом вероятность значения a_i равна $|c_i|^2$. Пользуясь выражением (9.30), приходим к формуле (9.33).

9.5. Недостающие звенья в доказательстве Кошена — Шпеккера. При доказательстве невозможности введения скрытых параметров в квантовую механику в п. 7.5 мы использовали два утверждения:

1. Квадраты проекций единичного спина ($S = 1$) на оси I и т, $S_{\mathbf{l}}^2$ и $S_{\mathbf{m}}^2$, совместны тогда и только тогда, когда оси **1** и **m** ортогональны.

2. Если три оси **l**, **m** и **n** попарно ортогональны, то два из значений $S_{\mathbf{l}}^2, S_{\mathbf{m}}^2, S_{\mathbf{n}}^2$ равны единице, а третье — нулю.

Докажем теперь первое из этих утверждений. Условие совместимости величин $S_{\mathbf{l}}^2$ и $S_{\mathbf{m}}^2$ имеет вид

$$\left[\hat{S}_{\mathbf{l}}^2, \hat{S}_{\mathbf{m}}^2\right] \equiv \hat{S}_{\mathbf{l}}^2\hat{S}_{\mathbf{m}}^2 - \hat{S}_{\mathbf{m}}^2\hat{S}_{\mathbf{l}}^2 = 0; \tag{9.48}$$

здесь

$$\hat{S}_{\mathbf{l}} = l_x\hat{S}_x + l_y\hat{S}_y + l_z\hat{S}_z, \tag{9.49}$$

$$\hat{S}_{\mathbf{m}} = m_x\hat{S}_x + m_y\hat{S}_y + m_z\hat{S}_z, \tag{9.50}$$

а операторы $\hat{S}_x$, $\hat{S}_y$ и $\hat{S}_z$ определяются матрицами [133, с. 170]

$$\hat{S}_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{S}_y = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \tag{9.51}$$

$$\hat{S}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Поскольку ось z ничем не выделена, можно считать, что она совпадает с направлением **m**; **m** = (0,0,1). Пользуясь выражениями (9.49), (9.50) и (9.51), находим

$$\left[\hat{S}_{\mathbf{l}}^2, \hat{S}_{\mathbf{m}}^2\right] = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{l_z}{\sqrt{2}}(l_x - il_y) & 0 \\ \frac{l_z}{\sqrt{2}}(l_x + il_y) & 0 & -\frac{l_z}{\sqrt{2}}(l_x - il_y) \\ 0 & \frac{l_z}{\sqrt{2}}(l_x + il_y) & 0 \end{pmatrix}. \tag{9.52}$$

При непараллельных l и т, т.е. если l_x и l_y не равны нулю одновременно, матрица (9.52) равна нулю тогда и только тогда, когда $l_z = 0$. Таким образом, величины $S_{\mathbf{l}}^2$ и $S_{\mathbf{m}}^2$ совместны тогда и только тогда, когда направления **l** и **m** ортогональны.

Перейдем теперь к доказательству второго утверждения. Для этого вычислим оператор квадрата спина

$$\hat{\mathbf{S}}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2. \tag{9.53}$$

Из выражений (9.51) следует

$$\hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2 = 2\hat{I}, \tag{9.54}$$

где $\hat{I}$ — единичная матрица. Так как значения S_x^2, S_y^2, S_z^2 совместны, то они связаны равенством

$$S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = 2. \tag{9.55}$$

Учитывая, что S_x^2, S_y^2, S_z^2 могут равняться только нулю и та единице, находим, что две из этих величин равны единице, а третья — нулю, что и требовалось доказать. Заметим мимоходом, что равенство (9.55) является еще одним проявлением квантового характера спина. Для классического единичного вектора имела бы место трехмерная теорема Пифагора

$$S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = 1. \tag{9.56}$$

ПРИМЕЧАНИЯ

(1*) Полем называется форма материи, отличная от частиц. Поле не сосредоточено в отдельных дискретных точках, а распределено во всем пространстве. Например, в воздухе в каждой точке существует определенное давление. Совокупность значений давления образует поле давлений. Подробнее об этом см. в п. 2.1.

(2*) В данном контексте нам представляется несущественным различие между U (наше тело) и принятым в философской литературе понятием Я (наше сознание).

(3*) Формулы (2.34), (2.35) отличаются от аналогичных классических выражений (2.24), (2.26) не только множетелем $\hbar$, но и смыслом входящих в них величин. В классической физике гармонические составляющие с различными k и ω реально существуют. Напротив, в квантовой механике, как мы увидим в следующей главе, значения p и $\mathcal{E}$ случайны и их неопределенности Δp и $\Delta\mathcal{E}$ определяются как квадратные корни из соответствующих дисперсий.

(4*) Несовместимыми называются такие два события, что наступление одного из них исключает наступление другого.

(5*) Расстояние между щелями по порядку величины не превосходит длины волны электрона λ, определяемой формулой (2.33).

(6*) Заметим, что на достаточно малом интервале времени любые две частицы ведут себя как тождественные [60].

(7*) В квантовой механике при замене t на $-t$ следует заменить волновую функцию ψ на комплексно сопряженную величину ψ^*, что не изменяет никаких наблюдаемых эффектов.

(8*) Мы называем теорию фундаментальной, если ее постулаты первичны, т.е. не следуют из другой, более глубокой теории. В экономике выражение "фундаментальная наука" употребляется в другом смысле — это наука, для которой заранее не видно непосредственных экономических эффектов.

(9*) МэВ — сокращенное обозначение для принятой в ядерной физике единицы энергии — миллион электрон-вольт, равной $1{,}6 \cdot 10^{-13}$ **Дж.**

(10*) Мы изложим лишь то, что необходимо для доказательства невозможности введения скрытых параметров в квантовую механику. Более подробно с исчислением высказываний можно познакомиться, например, по книгам [125, 126].

(11*) Вскоре после этого высказывания именно В. Гейзенберг создал матричную форму квантовой механики.

(12*) Мы опускаем некоторые математические тонкости [98, гл. 2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] *Эйнштейн А., Инфельд Л.* Эволюция физики. — М.: Физматлит, 1965.

1а. Цит. по книге [57а], с. 318.

2. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. — М.: Мир, 1967.
3. *Гейзенберг В.* Смысл и значение красоты в точных науках// Вопросы философии. 1979. № 12.
4. *Ленин В.И.* О значении воинствующего материализма. — М.: Политиздат, 1981.
5. *Мах Э.* Познание и заблуждение. — М.: Изд. Скирмунта, 1909.
6. *Gasse T.* Mathematik fur Metallearbeitende **Befüre.** — Leipzig: Fachbuchverlag, 1956., — Bd. 1. S. 62.
7. *Dewitt B.S., Graham R.N.* Resource letter IQM-1 on the interpretation of quantum mechanics//Am. J. Phys. 1971, V. 39, No. 7. P. 724—738.
8. *Воронцов-Вельяминов Б.А.* Лаплас. — М.: Наука, 1985.
9. Цит. по книге [84].
10. *Бор Н.* Избранные научные труды. Т. 2. — М.: Наука, 1971.

[11] *Фок В.А.* Об интерпретации квантовой механики// УФН. 1957. Т. 62, № 4. С. 461—474.

12. *Грибанов Д.П.* Философские взгляды Альберта Эйнштейна// Вопросы философии. 1979. № 2. С. 15—27.
13. *Мах Э.* Принцип сохранения работы. История и корень его. — СПб., 1909.
14. *Лайтко X., Хоффман Д.* Эрнст Мах: К 150-летию со дня рождения// Вопросы истории естествознания и техники. 1988. № 4, с. 45—57.

14а. *Фок В.А.* Начала квантовой механики. — М.: Наука, 1976.

15. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. Т. 3, 4. — М.: Наука, 1966, 1967.
16. Цит. монографии: *Грибанов Д.П.* Философские взгляды Эйнштейна и развитие теории относительности. — М.: Наука, 1987.
17. *Мигдал А.Б.* Квантовая физика для больших и маленьких. — М.: Наука, 1989.
18. Цит. по книге [5], с. 242.
19. *Гейзенберг В.* Развитие понятий в физике XX столетия// Вопросы философии. 1975. № 1. С. 79—88.
20. Цит. по работе [22], с. 18.

[21] *Садбери А.* Квантовая механика и физика элементарных частиц. — М.: Мир, 1989.

21а. *Бриллюэн Л.* Термодинамика, статистика и информация// УФН. 1962. Т. 77, вып. 2. С. 337—352; translated from Am. J. Phys. 1961. V. 29. P. 318.

22. *Румер Ю.Б.* Возникновение матричной механики// 50 лет квантовой механики. — М.: Наука, 1979.— С. 3—21.
23. *Марков М.А.* Размышления о физике. — М.: Наука, 1988.

23а. *Визгин Вл.П.* Роль идей Э. Маха в генезисе общей теории относительности// Эйнштейновский

сборник, 1986—1990. — М.: Наука, 1990. — С. 49—57.
24. *Гернек Ф.* К письму Альберта Эйнштейна Эрнсту Маху// Вопросы философии. 1960. № 6. С. 104—108.
25. *Bridgman P. W.* The Logic of Modem Physics. — New York, 1958.
26. *Barthel R.* Some comments on the nature of physical theory and their theoretical and pedagogical implications// Am. J. Phys. 1956. V. 24, No. 4. P. 268—272.
27. *Хилл Т.И.* Современные теории познания. — М.: Прогресс, 1965. — Гл. IV.
28. *Clemence G.M.* Astronomical time// Rev. Mod. Phys. 1957. V. 29, No. 1. P. 2—8.
29. *Мандельштам Л.И.* Полное собрание трудов. — М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1950. — Т. 5.
30. *Фейнман Р.* Характер физических законов. — М.: Физматлит, 1987.
[31] *Tisza L.* The conceptual structure of physics// Rev. Mod. Phys. 1963. V. 35, No. 1. P. 151—185.
32. Цит. по статье [31].
33. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. — М.: Физматлит, 1986.
34. *ДеБройль Л.* Революция в физике (Новая физика и кванты). — М.: Атомиздат, 1965.
35. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. — М.: Физматлит, 1967.
36. *Борн М.* Состояние идей в физике и перспективы их дальнейшего развития// Вопросы причинности в квантовой механике. — М.: ИЛ, 1955. — С. 103—121.
37. *LoingerA.* Comments on a recent paper concerning the quantum theory of measurement// Nucl. Phys. 1968. V. A108, No. 2. P. 245—249.
38. Это высказывание Эйнштейна цитируется по [17], с. 24.
39. *Додонов Б.В., Манько В.И.* Обобщение соотношений неопределенностей в квантовой механике// Тр. ФИАН. 1987, Т. 183. С. 5—70.
40. *Паули В.* Общие принципы волновой механики. — М.; Л.: Гостехиздат, 1947.
[41] *Гейзенберг В.* Физические принципы квантовой теории. — Л.; М.: ГТТИ, 1932.
42. Цит. по книге: *Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. — М.: Физматлит, 1978.
43. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. — М.: физматгиз, 1974.
44. *Фок В.А.* Критика взглядов Бора на квантовую механику// УФН, 1951. Т. 45, вып. 1. С. 3—14.
44а. *Feshbach H., WeisskopfV.* Ask a foolish question... //Phys. Today. 1988. V. 41, No. 10. P. 9—11.
45. *Гинзбург В.Л.* Некоторые вопросы теории излучения при сверхсветовом движении в среде// УФН, 1959. Т. 69, вып. 4. С. 537—564.
46. *Цытович В.Н.* Нелинейные эффекты в плазме. — М.: Наука, 1962.
47. *Половин Р.В.* Прикладная теория случайных процессов. — Харьков: Выща школа (ХГУ), 1982.
48. *Whittaker E.T.* Aristotle, Newton, Einstein// Phil. Mag. 1943. V. 34, No. 231. P. 266—280.
49. *Де Бройль Л.* Останется ли квантовая механика индетерминистической?// Вопросы причинности в квантовой механике. — М.: ИЛ, 1955. — С. 11—33.
50. *Блохиниев Д.И.* Принципиальные вопросы квантовой механики. — М.: Физматлит, 1966.
[51] *Гейзенберг В.* Философские проблемы атомной физики. — М.: ИЛ, 1953.
52. *Заславский Г.М., Сагдеев Р.З.* Введение в нелинейную физику. — М.: Физматлит, 1988.
53. *Ter Hoar D.* Theory and applications of the density matrix// Rep. Prog. Phys. 1961. V. 24. P. 304—357.
54. *Daneri A., Loinger A., Prosperi G.M.* Quantum theory of measurement and ergodicity conditions// Nucl. Phys. 1962. V. 33. P. 297—319.
55. *Jauch J.M.* The problem of measurement in quantum mechanics// Helv. Phys. Acta. 1964. V. 37, Fasc 4/5. P. 293—316.
56. *Jauch J.M., Wigner E.P., Yanase M.M.* Some comments concerning measurement in quantum mechanics// Nuovo Cimento. 1967. V. 48. No. 1. P. 144—151.
57. *Гейзенберг В.* Развитие интерпретации квантовой теории// Нильс Бор и развитие физики. — М.:ИЛ, 1958. — С. 23—45.
57а. *Гейзенберг В.* Физика и философия. Часть и целое. — М.: Физматлит, 1989.
58. *Кричевский И.Р.* Понятия и основы термодинамики. — М.: Химия, 1970.
59. *Gardner C.S., Greene J.M., Kruskal M.D., Miura R.M.* Method for solving the Korteweg — deVries equation// Phys. Rev. Lett. 1967. V. 19, No. J9. P. 1095—1097.
60. *Любоишц В.Л., Подгорецкий М.И.* Интерфенция тождественных частиц// ЖЭТФ. 1968. Т. 55, вып. 3(9). С. 904—915.
[61] *Дирак П.А.М.* Принципы квантовой механики. — М.: Физматлит, 1960.
62. *Sciamanda R.J.* Dirac and photon interference// Am. J. Phys. **1970.** V. 37, No. 11. P. 1128—1130.
63. *Куканова Е.Е.* Концепция фотона и современные эксперименты по интерсреренции света//

История и методология естественных наук. 1978. Вып. XIX. Физика. С. 116—122.
64. *Спасский Б.И., Московский Л.В.* О нелокальности в квантовой физике// УФН. 1984. Т. 142, вып. 4. С. 599—617.
65. *Ахиезер А.И., Половин Р.В.* Почему невозможно ввести в квантовую механику скрытые параметры// УФН. 1972. Т. 107, вьш. 2. С. 463—487.
66. *Гриб А.А.* Неравенства Белла и экспериментальная проверка квантовых корреляций на макроскопических расстояниях// УФН. 1984. Т. 142, вып. 4. С. 619—634.
67. *Клышко Д.Н.* Простой метод приготовления чистых состояний оптического поля, реализация эксперимента Эйнштейна, Подольского, Розена и демонстрации принципа дополнительности// УФН. 1988. Т. 154, вып. 1. С. 133—152.
68. *Молчанов Ю.Б.* Парадокс Эйнштейна — Подольского — Розена и принцип причинности// Вопросы философии. 1983. № 3. С. 30—39.
68а. *Aharonov Y., Bohm D.* Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory// Phys. Rev. 1959. V. 115, No. 3. P. 485—491.
686. *Фейнберг Е.Л.* Об "особой роли" электромагнитных потенциалов в квантовой механике// УФН. 1962. Т. 78, вып. 1. С. 53—64.
69. *Бунге М.* Причинность. — М.: ИЛ, 1962.
70. *Максимов А.А.* Марксистский философский материализм и современная физика// Вопросы философии. 1948. № 3. С. 105—124.
[71] *Льоцци М.* История физики. — М.: Мир, 1970.
72. *Леггет А.Дж.* Шрёдингеровская кошка и ее лабораторные сородичи// УФН. 1986. Т. 148, вып. 4. С. 671—688.
73. *Лаплас П.* Опыт философии теории вероятностей. — М.: Типолитогр. т-во "И.Н. Кушнерев и К°", 1908. — С. 10—11.
74. *Энгельс Ф.* Диалектика природы. — М.: Госполитиздат, 1950.
75. Цит. по книге: *Максвелл Д.К.* Статьи и речи. — М.: Наука, 1968.
76. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* Введение в теорию квантованных полей. — М.: Физматлит, 1984.
76а. *De Beauregard O. C.* Lorentz and CPT invariances and Einstein — Podolsky — Rosen correlations// Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50, No. 12. P. 867—869.
77. *Ахиезер А.И.* Философские идеи В.И. Ленина и эволюция физической картины мира// Вопросы философии. 1970. No. 6. С. 37—47.
78. *Frank P.* Why do scientists and philosophers so often disagree about the merits of a new theory// Rev. Mod. Phys. 1941 V. 13. No. 3. P. 171—175.
79. *Шапиро И.С.* Квантовая теория без принципа суперпозиции// ЯФ. 1972. Т. 16, вып. 6. С. 1318—1328.
80. *Фок В.А.* Против невежественной критики современных физических теорий// Вопросы философии. 1953. No. 1. С. 168—174.
[81] *Максимов А.А.* Дискуссия о природе физического знания// Вопросы философии. 1948. No. 3. С. 222—228.
82. *Сторчак Л.И.* За материалистическое освещение основ квантовой механики// Вопросы философии. 1951. No. 3. С. 202—205.
83. Цит. по работе [78], с. 171.
84. *Ленин В.И.* Материализм и эмпириокритицизм. — М.: Политиздат, 1969.
85. *Суворов С.Г.* Эйнштейн: становление теории относительности и некоторые гносеологические уроки// УФН. 1979. Т. 128, вып. 3. С. 459—501.
85а. *Гейзенберг В.* Развитие квантовой механики// Современная квантовая механика. — Л.: М.: Гостехиздат, 1934. — С. 11—36.
86. *Bunge M.* Survey of the interpretations of quantum mechanics// Am. J. Phys. 1956. V. 24, No. 4. P. 272—286.
87. Большая Советская Энциклопедия. — 3-е изд.
88. *Ballentine L.E.* The statistical interpretation of quantum mechanics// Rev. Mod. Phys. 1970. V. 42, No. 4. P. 358—381.
89. *Эйнштейн А.* Влияние Максвелла на развитие представлений о физической реальности// *Максвелл Д.К.* Статьи и речи . — М.: Наука, 1968.
90. *Ленин В.И.* Собр. соч. — 5-е изд. — Т. 18.
[91] *Ленин В.И.* Собр. соч. — 5-е изд. — Т. 29.
92. *Половин Р.В.* Физика и мировоззрение// Философские проблемы естествознания. — Киев:

Изд-во КГУ, 1986. — Вып. 60. С. 62—73.
93. *Асмус В.Ф.* Декарт// БСЭ. 1972. Т. 8. С. 44—45.
94. *Моисеев Н.Д.* Очерки развития механики. — М.: Изд-во МГУ, 1961.
95. *Асмус В.Ф.* Декарт. — М.: Политиздат, 1956.
96. *Тредер Г.Ю.* Эволюция основных физических идей. — Киев: Наукова думка, 1988.
97. *Бом Д.* О возможности интерпретации квантовой теории на основе представления о "скрытых" параметрах// Вопросы причинности в квантовой механике. — М.: ИЛ, 1955. — С. 34—94.
98. *Фон Нейман И.* Математические основы квантовой механики. — М.: Наука, 1964.
99. *Bell I.S.* On the problem of hidden variables in quantum mechanics// Rev. Mod. Phys. 1966. V. 38. No. 3. P. 447.
100. *Kochen S., Speaker E.P.* The problem of hidden variables in quantum mechanics// J. Math. Mech. 1967. V. 16, No. 1. P. 59—87.
[101] *Turner J.E.* Violation of the quantum ordering of propositions in hidden-variable theories// J. Math. Phys. 1968. V. 9, No. 9. P. 1411—1415.
102. *Холево А.С.* Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории. — М.: Наука, 1980. — гл. 1.
103. *Nelson E.* Quantum Fluctuations. — Princeton: Princeton Univ. Press, 1985.
104. *Weizel W.* Ableitung der Quantentheorie aus einem klassischen, kausal determinierten Modell// Zs. Phys. 1952/53. Bd. 134. S. 264—265 (1953).
105. *Адирович Э.И., Подгорецкий М.И.* О взаимодействии микросистем с нулевыми колебаниями электромагнитного поля// ЖЭТФ. 1954. Т. 26, вып. 2. С. 150—152.
106. *Тяпкин А.А.* К развитию статистической интерпретации квантовой механики на основе совместного координатно-импульсного представления// Философские вопросы квантовой физики. — М.: Наука, 1970. — С. 139—180.
107. *Kershaw D.* Theory of hidden variables// Phys. Rev. 1964. V. B136. P. 1850—1856.
108. *Гейликман Б.Т.* О корпускулярно-волновой аналогии в квантовой механике// ЖЭТФ. 1947. Т. 17, вып. 9. С. 830—832.
109. *Aron J.C.* Quantum laws in connection with stochastic processes// Prog. Theor. Phys. 1965. V. 33, No. 4. P. 726—754.
110. *Bohm D., Hiley B.J.* Non-locality and locality in the stochastic interpretations of quantum mechanics// Phys. Rep. 1989. V. 172. No. 3. P. 93—122.
[111] *Wiener N., Siegel A.* The differential-space theory of quantum systems// Suppl. Nuovo. Cimento. 1955. V. 2, No. 4. P. 982—1003.
112. *Wigner E.* On the quantum correlation for thermodynamic equilibrium// Phys. Rev. 1932. V. 40, No. 5. P. 749—759.
113. *Блохинцев Д., Немировский П.* Связь квантового ансамбля с классическим ансамблем Гиббса. II// ЖЭТФ. 1940. Т. 10, вып. 11. С. 1263—1266.
114. *Дишкант Г.П.* К вопросу о незаконности одной статистической трактовки квантовой механики// ЖЭТФ. 1955. Т. 28, вып. 1. С. 117.
115. *Стратонович Р.Л.* О распределениях в изображающем пространстве// ЖЭТФ. 1956. Т. 31, вып. 6. С. 1012—1020.
116. *Стратонович Р.Л.* К статистической интерпретации квантовой теории// ЖЭТФ. 1957. Т. 32, вып. 6. С. 1483—1495.
117. *Рязанов Г.В.* Квантовомеханические вероятности как суммы по путям// ЖЭТФ. 1958. Т. 35, вып. 1. С. 121—131.
118. *Blokhintzev D.L.* The Gibbs quantum ensemble and its connection with the classical ensemble// J. Phys. USSR. 1940. V. 2, No. 1. P. 71—74.
119. *Takabayasi T.* The formulation of quantum mechanics in terms of ensemble in phase space// Prog. Theor. Phys. 1954. V. 11, No. 4—5. P. 341—373.
120. *Baker G.A.* Formulation of quantum mechanics based on the quasi-probability distribution induced on phase space// Phys. Rev. 1958. V. 109, No. 6. P. 2198—2206.
[121] *Margenau H., Hill R.N.* Correlation between measurements in quantum theory// Prog. Theor. Phys. 1961. V. 26, No. 5. P. 722—738.
122. *Климонтович Ю.Л. Силин В.П.* О спектрах систем взаимодействующих частиц и коллективных потерях при прохождении заряженных частиц через вещество// УФН. 1960. Т. 70, вып. 2. С. 247—286.
123. *Groenewold H.J.* The elusive quantal individual// Phys. Rep. 1985. V. 127, No. 6. P. 379—401.
124. ***Mückenheim*** *W.* A review of extended probabilities// Phys. Rep. 1986. V. 133, No. 6. P. 337—401.

125. *Гильберт Д., Аккерман А.* Основы теоретической логики. — М.: ИЛ, 1947. — гл. 1.
126. *Новиков П.С.* Элементы математической логики. — М.: Физматгиз, 1959. — гл. 1.
127. *Бирхгоф Г.* Теория структур. — М.: ИЛ, 1952.
128. *Varadarajan V.S.* Probability in physics and a theorem on similtanons observability// Comm. Pure and Appl. Math. 1962. V. 15, No. 2. P. 189—217.
129. *Piron C.* Axiomatique quantique// Helv. Phys. Acta. 1964. V. 37, Fasc. 4/5. P. 439—468.
130. Цит. по работе [10], с. 541.
[131] *Ландау Л.Д., Лифишц Е.М.* Статистическая физика. — М.: Наука, 1964.
132. *Шилов Е.Г.* Математический анализ. Конечномерные линейные пространства. — М.: Наука, 1969.
133. *Шифф Л.* Квантовая механика. — М.: ИЛ, 1959.

Статья поступила 12.05.91 г.,
после доработки 26.04.92 г.