Сентябрь 1991 г. **Том 161, № 9**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

621.373.826

САМОВОЗДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЧНО КОГЕРЕНТНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В.А. Алешкевич, Г.Д. Кожоридзе, А.Н. Матвеев

(Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 81
1. Статистическое описание случайных световых полей 85
1.1. Поле многомодовых лазеров. 1.2. Флуктуация световой волны. 1.3. Численное моделирование световых полей. 1.4. Среднестатистические пространственно-временные характеристики.
2. Физика самовоздействия частично когерентного лазерного излучения в средах с кубичной нелинейностью 88
2.1. Квазиоптическое описание. 2.2. Теоретические методы исследования.
3. Нелинейно-дифракционное распространение случайно модулированных световых пучков и пакетов 94
3.1. Пространственная неустойчивость. 3.2. Самофокусировка пучков некогерентного света. 3.3. Преобразование пространственной статистики (метод Монте-Карло). 3.4. Нелинейная рефракция пучков на индуцированных случайных оптических неоднородностях. 3.5. Тепловая дефокусировка случайных пучков. 3.6. Ветровая рефракция. 3.7. Нестационарное тепловое самовоздействие.
4. Нелинейно-дисперсионная самомодуляция случайных световых импульсов 112
4.1. Световые импульсы в средах с квадратичной дисперсией. 4.2. Роль дисперсии высших порядков. 4.3. Нестационарность нелинейной поляризации. 4.4. Компрессия случайных импульсов.
5. Взаимное влияние временно́й и пространственной когерентностей лазерного излучения в нелинейной среде 124
5.1. Пространственно-временная самомодуляция регулярных полей. 5.2. Взаимное влияние временны́х и пространственных флуктуаций.
Заключение 128
Список литературы 129

Введение

Появление и практическое применение мощных лазеров стимулировало в последние два десятилетия теоретические и экспериментальные исследования в области статистической нелинейной оптики, ибо поле излучения таких лазеров является флуктуирующим как в пространстве, так и во времени.

Статистические задачи в оптике были сформулированы в первой половине нашего века. Они способствовали развитию теории когерентности световых полей обычных источников, являющихся генераторами случайных волн.

Пониманию основных статистических явлений линейной оптики мы обязаны прежде всего Рэлею, Цернике, Брауну, Твиссу и др. [117, 118, 120].

Значительно более разнообразна и обширна, а с математической точки зрения и неизмеримо сложнее, гамма физических явлений и процессов, со-

© В.А. Алешкевич, Г.Д. Кожоридзе, А.Н. Матвеев 1991

провождающих взаимодействие частично когерентных световых полей с нелинейными средами. Это позволило выделиться из нелинейной оптики самостоятельной области исследований — статистической нелинейной оптике [6, 121].

К одному из важнейших направлений исследований в этой области следует отнести прежде всего анализ распространения частично когерентного лазерного излучения в условиях его самовоздействия в нелинейных средах. Основная физическая суть этого нелинейного явления состоит в том, что флуктуирующее световое поле наводит флуктуирующие, но коррелируемые с полем оптические неоднородности. Последние, вместе с присутствующими естественными случайными неоднородностями самой среды (некоррелируемыми с полем), могут существенно трансформировать важнейшие статистические характеристики лазерного излучения, среди которых в первую очередь значительно модифицируется пространственный (угловой) и частотный спектры, происходит перераспределение энергии по спектру. В сочетании с дифракцией световых пучков и дисперсией световых импульсов такое нелинейно-дифракционно-дисперсионное распространение частично когерентного излучения сопровождается рядом закономерностей, являющихся, как правило, статистическими, которые более сложны и многообразны, чем при распространении одномодовых и одночастотных волновых пучков и импульсов.

Флуктуации ширины пучка и длительности импульса, искажение поперечного профиля пучка вплоть до появления спекл-структур, трансформация огибающей импульса, флуктуации интенсивности излучения, ограничение предельных возможностей компрессии импульсов в нелинейных диспергирующих элементах и нелинейной фокусировки пучков — вот далеко не полный перечень основных физических явлений, принятие во внимание которых является в ряде случаев определяющим при создании мощных лазерных систем, систем передачи энергии, информации, зондирования окружающей среды и пр.

Сложность исследуемой проблемы обусловливается, с одной стороны, оптимальным выбором моделей флуктуирующих световых полей, адекватных излучению мощных лазеров, а с другой — достаточно большой трудоемкостью решения стохастических нелинейных волновых задач.

Если модельное представление световых волн достаточно общепринято, то методы и подходы, применяемые для решения исследуемой проблемы, многообразны и приближенны. По этой причине в ряде случаев возникают трудности при количественном сопоставлении получаемых ими результатов, хотя, безусловно, устанавливаемые с их помощью основные физические закономерности дают правильную картину физических явлений и процессов.

В обзоре дается картина современного состояния проблемы распространения ограниченных в пространстве и во времени флуктуирующих световых полей в физически прозрачных средах с кубической нелинейностью керровского типа и тепловой нелинейностью, обусловленной нагревом среды из-за диссипации энергии лазерного излучения. Естественно, что подборка и концепции изложения материала в пяти разделах не свободны от влияния наших собственных научных интересов.

В разделе 1 обсуждены общепринятые модели случайных лазерных пучков и импульсов, описаны корреляционные свойства случайных световых полей.

В разделе 2 сформулирована математическая постановка исследуемой проблемы, основанная на квазиоптическом описании распространения дифрагирующих пучков и диспергирующих волновых пакетов. Обсуждены основ-

ные теоретические методы, применяемые для решения стохастических нелинейных волновых уравнений квазиоптики, выделены их достоинства и недостатки, определены области применимости.

Раздел 3 посвящен вопросам нелинейного дифракционного распространения случайно-модулированных лазерных пучков и импульсов. Обсуждены пространственная неустойчивость, самофокусировка и дефокусировка, преобразование пространственной статистики некогерентных в пространстве пучков в средах с керровской нелинейностью. Рассмотрены стационарное и нестационарное тепловое самовоздействие, ветровая рефракция случайных полей при самовоздействии.

Большое многообразие физических явлений, определяющих характер распространения частично когерентных волновых пакетов в средах с нелинейностью керровского типа, рассмотрено в разделе 4. Здесь проанализирован широкий круг вопросов нелинейной трансформации пикосекундных случайных импульсов в волоконных световодах при учете инерционности нелинейного отклика, нестационарности нелинейной поляризации, квадратичной и кубической дисперсии и т.д. Приведены также результаты теоретического исследования предельных возможностей компрессии случайных импульсов, что, безусловно, имеет важное практическое значение.

Наконец, в последнем разделе 5 даны результаты исследований последних трех лет по взаимному влиянию пространственных и временных флуктуаций световой волны в нелинейных средах. Уделено большое внимание выяснению причин, приводящих к преобразованию одних видов флуктуаций в другие и наоборот.

Для того чтобы не выйти за пределы разумного объема статьи, изложение всех пяти разделов, подчас конспективное, выполнено по общей схеме: физическая постановка проблемы, обоснование используемого метода исследования и, в отсутствие промежуточных выкладок, обсуждение окончательного результата и его трактовка на основе единого подхода к анализу проблемы самовоздействия (СВ) мощного лазерного излучения.

Предваряя изложение основного материала, дадим краткое реферативное изложение основных работ, авторы которых внесли существенный вклад в исследование рассматриваемой проблемы.

Первые исследования самовоздействия частично когерентного лазерного излучения в регулярных средах проводились аналитически, в основном методом теории возмущений.

Беспалов и Таланов [16] впервые рассмотрели неустойчивость возмущений изменения в средах с кубичной нелинейностью. Использование метода возмущений позволило им проследить начальный этап преобразования пространственной структуры плоской волны, модулированной во входном сечении [16] и распределенной в среде [6]. Было показано, что такое излучение в нелинейной среде неустойчиво по отношению к малым амплитудно-фазовым возмущениям. Такую интерпретацию получили эксперименты [19, 20, 41], в которых наблюдалась мелкомасштабная самофокусировка — распадение пучка на нити.

Несколько позже Ахмановым и Чиркиным [6], а также Ляховым [18] был проведен анализ устойчивости лазерного пучка в нелинейной среде. Было установлено, что критическая мощность самофокусировки частично когерентных пучков выше, чем у одномодовых.

В это же время Власовым и др. [24] установлена квадратичная зависимость критической мощности от начальной расходимости пучка.

Безаберрационное описание поведения ширины и поперечного радиуса корреляции пучка с широким пространственно-временным спектром, выполненное Пасманником [21], Ахмановым и Ляховым [22], явилось следующим шагом в понимании закономерностей нелинейного распространения частично когерентных пучков.

Значительный объем информации о статистике световых пучков дают моменты светового поля [23]. Власовым, Петрищевым и Талановым [24] развит метод моментов для исследования самовоздействия пространственно-некогерентных пучков. Однако основная трудность, возникающая при этом, — необходимость решения бесконечной системы зацепляющихся уравнений для моментов поля. Ее размыкание требует внесения дополнительных ограничений.

Дать более полное описание эволюции многомодового пучка позволили численные методы, которые стали эффективно развиваться с начала 80-х годов [32 — 36]. Использование метода статистических испытаний (Монте-Карло) дало возможность исследовать преобразование статистики распределения интенсивности и фазы излучения, дисперсии ее флуктуаций, выявить условия, при которых трансформируются законы распределения поля волны.

Вместе с тем, численные методы, весьма трудоемкие, вовсе не вытеснили аналитические исследования.

Чиркиным с соавторами был предложен метод интегрирования по траекториям [26 — 28], на основе которого исследовано влияние слабого шума [26] и случайной фазовой модуляции [27] на нелинейное распространение сверхкоротких импульсов. Было предсказано и обнаружено экспериментально [28] начальное уменьшение радиуса пространственной когерентности при тепловой дефокусировке пучка. Аналогичный результат был получен также и с использованием метода последовательных приближений [31].

В середине 80-х годов был сделан акцент на выяснение роли наведенных флуктуаций показателя преломления в процессе нелинейной трансформации случайных полей [31, 49, 50]. Было показано, что при нелинейно-дифракционном и нелинейно-дисперсионном преобразовании полей флуктуации показателя преломления в канале распространения приводит к уширению пучка и расплыванию импульса независимо от знака нелинейности. Изучение нелинейного взаимовлияния сигнальных и шумовых компонент в модели поля "сигнал+шум" внесло ясность в понимание протекания подобных некогерентных нелинейных эффектов [30, 57].

Создание и широкое практическое применение кварцевых волоконных световодов стимулировали как экспериментальные, так и теоретические исследования в области статистической нелинейной волоконной оптики.

Прогресс эксперимента в создании оптимальных волоконно-оптических систем передачи информации, получения сверхкоротких импульсов света и пр. стал возможным в результате широкого использования методов нелинейной оптики, особенно в части, касающейся самовоздействия света. В то же время он поставил перед теорией ряд проблем, связанных с выбором оптимальных параметров оптических волноводов в зависимости от исходных характеристик передаваемого светового импульса.

Наличие пространственно-временной аналогии в известной мере дало возможность перенести ряд результатов по самовоздействию дифрагирующих световых пучков применительно к распространению диспергирующих волновых пакетов. Однако аналогия исчезает, если световой импульс распространяется в волокне в области аномальной дисперсии материала последнего [70].

Еще в ранних работах [73, 74] без учета флуктуаций нелинейной добавки к показателю преломления было изучено нелинейно-дисперсионное распространение случайных импульсов во втором приближении теории дисперсии. Учет этих флуктуаций был выполнен в работах [26, 27, 75] с использованием метода интегрирования по траекториям. Сложный характер трансформации импульса типа "сигнал+шум" изучен авторами [26, 29].

С целью понижения оптических потерь перспективно использование излучения с длиной волны порядка критической. В этом случае, когда кубичная дисперсия становится доминирующей, пространственно-временная аналогия исчезает, и мы имеем дело с новым классом физических явлений, сопровождающих распространение светового импульса [30, 82].

Аналитические и численные исследования показали, что возникает асимметризация и запаздывание пика импульса, перераспределение энергии по частотному спектру, сложное преобразование временной когерентности по длительности импульса и др.

Случайные флуктуации полей световых импульсов заставили пересмотреть и предельные возможности волоконных схем компрессии импульсов [77, 94, 112, 113]. Например, незначительное ухудшение временной когерентности исходного импульса существенно уменьшает коэффициент его нелинейного самосжатия [112, 113].

Авторы цитируемых выше работ рассматривали по отдельности преобразование либо пространственной, либо временной структуры лазерного излучения.

Для световых полей с пространственно-временной модуляцией (как регулярной, так и случайной) в условиях конкуренции нелинейных, дифракционных и дисперсионных эффектов нелинейное преобразование пространственных и временных характеристик взаимосвязаны. Поэтому в последние годы появился ряд работ [29, 57, 109], в которых исследованы эффекты такого взаимного влияния.

Однако решение подобного рода пространственно-временных нелинейных волновых задач еще весьма далеко от своего завершения.

1. Статистическое описание случайных световых полей

Необходимость статистического описания излучения мощных лазеров, являющихся, как правило, многомодовыми оптическими генераторами, вызвана наличием квантовых флуктуаций поля и поляризации. Спектральные свойства излучения лазеров зависят от вероятности возбуждения собственных колебаний и величины взаимодействия между ними. Суперпозиция последних на выходе ОКГ представляет собой случайно модулированное во времени и пространстве лазерное излучение с ограниченной временной и пространственной когерентностью.

Сформировавшееся к настоящему времени представление о пространственной и временной статистике лазерного многомодового излучения, широко используемое в этой и множестве других работ, обязано целой серии экспериментальных и теоретических работ, например, [1 — 11]. Отметим лишь, что вопросы формирования временной статистики многомодового излучения нашли отражение в [1 — 3] и обзоре [4], ее преобразования в нелинейных средах — в [5 — 7]; исследование пространственной статистики выполнено в [8 — 11].

1.1. Поле многомодовых лазеров. Напряженность поля световой волны на выходе ОКГ представляет собой суперпозицию собственных колебаний резонатора

$$E(\mathbf{r}, t) = \sum_{m,n,l} E_{0,mnl} \exp\left[i(\omega_{mnl} t + \varphi_{mnl})\right] \tag{1.1}$$

со случайными амплитудами E_0 и фазами, являющимися функциями координаты $\mathbf{r}$ и времени t. Поэтому комплексная амплитуда A светового поля $E = A(\mathbf{r}, t)e^{i\omega t}$ (ω — средняя частота) является в общем случае случайной функцией. Наиболее часто используется ее общее представление суперпозицией сигнала и шума

$$A(\mathbf{r}, t) = I_0^{1/2} F(\mathbf{r}, t)(1 + \xi(\mathbf{r}, t)), \tag{1.2}$$

в которой I_0 — характерное значение средней интенсивности, комплексная функция $F(\mathbf{r}, t)$ определяет среднюю пространственно-временную модуляцию световой волны, $\xi(\mathbf{r}, t)$ — случайное комплексное поле с нулевым (по ансамблю (1.2)) средним значением.

1.2. Флуктуации световой волны. Преобразование пространственно-временной статистики и средних масштабов поля в нелинейной среде определяющим образом зависит от характера флуктуаций поля $\xi = \rho e^{i\varphi}$, определяемых как флуктуациями ρ (амплитудные флуктуации), так и флуктуациями φ (фазовые флуктуации).

Здесь возможны две ситуации:

а) Общеизвестно, что при большом числе слабо связанных мод статистика комплексного поля ξ стремится к нормальной. Это означает наличие амплитудно-фазовых флуктуаций, при этом плотность вероятности огибающей и фазы

$$\omega(\rho) = \frac{\rho}{\langle\rho\rangle} e^{-\rho_2/2\langle\rho\rangle^2}, \quad \omega(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \tag{1.3}$$

соответствует рэлеевскому и равномерному распределениям.

б) Широко используются модели световых полей с негауссовской статистикой. В этой ситуации рассматривают либо амплитудные, либо фазовые флуктуации с нормальными законами распределения. Различие протекания физических явлений в нелинейной среде при этом весьма существенно, ибо только амплитудные флуктуации (в отличие от фазовых) наводят случайные оптические неоднородности в канале распространения.

Основные закономерности преобразования пространственной и временной статистики в нелинейной среде характеризуются низшими моментами амплитуды поля — пространственно-временной корреляционной функции поля (ПВКФП) и интенсивности. Для этого необходимо задание соответствующих низших моментов поля $\xi(\mathbf{r}, t)$. Если статистика последнего гауссова, то все моменты определяются через момент второго порядка (ПВКФ), который в предположении статистической однородности, изотропности и стационарности

$$\langle\xi(\mathbf{r}_1, t_1)\xi^*(\mathbf{r}_2, t_2)\rangle = \sigma^2 \gamma_\xi(\Delta\mathbf{r}, \Delta t), \tag{1.4}$$

где $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\Delta t = t_1 - t_2$, σ^2 — дисперсия флуктуаций.

1.3. Численное моделирование световых полей. В основе моделирования на ЭВМ световых полей с заданной пространственно-временной статистикой лежат различные алгоритмы [12], среди которых наиболее эффективными и часто используемыми являются:

а) Метод скользящего суммирования [13], позволяющий строить поля $\xi(\mathbf{r}, t)$ в процессе получения реализаций светового поля с заданным спектром, который дает возможность решения стохастических прикладных задач нелинейной и атмосферной оптики. Систематическая погрешность метода быстро убывает с увеличением перекрытия δ — коррелированных случайных полей, используемых в формировании случайных реализаций $\xi(\mathbf{r}, t)$.

б) Алгоритм линейного преобразования, в соответствии с которым моделируемое поле задается набором случайных реализаций с заданной матрицей ковариации $\langle \xi(\mathbf{r}_i, t_i)\xi^*(\mathbf{r}_j, t_j)\rangle$, соответствующей корреляционной функции поля (1.4) в дискретном наборе точек [14]. На рис. 1 представлены гистограммы распределения интенсивности $I = \rho^2$ и фазы φ на оси пучка, полученные усреднением по 200 реализациям. Их незначительное отличие от экспоненциального и равномерного указывает, что моделируемое поле $\xi = e^{i\varphi}$ имеет нормальный закон распределения.

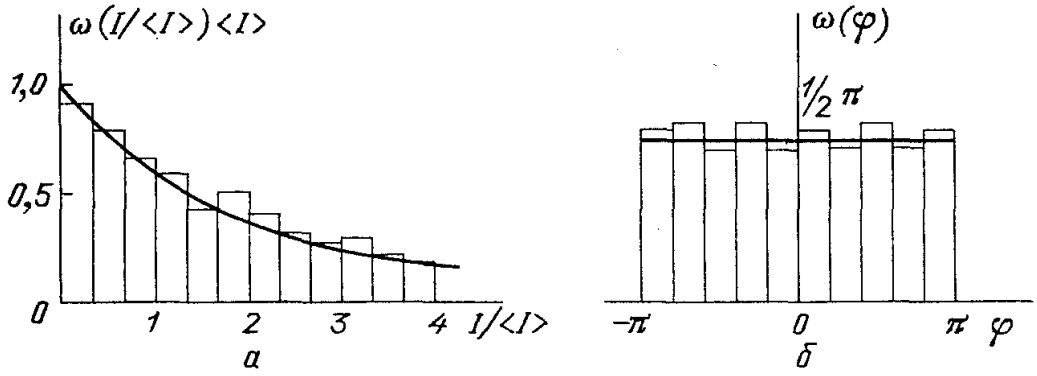

Рис. 1. Гистограммы распределения вероятностей интенсивности (*а*) и фазы (*б*) случайного поля $\xi(\mathbf{r})$. Теоретические распределения изображены сплошными кривыми

в) Метод канонических разложений [15], использующий представление вида

$$\xi(\mathbf{r}, t) = \sum_n (a_n + ib_n)\left(\frac{\lambda_n}{2}\right)^{1/2} \psi_n(\mathbf{r}, t), \tag{1.5}$$

где a_n и b_n — статистически независимые ряды псевдослучайных чисел, имеющих нормальное распределение плотностей вероятностей, λ_n и ψ_n — собственное значение и собственные функции однородного уравнения Фредгольма:

$$\int \langle \xi\xi^* \rangle \varphi_n(\Delta\mathbf{r}, \Delta t)\mathrm{d}\Delta\mathbf{r}\mathrm{d}\Delta t = \lambda_n \varphi_n(\Delta\mathbf{r}, \Delta t)\,, \tag{1.6}$$

ядром которого является ПВКФ случайного поля ξ. Этот метод более экономичен, чем предыдущие, однако может быть использован лишь для моделирования полей с нормальным законом распределения.

1.4. Среднестатистические пространственно-временные характеристики. Комплексная амплитуда (1.2) модулирована как в пространстве, так и во времени, а характерные масштабы этой модуляции являются среднеквадратичными шириной пучка и длительностью импульса

$$a_0^2 = \langle a^2 \rangle = \int \mathbf{r}^2 \langle |A|^2 \rangle d\mathbf{r} \left(\int \langle |A|^2 \rangle d\mathbf{r} \right)^{-1}, \tag{1.7}$$

$$\tau_0^2 = \langle \tau^2 \rangle = \int t^2 \langle |A|^2 \rangle dt \left(\int \langle |A|^2 \rangle dt \right)^{-1}. \tag{1.8}$$

Эти соотношения используются, если пучки и импульсы имеют субструктуры. Для гладкой средней огибающей $F(\mathbf{r}, t)$, например эталонной гауссовой

$$F(\mathbf{r}, t) = \exp\left(- \frac{\mathbf{r}^2}{2a_0^2} - \frac{t^2}{2\tau_0^2} \right), \tag{1.9}$$

a_0 и τ_0 определяются по уровню интенсивности e^{-1}.

Средняя мелкомасштабная структура пучков и импульсов характеризуется радиусом корреляции $r_{к0}$ и временем когерентности $\tau_{к0}$, при этом число пространственных неоднородностей по сечению пучка $N_r = (a_0/r_{к0})^2$ связано с количеством возбуждаемых поперечных лазерных мод [10], а временных неоднородностей по длительности импульса $N_\tau = \tau_0/\tau_{к0}$ — с количеством возбуждаемых продольных мод резонатора.

Во многих работах степень когерентности γ_ξ в (1.4) записывается в факторизованном гауссовом виде

$$\gamma_\xi(\Delta\mathbf{r}, \Delta t) = \exp\left(- \frac{\Delta\mathbf{r}^2}{r_{к0}^2} - \frac{\Delta t^2}{\tau_{к0}^2} \right), \tag{1.10}$$

где $r_{к0}$ и $\tau_{к0}$ определены по уровню e^{-1}. Хотя факторизованный вид γ_ξ в нелинейной среде не сохраняется, критерий определения $r_к$ и $\tau_к$ статистически неоднородных и нестационарных полей остается прежним.

2. Физика самовоздействия частично когерентного лазерного излучения в средах с кубичной нелинейностью

Физические причины возмущения показателя среды при воздействии высокоинтенсивного светового поля разнообразны. Среди основных механизмов нелинейности следует выделить ангармонизм электронного и колебательного откликов, электрострикцию, ориентацию молекул во внешнем поле (керр-эффект), тепловой нагрев среды и т.д. В настоящее время для различных типов нелинейности хорошо известны значения нелинейных возмущений показателя преломления $n_{нл}$ ($n = n_0 + n_{нл}$), приводящие к эффектам самовоздействия [15].

Естественно, что наводимые оптические неоднородности в нашем случае являются случайными и флуктуирующими в пространстве и во времени, и задача самовоздействия становится существенно стохастической. Ее анализ удается провести как аналитически, так и численно, не выходя за рамки ши-

роко используемого квазиоптического описания.

2.1. Квазиоптическое описание. В основе квазиоптического описания, широко применяемого в оптике, лежит положение о том, что поле квазиплоской и квазимонохроматической волны (иными словами, поле светового пучка и волнового пакета)

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}\frac{1}{2}A(\mathbf{r}, t)e^{i(\omega_0 t - k_0 z)} + \text{к.с.}, \tag{2.1}$$

распространяющейся вдоль оси z, характеризуется комплексной амплитудой A, не только медленно меняющейся на масштабе длины волны и периода оптических колебаний, но и изменяющейся вдоль z медленнее, чем в перпендикулярной плоскости (x, y). Распространение же интенсивных электромагнитных волн в немагнитных средах в рамках классической электродинамики описывается волновым уравнением

$$\mathrm{rot}\ \mathrm{rot}\ \mathbf{E} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{P}^{\text{нл}}}{\partial t^2} \tag{2.2}$$

совместно с материальными уравнениями для векторов линейной и нелинейной поляризации.

Линейная поляризация изотропной среды связана с напряженностью $\mathbf{E}$ функционалом

$$\mathbf{D} = \int_0^\infty dt' \varepsilon_0(t')\mathbf{E}(t - t'), \tag{2.3}$$

отражающим наличие дисперсии среды вследствие зависимости линейной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_0(t')$ от времени, а нелинейная поляризация представляется обычно в виде разложения по степеням $\mathbf{E}$ и для сред с кубичной нелинейностью записывается в виде

$$\mathbf{P}^{\text{нл}} = \int_0^\infty\int\int dt'dt''dt'''\chi^{(3)}(t', t'', t''')\times$$

$$\times\mathbf{E}(t - t' - t'')\mathbf{E}(t - t' - t'' - t'''). \tag{2.4}$$

Медленность изменения амплитуды в пространстве и времени по сравнению с быстрыми изменениями эйконала (показателя экспоненты в (2.1)) плоской волны позволяют преобразовать (2.2) к нелинейному параболическому уравнению следующим образом: первый член в (2.2) преобразуется к виду

$$\mathrm{rot}\ \mathrm{rot}\ \mathbf{E} = \mathrm{grad}\ \mathrm{div}\ \mathbf{E} - \Delta\mathbf{E} \approx -\frac{\mathbf{e}}{2}\left(-2ik_0\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial^2 A}{\partial \mathbf{r}^2}\right)e^{i(\omega_0 t - k_0 z)} + \text{к.с.}, \tag{2.5}$$

где $\mathrm{div}\ \mathbf{E} = 0$, $\partial^2 A/\partial \mathbf{r}^2$ — оператор Лапласа в плоскости (x, y). Медленность изменения амплитуды во времени позволяет преобразовать (2.3) путем разложения $A(t - t')$ в ряд по t' к выражению

$$\mathbf{D} = \frac{\mathbf{e}}{2}\left[\varepsilon_0(\omega_0)A + \sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m!}\left(\frac{\partial^m \varepsilon_0(\omega)}{\partial \omega^m}\right)_{\omega_0}\frac{\partial^m A}{\partial t^m}\right]e^{i(\omega_0 t - k_0 z)} + \text{к.с.} \tag{2.6}$$

Слагаемые с $m = 1, 2, 3, \ldots$ соответствуют последовательно первому, второму, третьему и т.д. приближениям теории дисперсии.

Наконец, волна нелинейной поляризации (2.4) на частоте вдали от частотных резонансов, когда дисперсия нелинейности мала,

$$\mathbf{P}^{\text{нл}} = \frac{3}{4}e\chi^{(3)}|A|^2\frac{A}{2}\exp\left[i(\omega_0 t - k_0 z)\right] + \text{к.с.} \qquad (2.7)$$

Подстановка (2.5) — (2.7) в (2.2) дает возможность записать уравнение для комплексной амплитуды

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{i}{2k_0}\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} - \frac{ik''_\omega}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A - \frac{1}{2k_0}\sum_{m=3}^{\infty}\frac{(-1)^{m+1}}{m!}\left(\frac{\partial^m k^2}{\partial\omega^m}\right)_{\omega_0}\frac{\partial^m A}{\partial t^m} =$$

$$= \frac{4\pi}{c^2}\frac{\omega_0^2}{2ik_0}\cdot\frac{3}{4}\chi^{(3)}|A|^2 A, \quad u = \left(\frac{\partial k_0}{\partial\omega}\right)^{-1}, \quad k''_\omega = \left(\frac{\partial^2 k_0}{\partial\omega^2}\right)_{\omega_0}. \qquad (2.8)$$

Переход к бегущей системе координат $\mathbf{r} = \mathbf{r}$, $z = z$ и $\tau = t - (z/u)$, представление $k_0 = n_0\omega_0/c$ и запись нелинейной добавки к показателю преломления $n = n_0 + n_{\text{нл}}$ в виде

$$n_{\text{нл}} = n_2|A|^2 = \frac{3\pi\chi^{(3)}}{2n_0}|A|^2$$

позволяют получить основное уравнение квазиоптики, описывающее одновременно нелинейные самомодуляцию и рефракцию, дифракцию и дисперсию:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2k_0}\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} - \frac{ik''_\omega}{2}\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\right)A - \frac{1}{2k_0}\sum_{m=3}^{\infty}\frac{(-1)^{m+1}}{m!}\left(\frac{\partial^m k^2}{\partial\omega^m}\right)_{\omega_0}\frac{\partial^m A}{\partial \tau^m} =$$

$$= -i\frac{n_{\text{нл}}}{n_0}k_0 A. \qquad (2.9)$$

Отметим, что при распространении сверхкоротких импульсов света в волоконных световодах необходим учет зависимости $\chi^{(3)}$ от времени в (2.4), и в последнем уравнении появляются слагаемые, связанные с инерционностью нелинейного отклика. Такая ситуация рассмотрена при анализе распространения сверхкоротких импульсов в волоконных световодах.

2.2. Теоретические методы исследования. Поскольку уравнение (2.9) не имеет точного решения, а проблема усугубляется еще и тем, что широкий круг явлений, им описываемых, требует применения статистического подхода, то актуальным является создание приближенных аналитических и численных методов его решения. В ряде случаев, однако, флуктуации поля световой волны дают возможность описать поведение ее некоторых средних характеристик более просто, чем аналогичных характеристик регулярной волны.

Ниже приводится краткое описание различных теоретических подходов. Для удобства изложения запишем уравнение (2.9) в операторной форме

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{лн}} A = \hat{\mathcal{L}}_{\text{нл}} A, \tag{2.10}$$

где $\hat{\mathcal{L}}_{\text{лн}} = \hat{\mathcal{L}}_{\text{дф}} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{дс}}$ — линейный оператор, представляющий суперпозицию операторов дифракции и дисперсии, $\hat{\mathcal{L}}_{\text{нл}}$ — нелинейный оператор, вид которого определяется типом нелинейности и режимом самовоздействия.

2.2.1. *Метод возмущений.* Случайное излучение представляется суперпозицией плоской квазистационарной регулярной световой волны и слабого однородного в пространстве и стационарного во времени шума $A = A_0 + \xi$. Уравнение для детерминированной волны, не испытывающей дифракцию и дисперсию, имеет вид

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} = \hat{\mathcal{L}}_{\text{нл}} A_0. \tag{2.11}$$

Действие нелинейного оператора $\hat{\mathcal{L}}_{\text{нл}}$ приводит к фазовой самомодуляции волны без изменения ее интенсивности. Для слабого шума дисперсия флуктуации $\sigma^2 = \langle \xi^2 \rangle$ мала по сравнению с интенсивностью детерминированной волны $\sigma^2 \ll |A_0|^2$ и поэтому оптические неоднородности наводятся практически только регулярной волной $n_{\text{нл}} = n_{\text{нл}}(|A_0|^2)$. Следовательно, трансформация шумовой компоненты в нелинейной среде описывается уравнением

$$\frac{\partial \xi}{\partial z} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{лн}} \xi = \hat{\mathcal{L}}_{\text{нл}} \xi, \tag{2.12}$$

где нелинейный оператор

$$\hat{\mathcal{L}}_{\text{нл}} = -\frac{ik_0}{n_0} n_{\text{нл}}(|A_0|^2 + A_0 \xi)$$

определяется интенсивностью регулярной волны.

Решение уравнения (2.12) ищется в виде интеграла

$$\xi(\mathbf{r}, \tau, z) = \int d\mathbf{k} \int d\omega \xi(\omega, \mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r} - ik_\parallel z), \tag{2.13}$$

где $\xi(\omega, \mathbf{k})$ — фурье-амплитуда шума. Подстановка (2.13) в уравнение (2.12) и его интегрирование приводят к решению для фурье-амплитуды шумового поля.

Заметим, что метод возмущений применим только для слабого шума и на коротких трассах распространения. В нелинейной среде дисперсия флуктуации шумовой компоненты может нарастать с ее распространением, и тогда наведенные флуктуации показателя преломления будут существенны. Однако метод возмущений не накладывает ограничений, связанных с предположением о сохранении статистики светового поля в нелинейной среде.

2.2.2. *Метод моментов.* Метод предназначен для анализа корреляционных функций второго и более высоких порядков. Уравнение для

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau_1, \tau_2, z) = \langle A(\mathbf{r}_1, \tau_1, z) A^*(\mathbf{r}_2, \tau_2, z) \rangle \tag{2.14}$$

получается переходом от уравнения (2,10) для комплексной амплитуды к уравнению для ПВКФ поля второго порядка. С этой целью уравнения ква-

зиоптики для $A_1 = A(\mathbf{r}_1, \tau_1, z)$ и $A_2^* = A^*(\mathbf{r}_2, \tau_2, z)$ домножаются соответственно на A_1 и A_2:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z}A_2^* + \hat{\mathcal{L}}_{\text{лн1}}A_1A_2^* = \hat{\mathcal{L}}_{\text{нл1}}A_1A_2^*,$$

$$\frac{\partial A_2^*}{\partial z}A_1 + \hat{\mathcal{L}}^*_{\text{лн2}}A_2^*A_1 = \hat{\mathcal{L}}^*_{\text{нл2}}A_2^*A_1,$$

где $\hat{\mathcal{L}}_{\text{лн1,2}}$ и $\hat{\mathcal{L}}_{\text{нл1,2}}$ — линейный и нелинейный операторы от аргументов $(\mathbf{r}_1, \tau_1)$ и $(\mathbf{r}_2, \tau_2)$. После суммирования двух уравнений (2.15) и усреднения по ансамблю получается уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{лн1}} + \hat{\mathcal{L}}^*_{\text{лн2}}\right)\langle A_1A_2^*\rangle = \langle(\hat{\mathcal{L}}_{\text{нл1}} + \hat{\mathcal{L}}^*_{\text{нл2}})A_1A_2^*\rangle. \tag{2.16}$$

Нетрудно заметить, что правая часть уравнения (2.16) содержит моменты поля 4-го порядка. Несложно показать, что уравнение для корреляционной функции интенсивности будет, в свою очередь, "зацеплять" моменты 6-го порядка и т.д. Поэтому основной трудностью метода моментов является расцепление коррелятора в правой части (2.16) и последующих уравнениях. В частности, когда пространственно-временные масштабы корреляции случайных функций $A_1A_2^*$ и $\hat{\mathcal{L}}_{\text{нл1}} + \hat{\mathcal{L}}^*_{\text{нл2}}$ сильно отличаются, то

$$\langle(\hat{\mathcal{L}}_{\text{нл1}} + \hat{\mathcal{L}}^*_{\text{нл2}})A_1A_2^*\rangle = \langle\hat{\mathcal{L}}_{\text{нл1}} + \hat{\mathcal{L}}^*_{\text{нл2}}\rangle\langle A_1A_2^*\rangle \tag{2.17}$$

и уравнение (2.16) замыкается. Наряду с этим условием замыкание уравнения осуществимо при использовании сильного ограничения, предполагающего неизменность статистики поля, имеющего на входе в среду нормальный закон распределения.

2.2.3. *Безаберрационное описание.* Метод использует автомодельное представление ПВКФ гауссовского типа в модели излучения типа "шумовая вспышка" $A = I_0^{1/2}F\xi$:

$$|\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau_1, \tau_2, z)| = \frac{I_0}{f_r^2 f_\tau}\exp\left(-\frac{\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2}{2f_r^2a_0^2} - \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{2f_\tau^2\tau_0^2} - \frac{\Delta\mathbf{r}^2}{g_r^2r_{\text{к}0}^2} - \frac{\Delta\tau^2}{g_\tau^2\tau_{\text{к}0}^2}\right), \tag{2.18}$$

где среднеквадратичные ширина и длительность шума задаются как $a(z) = a_0f_r(z)$ и $\tau_{\text{и}}(z) = \tau_0f_\tau(z)$ и соответствуют виду F в (1.9), а радиус корреляции и время когерентности $r_{\text{к}}(z) = r_{\text{к}0}g_r(z)$ и $\tau_{\text{к}}(z) = \tau_{\text{к}0}g_\tau(z)$.

Подставляя (2.18) в (2.16), получим уравнения для четырех среднестатистических параметров $f_{r,\tau}$ и $g_{r,\tau}$, являющихся функциями времени и координаты распространения.

2.2.4. *Интегрирование по траекториям.* Решение нелинейного уравнения квазиоптики (2.9) представляется в виде

$$A(\mathbf{r}, \tau, z) = \int d\mathbf{r}' \int d\tau' A_0(\mathbf{r}', \tau') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau, \tau', z), \tag{2.19}$$

где функция Грина в нелинейной среде с учетом дифракции и квадратичной дисперсии задается интегралом по траекториям [26 — 28]

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \tau, \tau', z) = \int \mathrm{D}^2(\mathbf{r}(z')) \int \mathrm{D}(\tau(z')) \exp\left\{ \int_0^z \left[-\frac{i}{2k_0}\left(\frac{d\mathbf{r}}{dz'}\right)^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + i\frac{k''_\omega}{2}\left(\frac{d\tau}{dz'}\right)^2 - i\frac{k_0}{n_0} n_{\text{нл}}(|A(\mathbf{r}(z'), \tau(z'))|^2) \right] \right\}, \tag{2.20}$$

где $\mathrm{D}^2(\mathbf{r}(z'))$ и $\mathrm{D}(\tau(z'))$ — дифференциалы, означающие интегрирование по множеству траекторий, проходящих через пространственные $\mathbf{r}(z')$ и временные $\tau(z')$ точки. При этом $\mathbf{r}(z' = 0) = \mathbf{r}'$ и $\tau(z' = 0) = \tau'$.

Основной трудностью метода является выбор траекторий интегрирования. Однако если учесть, что основной вклад дают траектории, для которых

$$|A(\mathbf{r}(z'), \tau(z'))|^2 \approx |A_0(\mathbf{r}', \tau')|^2, \tag{2.21}$$

то, пользуясь методом итераций, можно получить решение для корреляционной функции поля.

Метод интегрирования по траекториям при таких ограничениях по существу является методом заданного канала, так как нелинейное возмущение показателя преломления наводится входным распределением интенсивности поля.

2.2.5. *Нелинейный фазовый канал.* В случае сильной нелинейности, когда характерная длина нелинейной фазовой модуляции $L_{\text{ф}}$ намного меньше, чем длина дифракции $L_{\text{дф}}$ и дисперсии $L_{\text{дс}}$, нелинейное уравнение квазиоптики (2.9) можно решить в два этапа. На первом этапе рассматривается только нелинейная самомодуляция

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = \hat{\mathcal{L}}_{\text{нл}} A_1, \tag{2.22}$$

на втором этапе решается линейное уравнение

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{лн}} A_2 = 0, \tag{2.23}$$

описывающее дифракцию и дисперсию распределенного в среде фазомодулированного поля A_1.

Метод нелинейного фазового канала применим для световых полей с произвольным законом пространственно-временной модуляции. Он удобен для анализа поведения световой волны, представляющей суперпозицию сигнала и шума.

2.2.6. *Метод последовательных приближений.* При слабой нелинейности, когда $L_{\text{ф}} > L_{\text{дф}}$, $L_{\text{дс}}$, в качестве первого приближения можно рассматривать решение линейного уравнения

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{лн}} A_1 = 0. \tag{2.24}$$

Во втором приближении решается уравнение

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \hat{\mathcal{L}}_{\text{лн}} A_2 + \hat{\mathcal{L}}_{\text{нл}} A_2, \tag{2.25}$$

в котором оператор $\hat{\mathcal{L}}_{\text{нл}}$ определяется интенсивностью дифрагирующей и диспергирующей волны A_1. На каждом из последующих этапов приближения можно корректировать наведенные оптические неоднородности для нелинейного оператора $\hat{\mathcal{L}}_{\text{нл}}$ с использованием интенсивности волны предыдущего приближения. Однако процедура нахождения решения в третьем и последующих приближениях затруднена из-за сложности определения функции Грина соответствующего уравнения.

2.2.7. *Численное моделирование.* В численном эксперименте прямое интегрирование нелинейного уравнения квазиоптики осуществляется методом расцепления по физическим факторам [33, 35, 36]. При этом применяется пошаговая линеаризация нелинейного уравнения (2.9) с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье на дисперсионном шаге. Численное моделирование начальных условий исходного уравнения базируется на ортогональности разложения функции взаимной когерентности поля и описано в разделе 1. Статистические характеристики на расстоянии z определяются по методу Монте-Карло усреднением по ансамблю реализаций полученных решений с псевдослучайными по сохранению трех первых интегралов уравнения: энергии, импульса, гамильтониана [34].

Численный расчет функции взаимной когерентности Г (2.14) проводится с использованием метода конечных разностей. Функция является комплексной величиной и уравнение для функции взаимной когерентности распадается на систему из двух уравнений, которые решаются численно совместно с материальным уравнением среды. Для построения схемы конечных разностей область решения разбивается трехмерной сеткой, и в цилиндрических координатах строятся эквидистантные поверхности. В точках пересечения плоскостей — узлах сетки — производится вычисление искомой функции.

3. Нелинейно-дифракционное распространение случайно модулированных световых пучков и пакетов

Исходное уравнение (2.9) описывает нелинейное распространение световых волн при наличии дифракции и дисперсии. Масштабы развития этих явлений вдоль трассы распространения (оси z) зависят от поперечных размеров пучка a_0 и радиуса корреляции $r_{\text{к}0}$, а также длительности импульса τ_0 и его времени когерентности $\tau_{\text{к}0}$ и характеризуются дифракционной и дисперсионной длинами [7]:

$$L_{\text{дф}}^{\text{нк}} \sim k_0 a_0 r_{\text{к}0}, \quad L_{\text{дс}}^{\text{нк}} \sim \tau_0 \tau_{\text{к}0} |k''_\omega|^{-1}.$$

Предметом настоящей главы будет анализ нелинейного распространения дифрагирующих волн в отсутствие дисперсии групповой скорости, что эквивалентно условию $z \ll L_{\text{дс}}^{\text{нк}}$. Действительно, это неравенство справедливо как для квазинепрерывного излучения, так и для импульсов пикосекундной дли-

тельности в атмосфере, где $k_\omega'' \sim 10^{-28}\,\text{с}^2\text{м}^{-1}$, $L_{\text{дс}}^{\text{нк}} \sim 10$ км и существенно превышает протяженность реальных трасс распространения. В жидкостях и твердых телах, где k_ω'' на 3 — 5 порядков больше, дисперсионные эффекты незначительны для импульсов вплоть до наносекундной длительности.

В оптически прозрачных, слабопоглощающих средах с коэффициентом затухания α нелинейно-дифракционное распространение описывается уравнением

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2k_0}\frac{\partial^2 A}{\partial \mathbf{r}^2} + \frac{\alpha A}{2} = -i\frac{k_0}{n_0} n_{\text{нл}} A, \tag{3.1}$$

которое в линейной среде ($n_{\text{нл}} = 0$) переходит в параболическое уравнение, введенное в [37] и описывающее поперечную диффузию амплитуды волновых пучков.

Нелинейная добавка к показателю преломления $n_{\text{нл}}$ определяется механизмами нелинейности, главные из которых — керровский и тепловой — будут последовательно рассмотрены в нашей статье. Таким образом, в первой части этой главы излагаются закономерности распространения частично когерентных волн в среде с локальной нелинейностью керровского типа, а вопросы теплового самовоздействия (ТСВ) обсуждаются во второй ее части.

Керровская нелинейность. В средах с керровской нелинейностью возмущение показателя преломления описывается релаксационным уравнением

$$(\tau_{\text{рел}}\frac{\partial}{\partial \tau} + 1) n_{\text{нл}} = n_2 |A|^2. \tag{3.2}$$

Для импульсов пикосекундной и большей длительности режим самовоздействия можно считать безынерционным и $n_{\text{нл}} = n_2|A|^2$. Учет инерционности нелинейного отклика необходим для квазинепрерывного излучения со временем когерентности $\tau_{\text{к}} < \tau_{\text{рел}}$.

3.1. Пространственная неустойчивость. Нелинейная рефракция излучения с регулярным поперечным распределением поля в сочетании с дифракцией приводит к нелинейным аберрационным искажениям световых пучков [38], а амплитудно-фазовые флуктуации являются причиной возникновения неустойчивости — расслоения пучка на нити. Первые наблюдения нитевидной структуры света в жидкостях в результате самофокусировки [17, 39 — 41] описаны авторами [41].

Теория образования нитей дана в [16]. Методом возмущений, описанным в разделе 2, показано, что в нелинейном диэлектрике амплитудно-фазовые возмущения плоской электромагнитной волны приводят к ее распаду на отдельные пучки, имеющие разные длины самофокусировки в зависимости от масштаба первоначального возмущения.

Представление безразмерной амплитуды возмущенной плоской волны в виде

$$E(\mathbf{r}', 0) = E_0 + \xi_0 e^{-i\vec{\varkappa}_1 \mathbf{r}'} \tag{3.3}$$

$$(E = (n_2/n_0)^{1/2} A, \quad \vec{\varkappa}_1 = \mathbf{k}_1/k_0, \quad \mathbf{r}' = k_0\mathbf{r}; \quad E_0 = \text{const})$$

и решение уравнения (2.12) с начальным условием (3.3) показывает, что воз-

мущение в среде изменяется как

$$\xi(\mathbf{r}', z') = \xi_0 e^{-i\vec{\varkappa}_\perp \mathbf{r}' - i\varkappa_\parallel z'}, \tag{3.4}$$

где

$$\varkappa_\parallel^2 = \frac{\varkappa_\perp^2}{4}(\varkappa_\perp^2 - \varkappa_{\text{гр}}^2), \quad \varkappa_{\text{гр}}^2 = 2E_0^2, \quad z' = k_0 z. \tag{3.5}$$

Возмущения с поперечными волновыми числами $0 < \varkappa_\perp < \varkappa_{\text{гр}}$ неустойчивы и нарастают по экспоненциальному закону с инкрементом $(2E_0^2 - \varkappa_\perp^2)^{1/2}\varkappa_\perp/2$, который имеет максимальное значение $E_0^2/2$ при $\varkappa_\perp = \varkappa_{\text{н}} = E_0$. Это соответствует образованию мелкомасштабной структуры — нитей — с поперечным размером

$$r_{\text{н}} = \frac{\tau}{\varkappa_{\text{н}} k_0} = \frac{\lambda_0}{2}(n_0 n_2 A_0^2)^{-1/2}. \tag{3.6}$$

Оценка размеров нити для пучка диаметром 2 мм и мощностью 1 МВт дает $r_{\text{н}} \sim 180$ мкм, что превышает в несколько раз экспериментально наблюдаемые размеры [42], поскольку в развитой теории не учтена самофокусировка основной волны.

Мощность отдельной нити $P_{\text{н}} = \pi r_{\text{н}}^2 A_0^2/4 \sim P_{\text{кр}}$ с точностью до коэффициента совпадает с критической мощностью самофокусировки когерентного светового пучка [40]. Увеличение средней мощности частично-когерентного светового пучка приводит к росту числа нитей, а не их интенсивности.

3.2. Самофокусировка пучков некогерентного света. Учет ограниченности в поперечном сечении пучков усложняет картину самовоздействия света. Анализ самофокусировки таких пучков выполнен впервые в [21], где исследовано нелинейное преобразование пространственной функции корреляции. Замкнутое уравнение для второго момента $\Gamma_{12} = \langle A(\mathbf{r}_1, z)A^*(\mathbf{r}_2, z)\rangle$ при переходе к переменным $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ и $\vec{\rho} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, получаемое из (2.16),

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{k_0}\nabla_R \nabla_\rho\right)\Gamma_{12} = \frac{ik_0 n_2}{n_0}\Gamma_{12}(\Gamma_{11} - \Gamma_{22}). \tag{3.7}$$

Процедура расцепления коррелятора в правой части (2.16) обоснована предположением о сохранении гауссовой статистики поля в нелинейной среде. Это оправдано при слабой дополнительной корреляции между случайными полями, вносимой нелинейным взаимодействием, когда мощность входного излучения на масштабе поперечной корреляции пучка (по существу мощность отдельной неоднородности)

$$P_{\text{н}} \ll P_{\text{кр}}\left(\tau_{\text{рел}}/\tau_{\text{к0}}\right)^{1/2} \tag{3.8}$$

($P_{\text{кр}} = c\lambda_0^2/16\pi^2 n_2$ — критическая мощность самофокусировки когерентного пучка, $\tau_{\text{к0}} > \tau_{\text{рел}}$).

Решение уравнения (3.7) с начальным условием

$$\Gamma_{12}(0) = \Gamma_0 \exp\left(-\frac{\vec{\rho}^2}{r_{к0}^2} - \frac{\mathbf{r}^2}{a_0^2}\right) \tag{3.9}$$

ищется в автомодельном виде

$$\Gamma_{12}(z) = I_0 \exp\left(-\frac{\vec{\rho}^2}{r_к^2(z)} - \frac{\mathbf{R}^2}{a^2(z)} + i\varphi(z)\mathbf{r}\vec{\rho} + \psi(z)\right). \tag{3.10}$$

В приосевом приближении ширина пучка $a(z)$ и радиус корреляции $r_к(z)$ изменяются в соответствии

$$a(z) = a_0\left[1 + \frac{z\sqrt{2}}{L_{дф}^{нк}}\left(1 - \frac{P_н}{P_{кр}}\right)\right]^{1/2}, \quad r_к(z) = \frac{r_{к0}}{a_0}a(z), \tag{3.11}$$

где

$$L_{дф}^{нк} = \frac{1}{\sqrt{2}}k_0 a_0 r_{к0}.$$

Из (3.11) непосредственно следует, что число пространственных неоднородностей в нелинейной среде остается инвариантом:

$$N_r(z) = \left(\frac{a(z)}{r_к(z)}\right)^2 = \left(\frac{a_0}{r_{к0}}\right)^2 = N_r(0). \tag{3.12}$$

Самофокусировка пучка некогерентного света возможна при $P_н > P_{кр}$, а входная мощность

$$P_0 = N_r P_н > P_{кр} N_r. \tag{3.13}$$

Это означает, что критическая мощность самофокусировки некогерентного пучка возрастает пропорционально числу неоднородностей в исходном сечении пучка.

Приосевое (безаберрационное) описание дает физически правильную качественную картину развития самофокусировки некогерентного пучка. Численное решение уравнения (3.7), проведенное в [43], позволило более точно рассчитать критическую мощность самофокусировки, которая с увеличением N_r возрастает:

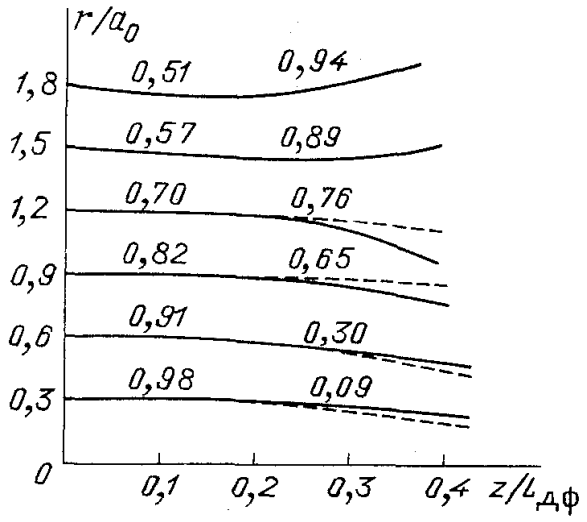

Рис. 2. Модификация трубок равной когерентности (сплошные линии) и равной мощности (штриховые) вдоль трассы распространения пучка при $P_0/P_{кр} = 2$ и $N_r = 1$. Столбик чисел слева — значения модуля степени когерентности, справа — значения мощности (полная мощность пучка принимается равной единице)

$$P_{кр}^{нк} = P_{кр}(1 + 0{,}6N_r) \tag{3.14}$$

и проанализировать аберрационный характер самофокусировки (рис. 2). Как видно из рисунка, трубки равной когерентности и равной мощности с начальным радиусом $r \le 1{,}2a_0$ в результате самофокусировки сужаются, а в области $r > 1{,}2a_0$, где преобладает дифракция, — расширяются. Линии трубок обоих типов совпадают лишь для периферийной области пучка $(r > 1{,}5a_0)$, где нелинейные эффекты незначительны. Характерно, что приосевая часть пучка $(r \le 0{,}8a_0)$ самофокусируется быстрее, чем уменьшается размер поперечных неоднородностей, поэтому в фокусе нелинейной линзы пространственная структура сфокусированного пучка лучше, чем исходного — этот вывод также экспериментально подтвержден.

Следует отметить, что процедура получения замкнутого уравнения (3.7) в работе [43] обосновывается для любой статистики поля малостью флуктуаций нелинейной добавки показателя преломления по сравнению с ее средним значением: $\sigma^2_{n_{нл}} \ll \langle n_{нл}\rangle^2 = n_2^2\langle I\rangle^2$, что позволяет при усреднении правой части (2.16) величину $n_{нл}$, входящую в оператор $\hat{\mathcal{L}}_{нл}$, вынести за угловые скобки.

Таким образом, справедливость такого подхода требует выполнения условий

$$\tau_к \ll \tau_{рел}, \quad \frac{\tau_{рел}\langle I\rangle^2}{\pi G_I(0)} \gg 1, \tag{3.15}$$

где $G_I(\omega)$ — спектральная плотность интенсивности. С физической точки зрения условие (3.15) означает, что для широкополосного излучения (с малым временем когерентности $\tau_к$ по сравнению с $\tau_{рел}$ и малой спектральной плотностью флуктуации на низких частотах) инерционность нелинейного отклика сдерживает нарастание флуктуации $\sigma^2_{n_{нл}}$, и нелинейная линза формируется средней интенсивностью поля.

Если флуктуации исходного поля являются гауссовыми, то при выполнении (3.15) они остаются таковыми и в нелинейной среде. Этот вывод подтверждается и результатами вычислений, основанных на методе статистических испытаний.

3.3. Преобразование пространственной статистики (метод Монте-Карло). Полный объем информации о самофокусировке пучков света, обладающих ограниченной пространственной и временной когерентностью, удается получить лишь методом статистических испытаний (Монте-Карло) [35].

Весьма важным является тот факт, что широкополосный пучок $(\delta = \tau_{рел}/\tau_{к0} \gg 1)$ фокусируется как целое, в то время как у узкополосного $(\delta \ll 1)$ появляется дополнительная пространственная модуляция, приводящая к расслоению последнего на нити (рис. 3). Поскольку нить — это недетерминированная неоднородность излучения, причем максимум интенсивности в ней заметно превышает среднее значение, а интенсивность у ее границ близка к нулю, то ее образование в полной мере характеризуется еще и соответствующей трансформацией первоначально экспоненциального закона распределения интенсивности, особенно в области малых и значительно превышающих среднее значений интенсивности. Распределение фазы всегда ос-

тается инвариантом в нелинейной среде.

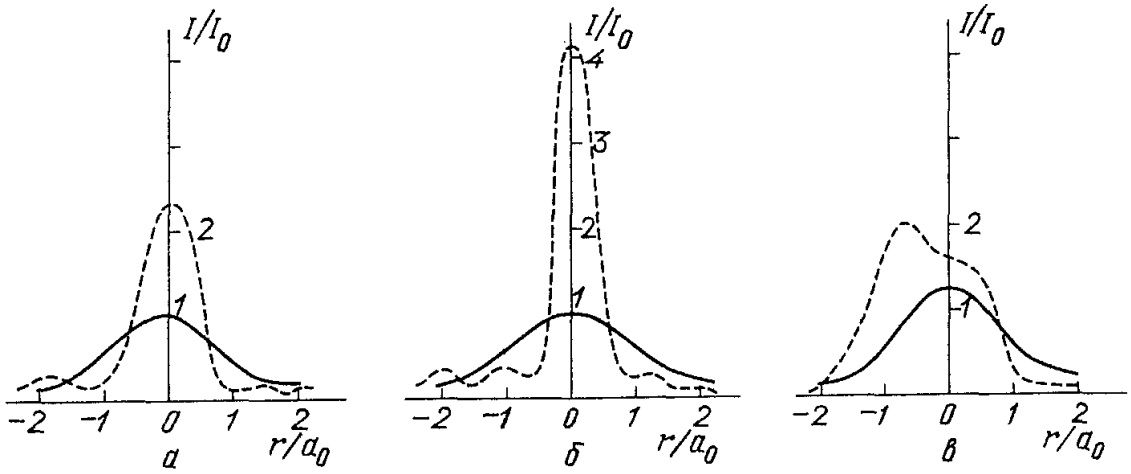

Рис. 3. Средние (сплошные линии) и мгновенные (штриховые линии) профили интенсивности пучка с $P_0/P_{кр} = 20$ и $N_r = 3$ на входе в среду (*а*) и в сечение $z/L_ф = 0{,}15$ для $\delta = 0$ (*б*) и 100 (*в*)

Распад на нити узкополосного многомодового пучка, вначале быстро прогрессируя, происходит до тех пор, пока в каждой нити не будет содержаться мощность $P_{кр}$. Характерный поперечный размер нити определяется по существу радиусом пространственной когерентности, изменение которого (вблизи оси пучка) представлено на рис. 4. Быстрое расслоение на нити затем прекращается независимо от начальной пространственной структуры пучка.

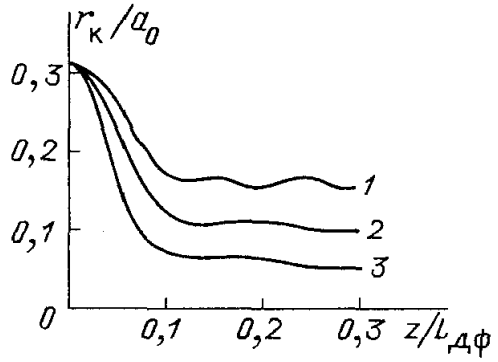

Рис. 4. Изменение радиуса корреляции вблизи оси пучка вдоль трассы распространения ($N_r = 3$, $\delta = 0$) при $P_0/P_{кр} = 10$ (*1*), 20 (*2*) и 40 (*3*)

Мелкомасштабная самофокусировка сопровождается быстрым нарастанием относительных флуктуаций интенсивности с последующим насыщением. С увеличением мощности пучка упомянутые флуктуации убывают из-за возрастания средней интенсивности при самофокусировке.

Для широкополосного излучения ($\delta \gg 1$) нелинейная рефракция будет определяться средним профилем интенсивности, и пространственная модуляция полностью исчезает (рис. 5). Видно, что увеличение δ влечет за собой

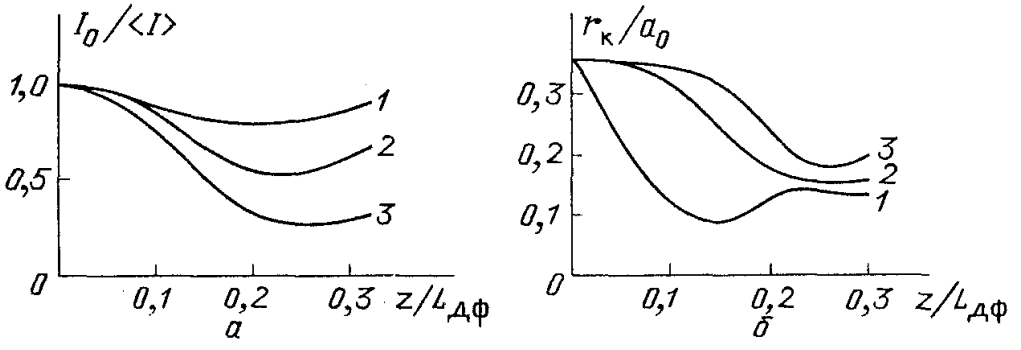

Рис. 5. Изменение интенсивности (*а*) и радиуса корреляции (*б*) на оси пучка при $N_r = 3$, $P_0/P_{кр} = 20$ и разной ширине частотного спектра $\delta = 0$ (*1*), 10 (*2*) и 100 (*3*)

уменьшение средней интенсивности на оси пучка. В то же время изменение радиуса пространственной когерентности и относительной дисперсии флуктуаций интенсивности при переходе к широкополосным пучкам носят плавный характер, что указывает на отсутствие мелкомасштабной самофокусировки. Статистика излучения в среде при увеличении δ приближается к гауссовой.

Сравнение характера уменьшения эффективной ширины пучка $a\,c\,\langle I\rangle^{-1/2}$ и радиуса когерентности (кривые *3* на рис. 5) показывает, что отношение $N_r = (a/r_к)^2$ вследствие шумов аберрации уменьшается, а структура пучка улучшается.

3.4. Нелинейная рефракция пучков на индуцированных случайных оптических неоднородностях. Корреляция поля и наведенных им оптических неоднородностей приводит к ряду новых интересных закономерностей распространения частично-когерентных волн. Их проявление наиболее легко усматривается при использовании метода нелинейного фазового канала для анализа самовоздействия частично когерентного пучка вида

$$A(\mathbf{r}, z=0) = I_0^{1/2}\xi(\mathbf{r})\exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{2a_0^2}\right), \tag{3.16}$$

$$\langle\xi(\mathbf{r}_1)\xi^*(\mathbf{r}_2)\rangle = \sigma^2\exp\left(-\frac{\Delta\mathbf{r}^2}{r_{к0}^2}\right).$$

Модуль корреляционной функции поля в приосевом приближении [29]

$$|\Gamma_{12}(z)| = \sigma^2 I_0\left(\frac{a_0}{a(z)}\right)^2\exp\left(-\frac{\mathbf{r}_1^2+\mathbf{r}_2^2}{2a^2(z)}-\frac{\Delta\mathbf{r}^2}{r_к^2(z)}\right) \tag{3.17}$$

вместе с выражениями для ширины пучка и радиуса корреляции

$$a(z) = a_0\left[\left(1 \mp \frac{1}{2}\frac{z^2}{L_{нл}^2}\right)^2 + \frac{z^2}{L_{дф}^2} + 2N_r\frac{z^2}{L_{дф}^2} + N_r\frac{z^4}{L_{нл}^4}\right]^{1/2}, \tag{3.18}$$

$$r_к(z) = r_{к0}\left[\left(1 \mp \frac{1}{2}\frac{z^2}{L_{нл}^2}\right)^2\left(1+\frac{1}{2}\frac{z^2L_{дф}^2}{L_{нл}^4}\right)^{-1} + \frac{z^2}{L_{дф}^2} + 2N_r\frac{z^2}{L_{дф}^2}\right] \tag{3.19}$$

позволяют сделать ряд важных выводов (здесь $L_{дф} = k_0a_0^2$ и $L_{нл} = a_0(n_0/n_2\sigma^2I_0)^{1/2}$ — характерные дифракционная и нелинейная длины самовоздействия когерентного пучка, знак (—) соответствует $n_2 > 0$, (+) $-n_2 < 0$).

В линейной среде ($L_{нл} \to \infty$) ширина пучка $a(z)$ и радиус его корреляции $r_к(z)$ вследствие когерентной и некогерентной дифракции на соответствующих характерных расстояниях $L_{дф}$ и $L_{дф}^{нк} = L_{дф}/(2N_r)^{1/2}$ увеличиваются одинаково, так что $N_r(z)$ = const.

В нелинейной среде появляются дополнительно два нелинейных эффекта, обусловленные наличием регулярного и случайного профилей наведенной

линзы, причем последний коррелирует с флуктуациями поля. Когерентная нелинейная рефракция, развиваемая на длине $L_{нл}$, влечет за собой одинаковое увеличение ($n_2 < 0$) или уменьшение ($n_2 > 0$) a и $r_к$, при этом по-прежнему, как и в [21], $N_r(z) = \text{const}$. Наличие флуктуаций нелинейной линзы независимо от знака нелинейности способствует уширению пучка (последнее слагаемое в (3.18)) и уменьшению радиуса корреляции (знаменатель первого слагаемого в (3.19)).

Уменьшение радиуса корреляции, могущее иметь место на начальном этапе в дефокусирующей среде, — результат несколько неожиданный, однако он предсказан и подтвержден экспериментально при тепловой дефокусировке частично когерентного пучка авторами [28].

Тепловая нелинейность. Диссипация энергии лазерного излучения при его распространении в атмосфере, жидкостях и твердых телах приводит к возникновению теплового самовоздействия света (ТСВ) — целого ряда нелинейных явлений, связанных с самомодуляцией в пространстве и во времени волны в среде с наведенными оптическими неоднородностями, возникновение которых есть следствие неоднородного нагрева среды [44]. Изменения температуры, влекущие появление нелинейной добавки к показателю преломления, определяются многообразием режимов нагрева среды и в общем случае могут быть рассчитаны на основе совместного решения уравнения теплопроводности [45]. Первое из них наиболее часто записывается в виде

$$\frac{\partial}{\partial \tau}(\Delta T) + \mathbf{v}\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}(\Delta T) - \chi\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2}(\Delta T) = \frac{\alpha}{\rho c_p}|A|^2, \tag{3.20}$$

отражающем тот факт, что изобарическое изменение энергии единицы объема с теплоемкостью ρc_p определяется диссипацией энергии за единицу времени $\alpha|A|^2$ (интенсивность $I = |A|^2$) и теплопереносом, основные механизмы которого — теплопроводность (χ — коэффициент температуропроводности) и конвекция (υ — скорость потока поперек пучка).

В общем случае флуктуации температуры обусловлены как случайными изменениями интенсивности волны, так и скорости движения среды.

В математическом плане ТСВ случайно модулированных волн описывается уравнениями (3.1) и (3.20) ($n_{нл} = (\partial n/\partial T)\Delta T = n_T \Delta T$), при этом скорость движения среды либо моделируется однородным потоком, либо испытывает турбулентные пульсации (крупно- и мелкомасштабные).

Поскольку, как отмечалось во введении, рассмотрение поведения многомодового излучения в случайно-неоднородной среде выходит за рамки настоящей статьи, мы ограничимся случаем $\mathbf{v} = \text{const}$. Однако и при таком предположении исследование ТСВ остается чрезвычайно сложной задачей, поэтому его обычно проводят для конкретного режима распространения света. Последний определяется соотношением длительности излучения τ_0, времени когерентности $\tau_к$ и характерных времен теплопереноса $\tau_\upsilon = a_0/\upsilon$ и термодиффузии $\tau_\chi = a_0^2/\chi$.

3.5. Тепловая дефокусировка случайных пучков. Для световых пучков квазинепрерывного излучения со временем когерентности $\tau_к > \tau_\chi, \tau_\upsilon$ реализуется режим стационарного самовоздействия. Его особенности исследованы как теоретически, так и экспериментально [28]. Использо-

вание метода интегрирования по траекториям позволило рассчитать пространственную корреляционную функцию поля (ПКФП) для когерентного ($z \ll l_{\parallel} = (1/2)k_0 r_{к0}^2$) и некогерентного ($z \gg l_{\parallel}$) режимов ТСВ в неподвижной среде для $z < L_{дф}^{нк} = k_0 a_0 r_{к0}/\sqrt{2}$.

Для $z \ll l_{\parallel}$ в приосевом приближении в переменных $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ и $\vec{\rho} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$

$$|\Gamma_{12}(\mathbf{R}, \vec{\rho}, z)| = I_0 \left(\frac{a_0}{a(z)}\right)^2 \exp\left(-\frac{\mathbf{R}^2}{a^2(z)} - \frac{\vec{\rho}^2}{r_к^2(z)} - \alpha z\right), \tag{3.21}$$

где

$$a(z) = a_0 \left\{\left[1 + \frac{1}{4}h(\alpha)\frac{z^2}{L_{нл}^2}\right]^2 + 2\left(\frac{z}{L_{дф}}\right)^2 \left[1 + h^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\frac{z^2}{l_ф^2}\right]\right\}^{1/2}, \tag{3.22}$$

$$r_к(z) = r_{к0}\left\{\left[1 + \frac{1}{4}h(\alpha)\frac{z^2}{L_{нл}^2}\right]\left[1 + h^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\frac{z^2}{l_ф^2}\right]^{-1} + 2\frac{z^2}{L_{дф}^2}\right\}^{1/2}; \tag{3.23}$$

здесь

$$L_{нл} = \left(\frac{n_0 \rho c_p \chi}{|n_T|\alpha I_0}\right)^{1/2}, \quad l_ф = \frac{L_{нл}^2}{l_{\parallel}\cdot\sqrt{2}} \tag{3.24}$$

— характерные длины, связанные со средним профилем и флуктуациями температуры ΔT, $h(\alpha) = (1 - e^{-\alpha z})/\alpha z$.

Согласно (3.22) и (3.23), радиус случайного пучка в самофокусирующей среде растет быстрее, чем регулярного пучка вследствие меньшей дифракционной длины $L_{дф}$ для случайного пучка и наличия дополнительной случайной фазовой модуляции, обусловливающей конечность длины $l_ф$.

Критическая мощность $P_{кр}^a$ для самофокусировки пучка определяется из условия $2L_{нл} = L_{дф}$, равна

$$P_{кр,нк}^a = \left(\frac{a_0}{r_{к0}}\right)^2 P_{кр}, \quad P_{кр} = \frac{\rho c_p n_0 \chi}{\alpha k_0^2 |n_T| a_0^2} \tag{3.25}$$

($P_{кр}$ — критическая мощность для регулярного пучка) и возрастает при ухудшении начальной структуры пучка. Поведение радиуса корреляции $r_к$ отличается от поведения радиуса a (рис. 6): $r_к$ может быть как больше, так и меньше первоначального значения $r_{к0}$. Это определяется соотношением длин $L_{нл}$ и $l_ф$.

Критическая мощность для уменьшения радиуса находится из условия $L_{нл} = l_ф$:

$$P_{кр}^r = \left(\frac{a_0}{r_{к0}}\right)^4 P_{кр}. \tag{3.26}$$

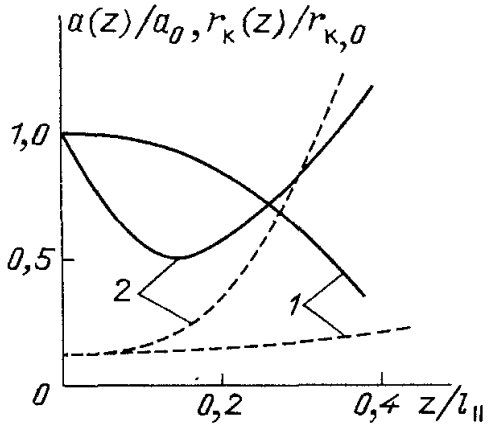

Рис. 6. Изменение радиуса пучка (пунктир) и радиуса корреляции для $P_0/P^r_{кр} = 5$ (*1*) и 50 (*2*) при $\alpha z = 1{,}6$ (для радиуса пучка масштаб по оси ординат уменьшен в 10 раз)

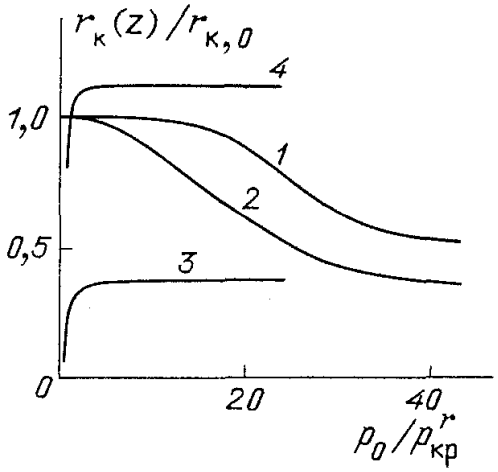

Рис. 7. Зависимость радиуса корреляции от мощности пучка для $\delta = 0{,}1$ (*1*), 0,2 (*2*), 4 (*3*) и 10 (*4*) (для кривых *3* и *4* масштаб по оси ординат уменьшен в 10 раз)

При мощности пучка $P_0 > P^r_{кр}$ его радиус растет за счет дефокусировки, тогда как радиус корреляции уменьшается. Увеличение мощности P_0 приводит к существенному уменьшению его радиуса корреляции в когерентном режиме самовоздействия (рис. 7).

В некогерентном режиме ТСВ роль флуктуации температуры изменяется. Показано, что в среде радиус корреляции $r_к > r_{к0}$, если $z > 8L^2_{нл} l_ф^{-2} l_\parallel$. При этом должно быть $L_{нл} \geq l_ф$, что эквивалентно $P_0 > P^r_{кр}$. В этом случае радиус пучка и радиус корреляции увеличиваются с ростом z (см. кривые *3* и *4* на рис. 7).

Самодефокусировка излучения многомодового лазера на алюмо-иттриевом гранате в воде, смешанной с ацетоном, и в касторовом масле изучалась на установке, блок-схема которой изображена на рис. 8. Измерения радиусов пучка a и когерентности $r_к$ на выходе кюветы при различных мощностях излучения показали, что радиус пучка a с ростом P_0 увеличивается, в то время

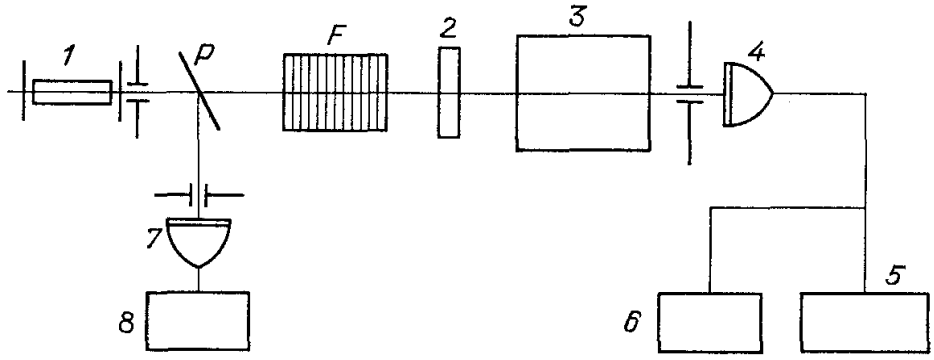

Рис. 8. Схема установки: *1* — АИГ-лазер, *P* — полупрозрачная пластинка, *F* — кассета с фильтрами, *2* — кювета с жидкостью, *3* — поляризационный интерферометр, *4, 7* — фотоприемники, *5, 8* — регистрирующие устройства, *6* — самописец

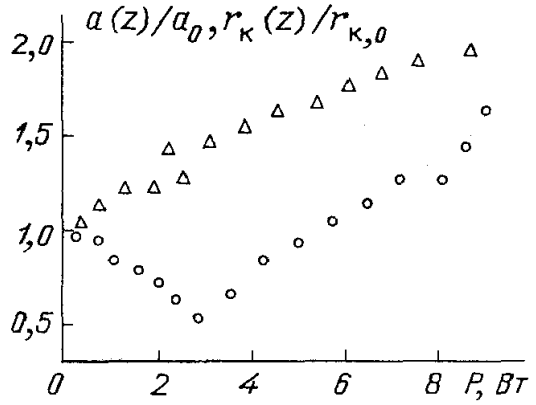

Рис. 9. Зависимость радиуса пучка и радиуса корреляции от мощности на выходе кюветы длиной 4 см

как $r_к$ может вначале уменьшаться (рис. 9). Отношение радиуса корреляции к радиусу пучка при $P_0 < 2$ Вт уменьшается, при 2 Вт $< P_0 <$ 6 Вт постоянно, а при 6 Вт$< P_0 <$ 10 Вт происходит резкий его рост.

Представленные выше результаты дают описание поведения приосевой части пучка и справедливы для слабого ТСВ. Распределение поля и когерентности по сечению дефокусированного пучка и его пространственной когерентности на самом деле определяется нелинейными сферическими и шумовыми аберрациями [36, 46]. Численный эксперимент показывает, что при $P_0 > P_{кр}^r$ на дистанциях $z \sim L_{нл}$ происходит распад пучка на нити (рис. 10,*а*). Появление мелкомасштабной структуры совпадает с появлением аберрационного кольца у профиля средней интенсивности (рис. 10,*б*), как это имеет место при внутренней дефокусировке гауссового пучка [47].

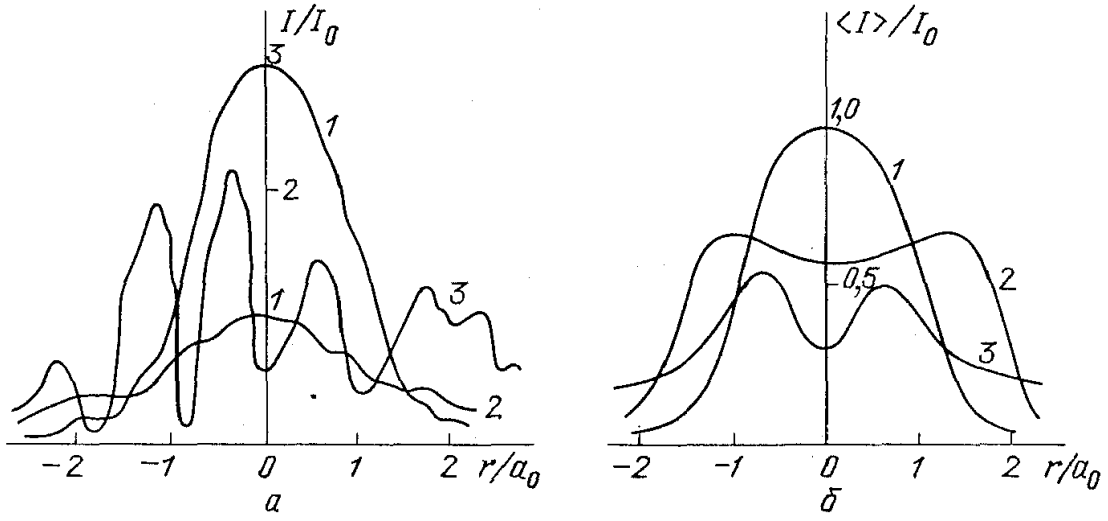

Рис. 10. Мгновенные (*а*) и средние (*б*) профили интенсивности при $P_0/P_{кр} = 120$ для $z/L_{дф} = 0$ (*1*), 0,1 (*2*) и 0,3 (*3*)

Расслоение пучка при $z > L_{нл}$ сопровождается трансформацией законов распределения поля, подчиняющегося гауссовой статистике: распределение фазы остается равномерным, а в распределении интенсивности появляются выбросы при $I < \langle I \rangle$, $I > \langle I \rangle$.

Относительная дисперсия флуктуации интенсивности вначале падает, однако после образования спекл-структуры начинает резко увеличиваться (рис. 11).

Корреляция флуктуаций поля и наведенных им оптических неоднородностей в дефокусирующей среде своеобразно проявляется при ТСВ пучка,

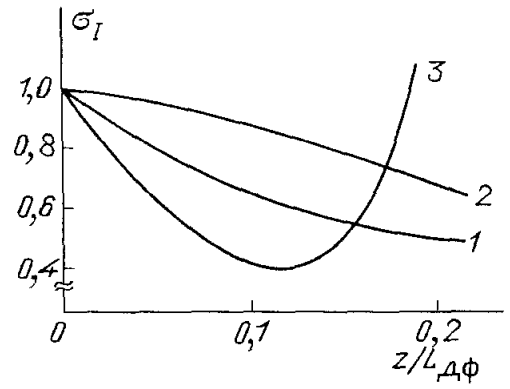

Рис. 11. Изменение σ_I на оси пучка при $L_{дф}/L_{нл} = 3$ (*1*), 6 (*2*) и 9 (*3*) ($N_r = 9$)

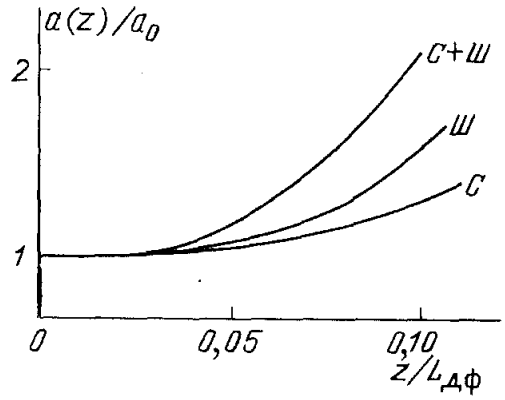

Рис. 12. Уширение пучков сигнального (*С*), шумового (*Ш*) типа "сигнал+шум" при $\alpha z \ll 1$ для $L_{нл}/L_{дф} = 0{,}1$, $N_r = 5$

представляющего суперпозицию типа "сигнал+шум" [29, 48]. Здесь возможно ухудшение когерентности не только шума, но и первоначально когерентного сигнала, хотя в среднем оба пучка дефокусируются. Характерно, что уширение такого пучка превалирует над уширением шумового пучка той же средней мощности, который, в свою очередь, дефокусируется сильнее когерентного пучка (рис. 12). Этот несколько неожиданный результат обусловлен нелинейным взаимодействием сигнальной и шумовой компонент через флуктуирующий наведенный оптический канал. По той же причине радиус корреляции пучка типа "сигнал+шум" на начальном этапе уменьшается быстрее, чем шумового пучка (рис. 13).

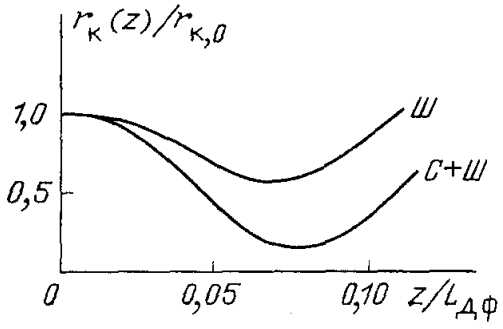

Рис. 13. Изменение радиуса корреляции шумового пучка и пучка типа "сигнал+шум" при тех же параметрах, что на рис. 12

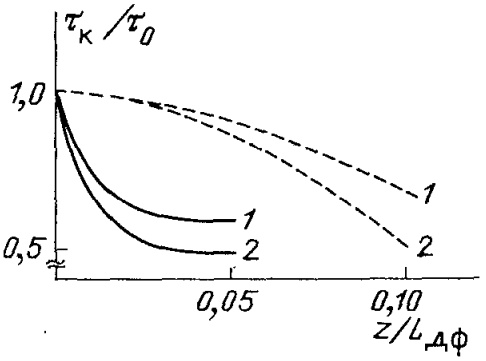

Рис. 14. Уменьшение $\tau_к$ лазерного пучка в его приосевой области при $\alpha z \ll 1$ (пунктир) и $\alpha z \gg 1$ (сплошные линии) для $L_{нл}/L_{дф} = 0{,}2$ (*1*) и 0,1 (*2*)

Наряду с преобразованием поперечных масштабов (a и $r_к$) ТСВ приводит к трансформации временных масштабов флуктуаций поля квазинепрерывного излучения [49, 50]. Для пучка с $r_к \to \infty$ и произвольной огибающей по сечению $F(r)$ имеет, в отсутствие дисперсии среды, место начальное уменьшение времени когерентности

$$\tau_к(\mathbf{r}, z) = \tau_{к0}\left(1 + \theta_{нл}(\mathbf{r}, z)\right)^{-1/2}, \qquad (3.26)$$

обусловленное флуктуациями (во времени) оптических неоднородностей (рис. 14). Уменьшение $\tau_к$, рассчитанное по методу нелинейного фазового канала при $z < (L_{нл}L_{дф})^{1/2}$, происходит неодинаково по сечению пучка, поскольку

$$\theta_{нл}(\mathbf{r}, z) = h(\alpha)\frac{zL_{дф}}{\pi a_0^2 L_{нл}^2}\int d\mathbf{r}' F^2(\mathbf{r}')\lg\left(\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{a_0}\right)^2. \qquad (3.27)$$

В результате самовоздействия первоначально когерентный в пространстве пучок с флуктуирующей во времени интенсивностью утрачивает это свойство — $\tau_к$ по сечению, описываемое (3.26), в конечном итоге приводит к возникновению пространственных флуктуаций поля в сечении пучка.

Такая нелинейная взаимосвязь будет обсуждена подробно в последней главе настоящей работы.

3.6. Ветровая рефракция. Движение среды, возникающее из-за ветровых потоков, автоконвекции и перемещения лазерного пучка при сканировании, может приводить к самоотклонению и искажению профиля когерентного пучка [51 — 53]. Самоотклонение когерентных пучков хорошо изучено, удается осуществить его коррекцию [13, 54 — 56]. Более сложным образом протекает распространение частично-когерентных пучков в движущихся средах.

Квазинепрерывный пучок наводит в движущейся поперек среде поле температур, описываемое уравнением

$$v\frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} = \frac{\alpha}{\rho c_p}|A|^2, \qquad (3.28)$$

которое записано в предположении $\tau_v < \tau_\chi$ (ситуация, типичная для атмосферы).

Нелинейная длина самовоздействия в этом случае

$$L_{нл} = \left(\frac{n_0 \rho c_p a_0 v}{|n_T|\alpha I_0}\right)^{1/2} \qquad (3.29)$$

получается из (3.24) заменой $\chi \to a_0 v$ (что эквивалентно замене $\tau_\chi = a_0^2/\chi \to \tau_v = a_0/v$).

Совместное решение уравнений (3.1) и (3.28) для пучка, имеющего случайное распределение поля по сечению вида

$$A(\mathbf{r}, z = 0) = \sqrt{I_0}\xi(\mathbf{r})e^{-\mathbf{r}^2/2a_0^2},$$

и среды, движущейся с постоянной скоростью, проводилось аналитически [31, 57] и численно [14].

В типичной ситуации распространения мощного пучка $P_0 = 3$ кВт, шириной $a_0 = 5$ см, длиной волны $\lambda = 1$ мкм в атмосфере, движущейся со скоростью $v = 4$ м/с, оценка по формуле (3.29) дает $L_{нл} \sim 1$ км, в то время как $L_{дф}$ 3 км. Условие $L_{нл} < L_{дф}$ позволило применить метод нелинейного фазового канала для $z < (L_{нл}L_{дф})^{1/2}$. Этим методом получены формулы для средних значений ширины пучка и радиусов корреляции по осям x и y и по-

казано, что наведенные флуктуации температуры приводят к дополнительной (по сравнению с когерентным пучком) дефокусировке пучка и уменьшению радиуса корреляции. В целом за счет движения среды дефокусировка и уменьшение поперечного корреляционного масштаба в плоскости y, z происходит быстрее, чем в плоскости ветра x, z.

Наиболее интересным результатом является независимость смещения энергетической оси от начального радиуса корреляции

$$x_0(z) = -\frac{h(\alpha)}{2} a_0 \left(\frac{z}{L_{\text{нл}}}\right)^2. \qquad (3.30)$$

Этот вывод совпадает с результатами численного эксперимента, выполненного в [14] на основе метода Монте-Карло, и дает возможность отождествить трассу распространения частично-когерентного пучка с более просто рассчитываемой трассой когерентного пучка.

Флуктуации скорости ветра, обусловленные атмосферной турбулентностью, существенно меняют картину теплового искажения [13, 58 — 64]. Поскольку их рассмотрение выходит за рамки настоящего обзора, ограничимся самыми общими замечаниями.

На основе численного моделирования [59, 63] было исследовано изменение пространственной статистики лазерного пучка на трассе с переменной скоростью бокового ветра. Показано, что рост σ_v приводит к ослаблению нелинейной ветровой рефракции, при этом разрушается характерный для регулярной ветровой рефракции серповидный энергетический профиль [44] и возникают локальные максимумы огибающей (спекл-структура) [13, 14], расположенные вдоль ветра (рис. 15).

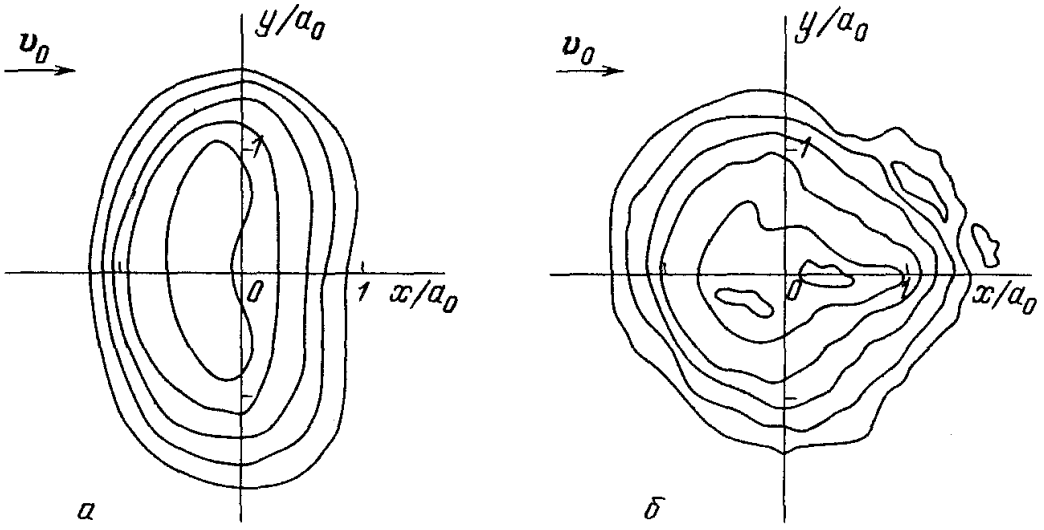

Рис. 15. Линии равной интенсивности сечения пучка на расстоянии $z = L_{\text{дф}}$, при $\tau_\chi/\tau_v = 10$, $L_{\text{дф}}/L_{\text{нл}} = 7$ при $\sigma_v/v_0 = 0{,}1$ (*а*) и 0,8 (*б*)

Для пучков с начальной пространственной модуляцией эти эффекты проявляются на более коротких трассах. Наличие флуктуаций приводит к нарушению статистической однородности поля в сечении пучка. Радиус корреляции в перпендикулярном ветру направлении уменьшается по сравнению с

начальным значением с наветренной стороны и возрастает с подветренной; когерентность излучения вдоль ветра улучшается [14].

3.7. Нестационарное тепловое самовоздействие. Отличительной особенностью самовоздействия световых импульсов в отсутствие релаксации тепловой нелинейности ($\tau_0 < \tau_\chi, \tau_\upsilon$) является изменение нелинейных возмущений показателя преломления не только вдоль трассы распространения, но и по длительности импульса:

$$n_{\text{нл}} = \frac{\alpha n_T}{\rho c_p} \int\limits_{-\infty}^{\tau} |A|^2 d\tau'. \tag{3.31}$$

Накапливающаяся во времени нелинейная рефракция приводит к своеобразной динамике изменения пространственной и временной статистики лазерного излучения.

В одной из первых работ [65] теоретически и экспериментально исследованы пространственные спектры флуктуаций интенсивности импульсного когерентного и частично-когерентного лазерного излучения, прошедшего через поглощающую турбулентную среду, и дано очень физичное толкование влияния самовоздействия на преобразование пространственных спектров и изменения дисперсии флуктуации.

Показано, что при $z \ll L_{\text{нл}}$ ($L_{\text{нл}}$ — длина самовоздействия) в регулярной среде амплитудные и фазовые начальные возмущения падающей волны будут подавляться тепловой нелинейностью, а на расстояниях $z >> L_{\text{нл}}$ начальные возмущения усиливаются. Это обусловлено тем, что пространственная модуляция интенсивности на входе нелинейной среды приводит к временной модуляции в глубине среды.

Поскольку нелинейная длина нестационарного ТСВ является функцией времени

$$L_{\text{нл}}^{\text{нст}}(\tau) = L_{\text{нл}}\left(\tau_\chi \Big/ \int\limits_{-\infty}^{\tau} F^2(\tau')d\tau'\right)^{1/2} \tag{3.32}$$

($L_{\text{нл}}$ дается формулой (3.24), $F(\tau)$ — огибающая импульса), то характерный период модуляции $\tau_{\text{м}}$ и ее частоту $\Omega \sim \tau_{\text{м}}^{-1}$ можно оценить из условия $L_{\text{нл}}(\tau_{\text{м}}) = z$, откуда $\Omega \sim x^2/L_{\text{нл}}^2\tau_\chi$. При наличии пространственно-временной модуляции интенсивности $|A|^2 = I_0(\mathbf{r})\cos\Omega\tau$, знак возмущений температуры среды

$$\Delta T \sim \int\limits_{-\infty}^{\tau} |A|^2 d\tau' = I_0(\mathbf{r})\sin\Omega\tau/\Omega$$

может быть противоположен знаку возмущений интенсивности. Поэтому возможна самофокусировка и усиление возмущений.

Немонотонное изменение дисперсии флуктуаций интенсивности излучения в турбулентной среде со спектром флуктуаций диэлектрической проницаемости вида

$$\Phi_\varepsilon(\varkappa) = c\varkappa^{-11/3}\exp\left(-\frac{\varkappa^2}{\varkappa_м^2}\right)$$

отражено на рис. 16; здесь

$$\beta = (1/2)\ln(I/I_0), \quad \xi_0 = (\varkappa_м z/L_{нл})(\chi\tau)^{1/2}.$$

Общая же тенденция такова, что тепловая нелинейность приводит к подавлению высокочастотной части спектра $\Phi_\beta(\varkappa)$ и уменьшению дисперсии $\langle\beta^2\rangle$, однако в дальнейшем при увеличении параметра ξ_0 флуктуации нарастают. Это подтверждают расчеты в [32], проведенные методом статиспытаний.

В эксперименте исследовалась пространственная структура импульсного ($\tau_0 \sim 8$ мс) многомодового излучения лазера ГОР-300 после прохождения кюветы с подкрашенным этиловым спиртом с созданной в ней конвективной турбулентностью. Двумерные спектры флуктуаций интенсивности — рассчитанные и измеренные — обнаружили хорошее совпадение в области волновых чисел $0{,}4 \le \varkappa/\varkappa_м \le 1{,}3$.

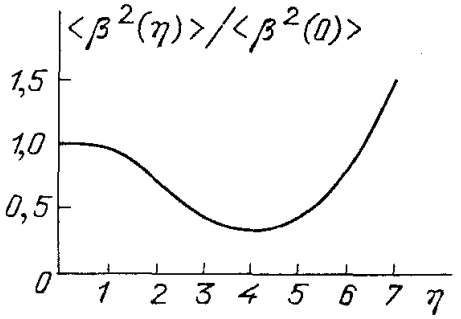

Рис. 16. Изменение дисперсии флуктуации интенсивности

Многообразием отличается изменение пространственной когерентности по трассе распространения и по длительности импульса при нестационарном ТСВ.

Исследования радиуса корреляции, дисперсии флуктуаций, корреляционных функций амплитуды и фазы малых возмущений поля плоской волны

$$A(\mathbf{r}, z, \tau) = A_0\exp(iq(\tau)z)(1 + \xi(\mathbf{r}, z, \tau))$$

при импульсном излучении $\tau_0, \tau_{к0} \gtrsim r_{к0}^2/4\chi$ проведены в [66].

Линеаризованная система уравнений относительно первой и второй корреляционных функций $\Gamma_1 = \langle\xi(\mathbf{r}_1, z, \tau)\xi^*(\mathbf{r}_2, z, \tau)\rangle$ и $\Gamma_2 = \langle\xi(\mathbf{r}_1, z, \tau)\xi(\mathbf{r}_2, z, \tau)\rangle$ и связанных с ними корреляторов поля ξ и температуры T $\varphi_{lm} = \langle T_l\xi_m\rangle$, поля и флуктуаций диэлектрической проницаемости $\psi_{lm} = \langle\varepsilon_l\xi_m\rangle$ решалась численно.

Использование метода возмущений для анализа корреляционных функций позволило существенно сократить затраты машинного времени, которые обычно велики в методе статиспытаний. К его недостаткам следует отнести отсутствие учета дифракции светового пучка как целого и перекачки энергии из основной части волны в флуктуирующую.

Этим методом удалось установить основные закономерности динамики флуктуаций и пространственной когерентности волны для различных ее статистических свойств.

На рис. 17, 18 приведены изменения дисперсий $\sigma_\xi^2 = \sigma_\rho^2 + \sigma_\varphi^2$, нормированных на свое начальное значение, вдоль координаты распространения $z/k_0r_0^2$; $r_0 = (2\chi\rho c_p/k_0^2\alpha I_0|\varepsilon_T|)^{1/4}$ характеризует область плоской волны, в ко-

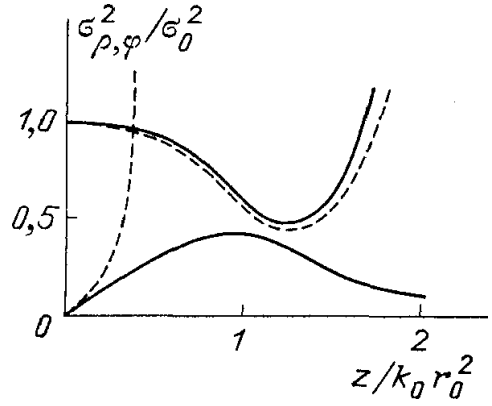

Рис. 17. Дисперсия флуктуаций амплитуды σ_ρ^2 (сплошные кривые) и фазы σ_φ^2 (пунктир) при $\tau/t_0 = 2$

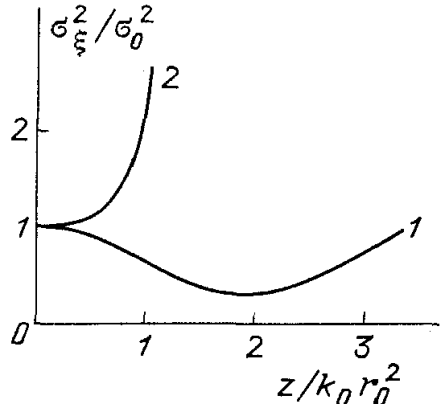

Рис. 18. Дисперсия флуктуаций поля σ_ξ^2 для фазовых (*1*) и амплитудных (*2*) флуктуаций при $\tau/t_0 = 2$

торой содержится мощность, равная критической, $t_0 = r_0^2/\chi$ — время установления температуры на масштабе r_0.

При начальной амплитудной модуляции (АМ) происходит эффективное преобразование амплитудных флуктуаций в фазовые, за счет как дифракционных эффектов, так и нелинейности. Стремительное нарастание σ_φ^2 и падение σ_ρ^2 (см. рис. 17) приводят к монотонному увеличению дисперсии флуктуаций поля σ_ξ^2 (см. рис. 18). С течением времени эти изменения z становятся еще более сильными.

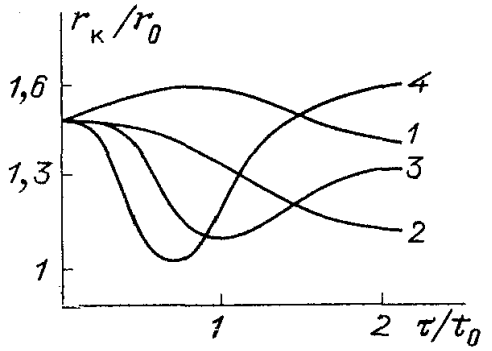

Рис. 19. Изменение радиуса корреляции по длительности импульса при $z/k_0 r_0^2 = 1$ (*1*), 2 (*2*), 3 (*3*) и 4 (*4*)

При начальной фазовой модуляции (ФМ) преобразование фазовых флуктуаций в амплитудные сдерживаются при $z < k_0 r_0^2$ конкуренцией нелинейности и дифракционных эффектов. Этим объясняется начальный спад σ_ξ^2, который при $z > 1{,}25 k_0 r_0^2$ затем сменяется возрастанием σ_ξ^2, как и в случае первоначальной АМ. Динамика изменения радиуса пространственной когерентности частично-когерентной волны с фазовой модуляцией изображена на рис. 19.

С увеличением расстояния z в динамике $r_к(\tau)$ появляется характерный минимум, время достижения которого уменьшается с ростом z.

Замедление преобразования ФМ → АМ за счет нелинейности эквивалентно увеличению $r_к$ при малых временах, хотя в дальнейшем возрастает изменение фазы, наведенное случайными линзами, и $r_к$ уменьшается. С ростом длины z распространения нелинейные эффекты накапливаются, и начальное возрастание $r_к$ практически отсутствует — сразу происходит его уменьшение. К концу импульса, однако, $r_к$ начинает увеличиваться за счет возникновения корреляции между фазовыми и амплитудными флуктуациями. Аналогичный результат получен методом статиспытаний [69].

При анализе сильных флуктуаций в [67] использовался метод статиспытаний. Моделировались случайные двумерные поля

$$A(\mathbf{r}, \tau, z) = A_0 e^{-\mathbf{r}^2/2a_0^2} F(\tau) e^{i\varphi(\mathbf{r})},$$

где $F(\tau) = 1$ при $0 < \tau < \tau_0$ — огибающая прямоугольного импульса, а корреляционная функция фазы φ предполагалась гауссовой

$$\Gamma_\varphi(\mathbf{r}) = \sigma_\varphi^2 \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{r_\varphi^2}\right)$$

Параметры излучения и среды в численном эксперименте подбирались близкими к условиям лабораторного эксперимента [68] с дисперсией $\sigma_\varphi^2 = 4$ и радиусом корреляции $r_\varphi = 0{,}25$ мм флуктуаций фазы на экране.

В эксперименте, схема которого изображена на рис. 20, исследовалось изменение пространственной когерентности импульсного излучения рубинового лазера *1*, прошедшего фазовый экран *5* и кювету с поглощающей жидкостью *6*.

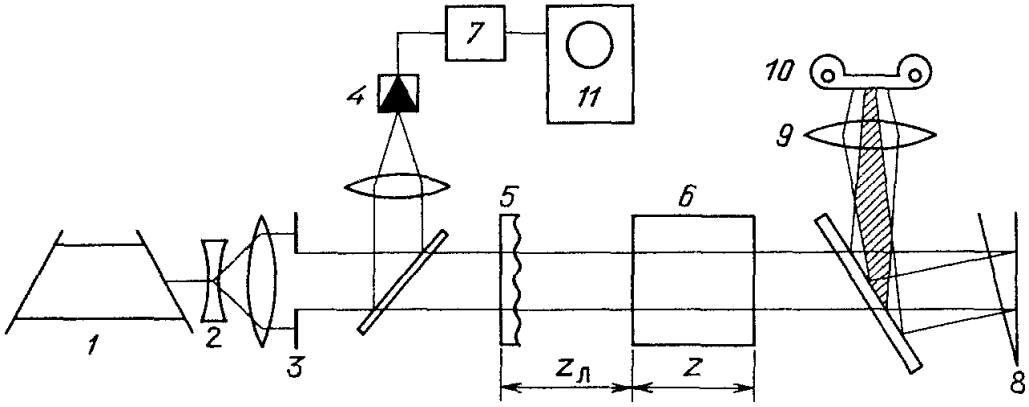

Рис. 20. *1* — пучок, *2* — коллиматор, *3* — диафрагма, *4* — фотодиод, *5* — фазовый экран, *6* — кювета, *7* — усилитель, *8* — интерферометр, *9* — объектив, *10* — кинокамера, *11* — осциллограф

Экспериментальные зависимости $r_к$ от излученной энергии показаны на рис. 21 вместе с теоретическими зависимостями, полученными для условий эксперимента методами статиспытаний и возмущений.

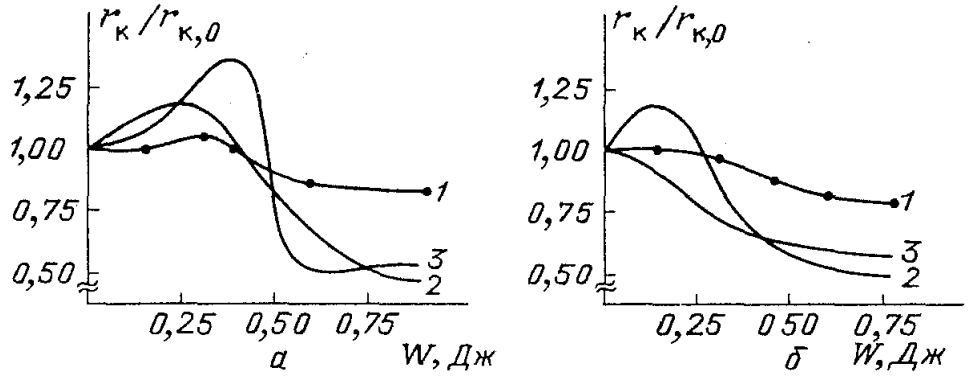

Рис. 21. Изменение радиуса пространственной когерентности на выходе из кюветы для расстояния между фазовым экраном и кюветой 5 см (*а*) и 10 см (*б*), полученное экспериментально (*1*), методом статистических испытаний (*2*) и методом возмущений (*3*)

Рост и падение $r_к$ в начальные моменты времени при $z_л = 5$ см сменяются монотонным уменьшением при $z_л = 10$см.

Результаты лабораторных и численных экспериментов находятся в хорошем согласии с выводами теории возмущений о влиянии характера начальных флуктуаций (амплитудных и фазовых) на динамику радиуса корреляции вдоль длительности импульса.

4. Нелинейно-дисперсионная самомодуляция случайных световых импульсов

Предметом этой главы является описание основных закономерностей распространения коротких световых импульсов в нелинейных диспергирующих средах, среди которых особое место занимают кварцевые стекла — основной материал волоконных световодов.

В области максимальной прозрачности кварцевого стекла ($\lambda \sim 1$ — 1,7 мкм) длина дисперсионного расплывания $L_{дс} = \tau_0^2/|k''_\omega|$ для импульсов субпикосекундной длительности ($\tau_0 \sim 10^{-13}$ с) $L_{дс} \sim 10$ см [70, 71]. В то же время дифракционные эффекты в оптически однородных средах для пучков с радиусом $a_0 \sim 1$ см развиваются на длинах $L_{дф} \sim 10^4$ см. В оптических волокнах с поперечным размером порядка нескольких микрон дифракция компенсируется значительным поперечным перепадом показателя преломления между сердцевиной и оболочкой.

Большие длины и низкие оптические потери снижают пороги нелинейных эффектов в оптических волокнах несмотря на то, что кварцевое стекло является материалом со слабой кубичной нелинейностью керровского типа. Это обстоятельство дало широкую возможность для исследований множества нелинейных явлений, сопровождающих волноводное распространение световых импульсов. Особенности уширения, компрессии и генерация сверхкоротких импульсов были детально рассмотрены в цитируемых выше работах [70, 71]. Однако неизбежно присутствующие флуктуации поля лазерного излучения могут заметным образом повлиять на характер трансформации импульсов в волоконном световоде, и при практической реализации систем компрессии, преобразования частоты, передачи информации и др. необходима существенная коррекция возможностей таких систем.

Как было показано в [72], применимость квазиоптического описания оправдана вплоть до фемтосекундного диапазона длительностей импульса.

Ниже дано описание особенностей бездифракционного распространения частично-когерентных световых импульсов в оптических кварцевых одномодовых волокнах.

4.1. Световые импульсы в средах с квадратичной дисперсией. Во втором приближении теории дисперсии нелинейное распространение лазерных импульсов описывается уравнением

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{ik''_\omega}{2}\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\right)A = -\frac{ik_0}{n_0}n_{нл}A, \qquad (4.1)$$

которое по своему виду совпадает с (3.1), что отражает существование пространственно-временной аналогии между дифракционным распространением световых пучков и дисперсионным распространением световых импульсов. За-

мены $k''_\omega \to k_0^{-1}$ и $\tau \to \mathbf{r}$ позволяют на основе результатов, изложенных в предыдущей главе, получить большую априорную информацию об особенностях распространения волновых пакетов.

Однако имеются и различия между поведением волновых пучков и пакетов. Во-первых, в реальных ситуациях имеют дело с трехмерными пучками (волновой пакет — двумерное поле в координатах z и τ); во-вторых, дисперсионный параметр k''_ω, в отличие от k_0^{-1}, может быть как положительным, так и отрицательным. В области нормальной дисперсии $\lambda < \lambda_{кр}$ ($\lambda_{кр}$ — критическая длина волны, где реализуется условие $k''_\omega = 0$) в средах с $n_2 > 0$ импульсы могут расплываться (дефокусироваться во времени); в области аномальной дисперсии $\lambda > \lambda_{кр}$ возможно самосжатие (фокусировка во времени) импульсов. В последней ситуации при определенном подборе параметров светового импульса возможен солитонный режим распространения, при этом солитон устойчив к малым возмущениям (в отличие от самоканализации световых пучков).

Методом интегрирования по траекториям исследовалось распространение шумовой вспышки [27, 75] и влияние слабого шума на распространение сигнала [26].

Для импульса

$$A(\tau, z = 0) = \xi\sqrt{I_0}e^{-\tau^2/2\tau_0^2} \tag{4.2}$$

с начальной случайной фазовой модуляцией $\xi = \rho e^{i\varphi}$ ($\rho = \text{const}$)

$$\langle\varphi(\tau_1)\varphi(\tau_2)\rangle = \sigma^2 e^{-\Delta\tau^2/\tau_{к0}^2} \tag{4.3}$$

в приосевом приближении $|\tau| < \tau_0$ в [27] получено выражение для ВКФП

$$|\Gamma(\tau_1, \tau_2, z)| = V^{-1}(z)\exp\left[-\frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{2\tau_0^2 V^2(z)} - \sigma^2\frac{(\tau_1 - \tau_2)^2}{\tau_{к0}^2 V^2(z)}\right], \tag{4.4}$$

$$V^2(z) = 1 + \sin^2\left[(2R)^{1/2}z\right]\left[\frac{1}{2R} - \frac{2\sigma^2}{R}\left(\frac{\tau_0}{\tau_{к0}}\right)^2 - 1\right], \tag{4.5}$$

описывающее как эволюцию средней длительности гауссового импульса, так и его время когерентности.

Соотношение длины нелинейной фазовой модуляции

$$L_ф = \frac{n_0}{k_0 n_2 I_0}$$

и дисперсионной длины $L_{дс} = \tau_0^2/|k''_\omega|$ определяется параметром нелинейности $R = L_{дс}/L_ф$.

Наиболее существенный результат состоит в том, что при

$$R = R_{кр} = \frac{1}{2} + 2\sigma^2\left(\frac{\tau_0}{\tau_{к0}}\right)^2 \tag{4.7}$$

среднестатистический импульс может распространяться стационарно — дли-

тельность импульса и время корреляции остаются постоянными. Это есть следствие того, что в отдельных импульсах (реализациях) фазовая модуляция влечет как расширение, так и сужение импульса, которые в определенных условиях в среднем компенсируют друг друга.

При $R \neq R_{кр}$ длительность импульса и время корреляции меняются одинаковым образом, поэтому их отношение остается неизменным.

Наличие случайной амплитудно-фазовой модуляции в импульсе "шумовой вспышки" приводит к появлению временных флуктуаций наведенной нелинейной оптической линзы, способствующих расплыванию импульса. Изменение длительности такого шумового импульса и времени его когерентности изображено на рис. 22 [75]. Монотонное нарастание $\tau_и$ и $\tau_к$ происходит как в когерентном ($z < L_{ког} = \tau_{к0}^2/|k''_\omega|$), так и некогерентном ($z > L_{ког}$) режимах распространения в среде с нормальной дисперсией.

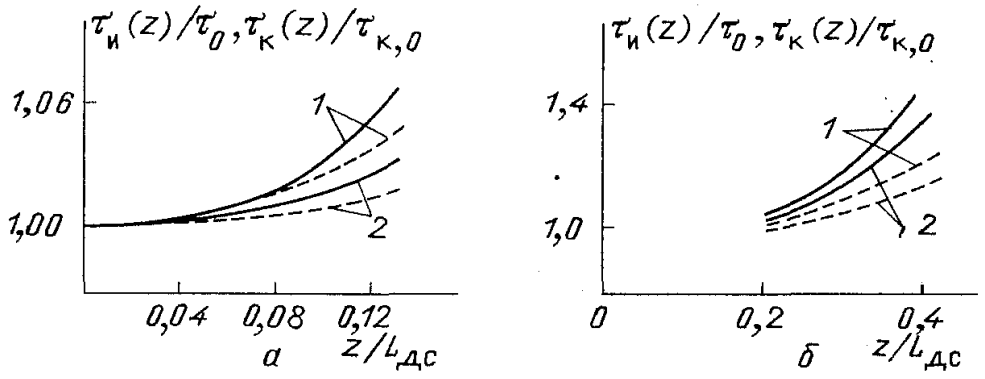

Рис. 22. Изменение нормированной длительности импульса (сплошные кривые) и времени его когерентности $\tau_к$ (пунктир) в когерентном (*а*) и в некогерентном (*б*) режимах распространения при $R = 2$ (*1*) и 4 (*2*) ($N_{ta} = 10$)

Трансформация импульсов типа "сигнал+шум" происходит достаточно сложным образом, что вызвано неодинаковым поведением регулярной и шумовой частей светового поля в нелинейной среде. В приближении заданного канала авторами [26] рассмотрено влияние слабого шумового возмущения ($\sigma^2 \ll 1$) на нелинейный режим распространения регулярного импульса. Без ограничения на дисперсию шумовой компоненты в [29] методом нелинейного фазового канала детально изучена трансформация световых полей типа "сигнал+шум" для безынерционного и инерционного режимов самовоздействия, для безынерционной нелинейности среднеквадратичная длительность импульса

$$\tau_и(z) = \tau_0\left\{\left[1 \pm \frac{1}{2}(1+\sigma^2)\frac{z^2}{L_ф L_{дс}}\right]^2 + (1+2\sigma^2 N_\tau^2)\frac{z^2}{L_{дс}^2} + 4\sigma^2(1+\sigma^2)N_\tau^2\frac{z^4}{L_ф^2 L_{дс}^2}\right\}^{1/2} = \tau_0 f^{1/2}(z) \qquad (4.8)$$

меняется сложным образом, однако из (4.8) следует, что на изменение длительности импульса влияют четыре основных эффекта: это когерентное и некогерентное линейно-дисперсионное расплывание на длинах $L_{дс}$ и

$L_{дс}/\sqrt{2}\sigma N_\tau$ ($N_\tau = \tau_0/\tau_{к0}$ — число продольных неоднородностей по длительности импульса) независимо от вида дисперсии; когерентное нелинейно-дисперсионное расплывание или сжатие на длине $L_{св}^{к} = [2L_ф L_{дс}/(1+\sigma^2)]^{1/2}$ в зависимости от знака нелинейности и вида дисперсии; некогерентное нелинейно-дисперсионное расплывание на длине $L_{св}^{нк} = L_{св}^{к}/2\sqrt{2}\sigma N_\tau$ независимо от знака нелинейности и вида дисперсии.

Преобразование дисперсии флуктуаций интенсивности σ_I^2 происходит так, что на характерных расстояниях $z \sim L_{св}$ флуктуации интенсивности оказываются преимущественно на фронтах временной огибающей, а в центральной части импульса огибающая интенсивности $I(\tau)$ имеет практически регулярную структуру [76, 77]. Это обстоятельство позволяет стабилизировать параметры сжатых импульсов при пространственной фильтрации их спектральных компонент в решеточном компрессоре. Этот важный результат иллюстрирован на рис. 23, заимствованном из [77], где, наряду с ростом времени когерентности центральной части импульса, происходит уменьшение дисперсии флуктуации σ_I^2.

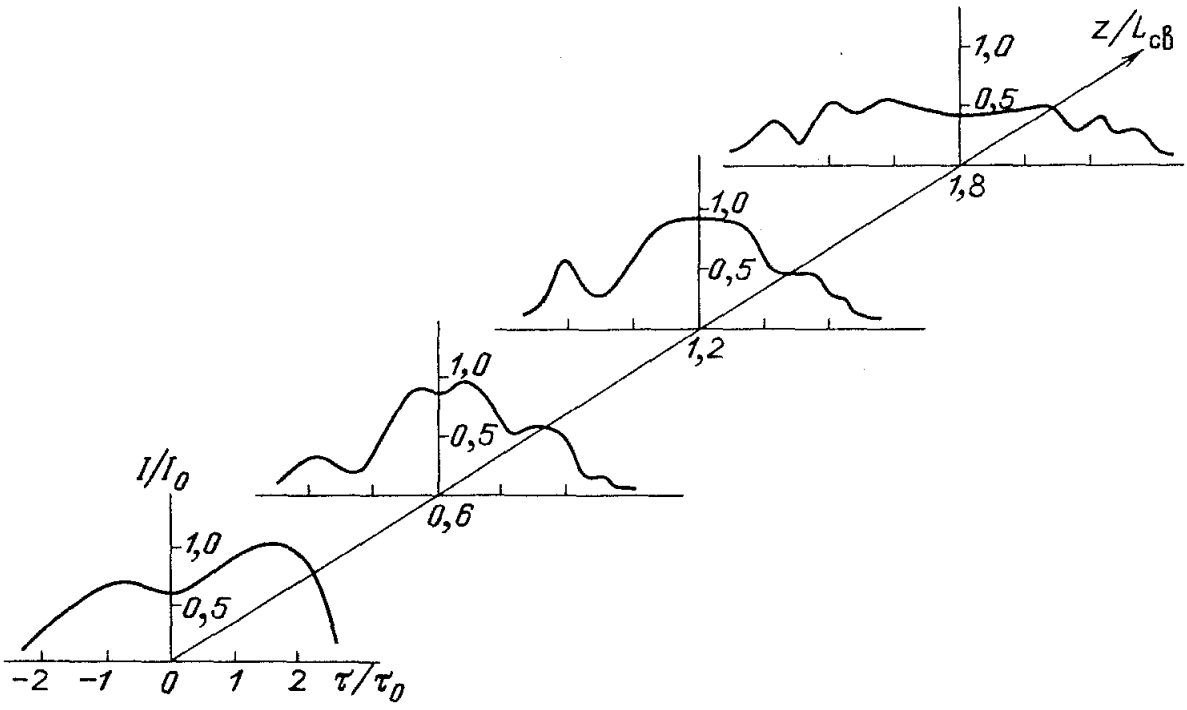

Рис. 23. Распределение $I(\tau)$ в области $k_\omega'' > 0$ при $R = 300$, $N_\tau^{-1} = 0{,}64$, $\sigma = 0{,}2$

4.2. Роль дисперсии высших порядков. Уширение импульсов в волоконных световодах снижает их пропускную способность и ограничивает информационную полосу пропускания. В многомодовых волокнах это уширение обусловлено различием групповых скоростей распространения в отдельных модах. В одномодовом световоде основным механизмом уширения является дисперсия. Ослабление квадратичной дисперсии в кварцевых стеклах возможно осуществить соответствующим подбором длины волны излучения в диапазоне $\lambda \sim$ 1,3 — 1,6 мкм. Эта область длин волн является наиболее перспективной для осуществления дальней волоконно-оптической связи [78].

На длине волны, близкой к критической ($\lambda \sim \lambda_{кр}$), $k''_\omega = 0$ и необходим учет дисперсии более высоких порядков. При таких условиях основное уравнение квазиоптики, описывающее распространение пикосекундных импульсов в одномодовом кварцевом световоде с учетом дисперсии до третьего порядка включительно, имеет вид

$$\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{ik''_\omega}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + \frac{k'''_\omega}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial \tau^3} = -\frac{ik_0}{n_0}n_2|A|^2A. \qquad (4.9)$$

Вклад эффектов кубичной дисперсии определяется характерной длиной

$$L'_{дс} = \frac{\tau_0^3}{k'''_\omega}. \qquad (4.10)$$

В кварцевом стекле при $\lambda \sim \lambda_{кр}$ и длительности импульса 1 пс $L'_{дс} \sim 13$ км, а для импульсов с $\tau_0 \sim 0{,}1$ пс уже $L'_{дс} \sim 13$м. Если $|\lambda - \lambda_{кр}| > 5$ нм, доминирующей становится дисперсия второго порядка и $L_{дс} \ll L'_{дс}$ [79].

Нелинейное распространение регулярных фазово-модулированных импульсов при учете эффектов квадратичной и кубичной дисперсии исследовалось в работах [80, 81]. При фиксированной длине волны λ соотношение эффектов квадратичной и кубичной дисперсии зависит от длительности импульса: для длинных импульсов $\tau_0 > k'''_\omega/|k''_\omega|$ доминирует квадратичная дисперсия ($L_{дс} \ll L'_{дс}$), для коротких импульсов $\tau_0 < k'''_\omega/|k''_\omega|$ определяющей становится кубичная дисперсия.

С другой стороны, вклад самовоздействия можно охарактеризовать соотношением длины нелинейной фазовой самомодуляции $L_ф$ и дисперсионных длин $L_{дс}$ и $L'_{дс}$, при этом из условий $L_ф = L_{дс}$ и $L_ф = L'_{дс}$ можно ввести соответственно критические мощности

$$P_{кр,2} = \frac{\tau_0}{k_0 n_2 L_{дс}}, \quad P_{кр,3} = \frac{\tau_0}{k_0 n_2 L'_{дс}}. \qquad (4.11)$$

Нелинейное распространение длинных и коротких импульсов типа "шумовая вспышка" в области нормальной дисперсии исследовалось аналитически и численно (методом Монте-Карло) в [30, 82].

Для коротких импульсов с мощностью $P_0 < P_{кр,2}, P_{кр,3}$ (режим слабого самовоздействия), когда доминирующим является эффект кубичной дисперсии ($L'_{дс} < L_{дс}, L_ф$) аналитическое выражение для модуля ВКФ поля, полученное методом нелинейного фазового канала ($z < (L_{дс}L'_{дс}L_ф)^{1/3}$) для расстояния $z \lesssim L'_{дс}$ принимает вид

$$|\Gamma_\tau(\tau_1, \tau_2, z)| = \left(\frac{2L'_{дс}}{z}\right)^{2/3}\frac{I_0}{\sqrt{2N_\tau}}\exp\left[-\frac{z^2(\tau_1-\tau_2)^2}{2L_ф^2\ \tau_к^2}\right]\times$$

$$\times \mathrm{Ai}[y(\tau_1, z)]\mathrm{Ai}[y(\tau_2, z)], \qquad (4.12)$$

где

$$y(\tau, z) = -\left(\frac{2L'_{дс}}{z}\right)^{1/3}\left[\frac{\tau}{\tau_0} - \frac{zL'_{дс}}{2L^2_{дс}}\right]. \qquad (4.13)$$

Из этих выражений следует, что наряду с сильным асимметричным расплыванием импульса (рис. 24) имеет место запаздывание его пиковой интенсивности на время

$$\tau_{зап} = \tau_0\left(\frac{z}{2L'_{дс}}\right)^{1/3}\left[1 - \left(\frac{2L'_{дс}}{z}\right)^{1/3}\frac{zL'_{дс}}{2L^2_{дс}}\right], \qquad (4.14)$$

смещение его энергетического центра и увеличение крутизны заднего фронта. Этот вывод подтвержден и численным экспериментом, данные которого находятся в хорошем соответствии с аналитическими результатами. Максимальная интенсивность импульса

$$I_0(z) \approx 0{,}3\left(\frac{2L'_{дс}}{z}\right)^{2/3}\frac{I_0}{\sqrt{2N_\tau}} \qquad (4.15)$$

при распространении уменьшается главным образом из-за дисперсии третьего порядка и случайной временной модуляции, характеризуемой параметром $N_\tau = \tau_0/\tau_{к0}$.

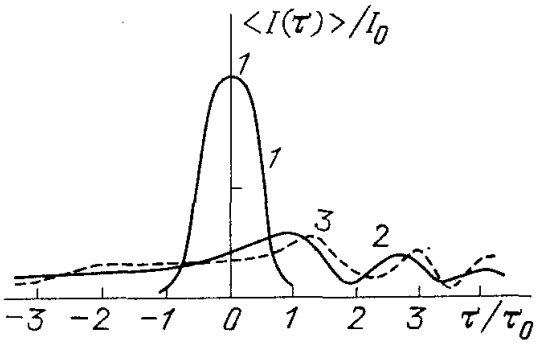

Рис. 24. Средняя огибающая интенсивности при $z/L_{дс} = 0$ (*1*) и 0,2, рассчитанная аналитически (*2*) и численно (*3*)

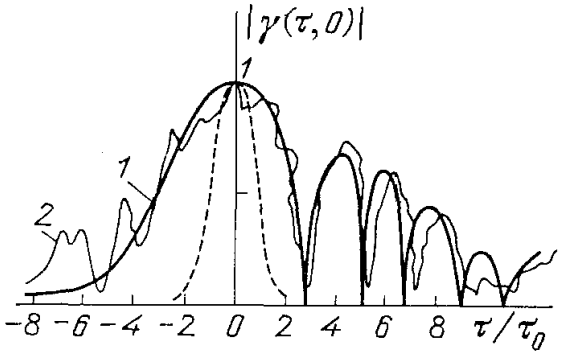

Рис. 25. Модуль степени ВКФ поля при $z/L_{дс} = 0$ (пунктир) и 0,12, рассчитанная аналитически (*1*) и численно (*2*)

Анализ (4.12) и численный эксперимент показывают, что нелинейное самовоздействие способствует ухудшению, а кубичная дисперсия — улучшению временной когерентности импульса. Имеет место изрезанность функции Г на заднем фронте, где происходит периодическая модуляция ВКФ поля с периодом функции Эйри Ai, определяемой характерной длиной кубичной дисперсии $L'_{дс}$. В режиме слабого самовоздействия время когерентности в пределах начальной длительности импульса возрастает (рис. 25).

На расстояниях $z > L'_{дс}$ ослабление максимума интенсивности вдоль z еще ускоряется, а время запаздывания $\tau_{зап}$ постепенно уменьшается и исчезает. Это результат проявления квадратичной дисперсии, способствующей восстановлению симметрии импульса.

В режиме сильного самовоздействия численный эксперимент показывает, что на расстояниях $L_ф < z < L'_{дс} < L_{дс}$ происходит существенное расплывание коротких импульсов, временная огибающая профиля средней интенсивности приобретает изрезанный вид, однако разбиения на субимпульсы не происходит [83]. При возрастании отношения $L_{дс}/L'_{дс}$ возрастает асимметризация расплывания и появляется дополнительное запаздывание энергетического центра импульса.

Скорость расплывания отдельных неоднородностей уступает скорости расплывания импульса как целого, поэтому уже на трассах $z \sim 0{,}1L_{дс}$ число временных неоднородностей N_τ возрастает. Здесь характерно уменьшение флуктуаций в энергонесущей части импульса и их вытеснение на периферию (рис. 26).

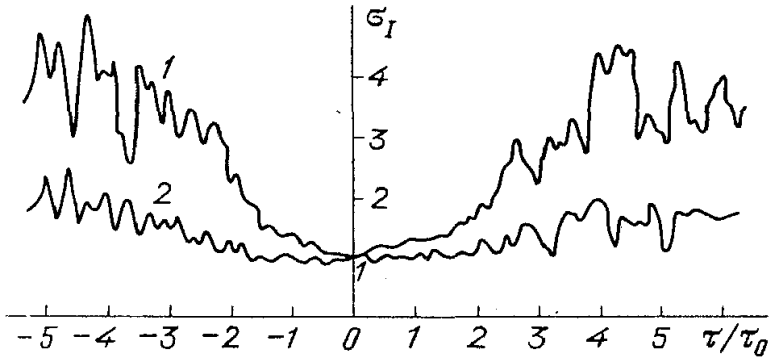

Рис. 26. Временное распределение относительных флуктуаций интенсивности на расстояниях $z/L_{дс} = 0{,}1$ (*1*) и 0,2 (*2*) при $L_{дс} = L'_{дс} = 50L_ф$, $N_\tau = 2$

Наличие сильной нелинейности коренным образом меняет характер преобразования частотного спектра. При доминирующей роли дисперсии третьего порядка флуктуации входного поля приводят к тому, что спектральная плотность импульса обогащается частотами в антистоксовской области (рис. 27). Такое волноводное смещение частоты наверх может осуществляться плавно соответствующим подбором как мощности и длительности импульса, так и подбором материала световода и его длины.

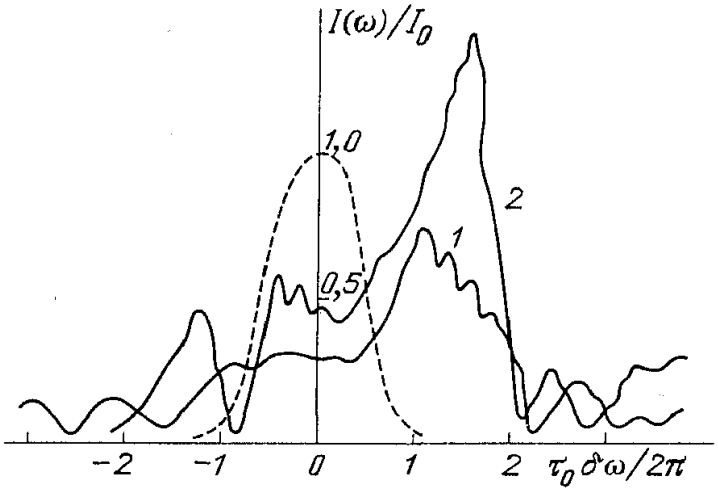

Рис. 27. Частотный спектр импульса на расстояниях $z/L_{дс} = 0$ (пунктир) и 0,26 при $N_\tau = 4$, $L_{дс}/L'_{дс} = 1$ (*1*) и 5 (*2*)

Подводя промежуточный итог, можно заключить, что для случайно модулированных импульсов устранение квадратичной дисперсии не приводит к снижению темпов расплывания импульса как целого, имеет место асимметричная деформация огибающей и групповое запаздывание импульса. Однако область $\lambda \sim \lambda_{кр}$ является перспективной для преобразования несущей частоты импульса в антистоксову область и замедления темпов ухудшения временной когерентности, которая имеет место при сильной нелинейности в среде с нормальной дисперсией.

4.3. Нестационарность нелинейной поляризации. Для интенсивных импульсов ($I \sim 10^{10} - 10^{12}$ Вт/см^2), когда скорость изменения средней огибающей интенсивности лазерного поля и керровекая нелинейность достаточно велики, основное уравнение квазиоптики дополняется в правой части еще одним нелинейным членом [70]

$$\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{ik''_\omega}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} = -\frac{ik_0}{n_0}n_2|A|^2A - \frac{n_2}{c}\frac{\partial}{\partial \tau}(|A|^2A). \qquad (4.16)$$

Наличие этого члена в правой части (4.16) связано с большим градиентом интенсивности поля по длительности импульса. Длина

$$L_{нст} = \frac{\tau_0 c}{n_2 I_0} \qquad (4.17)$$

характеризует эффект нестационарности нелинейной поляризации для детерминированных импульсов. При интенсивности $I \sim 10^{10}$ Вт/см^2 на длине волны излучения $\lambda \sim 1$ мкм длина нелинейной фазовой модуляции имеет порядок $L_ф \sim 0{,}1$ м, а для пикосекундных импульсов $L_{нст} \sim 100$ м. Таким образом, хотя $L_{нст}$ на три порядка больше, чем $L_ф$, однако на порядок меньше, чем $L_{дс}$, и эффект нестационарности нелинейной поляризации необходимо учитывать. Характерные длины $L_ф$ и $L_{нст}$ становятся сравнимыми лишь при длительности $\tau_0 \sim 10$ фс. В одномодовых волокнах даже для мощных импульсов ($I \sim 10^{12}$ Вт/см^2) нелинейное возмущение показателя преломления $n_{нл} \sim 3\cdot10^{-4}$ гораздо меньше перепада показателя преломления Δn между сердцевиной и оболочкой. В этой связи поперечную структуру лазерного поля можно считать по трассе распространения постоянной.

Если эффект нелинейной самомодуляции связан с интенсивностью лазерного поля, то действие эффекта нестационарности нелинейной поляризации зависит в основном от перепада интенсивности на масштабе длительности импульса. Для случайно модулированных импульсов нестационарность нелинейной поляризации может быть уже существенной на длинах $\sim \tau_к c/n_2\sigma_I$, которые в ряде случаев меньше, чем (4.17).

Образование ударной волны под действием эффекта нестационарности нелинейной поляризации для детерминированных импульсов было детально изучено как в бездисперсионном [84, 85], так и в дисперсионном [86] режимах самовоздействия. В работе [87] аналитически и численно исследованы эффекты нестационарности нелинейной поляризации для случайных импульсов, когда $N_\tau \gg 1$, в одномодовых световодах в области нормальной дисперсии.

Нестационарность нелинейной поляризации, усиливающаяся с возрастанием N_τ, приводит к групповому запаздыванию вершины импульса и укручению его заднего фронта (рис. 28). Запаздывание вершины импульса растет с увеличением его мощности и с уменьшением начальной длительности τ_0.

На начальной трассе $z < L_ф$ время запаздывания вершины импульса находится в кубичной зависимости от пройденного пути

$$\tau_{зап}(z) = 7N_\tau^2\tau_0\frac{z^3}{L_{дс}^2 L_{нст}}, \qquad (4.18)$$

а в дальнейшем при $z \sim L_{нст}$ рост $\tau_{зап}$ постепенно ослабляется:

$$\tau_{зап}(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}N_\tau^2\tau_0\frac{z^{1/2}L_{дс}^{1/2}}{L_{нст}} \qquad (4.19)$$

и на расстоянии $z \sim L_{дс}$ начинает уменьшаться. Это вызвано постепенным расплыванием импульса, что, в свою очередь, ослабляет перепад интенсивности во времени г и, следовательно, эффект нестационарного самовоздействия. С возрастанием роли квадратичной дисперсии происходит постепенная симметризация импульса. Результат численного эксперимента находится в качественном согласии с аналитическими формулами (4.18), (4.19) (рис. 29).

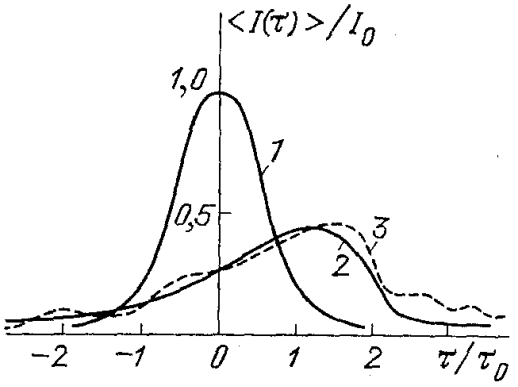

Рис. 28. Средний профиль интенсивности шумового импульса для $z/L_{дс} = 0$ (*1*) и 0,14 (*2*), рассчитанный аналитически (*2*) и численно (*3*) при $L_{дс}/L_ф = 50$, $L_{дс}/L_{нст} = 2$, $N_\tau = 4$

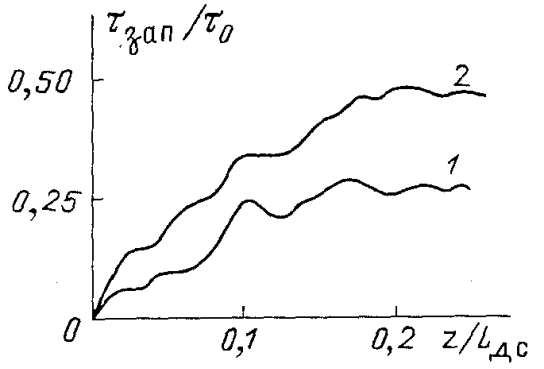

Рис. 29. Запаздывание вершины импульса, рассчитанное численно для $R = 50$, $N_\tau = 5$, $L_{дс}/L_{нст} = 1$ (*1*) и 2 (*2*)

Для детерминированных импульсов ($N_\tau = 0$) нестационарное самовоздействие ослабляет расплывание импульса в области нормальной дисперсии групповой скорости и усиливает в области аномальной [86]. Случайная же модуляция импульса всегда способствует его дополнительному расплыванию независимо от вида дисперсии.

4.4. Компрессия случайных импульсов. Совместное действие эффектов нелинейности и аномальной дисперсии групповой скорости может привести к временному самосжатию импульсов и формированию оптических солитонов. В [88] теоретически была предсказана возможность солитонного

режима распространения в световодах, а в [89] — реализован такой режим в световоде на основе кварцевого стекла.

Нелинейная трансформация детерминированных импульсов различной формы была исследована в ряде работ, в том числе в [90, 91]. Реальные количественные закономерности дисперсионного режима сжатия регулярных импульсов были установлены в работах [92, 93] методами математического моделирования. Однако в реальных системах сжатия значительную роль могут играть случайные факторы. При переходе к пикосекундным импульсам, наряду с нерегулярностью самого световода, возрастает влияние временных амплитудно-фазовых флуктуаций светового поля на процесс самосжатия импульсов. Некоторые закономерности этих процессов проанализированы численно в работах [77, 94] методом Монте-Карло.

Среднеквадратичная длительность светового импульса типа "сигнал+шум" в кварцевом световоде при совместном действии эффектов нелинейной фазовой самомодуляции и аномальной дисперсии определяется аналитически выражением (4.8), где перед вторым членом в $f(z)$ стоит знак "—". В характерных для волоконно-оптической компрессии ситуациях параметр нелинейности $R = L_{дс}/L_{ф} \sim 10^2$ [95] и длительность импульса на начальной трассе $z < L_{ф}$ практически всегда уменьшается. На расстоянии

$$L_{опт} = L_{св}\left(\frac{2}{1 + 16\sigma^2 N_\tau^2}\right)^{1/2}\left(1 - \frac{1 + 2\sigma^2 N_\tau^2}{R}\right)^{1/2} \tag{4.20}$$

достигается минимальное значение длительности импульса

$$\tau_{и,min} = \tau_0\left[1 - \frac{1}{1 + 16\sigma^2 N_\tau^2}\left(1 - \frac{1 + 2\sigma^2 N_\tau^2}{R}\right)^2\right]^{1/2}. \tag{4.21}$$

Следовательно, волоконный световод длиной $L_{опт}$ обеспечивает максимальное сжатие случайного импульса на выходе. При этом степень сжатия $S_{max} = \tau_0/\tau_{и,min}$.

Для детерминированных импульсов увеличение максимальной степени сжатия возможно за счет роста параметра $R = \tau_0^2 k_0 n_2 I_0/n_0|k_\omega''|$. Следовательно, компрессия мощных импульсов осуществляется эффективнее, чем маломощных, однако при значениях интенсивности $I \sim 10^{10}$ Вт/см^2 и выше на процесс преобразования длительности импульса определяющим образом влияет эффект нестационарного самовоздействия, способствующий ослаблению процесса самосжатия. Также процесс сжатия для длинных импульсов происходит эффективнее, чем для коротких. Кроме того, для достаточно коротких импульсов $\tau_0 < 10^{-13}$ с проявление инерционности нелинейного отклика снижает эффективность сжатия [96] регулярных импульсов (рис. 30). С другой стороны, увеличение параметра R возможно также за счет увеличения отношения $k_0/|k_\omega''|$, что достигается уменьшением длины волны излучения λ. Однако вблизи $\lambda_{кр}$ начинают проявляться эффекты дисперсии третьего порядка, которые ослабляют степень сжатия. Таким образом, наиболее эффективное самосжатие импульса осуществляется в области $\lambda \sim \lambda_{кр} + 5$ нм, где на минимальной длине волны излучения аномальная квадратичная дисперсия еще доминирует над кубичной.

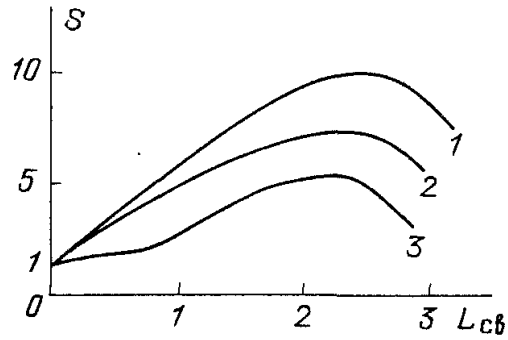

Рис. 30. Зависимость степени сжатия регулярных импульсов в инерционном режиме самовоздействия от длины световода для $\tau_{рел}/\tau_0 = 0$ (*1*); 0,1 (*2*) и 1 (*3*)

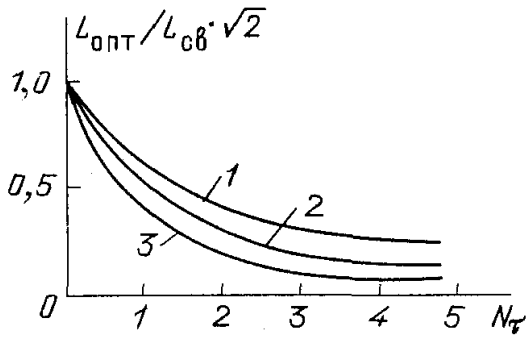

Рис. 31. Зависимость оптимальной длины световода для случайных импульсов от N_τ при $\sigma^2 = 0{,}1$ (*1*); 0,2 (*2*) и 0,3 (*3*)

Для импульсов типа "сигнал+шум" оптимальная длина компрессии меньше, чем для регулярных импульсов. При этом $L_{опт}$ уменьшается существенно с увеличением дисперсии временных флуктуаций (рис. 31). Зависимость $L_{опт}$ от числа временных неоднородности ярко выражена при $N_\tau < 3$, а с дальнейшим ростом N_τ оптимальная длина практически не меняется. Уменьшение $L_{опт}$ с увеличением σ^2 и N_τ объясняется усилением некогерентного дисперсионного и нелинейного эффектов, которые уже на короткой трассе $z \sim L_{опт}$ успевают компенсировать нелинейное когерентное сжатие импульса за счет фазовой самомодуляции. Степень максимального сжатия случайного импульса, с одной стороны, зависит слабо от дисперсии флуктуаций σ^2, а с другой, — значительно падает с ростом N_τ при $N_\tau < 3$, а далее при $N_\tau \sim 3 - 5$ практически не меняется (рис. 32). Таким образом, ярко выраженная зависимость оптимальной длины световода и максимальной степени сжатия от N_τ проявляется при $N_\tau < 1$, то есть когда время когерентности шумовой компоненты $\tau_к$ сравнимо с длительностью средней огибающей, и при этом даже малые изменения $\tau_к$ приводят к достаточно сильным скачкам параметров $L_{опт}$ и S_{max}.

Заметное увеличение S_{max} с ростом R возможно лишь в области $R \sim 10-50$ (рис. 33). Для больших значений $R \sim 10^2$ уже при $N_\tau > 0{,}7$ увеличение интенсивности импульса практически не способствует росту S_{max}. Уже двухкратное сжатие случайного импульса невозможно даже при небольших значениях дисперсии флуктуации шумовой компоненты ($\sigma^2 \sim 0{,}1$) интенсивных импульсов ($R > 10^2$). В этой ситуации S_{max} уже при $N_\tau > 0{,}5$ не зависит от R и равен $\sim [1 + (1/16\sigma^2 N_\tau^2)]^{1/2}$.

Для случайных импульсов с широким частотным спектром, когда $N_\tau \gg 1$, практически невозможно осуществить временное самосжатие. Это вызвано тем, что процесс незначительного сжатия происходит на короткой трассе $z \ll L_{св}$, а далее за счет развития некогерентного нелинейного и дисперсионного эффектов импульс начинает сильно расплываться. Следовательно, для эффективной компрессии случайных импульсов целесообразнее повышать когерентность, чем увеличивать входную интенсивность.

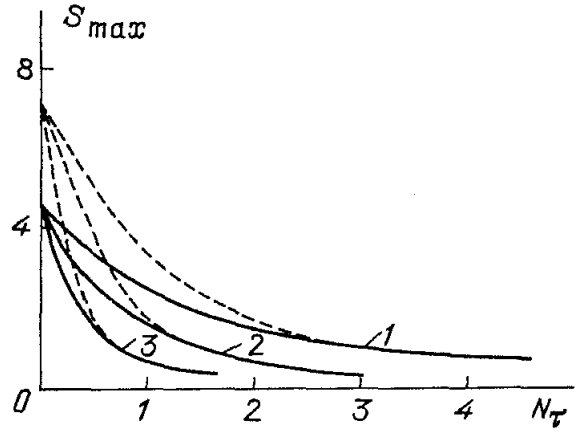

Рис. 32. Изменение S_{max} в зависимости от N_τ для $R = 50$ (сплошные линии) и $R = 100$ (пунктир) при $\sigma^2 = 0{,}1$ (*1*); 0,2 (*2*) и 0,3 (*3*)

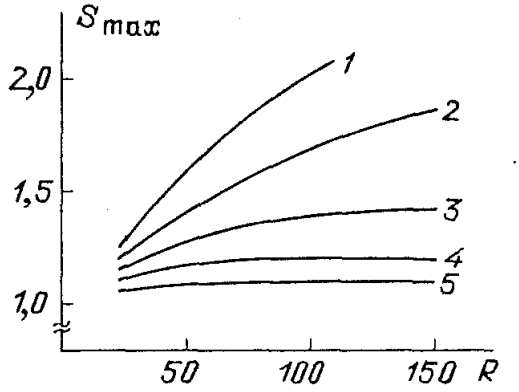

Рис. 33. Изменение S_{max} в зависимости от R при $\sigma^2 = 0{,}1$ и $N_\tau = 0{,}3$ (*1*); 0,4 (*2*); 0,5 (*3*), 1 (*4*) и 2 (*5*)

В [97] представлены результаты численного эксперимента по исследованию статистической стационарности волнового пакета при совместном действии эффектов положительной кубичной нелинейности и аномальной дисперсии. Показано нарушение стационарности случайного процесса $\xi(\tau)$ в случае "шумовой вспышки" при большом параметре нелинейности $R \sim 10^2$ в условиях самосжатия. Продемонстрирована возможность увеличения времени когерентности $\tau_к$ на краях импульса, в то время как в середине импульса наблюдается уменьшение $\tau_к$ (рис. 34).

В работе [98] методом моментов в предположении сохранения статистики и формы средней огибающей исследована эволюция ВКФ лазерного поля в волоконном световоде в области аномальной дисперсии. Показано также, что увеличение числа временных неоднородностей N_τ снижает эффективность компрессии шумового импульса (рис. 35). Максимум для S_{max} реализуется при $N_\tau = 0$.

В целом взаимная компенсация эффектов когерентного нелинейного самосжатия и аномальной дисперсии дает возможность стабилизации световых

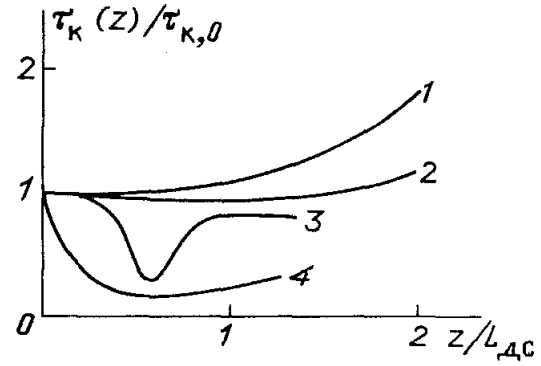

Рис. 34. Изменение $\tau_к$ шумового импульса $N_\tau = 6{,}5$ в его центральной части ($\tau = 0$) при $R = 0{,}8$ (*1*), 3 (*2*), 6 (*3*) и 15 (*4*)

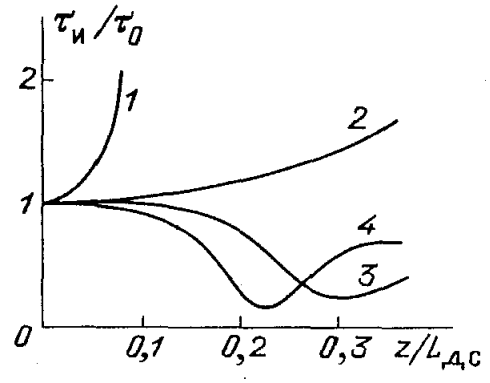

Рис. 35. Преобразование длительности импульса с распространением для $R = 5$ при $N_\tau = 10$ (*1*), 2 (*2*), 1 (*3*) и 0 (*4*)

импульсов в волоконных световодах и в условиях малых потерь повышает пропускную способность и скорость передачи до 10 Тбит/с [99]. Начальные фазовые флуктуации аналогично амплитудным также ослабляют эффективность сжатия, однако выходные параметры ($\tau_и$ и S_{max}) менее чувствительны к таким флуктуациям входного излучения, и дисперсия S_{max} в области $z \sim L_{опт}$ существенно ослаблена [77, 92].

В экспериментах по компрессии регулярных импульсов за последние годы достигнуты значительные успехи. Например, в [100] осуществлено 27-кратное сжатие 7 пс импульсов на длине волны 1,55 мкм, а в [101, 102] — более чем 100-кратное сжатие 30 пс импульсов. Сегодня уже экспериментально получены импульсы, вобравшие в себя всего несколько периодов оптических колебаний [103]. Однако закономерности самосжатия случайных импульсов не нашли пока экспериментального подтверждения.

5. Взаимное влияние временной и пространственной когерентностей лазерного излучения в нелинейной среде

Во многих реальных случаях пространственно-временная ограниченность световых полей, когда характерные длины дифракции $L_{дф}$ и дисперсии $L_{дс}$ сравнимы, привносит новые явления в процесс их распространения и трансформации оптическими системами. Высокочастотные компоненты импульса дифрагируют медленнее, чем низкочастотные, поэтому при конечном значении относительной ширины частотного спектра $\Delta\omega/\omega_0$ неодинаковая дифракция разных частотных компонент приводит к деформации временной огибающей импульса [104]. Эффект неравенства дифракционных длин разных спектральных компонент усиливается для лазерных импульсов длительностью в несколько периодов оптических колебаний [105, 106]. Следует ожидать также и обратного влияния дисперсии на преобразование ширины пучка. Например, при конечном значении относительной ширины волнового спектра $\Delta k/k_0$ даже в бездифракционном режиме распространения в дисперсионной области $z \sim L_{дс}$ пучок в сечении будет деформироваться. Для случайно модулированных полей эффекты взаимного влияния дифракции и дисперсии проявляются на сравнительно коротких трассах, а также наблюдается преобразование пространственных флуктуаций во временные и наоборот [107].

В нелинейной среде, когда $L_{нл} < L_{дф}, L_{дс}$, уже на трассе $z \lesssim L_{нл}$ поперечная деформация пучка вызывает изменение наведенных оптических неоднородностей среды и, следовательно, приводит к преобразованию длительности импульса. В свою очередь трансформация временной огибающей импульса способствует нелинейной рефракции пучка. Одновременная пространственно-временная самомодуляция частично-когерентного лазерного излучения на случайных неоднородностях $\tilde{n}_{нл}$ в канале распространения вызывает взаимные влияния временных и пространственных флуктуаций лазерного поля [29, 57, 108, 109].

5.1. Пространственно-временна́я самомодуляция регулярных полей. Обобщенное уравнение дифракции и дисперсии в линейной среде, описывающее распространение коротких световых импульсов с ограниченными поперечными размерами, имеет вид [104]

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}+\frac{i}{2k_0}\frac{\partial^2}{\partial \mathrm{r}^2}-\frac{ik''_\omega}{2}\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}-\frac{i}{u_{\text{гр}}k_0}\frac{\partial^2}{\partial z\partial\tau}\right)A(\mathrm{r},\tau,z)=0, \tag{5.1}$$

где последнее слагаемое описывает взаимовлияние пространственно-временных масштабов лазерного поля.

Решение уравнения (5.1) с учетом всех его членов связано с большими математическими сложностями. В [105, 110] проанализировано временное искажение лазерного поля с начальной пространственно-временной огибающей $F(\mathrm{r},\tau)$ гауссовского типа в бездисперсионном режиме распространения. Выполненный численный расчет [105] временной огибающей импульса на расстоянии $z \sim L_{\text{дф}}$ показал заметное увеличение длительности фемтосекундного импульса на периферии пучка ($r \sim a_0$). Такая тенденция сохраняется и в дальней зоне $z \gg L_{\text{дф}}$, где длительность импульса с координатой z изменяется следующим образом:

$$\tau_{\text{и}}(z)=\tau_0\left[1+\left(\frac{a_0 r}{v_0\tau_0 z}\right)^2\right]^{1/2}; \tag{5.2}$$

здесь v_0 — фазовая скорость распространения.

Деформации временной огибающей могут также возникать при прохождении ограниченных в пространстве и во времени лазерных полей через различные оптические элементы. Например, при прохождении сверхкоротких импульсов через зонную пластинку линейная поперечная рефракция способствует изменению формы и длительности светового импульса [111].

Для импульсов с длительностью $\tau_{\text{и}} \gtrsim 1$ пс последнее слагаемое в (5.1) исчезающе мало и преобразование пространственно-временных масштабов лазерного поля происходит независимым образом. Однако взаимное влияние пространственных и временных параметров становится опять существенным для мощного лазерного излучения в нелинейной среде, когда $L_{\text{нл}} < L_{\text{дф}}, L_{\text{дс}}$. Например, фокусировка пучка усиливает нелинейное возмущение показателя преломления среды $n_{\text{нл}}$ по трассе распространения и соответственно нелинейно-дисперсионное искажение временной огибающей импульса. Интегральная длительность импульса с начальной гауссовской пространственно-временной огибающей, полученная методом последовательных приближений с учетом нарастания оптических возмущений с распространением за счет фокусировки, в ближней зоне $z < L_{\text{нл}}$ задается выражением [115]

$$\tau_{\text{и}}(z)=\tau_0\left\{1\pm\frac{1}{2}\frac{z^2}{k_0 L_{\text{дс}}L^2_{\text{нл}}}\left[\left(1-\frac{z^2}{2k_0 L_{\text{дф}}L^2_{\text{нл}}}\right)^2\right]^{-1}\right\}, \tag{5.3}$$

где

$$L_{\text{нл}}=\frac{1}{k_0}\left(\frac{n_0}{n_2 I_0}\right)^{1/2} \tag{5.4}$$

— нелинейная длина в безынерционном режиме самовоздействия, не содержащая пространственно-временных параметров светового поля.

В (5.3) знак "+" перед вторым слагаемым реализуется в среде с нормальной, а знак "—" — с аномальной дисперсией.

Разумеется, нелинейно-дисперсионное сжатие или расплывание импульса, в свою очередь, будет соответственно усиливать или ослаблять нелинейную рефракцию пучка.

5.2. Взаимное влияние временных и пространственных флуктуаций. В рамках нестационарного уравнения дифракции (5.1) даже в линейной среде задача взаимного влияния временных и пространственных флуктуаций дифрагирующих и диспергирующих полей является весьма сложной. В бездисперсионном режиме ($k''_\omega = 0$) линейного распространения эта задача обстоятельно рассмотрена в [107]. На входе среды ПВКФ поля представлена в факторизованном виде

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau_1, \tau_2) = \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\Gamma(\tau_1, \tau_2). \qquad (5.5)$$

Полученное пространственно-временное распределение средней интенсивности $\langle I(\mathbf{r}, \tau)\rangle$ показывает дополнительное расплывание импульса за счет начальных пространственных флуктуаций. Время когерентности преобразуется неодинаково в поперечном сечении пучка. Например, на оси пучка ($r = 0$) временная когерентность не меняется ($\tau_к = \text{const}$), а в его периферийной части ($r \sim a_0$) при $r_{к0} \ll a_0$ и $\tau_{к0} \gg \tau_0$ время когерентности с распространением уменьшается. Иначе обстоит дело при $\tau_{к0} \ll \tau_0$: в этой ситуации начальная неполная пространственная корреляция не приводит к уменьшению $\tau_к$. Следует ожидать также и обратного влияния неполной временной когерентности на уменьшение радиуса корреляции $r_к$ в бездифракционном режиме при $\tau_{к0} \ll \tau_0$ и $r_{к0} \gg a_0$.

В рамках линейного уравнения квазиоптики без учета последнего слагаемого в (5.1) преобразование временной и пространственной когерентности лазерного поля происходит независимо. Эффекты взаимного влияния временных и пространственных флуктуаций начинают проявляться для мощных дифрагирующих и диспергирующих световых полей в нелинейных средах. На изменение пространственно-временных параметров лазерного поля в нелинейной среде с учетом дифракции и дисперсии влияет начальная как временная, так и пространственная когерентность. Поэтому для изучения взаимного влияния временных и пространственных флуктуаций целесообразно на входе среды рассмотреть случайное световое поле с ограниченной либо пространственной, либо временной когерентностью.

В работах [29, 57, 108, 109] были детально проанализированы разные аспекты взаимного влияния временной и пространственной когерентности дифрагирующих и диспергирующих полей для различных режимов самовоздействия. Обратимся к некоторым важным результатам этих работ.

Прежде всего заметим, что вследствие взаимного влияния масштабов временной и пространственной когерентности факторизованный вид ПВКФ поля (5.5) в нелинейной среде не сохраняется. Особый интерес представляют эффекты пространственно-временной самомодуляции дифрагирующих и диспергирующих полей в режиме сильного самовоздействия $L_{нл} < L_{дф}, L_{дс}$.

Выражение для средней интенсивности, полученное методом последовательных приближений, показывает ослабление нелинейно-дисперсионного преобразования импульса за счет начальных пространственных флуктуаций:

$$\tau_{и}(z) = \tau_0\left\{1 \pm \frac{1}{2}\frac{z^2}{k_0 L_{дс} L_{нл}^2}\left[\left(1 + N_r \frac{z^4}{k_0^2 L_{дф}^2 L_{нл}^4}\right)\right]^{-1}\right\}, \qquad (5.6)$$

где $N_r \gg 1$ и на входе в среду $N_\tau = 0$, $L_{нл}$ задается выражением (5.4). Следует заметить, что поперечная некогерентная структура поля приводит всегда к ослаблению нелинейно-дисперсионных эффектов независимо от знака нелинейности.

Анализ ПВКФ поля показал ухудшение начальной временной когерентности излучения [29]. При этом время когерентности меняется неодинаково по длительности импульса:

$$\tau_к = \frac{k_0 L_{нл}^2 \tau_0^2}{z|\tau|}. \qquad (5.7)$$

В центральной части импульса ($\tau = 0$) полная временная когерентность не нарушается ($\tau_к = \infty$), а к периферии импульса с увеличением τ постепенно падает (рис. 36).

С другой стороны, начальная неполная временная когерентность ($N_\tau \gg 1$) также способствует нарушению полной пространственной корреляции ($N_r = 0$) поля. Преобразование радиуса корреляции происходит неодинаково в поперечном сечении пучка

$$r_к = k_0 L_{нл}^2 a_0^2 (z|\mathbf{r}|\cos\theta)^{-1}, \qquad (5.8)$$

где θ — угол между векторами $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ и $\vec{\rho} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$.

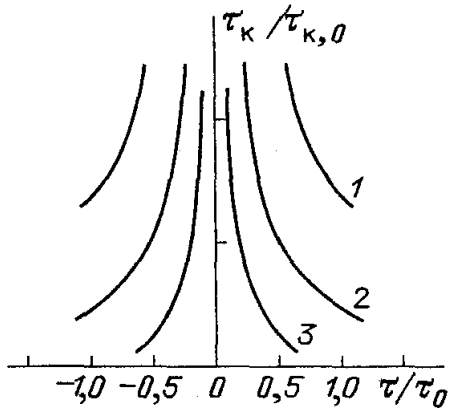

Рис. 36. Ухудшение временной когерентности излучения на длине волны $\lambda_0 \sim 1$ мкм исходно пространственно-некогерентной структурой при $L_{нл} = 1$ см на расстоянии $z = 10$ м (*1*), 50 м (*2*) и 100 м (*3*)

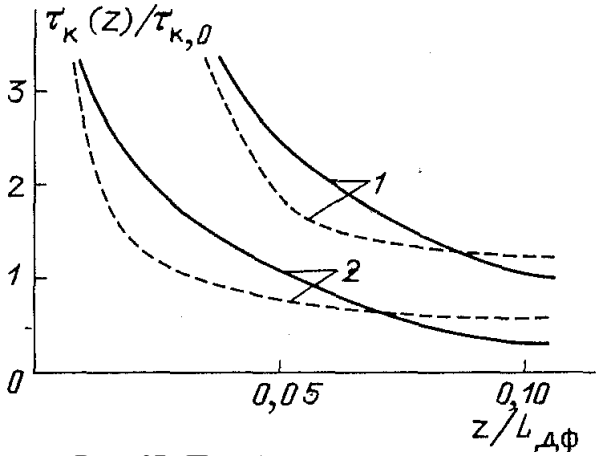

Рис. 37. Преобразование $\tau_к$ для $\tau = 0{,}5 \cdot \tau_0$ при $\alpha z \ll 1$ (сплошные линии) и $\alpha z \gg 1$ (пунктир) затухания при $L_{дф}/L_{нл} = 5$ (*1*) и 10 (2)

Взаимное преобразование одних видов флуктуаций в другие прослеживается и в средах с тепловой нелинейностью. Начальные пространственные флуктуации при стационарном тепловом самовоздействии в случае $\alpha z \ll 1$ приводят к монотонному уменьшению $\tau_к$ по трассе $z < L_{нл}$ [57]. При $\alpha z \gg 1$, когда нелинейные эффекты проявляются в тонком слое $z < L_з = \alpha^{-1}$, время когерентности падает на начальном этапе самовоздейст-

вия, а далее с ослаблением нелинейных эффектов $\tau_к$ почти не меняется (рис. 37).

Физическая картина нелинейного взаимного влияния пространственных и временных флуктуаций лазерного поля весьма сложна, однако можно выделить некоторые общие закономерности такого взаимовлияния.

В случае слабого шума, модулирующего сильный сигнал: $I_с \gg I_ш$ — нелинейное возмущение показателя преломления среды в канале распространения определяется интенсивностью доминирующего сигнала и является практически регулярным. Поэтому при распространении лазерного импульса в таком канале практически отсутствует некогерентный нелинейный эффект и взаимосвязь пространственных и временных флуктуаций исчезающе мала.

В средах с керровской безынерционной нелинейностью и при стационарном режиме теплового самовоздействия эффекты взаимного влияния становятся заметными лишь в тех случаях, когда флуктуационная часть показателя преломления $\tilde{n}_{нл}$, сравнимая с регулярной $\langle n_{нл} \rangle$, имеет неоднородное по сечению пучка и нестационарное по длительности импульса распределение. В движущейся среде даже стационарные флуктуации во времени вызывают ухудшение пространственной когерентности в плоскости, параллельной скорости движения среды. Такое уменьшение $r_к$ связано с неоднородным распределением $\tilde{n}_{нл}$ в сечении пучка вследствие ветровых потоков.

Эффекты взаимного влияния существенно ослаблены в тех случаях, когда проявляющаяся инерционность нелинейного отклика и нестационарность теплового самовоздействия способствуют сглаживанию флуктуаций индуцированного оптического канала. Однако такая инерционность и нестационарность за счет накапливающегося по длительности импульса характера наведенных флуктуаций может привести к ухудшению временной когерентности шумового импульса, имеющего на входе в нелинейную среду стационарную по его длительности модуляцию.

Заключение

В обзоре мы стремились вскрыть наиболее общие закономерности самовоздействия случайно модулированных световых пучков и импульсов прежде всего в регулярных нелинейных средах.

В пестрой палитре стохастических нелинейных волновых явлений нам представлялось главным выделить те, которые наиболее важны при решении практических задач передачи энергии и информации лазерным излучением, атмосферной оптики, создания мощных лазерных систем и пр.

Обращает на себя внимание примат теоретических работ над экспериментальными, хотя в реальном эксперименте всегда присутствуют флуктуации напряженности поля световой волны, их корректный учет является трудоемкой задачей. Его отсутствие затрудняет сравнение экспериментальных и теоретических результатов не только в задачах распространения мощных световых волн, но практически и во всех других нелинейно-оптических волновых явлениях.

Попутно отметим, что еще далеко от своего завершения решение проблемы нелинейного взаимодействия частично когерентных пучков и импульсов (генерация гармоник, параметрическое взаимодействие, комбинационное рассеяние, включая преобразование частотного спектра сверхкоротких импульсов света в оптических волокнах за счет ВКР и др.).

Возвращаясь к проблеме самовоздействия частично-когерентного света, укажем, что учет стратификации нелинейных сред и естественных флуктуаций их оптических свойств делают картину СВ еще более многообразной. Мы стремились вовсе не касаться этой стороны вопроса, хотя в отдельных параграфах представлены результаты из цитируемых работ, в которых флуктуации поля и среды неотделимы.

Влияние исходных флуктуаций среды, включая и наведенные при СВ, — по-видимому, отдельная тема для другой обзорной статьи, в основу которой могут быть положены исследования последних десяти лет, выполненные в ведущих лабораториях нашей страны и за рубежом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] *Зайцев Ю.И., Степанов Д.П.*//Письма ЖЭТФ. 1967. Т. 6. С. 733.
2. *Gerbhart H. et al.*//Phys. Lett. A. 1972. V. 40. P. 191.
3. *Armstrong J.A., Smith A.W.*//Prog. Opt. 1967. V. 6. P. 213.
4. *Duguay M.A., Hansen J.W., Shapiro S.L.*//IEEE J. Quantum Electron. 1970. V. 6. P. 725.
5. *Амбарцумян Р.В., Бажулин С.П., Басов Н.Г., Летохов В.С.*//ЖЭТФ. 1968. Т. 58. С. 441.
6. *Ахманов С.А., Чиркин АС.* Статистические явления в нелинейной оптике. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1971.
7. *Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С.* Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М., Наука, 1981. — С. 640.
8. *Young M., Drewes P.L.*//Opt. Commun. 1970. V. 2. P. 253.
9. *Csillag L., Janossy M., Kantor K.*//Phys. Lett. 1966. V. 20. P. 626.
10. *Арутюнян А.Г., Ахманов С.А., Голяев Ю.Д., Тункин В.Г., Чиркин А.С.*//ЖЭТФ. 1973. Т. 64. С. 1511.
[11] *Аракелян С.М., Ахманов С.А., Тункин В.Г., Чиркин А.С.*//Письма ЖЭТФ. 1974. Т. 19. С. 571.
12. *Быков В.В.* Цифровое моделирование в статистической радиофизике. — М.: Сов. радио, 1971. — С. 326.
13. *Кандидов В.П.*//Дисс. ... докт. физ.-мат. наук. — М.: МГУ, 1987.
14. *Терзиева С.И.*//Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. — М.: МГУ, 1989.
15. *Starikov A.*//J. Opt. Soc. Am. B. 1982. V. 72. P. 1538.
16. *Беспалов В.И., Таланов В.И.*//Письма ЖЭТФ. 1966. Т. 3. С. 471.
17. *Таланов В.И.*//Ibidem. 1965. Т. 2. С. 222.
18. *Ляхов Г.А.*//Опт. и спектр. 1972. Т. 33. С. 969.
19. *Blombergen N.. Lallemandt P.*//Phys. Rev. Lett. 1966. V. 16. P. 81.
20. *Shaman Y.T., Shen Y.R.*//Ibidem. 1965. V. 15. P. 1008.
[21] *Пасманик Г.А*//ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 490.
22. *Ахманов С.А., Ляхов Г.А.*//Тезисы докладов VII Всесоюзной конференции по КиНО. — М., 1974. — С. 173.
23. *Рытов С.М., Кравцов Ю.Л., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофику, — М.: Наука, 1978. — С. 463.
24. *Власов С.Н., Петрищев В.А., Таланов В.И.*//Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т. 14. С. 1353.
25. *Петрищев В.А.*//Ibidem. С. 1416.
26. *Фаттахов А.М., Чиркин* АС.//КЭ. 1983. Т. 10. С. 1989.
27. *Фаттахов А.М., Чиркин* АС.//КЭ. 1984. Т. 11. С. 2349.
28. *Чиркин А.С., Юсубов Ф.М.*//КЭ. 1983. Т. 10. С. 1833.
29. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н.*//КЭ. 1988. Т. 15. С. 829.
30. *Алешкевич В.А., Выслоух В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н., Терзиева С.И.*//Ibidem. С. 325.
[31] *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н., Терзиева С.И.*//Ibidem. 1985. Т. 12. С. 192.
32. *Кандидов В.П., Леденев В.И.*//Ibidem. 1981. Т. 8. С. 873.
33. *Кандидов В.П.*//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1983. Т. 47. С. 1583.
34. *Satsuma J., Yajima N.*//Prog. Theor. Phys. Suppt. 1974. V. 55. P. 284.
35. *Алешкевич В.А., Лебедев С.С., Матвеев А.Н.*//ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 1249.
36. *Алешкевич В.А., Лебедев С.С., Матвеев А.Н.*//КЭ. 1982. Т. 9. С. 2066.
37. *Леонтович М.А.*//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1944. Т. 8. С. 16.
38. *Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Чиркин А.С.*//УФН. 1967. Т. 93. С. 19.
39. *Аскарьян Г.А*//ЖЭТФ. 1962. Т. 42. С. 1567.
40. *Chiao R.Y., Garmire E., Townes C.H.*//Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P. 479.

[41] *Пилипецкий Н.Ф., Рустамов А.П.*//Письма ЖЭТФ. 1965. Т. 2. С. 88.
42. *Lallemandt P., Blombergen N.*//Phys. Rev. Lett. 1965. V. 15. P. 1013.
43. *Алешкевич В.А., Лебедев С.С., Матвеев А.Н.*//КЭ. 1981. Т. 5. С. 1090.
44. *Смит Д.К.*//ТИИЭР. 1977. Т. 65. С. 59.
45. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. — М.: Наука, 1988. — С. 733.
46. *Алешкевич В.А., Лебедев С.С., Матвеев А.Н.*//Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 35. С. 1368.
47. *Алешкевич В.А., Мигулин А.В., Сухоруков А.П., Шумилов Э.Н.*//ЖЭТФ. 1972. Т. 62. С. 551.
48. *Алешкевич В.А., Калинин В.П., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н.*//Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. С. 36.
49. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н., Терзиева С.И.*//Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции по КиНО. — М., 1985. Ч. 1. С. 129.
50. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н.*//КЭ. 1985. Т. 12. С. 1695.
[51] *Akhmanov S.A., Krindach D.P., Migulin A.V., Sukhorukov A.P., Khohlov R.V.*//Quantum Electron. QE-4. 1968. V. 10. P. 568.
52. *Smith D.C., Gerbhart H.*//Phys. Lett. 1970. V. 16. P. 725.
53. *Алешкевич В.А., Сухоруков А.П.*//Письма ЖЭТФ. 1970. Т. 12. С. 112.
54. *Ахманов С.А., Воронцов М.А., Кандидов В.П. и др.*//Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. С. 1.
55. *Белоусова И.М., Высотина Н.В.* и др.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1984. Т. 48. С. 2299.
56. *Коняев П.А., Лукин В.П., Фортес Б.В.*//Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. С. 71.
57. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н.*//Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. С. 816.
58. *Kopyaev P.A., Lukin V.P.*//Appl. Oprt. 1985. V. 25. P. 415.
59. *Кандидов В.П., Шленов С.А*//КЭ. 1985. Т. 12. С. 1490.
60. *Коняев П.А., Лукин В.П.*//КЭ. 1988. Т. 15. С. 341.
[61] *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н., Шамонин М.В.*//Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. С. 933.
62. *Воробьев В.В.*//Изв. вузов. Физика. 1977. Т. 11. С. 61.
63. *Егоров К.Д., Чесноков С.С.*//КЭ. 1987. Т. 14. С. 1269.
64. *Ламли Дж.Л., Пановский Г.А.* Структура атмосферной турбулентности. — М.: Мир, 1966.
65. *Аграновский Б.С., Воробьев В.В. и др.*//КЭ. 1980. Т. 7. С. 545.
66. *Бабиченко С.М., Кандидов В.Л.*//КЭ. 1984. Т. 11. С. 1372.
67. *Бабиченко С.М., Кандидов В.П., Мякинин В.А., Шленов С.А.*//КЭ. 1986. Т. 13. С. 2183.
68. *Мякинин В.А., Тихонова Н.С.*//КЭ. 1985. Т. 12. С. 1074.
69. *Алешкевич В.А., Лебедев С.С., Матвеев А.Н.*//КЭ. 1984. Т. 11. С. 1459.
70. *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С.* Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. — М.: Наука, 1988. — С. 312.
[71] *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин* АС.//УФН. 1986. Т. 149. С. 449.
72. *Thomazeau I. et al.*//Opt. Lett. 1985. V. 10. P. 223.
73. *Бабенко В.А., Зельдович Б.Я., Малышев В.И., Сычев А.А.*//КЭ. 1973. Т. 1. С. 19.
74. *Ахманов С.А.* Нелинейная оптика. — М.: Мир, 1979. — С. 365.
75. *Фаттахов Ф.М., Чиркин А.С.*//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1985. Т. 49. С. 553.
76. *Кандидов В.П., Шленов С.А.*//Вестник МГУ. Сер. физ., астр. 1984. Т. 25. С. 51.
77. *Выслоух В.А., Довченко Д.Н.* и др.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. С. 1220.
78. *Дианов Е.М.*//КЭ. 1980. Т. 7. С. 453.
79. *Marcuse D*//App1. Opt. 1980. V. 19. P. 1653.
80. *Marcuse D.*//Ibidem. 1981. V. 20. P. 2969.
[81] *Marcuse D., Lin* C.//IEEE J. Quantum Electron. 1981. QE-17. P. 869.
82. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Т.Д., Матвеев А.Н., Терзиева С.И.*//Тезисы докладов V Международного симпозиума "СПС-87". — Вильнюс, 1987. — С. 105.
83. *Выслоух В.А.*//КЭ. 1983. Т. 10. С. 1668.
84. *Joenk R.J., Landauer R.*//Phys. Rev. Lett. A. 1967. V. 24. P. 228.
85. *Yajima T.*//Japan. J. Appl. Phys. 1982. V. 21. P. 1044.
86. *Anderson D., Lisak M.*//Opt. Lett. 1982. V. 7. P. 394.
87. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н., Терзиева С.И.*//Тезисы докладов XIII Международной конференции по КиНО. — Минск, 1988. — Ч. 1. С. 158.
88. *Hasegawa A., Tappert F.*//Appl. Phys. Lett. 1973. V. 23. P. 142.
89. *Mollemuer L.F., Stolen R.H., Gordon J.P.*//Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 1095.
90. *Anderson D.*//Opt. Commun. 1983. V. 48. P. 107.
[91] *Сисакян И.Н., Шварцбург А.Б.*//КЭ. 1984. Т. 11. С. 1703.
92. *Ахманов С.А., Выслоух В.А., Мурадян Л.Х.* и *др.* Препринт физ. ф-та МГУ No. 18. — Москва, 1984.

93. *Tomlinson W.J., Stolen R.H., Shank C.V.*//J. Opt. Soc. Am. B. 1984. V. 1. P. 139.
94. *Выслоух В.А., Мурадян Л.Х.*//КЭ. 1987. Т. 14. С. 1437.
95. *Knox W.H. et al.*//Appl. Phys. Lett. 1985. V. 46. P. 1120.
96. *Выслоух В.А., Матвеева Т.А.*//КЭ. 1987. Т. 14. С. 792.
97. *Кандидов В.П., Шлемов С.А.*//Изв. А. СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. С. 1191.
98. *Кловский Д.Д., Сисакян И.Н., Шварцбург А.Б., Широков С.А.*//Радиотехн. и электрон. 1987. Вып. 4. С. 740.
99. *Хасегава А., Кодами Ю.*//ТИИЭР. 1981. Т. 69. С. 57.
100. *Mollenauer L.F., Stolen R.H., Gordon J.P., Tomlinson W.J.*//Opt. Lett. 1983. V. 8. P. 289.
[101] *Дианов Е.М., Карасик А.Я.*//Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 40. С. 148.
102. *Дианов Е.М., Карасик А.Я.*//Ibidem. 1985. Т. 41. С. 242.
103. *Херман П., Вильгельми Б.* Лазеры сверхкоротких световых импульсов: Пер. с нем./Под ред. П.Г. Крюкова. — М.: Мир, 1986.
104. *Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Чиркин* АС.//ЖЭТФ. 1968. Т. 55. С. 1430.
105. *Бельский А.М., Хапалюк А.Г.*//Ж. прикл. спектр. 1972. Т. 17. С. 150.
106. *Martinez O.E.*//Opt. Commun. 1986. V. 59. P. 229.
107. *Chrtstov I.P.*//Optica Acta. 1986. V. 33. P. 63.
108. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н.*//Тезисы докладов V Всесоюзной конференции "Оптика лазеров". — Л., 1987. — С. 131.
109. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н.*//Тезисы докладов IX Всесоюзной конференции по распространению и дифракции волн. — Тбилиси, 1985. — Ч. 2. С. 149.
110. *Christov I.P.*//Opt. Commun. 1985. V. 53. P. 364.
[111] *Луговой В.Н.*//Письма ЖЭТФ. 1974. Т. 19. С. 176.
112. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д.*//КЭ. 1990. Т. 17. С. 819.
113. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н., Шамонин М.В.*//Тезисы докладов совещания "Оптоэлектроника-89". — Баку: ИФ АН АзССР. 1989. С. 77.
114. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н., Шамонин М.В.* //*Лазеры* и атмосфера/Под ред. О.А. Волковицкого. — Обнинск. 1990. Ч. П. С. 132.
115. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н., Шамонин М.В.*//Тезисы докладов Всесоюзного семинара "Математическое моделирование и применение явлений дифракции". — М.: МГУ, 1990. — С. 97.
116. *Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н., Терзиева С.И., Шамонин М.В.*//КЭ. 1990. Т. 17. С. 1619.
117. *Brown R.H., Twiss R.Q.*//Nature. 1956. V. 1977. P. 27.
118. *Рэлей Дж.* Волновая теория света. — М.: Гостехиздат, 1940.
119. *Борн М., Вольф Е.* Основы оптики. — М.: Наука, 1973.
120. *Цернике Ф., Мидвинтер Дж.* Прикладная нелинейная оптика. — М.: Мир, 1976.
121 *Ахманов С.А., Хохлов Р.В.* Проблемы нелинейной оптики. — М.: ВИНИТИ АН СССР, 1964.

Статья поступила 19.03.90 г.,
после доработки 12.05.91 г.