РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

УФН 1992

ТОМ СТО ШЕСТЬДЕСЯТ ВТОРОЙ

Журнал издается с апреля 1918 г.

Октябрь 1992 г. Том 162, № 10

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

СМЕШАННОЕ СОСТОЯНИЕ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МИКРОСТРУКТУРАХ

А.Н. Лыков

(Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 1
1. Вихревые микромостики 2
1.1. Краткая классификация микромостиков. 1.2. Вихревые микромостики из обычных низкотемпературных сверхпроводников. 1.3. Микромостики из сверхпроводников с высокими критическими температурами.
2. Пленочные мнпгоэлементные микроструктуры 18
2.1. Вихри в тонких сверхпроводящих пленках. 2.2. Экспериментальные результаты, полученные на сверхпроводящих пленках с продольной гофрировкой. 2.3. Теоретические модели взаимодействия вихревой решетки с гофрированными пленками. 2.4. Несоизмеримость вихревой решетки с гофрировкой. 2.5. Цепочки каналов в сверхпроводящих пленках. 2.6. Пленки с упорядоченной решеткой пор.
3. Пиннинг в слоистых сверхпроводящих структурах 43
3.1. Введение. 3.2. Эксперимент. 3.3. Теория. 3.4. Перспективы слоистых сверхпроводящих структур.
Заключение 50
Список литературы 60

Введение

Исследование смешанного состояния в искусственно приготовленных сверхпроводящих микроструктурах является актуальной задачей. Данное направление объединяет две, казалось бы, далекие области сверхпроводимости: микроэлектронику и сильнотоковую сверхпроводимость. Можно выделить три момента, объясняющие большой интерес к этому направлению. Первое, на основе создания сверхпроводящих микроструктур можно программировать свойства материала, причем такие, которые другим путем невозможно по-

© А.Н. Лыков 1992

лучить. Второе, в таких структурах имеются дополнительные возможности как для определения взаимодействия отдельного вихря с неоднородностью (элементарного пиннинга), так и для нахождения объемной силы пиннинга (процедуры суммирования таких элементарных сил). Важность этого направления объясняется тем, что максимальный критический ток I_c, который может протекать в сверхпроводниках II рода без диссипации энергии, определяется способностью дефектов удерживать (пиннинговать) вихревую решетку. При этом теоретический расчет объемной силы пиннинга в общем случае является сложной задачей. В отсутствие единой общей теории имеется большое количество теоретических подходов, решающих локальные задачи. В этом смысле исследование смешанного состояния в сверхпроводящих микроструктурах является приятным исключением: такие исследования можно проводить на базе единого подхода, следующего из теории Гинзбурга — Ландау [1]. Третье, разнообразные вихревые микроструктуры интересны с точки зрения микроэлектроники. В частности, упорядоченное когерентное движение вихрей приводит к генерации электромагнитного излучения. Актуальность данного направления не уменьшилась после открытия оксидных высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), которые, как показывают исследования, являются сверхпроводниками II рода с малой длиной когерентности $\xi(0) \sim 10$ Å [2].

По своей значимости можно выделить три вида искусственных сверхпроводящих микроструктур: мостиковые контакты, планарные многоэлементные структуры и слоистые сверхпроводящие структуры. Анализу их свойств и посвящен данный обзор. При этом мы практически не будем касаться свойств джозефсоновских контактов. Этому направлению в последние десятилетия уделяется большое внимание, в частности имеется несколько прекрасных монографий, например [3, 4].

1. Вихревые микромостики

1.1. Краткая классификация микромостиков. Характер процессов в мостиковых контактах во многом определяется следующими параметрами: характерные размеры мостика, зависящая от температуры длина когерентности $\xi(T)$ и длина свободного пробега электронов l в мостике. В число характерных размеров входит и так называемая эффективная длина микромостиков. Необходимость введения этой величины вызвана тем, что при конечном напряжении на контакте модуль параметра порядка, характеризующий сверхпроводящее состояние, изменяется не только в самом микромостике, но и в некоторой окрестности вблизи него. Под этой величиной подразумевается расстояние вдоль микромостика, на котором и локализован этот процесс. Наиболее интересным с прикладной точки зрения и простым для анализа является случай, когда характерные размеры мостика малы по сравнению с $\xi(T)$ и $\lambda(T)$ — глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник, но велики по сравнению

с $\min[l,(\xi_0 l)^{0,5}]$, где ξ_0 — радиус действия ядра, входящего в уравнение самосогласованности для нахождения энергетической щели в спектре возбуждений в чистом сверхпроводнике; кроме того, температура близка к критической температуре «берегов» мостика. Это позволяет использовать для анализа процессов в мостиках уравнения Гинзбурга — Ландау, к которым в этом случае сводятся более сложные уравнения микроскопической теории сверхпроводимости. При этом уравнения для параметра порядка ψ на расстояниях от контакта, много меньших, чем $\xi(T)$, и для плотности сверхпроводящего тока j_s принимают вид [5]

$$\nabla^2\psi = 0, \tag{1.1а}$$

$$j_s \sim \mathrm{Im}(\psi^* \nabla\psi), \tag{1.1б}$$

где через ∇^2 обозначен оператор Лапласа. В результате поведение мостиковых контактов описывается всего двумя уравнениями для тока (I) и напряжения (V) [4,5]:

$$I = I_c \sin\varphi + (V/R), \tag{1.2а}$$

$$V = (\hbar/2e)\, \partial\varphi/\partial t, \tag{1.2б}$$

где R — сопротивление контакта в нормальном состоянии, I_c — критический ток контакта, t — время, φ — разность фаз параметра порядка, $\hbar$ — постоянная Планка. Уравнение (1.2а) представляет ток, текущий через контакт, в виде суммы сверхпроводящей компоненты $I_c \sin\varphi$ и обычной нормальной компоненты V/R. Несмотря на свою простоту, резистивная модель качественно, а в некоторых случаях и количественно хорошо описывает наиболее интересные с прикладной точки зрения эффекты, наблюдаемые на различных джозефсоновских структурах. Что и обусловило ее широкое использование. Например, стационарный эффект Джозефсона возникает, когда ток через переход меньше критического: $I < I_c$. При этом разность фаз устанавливается таким образом, что $I_s = I$, и на переходе отсутствует напряжение. Если слабая связь создается не сверхпроводником (а, например, диэлектриком), этот результат заранее не очевиден. Магнитное поле, проникая в джозефсоновский переход или в сверхпроводящий контур с таким переходом, ослабляет сверхпроводящий ток, что позволяет создавать на их основе чувствительные приборы. Если $V \neq 0$, то φ растет и сверхпроводящий ток I_s изменяется во времени (осциллирует с частотой $2eV/\hbar$) даже при $V = \mathrm{const}$. Это так называемый нестационарный эффект Джозефсона. Коэффициент пропорциональности между приложенным напряжением и частотой генерации 483,6 мГц/мкВ. Одним из проявлений нестационарного эффекта Джозефсона является возникновение ступенек тока на вольт-амперных характеристиках (ВАХ) контактов, когда они помещаются во внешнее электромагнитное поле. Положение этих ступенек определяется соотношением

$$V_n = n\hbar\omega/2e, \tag{1.3}$$

где n — номер ступеньки тока, ω — частота излучения. В рамках резистивной

модели этот эффект легко находит объяснение, если в правой части уравнения (1.2а) добавить еще один член — $I_\omega \sin \omega t$, где I_ω — амплитуда переменного тока, наводимого в контакте внешним излучением.

Вместе с тем реальные свойства джозефсоновских контактов с непосредственной проводимостью, к числу которых относятся и короткие мостиковые контакты, намного сложнее, чем это следует из резистивной модели. Особенно это касается нестационарных процессов. При этом на таких контактах наблюдается ряд эффектов, которые никак не могут быть объяснены в ее рамках. К числу наиболее интересных эффектов такого рода можно отнести: частотную зависимость амплитуды сверхпроводящего тока, стимулирование сверхпроводимости внешним электромагнитным излучением, существование избыточного тока и серии особенностей на ВАХ, положение которых определяется соотношением $V_n = 2\Delta/ne$, где Δ — щель в спектре элементарных возбуждений сверхпроводника, а n — целое число. Теоретический анализ этих эффектов затруднен из-за того, что упрощенные нестационарные уравнения Гинзбурга — Ландау, на которых основана резистивная модель, справедливы лишь для бесщелевых сверхпроводников. Несмотря на эти трудности, к настоящему времени достигнуты определенные успехи в понимании процессов в таких контактах. Так в работе [6] показано, что воздействие высокочастотного электромагнитного поля может приводить к эффективному охлаждению электронов в контакте; это и приводит к увеличению критического тока контактов в СВЧ поле. В работах [7,8] с помощью микроскопической теории вычислена ВАХ короткого микромостика. В частности, показано, что при больших напряжениях

$$I(V) \approx \frac{V}{R} + \frac{\Delta}{\mathrm{Re}[(\pi^2/4) - 1]},$$

в то время как в резистивной модели эта зависимость быстро выходит на омическую. Интересный механизм появления щелевой структуры на ВАХ, основанный на многократном андреевском отражении квазичастицы на границах микромостика, предложен в работах [9, 10].

Мостики, длина которых $l_m >> \xi(T)$ и $\lambda(T)$, а ширина (w) и толщина (d) малы по сравнению с этими величинами, являются узкими сверхпроводящими каналами. Как известно [11], в таких структурах появление напряжения связано с центрами проскальзывания фазы. Поскольку ширина и толщина мостика меньше глубины проникновения магнитного поля, ток распределен по поперечному сечению равномерно, и в области применимости теории Гинзбурга — Ландау критический ток определяется током распаривания:

$$j_c = \frac{cH_c(T)}{3\sqrt{6\pi}\,\lambda(T)}, \tag{1.4}$$

где $H_c(T)$ — термодинамическое критическое магнитное поле и с — скорость света. В работе [12] обнаружено хорошее согласие экспериментально определенной плотности критического тока с плотностью, следующей из этой формулы. Если транспортный ток больше I_c, то нить переходит в резистивное

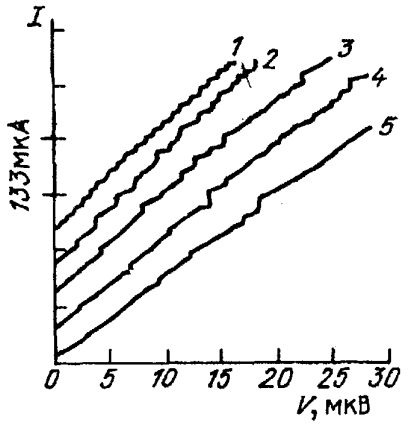

Рис. 1. ВАХ мостикового контакта на основе оловянной пленки, помещенного в СВЧ поля с частотами 0,28 (*1*), 0,94 (*2*), 3,8 (*3*), 6,8 (*4*) и 9,35 (*5*) ГГц. Масштаб по оси тока — 133 мкА [13]

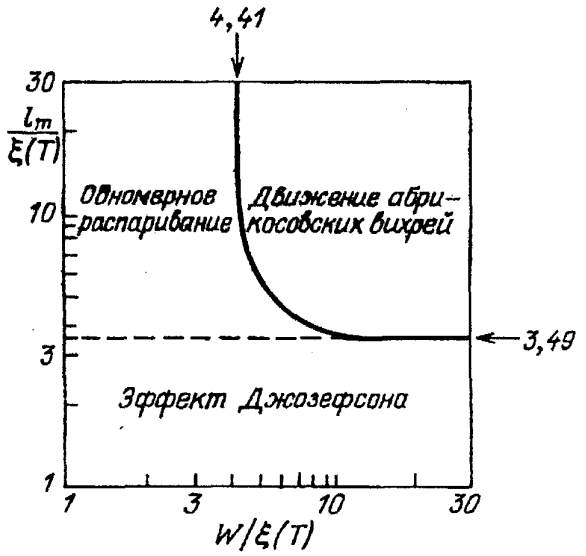

Рис. 2. Диаграмма возможных размеров мостикового контакта [16]

состояние. Причем в отличие от коротких мостиков в длинных мостиках наблюдение когерентных эффектов, напоминающих эффект Джозефсона, затруднено. Обычно их возникновение связывают с наличием «слабых мест» в образце — малых неоднородностей на его краях.

Иной характер процессов реализуется в коротких, но широких мостиках, когда $l_m \ll \xi(T)$, а $w > \xi(T)$. Основные эффекты, характерные для джозефсоновских контактов, такие, как появление под действием электромагнитного поля ступенек тока на ВАХ при напряжениях, определяемых соотношением (1.3), можно наблюдать и на таких мостиках. Впервые это было показано Андерсоном и Дайемом [13], затем было подтверждено в ряде работ, например в [14]. В этих работах измерения проводились на оловянных пленочных контактах с размером сужения, составлявшим несколько микрон. Мостики приготавливались с помощью вакуумного напыления с использованием маски. Примеры наблюдавшихся в работе [13] ВАХ показаны на рис. 1.

В работах [15, 16] для мостиков переменной толщины были найдены границы возникновения вихрей Абрикосова в сверхпроводящих мостиках различных размеров. В этих работах предполагалось, что эффективная длина мостиков совпадает с l_m, т. е. нелинейные процессы локализованы в контактах. В мостиках переменной толщины этому способствует их малая толщина по сравнению с толщиной берегов. Расчет проводился вблизи T_c на основе уравнений Гинзбурга — Ландау. На рис. 2 показана диаграмма возможных состояний, полученная в этих работах. В случае широких микромостиков с увеличением их длины при $l_m \approx 3{,}49\,\xi(T)$ происходит переход от образования в мостике переменной толщины джозефсоновских вихрей, в которых отсутствует несверхпроводящий керн, к обычным вихрям Абрикосова. Экспериментальная граница, определен-

ная в работе [18] на оловянных микромостиках переменной толщины, оказалась близкой к теоретической. Эта граница находилась по отклонению поведения микромостиков в СВЧ поле от джозефсоновского, следующему из резистивной модели, при уменьшении температуры и зависящей от нее длины когерентности. Контакты с размерами сужения, превышающими эффективную глубину проникновения магнитного поля ($\lambda_\perp = \lambda^2/d$) в тонкие сверхпроводящие пленки, по своим свойствам напоминают обычные сверхпроводящие пленки.

1.2. Вихревые микромостики из обычных низкотемпературных сверхпроводников. Свойства контактов имеют существенно различный характер при разных размерах сужения. В микромостиках, малых по сравнению с длиной когерентности размеров, нормальная и сверхпроводящая составляющие тока распределены равномерно по всему контакту. В мостиках больших размеров джозефсоновские эффекты объясняются периодическим движением квантовых вихрей в самом узком месте контакта, т. е. в этом случае простая зависимость между током и разностью фаз уже не может быть получена. Возникновение ступенек тока на ВАХ таких микромостиков, в частности, объясняется синхронизацией движения вихрей внешним электромагнитным полем. В мостиках больших размеров, строго говоря, наблюдать эффект Джозефсона невозможно, так как в этом случае в области контакта меняется не только фаза, но и амплитуда параметра порядка. В экспериментах Андерсона и Дайема [13] образование ступенек на ВАХ было чрезвычайно чувствительно к внешнему магнитному полю. Иногда ступенчатая структура на ВАХ исчезала даже в магнитном поле ~0,1 Гс. Это объясняется тем, что даже небольшое магнитное поле способно вызвать проникновение вихрей в пленку и в микромостик на ее основе, а дополнительные вихри в них могут существенно затруднить синхронизацию их движения. В то же время имеются работы, например [19], в которых ступенчатая структура на ВАХ наблюдалась в довольно сильных магнитных полях ($\gtrsim$1 кГс). Измерения выполнялись на мостиках больших размеров (их длина достигала 20 мкм), приготовленных на основе оловянных или свинцовых пленок с помощью электроэрозионной импульсной обработки. Кроме того, в этой работе наблюдалось некоторое увеличение расстояния по напряжению между токовыми ступеньками с увеличением магнитного поля на микромостиках из олова.

Наиболее часто при исследовании свойств мостиковых контактов применялись пленки Sn и In. Пленки из этих сверхпроводников очень легко получить вакуумным напылением, и их температуры сверхпроводящего перехода близки к значениям, получаемым на массивных образцах. Трудности при работе с данными материалами связаны с образованием в пленках бугорков (вискеров) и нитевидных трещин при термоциклировании от комнатной до гелиевой температуры. При охлаждении металл сжимается в большей степени, чем подложка, и поэтому пленка неупруго растягивается. При отогреве до комнатной температуры пленка, наоборот, сжимается. Возникающие напряжения приводят к

деградации образцов. В значительно меньшей степени подвержены деградации пленки из тугоплавких металлов Nb, V и Ta, чем во многом объясняется повышенный интерес к исследованию микромостиков на их основе [20—22]. Но в этих сверхпроводниках длина когерентности существенно меньше, чем в олове и в индие. У ниобия, например, $\xi_0 = 350-400$ Å. Такие малые длины когерентности приводят к тому, что создать микромостики с размерами сужения меньше длины когерентности является крайне сложной задачей.

Хорошо известно [4], что мостики больших размеров менее перспективны по сравнению с мостиками малых размеров и другими джозефсоновскими контактами с точки зрения использования их в разнообразных электронных устройствах. Тем не менее исследование таких мостиков представляет значительный интерес. Помимо наблюдения на таких контактах эффектов, напоминающих эффект Джозефсона, они интересны тем, что их свойства определяются поведением небольшого количества вихрей. Это облегчает теоретический анализ их свойств. Кроме того, в случае широких мостиков обычно эффективная глубина проникновения магнитного поля, определяющая величину электромагнитной области вихря, превосходит их размеры. При небольших напряжениях, когда взаимодействие между вихрями мало, можно реализовать их однострочечное движение. Анализ этого случая выполнен в работах [23, 24]. В работе [24] рассматривается контакт, представляющий собой сверхпроводящую пленку толщиной d с двумя разрезами вдоль одной прямой линии; расстояние между концами разрезов w, причем $w \ll \lambda_1$ (рис. 3). В этой работе показано, что основные результаты не зависят от формы контакта, которая сильно влияет лишь на величину критического тока I_c. Для плотности сверхпроводящего тока j_s в той области контакта, где она меньше критической, в [24] используется следующее выражение:

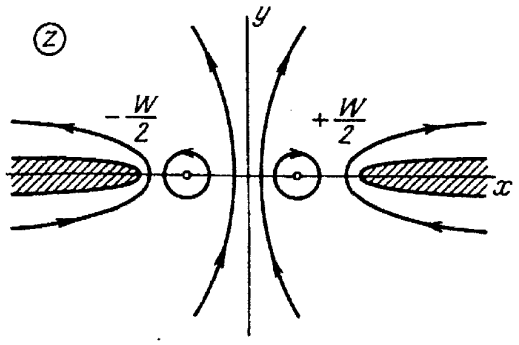

Рис. 3. Сверхпроводящий контакт с двумя квантовыми вихрями [24]

$$\mathbf{j} = \frac{c^2\hbar}{8\pi e\lambda^2}\nabla\varphi, \tag{1.5}$$

Уравнение для фазы параметра порядка φ получается из условия $\operatorname{div}\mathbf{j} = 0$ и имеет вид

$$\nabla^2\varphi = 0 \tag{1.6}$$

с граничным условием $\partial\varphi/\partial\mathbf{n} = 0$ ($\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности сверхпроводника). Решая хорошо известное уравнение Лапласа (1.6), можно найти распределение фазы, плотность тока в области контакта и силы, действующие в нем, на вихри.

Линиями тока являются гиперболы с фокусами в точках $x = \pm w/2$. Ось x, как показано на рис. 3, расположена в плоскости пленки и направлена поперек

мостика, а ее начало отсчета соответствует центру мостика. Плотность тока j на оси x в области контакта равна

$$j = \frac{I}{\pi d\ [(w/2)^2 - x^2]^{1/2}}. \tag{1.7}$$

Когда вихрь находится на оси x у края контакта в точке с координатой, близкой к $w/2$, сила, действующая на него, равна

$$F_n = \frac{\hbar}{2e} I_0 \Big[\frac{2}{w - 2x_n} - 2q_n \frac{I}{I_0 [w(w - 2x_n)]^{1/2}} + \\ + \frac{2}{[w(w - 2x_n)]^{1/2}} \sum_{n \neq m} q_n q_m \left(\frac{w + 2x_m}{w - 2x_m} \right)^{1/2} \Big], \tag{1.8}$$

где x_m — координаты остальных вихрей, которые также расположены на оси x, $I_0 = c^2 \hbar d / 8e\lambda^2$ и имеет порядок величины критического тока контакта с размером $\sim \xi$, а $q_n = \pm 1$ и для каждого вихря определяется его направлением. Из выражения (1.8) следует, что сила притяжения вихря к краю контакта (первое слагаемое) растет при приближении к краю быстрее, чем сила взаимодействия с током (второе слагаемое). По этому при малых токах имеется энергетический барьер, препятствующий вхождению вихря в контакт. Барьер для образования первого вихря исчезает при критическом токе I_c, определяемом из условия равенства этих сил при $x - (w/2) \sim \xi$. При этом получается $I_c = I_0 (w/\xi)^{1/2}$. Вблизи критической температуры он меняется по закону $(T_c - T)^{1,25}$.

Если в контакте уже имеются вихри, то барьер для образования нового вихря изменяется. Из формулы (1.8) следует, что в этом случае барьер исчезает при токе $I = I_c + \Delta I$, где ΔI равно

$$\Delta I = I_0 \sum_m q_m \left(\frac{w - 2x_m}{w + 2x_m} \right)^{1/2}. \tag{1.9}$$

Образовавшийся у края вихрь должен двигаться к центру контакта. При этом, как видно из формулы (1.8), на расстоянии от края, большем ξ, сила притяжения к краю становится меньше силы взаимодействия с током. Кроме того, отношение силы, действующей на вихрь со стороны других вихрей (третье слагаемое в формуле (1.8)), к силе взаимодействия его с током имеет порядок величины $\Delta I / I$. При малых напряжениях на контакте, когда $\Delta I \ll I$, движение вихрей в основном происходит под действием силы взаимодействия вихря с транспортным током. Для нахождения вида ВАХ в работе [19] используется обычное уравнение вязкого движения вихрей

$$\eta \partial x_n / \partial t = F_n, \tag{1.10}$$

где η — коэффициент вязкости; для которого имеется выражение через микроскопические параметры сверхпроводника [25], F_n — сила взаимодействия вихря с током. Она определяется выражением

$$F_n = -\frac{2\hbar I q_n}{e(w^2 - 4x_n^2)^{1/2}}, \tag{1.11}$$

т. е., как видно из формулы (1.7), эта сила пропорциональна плотности тока в месте расположения вихря.

В результате таких вычислений выражение для ВАХ широких, но коротких мостиковых контактов, как показано в работе [24], может быть представлено в виде

$$I - I_c = I_c\left(\frac{2\xi}{w}\right)^{1/2} \sum_m q_m \left[\frac{(w/2) + x(m\pi\hbar/e\langle V\rangle)}{(w/2) - x(m\pi\hbar/e\langle V\rangle)}\right]^{1/2}, \tag{1.12}$$

где $\langle V\rangle$ — среднее напряжение на контакте, а $x_m = x(m\pi\hbar/e\langle V\rangle)$— координата m-го вихря. В этой модели критический ток определяется силой взаимодействия вихря с краем мостика. При изменении тока через контакт меняется и количество вихрей в нем, что приводит к изменению количества слагаемых в формуле (1.12). При этом на ВАХ возникают изломы (рис. 4). Качественная картина рождения вихря выглядит следующим образом. В какой-то момент времени по контакту течет сверхпроводящий ток, равный своему максимальному критическому значению, и нормальный, равный ΔI. Возникающее электрическое поле у края контакта приводит к изменению фазы параметра порядка $(\Delta\varphi)$ и к уменьшению сверхпроводящего тока на величину $\sim (\Delta\varphi)^2$. Время (t), за которое сверхпроводящий ток уменьшится, а нормальный соответственно увеличится на величину $\sim \Delta I$, находится из условия $\Delta\varphi/t \sim \Delta I \sim (\Delta\varphi)^2$. Таким образом, $t \sim (\Delta I)^{-1/2}$. Дальнейшее изменение фазы, приводящее к образованию вихря, происходит очень быстро. Поэтому характерное время образования вихря в контакте $t_0 \sim (\Delta I)^{-1/2}$. Это время не зависит от размера контакта. Так как при $\Delta I/I_c \ll 1$ оно определяется только шириной контакта и не зависит от величины тока смещения, в этом пределе период вихревого движения равен времени образования вихря. Поскольку среднее напряжение обратно пропорционально этому периоду $\langle V\rangle \sim (\Delta I)^{1/2}$, вид ВАХ такой же, как у мостика малых размеров, т. е. гиперболический.

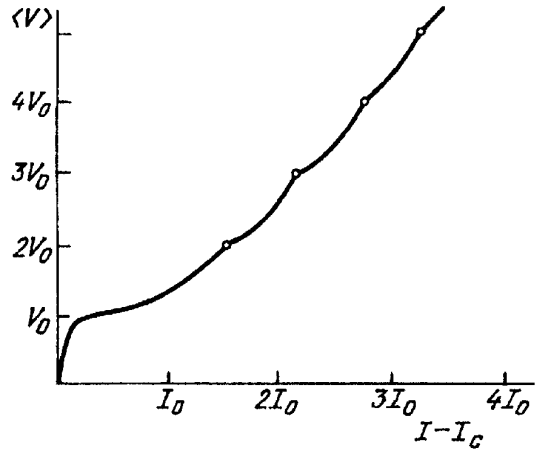

Рис. 4. Вольт-амперная характеристика вихревого контакта [24]

В области больших токов $(I \gg I_c)$ для ВАХ справедлива другая аппроксимация:

$$\langle V\rangle \sim A(T)I^2, \tag{1.13}$$

где

$$A(T) = 128\hbar\lambda^2(T)/c^2ew^2d\eta(T). \tag{1.14}$$

Такую зависимость напряжения от тока можно объяснить на основе следующих

соображений. Соотношение (1.26) носит в сверхпроводимости универсальный характер, а прохождение каждого вихря меняет на 2π разность фаз параметра порядка двух достаточно удаленных от мостика точек «берегов». Таким образом, получается, что среднее напряжение пропорционально полному числу вихрей в контакте и обратно пропорционально времени движения вихрей через него, а обе эти величины пропорциональны току, пропускаемому через контакт. При этом предполагается, что вихри двигаются с не очень большой скоростью, так что коэффициент вязкости η не зависит от тока.

При пропускании через контакт постоянного тока на нем должно появляться переменное напряжение с периодом t_g, определяемым временем движения вихревой цепочки. Это напряжение можно разложить в ряд Фурье:

$$V(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} V_k \exp\left(-\frac{2\pi ikt}{t_g}\right), \tag{1.15}$$

$$V_k = \frac{2\hbar}{et}\int_0^{t_g} \sum_m \frac{q_m x_m(t)}{(w^2 - 4x_m^2(t))^{1/2}} \exp\left(\frac{2\pi ikt}{t_g}\right) dt, \tag{1.16}$$

где $x_m(t)$ — координата m-го вихря в момент времени t. При токах, близких к I_c, спектр напряжения богат гармониками. С увеличением тока амплитуда первых гармоник растет и соответственно уменьшается амплитуда более высоких гармоник.

При помещении контакта во внешнее переменное электромагнитное поле с частотой ω полный ток через контакт становится переменным:

$$I(t) = I + I_\omega \sin(\omega t + \delta). \tag{1.17}$$

В этом случае условие рождения каждого нового вихря по-прежнему дается формулой (1.9). Однако в левую часть этой формулы следует подставить $I(t_n) - I_c$, где $I(t_n)$ — теперь полный ток в момент рождения n-го вихря.

Когда частота внешнего излучения ω кратна частоте движения вихрей, они по-прежнему рождаются через равные промежутки времени $T = (2\pi k/\omega)$. При этом среднее напряжение $\langle V\rangle$ связано с частотой внешнего поля ω соотношением $\langle V\rangle = \hbar\omega/4\pi ek$. Уравнение (1.12) принимает вид

$$I + I_\omega \sin\delta = I(\hbar\omega/2tk), \tag{1.18}$$

где в правой части стоит значение тока, соответствующее напряжению $\hbar\omega/2ek$ в отсутствие переменного тока. Как видно, в зависимости от фазы тока δ в момент рождения вихря средний ток через контакт принимает различные значения при одном и том же напряжении. Это означает, что на ВАХ контакта при напряжении $\hbar\omega/2ek$ ступенька шириной $2I_\omega$

Аналогия широких мостиковых контактов с джозефсоновскими структурами проявляется и при исследовании влияния на них внешнего магнитного поля. В работе [23] была рассчитана зависимость критического тока микромостиков от внешнего магнитного поля. Поскольку при $H \neq 0$ разрушение «мейснеровского» состояния происходит за счет вхождения вихрей с ориентацией по полю, зави-

симость $I_c(H)$ имеет осциллирующий характер и близка к аналогичной зависимости для туннельного джозефсоновского контакта. Период осцилляции определяется квантом магнитного потока $(\phi_0 = \pi c\hbar/e)$, деленным на площадь мостика. В этой работе пиннинг вихрей Абрикосова не учитывался, а критический ток определялся из условия взаимодействия вихрей с границами микромостика.

Асимметрия контакта приводит к следующему изменению картины движения вихрей: вихри будут рождаться только у одного края контакта, проходить через всю его область и исчезать у противоположного края. Как следствие, асимметрия приводит к изменению численных коэффициентов в приведенных выше зависимостях.

Большинство результатов этих теоретических работ получило экспериментальное подтверждение. Отметим в этой связи работу [26]. В ней изучались мостики переменной толщины типа Pb-Nb-Pb. Для ослабления параметра порядка в ниобиевом микромостике в данной работе применялась ионная имплантация. В табл. I указаны параметры исследовавшихся мостиков (d_b обозначает толщину берегов микромостика).

Таблица I

Мостики	d, нм	d_b, нм	l_m, мкм	w, мкм	T_c, K	R, Ом	$\xi(0)$, нм	$\lambda_\perp(0)$, нм
124B2	33	800	1,2	1,2	6,8	7	8,5	750
110C2	33	600	4,5	1,8	6,6	15	8,5	750
143A1	33	800	0,8	2	6,2	4,5	7,5	1200

Наблюдалось хорошее совпадение В АХ и зависимостей $I_c(T)$ с теоретическими, следующими из соотношения (1.12). Высокочастотные свойства таких мостиков указывают на когерентное однострочечное движение вихрей в них. Авторами, в частности, было зарегистрировано излучение с частотой 2 ГГц, генерируемое этими мостиками. Несколько неожиданным является характер зависимости амплитуд ступенек, возникающих на ВАХ при облучении мостиков электромагнитным излучением, который оказался близким к теоретическим зависимостям, следующим из резистивной модели. Такая общность вихревых мостиков с микромостиками малых по сравнению с длиной когерентности размеров требует дальнейшего выяснения.

Сходные явления, в частности возникновение ступенек тока на ВАХ при напряжениях, определяемых соотношением (1.3), наблюдаются в микромостиках больших размеров из сверхпроводников I рода. Резистивное состояние в них возникает из-за движения трубок потока. Такие трубки образуются связками квантовых магнитных вихрей, возникающих в мостиках из-за тока смещения. Размеры этих трубок достигают десятков микрон, что позволяет наблюдать их движение магнитооптическим методом [27].

1.3. Микромостики из сверхпроводников с высокими критическими температурами. Особое место занимают исследования

микромостиков, больших по сравнению с длиной когерентности размеров, из сверхпроводников с высокими температурами T_c Интерес к таким микромостикам обусловлен тем, что они проявляют свойства джозефсоновских контактов при высоких температурах [28—42]: при помещении в СВЧ поле на их ВАХ наблюдались ступеньки тока при напряжениях, определяемых обычным джозефсоновским соотношением (1.3), и было обнаружено, что на их основе можно создавать СКВИДы. Этот перечень работ далеко не полон. Более полный перечень работ, посвященных проявлению эффекта Джозефсона на контактах из ВТСП, можно найти в обзоре Лихарева и Куприянова [43].

В настоящее время установлено, что ВТСП — это сверхпроводники II рода с чрезвычайно малой длиной когерентности ~ 10 Å [2]. До открытия высокотемпературных сверхпроводников подобные исследования проводились на микромостиках из NbN [27—30] и из сверхпроводников со структурой A15 [23, 31—36]. Эти сверхпроводники, так же как недавно открытые высокотемпературные, обладают малой длиной когерентности: $\xi_0 \sim 30-40$ Å [44] и сравнительно высокими критическими температурами, вплоть до 23,2 K у Nb_3Ge. Такие малые длины когерентности приводят к ситуации, когда необычайно сложно создать дайемовские микромостики с размерами сужения меньше, чем $\xi(T)$. Для анализа свойств контактов из сверхпроводников с высокими критическими температурами можно использовать два подхода. Один из них, описанный ранее в этой работе, — обычный вихревой механизм с учетом высоких рабочих температур и малых длин когерентности. Второй основан на том, что эти сверхпроводники, особенно в случае массивных ВТСП образцов, легко получаются гранулированными. Они представляют собой конгломерат анизотропных гранул, разделенных нестехиометрическими прослойками, что связано как с особенностями синтеза этих материалов (они получаются в результате твердотельной химической реакции при высоких температурах), так и со сложностью их кристаллической структуры. Такие образцы можно представить в виде набора сверхпроводящих гранул, электрическая связь между которыми осуществляется посредством джозефсоновских контактов. Сложную гранулированную структуру имеют обычно и пленки из ВТСП. Гранулированность сверхпроводящих образцов сильно влияет на их электромагнитные свойства. Более того, для ослабления связи между «берегами» и лучшей локализации процессов часто производится дополнительная обработка микромостиков из таких материалов. Используют для этого эрозионную обработку путем пропускания через них микросекундных импульсов тока [32], радиационную обработку [31], направленное ионное травление [30], В результате в микромостике возникают дополнительные неоднородности с размером, сравнимым с длиной когерентности, что может приводить к типично джозефсоновскому поведению таких контактов. Тем не менее это не снижает актуальность исследования обычных мостиков с размером сужения, существенно превышающим длину когерентности, тем более что в таких контактах наблюдается некоторое сходство с обычными джозефсоновскими контактами.

Вместе со сходством с обычными джозефсоновскими контактами микромостики на основе эпитаксиально выращенных пленок ВТСП и на основе сверхпроводников с решеткой А15 или В1 обладают рядом важных отличий. Так, например, у них наблюдается необычная температурная зависимость критического тока. Напомним: зависимость $I_c(T)$ туннельных джозефсоновских контактов и микромостиков с малыми размерами сужения описывается линейным законом $I_c(T) \sim T_c - T$ вблизи T_c. В микромостиках с малой длиной когерентности наблюдается степенной закон — $I_c(T) \sim (T_c - T)^{\alpha}$, где показатель степени α может принимать различные значения — 1,25; 1,5; 2 и 2,5. Наблюдались различные ВАХ в автономном режиме в разных работах. Так, в работах [28, 30] на микромостиках из NbN и Nb_3Sn наблюдались ВАХ, близкие к гиперболической зависимости $\langle V \rangle \sim (I^2 - I_c^2)^{1/2}$. В ряде работ [33—36] эти характеристики, наоборот, имели параболический характер зависимости, близкий к виду $\langle V \rangle \sim I^2$.

В экспериментах на микромостиках, приготовленных из NbN-, А15- и ВТ-сверхпроводников, обычно реализуется другой предельный случай, когда w и $l_m \gg \xi(T)$. В этом пределе критический ток определяется взаимодействием вихрей уже не с границами контакта, а с неоднородностями сверхпроводника. Таким образом, помимо радиофизических аспектов в таких микромостиках оказывается существенным пиннинг вихрей Абрикосова. Впервые на необходимость учета этого явления было обращено внимание в работе [29] при исследовании микромостиков из NbN. Наиболее очевидным доказательством влияния пиннинга на поведение таких микромостиков является зависимость критического тока от магнитного поля (рис.5), которая типична для сверхпроводников II рода и совершенно различается с аналогичной зависимостью для джозефсоновских контактов [23].

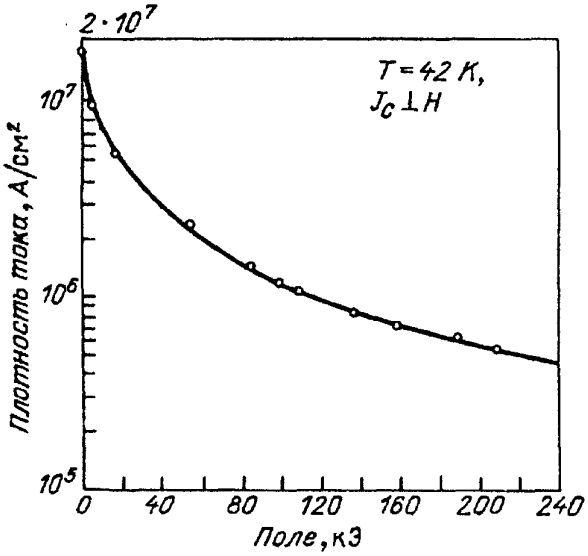

Рис. 5. Зависимость критического тока мостика из NbN от магнитного поля при $T = 4{,}2$ К [29]

Учет явления пиннинга вихрей Абрикосова позволяет объяснить подобное поведение микромостиков [45]. Джозефсоновские свойства таких контактов в этой работе объясняются по аналогии с работой [24] с единственной, по сути, разницей — учитывается взаимодействие вихрей не с краями мостика, а с неоднородностями внутри него. Микроструктура пленок из сверхпроводящих интерметаллических соединений представляет собой совокупность небольших

($< 10^3$ Å) столбчатых гранул, границы которых и являются центрами закрепления вихрей. При обычных токах через микромостики (≤ 1 мА) оценки величины напряженности собственного магнитного поля показывают, что в отсутствие внешнего магнитного поля в мостиках находится небольшое количество вихрей, расстояние между которыми в цепочке существенно превышает размер гранул. Если пренебречь упругим взаимодействием вихрей в решетке, то объемная сила пиннинга может быть найдена прямым суммированием элементарных сил пиннинга, которые зависят от характера и размеров неоднородностей. Для оценки элементарной силы пиннинга предположим, что размер неоднородности в плоскости пленки меньше длины когерентности, но больше радиуса действия ядра, входящего в уравнение самосогласованности для нахождения энергетической щели в спектре возбуждений. В этом случае получаем

$$f_p(T) \sim H_c^2(T)\delta V/8\pi\xi(T); \tag{1.19}$$

здесь δV — объем неоднородности — какого-то несверхпроводящего вкрапления. Эта формула получается делением выигрыша энергии сверхпроводника, когда вихрь проходит через неоднородность, на характерное расстояние, на котором меняется эта энергия. Разность энергии будет более заметной, если неоднородность имеет диэлектрический характер. Критический ток мостика в этом случае определяется из условия равенства силы Лоренца, стремящейся сорвать вихрь с неоднородности, и силы пиннинга, которая удерживает его там. Условие срыва вихря дает величину критического тока $I_c(T) \sim cwf_p(T)/\phi_0 \sim (T_c - T)^{2,5}$. В пределе $\lambda(T)/\xi(T) >> 1$, которому удовлетворяют все сверхпроводники с высокими критическими температурами, этот «коровый» механизм пиннинга наиболее эффективен. Если предположить, что неоднородности представляют собой тонкие плоскости, направленные перпендикулярно плоскости пленки и вдоль направления тока через мостик, то в этом случае $f_p(T) \sim H_c^2(T) \sim (T_c - T)^2$. Если предположить, что размер неоднородностей превышает длину когерентности, то $f_p(T) \sim H_c^2(T)\xi(T) \sim (T_c - T)^{1,5}$. При приближении температуры к критической, когда эффективность центров пиннинга резко уменьшается, критический ток должен уже определяться из условия вхождения вихрей в мостик, т. е. его взаимодействием с границами мостика. При этом характер зависимости $I_c(T)$ должен измениться: от $I_c(T) \sim (T_c - T)^{2,5}$ при низких температурах к $I_c(T) \sim (T_c - T)^{1,25}$. Таким образом, экспериментальный характер зависимости критического тока мостиков из сверхпроводников с высокими T_c от температуры легко находит объяснение.

Для определения вида ВАХ в нашем случае помимо вязкого движения вихрей необходимо учитывать термически активированный крип потока. Эксперименты, проведенные на массивных образцах Pb-In и Nb-Zr, показали, что при $T \approx 0{,}5T_c$ значение U/k_BT, где k_B — постоянная Больцмана, а U — глубина потенциальной ямы центра пиннинга, для них составляет 10^2—10^3 [46]. Поэтому вероятность термического перескока вихрей с одного центра пиннинга на другой оказывается чрезвычайно малой. Иная ситуация в случае сверхпроводников с высокими критическими температурами и с малой длиной когерентности. Это объясняется рядом причин:

а) в массивных сверхпроводниках на центрах пиннинга закрепляются связки вихрей, состоящие не из одного, а подчас из 10^2—10^3 вихрей; во столько же раз примерно должна увеличиться и энергия закрепления вихрей;

б) измерения ВАХ в микромостиках обычно проводятся вблизи T_c, имеющих для них довольно большую величину, что увеличивает энергию тепловых флуктуаций $k_B T$;

в) малое значение длины когерентности, что позволяет в силу соотношения $I_c \sim U/\xi$ наблюдать заметное значение критического тока при малой глубине потенциальной ямы.

Особенно важен учет термически активированного крипа потока в высокотемпературных сверхпроводниках, где он влияет даже на температурную зависимость верхнего критического магнитного поля [47]. В работе Андерсона [48], анализирующей поведение массивного сверхпроводника II рода в однородном магнитном поле, было показано, что при токах, меньших критического, определяемого из условия равенства силы пиннинга и силы Лоренца, возможно перескакивание вихрей за счет тепловых флуктуаций из одной потенциальной ямы в другую, т. е. с неоднородности на неоднородность. При этом из-за такого движения вихрей возникает электрическое поле. Для величины его напряженности автором этой работы получена следующая формула:

$$E = v_0 B \exp[-U(T)(1 - I \cdot I_{c0}^{-1})/k_B T]/c, \tag{1.20}$$

где I_{c0} — критический ток в отсутствие флуктуаций, v_0 — величина, имеющая размерность скорости. Она точно не известна. На основе формулы (1.20) можно рассчитать вид ВАХ широких мостиковых контактов из сверхпроводников II рода в рассматриваемом случае, когда критический ток определяется пиннингом отдельных вихрей. Особенно простая формула получается в пределе, когда расстояние между центрами пиннинга существенно больше длины когерентности. В этом случае время нахождения вихря в контакте, которое определяет напряжение на нем, складывается из времени нахождения на центрах пиннинга и времени вязкого движения вихря через контакт, если бы в нем не было неоднородностей. Время нахождения на центрах пиннинга можно оценить на основе формулы (1.20). Поскольку в мостике микронных размеров обычно имеется большое количество таких центров, полное время нахождения на них τ определяется суммированием времени нахождения вихря на всех центрах пиннинга, где время нахождения вихря в i-й потенциальной яме записывается в виде

$$\tau_i \sim \exp[U_i(1 - I \cdot I_{ci}^{-1})/k_B T]. \tag{1.21}$$

Если в мостике имеются сильные центры пиннинга, для которых $U_i/k_B T \gg 1$, то основной вклад в суммарное время будут давать как раз они:

$$\tau \sim \exp[U_{max}(1 - I \cdot I_{c,max}^{-1})/k_B T]. \tag{1.22}$$

Это следует из того, что в пределе $U_{max}/k_B T \gg 1$ заметное влияние крип потока на вид ВАХ оказывает, лишь когда $1 - I \cdot I_{c,max}^{-1} \to 0$, т.е. $I \to I_{c,max}$. При таком

токе через контакт для менее глубоких центров пиннинга величина $1 - I \cdot I_{ci}^{-1}$ будет заметно отличаться от нуля, что приводит к $\tau_i \ll \tau_{max}$. В дальнейшем индекс max будет опускаться.

Время вязкого движения вихрей через контакт в отсутствие неоднородностей можно найти из работы [24]. Учитывая, что сила пиннинга обычно больше силы взаимодействия с границами мостика, можно показать, что ВАХ будет иметь следующий вид:

$$V = A(T)I^2\{1 + A(T)I \exp[U(T)(1 - I \cdot I_{c0}^{-1})/k_B T]/R_0\}^{-1}, \qquad (1.23)$$

где $R_0 = v_0 l_m / wc^2$, $A(T)$ — определяется формулой (1.14). Из выражения (1.23) следует, что при учете тепловых флуктуаций напряжение на контакте отлично от нуля и при токах, меньших I_{c0}. Для того чтобы эффект был заметным, отношение глубины потенциальной ямы к энергии тепловых флуктуаций $k_B T$ должно быть не очень большой величины. Оценки показывают, что помимо высокотемпературных сверхпроводников такой случай реализуется в тонкопленочных мостиках из сверхпроводников с решеткой A15 или B1. При токах, превышающих I_{c0}, формула (1.23) быстро стремится к квадратичной зависимости $V \approx A(T)I^2$. При малых по сравнению с I_{c0} токах закон изменения ВАХ близок к формуле (1.20). В работах [42, 49] получено экспериментальное подтверждение существования термически активированного крипа потока в микромостиках из A15 и в микромостиках, приготовленных на основе эпитаксиальных пленок $YBa_2Cu_3O_{7-x}$. Наблюдалось хорошее согласие ВАХ с формулой (1.23). На рис. 6 показан пример зависимости V/I от тока смещения для микромостика из $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ [42]. Величина V/I отложена на логарифмической шкале. В согласии с (1.23) функция $\ln(V/I)$ от I меняется по линейному закону при малых напряжениях. Более того, используя эту зависимость, авторам удалось определить глубину потенциальных ям. Ранее подобные зависимости были получены на микромостиках из сверхпроводников с решеткой A15 [45].

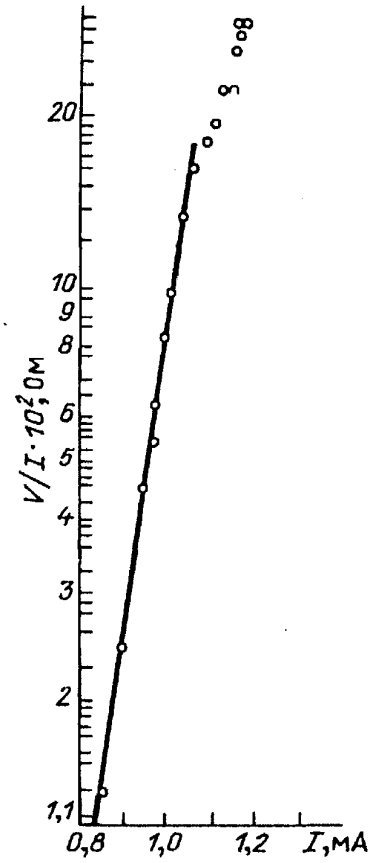

Рис. 6. Зависимость $\ln(V/I)$ от I в автономном режиме [42]

Используя пиннинг, можно объяснить проявление на микромостиках из сверхпроводников II рода эффектов, типичных для джозефсоновских контактов. Например, сверхпроводящая квантовая интерференция может быть объяснена периодическим проникновением квантовых магнитных вихрей в сверхпроводящий контур. Более интересно проанализировать роль пиннинга в проявлении эффекта, напоминающего нестационарный эффект Джозефсона [45]. В

этом случае ступеньки тока при напряжениях $n\hbar\omega/2e$ возникают из-за синхронизации СВЧ излучением моментов срыва вихрей с центра пиннинга. Полный ток, протекающий через контакт в СВЧ поле, можно записать в виде (1.17). Уравнение, определяющее моменты срыва вихрей с этого центра, записывается в виде

$$F_n(t) + F_d(t) = f_p, \tag{1.24}$$

где F_n — сила Лоренца, пропорциональная току через контакт, и F_d — сила, с которой действует на этот вихрь ранее сорвавшийся. При напряжениях на контакте, близких к $n\hbar\omega/2e$, из-за дополнительной синхронизации внешним СВЧ излучением моментов срыва вихрей с центра пиннинга частота срыва, а следовательно, и напряжение на контакте не меняются при некотором изменении транспортного тока. Таким образом, возникает ступенька тока на ВАХ.

Количество вихрей Абрикосова в мостике может меняться за счет внешнего магнитного поля. При этом условие синхронизации движения вихрей в контактах больших размеров может существенно измениться. В работе [50] наблюдалось, что слабое магнитное поле (~10 Гс), которое мало влияет на критический ток, полностью подавляет джозефсоновскую ступенчатую структуру на ВАХ микромостиков больших размеров из Nb_3Sn. Это является следствием того, что в мостиках больших размеров синхронизация вихревого движения затруднена в случае, когда в нем находится большое их количество.

Как отмечалось ранее, второй метод анализа свойств микромостиков из сверхпроводников с высокими критическими температурами основан на том факте, что они легко получаются гранулированными. Ранее было выполнено большое количество теоретических и экспериментальных работ, посвященных исследованию гранулированных сверхпроводников на основе Al, NbN и Sn [51—53]. Если джозефсоновская связь между гранулами сильная, т. е. ток, протекающий между ними, способен подавлять параметр порядка в гранулах, то такие сверхпроводники можно рассматривать как обычные «грязные» сверхпроводники. При этом их резистивные свойства определяются взаимодействием вихрей Абрикосова с неоднородностями образцов. В случае слабой связи между гранулами джозефсоновский ток между гранулами мал, и он не влияет на параметр порядка в гранулах. Создавая сужение в сверхпроводящей пленке, можно добиться того, чтобы контакт между берегами осуществлялся через посредство небольшого количества гранул. Для ВТСП вполне реальна ситуация, когда контакт создается всего двумя гранулами [54, 55]. Такая возможность интересна для прикладных целей. В результате для критического тока справедливо обычное джозефсоновское соотношение (1.28), т. е. контакт должен обладать классическими джозефсоновскими свойствами. Одной из отличительных особенностей таких контактов является быстрое уменьшение критического тока в магнитном поле [56]. Джозефсоновское поведение мостиковых контактов в случае гранулированных образцов неоднократно наблюдалось как для высокотемпературных сверхпроводников, так и для микромостиков на основе сверх-

проводников с решеткой **A15** или **NbN** [25, 27]. Вместе с тем имеются работы, выполненные на пленках, приготовленных на основе монокристаллических пленок, где наблюдается обычное вихревое поведение [39, 57].

Таким образом, несмотря на то, что вихревые мостиковые контакты по своим радиофизическим свойствам уступают джозефсоновским, их исследование представляет существенный интерес. С теоретической точки зрения это объясняется тем, что из-за малости их размеров процедура анализа вихревого поведения в них упрощается по сравнению с обычными массивными сверхпроводниками и в результате их исследования можно получать информацию об элементарных взаимодействиях вихрей Абрикосова с неоднородностями сверхпроводника. С точки зрения эксперимента вихревые мостики также интересны, поскольку в них реализуются красивые когерентные эффекты, напоминающие эффект Джозефсона. Дальнейший прогресс в этом направлении зависит от технологии создания микромостиков. В частности, создавая контакты с четко определенными геометрическими размерами, можно более точно определять глубину потенциальных ям центров пиннинга и движения вихрей.

2. Пленочные многоэлементные микроструктуры

2.1. Вихри в тонких сверхпроводящих пленках,

2.1.1. *Слабые магнитные поля.* Прежде всего напомним особенности структуры вихря Абрикосова в тонких плёнках $(d \ll \lambda)$ [58]. Внутри сверхпроводящей пленки справедливо уравнение для вектора-потенциала **A** в цилиндрической системе координат:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \lambda_\perp^{-1}(\mathbf{A} - \vec{\Phi})\delta z, \tag{2.1а}$$

$$\mathbf{J} = -\frac{c}{4\pi\lambda_\perp}(\mathbf{A} - \vec{\Phi}), \tag{2.1б}$$

где ось Z направлена перпендикулярно поверхности пленками, $\vec{\Phi}$ — вектор с компонентами $\Phi_r = \Phi_z = 0$, $\Phi_\theta = \phi_0/2\pi r$. Поскольку в данном случае экранирующие токи могут располагаться лишь в пределах толщины пленки, магнитное поле может проникать на значительно большее расстояние, чем в массивном сверхпроводнике. Решая уравнения (2.1а), (2.1 б), можно найти распределение тока около вихрей:

$$\langle \mathbf{J}(r) \rangle = c\phi_0 [H_0(r/2\lambda_\perp) - Y_0(r/2\lambda_\perp) - (2/\pi)]/32\pi\lambda_\perp, \tag{2.2}$$

где H_0 и Y_0 — функции Струве и Неймана соответственно. Магнитная часть энергии вихря ε_{M} на единицу его длины определяется интегралом

$$\varepsilon_{\mathrm{M}} = \frac{1}{8\pi}\iint\limits_{r>\xi}\left[\mathbf{h}_{\mathrm{M}}^2 + \frac{1}{d}\left(\frac{4\pi}{c}\right)^2 \lambda_\perp \mathbf{J}^2\right] \mathrm{d}x\mathrm{d}y \approx$$

$$\approx \frac{1}{\lambda_\perp d}\left(\frac{\phi_0}{4\pi}\right)^2 \left(\ln\frac{4\lambda_\perp}{\xi} - \gamma - \frac{1}{2}\right), \tag{2.3}$$

где γ — константа Эйлера и $\mathbf{h}_M = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$ — локальное магнитное поле вблизи какого-то вихря. Последнее выражение получается в пределе $\lambda_\perp \gg \xi$. При этом энергия конденсации на единицу длины вихря (ε_c) приближенно определяется соотношением

$$\varepsilon_c = \iint\limits_{r \le \xi} \frac{H_c^2}{8\pi} dx dy = \frac{1}{4\lambda_\perp d}\left(\frac{\phi_0}{4\pi}\right)^2, \tag{2.4}$$

а собственная энергия вихря U_n определяется суммой этих энергий:

$$U_n = (\varepsilon_M + \varepsilon_c)d = \varepsilon d, \tag{2.5}$$

где ε — собственная энергия на единицу длины вихря.

В отличие от массивных сверхпроводников взаимодействие между вихрями в тонких пленках становится дальнодействующим, и для потенциала взаимодействия между двумя одинаково направленными вихрями справедливо соотношение

$$W(r) = \phi_0^2[H_0(r/2\lambda_\perp) - Y_0(r/2\lambda_\perp)]/16\pi\lambda_\perp = dW_i, \tag{2.6}$$

где W_i — энергия взаимодействия на единицу длины вихря. Из соотношения (2.6) следуют две аппроксимации. В случае $\xi(T) \ll r \ll \lambda_\perp(T)$

$$W(r) = -\phi_0^2 \ln(r/\xi)/8\pi^2\lambda_\perp, \tag{2.7}$$

а для больших расстояний $(r \gg \lambda_\perp)$

$$W(r) = \phi_0^2/4\pi^2 r, \tag{2.8}$$

т. е. взаимодействие между вихрями не спадает по экспоненциальному закону, как в массивных сверхпроводниках, а уменьшается значительно медленнее. Такое различие возникает из-за того, что в тонких пленках вихри взаимодействуют не только в самой пленке, но и в окружающем ее пространстве.

Другое важное различие вихревых структур в объемном сверхпроводнике и в пленке состоит в том, что во втором случае ниже верхнего критического магнитного поля H_{c2} магнитная индукция B близка к внешнему магнитному полю вплоть до очень малых магнитных полей. Кроме того, в сверхпроводящей пленке из-за конечности ее толщины вихревая структура имеет трехмерный характер, в отличие от двумерной структуры в объемном сверхпроводнике. Ситуация существенно упрощается для тонкой пленки $(d \ll \xi, \lambda)$, где можно пренебречь изменением параметра порядка $\psi(r)$ и локального магнитного поля $\mathbf{H}_l(\mathbf{r})$ поперек пленки.

2.1.2. *Сильные магнитные поля.* Впервые на возможность существования вихревой структуры в тонких пленках было указано Тинкхэмом [59]. При низких температурах вихри образуют треугольную решетку с периодом, определяемым соотношением

$$(\sqrt{3}/2)a_0^2 = \phi_0/B.$$

Аккуратное исследование смешанного состояния в тонких пленках было проведено Маки [60]. При изучении смешанного состояния в сверхпроводниках часто бывает удобным использовать приведенные единицы: линейные размеры пред-

ставляются в единицах λ, плотность энергии в единицах $H_c^2/4\pi$, напряженность магнитного поля в единицах $\sqrt{2}H_c$ и плотность тока в единицах $\sqrt{2}H_c/4\pi\lambda$. Функционал свободной энергии Гинзбурга — Ландау ($\mathcal{F}$) для такой пленки записывается в следующем виде

$$\mathcal{F} = \int d^3r'\{H'^2 + g(z)[-|\psi|^2 + \frac{1}{2}|\psi|^4 + \left|\left(\frac{\partial}{i\varkappa\partial \mathbf{r}} - \mathbf{A}\right)\psi\right|^2]\}, \tag{2.9}$$

$$g(z) = \begin{cases} 1 \text{ при } 0 < z < d, \\ 0 \text{ при } z \le 0 \text{ и при } z \ge d, \end{cases}$$

где $\mathbf{r}$ — двумерный вектор в плоскости пленки x,y. Варьируя функционал (2.9), получаем уравнения, аналогичные уравнениям Гинзбурга — Ландау для массивных сверхпроводников [60]:

$$\left(\frac{\partial}{i\varkappa\partial \mathbf{r}} - \mathbf{A}\right)^2\psi = \psi - |\psi|^2\psi, \tag{2.10а}$$

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = \frac{1}{2}g(z)\left[\psi^*\left(\frac{\partial}{i\varkappa\partial \mathbf{r}} - \mathbf{A}\right)\psi - \psi\left(\frac{\partial}{i\varkappa\partial \mathbf{r}} + \mathbf{A}\right)\psi^*\right]. \tag{2.10б}$$

Появление функции $g(z)$ в случае тонкой пленки и приводит к трехмерному характеру зависимости магнитного поля вне пленки. Тем не менее из уравнений (2.10а) и (2.10б) следует, что в тонких пленках, так же как и в массивных сверхпроводниках, вблизи верхнего критического поля (когда $H_{c2} - H \ll H_{c2}$) образуется треугольная решетка вихрей Абрикосова. Свободная энергия в этом случае определяется выражением

$$F = (\mathcal{F} - \int H^2 d^3r)(d\int d^2r)^{-1} = -\frac{(\varkappa - H)^2}{\beta_A(2\varkappa^2 - f^*)}, \tag{2.11}$$

где β_A — параметр, определяющий в теории смешанного состояния Абрикосова [61] энергию вихревой решетки вблизи верхнего критического магнитного поля:

$$\beta_A = \langle\psi^4\rangle/(\langle\psi^2\rangle)^2, \tag{2.12}$$

и f^* — некоторая функция, которая меньше единицы и монотонно убывает вплоть до нуля при уменьшении толщины пленки. Кроме того, она слабо зависит от вида решетки вихрей в пленке. Напомним, что в случае массивного сверхпроводника f^* заменяется на единицу.

Как известно, треугольная решетка по своим упругим свойствам изотропна и описывается модулями всестороннего сжатия и сдвига. Одним из следствий дальнодействующего характера взаимодействия между вихрями в пленках является несжимаемость вихревой решетки в тонких пленках (модуль сжатия бесконечен). Поскольку в тонкой пленке можно пренебречь и деформацией изгиба вихрей, в этом случае на поведение вихревой решетки оказывают существенное влияние только сдвиговые деформации. Модуль сдвига определяется соотношением

$$\mu = \partial^2 F/\partial\alpha^2, \tag{2.13}$$

где α — угол сдвига вихревой решетки. Его величина была вычислена в работах

[62—65] для различных значений параметра Гинзбурга — Ландау, толщины пленок и величины магнитного поля. Возвращаясь для удобства к реальным координатам, можно записать выражения для модуля сдвига в тонких пленках в трех важных предельных случаях:

$$\mu = (\phi_0 H^3/\pi^5)^{1/2}/32, \quad (\phi_0/H)^{1/2} \gg \lambda_\perp(T), \tag{2.14а}$$

$$\mu = \phi_0 H/64\pi^2\lambda_\perp, \quad \xi(T) \ll (\phi_0/H)^{1/2} < \lambda_\perp(T), \tag{2.14б}$$

$$\mu = 0{,}472d(H_{c2} - H)^2/(2\varkappa^2 - f^*), \quad (\phi_0/B)^{1/2} \geq \xi(T). \tag{2.14в}$$

Большое влияние на свойства вихревой решетки оказывают тепловые флуктуации. Особенно сильно это влияние в случае тонких пленок. Было обнаружено, что при конечных температурах возможны не только колебания вихрей вокруг положения равновесия, но даже расплавление решетки и переход в жидкое состояние [66]. Условие расплавления вихревой решетки определяется соотношением

$$\mu(T_M)a_0^2/k_B T_M = 4\pi, \tag{2.15}$$

где $T_м$ — температура плавления вихревой решетки. В нулевом магнитном поле, кроме того, возможен переход из сверхпроводящего в диссипативное состояние из-за движения вихрей, которые возникают в пленке под действием тепловых флуктуаций.

2.2. Экспериментальные результаты, полученные на сверхпроводящих пленках с продольной гофрировкой. Когда пленка имеет неоднородную толщину, вихри, стремясь к минимуму энергии, занимают положения с наименьшей толщиной. Если толщина пленки меняется в пространстве хаотически, то возникают искажения правильной треугольной вихревой решетки. Иная ситуация имеет место, когда толщина пленки меняется в пространстве строго периодически. Впервые экспериментально влияние упорядоченного поверхностного рельефа на пиннинг вихрей изучалось в работе [67]. Эти авторы использовали дифракционную решетку для нанесения канавок треугольного сечения на поверхность образца из сплава In-2% Bi. Измерялся критический ток, который пропускался вдоль канавок, в магнитном поле, перпендикулярном поверхности образца. Согласно полученным в работе результатам объемная сила пиннинга пропорциональна углу канавок и обратно пропорциональна расстоянию между ними. При ширине канавок, меньшей длины когерентности, они не оказывали заметного влияния на величину пиннинга. Объяснение механизма пиннинга, предложенное в этой работе, основано на увеличении энергии вихря по мере его продвижения по склону канавки, которое следует из формулы (2.5).

Большой цикл работ по исследованию смешанного состояния в гофрированных сверхпроводящих пленках выполнен Мартиноли с соавторами [68—73]. При этом использовались пленки алюминия, напыленные в атмосфере кислорода. Эти пленки обладают малой величиной случайного пиннинга. Из-за их

высокого удельного сопротивления и малой толщины эффективная глубина проникновения магнитного поля в них превышает толщину пленки. Поэтому взаимодействие между вихрями оказывается дальнодействующим, несмотря на малую лондоновскую глубину проникновения магнитного поля (λ_L) в алюминии. Гофрировка в этих экспериментах обычно создавалось следующим образом. Напыленная алюминиевая пленка покрывалась фоточувствительным материалом. Затем с помощью интерференции двух лучей He-Cd-лазера формировались канавки в этом фоточувствительном слое. После соответствующей обработки этого слоя алюминиевая пленка протравливалась с целью получения желаемого профиля.

В магнитном поле, определяемом соотношением

$$B_{nk} = \frac{\sqrt{3}\phi_0}{2\lambda_g^2(n^2 + nk + k^2)}, \tag{2.16}$$

где n и k — целые числа, наблюдается согласование вихревой решетки с гофрировкой. В соизмеримой фазе, когда все вихри находятся в углублениях, вихревая решетка оказывается неискаженной и объемная сила пиннинга равна сумме элементарных взаимодействий каждого вихря с неоднородностью в пленке. В эксперименте это проявляется в наличии максимумов на зависимости $I_c(B)$ при $B = B_{nk}$ (рис. 7), когда транспортный ток пропускается вдоль линий гофрировки [68]. В работе использовались гофрированные пленки из алюминия толщиной ~ 0,5 мкм с глубиной гофрировки 200 Å, при этом ее период λ_g = 1,9 мкм.

Когда транспортный ток, текущий параллельно гофрировке, превышает критическое значение I_c, возникает вязкое течение вихревой решетки. В общем случае при $B \neq B_{nk}$ взаимодействие вихрей с периодической пиннинговой структурой приводит к искажениям вихревой решетки. При $B = B_{nk}$ такие искажения отсутствуют и вихри синхронно двигаются в одинаковых пиннинговых полях. В работе [69] экспериментально изучалось вязкое движение вихрей в гофрированных пленках. При этом использовались пленки, аналогичные пленкам в работе [68]. Авторами был обнаружен эффект, родственный нестационарному эффекту Джозефсона. Под действием внешнего электромагнитного излучения при $B = B_{10}$ на ВАХ пленок возникали ступеньки тока (рис. 8). Положения этих ступенек определялись соотношением

$$E_{mn} = n\omega\lambda_g B/2\pi mc, \tag{2.17}$$

где n и m — целые числа.

Более того, в работе [70] было зарегистрировано непосредственно электромагнитное излучение при движении вихревой решетки в гофрированной пленке. Оказалось, что реализовать когерентное движение вихрей необычайно сложно. Это проявляется в малой генерируемой мощности ($\sim 10^{-15}$ Вт) и малом частотном диапазоне (30—50 МГц), в котором было зарегистрировано это излучение. Последнее обстоятельство указывает на то, что упорядоченное движение вихревой решетки возможно лишь при малой ее скорости. Поэтому выяснение механизмов, приводящих к нестабильности вихревой решетки, является акту-

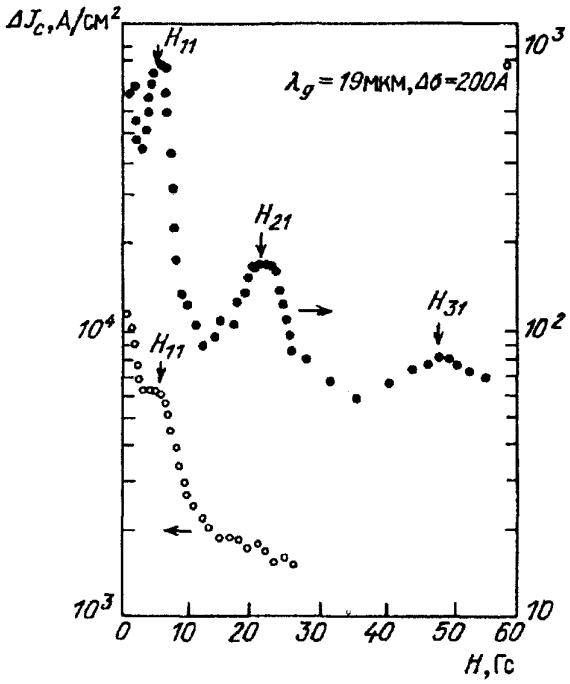

Рис. 7. Зависимость плотности критического тока от магнитного поля для гофрированной Al-пленки [68]

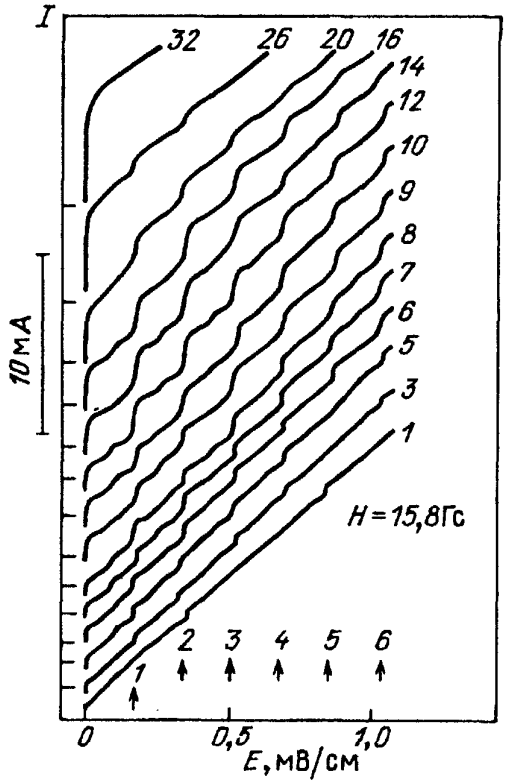

Рис. 8. ВАХ гофрированной Al-пленки, помещенной в ВЧ поле. Цифрами около кривых указан уровень ослабления мощности электромагнитного излучения в децибеллах. Критический ток пленки 6,4 мА, амплитуда высокочастотного тока без его ослабления 70 мА. Кривые сдвинуты одна относительно другой по оси тока [69]

альной задачей. Один из таких механизмов — нарушение порядка в вихревой решетке случайными центрами пиннинга. Естественный способ преодоления такой трудности — использование более совершенных пленок, т. е. пленок с малой величиной случайных сил пиннинга.

2.3. Теоретические модели взаимодействия вихревой решетки с гофрированными пленками.

2.3.1. *Статическое взаимодействие вихревой решетки с гофрированными пленками в слабых магнитных полях.*

1) $\lambda_\perp \ll \lambda_g$. В работе [71] на основе работы Пирла [58] развита феноменологическая модель, описывающая статические и динамические свойства вихревых решеток в гофрированных пленках. Предполагалось, что пленка очень тонкая $(d \ll \lambda(T))$ и ее толщина подчиняется гармоническому закону:

$$d(\mathbf{r}) = d + \Delta d \cos[\mathbf{q}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)], \tag{2.18}$$

где $\mathbf{q}$ — волновой вектор модуляции $(|\mathbf{q}| = 2\pi/\lambda_g)$, а Δd — ее амплитуда, причем полагается $\Delta d/d \ll 1$, вектор $\mathbf{r}_0$ — определяет положение вихревой решетки относительно гофрировки. Для простоты полагается $\lambda_g \gg \lambda_\perp$, $\varkappa \gg 1$. В этом случае собственная энергия вихря определяется соотношением (2.5), а формула

для энергии взаимодействия $W_{ll'}$ двух вихрей, расположенных в точках $\mathbf{r}_l$ и $\mathbf{r}_{l'}$, напоминает выражение (2.6):

$$W_{ll'} = \frac{\pi\phi_0^2}{2(4\pi\lambda)^2}\{d(\mathbf{r}_l)[H_0(r_{ll'}/2\lambda_\perp(\mathbf{r}_l)) - Y_0(r_{ll'}/2\lambda_\perp(\mathbf{r}_l))] + \\ + d(\mathbf{r}_{l'})[H_0(r_{ll'}/2\lambda_\perp(\mathbf{r}_{l'})) - Y_0(r_{ll'}/2\lambda_\perp(\mathbf{r}_{l'}))]\}, \tag{2.19}$$

где $r_{ll'} = |\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_{l'}|$. В случае $r_{ll'} >> \lambda_\perp$ взаимодействие между вихрями определяется соотношением (2.8) и не зависит от толщины пленки. Из выражения (2.19) следует, что плотность свободной энергии системы определяется соотношением

$$f = f_0 + \frac{1}{2A_\mathrm{f}}\sum_{\mathbf{q}}\{\Delta\varepsilon\sum_l \exp[i\mathbf{q}(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_0)] + \\ + \frac{1}{4}\sum_{\substack{l,l' \\ (l\neq l')}}\Delta W_{ll'}[1 + \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}_{ll'})\exp[i\mathbf{q}(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_0)]\}, \tag{2.20}$$

где f_0 — плотность свободной энергии в случае ровной пленки, A_f — площадь образца. Для простоты в формуле (2.20) введены две величины

$$\Delta\varepsilon = (\varepsilon - \lambda_\perp\frac{\partial\varepsilon}{\partial\lambda_\perp})\frac{\Delta d}{d}, \tag{2.21}$$

$$\Delta W_{ll'} = \left(W_{ll'} - \lambda_\perp\frac{\partial W_{ll'}}{\partial\lambda_\perp}\right)\frac{\Delta d}{d}. \tag{2.22}$$

Равновесное положение вихрей находится в результате минимизации свободной энергии по отношению к их положению. Таким образом, для каждого вихря надо записать следующее условие:

$$\Delta_l f_l = 0. \tag{2.23}$$

Из выражения (2.20) следует, что при условии равенства вектора обратной решетки вихревой структуры ($\mathbf{g}$) волновому вектору модуляции, т. е. когда

$$\mathbf{q}\mathbf{r}_l = 2\pi n, \tag{2.24}$$

происходит согласование вихревой решетки с гофрировкой. Простые вычисления показывают, что это равенство выполняется, когда индукция магнитного поля определяется соотношением (2.16). Как видно из выражений (2.20) и (2.24), при согласовании вихревой решетки с гофрировкой энергия взаимодействия между вихрями становится изотропной, так как $\exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}_l) = \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}_{ll'}) = 1$. При этом плотность свободной энергии можно записать в виде

$$f = f_0 + \frac{1}{\phi_0}B_{nk}\Delta\varepsilon\cos(qr_0). \tag{2.25}$$

Из этого выражения следует, что свободная энергия вихревой решетки вслед за гофрировкой также меняется по гармоническому закону. Поскольку при их согласовании реализуется минимум свободной энергии, на зависимости $j_\mathrm{c}(B)$ должны быть максимумы. Используя выражение (2.25), нетрудно определить плотность критического тока при этом:

$$j_{\mathrm{c,m}} = \frac{c}{B_{nk}}\frac{\partial f}{\partial r_0} = \frac{cq|\Delta\varepsilon|}{\phi_0}. \tag{2.26}$$

Эта формула предсказывает монотонное уменьшение критического тока с увеличением температуры в поле согласования.

Модель, изложенная выше, несмотря на кажущуюся очевидность, обладает некоторыми недостатками. Это приводит к тому, что существуют экспериментальные результаты, которые противоречат ей. Так, в работе [73] наблюдалась аномальная температурная зависимость критического тока гофрированных пленок (рис. 9). В этих экспериментах реализовывалась обычная ситуация, когда транспортный ток направлен вдоль гофров, а магнитное поле величиной $B = B_{10}$ перпендикулярно поверхности пленки. Наличие максимума на зависимости $I_c(T)$ невозможно объяснить на основе выражения (2.26). Для того чтобы объяснить полученный результат, авторы учли воздействие тепловых флуктуаций на вихревую решетку. По мнению авторов, ниже температуры T^* главный результат воздействия тепловых флуктуаций — уменьшение параметра порядка, а выше T^* происходит размягчение вихревой решетки. Как следствие, пиннинг вихрей при $T \gtrsim T^*$ становится более эффективным, что должно приводить к максимуму на зависимости $I_c(T)$.

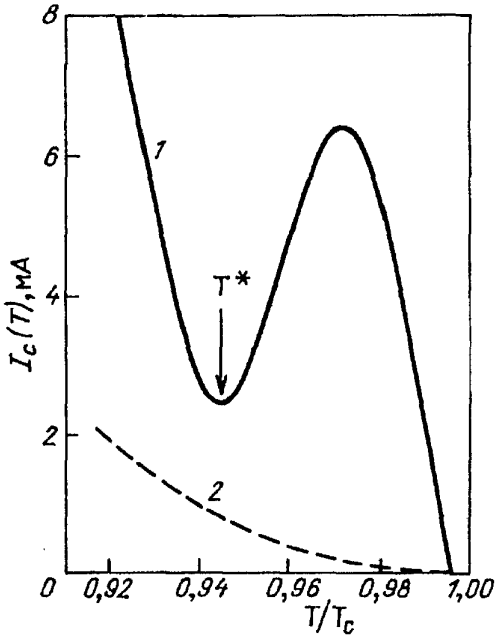

Рис. 9. Аномальная температурная зависимость критического тока гофрированной сверхпроводящей пленки при $B = B_{10}$ (1); 2 — негофрированная пленка [73]

2) $\lambda_\perp \sim \lambda_g$. Возможны и другие объяснения данного явления. Такой характер зависимости $I_c(T)$ был предсказан в работе [74], где рассматривались гофрированные пленки с периодом, сравнимым с $\lambda_\perp(T)$. В этом случае уравнения Пирла (2.1а), (2.1б) для вектора-потенциала A записываются в виде

$$\nabla^2 \mathbf{A} = \lambda_\perp^{-1}(x)(\mathbf{A} - \vec{\Phi})\delta z, \tag{2.27а}$$

$$\mathbf{J} = -\frac{c}{4\pi\lambda_\perp(x)}(\mathbf{A} - \vec{\Phi}). \tag{2.27б}$$

Решая эти уравнения, получаем

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{J}(r)\rangle \left\{1 + \frac{\Delta d}{d}\cos[q(x - x_0)]\right\} - \frac{cd}{4\pi\langle\lambda\rangle^2}\Delta\mathbf{A}(\mathbf{r}), \tag{2.28}$$

где используемые в этой формуле и в дальнейшем средние величины получаются из уравнений Перла [58] для однородных пленок. Возмущение вектора-потенциала $(\Delta\mathbf{A}(\mathbf{r}))$, возникающее из-за модуляции, в общем случае вычислено в работе [74]. В пределе $r \ll \lambda_g$ для него справедливо простое выражение

$$\Delta\mathbf{A}(\mathbf{r}) \approx \langle \mathbf{A}(\mathbf{r})\rangle \frac{\Delta d}{d}\cos[q(x - x_0)]. \tag{2.29}$$

В этом пределе добавка к магнитной энергии определяется по аналогии с (2.3) с помощью интеграла

$$\Delta\varepsilon_{\mathrm{m}} d = \frac{1}{8\pi} \iint\limits_{r>\xi} \{d\left[\frac{\Delta d}{d}\langle h_{\mathrm{M}}\rangle^2 \cos[q(x-x_0)] + 2(\langle h_{\mathrm{M}}\rangle \Delta h_{\mathrm{M}})\right] +$$

$$+ \left(\frac{4\pi}{c}\right)^2 \frac{\langle\lambda\rangle^2}{d}\left[\frac{\Delta d}{d}\langle \mathbf{J}\rangle^2 \cos[q(x-x_0)] - \frac{cd}{2\pi\langle\lambda\rangle^2}(\langle \mathbf{J}\rangle \Delta \mathbf{A})\right]\}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \approx$$

$$\approx \frac{\Delta d}{d}\langle\varepsilon\rangle J_0(q\langle\xi\rangle)\cos(qx_0), \tag{2.30}$$

$$\Delta\varepsilon_{\mathrm{c}} d = 2\frac{\Delta d}{q\langle\xi\rangle}\langle\varepsilon_{\mathrm{c}}\rangle J_1(q\langle\xi\rangle)\cos(qx_0), \tag{2.31}$$

где $\langle h_{\mathrm{M}}\rangle$ — локальное магнитное поле вблизи какого-то вихря в отсутствие модуляции, $\Delta h_{\mathrm{M}} = \mathrm{rot}\,\Delta\mathbf{A}$, J_0 и J_1 — функции Бесселя соответствующего порядка. Поскольку для пленок с большим параметром Гинзбурга — Ландау ($\varkappa$) $\Delta\varepsilon_{\mathrm{c}} << \Delta\varepsilon_{\mathrm{M}}$, добавкой $\Delta\varepsilon_{\mathrm{c}}$ к энергии вихря можно пренебречь. С изменением температуры изменяется и функция Бесселя J_0. При некоторой температуре (T^*), определяемой соотношением $\langle\xi(T^*)\rangle \approx 0{,}4\lambda_{\mathrm{g}}$, она меняет знак. При $T < T^*$ функция Бесселя нулевого порядка положительна, $J_0(q\langle\xi\rangle) > 0$, и минимум энергии вихрей возникает при условии $\cos(qx_0) = -1$. В этом случае вихри стремятся занять области в пленке с минимальной толщиной. Когда $J_0(q\langle\xi\rangle) < 0$, центры вихрей, наоборот, стремятся занять места с наибольшей толщиной пленки. При низких температурах размер нормальной несверхпроводящей сердцевины вихрей мал в сравнении с периодом гофрировки. Это близко к пределу $\lambda_{\mathrm{g}} >> \lambda_{\perp}$, рассмотренному в работе [71]. Минимум энергии в этом случае достигается, когда вихри занимают области с минимальной толщиной. Когда длина когерентности становится сравнимой с периодом гофрировки, магнитная энергия определяется сверхпроводящими токами, текущими в областях с максимальной и минимальной толщиной. При этом энергетически оказывается выгодным, чтобы центры вихрей располагались в областях с максимальной толщиной.

Такой необычный характер температурной зависимости энергии вихрей приводит к немонотонной температурной зависимости критической тока. Его величина находится, как обычно, из равенства силы Лоренца и силы пиннинга, возникающей в данном случае из-за гофрировки. При $B = B_{nm}$ получается

$$j_{\mathrm{c,m}} \approx \frac{c\phi_0 \Delta d}{8\pi\lambda_{\mathrm{g}} d\langle\lambda\rangle^2}\left(\ln\frac{4\langle\lambda\rangle^2}{\gamma d\langle\xi\rangle} - \frac{1}{2}\right)|J_0(q\langle\xi\rangle)|. \tag{2.32}$$

На рис. 10 показана $j_{\mathrm{c,m}}(T)$, рассчитанная в работе [74] с использованием типичных значений соответствующих параметров сверхпроводящих пленок. Как видно из рисунка, наблюдается хорошее согласие теоретической зависимости с экспериментальной, показанной на рис. 9.

Наличие максимумов на зависимости $I_{\mathrm{c}}(T)$ можно объяснить влиянием магнитного поля транспортного тока, которым обычно пренебрегают в сравне-

нии с внешним магнитным полем. Магнитное поле транспортного тока приводит к возникновению градиента плотности вихрей в плоскости пленки, что затрудняет согласование внешнего магнитного поля с гофрировкой и уменьшает суммарную силу пиннинга. С понижением температуры градиент плотности вихрей в образце увеличивается, что и может привести к наблюдаемому уменьшению критического тока.

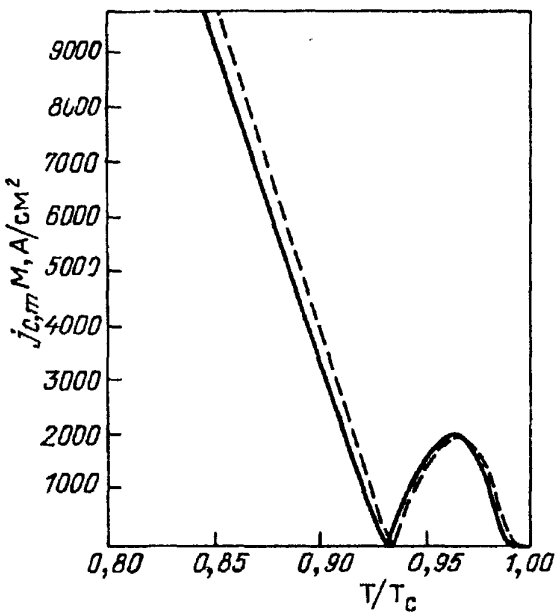

Рис. 10. Зависимость плотности критического тока гофрированной сверхпроводящей пленки с параметрами $\Delta d/d = 0{,}1$, $d = 10^3$ Å, $l = 500$ Å и $\varkappa = 5$ от приведенной температуры. Сплошной линией показана зависимость, следующая из (2.32), а штриховой — результаты вычислений с учетом $\Delta\varepsilon_c$ (2.31) [74]

2.3.2. *Статическое взаимодействие вихревой решетки с гофрированными пленками в сильных магнитных полях.* Теоретический анализ сверхпроводящих гофрированных пленок не может быть полным без рассмотрения их поведения в сильных магнитных полях ($H_{c2} - H \ll H_{c2}$). Этот случай рассмотрен в [65]. В работе исследовалась тонкая пленка с достаточно длинноволновой синусоидальной гофрировкой ($\lambda_g \gg d$). В этом случае в функционале Гинзбурга — Ландау (2.9), применяемом для однородных тонких пленок, необходимо заменить $g(z)$ на выражение $g(z)K$, где

$$K = 1 + \frac{\Delta d}{d}\cos[\mathbf{q}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)], \tag{2.33}$$

$$\mathbf{q} = \frac{2\pi}{\lambda_g}(\cos\theta, \sin\theta)$$

и θ — угол между векторами $\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{q}$. Минимизируя полученную таким образом свободную энергию, легко найти модифицированные уравнения Гинзбурга — Ландау

$$\left(\frac{\partial}{i\varkappa\partial\mathbf{r}} - \mathbf{A}\right)K\left(\frac{\partial}{i\varkappa\partial\mathbf{r}} - \mathbf{A}\right)\psi = K(\psi - |\psi|^2\psi), \tag{2.34}$$

$$\mathrm{rot\,rot}\,\mathbf{A} = \frac{1}{2}g(z)K\left[\psi^*\left(\frac{\partial}{i\varkappa\partial\mathbf{r}} - \mathbf{A}\right)\psi - \psi\left(\frac{\partial}{i\varkappa\partial\mathbf{r}} + \mathbf{A}\right)\psi^*\right]. \tag{2.35}$$

В работе [65] рассматривается случай соизмеримости вихревой решетки с гофрировкой. Процедура расчета напоминает процедуру расчета аналогичных зависимостей, проделанную Ами и Маки [75] для объемных сверхпроводящих сплавов с гармонически меняющейся концентрацией примеси.

Для решения системы уравнений (2.34) и (2.35) в работе использовалась система ортогональных функций Эйленбергера [76], которые определяются следующим образом:

$$\varphi_0(\mathbf{r}) = \left(\frac{2\eta'}{b^2}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{\pi y^2}{\eta'}\right) \vartheta_3\left(\pi\frac{z}{b} \,\middle|\, \frac{\tau}{b^2}\right), \tag{2.36}$$

$$\varphi_n(\mathbf{r}) = \left[\left(\frac{4\pi}{\eta'}\right)^n n!\right]^{-1/2} F_+^n \varphi_0(\mathbf{r}), \tag{2.37}$$

где

$$\mathbf{r} = (x, y),\ \eta' = 2\pi/\varkappa_0 B,\ z = x + iy,\ \tau = \zeta + i\eta',$$

$$F_\pm = i^{-1}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{2\pi y}{\eta'} \mp \frac{\partial}{\partial y},$$

$$\vartheta_3(z|\tau) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \exp(2pzi + \pi\tau p^2 i); \tag{2.38}$$

ϑ_3 — эллиптическая тэта-функция Римана. Функции Эйленбергера являются решением уравнения

$$\left(\frac{\nabla}{i\varkappa_0} - \mathbf{A}_0\right)^2 \varphi_n = \frac{1}{\varkappa_0^2}\left(F_+F_- + \frac{2\pi}{\eta'}\right)\varphi_n = \varepsilon_n\varphi_n, \tag{2.39а}$$

где $\mathbf{A}_0 = \mathbf{e}_x By$ и

$$\varepsilon_n = \frac{2\pi}{\varkappa_0^2\eta'}(2n + 1), \quad n = 0,1,2,...; \tag{2.39б}$$

здесь $\mathbf{e}_x$ — единичный вектор в направлении оси x. Это уравнение формально аналогично уравнению Шрёдингера для движения частицы с зарядом $2e$ в постоянном магнитном поле B. Как всякие пробные функции в теории возмущений, они удовлетворяют условию ортогональности

$$\int \varphi_n^* \varphi_m^* d^2\mathbf{r} = \delta_{nm} \int d^2\mathbf{r}.$$

Двумерная периодическая функция $\varphi_0(\mathbf{r})$, описывающая в плоскости x,y вихревую решетку, имеет периоды

$$\mathbf{r}_1 = (b,0), \quad \mathbf{r}_2 = b^{-1}(\zeta,\eta'). \tag{2.40}$$

С учетом малости амплитуды модуляции толщины функция Эйленбергера для вихревой решетки записывается в виде

$$\varphi = \varphi_0(\mathbf{r}) + w_1\varphi_1(\mathbf{r}). \tag{2.41}$$

Коэффициент w_1 находится из линеаризованного уравнения (2.34), имеющего вид

$$\left(\frac{\partial}{i\varkappa\partial\mathbf{r}} - \mathbf{A}_0\right) K \left(\frac{\partial}{i\varkappa\partial\mathbf{r}} - \mathbf{A}_0\right)\psi - \frac{\Delta d}{d}\cos[\mathbf{q}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)]\psi = E_e\psi. \tag{2.42}$$

Подставляя функцию (2.41) в это уравнение, как это сделано в работе [65], получаем

$$E_e = E_0 - \frac{\Delta d}{d} uQ\cos(\mathbf{qr}), \tag{2.43}$$

где

$$u = (q^2 + 2\varkappa^2 - 2\varkappa H)/2\varkappa^2, \tag{2.44}$$

$$Q = \exp\left(-\frac{q^2}{4\varkappa H}\right)(-1)^{mn} I(-b\cos\theta\cdot a) I\left(\frac{2\pi\sin\theta}{\varkappa H ab} + \frac{\zeta\cos\theta}{ab}\right), \tag{2.45}$$

где $I(x) = 1$, если x принимает целочисленное значение, и равно нулю в противном случае; m и n — целочисленные значения x функции $I(x)$ в выражении (2.45). Минимизируя E во втором порядке по $\Delta d/d$, находим

$$w_1 = -iQ\sin(\mathrm{qr}_0)\frac{\Delta d\cdot qv\exp(i\theta)}{d(2\varkappa H)^{1/2}}, \tag{2.46}$$

$$v = (q^2 + 2\varkappa^2 - 4\varkappa H)/4\varkappa H. \tag{2.47}$$

Полученные выражения для E и w_1 отличаются от соответствующих выражений для объемного слоистого сверхпроводника лишь коэффициентами u и v. В случае объемного сверхпроводника в числителях этих коэффициентов отсутствует слагаемое $\varkappa^2$. Это отличие связано с появлением в левой части линеаризованного уравнения (2.34) второго слагаемого, т.е. связано с тем, что гофрировка затрагивает не только градиентный член. В результате в случае соизмеримости вихревой решетки с гофрировкой свободная энергия описывается выражением

$$F = -\frac{[\varkappa + \varkappa u Q\cos(\mathrm{qr}_0)(\Delta d/d) - H]^2}{\beta_A(2\varkappa^2 - f^*)}. \tag{2.48}$$

Свободная энергия достигает минимума при условии максимума слагаемого в числителе $\varkappa u Q\cos(\mathrm{qr}_0)\Delta d/d$ и минимума коэффициента β_A. Как хорошо известно, минимум β_A достигается в случае треугольной решетки вихрей, максимум слагаемого равен $\tau' = \varkappa u\exp(-q^2/4\varkappa H)\Delta d/d$, при этом все вихри располагаются в минимумах толщины пленки. При небольшом отклонении поля от поля соизмеримости, определяемого соотношением (2.16), вихри остаются в минимумах толщины, однако решетка при этом деформируется и коэффициент β_A возрастает.

Критический ток, как обычно, находится из условия равенства максимальной силы пиннинга силе Лоренца. В приведенных координатах это равенство записывается в виде

$$\nabla_{q_0} F + 2\langle \mathbf{j}_c\rangle\times\mathbf{H} = 0. \tag{2.49}$$

Дополнительный коэффициент 2 во втором слагаемом возникает из-за использования приведенных координат. Это условие дает следующее значение критического тока:

$$j_c = j_{c,m} = \frac{qd}{\beta_A(2\varkappa^2 - f^*)H}\left\{\left[\frac{(\varkappa - H)^2}{16} + \frac{\tau'^2}{2}\right]^{1/2} + \frac{3(\varkappa - H)}{4}\right\}^{3/2}\times$$
$$\times\left\{\left[\frac{(\varkappa - H)^2}{16} + \frac{\tau'^2}{2}\right]^{1/2} - \frac{\varkappa - H}{4}\right\}^{1/2}. \tag{2.50}$$

Это соотношение справедливо при $H = B_{mn}$. При небольшом отклонении напряженности магнитного поля от этих значений при вычислении критического тока существенную роль могут оказывать краевые эффекты, учет которых приводит

к уменьшению его величины. Анализу этого влияния посвящен следующий раздел.

2.3.3. *Динамическое взаимодействие вихревой решетки с гофрированными пленками.* При движении вихрей на них помимо силы Лоренца и силы пиннинга действует еще и сила, возникающая из-за вязкого движения вихрей. Уравнение движения вихрей определяется из условия баланса этих трех сил. При синусоидальном изменении толщины пленки это уравнение записывается в виде [71]

$$\eta \partial \mathbf{r}_n / \partial t = \mathbf{F}_n + \mathbf{q}\Delta\varepsilon \sin[\mathbf{q}(\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_0)], \tag{2.51}$$

где $\eta \partial r_n / \partial t$ и $\mathbf{F}_n = \mathbf{j} \times \vec{\Phi}_0 / c$. Это уравнение напоминает уравнение для нахождения разности фаз параметра порядка в резистивной модели джозефсоновского контакта (п.2.2.1). Кроме того, скорость изменения разности фаз в сверхпроводнике пропорциональна скорости движения вихрей, т.е. для нахождения напряжения на образце можно воспользоваться уравнением, аналогичным уравнению (1.2б). Таким образом, можно воспользоваться результатами, следующими из этой модели. Из уравнения (2.51) следует, например, что ВАХ гофрированной пленки в магнитном поле должна иметь обычный для джозефсоновских контактов гиперболический вид

$$\langle E(t) \rangle \sim (I^2 - I_c^2)^{1/2}, \tag{2.52}$$

где $\langle E(t) \rangle$ — постоянная составляющая напряженности электрического поля на пленке. Ее переменная составляющая определяется соотношением

$$\frac{E(t)}{\langle E \rangle} = 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{I^2 - (I^2 - I_c^2)^{1/2}}{I_c} \right]^m \cos(m\omega_i t), \tag{2.53}$$

где $\omega_i = 2\pi c \langle E \rangle / \lambda_g B_{nk}$. Если пленку поместить в электромагнитное поле с частотой ω, то, так же как в случае джозефсоновских контактов, наблюдается интерференция этого поля с собственным излучением и на ВАХ возникают ступеньки тока [69], положение которых определяется соотношением

$$E_n = n \frac{\omega \lambda_g B_{mk}}{2\pi c}. \tag{2.54}$$

Поскольку собственное излучение, как следует из формулы (2.53), кроме основной частоты обладает целым спектром гармоник, на ВАХ также должны наблюдаться и субгармоники ступенек.

2.4. Несоизмеримость вихревой решетки с гофрировкой.

2.4.1. *Несоизмеримость вихревой решетки с гофрировкой при нулевой температуре.* Интересные явления возникают и в случае несоизмеримости вихревой решетки с гофрировкой. Объект исследования в этом случае во многом родствен двумерной решетке атомов, помещенных в периодическое одномерное поле. Поведение вихревой решетки в тонкой пленке определяется двумя факторами: ее упругостью и взаимодействием с периодическим потенциалом гофрированной пленки. Поскольку модуль сжатия для вихревой решетки в тонкой

пленке бесконечен, наиболее важную роль в этом случае играют поперечные сдвиговые деформации вихревой решетки. В случае такой деформации упругость решетки характеризуется соответствующей силовой постоянной

$$D_t(\mathbf{k}) = K_t k^2, \tag{2.55}$$

где $K_t = \mu\phi_0/B$, $\mathbf{k} = \mathbf{q} - \mathbf{g}$. Упругое взаимодействие вихрей в сверхпроводниках приводит к формированию правильной треугольной решетки. Но в отсутствие соизмеримости вихревой решетки с гофрировкой их взаимодействие приводит к искажениям этой решетки.

1) $H \ll H_{c2}$. В отличие от работы Мартиноли [71], где на первом плане была дискретная природа вихревой решетки, в работах Покровского и Талапова [77] и Буркова и Покровского [78] изучались свойства непрерывного поля деформаций при пренебрежении влиянием тепловых флуктуаций. Несоизмеримость (δ) определяется следующим образом:

$$\delta = \frac{B - B_{nk}}{2B_{nk}}.$$

В работе [78] показано, что существует критическое значение несоизмеримости (δ_{cnk}), которое разделяет области соизмеримой и несоизмеримой фаз. В соизмеримой фазе дальний порядок вихревой решетки сохраняется, но при $\delta \neq 0$ элементарная ячейка деформируется. Пример таких деформаций в случае магнитных полей, близких к B_{10} — фундаментальному полю согласования, показан на рис. 11. В несоизмеримой фазе возникает солитонная структура: имеются длинные по сравнению с периодом вихревой решетки участки, в которых вихри расположены в углублениях гофрировки, они чередуются с узкими полосками (солитонами), в которых на N периодов подложки приходится $N \pm 1$ вихрь. Солитоны располагаются под углом 45° к гофрировке. Поскольку в этом случае энергия системы не меняется при трансляции решетки на произвольное расстояние, в несоизмеримой фазе критический ток равен нулю. В реальной ситуации дефекты пленки и гофрировки создают дополнительные центры пиннинга, так что критический ток и в несоизмеримой фазе не обращается в нуль.

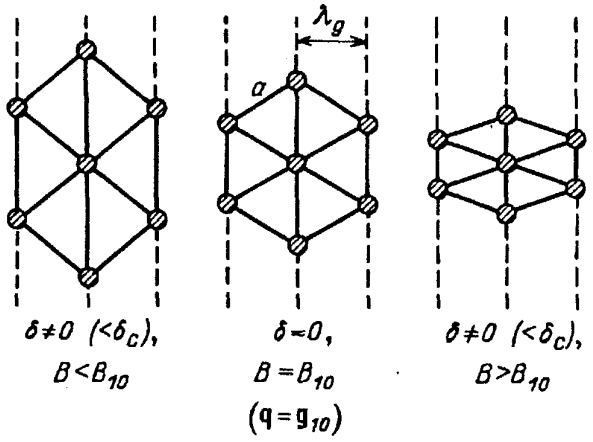

Рис. 11. Изменение вида вихревой решетки в соизмеримой фазе при различных значениях параметра несоизмеримости [72]

Для описания системы абрикосовских вихрей в этих работах использовался следующий гамильтониан:

$$H = \int [(\mu/2)(\partial x_1/\partial x - \partial y_1/\partial y - 2\delta)^2 + \\ + (\mu/2)(\partial x_1/\partial y + \partial y_1/\partial x)^2 + \widetilde{V}(x_1)]\, dx dy, \tag{2.56}$$

где x_1 и y_1 — компоненты смещений вихрей из положений равновесия в соизмеримой фазе по осям x и y соответственно, транспортный ток I направлен вдоль оси y. В лондоновском случае ($\xi_0 \ll \lambda_L$ и $H \ll H_{c2}$) потенциал $\tilde{V}(x_1)$ можно записать в виде

$$\tilde{V}(x_1) = \frac{H}{\phi_0}\left[\Delta d(x_1)\left(\frac{\phi_0}{4\pi\lambda_L}\right)^2 \ln\frac{\min(a_0, 2\lambda_\perp)}{\xi} - \frac{j\phi_0 x_1}{c}\right]. \tag{2.57}$$

Поскольку модуль сжатия вихревой решетки в данном случае бесконечен, $\partial x_1/\partial x + \partial y_1/\partial y = 0$. Соизмеримой фазе в глубине образца отвечает решение, при котором все вихри расположены в минимумах потенциала $\tilde{V}(x_1)$ (см. рис. 11). Однако в узком слое вблизи границы образца симметрия расположения вихрей относительно гофров нарушена. Эти вихри смещены из положения равновесия, и в случае достаточно малой модуляции потенциала $\tilde{V}(x_1)$, т.е. при неглубокой гофрировке, барьер, препятствующий рождению солитонов, исчезает. Очевидно, что уравнение (2.26) в этом случае несправедливо и на образце из-за движения солитонов возникает напряжение, что препятствует упорядоченному движению вихревой решетки как целого. Критический ток определяется условием

$$\tilde{V}_{\max} - \tilde{V}_{\min} = 2\mu\delta^2, \tag{2.58}$$

т.е. критический ток определяется главным образом модулем сдвига. В гофрированных пленках при $H \ll H_{c2}$ модуль сдвига дается выражением

$$\mu = 1{,}47\cdot 10^{-3}(\phi_0 H^3)^{1/2} G(a_0/\lambda_\perp), \tag{2.59}$$

где $G(a_0/\lambda_\perp)$ — безразмерная функция, которая вычислена в работе [78]. При $a_0 \gg \lambda_\perp$ $G = 4{,}2$, в другом пределе (когда $a_0 \ll \lambda_\perp$) $G = a_0/\lambda_\perp$. Подставляя это соотношение в (2.58), можно определить зависимость критического тока от начальной несоизмеримости:

$$\left(\frac{\Delta d(x_1)\phi_0}{8\pi\lambda_g\lambda_L^2}\ln\frac{\min(a_0, 2\lambda_\perp)}{\xi} - \frac{j_c dx}{c}\right)_{\max} - \left(\frac{\Delta d(x_1)\phi_0}{8\pi\lambda_g\lambda_L^2}\ln\frac{\min(a_0, 2\lambda_\perp)}{\xi} - \frac{j_c dx}{c}\right)_{\min} = \delta^2\frac{H}{16\pi}G(a_0/2\lambda_\perp). \tag{2.60}$$

График зависимости $j_c(H)$, вычисленный из соотношения (2.60), в области соизмеримой фазы показан на рис. 12. Как видно, учет граничных явлений приводит к плавной зависимости $j_c(H)$. Без учета рождения солитонов на границе соизмеримой и несоизмеримой фаз, т.е. при $\delta = \delta_{cnk}$, наблюдалось бы резкое падение критического тока до нуля. В работе [78] предсказано еще одно интересное явление. Вблизи максимально возможной несоизмеримости δ_{c1}, которая была рассчитана в этой работе, в соизмеримой фазе должна наблюдаться область нестабильности вихревой решетки. В некотором диапазоне изменения параметра несоизмеримости $\delta_c < \delta < \delta_{c1}$ соизмеримая фаза оказывается

метастабильной. Так как в несоизмеримой фазе $j_c = 0$, критический ток зависит от того, в какой фазе находилась вихревая решетка первоначально, т.е. возможен гистерезис.

2) $H_{c2} - H \ll H$. Краевой эффект соизмеримости оказывает существенное влияние на величину критического тока и в сильных магнитных полях [65]. В этой работе использовался тот же самый гамильтониан для расчета и получены зависимости критического тока от магнитного поля, напоминающие зависимости $j_c(H)$ для слабых магнитных полей.

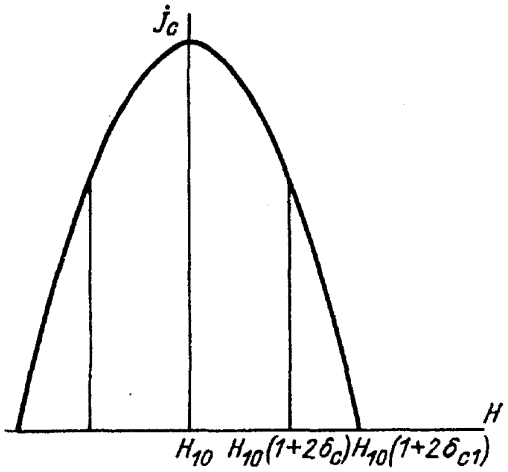

Рис. 12. График зависимости $j_c(H)$ для соизмеримой фазы вблизи B_{10} [78]

2.4.2. *Несоизмеримость вихревой решетки с гофрировкой при конечной температуре.* Хорошо известно [66], что в тонких сверхпроводящих пленках тепловые флуктуации оказывают существенное влияние на вихревую решетку, размягчая и даже расплавляя ее вблизи T_c Поэтому и в гофрированных пленках поведение вихревой решетки при конечных температурах должно существенно отличаться от ее поведения при нулевой температуре. Переход от несоизмеримой к соизмеримой фазе вихревой решетки при конечной температуре изучался в работе [72]. Вслед за этой работой рассмотрим случай полной соизмеримости $\delta = 0$, который особенно прост. Под действием тепловых флуктуаций вихри совершают броуновское движение около положения равновесия, которое они занимали бы при нулевой температуре. Уравнение движения вихря с координатами $\mathbf{r}_{1l}$ может быть записано в виде

$$\eta \partial \mathbf{r}_{1l}/\partial t + \mathbf{q}\varepsilon \sin(\mathbf{q}\mathbf{r}_{1l}) + \sum_{\substack{l' \\ (l \neq l')}} \widetilde{G}(l - l')\, \mathbf{r}_{1l} - \mathbf{F}_{Ll}(t) = 0. \tag{2.61}$$

В этом уравнении помимо обычных членов, описывающих вихревую решетку, появляются два новых: $\widetilde{G}(l - l')$ — матрица упругого взаимодействия вихрей в решетке и $F_L(t)$— ланжевеновская сила, которая удовлетворяет соотношению

$$\langle F^{\alpha}_{Ll}(t)\, F^{\beta}_{Ll'}(t)\rangle = 2\eta k_B T \delta_{\alpha\beta} \delta_{ll'} \delta(t - t'). \tag{2.62}$$

Уравнение (2.62) решается с помощью обычной процедуры перехода в **k**-пространство:

$$\mathbf{r}_{1l}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k,p} r_{1k}(\omega) \mathbf{e}_{kp} \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{l} - \omega t)]\, d\omega, \tag{2.63}$$

где $\mathbf{r}_{1k}(\omega)$ — амплитуды нормальных мод и $\mathbf{e}_{kp}$ — единичный вектор для продольных ($p = l$) и поперечных ($p = t$) деформаций вихревой решетки. Линеаризуя уравнение (2.61) и учитывая только поперечные моды колебаний вихревой решетки, получаем

$$r_{1kt}(\omega) = \frac{F_{Lkt}(\omega)}{D_{kt} + \Delta\varepsilon_R(\mathbf{q}\mathbf{e}_{kt})^2 - i\eta\omega}, \tag{2.64}$$

где D_{kt} — элемент диагонализованной матрицы упругих взаимодействий, связанный с поперечными модами колебаний вихревой решетки, $F_{Lkt}(\omega)$ — поперечные фурье-компоненты ланжевеновской силы. Флуктуационное движение вихрей около положения равновесия приводит к уменьшению эффективного значения периодического потенциала пиннинга $(\Delta\varepsilon_R)$, наличие которого приводит к согласованию вихревой решетки с гофрировкой при $\delta \neq 0$. Уменьшение $\Delta\varepsilon_R$ вызывает логарифмический рост среднего квадрата отклонения вихрей от положения равновесия. В работе [72] была вычислена температурная зависимость $\Delta\varepsilon_R$. В случае неглубокой гофрировки, когда $\Delta\varepsilon \ll \mu\lambda_g^2$,

$$\frac{\Delta\varepsilon_R}{\Delta\varepsilon} = \left(\frac{\Delta\varepsilon}{\mu}\right)^{T/(T_{lu}-T)}, \tag{2.65}$$

где T_{lu} — температура фазового перехода вихревой решетки от соизмеримой фазы к несоизмеримой. Ее величина при $B = B_{10}$ определяется выражением

$$T_{lu} = T_c\left(1 - 0{,}31\frac{R_\square e^2}{\hbar}\right), \tag{2.66}$$

где $R_\square$ — сопротивление пленки на квадрат. При приближении к точке фазового перехода, т.е. при $T \to T_{lu}$, эффективный потенциал пиннинга стремится к нулю, а вихревая решетка становится нестабильной.

Для экспериментальной проверки этих результатов в работе [72] изучались зависимости $I_c(T)$ гофрированных пленок алюминия при температурах, близких к критической. Образцы приготавливались с помощью голографической фотолитографии. Их характерные параметры приведены в табл. II.

Таблица II

Пленка	d, Å	$\Delta d/d$	λ_g, мкм	$R_\square$, Ом	T_c, K	$(\xi_0 l)^{1/2}$, Å	$\lambda_L(0)\left(\frac{\xi_0}{l}\right)^{1/2}$, Å
Al1	200	~0,2	0,79	15	1,89	365	4300
Al2	200	~0,2	0,77	35	2,16	223	6140

Поскольку критический ток зависит от эффективного потенциала пиннинга (2.65), при $B = B_{10}$ и обычной синусоидальной гофрировке (2.18) применима следующая формула для температурной зависимости критического тока:

$$\frac{I_{c,m}(T)}{I_{c,m}(0)} = \frac{\lambda_\perp(0)}{\lambda_\perp(T)}\left(\frac{\Delta\varepsilon}{\mu}\right)^{T/(T_{lu}-T)}. \tag{2.67}$$

Для сравнения, если пренебречь воздействием тепловых флуктуаций, то получается обычная зависимость

$$I_{c,m}(T) = \frac{I_{c,m}(0)\lambda_\perp(0)}{\lambda_\perp(T)}. \tag{2.68}$$

Как следует из формулы (2.68), при возрастании температуры $T \to T_{lu}$ размытие

потенциала пиннинга тепловыми флуктуациями приводит к резкому уменьшению критического тока $I_{c,m}(T)$ до нуля. Полученные авторами этой работы экспериментальные зависимости $I_{c,m}(T)$ (рис. 13) подтверждают справедливость этой формулы. Сплошной линией на этом рисунке показана зависимость, следующая из выражения (2.67), штриховой — зависимость (2.68). Полученное согласие теории и эксперимента подтверждает справедливость предложенного метода учета влияния флуктуаций на вихревую решетку в гофрированных сверхпроводящих пленках.

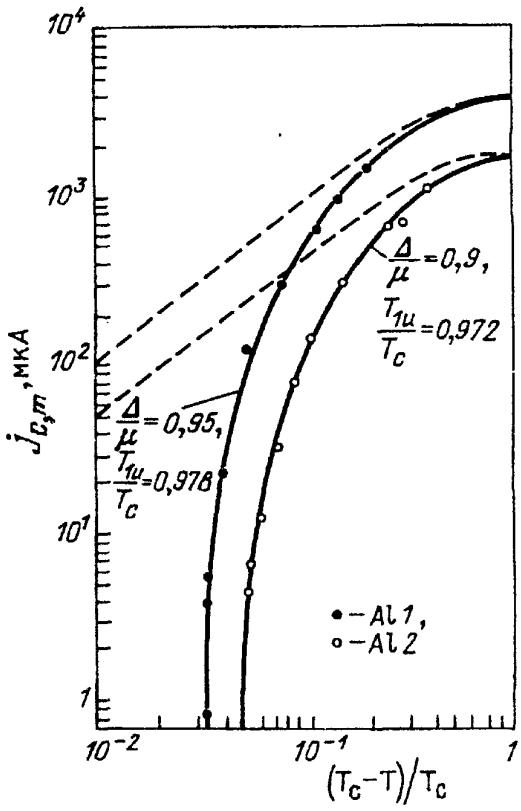

Рис. 13. Температурная зависимость критического тока гофрированной сверхпроводящей пленки при $B = B_{10}$ [72]

2.5. Цепочки каналов в сверхпроводящих пленках. Интересный метод использования сверхпроводящих микроструктур для исследования смешанного состояния применялся в работе [79]. В этой работе использовались сверхпроводящие двуслойные пленки, которые содержали цепочку узких каналов со слабым пиннингом. На рис. 14 схематично показаны эти структуры (на рис. *а* изображен вид сверху, на рис. *б* — их поперечное сечение). Эти структуры состоят из слоев NbN, разделенных узкими каналами из $Nb_{0,66}Ge_{0,34}$. В пленках NbN из-за их гранулированной структуры очень большие элементарные силы пиннинга. В аморфных пленках

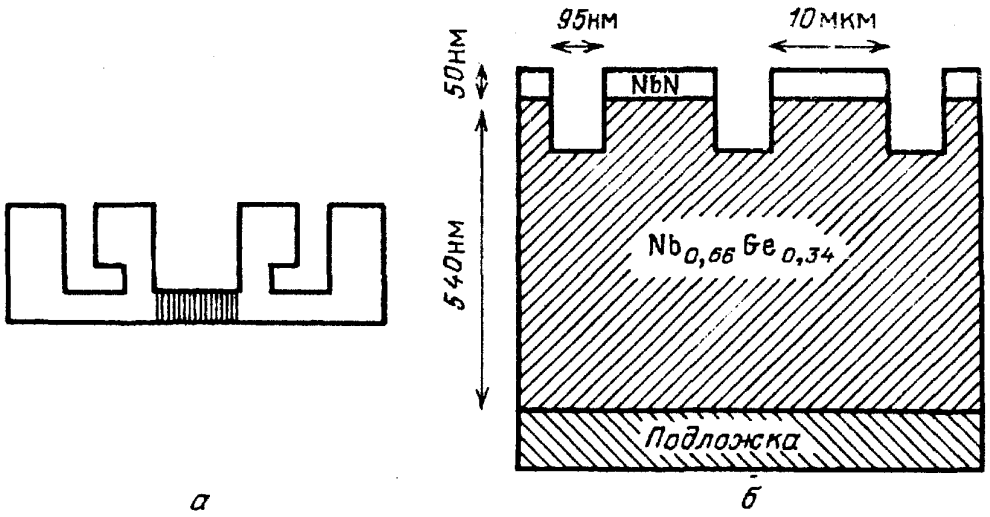

Рис. 14. *а* — Вид сверху двуслойной структуры из работы [79], *б* — Поперечное сечение той же структуры

$Nb_{0\,66}Ge_{0\,34}$силы пиннинга, наоборот, малы. Такая цепочка содержала 200 одинаковых каналов. Для того чтобы избежать искривления вихревых нитей, использовались достаточно тонкие слои сверхпроводников. Поскольку вихри, проходящие через слои NbN, сильно запинниниujваны, динамическое сопротивление образцов в смешанном состоянии, которое изучалось в этой работе, определяется движением вихрей в каналах из $Nb_{0,66}Ge_{0\,34}$.Поскольку критический ток образцов определяется взаимодействием вихрей в каналах с неподвижными вихрями, проходящими через слои NbN, можно надеяться на то, что движение вихрей во всех каналах начнется одновременно. Использование таких структур позволило авторам измерить зависимость удельного сопротивления образцов в смешанном состоянии от внешнего магнитного поля. В результате проведенных исследований было показано, что объемная сила линнинга в таких структурах подчиняется следующему соотношению:

$$P_v = 0{,}094\mu/w_c, \tag{2.69}$$

где w_c — ширина каналов из $Nb_{0\,66}Ge_{0\,34}$.Характер обнаруженной зависимости близок к теоретическим, рассчитанным в работах [80,81] на основе представлений о коллективном пиннинге.

Когерентное движение вихрей Абрикосова с большой скоростью в широких и сравнительно коротких мостиковых контактах указывает на возможность такого же движения всего массива вихрей в гофрированных сверхпроводящих пленках. Эти пленки, когда транспортный ток течет уже перпендикулярно к гофрам. можно представить в виде цепочки последовательно соединенных широких мостиковых контактов переменной толщины. В таких структурах должны двигаться все вихри в цепочке. Кроме того, взаимодействие вихрей в соседних цепочках может обеспечить упорядоченное движение всего массива вихрей. Эта идея была предложена в работе [82] и получила экспериментальное подтверждение. Гофрированные пленки олова, использовавшиеся в этой работе, приготавливались с помощью электронно-лучевой литографии с использованием позитивного резиста с последующим плазмохимическим травлением предварительно напыленной пленки олова. Толщина пленок была от 1000 Å до 2000 Å. Область, где имелась гофрировка, формировалась в виде мостиков, длина и ширина которых равнялись 10 мкм. В работе изучался характер воздействия СВЧ излучения на такие структуры. На рис. 15 показаны ВАХ в СВЧ поле одной и той же мощности, но в разных магнитных полях. Как видно из этого рисунка, в полях, близких к полю согласования, т.е. при $B = B_{10}$, на ВАХ контактов наблюдаются ступенчатые особенности при напряжениях

$$V_n = 5n\hbar\omega/e. \tag{2.70}$$

Существование ступенек тока указывает на синхронизацию движения вихрей во всем контакте, т.е. реализуется упорядоченное движение всех 10 строчек вихрей. Для возникновения n-й ступеньки тока на ВАХ необходимо, чтобы частота входа вихрей в пленку была равна $n\omega/2\pi$. За время, равное периоду излучения, решетка вихрей должна сместиться на расстояние $2\lambda_g/\sqrt{3}$, при этом

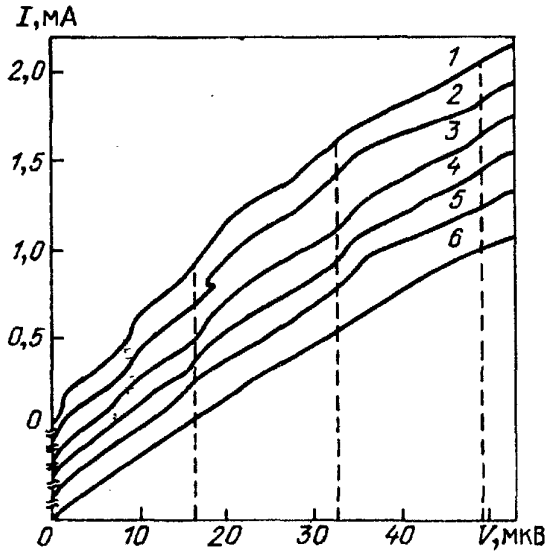

Рис. 15. Вид ВАХ гофрированной сверхпроводящей пленки, помещенной в СВЧ поле с частотой 800 МГц и одинаковой мощностью и в магнитное поле разной величины. Величина B(Гс) для ВАХ: 17(*1*), 17,4(*2*), 17,8(*3*), 18(*4*), 18,2(*5*) и 18,6(*6*) [82]

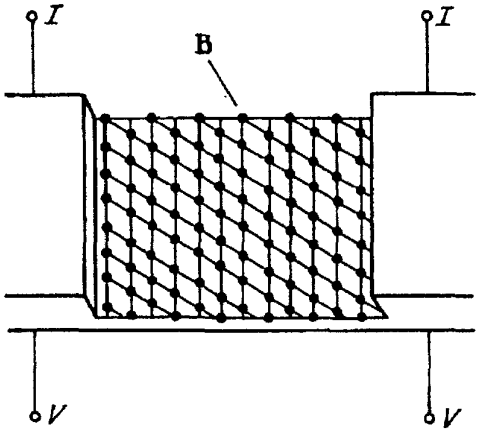

Рис. 16. Пленочная структура с двойной гофрировкой в магнитном поле [83]

оказывается, что скорость движения вихрей достигает по крайней мере $3 \cdot 10^5$ см/с.

Эта идея может оказаться полезной для цели создания генератора электромагнитного излучения на основе сверхпроводящих структур. На рис. 16, взятом из работы [83], схематично показана одна из структур такого рода. Сверхпроводящая пленка имеет двойную гофрировку с одинаковыми периодами. Жирные поперечные линии соответствуют более глубоким канавкам, другие, расположенные под углом 60° к первым, — более мелким. Если через такую пленку пропустить ток, по величине превышающий критический, то вихри Абрикосова в поле, равном B_m, будут двигаться вдоль глубоких канавок. В частном случае синусоидального профиля мелких канавок на образце должно возникнуть электрическое поле напряженностью, определяемой соотношением (2.53). Для уменьшения влияния хаотически расположенных центров пиннинга поперечные канавки лучше изготовить из нормального металла. В этом случае сверхпроводимость в структуре сохраняется за счет эффекта близости.

2.6. Пленки с упорядоченной решеткой пор. Здесь будет рассматриваться характер взаимодействия вихревой решетки с другой периодической тонкопленочной структурой треугольной решеткой пор. Впервые это было сделано в работе Фиори, Хебарда и Сомека [84]. Решетка пор приготавливалась с помощью электронной литографии. Пленочная структура имела следующие параметры: диаметр дырок 0,5 мкм, расстояние между ними 3 мкм, толщина сверхпроводящей пленки 0,1 мкм. Как обычно, использовались гранулированные пленки алюминия, напыленные в атмосфере кислорода. В работе

наблюдалась немонотонная зависимость критического тока от магнитного поля (рис. 17). Наиболее заметные максимумы на зависимости $I_c(B)$ наблюдались при $B = nB_m$, где поле согласования B_m находится из обычных геометрических соображений:

$$B_m = 2\phi_0/\sqrt{3}a_h^2; \tag{2.71}$$

a_h — расстояние между порами. Как полагают авторы, в такой пленке с порами магнитное поле величиной, кратной B_m, образует связки из n вихрей вблизи каждой дырки. Потенциал взаимодействия между вихрем и цилиндрической порой радиусом r_h определен в работе [85] и дается выражением

$$U = (\phi_0/4\pi\lambda)^2 d \ln(2r_h/\xi). \tag{2.72}$$

Как видно, такие поры могут быть эффективными центрами пиннинга в сверхпроводящих пленках.

Возможны два метода для объяснения этого явления. Первый исходит из предположения малой глубины пор, т.е. силы пиннинга малы по сравнению с упругими силами вихревой решетки. В этом случае можно воспользоваться результатами работы Мартиноли [71] для объяснения подобных зависимостей в случае гофрированных пленок. При согласовании вихревой решетки с решеткой неоднородностей в пленке наблюдается минимум свободной энергии, что и приводит к максимуму на зависимости $I_c(B)$.

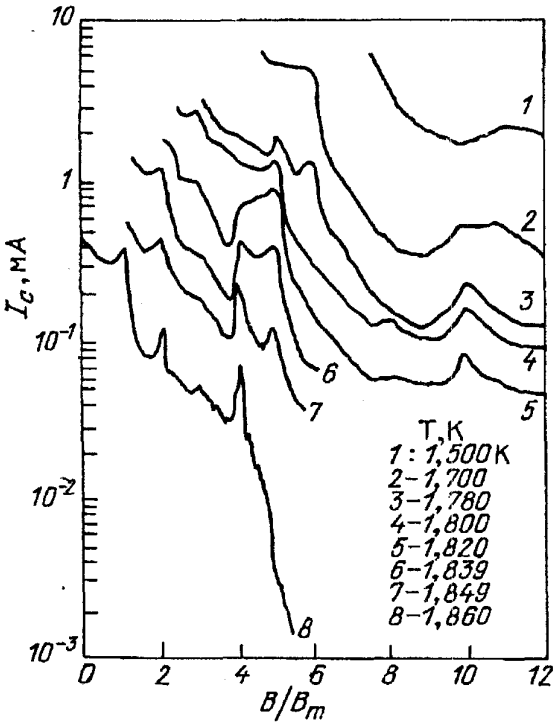

Рис. 17. Зависимости критического тока пленки с решеткой пор от магнитного поля для разных температур [84]

Интересный подход к анализу зависимостей $I_c(B)$ в таких структурах предложен в работе Блемайра [86]. В данной работе рассматривались поры с достаточно большим потенциалом пиннинга по сравнению с упругим взаимодействием вихрей. На рис. 18 показано заполнение вихрями дырок в пленке в двух случаях *а*: B чуть больше B_m, *б*: B чуть меньше $2B_m$. В первом

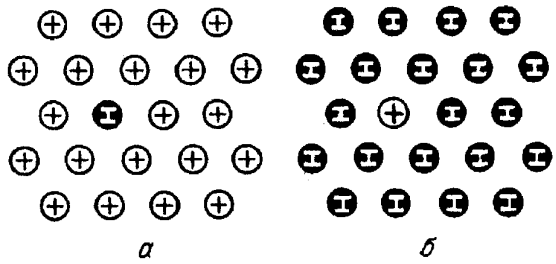

Рис. 18. Схематические изображения заполнения квантовыми вихрями пленки с решеткой пор в двух случаях. *а* — Избыточный вихрь в заполненной одиночными вихрями решетке пор. *б* — Вихревая вакансия в решетке пор, содержащей по два вихря в каждой поре [86]

случае почти в каждой дырке находится по одному вихрю, но имеется небольшое количество пор (рис. 18,*а*), в которых находится еще по одному дополнительному вихрю. Во втором случае, наоборот, почти во всех дырках находится по два вихря, а в небольшом их числе (рис. 18,*б*) не достает по одному вихрю. Анализ сил, проведенный в работах [87,88], показывает, что на такие избыточные (*а*) либо на расположенные вблизи вакансий (*б*) вихри действует дополнительная сила, приблизительно равная силе отталкивания вихрей (*а*) либо в порах, расположенных вблизи (*б*). Поэтому такие избыточные либо недостающие вихри легче остальных вихрей можно заставить двигаться под действием силы Лоренца. Очевидно, напряжение, возникающее на образце, определяется соотношением

$$V = N_v \phi_0 \langle v \rangle l_m, \tag{2.73}$$

где $N_v = |B - nB_m|/\phi_0$ определяет степень несоизмеримости вихревой решетки и решетки пор, n — целое число, $\langle v \rangle$ — средняя скорость движения вихрей. Поскольку сила Лоренца, действующая на вихри, пропорциональна току, $\langle v \rangle$ монотонно увеличивается с увеличением тока. Экспериментально критический ток определяется тем значением транспортного тока, пропускаемого через образец, при котором напряжение на образце достигает определенной малой величины. Вблизи nB_m, когда в пленке мало избыточных либо недостающих вихрей, через мостик необходимо пропускать большой ток, чтобы заставить в силу соотношения (2.73) эти вихри двигаться достаточно быстро. На зависимости $I_c(B)$ при таком поле должен наблюдаться максимум, при этом зависимость тока, при котором вихри способны выйти из потенциальных ям пор и начать двигаться, от магнитного поля имеет ступенчатый характер: ток плавно уменьшается с увеличением магнитного поля, а при $B \geq nB_m$ имеются резкие спады. Это является результатом того, что заставить двигаться избыточные вихри легче, чем недостающие для полного согласования вихревой решетки и решетки пор. На основе приведенных соображений в работе [86] была рассчитана зависимость $I_c(B)$. Она приведена на рис. 19. Как видно из сравнения теоретической зависимости с экспериментальной, полученной Фиори с соавторами [84], наблюдается согласие между ними.

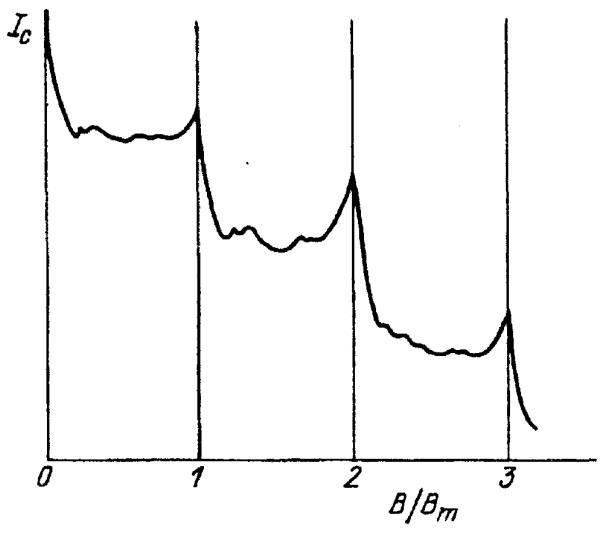

Рис. 19. Зависимость критического тока, определенного по постоянному уровню напряжения, рассчитанная в работе [86]

В работе [84] использовались гранулированные пленки алюминия, в которых пиннинг чрезвычайно мал. Изучению особенностей проявления эффекта согласования в пористых пленках с достаточно сильным пиннингом посвящены

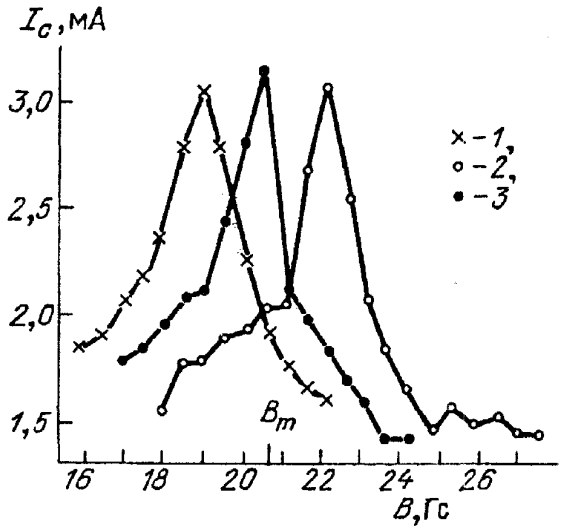

Рис. 20. Зависимость критического тока от величины внешнего магнитного поля для решетки сверхпроводящих тонкопленочных пор при $T = 3{,}33$ К. *1* — увеличивающееся поле, *2* — уменьшающееся поле, *3* — поле меняется при температуре образца выше T_c [90]

работы [89,90]. Решетка пор приготавливалась с помощью электронно-лучевой литографии с использованием позитивного резиста с последующим плазмохимическим травлением предварительно напыленной пленки олова. Толщина пленок была от 300 до 2000 Å. Элементарной ячейкой являлись равнобедренные треугольники с высотой и основанием, равными либо 0,8 мкм, либо 1 мкм. Использовались пленки олова, в которых критический ток и сила пиннинга существенно больше, чем в гранулированных пленках алюминия. В этих работах обнаружено смещение положений максимумов от nB_m, причем положение максимумов зависело от характера изменения магнитного поля. В увеличивающемся магнитном поле максимумы смещаются в область слабых магнитных полей по сравнению с nB_m и, наоборот, при уменьшении поля — в область более сильных полей. Величина смещения увеличивается с уменьшением температуры и n. Если перед каждым измерением проводился отогрев образца до температуры выше T_c, максимумы наблюдались при nB_m (рис. 20). Наблюдаемый факт объяснен в работе на основе учета градиента магнитного поля в плоскости образца, возникающего в пленках с сильными центрами пиннинга. В увеличивающемся поле плотность вихрей на краях пленки больше, чем в центре, и наоборот, в уменьшающемся поле эта плотность на краях меньше. Благодаря этому градиенту происходит движение вихрей, которое необходимо для установления равновесного смешанного состояния. Поскольку в широких пленках плотность тока на краях больше, чем в центре, критический ток определяется прежде всего взаимодействием вихрей с центрами пиннинга на краях пленки. При этом, если на краях пленки вихревая решетка согласуется с решеткой пор, должен наблюдаться максимум на зависимости $I_c(B)$, что и объясняет наблюдаемый гистерезис $I_c(B)$. Взаимодействие вихрей с центрами пиннинга уменьшается с повышением температуры, что должно приводить к уменьшению гистерезиса. Кроме того, взаимное отталкивание вихрей также уменьшает это взаимодействие при увеличении n, при этом смещение положения максимумов должно уменьшаться. Таким образом, градиент магнитного поля может препятствовать согласованию вихревой решетки с решеткой пор. Такое согласование должно наблюдаться при охлаждении образца в данном магнитном поле.

В работах [90,91] производились также измерения температурной зависимости верхнего критического магнитного поля сверхпроводящих пленок с ре-

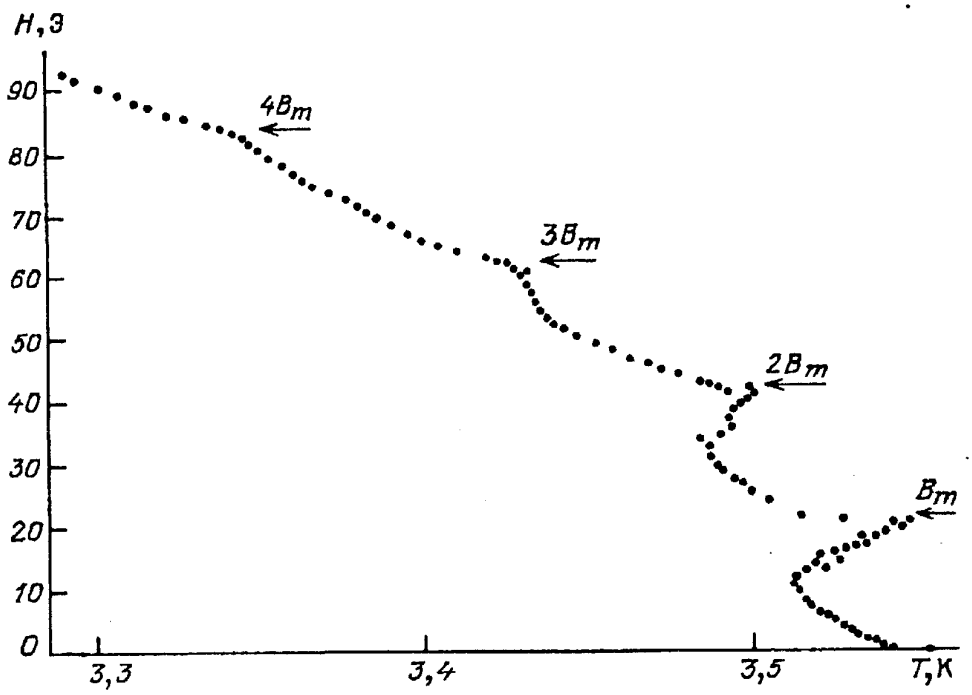

Рис. 21. Температурная зависимость верхнего критического магнитного поля оловянной пленки толщиной 600 Å с решеткой пор [90]

шеткой микропор. Пример полученных зависимостей показан на рис. 21. Как видно из рисунка, эта зависимость существенно отличается от линейного закона $H_{c2}^{\perp} \sim T - T_c$, справедливого для обычных сверхпроводящих пленок. На фоне корневой зависимости $H_{c2}^{\perp} \sim (T - T_c)^{0,5}$ видны особенности, когда магнитное поле кратно полю согласования B_m. Появление этих особенностей обусловлено тем, что сверхпроводящий параметр порядка меньше подавляется магнитным полем в том случае, когда центры вихрей размещены в порах, т.е. при $B = nB_m$. Корневая зависимость верхнего критического магнитного поля характерна для верхнего критического магнитного поля тонких ($d < \xi(T)$) пленок в параллельном направлении. Поэтому корневой характер зависимости $H_{c2}^{\perp} \sim (T - T_c)^{0,5}$ указывает на то, что стенки пор имеют малую толщину по сравнению с длиной когерентности.

Измерение критического тока в постоянном магнитном поле $B = B_m$ дает информацию об элементарных силах пиннинга. В работе [90] было обнаружено, что при $B = B_m$ зависимость критического тока от температуры вдали от T_c, когда $\xi(T) < 2r_h$, подчиняется закону $I_c(T) \sim (T - T_c)^{1,5}$. При приближении к T_c наблюдается резкое уменьшение I_c. Такой характер зависимости легко находит объяснение: если диаметр поры в пленке превышает длину когерентности, то для элементарной силы пиннинга, которая определяет критический ток, справедливо соотношение $f_p \approx \xi H_c^2/8 \sim (T - T_c)^{1,5}$.

Одной из интересных проблем сверхпроводниковой микроэлектроники является создание ячеек памяти на базе вихрей Абрикосова. В какой-либо ячейке на базе такой пленки может быть два устойчивых состояния: с наличием вихря и без него. Скорость движения вихрей в таких структурах и выделяемая при этом энергия определяют скорость обработки информации и плотность упаков-

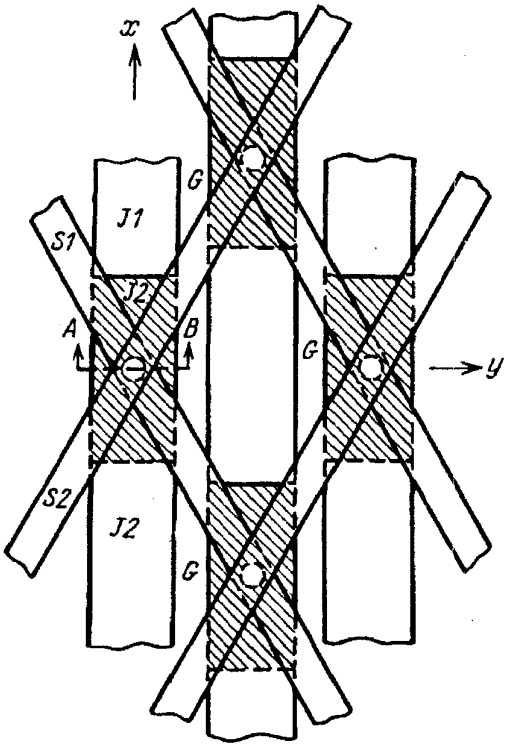

Рис. 22. Ячейка памяти на основе сверхпроводящей пленки с решеткой пор [93]

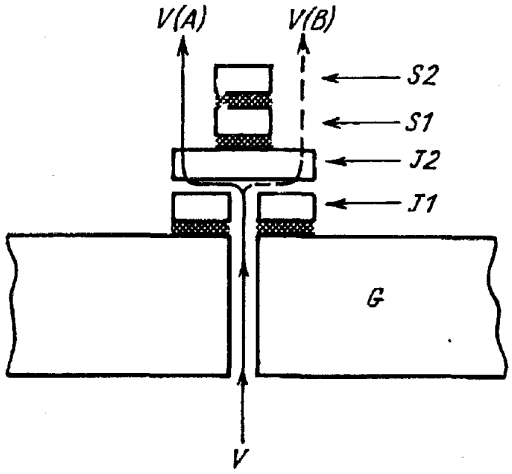

Рис. 23. Поперечный вид рис. 22. $V(A)$ и $V(B)$ показывают два эквивалентных положения квантового вихря в структуре, соответствующих «0» и «1» [93]

ки элементов. Для ячеек памяти желательны пленки с максимально возможной скоростью их движения и наименьшим коэффициентом вязкости. Возможные схемы создания одиночных вихрей и их детектирования предложены в работе [92]. Кроме того, для работы таких устройств необходимы пленки с малым случайным пиннингом.

Пример ячейки памяти на базе сверхпроводниковой пленки с решеткой пор предложен Хебардом и Фиори [93]. Важным элементом схемы является система узких пленок, которая управляет положением вихрей. Схематичный вид этой структуры и поперечное сечение в одном из направлений показаны на рис. 22 и 23. Величина внешнего магнитного поля, прикладываемая к такой структуре, определяется условием согласования вихревой решетки и решетки пор (2.71). Обработка информации производится с помощью перемещения вихрей в расположенных над порами пленках. Главными элементами данной структуры являются джозефсоновские контакты с электродами J1 и J2. Эти контакты располагаются над порами. Над каждым контактом проходит пара изолированных сверхпроводящих пленок S1 и S2. Для того чтобы записать единицу информации в какую-то ячейку, необходимо переместить вихрь из положения A в B. Это осуществляется пропусканием импульсов тока одновременно по пленке S1 и S2. Ожидаемое время переключения для контактов с малой емкостью должно быть порядка 10^{-12} с. Выделяемая за цикл переключения энергия зависит от критического тока джозефсоновских контактов и может быть порядка $5 \cdot 10^{-10}$ эрг.

3. Пиннинг в слоистых сверхпроводящих структурах

3.1. Введение. В слоистых сверхпроводящих структурах слои сверхпроводника чередуются со слоями: либо другого сверхпроводника (S/S′), либо нормального (несверхпроводящего) металла (S/N), либо полупроводника (S/s), либо изолятора (S/I). Проблеме изучения равновесных свойств искусственных слоистых структур посвящен обзор Джина и Кеттерсона [94]. Наиболее интересным эффектом в этом направлении является размерный переход 2D—3D. Сущность этого перехода состоит в следующем. Если период слоистой структуры (λ_s) не намного превышает длину когерентности в перпендикулярном слоям направлении $\xi_z(0)$, то существует температура T' такая, что при $T' < T < T_c$ $\xi_z(T) > \lambda_s$, а при $T < T'$ $\xi_z(T) < \lambda_s$. Вблизи T_c параллельное критическое магнитное поле изменяется с температурой по линейному закону $H_{c2}^{\parallel}(T) \sim T_c - T$, т.е. слоистая структура ведет себя как трехмерный сверхпроводник. При низких температурах, когда $T < T'$, наблюдается корневая зависимость

$$H_{c2}^{\parallel}(T) = -\frac{2\sqrt{3}\phi_0}{2\pi\xi_z d_l} \sim (T_c - T)^{1/2}, \tag{3.1}$$

характерная для тонких ($d \ll \xi(T)$) сверхпроводящих пленок [95]. Это явление обусловлено деформацией керна вихря в слоистых сверхпроводниках, сечение которого определяется двумя величинами $\xi_z(T)$ и $\xi(T)$. При малых $\xi_z(T)$ возможно расположение вихрей в промежутках между сверхпроводящими слоями, и, следовательно, они перестают вносить вклад в процесс распаривания сверхпроводящих носителей тока. В этом случае вихри аналогичны джозефсоновским вихрям.

В последние годы в связи с открытием ВТСП повысился интерес к исследованию влияния флуктуаций на свойства слоистых сверхпроводников. Как известно [96], в чисто двумерном сверхпроводнике флуктуации фазы приводят к разрушению дальнего порядка, которая восстанавливается даже в случае очень малой связи между слоями [97]. Магнитное поле, параллельное слоям, ослабляя взаимодействие между ними, тем самым увеличивает роль флуктуаций. Важную роль в этом процессе играют особенности вихревой структуры в слоистых сверхпроводниках. В случае большой анизотропии, когда $\xi_z(T)$ мало, тепловые флуктуации легко дестабилизируют вихревую решетку, при этом образующиеся изгибы вихрей из-за их стремления расположиться между слоями разрушают дальний порядок вихревой решетки даже в перпендикулярном внешнем магнитном поле [98]. В случае сильных тепловых флуктуаций появляется возможность образования новых вихрей в отдельных слоях (хорошо известный механизм Костерлица — Таулесса) и вихревых колец (флуксонов) в прослойках между ними. В принципе, такие флуксоны должны ослаблять взаимодействие между сверхпроводящими слоями. Возникновению двумерной сверхпроводимости в данном случае препятствует флуктуационное рождение вихрей в этих слоях. В работах [99,100] показано, что температура разрушения

двумерной сверхпроводимости в слоистых сверхпроводниках в результате этого процесса обычно выше температуры 3D—2D-перехода. Тем не менее образование флуксонов оказывает заметное воздействие на зависимость $H_{c2}^{\parallel}(T)$ [100], приводя к возникновению на ней серии ступенчатых особенностей. Магнитное поле, проникая между сверхпроводящими слоями, разбивает их на группы из-за эффекта согласования и ослабляет взаимодействие между этими группами. Благодаря этому в таких группах слоев возможно возникновение 2D-сверхпроводимости. В области магнитных полей, определяемых условием $n(H) \leq 8$, где n — число сверхпроводящих слоев в 2D-слое (оно, естественно, увеличивается с уменьшением магнитного поля), особенности возникают из-за флуктуационного рождения вихрей. Это является следствием того, что в сильных магнитных полях температура разрушения двумерной сверхпроводимости выше температуры 3D—2D -перехода. Наличие особенностей на зависимости $H_{c2}^{\parallel}(T)$ в области магнитных полей, определяемых условием $n_c \leq n(H) \leq 9$, связано с возникновением 2D-фазы, где верхний предел числа слоев, разделяющих цепочки флуксонов (n_c), определяется температурой, при которой сверхпроводимость разрушается за счет флуксонного механизма. Для проверки данного предположения необходимы слоистые структуры с малой толщиной сверхпроводящих слоев (~10 Å) и сравнительно большим расстоянием между ними.

С другой стороны, до настоящего времени изучению смешанного состояния и пиннинга в слоистых сверхпроводящих структурах не уделялось достаточного внимания. Для хаотически расположенных неоднородностей процедура нахождения объемной силы пиннинга (P_v) зависит от величины магнитного поля, типа, размеров и плотности дефектов. Проблема усложняется большой плотностью вихрей при обычных магнитных полях. Так, при $B = 1$ Тл на 1 см^2 приходится $5 \cdot 10^{10}$ вихрей. В это плане упорядоченные сверхпроводящие микроструктуры представляют собой удобный объект для исследований. Для упрощения процедуры суммирования элементарных сил пиннинга (f_p) можно добиться строгой периодичности свойств таких структур в пространстве. При этом, как отмечалось ранее, в случае согласования вихревой решетки с решеткой дефектов можно пренебречь упругими свойствами вихревой решетки, и объемная сила пиннинга определяется простым суммированием элементарных сил пиннинга:

$$\mathbf{P}_v = kB\mathbf{f}_p/\phi_0, \tag{3.2}$$

где k — количество центров пиннинга, существующих в сверхпроводнике на единице длины вихревой нити. В то же время для объемной силы пиннинга справедливо простое выражение [101]

$$\mathbf{P}_v = \mathbf{j}_c \times \mathbf{B}, \tag{3.3а}$$

которое позволяет довольно легко находить $\mathbf{P}_v$ экспериментально. Обычно транспортный ток направлен перпендикулярно магнитному полю. Поэтому векторное уравнение (3.3а) преобразуется в скалярное:

$$P_v = j_c B. \tag{3.3б}$$

Таким образом, из соотношения (3.2) следует, что в случае согласования вихревой решетки с упорядоченной решеткой дефектов можно экспериментально определить элементарную силу пиннинга. Такие эксперименты важны, поскольку в пиннинге существует большое количество проблем, особенно если иметь в виду не качественные зависимости или эффекты, а количественные. Использование сверхпроводников с упорядоченной решеткой неоднородностей позволяет поэтому более глубоко исследовать пиннинг.

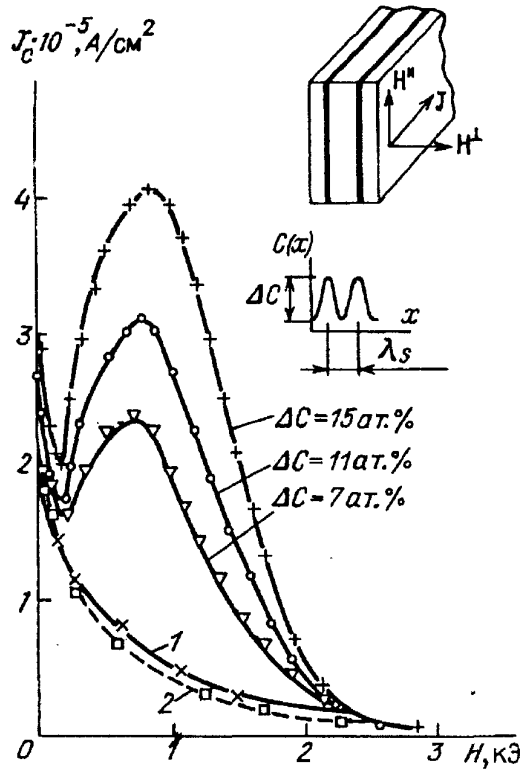

Рис. 24. Зависимости $J_c(H)$ для слоистых образцов с разными амплитудами модуляции концентрации примесей Bi; период модуляции 2000 Å [102]. *1* — отожженный образец, *2* — однородный образец

В отличие от планарных структур, где предельные размеры в настоящее время ограничиваются величиной $\sim 10^3$ Å, путем послойного напыления можно приготовить сверхпроводящие структуры с периодом ~ 10 Å и даже меньше. Кроме того, такие структуры представляют интерес и с прикладной точки зрения. Например, как следует из соотношения (3.1), параллельное критическое магнитное поле $H_{c2}^{\parallel}$ в них может быть существенно больше верхнего критического магнитного поля массивного сверхпроводника.

3.2. Эксперимент. Впервые пиннинг в слоистых сверхпроводящих структурах исследовался в работах Раффи с соавторами [102—104]. Для этой цели ими использовались слоистые пленки на основе сплава Pb-Bi. Пленки приготавливались напылением в вакууме из разных источников с помощью двух электронных пушек. При этом скорость напыления Pb поддерживалась постоянной, а скорость напыления Bi изменялась во времени по синусоидальному закону. Результирующая концентрация Bi (C_{imp}) в них менялась по толщине в направлении оси x также по синусоидальному закону с периодом от 700 до 8000 Å:

$$C_{imp}(r) = C_0[1 + \Gamma \sin(2\pi x)\lambda_s^{-1}]. \qquad (3.4)$$

В перпендикулярном к слоям направлении критический ток, который течет вдоль слоев, монотонно уменьшается с увеличением магнитного поля. Совершенно иная ситуация оказывается в параллельном поле. На рис. 24 показаны зависимости критического тока от внешнего магнитного поля для образцов с разными амплитудами модуляции Г, но с одинаковым периодом $\lambda_s = 2000$ Å. Прежде всего, по сравнению с однородным образцом, полученным в результате

отжига слоистого образца, в слоистых образцах критический ток существенно больше, и его величина растет с увеличением амплитуды модуляции. Кроме того, у зависимости $J_c(H)$ наблюдается максимум, положение которого зависит главным образом от периода модуляции и от температуры. С уменьшением периода модуляции максимум $J_c(H)$ смещается в область более сильных полей. Его положение не определяется полем согласования, т. е. оно не равно B_{10}, где поле согласования для слоистых образцов определяется обычным геометрическим соотношением, аналогичным соотношению (2.16) для гофрированных структур, но вместо периода гофрированных структур λ_g надо использовать период слоистых структур [103]. Более того, с увеличением температуры максимум сдвигается в область более слабых полей, и, начиная с температуры, при которой длина когерентности оказывается равной половине периода слоистой структуры, он исчезает [104]. Такое поведение указывает на коровый механизм элементарного пиннинга в этих структурах.

В последнее время появилось несколько работ, посвященных экспериментальному исследованию силы пиннинга в слоистых структурах [105—112]. В отличие от работ Раффи с соавторами в этих работах большое внимание уделяется структурам на основе тугоплавких металлов и соединений на их основе, причем наблюдается стремление использовать такие прослойки, которые являлись бы эффективными центрами пиннинга. Отметим наиболее интересные результаты, полученные при этом.

В работе [105] исследовались слоистые структуры типа Nb-Ta. Образцы приготавливались с помощью магнетронного напыления. Использовались две разнесенные в пространстве мишени: ниобиевая и танталовая. Сапфировые подложки в процессе напыления подогревались. Изучались два набора таких структур. В одном использовались одинаковые и достаточно толстые прослойки тантала (500 Å), а толщина ниобиевых слоев при этом изменялась от 98 до 490 Å. Во втором наборе образцов использовались прослойки с одинаковым отношением толщин отдельных слоев ниобия и тантала, но с разным периодом λ_s. Наиболее интересный результат, обнаруженный в этой работе, — нарушение закона подобия для силы пиннинга при изменении рабочей температуры. Подобное же явление наблюдалось ранее в работе Раффи с соавторами [104].

В работе [106] изучались угловые зависимости критического тока слоистых структур Mo/V и Nb/Pd, причем J_c определялся по магнитному моменту, определяемому, в свою очередь, с помощью измерения механического момента (N_t). Эта методика основана на зависимости градиента магнитной индукции захваченного сверхпроводящим образцом поля от критического тока. Для плотности критического тока справедливо соотношение

$$J_c(B) = 3N_t/(V_s R_s \cos\theta), \tag{3.5}$$

где θ — угол между направлением магнитного поля и поверхностью образца, V_s и R_s — объем и радиус образца. Образцы приготавливались с помощью магнетронного напыления в сверхвысоковакуумной установке. Толщина слоев Nb и

Pd была одинаковой и равнялась 170 Å. Mo/V обладали более сложной структурой: каждый период ее состоял из двух слоев V толщиной 196 Å, разделенных более тонким слоем V в 101 Å, причем каждый из этих слоев покрывался тонкой (50 Å) молибденовой прослойкой. Была обнаружена большая анизотопия силы пиннинга: $F_p^{\parallel}/F_p^{\perp} = 30$ при $B = 0{,}15$ Тл.

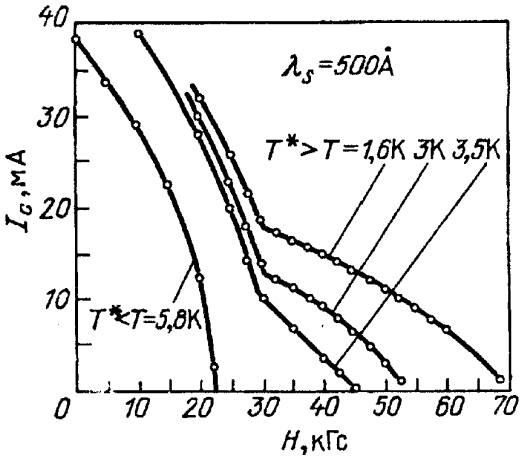

Рис. 25. Зависимость критического тока от параллельного магнитного поля для образца с λ_s = 500 Å [107]

Интересные результаты получены при исследовании слоистых структур Nb/NbTi [107]. Период слоистой структуры образцов был 500 Å. В этой работе авторы использовали измерения $I_c(H,T)$ для того, чтобы получить дополнительную информацию о магнитном фазовом переходе. В работе Такахаши и Тачики [113] было предсказано, что зависимость $H_{c2}^{\parallel}(T)$ слоистых образцов, состоящих из чередующихся слоев с одинаковыми критическими температурами, но с разными коэффициентами диффузии, должна иметь резкий излом при некоторой температуре (T^*). Такая особенность на зависимости $H_{c2}^{\parallel}(T)$ возникает из-за того, что при $T < T^*$ волновая функция сверхпроводящих носителей тока локализована в слоях с малым коэффициентом диффузии, содержащих, например, большее количество примесей, а при $T > T^*$, наоборот, она локализуется в слоях с большим коэффициентом диффузии. Как следствие, при высоких температурах $|\partial H_{c2}^{\parallel}\partial T|$ существенно меньше, чем при низких. Экспериментально такой характер зависимости $H_{c2}^{\parallel}(T)$ наблюдался на слоистых структурах Nb/NbTi в работе [114]. В работе [107] было обнаружено, что смещение областей зарождения сверхпроводящей фазы из «грязных» слоев в «чистые» приводит к особенности на зависимости $I_c(H)$ в параллельном слоям поле. На рис. 25 показаны примеры этих зависимостей при разных температурах. Критический ток определялся с помощью измерения ВАХ. Когда температура выше T^*, сверхпроводимость возникает только в ниобиевых слоях и на зависимости $I_c(H)$ никаких особенностей нет. При низких температурах возникает излом на этой зависимости при H = 30,5 кГс. Это согласуется с характером зависимости $H_{c2}^{\parallel}(T)$, которая также определялась в этой работе. При T= 4,3 К на диаграмме наблюдался излом как раз при H = 30,5 кГс. При H < 30,5 кГс максимум сверхпроводящего параметра порядка располагается в ниобиевых слоях, а в больших полях он располагается в слоях NbTi.

В работе [108] с целью создания более эффективных центров пиннинга использовались тонкие (20 Å) прослойки антиферромагнитного металла хрома. В качестве сверхпроводящих слоев использовались слои из сплава Pb-18 Å Bi. Эффективность таких антиферромагнитных прослоек обусловлена тем, что из-за их влияния параметр порядка подавляется в сверхпроводящих слоях на

глубине $\sim \xi(T)$. Сильное влияние таких прослоек, с другой стороны, вынуждает для сохранения сверхпроводимости использовать достаточно толстые слои Pb-18 Å Bi, что ограничивает область исследования таких структур. В этой работе образцы приготавливались чередующимся напылением сплава и хрома. Причем слои Pb-18 Å Bi напылялись термически, а слои хрома — с помощью электронной пушки. Для того чтобы уменьшить влияние поверхностного пиннинга, в начале и в конце напыления слоистой структуры наносились более толстые слои Cr, толщиной 300 Å . На рис. 26 показана зависимость объемной силы пиннинга от магнитного поля в параллельном и перпендикулярном полях. Как видно из рисунка, наблюдается большая анизотропия: $F_{p\parallel} \gg F_{p\perp}$

В перпендикулярном поле сила пиннинга определяется взаимодействием вихрей с границами гранул. Расчет элементарных сил и их суммирование для нахождения объемной силы пиннинга в

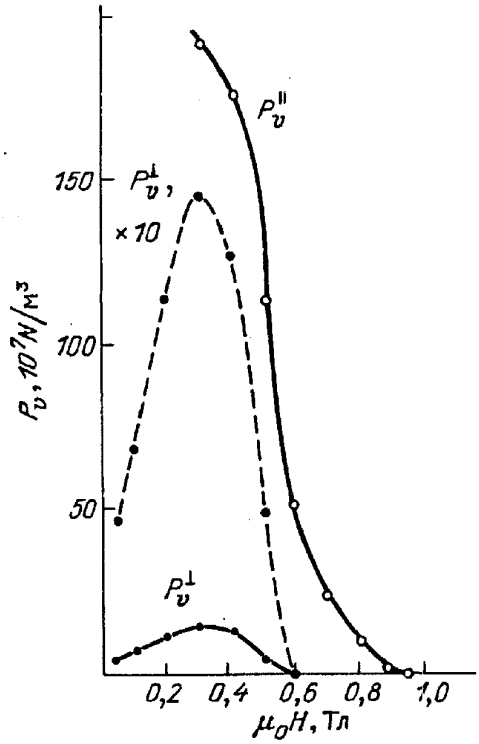

Рис. 26. Зависимость перпендикулярной и параллельной силы пиннинга от магнитного поля для слоистого образца Pb-Bi/Cr, суммарная толщина образца 9100 Å , количество слоев 11 [108]

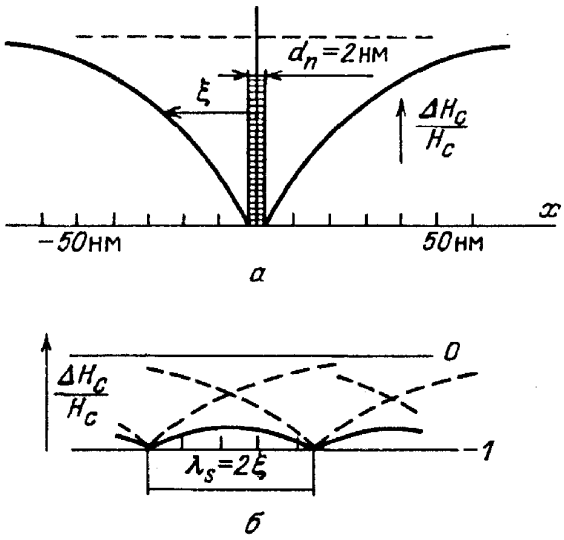

Рис. 27. Схематичное изображение изменения H_c вблизи одиночного слоя хрома (*а*) и для слоистой структуры (*б*) [108]

этом случае затруднены. Ситуация существенно упрощается при расчете этих сил в параллельном поле. Известно [115], что вблизи границы, разделяющей антиферромагнитную и сверхпроводящую пленки, сверхпроводящий параметр порядка падает до нуля и термодинамическое критическое магнитное поле меняется в этой области по закону

$$\Delta H_c/H_c = \mathrm{th}(x/\sqrt{2}\xi) - 1, \tag{3.6}$$

где x — расстояние от границы. На рис. 27 схематично показаны примеры зависимостей $\Delta H_c/H_c$ слоистой структуры Cr/Pb — Bi. Из формулы (3.6) сле-

дует, что в случае тонких ($d \leq \xi$) сверхпроводящих прослоек параметр порядка в среднем уменьшается (рис. 27,б). Изменение модуля параметра порядка в направлении оси x приводит к возникновению центров пиннинга. В работе [108] приводится формула для определения элементарной силы пиннинга

$$f_p \approx \frac{1}{6\sqrt{2\pi}}(I - h)H_c^2 g_1 \eta_1(g_1), \tag{3.7}$$

где g_1 —самый короткий вектор обратной вихревой решетки, η_1 —Фурье-образ функции $(-\Delta H_c/H_c)$. Из формулы (3.7) следует, что $f_p \approx 200$ Н/м^2, что близко к экспериментальному значению этой величины.

Подтверждением сильного подавления сверхпроводящего параметра порядка антиферромагнитными прослойками является еще один результат, полученный в этой работе. В параллельном поле для случая достаточно толстых сверхпроводящих слоев наблюдался рост силы пиннинга с уменьшением их толщины, т.е. с увеличением плотности центров пиннинга. Но при $d \approx 3\xi$ был зарегистрирован резкий спад (примерно в несколько раз), который доказывает в согласии с формулой (3.6) и рис. 27 неэффективность центров пиннинга, когда расстояние между ними становится меньше либо порядка длины когерентности.

Слоистые структуры S/s- и S/I-типа, использовавшиеся в работах [109—112], обладают с этой точки зрения важным преимуществом. С одной стороны, такие прослойки, особенно окисные, мало влияют на параметр порядка в сверхпроводящих слоях. Поэтому период такой структуры можно делать очень малым — вплоть до десятков ангстрем. С другой стороны, в таких прослойках параметр порядка стремится к нулю, и, как следствие, такие прослойки должны быть эффективными центрами закрепления вихрей. В таких структурах получен ряд интересных результатов. Так, в работе [109] исследовалась слоистая структура NbN/ AlN. Она приготавливалась с помощью реактивного магнетронного напыления на постоянном токе. Толщина диэлектрических AlN-слоев 20 Å, а толщина сверхпроводящих NbN-слоев находилась в диапазоне от 30 до 350 Å. Использовались образцы, содержащие 30 слоев NbN и 31 слой AlN. Было обнаружено, что сила пиннинга в параллельном поле и анизотропия (отношение $I_{c\parallel}/I_{c\perp}$), так же как и в работе [106], растут с уменьшением толщины сверхпроводящих слоев. Это указывает на то, что пиннинг происходит именно на границе слоев. На таких образцах в параллельном магнитном поле плотность критического тока достигала 10^5 А/см^2 при $B = 21$ Тл.

В работе Кадина с соавторами [110] исследовалась токонесущая способность слоистых структур, образованных слоями тугоплавких металлов (Nb, Mo, W) и полупроводников (Si, Ge). Структуры приготавливались с помощью высокочастотного магнетронного напыления. Толщины слоев изменялись для разных образцов в пределах от нескольких ангстрем до 50 Å, их количество было в пределах от 20 до 400. В таких образцах в параллельном слоям магнитном поле наблюдалась анизотропная зависимость величины критического тока от направления магнитного поля. Эта анизотропия наблюдалась даже в случае очень малых по сравнению с длиной когерентности толщин слоев (один из образцов

имел толщину ниобиевых слоев — 7 и 8Å для слоев кремния. Авторы связывают наблюдаемый эффект с различием свойств границ металла на полупроводнике и полупроводника на металле, что может приводить к различию в величине сил взаимодействия вихрей с такими границами.

Исследованию пиннинга в слоистых структурах S/I- типа посвящены также работы [111—112]. Для этой цели использовались структуры типа $Nb\text{-}NbO_x$. Ниобиевые слои напылялись с помощью магнетронного распыления на постоянном токе, их толщина была в диапазоне от 300 до 1000 Å. Окисные прослойки образовывались окислением ниобиевых слоев. Полученные в работе результаты согласуются с теоретическими представлениями о двух механизмах пиннинга. В слоистых структурах с большим периодом, когда $H_{c2}(T) >> B_{10}$, критический ток в сильных полях определяется сдвиговой деформацией вихревой решетки. При уменьшении как периода слоев, так и магнитного поля решетка разрушается, вихри переходят в режим жидкого течения и объемная сила пиннинга определяется прямым суммированием элементарных сил пиннинга на слоях окисла. В пользу этого говорит как характер зависимости объемной силы пиннинга от магнитного поля и от толщины прослоек, так и величина этой силы. Зависимость силы пиннинга для случая $H_{c2}(T) >> B_{10}$ близка в сильных полях к виду $P_v(h) \sim (I - h)^2$, что характерно для пиннинга, определяемого сдвиговой деформацией. Этому способствует то, что слои окисла взаимодействуют с небольшой частью вихрей. Так, в случае образцов с d - 900 Å в параллельном поле, близком к $H_{c2}^{\parallel}$ ($T = 4{,}2$ K), лишь четвертая часть вихрей взаимодействует с границами слоев, если предположить, что вихревая решетка мало искажается при этом. В случае образцов с большим периодом, когда $H_{c2}(T) >> B_{10}$, зависимости $J_c(H)$ при низких температурах близки к аналогичным зависимостям, полученным в работах Раффи с соавторами [102—104]. При этом кроме максимума на зависимости $J_c(H)$, положение которого зависит главным образом от температуры, наблюдался и максимум объемной силы пиннинга в поле согласования при $B = B_{10}$. Таким образом, в слоистых структурах с эффективной модуляцией параметра порядка возможно наблюдение эффекта согласования. Иной характер поведения силы пиннинга наблюдался для образцов с малым периодом, когда $H_{c2}(T) \leq B_{10}$. В этом случае $P_v(h) \sim h(I - h)$, что характерно для прямого суммирования элементарных сил пиннинга. В работе [112] было обнаружено нарушение закона подобия в таких структурах (рис. 28), вызванное изменением верхнего критического магнитного поля с изменением температуры. При этом может реализоваться переход при изменении только температуры от случая большой плотности центров пиннинга к пределу малой плотности таких центров, что и вызывает качественное изменение вида зависимости $P_v(h)$. Малая роль поверхностного пиннинга в данных структурах может быть объяснена неровностью их поверхности, что облегчает проникновение вихрей внутрь образцов.

В слоистых образцах с малой толщиной сверхпроводящих прослоек процедура суммирования элементарных сил пиннинга легко осуществляется, если

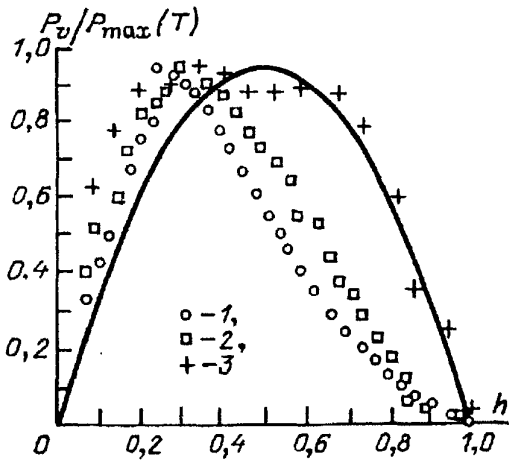

Рис. 28. Нормированные зависимости силы пиннинга от приведенного параллельного магнитного поля для слоистой структуры Nb — NbO_x с $\lambda_s = 600$ Å при разных температурах. *1* — $T = 4{,}18$ К, $H^{\parallel}_{c2} = 18$ кЭ, $P_{max} = 8{,}7\cdot10^8$ Н/м^3; *2* — $T = 4{,}8$ К, $H^{\parallel}_{c2} = 11{,}4$ кЭ, $P_{max} = 1{,}3\cdot10^8$ Н/м^3; *3* — $T = 5{,}4$ К, $H^{\parallel}_{c2} = 5{,}5$ кЭ, $P_{max} = 2\cdot10^7$ Н/м^3. Сплошной линией показана зависимость $P(h) \sim h(1-h)$ [112]

пренебречь упругим взаимодействием между вихрями. Предполагая, что элементарная сила пиннинга возникает из-за изменения амплитуда параметра порядка на границе сверхпроводник-диэлектрик, получаем

$$P_v \approx (d_n H_c^2/8\phi_0)H(1-h), \tag{3.8}$$

где d_n — толщина диэлектрических прослоек. Множитель $(1-h)$ в этой формуле возникает из-за уменьшения энергии конденсации в магнитном поле. Такой закон возможен, если элементарные силы пиннинга превышают упругое взаимодействие вихрей в решетке. Было обнаружено, что в согласии с зависимостью (3.8) температурная зависимость критического тока $I_c(T)$ при $h = \text{const}$ для образцов с малым периодом слоистой структуры близка к виду $I_c(T) \sim (T_c - T)^2$, где T_c — критическая температура образца.

3.3. Теория. Эксперименты Раффи с соавторами инициировали появление нескольких теоретических работ [75, 116, 117]. В этой серии необходимо, прежде всего, отметить работу Ами и Маки [75]. В ней на основе теории Гинзбурга — Ландау рассчитаны зависимости $I_c(H)$ и $P_v(H)$ для случая согласования вихревой решетки с решеткой неоднородностей. При расчетах предполагали, что примеси влияют только на коэффициент диффузии (D). Поскольку длина свободного пробега электронов обратно пропорциональна концентрации неоднородностей, из (3.4) следует $D(\mathbf{r}) = D_0\{1 + \Gamma\sin[\mathbf{q}_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)]\}^{-1}$, где $|\mathbf{q}| = 2\pi/\lambda_s$, $\mathbf{r}_0 \parallel \mathbf{q}_0$ и $0 \le |\mathbf{r}_0| \le \lambda_s$. Количество слоев в образце полагается бесконечным. Уравнения Гинзбурга — Ландау в приведенных координатах приобретают вид

$$\left\{\left(\frac{\nabla}{i\varkappa_0} - \mathbf{A}\right)\frac{1}{1+\Gamma\sin[\mathbf{q}_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)]}\left(\frac{\nabla}{i\varkappa_0} - \mathbf{A}\right) - 1 + |\psi|^2\right\}\psi = 0, \tag{3.9}$$

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2}\frac{1}{1+\Gamma\sin[\mathbf{q}_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)]}\left[\psi^*\left(\frac{\nabla}{i\varkappa_0} - \mathbf{A}\right)\psi + \text{к.с.}\right], \tag{3.10}$$

где $\varkappa_0$ — параметр Гинзбурга — Ландау в случае $\Gamma = 0$. Решение этих уравнений, как обычно, ищется вблизи H_{c2}. Для этого предположим, что магнитное поле $\mathbf{H}$ направлено вдоль оси z. Для однородного сверхпроводника, т.е. для случая $\Gamma = 0$, решение уравнений (3.9) и (3.10) известно [61]. Качественно его представляют в виде существования в сверхпроводнике правильной треуголь-

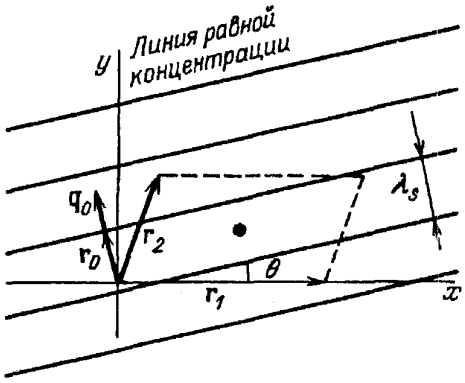

Рис. 29. Схема расположения элементарной ячейки вихревой решетки в слоистой структуре. Расположение центра вихря отмечено на рисунке жирной точкой [75]

ной решетки квантовых магнитных вихрей. Так же как в гофрированных пленках, в слоистых сверхпроводниках согласование вихревой решетки с решеткой неоднородностей возможно в некотором интервале внешних магнитных полей вблизи поля согласования, определяемого простым геометрическим соотношением типа (2.16), При этом элементарной вихревой ячейкой является уже искаженный треугольник (рис.29).

Для решения системы уравнений (3.9) и (3.10) в работе использовалась система ортогональных функций Эйленбергера [76] (2.36), (2.37). Для нахождения параметра порядка используется линейное приближение $\Delta(\mathbf{r})$ в уравнении (3.9), т.е. в нем пренебрегается последним членом. Это можно сделать, поскольку вблизи H_{c2} параметр порядка мал. Кроме того, полагается, что функция Эйленбергера для вихревой решетки может быть записана в виде (2.41). Ограничиться всего двумя членами в разложении этой функции можно в случае малой амплитуды изменения концентрации примеси (Г). При изменении магнитной вихревая решетка будет не только искажаться, но и вращаться вокруг оси г. В дальнейшем полагается, что одна из сторон параллелограмма, образующего элементарную ячейку, всегда направлена вдоль оси x и относительно этой ячейки вращается решетка неоднородностей (рис. 29). В общем случае концентрация примесей изменяется вдоль вектора

$$\mathbf{q}_0 = \frac{2\pi}{\lambda_s}(-\sin\theta, \cos\theta). \tag{3.11}$$

Поскольку $\Gamma \ll 1$, выражение для коэффициента диффузии можно записать в виде

$$D(\mathbf{r}) = \frac{D_0}{(1-\Gamma^2)^{1/2}}\{1 - 2g\sin[\mathbf{q}_0(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)]\}, \tag{3.12}$$

где

$$g = \Gamma[1 + (1-\Gamma^2)^{1/2}]^{-1}. \tag{3.13}$$

Решая линеаризованное уравнение (3.10), подставляя при этом в него функции Эйленбергера вида (2.36), (2.37), Ами и Маки находят коэффициент w_1 и собственное значение этого уравнения. В дальнейшем процедура расчета свободной энергии напоминает подход Абрикосова [61]. Критический ток, как обычно, определяется из условия баланса двух сил: силы Лоренца и силы пиннинга. Роль центров пиннинга играет пространственное изменение концентрации примесей. При записи уравнения (3.13) полагается, что ток течет в плоскости слоев. В данной модели получается, что в отсутствие согласования вихревой

решетки с решеткой неоднородностей критический ток через образец обращается в нуль. Это является следствием предложения о малости амплитуды модуляции концентрации примесей, и, как результат, упругое взаимодействие вихрей в решетке превышает силу элементарного пиннинга. Сверхпроводящий ток возникает при таком предположении только в области согласования вихревой решетки с решеткой дефектов. Причем в работе рассматривается особый случай согласования, когда B находится вблизи B_{n0}. В таких областях согласования свободная энергия определяется выражением

$$F = \frac{1}{2} + B^2 - \frac{1}{1 + \beta_A(2\tilde{\varkappa}_0^2 - 1)} \{\tilde{\varkappa}_0 - B\,[1 + 2gQ(B)\sin(q_0 r_0)]\}^2, \tag{3.14}$$

где $\tilde{\varkappa}_0 Q(B)$ и β_A определяются выражениями

$$\tilde{\varkappa}_0 = \varkappa_0(1 - \Gamma^2)^{1/2}, \tag{3.15}$$

$$Q(B) = \left(1 - \frac{\pi\Phi_0}{\lambda_s^2 B}\right) \exp\left(-\frac{\pi\Phi_0}{2\lambda_s^2 B}\right), \tag{3.16}$$

$$\beta_A = n\lambda_s \frac{\varkappa_0 B}{2\pi} \sum_{p,q=-\infty}^{\infty} \cos(\pi pq) \exp\left[-n^2\lambda_s^2 \frac{\varkappa_0 B}{2}(p^2 + q^2)\right]. \tag{3.17}$$

Как видно из выражения (3.14), свободная энергия меняется периодически в пространстве в направлении и с периодом изменения концентрации примесей. Критический ток определяется максимальной величиной силы пиннинга, возникающей из-за периодического изменения концентрации неоднородностей. Проведенные в работе [75] расчеты показывают, что

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_c = {} & \frac{\tilde{\varkappa}_0^2 q_0}{B[1+\beta_A(2\tilde{\varkappa}_0^2-1)]} \times \\ & \times \left\{\left[\frac{1}{16}\left(1 - \frac{B}{\tilde{\varkappa}_0}\right)^2 + 2\left(\frac{B}{\tilde{\varkappa}_0} gQ(B)\right)^2\right]^{1/2} + \frac{3}{4}\left(1 - \frac{B}{\tilde{\varkappa}_0}\right)\right\}^{3/2} \times \\ & \times \left\{\left[\frac{1}{16}\left(1 - \frac{B}{\tilde{\varkappa}_0}\right)^2 + 2\left(\frac{B}{\tilde{\varkappa}_0} gQ(B)\right)^2\right]^{1/2} - \frac{1}{4}\left(1 - \frac{B}{\tilde{\varkappa}_0}\right)\right\}^{1/2} \mathbf{e}_x. \end{aligned} \tag{3.18}$$

На рис. 30 показаны примеры зависимостей критического тока и амплитуды модуляции свободной энергии (ΔF) от внешнего магнитного поля. Использовались приведенные единицы. Параметры, характеризующие образцы, полагались близкими к экспериментальным характеристикам образцов из работ Раффи с соавторами [102—104]. Если в экспериментальных зависимостях критического тока от магнитного поля выделить часть тока, определяемую только взаимодействием вихревой решетки со слоистой структурой, как это сделано в работе Ами и Маки, то обнаруживается хорошее согласие теории с экспериментом. Оно проявляется не только в характере зависимости $J_c(H)$, но и в совпадении положений максимумов.

В работе М.Кулиша и Л.Добросавлевич [116] также рассчитывается плотность критического тока и силы пиннинга в слоистых сверхпроводящих струк-

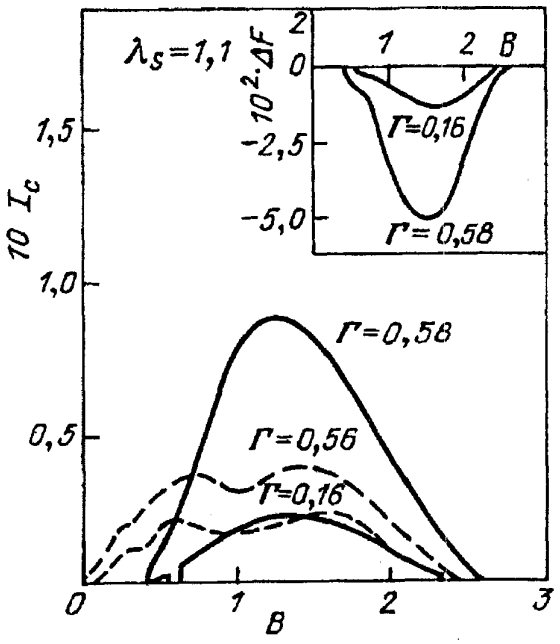

Рис. 30. Теоретические зависимости критического тока от магнитного поля. На вставке изображена зависимость амплитуды модуляции свободной энергии от магнитного поля [75]

турах при согласовании вихревой решетки с решеткой неоднородностей. В отличие от работы Ами и Маки, где расчет проводится для магнитных полей, близких к H_{c2}, в этой работе предполагается, что магнитное поле находится в диапазоне $H_{c1} << H << H_{c2}$, и образец имеет конечную толщину $D_s >> \lambda(T)$. Несмотря на то, что обычно в экспериментальных работах внешнее магнитное поле сравнимо с верхним критическим полем, работа [116] представляет определенный интерес. Это обусловлено главным образом тем, что в ней исследуется помимо объемного и поверхностный пиннинг. Авторами полагалось, что концентрация примесей в образце меняется вдоль оси x по гармоническому закону (3.4), причем на их период и амплитуду накладываются следующие ограничения: $\Gamma << 1$ и $\lambda_s << \lambda(T)$. Магнитное поле направлено вдоль оси z, а транспортный ток течет вдоль оси y. Вихревую решетку в плоскости x, y можно представить рядом цепочек вихрей, направленных вдоль оси y. Расстояние между ближайшими вихрями в произвольном ряде a_1. Такой подход позволил авторам воспользоваться методом, развитым Шмидтом [118] для исследования взаимодействия вихрей с поверхностью сверхпроводника. Свободная энергия вихрей в толстых и однородных пленках единичной толщины и единичной высоты может быть записана в виде

$$F = \frac{\phi_0}{8\pi a_1} \sum_l H_l. \tag{3.19}$$

Для определения свободной энергии и силы пиннинга вначале необходимо найти распределение магнитного поля в образце. Это делается с помощью уравнения Лондона с учетом пространственного изменения глубины проникновения магнитного поля:

$$H_{ll'}(\mathbf{r}_l) - \lambda^2(x_l)\nabla^2 H_{ll'}(\mathbf{r}_l) - \frac{d\lambda^2(x_l)}{dx_l}\frac{\partial H_{ll'}(\mathbf{r}_l)}{\partial x_l} = \\ = \phi_0 \sum_m \delta(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_{l'm}), \tag{3.20}$$

где

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

$H_{ll'}(\mathbf{r}_l)$ — магнитное поле, создаваемое в точке с координатами $(x_l, 0)$ в плоскости x,y рядом вихрей, пересекающих ось x в точке $x_{l'}$, $\mathbf{r}_l = (x_l, 0)$, и $\mathbf{r}_{l'm} = (x_{l'}, ma_1)$, $m = 0,1,2,...$ Этот подход справедлив для сверхпроводников с большим значением параметра Гинзбурга — Ландау. Поскольку λ^2 пропорциональна концентрации, то

$$\lambda^2(x) = \lambda_0\left(1 + \Gamma\cos\frac{2\pi x}{\lambda_s}\right).$$

При этом меняется в пространстве и $\varkappa$: в области максимума концентрации $\varkappa = \varkappa_0(1 + \Gamma)$. Уравнение (3.20) решается с помощью фурье-преобразования. После нахождения магнитного поля авторы [116] находят энергию Гибса. Затем, минимизируя ее, можно найти равновесную вихревую решетку в слоистых структурах и далее с помощью обычного для пиннинга соотношения (2.49) — зависимость критического тока от магнитного вблизи поля согласования B_{10}

$$J_c = \frac{c\lambda_s}{8\pi D_s\lambda_0}\left[[(H - B) + \frac{\Gamma}{\pi}(2H + B)] + \right.$$
$$+ 2\Gamma\frac{D_s}{\lambda}\left\{\frac{B}{\pi} - \frac{\Phi_0}{\lambda_s^2}\left[\ln(1 - e^{-B\tilde{\lambda}}) + \right.\right.$$
$$\left.\left.\left. + \frac{e^{-B\tilde{\lambda}}}{1 + (\tilde{B}\tilde{\lambda})^2(\varkappa_0\tilde{\lambda}/\pi)^2}\right]\right\}\right], \qquad (3.21)$$

где $\tilde{B} = B/\sqrt{2}H_c$ и $\tilde{\lambda} = \lambda_s/\lambda_0$.

Первый член в выражении (3.21) возникает из-за взаимодействия вихрей с поверхностью сверхпроводника, он обратно пропорционален толщине образца. Второй член в этом выражении обусловлен объемным взаимодействием вихревой решетки с решеткой неоднородностей. Этот член не зависит от толщины образца и пропорционален амплитуде изменения концентрации примесей. Как видно из выражения (3.21), соотношение между этими механизмами пиннинга зависит от величины $\Gamma D_s/\lambda_0$. В случае толстой пленки с достаточно большой амплитудой модуляции, когда $\Gamma_s/\lambda_0 >> 1$, поверхностным пиннингом можно пренебречь, и, наоборот, при $\Gamma D_s/\lambda_0 \approx 1$ поверхностный пиннинг становится столь же важным, как и объемный.

Одним общим недостатком работ [75, 116] является отсутствие в них расчета зависимости силы пиннинга от магнитного поля и размеров образца. Помимо подхода, основанного на уравнениях Гинзбурга — Ландау, развитого в этих работах, при расчете пиннинга в слоистых структурах можно воспользоваться совершенно другим методом [117]. Этот подход основан на учете упругих свойств вихревой решетки к позволяет восполнить отмеченные выше недостатки работ [75, 116]. В работе Лоуэлла [117] вихревая решетка рассматривается как одномерный упругий континуум. Ее поведение, когда сила Лоренца постоянна в пространстве и направлена, как обычно, вдоль оси x, определяется балансом упругой силы и силы пиннинга. В случае малости силы пиннинга по сравнению с упругим взаимодействием ($f_p << \mu a_1$) уравнение записывается в виде

$$\mu\frac{d^2x_1}{dx^2} = \frac{f_p}{a_1}\sin\frac{2\pi x}{\lambda_s}, \qquad (3.22)$$

где x — координата n-го вихря, a_1 — расстояние между вихрями в цепочке, $x_1(x)$ — смещение вихря от положения равновесия. Так как x_1 и x связаны соотношением $x = na_1 + x_1$, (3.22) преобразуется к виду

$$\frac{d^2x_2}{dx^2} = \frac{f_p\lambda_s}{\mu a_1^2}\sin\frac{2\pi x_2}{\lambda_s}, \qquad (3.23)$$

где введено обозначение

$$x_2(x) = \frac{a_1 - \lambda_s}{a_1}x + \frac{\lambda_s}{a_1}x_1.$$

Уравнение (3.23) легко решается [117], а с учетом подходящих граничных условий находится зависимость $x_2(x)$. Как результат, суммарная сила пиннинга (F_p) получается путем интегрирования:

$$F_p = \int_0^{D_s}\frac{f_p}{a_1}\sin\frac{2\pi x_2}{\lambda_s}dx =$$

$$= \frac{2pf_p}{\lambda_s m^{1/2}}\left[dn\left(z - \frac{D_s}{pm^{1/2}}\middle|m\right) - dn\left(z + \frac{D_s}{2pm}\middle|m\right)\right]; \qquad (3.24)$$

здесь $\mathrm{dn}(u|m)$ — функция, определенная Милн-Томпсоном [119],

$$z = (x'/pm^{1/2}) + (D_s/2pm^{1/2}),$$

$$m = (2\pi f_p/\mu a_1^2)x_0^2 = x_0^2/p^2;$$

x_0 и x_1 — константы, задаваемые граничными условиями.

На основе такого подхода автором было получено два важных результата. Первое, в случае согласования вихревой решетки с решеткой неоднородностей ($a_1 = \lambda_s$) найдена зависимость силы пиннинга от толщины образца (рис. 31). В случае тонких образцов ($D_s \lesssim p$) сила пиннинга близка к виду Nf_p (N— количество слоев) — к силе пиннинга, возникающей, когда каждый вихрь синхронно взаимодействует с неоднородностями в сверхпроводниках. Для толстых образцов ($D_s \gtrsim 5p$) сила пиннинга приблизительно равна $F_p = 4Nf_p/D_s$, т. е. в этом пределе полная сила пиннинга не зависит от толщины образца и, кроме того, реализуется другой принцип суммирования элементарных сил пиннинга: $F_p \sim f_p^{1/2}$. Результаты работы Лоуэлла согласуются с ранее проведенными модельными расчетами [119], основанными на подходах, описанных в монографии Кэмпбелла и Иветса [101]. Второй важный результат этой работы — в ней рассчитана зависимость силы пиннинга от магнитного поля в широком диапазоне изменения последней. Эта зависимость рассчитана в двух важных пределах: $D_s \ll p$, $D_s \gg p$, т. е. для двух случаев малого и большого количеств слоев. На рис. 32 показаны примеры такой зависимости суммарной силы пиннинга от магнитного поля. В согласии с рис. 31 для $D_s/p = 0{,}3$ полагалось $F_0 = f_pD_s/\lambda_s$, а для кривых $D_s/p = 5$ и 10 $F_0 = 4f_pp/\lambda_s$. В этой работе также обнаружено, что

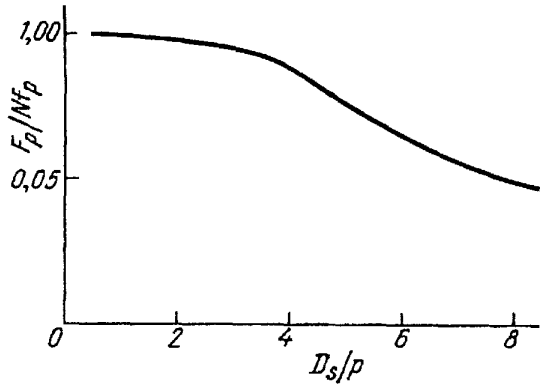

Рис. 31. Зависимость суммарной силы пиннинга от количества центров пиннинга в цепочке в случае согласования вихревой решетки с решеткой неоднородностей [117]

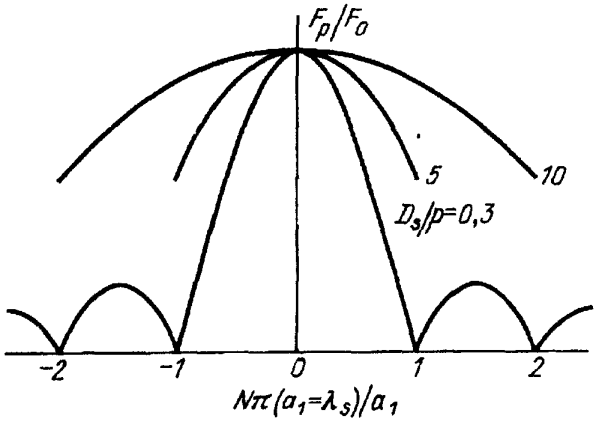

Рис. 32. Зависимость силы пиннинга от магнитного поля для разных значений параметра D_s/p [117]

ширина максимума на зависимости критического тока от магнитного поля в области согласования периодов вихревой цепочки и слоистой структуры существенно меньше, чем в экспериментах Раффи с сотрудниками [102—104]. На наш взгляд, одно из вероятных объяснений этого явления — малая жесткость вихревой решетки по сравнению с элементарной силой пиннинга. В связи с тем, что в слоистых сверхпроводниках, в отличие от тонких пленок, модуль сжатия вихревой решетки конечен, отметим актуальность исследования влияния собственного магнитного поля транспортного тока на получаемые зависимости. В отмеченных нами теоретических работах полагалось, что это поле существенно меньше внешнего магнитного поля.

После открытия высокотемпературных сверхпроводников, которые обычно являются приредными слоистыми структурами, появился дополнительный интерес к исследованию смешанного состояния в них. При этом было обнаружено возникновение периодической структуры смешанного состояния и в направлении внешнего магнитного поля в слоистых сверхпроводниках со слабой связью между слоями ($\xi_z \ll \lambda_s$), например в S/I- сверхпроводниках. Такая структура, имеющая характер резких периодических изгибов вихревых линий, возникает в магнитном поле величиной $H_{c1} \ll H \ll H_{c2}$, направленном под углом к слоям [121]. Качественно природу ее возникновения можно пояснить следующими соображениями. Когда магнитное поле параллельно слоям, центры вихрей, стремясь к минимуму свободной энергии, должны располагаться между сверхпроводящими слоями. Это же условие приводит к образованию периодических изломов вихрей в наклонном магнитном поле. При этом добавочная энергия такого излома определяется соотношением

$$\varepsilon_k = \frac{\phi_0^2 d}{(4\pi\lambda_{xy})^2} \ln\frac{\lambda_s}{\xi_z}. \tag{3.25}$$

Как следствие, образование изломов приводит к скачку на зависимости Меха-

нического момента от угла в малом близком к нулевому поле. Экспериментально это было обнаружено при исследовании высокотемпературных сверхпроводников в работе [122].

3.4. Перспективы слоистых сверхпроводящих структур. Прежде всего отметим важность исследования смешанного состояния в слоистых структурах с точки зрения выяснения природы и механизмов пиннинга. Так, например, в таких сверхпроводниках возможно, как отмечалось выше, определять элементарные силы пиннинга. Это направленле также важно. Например, даже в таких хорошо изученных теоретически и экспериментально структурах, как S/N-структуры, до конца неясен механизм элементарного пиннинга. Наряду с таким очевидным механизмом, как пиннинг, благодаря подавлению параметра порядка в прослойках из нормального металла за счет эффекта близости, в работе [123] показано, что важен также учет отражения электронов на границе слоев. При этом даже в случае очень тонких слоев нормального металла, когда пиннинг за счет подавления параметра порядка мал, второй механизм пиннинга остается заметным.

Слоистые структуры, кроме того, интересны с точки зрения создания сверхпроводников с более высокими критическими токами, поскольку несверхпроводящие прослойки могут быть эффективными центрами пиннинга, и с более высокими верхними критическими магнитными полями в параллельном к слоям направлении. В этом плане, на наш взгляд, особенно интересны слоистые структуры на основе тонких пористых сверхпроводящих пленок. Причем период слоистой структуры и период решетки пор должны быть сравнимыми с длиной когерентности. В таких структурах поры, так же как в обычных однослойных пленках, являясь эффективными центрами пиннинга, должны, как это отмечалось в п. 2.6, увеличивать верхнее критическое магнитное поле в перпендикулярном к слоям направлении, т. е. в таких структурах можно ожидать увеличения верхнего критического магнитного поля и критического тока по сравнению с обычными массивными сверхпроводниками.

В заключение остановимся на одной возможности использования слоистых структур в сверхпроводниковой электронике [83]. Эта идея основана на том, что период слоистых структур может быть очень малым, вплоть до единиц ангстрем. Это открывает дополнительные возможности для создания новых сверхпроводящих элементов, в частности и таких, принцип работы которых основан на движении вихрей. Очевидно, в коротких и узких микромостиках на основе слоистых сверхпроводящих пленок, помещенных в параллельное магнитное поле, напряжение возникает из-за движения одной цепочки вихрей. При этом на контакте должно возникнуть переменное напряжение частотой, определяемой обычным соотношением $f_0 = e\langle V\rangle/\pi\hbar$. Для увеличения генерируемой мощности можно воспользоваться обычной идеей — последовательного соединения контактов в цепочку по переменной составляющей напряжения и параллельного по постоянной. На рис. 33 показана одна из возможных схем

соединения таких мостиковых контактов. Индуктивности позволяют подключать контакты параллельно по постоянному току и последовательно по переменному. Равенство постоянного напряжения на контактах обеспечивает равенство частоты генерации излучения. Необходимая синфазность излучения, генерируемого разными контактами, обеспечивается в этом случае специфическим для вихрей механизмом: магнитным спариванием вихрей в сверхпроводниках, разделенных слоем изолятора [124]. Изменяя направление магнитного поля, можно смещать одну вихревую цепочку относительно другой и таким образом подстраивать фазы генерируемого им излучения. Особенно интересна эта идея для высокотемпературных сверхпроводников, которые, как известно, являются природными слоистыми сверхпроводниками с расстоянием между слоями порядка нескольких десятков ангстрем. Кроме того, при выращивании пленок обычно реализуется случай, когда слои находятся в плоскости подложки. Таким образом, используя монокристаллические ВТСП пленки, можно с помощью обычной литографии создать структуру, схема которой показана на рис. 33. Малый период слоистой структуры должен способствовать увеличению верхней границы частоты излучения, генерируемого вихревой решеткой при движении ее в периодическом потенциальном поле.

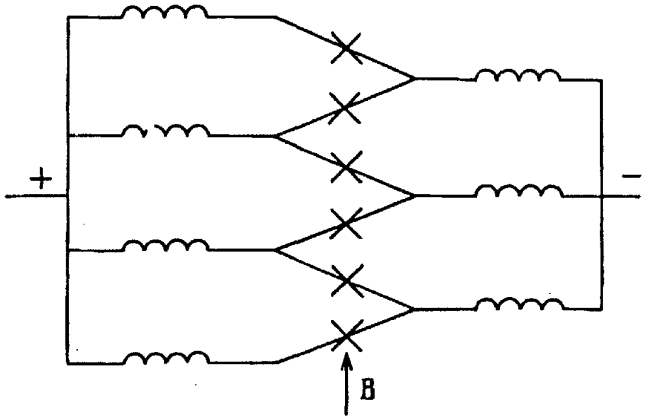

Рис. 33. Схема соединения мостиковых контактов, приготовленных на основе слоистых структур [83]

Заключение

Использование упорядоченных микроструктур позволяет, с одной стороны, получить новую, в том числе и количественную, информацию о силах элементарного пиннинга, а с другой стороны, наблюдать интересные эффекты, основанные на когерентном поведении вихрей Абрикосова в них. В этих направлениях к настоящему времени достигнуты определенные успехи. На наш взгляд, в настоящее время актуальной задачей является также исследование квазипериодических структур и, в частности, пиннинга в них. Это объясняется тем, что последние структуры являются промежуточным случаем между полностью упорядоченными сверхпроводящими решетками и хаотической системой центров пиннинга, которая существует в обычных сверхпроводниках. Одной из главных задач данного обзора было привлечь внимание к этой проблеме, продемонстрировать наличие интересных задач как с точки зрения фундаментальной, так и прикладной физики. Стоит отметить также, что быстрое развитие

технологии позволяет надеяться, что через некоторое время можно будет создать как более сложные, так и более совершенные сверхпроводниковые микроструктуры. Этот динамизм также указывает на актуальность данного направления.

В заключение выражаю искреннюю благодарность А. А. Абрикосову за внимание и многочисленные советы на разных этапах работы, а также В.В. Кузию за плодотворные дискуссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] *Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д.*//ЖЭТФ. 1950. Т. 20. С. 1064.
2. *Dinger T.K., Worthington T.K., Gallagher W.J., Sandstrom R.L*// Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. C. 2687.
3. *Солимар Л.* Туннельный эффект в сверхпроводниках и его применение. — М.: Мир, 1972.
4. *Лихарев К.К., Ульрих Б.Т.* Системы с джозефсоновскими контактами. — М.:Изд-во МГУ, 1978.
5. *Асламазов Л.Г., Ларкин А.И.*// Письма ЖЭТФ. 1969. Т. 9. С. 150.
6. *Асламазов Л.Г., Ларкин А.И.*// ЖЭТФ. 1978. Т. 74. С. 2184.
7. *Артеменко С.Н., Волков А.Ф., Зайцев А.В.*// ЖЭТФ. 1979. Т. 76. С. 1816.
8. *Зайцев А.В.*// ЖЭТФ. 1980. Т. 78. С. 221.
9. *Klapwijk T.M., Blonder G.E., Tinkham M.R.*// Physica B+C. 1982. V. 109—110. P. 1657.
10. *Octavio M., Tinkham M.R., Klapwijk T.M., Blonder G.E.*// Phys. Rev. B. 1983. V.27. P. 6739.
[11] *Skocpol W.J., Beasley M.R., Tinkham M.*//J. Low Temp. Phys. 1974. V. 16. P. 145.
12. *Skocpol W.J.*// Phys. Rev. B. 1976. V. 14. P. 1405.
13. *Anderson P.W., Dayem A.H.*// Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P. 195.
14. *Губанков В.Н., Кошелец В.П., Лихарев К.К, Овсянников Г.Н.*// Письма ЖЭТФ. 1973. Т. 18. С. 292.
15. *Лихарев К.К., Якобсон Л.А.*// ЖЭТФ. 1975. Т. 45. С. 1503.
16. *Куприянов М.Ю., Лихарев К.К., Маслова Л.А.*// Proceedings of the 14th International Conference on Low Temperature Physics. — Helsinki, 1975. — V. 4. P. 104.
17. *Лихарев К.К.*// УФН. 1979. Т. 127. С. 185.
18. *Губанков В.Н., Кошелец В.П., Овсянников Г.Н.*//ЖЭТФ, 1976. Т. 71. С. 348.
19. *Benacka S., Bezakova L., Gazi S., Takacs S.*// Czech. J. Phys. B. 1978. V. 28. P. 203.
20. *Notarys H.A., Wang R.H., Mercereau J.E.*// Proc. IEEE. 1973. V. 61. P. 79.
[21] *Laibowitz R.B.*// Appl. Phys. Lett. 1973. V. 23. P.407.
22. *Crozat P., Gourrier S., Bouchon D., Adde G.*// Proceedings of the 14th International Conference on Low Temperature Physics. — Helsinki, 1974. — V. 4. P. 206.
23. *Лихарев К.К.*// ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 1700.
24. *Асламазов Л.Г., Ларкин А.И.*// ЖЭТФ. 1975. Т. 68. С. 766.
25.*Горьков Л.П., Копнин Н.Б.*// ЖЭТФ. 1971. Т. 60. С. 2331.
26. *Crozat P., Vernet G., Adde G.*// Proceedings of the 2nd Internationa! Conference SQUID-80. — Superconducting Quantum Interference Devices and their Applications. — Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1980. — P. 153.
27. *Gross R., Seifert H., Huebener K.P., Yoshida K.*// J. Low Temp. Phys. 1984. V. 54. P. 277.
28. *Palmer D. W., Notarys H.A., Mercereau J.E.* // Appl. Phys. Lett. 1974. V. 25. P. 527.
29. *Janocko M.A., Gavaler J.R., Jones C.K, Blaugher R.D.*// J. Appl. Phys. 1971. V. 42. P. 182.
30. *Claassen J.H., Cukauskas E.J., Nisenoff M.*// Proceedings of the 2nd International Conference SQUID-80. — Superconducting Quantum Interference Devices and their Applications. — Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1980. — P. 333.
[31] *Wu C.T., Falko C.M.*//Appl. Phys. Lett. 1977. V. 30. P. 609.
32. *Lee T.W., Falco C.M.*// IEEE. Trans. Magn. 1981. VMAG-17 (1). P. 85.
33. *Головашкин А.И., Левченко И.С., Лыков А.Н., Махашвили Л.И.* // Письма ЖЭТФ. 1976. Т. 24. С. 565.
34. *Головашкин А.И., Лыков А.Н.*// ЖЭТФ. 1978. Т. 74. С. 214.
35. *Головашкин А.И., Лыков А.Н., Прищепа С.Л.*// ЖЭТФ. 1979. Т. 76. С. 1316.

36. *Kuruki S., Yoshida A., Konishi H.*// J. Low Temp. Phys. 1983. V. 51. P. 149.
37. *Gough C.E., Cotclough M.S., Forgan E.M., Jordan B.C., Keene M., Muirhead C.M., Rae A.I.M., Thomas N., Abell J.S., Sutton S.*// Nature. 1987. V.326. P. 858.
38. *Igichi I., Sugishita A., Yanagisawa M.*// Japan. J. Appl. Phys. 1987. V. 26. P. L1021.
39. *Meng X.F., Dai Y.D., Jiang H.M., Ren X.M., Znang Y., Yan M.X., Du Y.C., Mao J.C., Wu X.W., Cui G.J.*// Sol. State Commun. 1987. V. 63. P. 853.
40. *Koch R.H., Umbach C.P., Clark G.J., Chaudhari P., Laibowitz R.B.*// Appl. Phys. Lett. 1987. V. 51. P. 200.
[41] *Cui G.J., Meng X.R, Wang S.G., Shao K., Jiang H.M., Dai Y.D., Znang Y., Peng R.P., Bao Z.L., Wang F.R., Wang S.Z., Ye Z.Y., Li C.Y., Wu K., Yin D.L.*// Sol. State Commun. 1987. V. 64. P. 321.
42. *Руденко Э.М., Короташ И.В., Невирковец И.П., Богуславский Ю.М., Жуков П.А., Сиваков А.Г.*// Сверхпроводимость. 1991. Т. 4. С. 1153.
43. *Куприянов М.Ю., Лихарев К.К.*// УФН. 1990. Т. 160. С. 49.
44. *Beasley M.R.*// Improved Materials for Superconducting Electronics. —AIP Conf. Proc. 1978. V. 44. P. 389.
45. *Лыков А.Н.*//ФТТ. 1982. Т. 24. С. 3353.
46. *Beasley M.R., Labush R., Webb W.W.*//Phys. Rev. 1969. V. 181. P. 682.
47. *Yeshurun Y., Malozemoff A.P.*// Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 2202.
48. *Anderson P.W.*//Phys. Rev. Lett. 1962. V. 9. P. 309.
49. *Лыков А.Н., Прищепа С.Л.*// ФТТ. 1984. Т. 26. С. 961.
50. *Головашкин А.И., Лыков А.Н., Прищепа С.Л.*// Кр. сообщ. физ., ФИАН. 1983. № 12. С. 45.
[51] *Deutscher G., Imry Y., Gunther L.*//Phys. Rev. B. 1974. V. 10. P.4598.
52. *Clem J.R., Bumble B., Raider S.I., Gallaghher W.J., Shin Y.C.*//Phys. Rev. B. 1987. V. 35. P. 6637.
53. *Orr. B.J., Clem J.R., Jaeger H.M., Goldman A.M.*// Phys. Rev. B. 1986. V. 34. P. 3491.
54. *Hauser B., Klopman B.B.G., Gerritsma G.J., Gao J., Rogalla H.*// Appl. Phys. Lett. 1989. V. 54. P. 1368.
55. *Yamashita T., Kawakami A., Noge S., Xu W., Takado M., Komatsu T., Matusita K.*// Japan. J. Appl. Phys. 1988. V. 57. P. L1107.
56. *Емельянов Д.Г., Инкин Ю.Н., Куликов В.А., Лаптев В.Н., Матвеев Л.В., Махов В.И., Серебряков А.Ю.*// Письма ЖТФ. 1989. Т. 15. С. 40.
57. *Gijs M.A., Jansen R.J.E.*// Appl. Phys. Lett. 1990. V. 56. P. 1484.
58 *Pearl J.*//Appl. Phys. Lett. 1964. V. 5. P. 65.
59. *Tinkham M.*// Phys. Rev. 1963. V. 129. P. 2413.
60. *Maki K.*//Ann. of Phys. 1965. V. 34. P. 363.
[61] *Абрикосов А.А.*// ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 1442.
62. *Fetter A.L., Hohenberg P.C.*// Phys. Rev. 1967. V. 159. P. 330.
63. *Fiory AT.*// Phys. Rev. B. 1973. V. 8. P. 5039.
64. *Ефетов К.К.*// ФТТ. 1973. Т. 15. С. 647.
65. *Кузий В.В.*// ФНТ. 1982. Т. 8. С. 1982.
66. *Fisher D.S.*// Phys. Rev. B. 1980. V. 22. P. 1190.
67. *Morrison D.D., Rose R.M.*// Phys. Rev. Lett. 1970. V. 25. P. 356.
68. *Daldini O., Martinoli P., Olsen J.L, Berner G.*// Phys. Rev. Lett. 1974. V. 32. P. 218.
69. *Martinoli P., Daldini O., Leemann C., Stocker E.*//Sol. State Commun. 1975. V. 17. P. 205.
70. *Martinoli P., Daldini O., Leemann C., van den Brandt B.*//Phys. Rev. Lett. 1976. V. 36. P. 382.
[71] *Martinoli P.*// Phys. Rev. B. 1978. V. 17. P. 1175.
72. *Martinoli P., Nsabimana M., Rasine G.A., Beck H., Clem J.R.*// Helv. Phys. Acta. 1982. V. 55. P. 655.
73. *Tang X.-M., Rasine G.A., Leemann C., Martinoli P.*// Proceedings of the Eighteens International Conference on Low Temperature Physics. —Japan. J. Appl. Phys. 1987. V. 26. P. 1497.
74. *Radovic Z., Dobrosavljevic L., Kulic M.*// Sol. State Commun. 1978. V. 26. P. 119.
75. *Ami S., Maki K.*// Prog. Theor. Phys. 1974. V.53. P. 1.
76. *Eilenberger G.*// Phys. Rev. 1967. V. 164. P.628.
77. *Покровский В.Л., Талапов А.Л.*// ЖЭТФ. 1980. Т. 51. С. 134.
78. *Бурков С.Е., Покровский В.Л.* // Письма ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 285.
79. *Pruijboom A., van der Druft E., Kes P.H.*//Physica C. 1990. V. 165. P. 179.
80. *Larkin A.I., Ovchinnikov Yu.N.*// J. low-Temp. Phys. 1979. V. 34. P. 409.
[81] *Larkin A.I., Ovchinnikov Yu.N.*// Nonequilibrium Superconductivity / Eds. D. Langeberg, A.I. Larkin. — Amsterdam: North-Holland. 1986. — P. 493.

82. *Лыков А.Н., Мухачев В.Б., Кривоспицкий А.Д.//* ФНТ. 1988. Т. 14. С. 130.
83. *Лыков А.Н.//* Письма ЖТФ. 1985. Т. 11. С. 331.
84. *Fiory A.T., Hebard A.F., Somekh S.*//Appl. Phys. Lett. 1978. V. 32. P. 73.
85. *Clemm J.E.//* Phys. Rev. B. 1974. V. 9. P. 338.
86. *Blamire M.G.//* J. low Temp. Phys. 1987. V. 68. P. 335.
87. *Blamire M.G., Evets J.E.//* Phil. Mag. B. 1985. V. 51. P. 421. .
88. *Miesenbock H.M.*//J. low Temp. Phys. 1984. V. 56. P. 1.
89. *Лыков А.Н., Кривоспицкий А.Д.//* Письма ЖТФ. 1989. Т. 15. С. 37.
90. *Лыков А.Н.//* Sol. State Commun. 1992. V. 85.
[91] *Pannetier B., Chaussy J., Ramal R.//* J. de Phys. -Lett. 1983. T. 44. P. L-853.
92. *Bachtold W.//* IEEE Trans. Magn. 1979. V. MAG-15. P. 558.
93. *Hebard A.F., Fiory A.T.//* Improved Materials for Superconducting Electronics. -AIP Conf. Proc. 1978. V. 44. P. 465.
94. *Jin. B.Y., Ketterson J.B.//* Adv. Phys. 1989. V. 38. P. 189.
95 *Klemm R.A., Beasley M.R., Luther A.//* J. low Temp. Phys. 1974. V. 16. P. 607.
96. *Rice T.M.*//Phys. Rev. A. 1965. V. 140. P. 1889.
97. *Дзялошинский И.Е., КацЕ.И.//* ЖЭТФ. 1968. Т. 56. С. 2373.
98. *Friedel J.*//J. Phys. Condensed Matter. 1989. V. 1. P. 7757.
99. *Korshunov S.E.*//Europhys. Lett. 1990. V. 11. P. 757.
100. *Horovitz B.*//Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 378.
[101] *Campbell A.M., Evetts J.E.*//Adv. Phys. 1972. V. 21. P. 199.
102. *Raffy H., Renard J.C., Guyon E.//* Sol. State Commun. 1972. V. 11. P. 1679.
103. *Raffy H., Renard J.C., Guyon E.//* Sol. State Commun. 1974. V. 14. P. 427.
104. *Raffy H., Renard J.C., Guyon E.//* Sol. State Commun. 1974. V. 14.P.431.
105. *Broussard P.R., Geballe T.H.//* Phys. Rev. B. 1988. V. 37. P. 68.
106. *Vermeer A.J., Hagen C.W., deGroot D.G., Koeman N.J., Rector J.H., van Leuken H., Griessen R.//* Proceedings of the International Conference on Materials and Mechanisms of Supercoductivity. High Temperature Superconductors II (California, USA). — Physica C. 1989. V. 162—164. P. 409.
107. *Antognazza L, Karkut M.G., Triscone J.-M., Matijasevic V., Missert N., Beasley M.R., Fischer O.//* Proceedings of the International Conference on Materials and Mechanisms of Supercoductivity. High Temperature SuperconductorsII (California, USA). — Physica C. 1989. V. 162—164. P. 411.
108. *Yetter W.E., Kramer E.J., Ast D.G.//* J. low Temp. Phys. 1982. V. 49. P. 227.
109. *Murduck J.M., Capone D. W., Schuller I.K., Foner S., Ketterson J.B.//* Appl. Phys. Lett. 1988. V. 52. P. 504.
110. *Kadin A.M., Burkhardt R.W., Chen J.T., Keem J.E., Ovshinsky S.R.//* Proceedings of the 17th International Conference on Low Temperature Physics / Eds. U. Echer, A. Schmidt, W. Weber, H. Wulf. — Amsterdam: North-Holland. 1984. — P. C09.
[111] *Дедю В.И., Лыков А.Н., Прищепа С.Л.//* ЖЭТФ. 1990. Т. 97. С. 488.
112. *Лыков А.Н., Здравков В.И.//* Письма ЖТФ. 1991. Т. 17. С. 73.
113. *Takahashi S., Tachiki M.*//Phys. Rev. B. 1986. V. 34. P. 3162.
114. *Karkut M.G., Matijasevic V., Antognazza L., Triscone J.-M., Missert N., Beasley M.R., Fischer O.//* Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 1751.
115. *Де Жен П.* Сверхпроводимость металлов и сплавов. — М.: Мир, 1968.
116. *Kulic M., Dobrosavljevic L.*//Phys. Stat. Sol. b. 1976. V. 75. P. 677.
117. *Lowel J.*//J. Phys. F: Metal Phys. 1978. V. 8. P. 501.
118. *Шмидт В.В.//* ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 398.
119. *Milne-Thommson L.M.* Jacobian Elliptic Function Table. — New York: Dover. 1950.
120. *Appleyard J.R., Evetts J.E., Campbell A.M.//* Sol. State Commun. 1974. V. 14. P. 567.
[121] *Ivlev B.L, Ovchinnikov Yu.N., Pokrovsky V.L.//* Europhys. Lett. 1990. V. 13. P. 187.
122. *Chien T.R., Wang Z.Z., Ong N.P.//* Proceedings of the International Conference on Materials and Mechanisms of Superconductivity. High Temperature Superconductors II (California, USA), — Physica C. 1989. V. 162—164. P. 343.
123. *Yetter W.E., Thomas D.A,, Kramer E.J.//* Phil. Mag. B. 1982. V. 46. P. 523.
124. *Giaver I.//* Phys. Rev. Lett. 1965. V. 15. P. 825.

Статья поступила 11.03.92 г.,
после доработки 2.06.92 г.