

ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

538.945

ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНАЯ СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ НА ОСНОВЕ УЧЕТА ОСОБЕННОСТЕЙ ЭЛЕКТРОННОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА

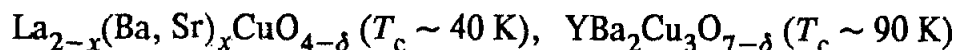
В.А. Москаленко, М.Е. Палистрант, В.М. Вакалюк

(Институт прикладной физики АН Республики Молдова)

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|-----|
| 1. Введение | 155 |
| 2. Термодинамические свойства | 158 |
| 3. Верхнее критическое поле | 162 |
| 4. Влияние разупорядочения кислорода или примеси на температуру перехода в ВТСП | 163 |
| 5. Двухзонная модель и электронные топологические переходы | 168 |
| 6. Перекрывание трех энергетических зон на поверхности Ферми | 172 |
| 7. Заключение | 176 |
| Список литературы | 177 |

1. Введение. Открытие высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) в



и других керамиках стимулировало экспериментальные исследования свойств этих материалов. В частности, очень интенсивно ведутся исследования по изучению состава кислорода, влияния замещения атомов меди другими металлами, влияние нейтронного облучения и др. на сверхпроводящие свойства металлоксидных керамик.

В плане теоретических исследований предложено большое количество моделей и механизмов с целью понять это уникальное явление и объяснить имеющийся богатый спектр магнитных и сверхпроводящих свойств этих материалов. Наряду с обычным механизмом сверхпроводимости, основанным на электрон-фоонном взаимодействии [1 — 5], предложен экситонный механизм [6], дырочный [7], магнитный [8], интерференция диэлектрических и сверхпроводящих корреляций [9] и др.

Расчет зонной структуры [10 — 13] показывает, что в вышеуказанных соединениях поверхность Ферми может проходить через точки высокой симметрии, что соответствует электронному топологическому переходу Лифшица [14]. Кроме того, в этих соединениях на поверхности Ферми пересекаются несколько энергетических зон [13, 15]. Так, например, в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ [15] с ростом содержания кислорода растет число зон, перекрывающихся на по-

верхности Ферми: при $\delta = 1$ имеются две энергетические зоны, а при $\delta = 0$ — три. Это обстоятельство наталкивает на мысль о возможности описания металлоксидных керамик на основании многозонной теории сверхпроводимости [16 — 19]. Увеличение количества энергетических зон на поверхности Ферми приводит к увеличению суммарной плотности электронных состояний, а также к возникновению дополнительного межзонного электрон-электронного взаимодействия, способствующего возникновению сверхпроводимости. Это взаимодействие нарушает универсальные соотношения БКШ, возникает существенная зависимость термодинамических характеристик от свойств анизотропной системы.

Интересной особенностью двухзонной модели является независимость температуры сверхпроводящего перехода T_c от знака константы межзонного электрон-электронного взаимодействия. Это обстоятельство позволяет применять двухзонную модель как в случае обычного электрон-фононного механизма сверхпроводимости, так и при механизме, в основу которого положено отталкивающее взаимодействие между носителями разных зон.

Учет вышеуказанных особенностей зонного спектра позволяет объяснить довольно большое количество экспериментальных данных по поведению термодинамических и электромагнитных характеристик металлоксидных керамик. В частности, на основании двухзонной модели в предположении умеренных значений констант связи можно получить высокие T_c , две энергетические щели $2\Delta_1/T_c > 3,5$, $2\Delta_2/T_c < 3,5$, большие отрицательные значения величины $d \ln T_c / d \ln V$ (V — объем), положительную кривизну верхнего критического поля вблизи температуры перехода и др. [20 — 25]. Такое поведение вышеуказанных величин наблюдается в ряде экспериментов [26 — 29]. Интересной является идея, высказанная в работе [30], о том, что при довольно сильном межзонном взаимодействии возможно возникновение бесщелевого состояния в чистой двухзонной системе, что, в свою очередь, может объяснить наблюдаемую линейную температурную зависимость теплоемкости в высокотемпературных сверхпроводниках в области низких температур [31]. Кроме того, двухзонная модель позволяет описать убывание величины T_c с ростом неупорядочения кислорода, а также при замещении атомов меди немагнитной примесью (Al, Zn и др.) [23, 32]. В этих работах предполагается, что основным механизмом, способствующим этому убыванию, является межзонное рассеяние электронов на хаотически распределенных вакансиях кислорода или на примеси. Наряду с этим важную роль в определении T_c играет положение уровня Ферми. В самом деле, легирование или введение кислорода изменяет положение уровня Ферми, заставляет его проходить через особые, критические точки энергетического спектра, в результате чего происходит электронный топологический переход. Зависимость T_c от положения химического потенциала в двухзонной модели выполнена в работе [25].

Целью данной статьи является обзор работ авторов по применению многозонной модели [16] для описания свойств ВТСП, а также обобщение этой теории на случай наличия точек высокой симметрии в импульсном пространстве, расположенных вблизи уровня Ферми.

В настоящем обзоре приведены основные положения теории сверхпрово-

димости с перекрывающимися энергетическими полосами, сформулирован модельный гамильтониан, описывающий эти системы, и приведены основные выводы предложенной теории. Показано отклонение основных формул микроскопической теории многозонных сверхпроводников от универсальных соотношений теории БКШ — Боголюбова. Эти отклонения существенно зависят от конкретных свойств веществ и открывают новые возможности для физической интерпретации наблюдаемых многообразных свойств сверхпроводников, в том числе высокотемпературных. В связи с тем, что в настоящее время не существует теоретического подхода, способного с единой точки зрения объяснить совокупность термодинамических, магнитных, сверхпроводящих свойств материалов ВТСП, представляется полезной попытка объяснить отдельные аспекты этой многогранной проблемы с точки зрения концепции механизма сверхпроводимости многозонной теории.

Авторы отдают себе отчет о том, что современный уровень теоретического определения зонного спектра сложных материалов, хотя и описывает довольно адекватно зонную структуру сложных соединений, не может полностью претендовать на точное ее описание. Поэтому приложение многозонной теории к соединениям ВТСП в определенной степени является проблематичным. Тем не менее вопрос о существовании перекрытия энергетических зон на поверхности Ферми в них является достоверным, вследствие чего делается разумным применение этой теории для объяснения свойств ВТСП

В п. 2 двухзонная модель применяется для описания термодинамических свойств соединений $\text{La}_{2-x}(\text{Ba}, \text{Sr})_x\text{CuO}_4$ (одна зона широкая, а другая узкая) и $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (обе зоны одинаковой ширины).

В п. 3 исследуются значение и температурная зависимость верхнего критического поля H_{c2} в ВТСП на основе двухзонной модели,

В п. 4 исследуется влияние разупорядочения кислорода и примеси, замещающей Cu, в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$. При этом в качестве основного механизма, способствующего убыванию температуры перехода T_c с ростом кислородных вакансий (примеси) выступает межзонное рассеяние электронов на примеси.

В п. 5 мы будем рассматривать обычный электрон-фононный механизм сверхпроводимости в двухзонной модели с учетом наличия сильной анизотропии и экстремальных точек в \mathbf{k} -пространстве, что приводит к электронным топологическим переходам при введении кислорода в систему. Будут рассмотрены случаи возникновения плоских участков на поверхности Ферми, а также цилиндрических полостей.

В п. 6 исследуется зависимость T_c от заполнения энергетических зон в модели перекрытия трех энергетических зон и в предположении, что возникновение сверхпроводимости обязано только лишь наличию эффективного межзонного взаимодействия дырок, знак которого не влияет на величину T_c . Такое предположение позволяет расширить это взаимодействие на значительную часть \mathbf{k} -пространства и выполнить обрезание интегралов в уравнении, определяющем T_c , по энергии электронного порядка.

2. Термодинамические свойства. Модельный гамильтониан, описывающий двухзонную систему, имеет вид [16]

$$H = \sum_{n,k,\sigma} \varepsilon_n(\mathbf{k}) a_{nk\sigma}^+ a_{nk\sigma} - \sum_{n,m,k,k'} V_{nm}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') a_{nk\uparrow}^+ a_{n,-k\downarrow}^+ a_{m,-k'\downarrow} a_{m,k'\uparrow}, \quad (2.1)$$

где ε_n — энергия электронов в n -й зоне ($n, m = 1, 2$), V_{nm} — эффективные матричные элементы межэлектронного взаимодействия, $a_{nk\sigma}^+$ и $a_{nk\sigma}$ — операторы порождения и уничтожения электронов в состоянии $|nk\sigma\rangle$. На основании (2.1) для параметров порядка Δ_1 и Δ_2 получаем систему уравнений

$$\Delta_n = \frac{1}{2} \sum_m V_{nm} \sum_k \frac{\text{th} \left(\frac{\beta E_m(k)}{2} \right)}{E_m(k)}, \quad (2.2)$$

где энергии элементарных одночастичных возбуждений имеют вид

$$E_m(k) = \left(\varepsilon_m^2(k) + \Delta_m^2 \right)^{1/2}. \quad (2.3)$$

Будем полагать, что важным механизмом, ответственным за ВТСП, является межзонное притягательное взаимодействие между квазичастицами (независимо от его природы). В этом предположении можно полагать $V_{22} = 0$; $V_{12}, V_{11} \neq 0$. В этом приближении для критической температуры перехода в сверхпроводящее состояние T_c имеем

$$T_c = \frac{2\gamma_3 \omega_D}{\pi} e^{-\xi}, \quad (2.4)$$

где

$$\xi = \frac{[\lambda_{12}^2 + (\lambda_{11}^2/4)]^{1/2}}{\lambda_{12}^2} - \frac{\lambda_{11}}{2\lambda_{12}^2}, \quad (2.5)$$

$$\lambda_{11} = N_1 V_{11}, \quad \lambda_{12} = (N_1 N_2)^{1/2} V_{12},$$

N_1, N_2 — плотности электронных состояний на соответствующей части поверхности Ферми. Нетрудно видеть на основании (2.4), (2.5), что наличие межзонного взаимодействия между электронами приводит к существенному отличию этой формулы от случая однозонного проводника (теории БКШ). В приближении слабой связи для параметров порядка Δ_1 и Δ_2 при $T = 0$ имеем

$$\Delta_1(0) = 2\omega_0 z^{1/(1+nz^2)} e^{-\xi}, \quad \Delta_2(0) = 2\omega_0 z^{-1/[1+(1/nz^2)]} e^{-\xi}. \quad (2.6)$$

На основании (2.4) и (2.6) получаем

$$\frac{2\Delta_1(0)}{T_c} = \frac{2\pi}{\gamma_3} z^{1/(1+nz^2)}, \quad \frac{2\Delta_2(0)}{T_c} = \frac{2\pi}{\gamma_3} z^{-1/[1+(1/nz^2)]}, \quad (2.7)$$

где

$$z = \frac{\Delta_1(0)}{\Delta_2(0)} = \frac{(\lambda_{11}/2) + [(\lambda_{11}^2/4) + \lambda_{12}^2]^{1/2}}{\sqrt{n} \lambda_{12}}. \quad (2.8)$$

Из формул (2.7) вытекает, что отношение $2\Delta/T_c$ не является универсальной величиной, а определяется величиной z и отношением плотностей электронных состояний $n = N_1/N_2$.

Относительный скачок электронной теплоемкости в критической точке ($T = T_c$) имеет вид

$$(C_s^3 - C_n^3)/C_n^3 \approx 1,43A_1(z^2), \quad (2.9)$$

где C_n^3 — низкотемпературная электронная теплоемкость нормального металла, которая в двухзонном случае имеет вид

$$C_n^3 = \frac{2\pi^2}{3}(N_1 + N_2)T. \quad (2.10)$$

Величина $A_1(z^2)$ определяется выражением [18, 19, 33]

$$A_1(z^2) = \frac{(n + z^{-2})^2}{(1 + n)(n + z^{-4})}. \quad (2.11)$$

Присутствие множителя $A_1(z^2)$ в (2.9) указывает на неуниверсальный характер относительного скачка электронной теплоемкости двухзонных сверхпроводников. $A_1(z^2)$ может принимать значения значительно меньше единицы, что обеспечивает малость относительного скачка электронной теплоемкости.

Приведем также выражения для термодинамического критического поля $H_c(T)$ в области низких температур ($T/T_c \ll 1$), а также вблизи T_c [18, 19, 33]:

$$\frac{H_c^2(T \sim 0)}{H_c^2(0)} \approx 1 - 2\chi \frac{T^2}{T_c^2}, \quad \frac{H_c(T \rightarrow T_c)}{H_c(0)} \approx 1,73A_3(z) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right), \quad (2.12)$$

где

$$H_c(0) = \left(4\pi \sum_n N_n \Delta_n^2(0)\right)^{1/2}, \quad \chi = 1,06A_3(z), \quad (2.13)$$

$$A_2(z) = \frac{z(1+n)}{1+nz^2} \exp\left(-\frac{1-nz^2}{1+nz^2} \ln z\right), \quad A_3(z) = \left(\frac{n+1/z^2}{n+1/z^4}\right) z^{-1/(1+nz^2)}.$$

Появление функций $A_2(z)$ и $A_3(z)$ в формулах (2.12) также нарушает универсальные соотношения теории БКШ. Возникает существенная зависимость термодинамического критического поля от свойств анизотропной системы.

Приведенные выше формулы, определяющие термодинамические свой-

ства двухзонных систем, можно попытаться применить для описания свойств высокотемпературных сверхпроводников $\text{La}_{2-x}\text{M}_x\text{CuO}_4$, а также $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$. В первом из этих соединений возможно перекрытие двух зон: зона I состоит из медной $d_{x^2-y^2}$ и кислородной 2p-гибридизированной зоны и вторая зона состоит преимущественно из d_{z^2} - и кислородных 2p-орбиталей [20]. Вторая зона узкая, и мы имеем $N_1 \ll N_2$ ($n \ll 1$).

В случае $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ количество зон на поверхности Ферми зависит от значения x [15]. Поскольку эти зоны примерно одинаковой ширины, можно в этом случае полагать $N_1 \approx N_2$ и ($n \approx 1$). Численные оценки термодинамических характеристик, выполненные на основании приведенных выше формул, даны в табл. I — III. Для достижения значений $T_c \approx 40$ К, которые наблюдаются в $\text{La}_{2-x}\text{M}_x\text{CuO}_4$, нужны небольшие, физически разумные значения частот ω_0 . Так, например, последней колонке табл. I для случая $T_c = 40$ К соответствуют $\omega_0 = 214, 155$ и 120 К. Для класса металлических керамик $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ $\omega_0 \approx 863$ К и получить наблюдаемые значения величины $T_c \approx 100$ К не представляет большого труда на основании приведенной выше теории. Возможные значения величины T_c для этого случая приведены в последней колонке табл. III. Табл. II и III показывают, что в приближении слабой связи возможны существенное отличие отношения $2\Delta_1/T_c$ от $2\Delta_2/T_c$, малые скачки теплоемкости и значительное отличие величины $H_c(T)$ от теории БКШ. Эти особенности наблюдаются в рассматриваемых высокотемпературных сверхпроводниках. В частности, в ряде туннельных экспериментов (см., например, [26]) в керамиках $\text{La}_{2-x}(\text{Ba}, \text{Sr})_x\text{CuO}_4$ обнаружены две энергетические щели и получены соотношения

$$2\Delta_1/T_c > 3,5 \text{ и } 2\Delta_2/T_c < 3,5.$$

Малые значения $2\Delta_2/T_c$ дают также эксперименты по инфракрасному поглощению [27] (см. также ссылки в [20]).

Таблица I. Зависимость $T_c/1,14\omega_0$ от двух параметров взаимодействия λ_{11} и λ_{12}

| λ_{12} : | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\lambda_{11} = 0,1$ | 0,002 | 0,02 | 0,059 | 0,11 | 0,164 |
| 0,3 | 0,048 | 0,082 | 0,127 | 0,177 | 0,226 |
| 0,5 | 0,146 | 0,173 | 0,210 | 0,25 | 0,291 |

Таблица II. Случай $n = 0,1$ (применительно к $\text{La}_{2-x}(\text{Ba}, \text{Sr})_x\text{CuO}_4$)

| λ_{11} | λ_{12} | z | $\frac{2\Delta_1}{T_c}$ | $\frac{2\Delta_2}{T_c}$ | $\frac{C_s^3 - C_n^3}{C_n^3}$ | χ | $A_3(z)$ |
|----------------|----------------|------|-------------------------|-------------------------|-------------------------------|--------|----------|
| 0,1 | 0,3 | 3,73 | 6,07 | 1,63 | 0,365 | 2,58 | 0,734 |
| 0,1 | 0,4 | 3,58 | 6,12 | 1,71 | 0,388 | 2,42 | 0,741 |
| 0,1 | 0,5 | 3,49 | 6,15 | 1,76 | 0,403 | 2,33 | 0,743 |
| 0,3 | 0,2 | 6,32 | 5,06 | 0,80 | 0,202 | 5,28 | 0,771 |
| 0,3 | 0,3 | 5,12 | 5,50 | 1,07 | 0,171 | 4,08 | 0,743 |
| 0,3 | 0,5 | 4,25 | 5,86 | 1,38 | 0,304 | 2,96 | 0,733 |

Таблица III. Случай $n = 1$ (применительно к $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$)

| λ_{11} | λ_{12} | z | $\frac{2\Delta_1}{T_c}$ | $\frac{2\Delta_2}{T_c}$ | $\frac{C_s^3 - C_n^3}{C_n^3}$ | χ | $A_3(z)$ | T_c, K (при $\omega_0 = 863 \text{ K}$) |
|----------------|----------------|------|-------------------------|-------------------------|-------------------------------|--------|----------|--|
| 0,1 | 0,3 | 1,18 | 3,75 | 3,18 | 1,39 | 0,76 | 0,994 | 58 |
| 0,2 | 0,3 | 1,39 | 3,91 | 2,82 | 1,30 | 0,89 | 0,978 | 89 |
| 0,4 | 0,1 | 4,24 | 3,78 | 0,89 | 0,794 | 1,77 | 0,951 | 93 |
| 0,4 | 0,3 | 1,87 | 4,02 | 2,15 | 1,09 | 1,15 | 0,949 | 165 |
| 0,5 | 0,5 | 1,62 | 4,0 | 2,47 | 1,19 | 1,02 | 0,961 | 286 |

Представляет интерес зависимость величины T_c от объема в рассматриваемой модели. На основании формул (2.4), (2.5) получаем

$$\frac{d \ln T_c}{d \ln V} = \frac{d \ln \omega_0}{d \ln V} - \left(\frac{\lambda_{11}}{4\lambda_{12}^2 \eta} - \frac{\lambda_{11}}{2\lambda_{12}^2} \right) \frac{d \ln \lambda_{11}}{d \ln V} - \left[\frac{1}{\eta} - \frac{2}{\lambda_{12}} \left(\eta - \frac{\lambda_{11}}{2} \right) \right] \frac{d \ln \lambda_{12}}{d \ln V}, \quad (2.14)$$

где $\eta = (\lambda_{12}^2 + 1/4 \lambda_{11}^2)^{1/2}$. На рис. 1 представлена зависимость величины $d \ln T_c / d \ln V$ как функции от T_c при

$$\frac{d \ln \omega_0}{d \ln V} = -1, \quad \frac{d \ln \lambda_{11}}{d \ln V} = \frac{d \ln \lambda_{12}}{d \ln V} = -2$$

и значениях $\omega_0 = 181, 360, 500 \text{ K}$ (кривые 1 — 3 соответственно). Нетрудно видеть из этого рисунка, что можно получить большие отрицательные значения величины $d \ln T_c / d \ln V$, наблюдаемые на эксперименте в соединениях $\text{La}_{2-x}\text{M}_x\text{CuO}_4$ [28]. При этом нет необходимости выбирать аномально большие значения производных по объему от параметров теории $\omega_0, \lambda_{11}, \lambda_{12}$ а можно ограничиться вполне физически разумными величинами.

Отметим, что поведение величины $d \ln T_c / d \ln V$ как функции от T_c в рассматриваемой двухзонной модели аналогично поведению этой величины в теории двумерной сверхпроводимости [28, 34], в которой учитывается логарифмическая особенность в электронной плотности состояний.

Следовательно, учет

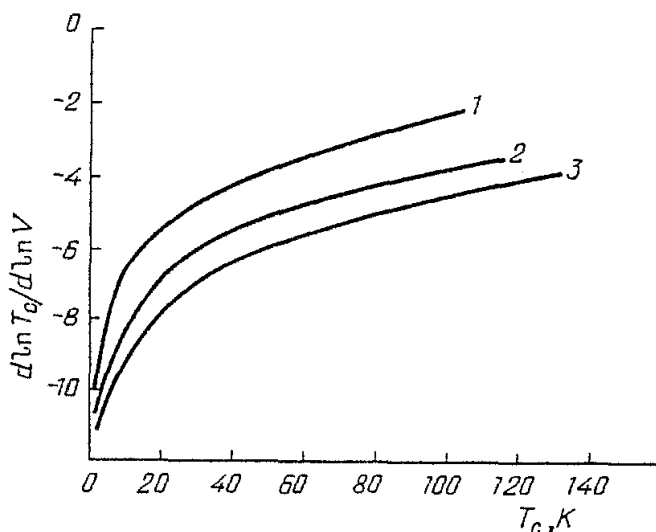


Рис. 1. Зависимость величины $d \ln T_c / d \ln V$ (V — объем) от T_c

особенностей в электронной плотности состояний, таких как перекрытие энергетических полос и электронные топологические переходы, может играть решающую роль в описании термодинамических свойств ВТСП. Возможно, что необходимо учитывать эти особенности одновременно.

3. Верхнее критическое поле. Исследование свойств двухзонного сверхпроводника вблизи верхнего критического поля можно выполнить на основании обобщенных уравнений Гинзбурга—Ландау [35 — 37].

С учетом условия $V_{22} = 0$ выражения для величины H_{c2} в области низких температур ($T \rightarrow 0$) можно привести к виду [38]

$$\frac{H_{c2}(T \rightarrow 0)}{H_{c2}(0)} = 1 + \frac{16\gamma_3}{\pi^2 e_0^2} \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \Phi(T) \exp(\nu(\lambda) - \nu(1)), \quad (3.1)$$

$$H_{c2}(0) = \frac{\pi^2 T_c^2 e_0^2}{2\gamma_3 e \vartheta_1 \vartheta_2} \exp(\nu(1) - \nu(\lambda)), \quad (3.2)$$

$$\Phi(T) =$$

$$= (\lambda \gamma^- + \frac{1}{\lambda} \gamma^+) [\xi'(2) + \frac{1}{2} \xi(2) (2 \ln \frac{T}{T_c} + 2 \ln \frac{4}{\pi e_0} + \nu(\lambda) - \nu(1) + \ln \lambda)],$$

$$\nu(\lambda) = \left[\left(\ln \lambda + \frac{\lambda_{11}}{\lambda_{12}^2} \right)^2 + \frac{4}{\lambda_{12}^2} \right]^{1/2}, \quad \gamma^\pm = \frac{1}{2} \left[1 \pm \left(\frac{\ln \lambda + \lambda_{11} \lambda_{12}^{-2}}{\nu(\lambda)} \right) \right]; \quad (3.3)$$

$\lambda = \vartheta_1 / \vartheta_2$; ϑ_1, ϑ_2 — скорости электронов на соответствующей полости поверхности Ферми, e_0 — основание натурального логарифма, e — заряд электрона.

Для температур, близких к температуре сверхпроводящего перехода, получаем [18, 38]

$$\frac{H_{c2}(T \sim T_c)}{H_{c2}(0)} = \frac{8\gamma_3 \vartheta_1 \vartheta_2}{e_0^2 [\vartheta_1^2 \eta_1 + \vartheta_2^2 \eta_2]} \exp(\nu(\lambda) - \nu(1)) \cdot \frac{6}{7\xi(3)} \times$$

$$\times \left(1 - \frac{T}{T_c} \right) \left\{ 1 + \left(1 - \frac{T}{T_c} \right) \left[\frac{\frac{\vartheta_1^2}{\vartheta_2^2} \eta_1 + \frac{\vartheta_2^2}{\vartheta_1^2} \eta_2}{\left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} \eta_1 + \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} \eta_2 \right)^2} \frac{31}{10} \xi(5) \left(\frac{6}{7\xi(3)} \right)^2 - \frac{3}{2} \right] \right\}, \quad (3.4)$$

где

$$\eta_{1,2} = (1 \pm \eta)/2, \quad \eta = \lambda_{11} / \lambda_{12}^2 \nu(1). \quad (3.5)$$

Полагая в формулах (3.1) — (3.4) $\vartheta_1 = \vartheta_2$, получаем соответствующие отношения для обычного однозонного сверхпроводника. Эти отношения имеют вид

$$\frac{H_{c2}(T \rightarrow 0)}{H_{c2}(0)} = 1 + \frac{16\gamma_3}{\pi^2 e_0^2} \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \left\{ \xi(2) \ln \frac{T}{T_c} + \xi'(2) + \xi(2) \ln \frac{4}{\pi e_0} \right\}, \quad (3.6)$$

$$\frac{H_{c2}(T \rightarrow T_c)}{H_{c2}(0)} = \frac{8\gamma_3}{e_0^2} \frac{6}{7\xi(3)} \left(1 - \frac{T}{T_c} \right) \left\{ 1 + \left(1 - \frac{T}{T_c} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{31}{10} \xi(5) \left(\frac{5}{7\xi(3)} \right)^2 - \frac{3}{2} \right] \right\} \quad (3.7)$$

и совпадают с результатами работ [39, 40].

Если ввести $H_{c2}^0(0)$ и T_{c0} (верхнее критическое поле и критическая температура низкотемпературного однозонного сверхпроводника), то на основании (3.2) получаем

$$H_{c2}(0)/H_{c2}^0(0) = (T_c/T_{c0})^2 \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} \cdot \exp(\nu(1) - \nu(\lambda)). \quad (3.8)$$

Численные оценки (3.8) позволяют сделать вывод, что верхнее критическое поле двухзонных сверхпроводников при $T = 0$ может на два-три порядка превышать значение $H_{c2}^0(0)$ обычных сверхпроводников. Эти большие значения $H_{c2}(0)$ обеспечиваются высокими T_c и отношением $\vartheta_1/\vartheta_2 > 1$ либо $\gg 1$.

На рис. 2 дана зависимость $H_{c2}(T)/H_{c2}(0)$, полученная на основании формул (3.1) и (3.4) значения H_{c2} при $T \sim 0$ и $T \sim T_c$ соответственно и их экстраполяции.

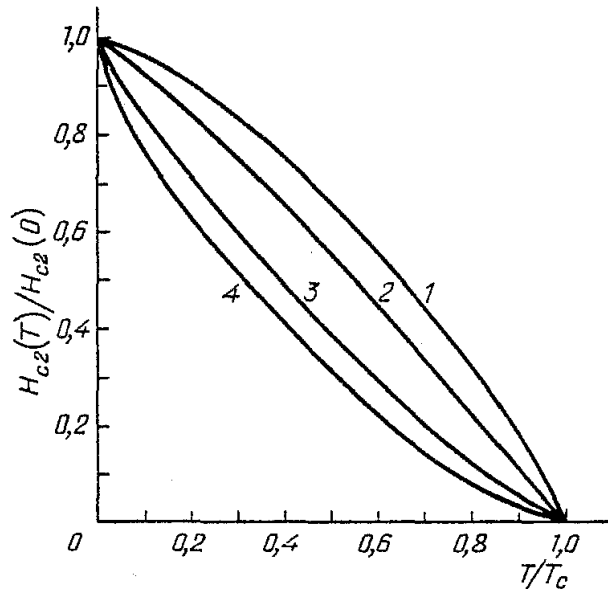


Рис. 2. Температурная зависимость $H_{c2}(T)/H_{c2}(0)$ при $\lambda_{11} = 0,2$, $\lambda_{12} = 0,3$ и значениях $\vartheta_1/\vartheta_2 = 1, 10, 20$ и 40 (кривые 1 — 4 соответственно)

Нетрудно видеть, что с ростом ϑ_1/ϑ_2 меняется кривизна в этой зависимости. Кривые 3 и 4 дают кривизну, наблюдаемую на эксперименте. Выходит, что если во второй зоне имеются тяжелые носители (малые скорости на поверхности Ферми), то двухзонная модель качественно описывает поведение H_{c2} как функция от температуры.

4. Влияние разупорядочения кислорода или примеси на температуру перехода в ВТСП. В этом параграфе делается попытка понять на основании двухзонной модели наблюдаемое на эксперименте уменьшение величины T_c с уменьшением концентрации кислорода или разупорядочением кислородных вакансий в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$. Разупорядочение выступает здесь как фактор немагнитного распаривания сверхпроводящих пар. Мы исходим из гамильтониана, описывающего двухзонный сверхпроводник:

$$H = H_0 + H_1, \quad (4.1)$$

где H_0 — гамильтониан чистого двухзонного вещества (2.1), а H_1 имеет вид

$$H_1 = \frac{1}{V} \sum_{\sigma} \sum_{n, \mathbf{k}} \sum_{n', \mathbf{k}'} a_{n\mathbf{k}\sigma}^+ a_{n'\mathbf{k}'\sigma} \rho(\mathbf{k} - \mathbf{k}') U_{nn'}(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (4.2)$$

$$\rho(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \sum_j \exp[-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}')\mathbf{r}_j]. \quad (4.3)$$

Следовательно, мы полагаем, что металлическая фаза $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ с максимальной температурой сверхпроводящего перехода $T_c \approx 90$ К описывается двухзонным гамильтонианом H_0 . С уменьшением количества кислорода (увеличением δ) происходит разупорядочение системы. Это обстоятельство приводит к появлению в гамильтониане системы дополнительного члена (4.2), определяющего взаимодействие электронов с дефектом решетки ($U_{nn'}$ — потенциальная энергия рассеяния электронов на кислородной вакансии). Суммирование в (4.3) ведется по хаотически распределенным вакансиям кислорода.

Таким образом, задача определения влияния состава кислорода или разупорядочения на величину T_c формально сводится к задаче определения влияния немагнитной примеси на температуру сверхпроводящего перехода в двухзонных сверхпроводниках [41, 42]. При этом уменьшение количества кислорода (увеличение δ) соответствует росту концентрации примеси. Критическую температуру двухзонного сверхпроводника находим как собственное значение уравнения для связанного состояния пары электронов или дырок при равной нулю энергии связи. Для получения этого уравнения исходим из уравнения Дайсона для двухчастичной функции Грина рассматриваемой системы (4.1). Выполнив в нем усреднение по хаотически распределенным вакансиям кислорода, получаем линеаризованную систему уравнений для сверхпроводящих параметров порядка Δ_1 и Δ_2 [41, 42]:

$$\begin{aligned} \Delta_1 = & \left[\lambda_{11}\xi - (\lambda_{12} - jn^{1/2}\lambda_{12}) \left(1 + \frac{\tau_{12}}{\tau_{21}} \right)^{-1} J_2(\tau_{12}) \right] \Delta_1 + \\ & + \left[\lambda_{12}\frac{1}{\sqrt{n}}\xi + (\lambda_{11} - jn^{1/2}\lambda_{12}) \left(1 + \frac{\tau_{12}}{\tau_{21}} \right)^{-1} J_2(\tau_{12}) \right] \Delta_2, \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} \Delta_2 = & \left[\xi n^{1/2}\lambda_{12} - \lambda_{12}n^{1/2}J_2(\tau_{12}) \left(1 + \frac{\tau_{12}}{\tau_{21}} \right)^{-1} \right] \Delta_1 + \\ & + n^{1/2}\lambda_{12}J_2(\tau_{12}) \left(1 + \frac{\tau_{12}}{\tau_{21}} \right)^{-1} \Delta_2, \end{aligned}$$

где

$$\lambda_{11} = N_1 V_{11}, \quad \lambda_{12} = (N_1 N_2)^{1/2} V_{12}, \quad j = \frac{\tau_{12}}{\tau_{21}} \frac{N_2}{N_1} = \frac{\tau_{12}}{\tau_{21}} \frac{1}{n},$$

$$\xi = \ln \frac{2\gamma\omega}{\pi T}, \quad n = \frac{N_1}{N_2}, \quad (4.5)$$

$$J_2 = \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{th} \left(\frac{\beta y}{4} \right) \left(\tau_{12}^{-1} + \tau_{21}^{-1} \right) dy}{y(y^2 + 1)} = \Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{\beta}{4\pi} \left(\frac{1}{\tau_{12}} + \frac{1}{\tau_{21}} \right) \right) - \Psi \left(\frac{1}{2} \right), \quad (4.6)$$

N_1, N_2 — плотности электронных состояний на соответствующей полости поверхности Ферми, V_{11}, V_{12} — эффективное электрон-электронное внутризонное и межзонное взаимодействие, τ_{12} — время релаксации межзонного рассеяния на кислородной вакансии.

При получении (4.4) мы считали, что важным механизмом, ответственным за ВТСП, является межзонное притягательное взаимодействие между электронами (независимо от его природы). В этом предположении можно полагать $V_{22} \ll V_{12}$ и не учитывать межэлектронное взаимодействие внутри второй зоны.

Условие совместимости системы уравнений (4.4), из которого определяется ξ , а следовательно, и T_c , имеет вид

$$a\xi_c^2 - b\xi_c + c = 0, \quad (4.7)$$

где

$$a = -\lambda_{12}^2, \quad \xi_c = \ln \frac{2\omega_0\gamma}{\pi T_c}, \quad b = \lambda_{11} - \lambda_{12}^2 J_2(\tau_{12}), \quad (4.8)$$

$$c = 1 + \lambda_{11} \left(1 + \frac{\tau_{12}}{\tau_{21}} \right)^{-1} J_2(\tau_{12}) - \lambda_{12} n^{1/2} (1 + j) \left(1 + \frac{\tau_{12}}{\tau_{21}} \right)^{-1} J_2(\tau_{12}).$$

Из двух решений уравнения (4.7) выбираем физически разумное, удовлетворяющее условию $T_c \rightarrow 0$ при $\lambda_{11}, \lambda_{12} \rightarrow 0$. Это решение имеет вид

$$\ln \frac{T_c}{T_{c0}} = -\alpha \left[\Psi \left(\frac{1}{2} + \frac{\beta}{4\pi} \left(\frac{1}{\tau_{12}} + \frac{1}{\tau_{21}} \right) \right) - \Psi \left(\frac{1}{2} \right) \right], \quad (4.9)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{\lambda_{11} - 2[\lambda_{11} - \lambda_{12} n^{1/2} (1 + j)] (1 + jn)^{-1}}{(\lambda_{11}^2 + 4\lambda_{12}^2)^{1/2}} \right\}. \quad (4.10)$$

Нетрудно видеть на основании (4.9), что с ростом концентрации вакансий кислорода (увеличением $1/\tau_{12} + 1/\tau_{21}$) критическая температура T_c убывает.

Скорость ее убывания очень сильно зависит от коэффициента α , определяемого формулой (4.10). В свою очередь, зависит от констант электрон-электронного взаимодействия λ_{11} и λ_{12} , от отношения N_1/N_2 , а также от параметра j , определяющего степень различия полостей поверхности Ферми (при сферически-симметричных полостях $j = 1$). Поскольку $\alpha < 1$, то убывь величины T_c будет не столь резкой, как в случае сверхпроводника с парамагнитной примесью [43].

В случае малой концентрации кислородных вакансий

$$\frac{\beta_c}{2} \left(\frac{1}{\tau_{12}} + \frac{1}{\tau_{21}} \right) \ll 1$$

выражение (4.9) приводится к виду

$$T_c = T_{c0} - \frac{\pi\alpha}{8\tau_{12}}(1 + nj). \quad (4.11)$$

Мы имеем линейную убывь величины T_c с ростом параметра τ_{12}^{-1} .

В другом предельном случае

$$\frac{\beta_c}{2} \left(\frac{1}{\tau_{12}} + \frac{1}{\tau_{21}} \right) \gg 1$$

получаем

$$T_c = T_{c0}^{1/(1-\alpha)} \left[\frac{\gamma}{\pi\tau_{12}}(1 + nj) \right]^{\alpha/(\alpha-1)}. \quad (4.12)$$

В этом выражении $T_c \rightarrow 0$ лишь при беспредельном увеличении концентрации примеси. Применительно к данной теории это значит, что нет критической концентрации примеси, при которой $T_c = 0$. Таким образом, межзонное рассеяние электронов на кислородных вакансиях в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ можно рассматривать как механизм существенного подавления сверхпроводимости. На рис. 3 представлена зависимость T_c/T_{c0} от величины $1/\tau_{12}T_{c0}$ при различных значениях параметров теории.

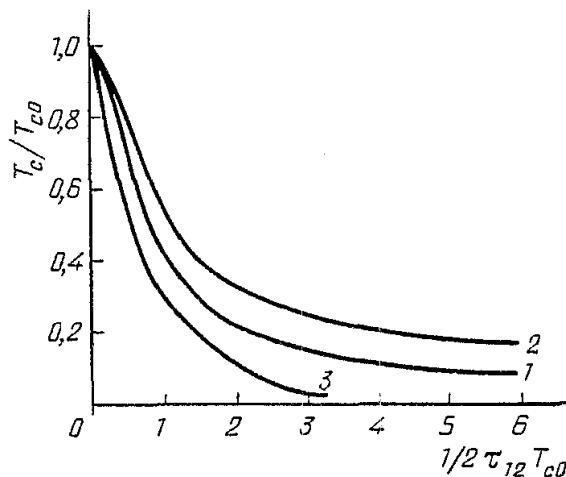


Рис. 3. Зависимость температуры сверхпроводящего перехода T_c от величины $1/2\tau_{12}T_{c0}$ при значениях параметров $\lambda_{11} = 0,4$, $\lambda_{12} = 0,1$ и различных значениях n и j . 1 — $\alpha = 0,51$ ($n = 2, j = 0,5$), 2 — $\alpha = 0,375$ ($n = 1, j = 2$), 3 — $\alpha = 0,673$ ($n = 1, j = 0,5$)

Приведем также выражение для плотности электронных состояний неупорядоченных двухзонных сверхпроводников. Для отношения $N_n(\omega)/N_n$ ($n = 1, 2$) имеем [44, 45]

$$\frac{N_n(\omega)}{N_n} = \text{Im} \frac{u_n(\omega)}{(1 - u_n^2(\omega))^{1/2}} = \text{Re} \frac{u_n(\omega)}{(u_n^2(\omega) - 1)^{1/2}}, \quad (4.13)$$

где $u_1(\omega)$ и $u_2(\omega)$ удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{\Delta_1} &= u_1(\omega) + \alpha_1 \frac{u_1(\omega) - u_2(\omega)}{(1 - u_2^2(\omega))^{1/2}}, \quad \alpha_1 = \frac{1}{2\tau_{12}\Delta_1}, \\ \frac{\omega}{\Delta_2} &= u_2(\omega) + \alpha_2 \frac{u_2(\omega) - u_1(\omega)}{(1 - u_1^2(\omega))^{1/2}}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{2\tau_{12}\Delta_2}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Для полноты отметим, что параметры порядка Δ_1 и Δ_2 при произвольных температурах определяются из системы уравнений

$$\begin{aligned} \Delta_n &= \frac{\pi}{\beta} \sum_m V_{nm} N_m \sum_m \frac{1}{(u_m^2(\Omega) + 1)^{1/2}}, \quad \Omega = (2n + 1)\frac{\pi}{\beta}, \\ \frac{\Omega}{\Delta_1} &= u_1(\Omega) + \alpha_1(\Omega) \frac{u_1(\Omega) - u_2(\Omega)}{(1 + u_2^2(\Omega))^{1/2}} \frac{\omega}{\Delta_2} = u_2(\Omega) + \alpha_2(\Omega) \frac{u_2(\Omega) - u_1(\Omega)}{(1 + u_1^2(\Omega))^{1/2}}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Нетрудно видеть, что плотность электронных состояний, а также параметры порядка сверхпроводящей фазы Δ_1 и Δ_2 существенно зависят от времени релаксации межзонного рассеяния электронов на кислородных вакансиях. Аналитический метод расчета плотностей электронных состояний предложен одним из авторов [45]. Он заключается в выделении неаналитических зависимостей плотностей состояний от малых концентраций примеси (кислородных вакансий) в области частот, близких к параметрам порядка Δ_n , и в разложении по малым величинам теории вдали от этих параметров. В работе [45] приведены также результаты численных расчетов плотностей состояний (4.13) при различных значениях параметров теории.

Энергетическая щель двухзонного сверхпроводника определяется, как наибольшая частота, при которой плотность состояний еще равна нулю. Несмотря на то что у чистого двухзонного сверхпроводника две энергетические щели, включение примеси (неупорядочение) приводит к тому, что двухзонная модель обладает одной энергетической щелью. Это связано с перемешиванием состояний, принадлежащих к различным полостям поверхности Ферми, примесью (кислородными вакансиями). Доказательством этого утверждения является тот факт, что обе плотности электронных состояний начинают одновременно принимать отличные от нуля значения [45]. На наш взгляд, интересен вопрос об уменьшении количества энергетических зон с уменьшением количества кислорода в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$. Это можно понять на основе идеи, что

кислородные вакансии приводят к возникновению распаривающего механизма из-за межзонного рассеяния на них носителей. Как результат возникает одна гибридная зона вместо двух перекрывающихся. Отметим также, что приведенная выше теория может быть применена для описания поведения T_c как функции от концентрации примеси x в $YBa_2(Cu_{1-x}M_x)_3O_{7-\delta}$ при $M = Al, Mo, Zn$. При этом τ_{12} определяется межзонным рассеянием электронов проводимости от хаотически распределенной примеси. Полученная нами зависимость T_c от $1/\tau_{12}$ (см. рис. 3) качественно согласуется с наблюдаемой зависимостью T_c от концентрации примеси [46] (рис. 4).

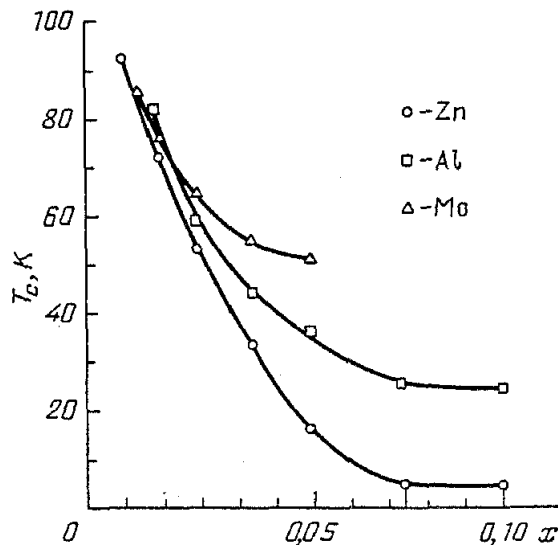


Рис. 4. Температуры сверхпроводящего перехода T_c соединения $YBa_2(Cu_{1-x}M_x)_3O_{7-\delta}$ для $M = Al, Mo$ и Zn как функция от x [46]

5. Двухзонная модель и электронные топологические переходы. Недавно обнаружена интересная особенность в экспериментальной зависимости температуры сверхпроводящего перехода соединения $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ как функции от δ , а также в $(La_{1-x}Sr_x)_2CuO_4$ как функции от x . А именно: в интервале $0,2 \lesssim \delta \lesssim 0,6$ в $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ [47] и $0,05 \lesssim x \lesssim 0,08$ в $(La_{1-x}Sr_x)_2CuO_4$ [48] величина T_c остается почти постоянной, в результате чего образуется "ступенька".

В п. 5, 6 на основании теории сверхпроводников с перекрывающимися энергетическими полосами и учета электронных топологических переходов мы попытаемся получить зависимость величины T_c от положения химического потенциала μ и понять причину возникновения этих "ступенек".

В данном параграфе исследована зависимость температуры сверхпроводящего перехода в двухзонной модели на основе фононного механизма сверхпроводимости и с учетом особенностей Ван Хова—Лифшица в электронном энергетическом спектре. Случай топологического перехода в двухзонных сверхпроводниках с возникновением эллиптических полостей поверхности Ферми рассмотрен в работах [49, 50]. Здесь же мы будем рассматривать трехмерные системы сильно анизотропные: квазиодномерные и квазидвумерные. Наличие особых точек в импульсном пространстве таких анизотропных систем

приводит к электронным топологическим переходам с возникновением плоских участков на поверхности Ферми или цилиндрических полостей, когда уровень Ферми проходит через особые, критические точки ε_{kn} .

Случай возникновения плоских участков на поверхности Ферми в однозонной системе изучался в ряде работ [51 — 53] и подтвержден многочисленными экспериментами в интерметаллическом соединении AuGa_2 .

Рассмотренные здесь электронные топологические переходы могут наблюдаться в ВТСП, в которых имеются ярко выраженные цепочки атомов (одномерность) и их расположение в плоскости (двумерность). Возможность топологических переходов в высокотемпературных керамиках обсуждалась в работах [30, 54]. Исходим из гамильтониана (2.1), полагая все константы $V_{nm} \neq 0$ ($n, m = 1, 2$), что соответствует учету как внутризонного, так и межзонного взаимодействия.

1) Случай возникновения *плоских участков на поверхности Ферми*. Рассматриваем сильно анизотропную систему, когда имеется ярко выраженное одномерное движение электронов в определенной области импульсного пространства. Вблизи критических точек закон дисперсии энергии электрона в n -й зоне можно представить в виде

$$\varepsilon_n(p) = \varepsilon_{kn} + \frac{p_z^2}{2m_n}; \quad (5.1)$$

m_n — эффективная масса электрона.

На основании видоизмененного Гамильтониана (2.1) с учетом закона дисперсии (5.1) для параметров порядка Δ_n вблизи температуры перехода ($T \approx T_c$) получаем

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= A_1 V_{11} I_1(\beta, \varepsilon'_{k1}) \Delta_1 + A_2 V_{21} I_2(\beta, \varepsilon'_{k2}) \Delta_2, \\ \Delta_2 &= A_1 V_{12} I_1(\beta, \varepsilon'_{k1}) \Delta_1 + A_2 V_{22} I_2(\beta, \varepsilon'_{k2}) \Delta_2, \end{aligned} \quad (5.2)$$

где

$$I_n(\beta, \varepsilon'_{kn}) = \int_0^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{(\varepsilon + \varepsilon'_{kn})^{1/2}} \theta(\varepsilon + \varepsilon'_{kn}) \frac{\text{th}\left(\frac{\beta\varepsilon}{2}\right)}{\varepsilon}, \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon'_{kn} &= \mu - \varepsilon_{kn}, \quad A_n = N_n \varepsilon_F^{1/2} \alpha_n, \\ N_n &= \frac{m_n p_{Fn}}{2\pi^2}, \quad \alpha_n = \frac{2}{\pi} \frac{(\iint dp_x dp_y)_n}{4p_{Fn}^2}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Из условия равенства нулю определителя системы (5.2) получаем уравнение

для температуры перехода T_c :

$$\lambda_{11}\tilde{\varepsilon}_F^{1/2}\alpha_1 I_1(\beta_c, \tilde{\varepsilon}'_{k1}) + \lambda_{22}\tilde{\varepsilon}_F^{1/2}\alpha_2 I_2(\beta_c, \tilde{\varepsilon}'_{k2}) - \\ - (\lambda_{11}\lambda_{22} - \lambda_{12}\lambda_{21})I_1(\beta_c, \tilde{\varepsilon}'_{k1})I_2(\beta_c, \tilde{\varepsilon}'_{k2})\tilde{\varepsilon}_F\alpha_1\alpha_2 - 1 = 0, \quad (5.5)$$

где

$$I_n(\beta_c, \varepsilon'_{kn}) = \int_0^{\tilde{\omega}_D} \frac{1}{(x + \tilde{\varepsilon}'_{kn})^{1/2}} \theta(x + \tilde{\varepsilon}'_{kn}) \frac{\text{th}\left(\frac{\beta_c x}{2}\right)}{x}, \quad (5.6)$$

$$\beta_c = \frac{T_0}{T_c}, \quad \tilde{\varepsilon}'_{kn} = \frac{\varepsilon'_{kn}}{2T_0}, \quad \tilde{\varepsilon}_F = \frac{\varepsilon_F}{2T_0}, \quad \tilde{\omega}_{Dn} = \frac{\omega_{Dn}}{2T_0}, \quad \lambda_{nm} = (N_n N_m)^{1/2} V_{nm}.$$

T_0 — произвольная температура, введенная для получения безразмерных величин в уравнении (5.5).

На рис. 5 приведена зависимость температуры сверхпроводящего перехода T_c от параметра $\tilde{\varepsilon}'_{k1} = \tilde{\mu} - \tilde{\varepsilon}_{k1}$, изменение которого обусловлено введением кислорода (изменением концентрации носителей) или давлением. Эти результаты получены как решения уравнения (5.5).

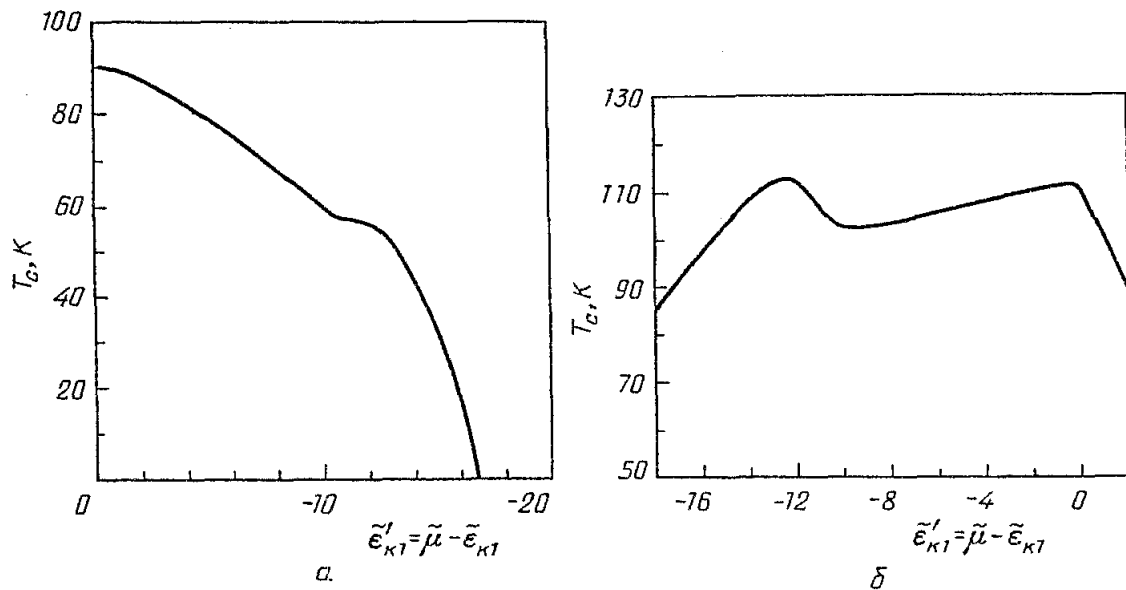


Рис. 5. Зависимости температуры сверхпроводящего перехода T_c от параметра $\tilde{\varepsilon}'_{k1} = \tilde{\mu} - \tilde{\varepsilon}_{k1}$ в случае возникновения плоских участков на поверхности Ферми. а — $\lambda_{11} = 0,4$, $\lambda_{12} = 0,2$, $\lambda_{22} = 0,1$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,18$, $\tilde{\varepsilon}_{k2} = \tilde{\varepsilon}_{k1} + 12$, $\tilde{\omega}_D = 43$, $\tilde{\varepsilon}_F = 500$. б — $\lambda_{11} = 0,125$, $\lambda_{12} = 0,3$, $\lambda_{22} = 0,1$, $\alpha_1 = 0,5$, $\alpha_2 = 0,1$, $\tilde{\varepsilon}_{k2} = \tilde{\varepsilon}_{k1} + 12$, $\tilde{\omega}_D = 40$, $\tilde{\varepsilon}_F = 500$

На рис. 5,а в области значений параметра $-12 < \tilde{\varepsilon}'_{k1} < -10$ наблюдается слабое изменение величины T_c . Таким образом, рассмотренные здесь топологические переходы могут привести к возникновению "ступеньки" в зависимости T_c от концентрации кислорода в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (рис. 6), либо кон-

центрации примеси в $(\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x)_2\text{CuO}_4$ [48]. Топологические переходы с возникновением плоских участков поверхности Ферми могут привести к возникновению двух максимумов в зависимости T_c от параметра ε_{k1}' (см. рис. 5,б). Учет рассеяния на примеси привел бы к уширению этих максимумов [51 — 53]. Отметим, что такая зависимость T_c от давления наблюдается в $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ [55].

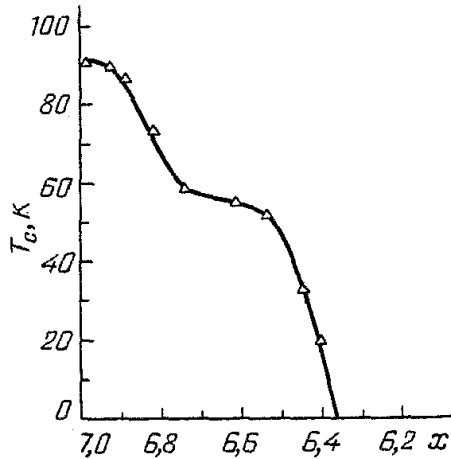


Рис. 6. Экспериментальная зависимость величины T_c соединения $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ от содержания кислорода x [47]

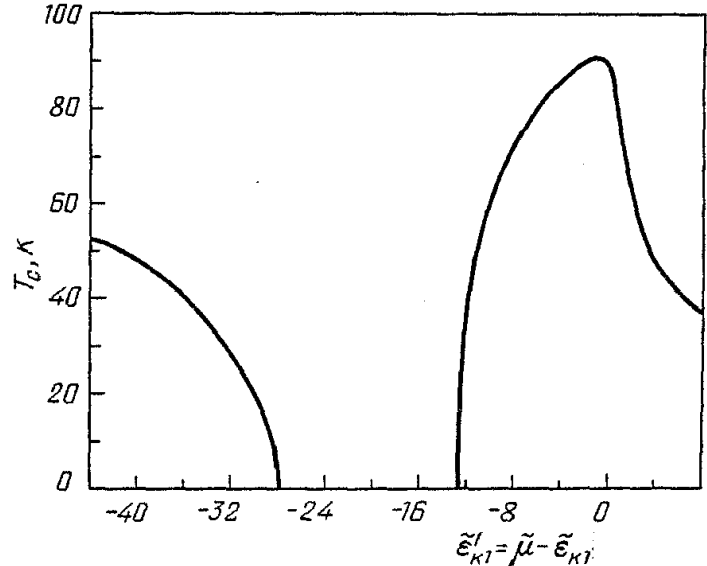


Рис. 7. Зависимость величины T_c от параметра $\tilde{\varepsilon}'_{k1} = \tilde{\mu} - \tilde{\varepsilon}_{k1}$ (случай плоского участка и цилиндрической полости на поверхности Ферми)

2. Рассмотрим теперь электронные топологические переходы с возникновением *плоских участков поверхности Ферми* (из-за одномерности движения электронов в одной зоне) и возникновение *цилиндрической полости поверхности Ферми* (из-за двумерного характера движения электронов второй зоны).

Представим закон дисперсии вблизи критической точки ($\nabla \varepsilon_n = 0$) в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(p) &= \varepsilon_{k1} + \frac{p_z^2}{2m_1}, \\ \varepsilon_2(p) &= \varepsilon_{k2} + \frac{1}{2m_2} (p_x^2 + p_y^2). \end{aligned} \quad (5.7)$$

В этом случае температура сверхпроводящего перехода определяется из уравнения

$$\begin{aligned} \lambda_{11} \tilde{\varepsilon}_F^{1/2} \alpha_1 I_1(\beta_c, \tilde{\varepsilon}'_{k1}) + \lambda_{22} I_2'(\beta_c, \tilde{\varepsilon}'_{k2}) - \\ - (\lambda_{11} \lambda_{22} - \lambda_{12} \lambda_{21}) \tilde{\varepsilon}_F^{1/2} \alpha_1 I_1(\beta_c, \tilde{\varepsilon}'_{k1}) I_2'(\beta_c, \tilde{\varepsilon}'_{k2}) - 1 = 0; \end{aligned} \quad (5.8)$$

здесь

$$N_2 = \frac{m_2(\int dp_z)_2}{2\pi^2}, \quad I'_2(\tilde{\beta}_c, \tilde{\epsilon}'_{k2}) = \int_{\tilde{\epsilon}'_{k2}}^{\tilde{\omega}_D} dx \frac{\text{th}\left(\frac{\beta_c x}{2}\right)}{x}. \quad (5.9)$$

Зависимость величины T_c от параметра $\tilde{\epsilon}'_{k1} = \tilde{\mu} - \tilde{\epsilon}_{k1}$, полученная в результате решения уравнения (5.8), представлена на рис. 7 для случая:

$$\lambda_{11} = 0,25, \quad \lambda_{12} = 0,1, \quad \lambda_{22} = 0,3, \quad \alpha_1 = 0,3,$$

$$\tilde{\epsilon}'_{k2} = \tilde{\epsilon}'_{k1} + 30, \quad \tilde{\omega}_D = 43, \quad \tilde{\epsilon}_F = 500.$$

В этом случае возникновение сверхпроводимости возможно как вблизи точки $\epsilon'_{k1} = 0$, так и вблизи $\epsilon'_{k2} = 0$.

6. Перекрывание трех энергетических зон на поверхности Ферми. Рассматриваем кристалл с сильным электрон-фононным и кулоновским взаимодействием и полагаем, что преобладает отталкивание между электронами (дырками). В случае одной энергетической зоны в такой системе сверхпроводимость не возникает. В случае многозонных сверхпроводников, когда на поверхности Ферми перекрываются две и более энергетических зон, система с отталкивающим взаимодействием электронов (дырок) становится неустойчивой относительно сверхпроводящего спаривания. Причиной возникновения сверхпроводимости является межзонное отталкивание между электронами (дырками). Исходим из гамильтониана (2.1), в котором первый член соответствует кинетической энергии электронов n зон, второй определяет межзонное отталкивание носителей ($-V_{nm} > 0$ при $n \neq m$) с противоположными импульсами и спинами. Благодаря межзональному взаимодействию процесс перехода пары из одной зоны в другую и обратно всегда приводит к результирующему притягательному взаимодействию пар и, таким образом, даже при всех отталкивательных константах взаимодействия межзонное взаимодействие может привести к результирующему притяжению [16 — 25] (см. п. 2). В этом состоит, как уже отмечалось, качественное отличие многозонной теории от однозонной. Именно поэтому в этом разделе межзонное взаимодействие выделяется в наиболее явном виде. Вообще говоря, при более строгом рассмотрении следовало бы учитывать наличие отталкивания между электронами внутри каждой зоны ($-V_{nn} > 0$), которое отрицательно влияет на сверхпроводимость. Оценки критической температуры T_c в двухзонной модели на основании результатов работ [16, 22] (п. 2) при $-V_{nm} > 0$ показывают, что наблюдаемые T_c в ВТСП можно получить даже при $|V_{nn}| < |V_{nm}|$ благодаря расширению области взаимодействия на большую часть импульсного пространства и введению энергии обрезания порядка электронной при определении T_c .

В иттриевой керамике $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ при $\delta = 0$ на поверхности Ферми перекрываются три энергетические зоны [15]. Следовательно, применительно к этому соединению $n, m = 1 - 3$.

Используя метод функций Грина [56], на основании гамильтониана (2.1)

получаем систему уравнений для трех параметров порядка:

$$\Delta_n = \sum_{m,k} V_{nm} \frac{\text{th} \left(\frac{\beta E_m(k)}{2} \right)}{E_m(k)} \Delta_m, \quad (6.1)$$

$$E_m = [(\epsilon_m - \mu)^2 + \Delta_m^2]^{1/2}. \quad (6.2)$$

Вблизи температуры сверхпроводящего перехода имеем:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \sum_k V_{12} \frac{\text{th} \left[\frac{\beta(\epsilon_2 - \mu)}{2} \right]}{\epsilon_2 - \mu} \Delta_2 + \sum_k V_{13} \frac{\text{th} \left[\frac{\beta(\epsilon_3 - \mu)}{2} \right]}{\epsilon_3 - \mu} \Delta_3, \\ \Delta_2 &= \sum_k V_{21} \frac{\text{th} \left[\frac{\beta(\epsilon_1 - \mu)}{2} \right]}{\epsilon_1 - \mu} \Delta_1 + \sum_k V_{23} \frac{\text{th} \left[\frac{\beta(\epsilon_3 - \mu)}{2} \right]}{\epsilon_3 - \mu} \Delta_3, \\ \Delta_3 &= \sum_k V_{31} \frac{\text{th} \left[\frac{\beta(\epsilon_1 - \mu)}{2} \right]}{\epsilon_1 - \mu} \Delta_1 + \sum_k V_{32} \frac{\text{th} \left[\frac{\beta(\epsilon_2 - \mu)}{2} \right]}{\epsilon_2 - \mu} \Delta_2. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Рассматривая электронную сверхпроводимость, представим закон дисперсии n -й зоны в виде

$$\epsilon_n = -E_n - \frac{\hbar}{2m_n} (k_x^2 + k_y^2), \quad m_n > 0. \quad (6.4)$$

Выражение (6.3) представляет собой разложение энергии вблизи критических значений энергии E_n ($\nabla \epsilon_n = 0$), при которых происходит топологический переход [14]. В энергетической зоне такие точки всегда имеются, но не влияют в обычных условиях на свойства металлов, а проявляются под влиянием примеси или давления. Согласно зонным расчетам [10 — 13] есть они и в ВТСП. Изменение состава кислорода в иттриевой керамике изменяет положение уровня Ферми, в результате чего достигаются соотношения $E_n = \mu$, что способствует возникновению цилиндрических полостей поверхности Ферми. Двумерный характер зонного спектра определяется плоскостью CuO_2 .

Перейдем в (6.3) от суммирования по \mathbf{k} к интегрированию по энергии в соответствии с законом дисперсии (6.4) и введем обозначение

$$J(a, b) = \int_a^b \frac{\text{th} \left(\frac{\beta_c x}{2} \right)}{x} dx. \quad (6.5)$$

Система уравнений (6.3) приобретает вид

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= N_2 V_{12} J(\eta - E_2, \eta - E_{c2}) \Delta_2 + N_3 V_{13} J(\eta - E_3, \eta - E_{c3}) \Delta_3, \\ \Delta_2 &= N_1 V_{21} J(\eta, \eta - E_{c1}) \Delta_1 + V_{23} N_3 J(\eta - E_3, \eta - E_{c3}) \Delta_3, \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\Delta_3 = N_1 V_{31} J(\eta, \eta - E_{c1}) \Delta_1 + N_2 V_{32} J(\eta - E_2, \eta - E_{c2}) \Delta_2,$$

где

$$\eta = -\mu, \quad N_n = \frac{k_z}{(2\pi)^2} \cdot \frac{m_n}{\hbar^2},$$

E_{cn} ($n = 1, 2, 3$) — энергия обрезания в соответствующей зоне. Из условия разрешимости системы (6.6) для температуры сверхпроводящего перехода $T_c = 1/\beta_c$ получаем уравнение

$$\begin{aligned} 1 - \lambda_{23} \lambda_{32} J(\eta - E_2, \eta - E_{c2}) J(\eta - E_3, \eta - E_{c3}) - \lambda_{12} \lambda_{21} \times \\ \times J(\eta, \eta - E_{c1}) J(\eta - E_2, \eta - E_{c2}) - \lambda_{13} \lambda_{31} J(\eta, \eta - E_{c1}) J(\eta - E_3, \eta - \\ - E_{c3}) - \lambda_{13} \lambda_{21} \lambda_{31} J(\eta, \eta - E_{c1}) J(\eta - E_2, \eta - E_{c2}) J(\eta - E_3, \eta - E_{c3}) - \\ - \lambda_{31} \lambda_{12} \lambda_{23} J(\eta, \eta - E_{c1}) J(\eta - E_2, \eta - E_{c2}) J(\eta - E_3, \eta - E_{c3}) = 0; \end{aligned} \quad (6.7)$$

здесь $\lambda_{mn} = (N_m N_n)^{1/2} V_{nm}$; $m, n = 1, 2, 3$.

Упростим задачу, полагая, что существенным является межзонное взаимодействие (1,2) и (2,3), т.е. $\lambda_{13} = \lambda_{31} = 0$. В результате имеем

$$\begin{aligned} 1 - \lambda_{12} \lambda_{21} J(\eta, \eta - E_{c1}) J(\eta - E_2, \eta - E_{c2}) - \lambda_{23} \lambda_{32} J(\eta - E_2, \eta - E_{c2}) \times \\ \times J(\eta - E_3, \eta - E_{c3}) = 0. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Условие $\lambda_{13} = \lambda_{31} = 0$ может выполняться в тех случаях, когда симметрия волновой функции начальной и конечной зон такова, что прямой переход запрещен. При этом возможен переход через промежуточную зону, и это обстоятельство здесь учитывается. Таким образом, все три зоны являются активными. При наличии большого количества параметров такого рода предположение облегчает анализ, не нарушая участия всех зон. Не представляет принципиальной трудности рассмотрение более сложного уравнения (6.7).

Представляет интерес исследовать зависимость величины T_c от параметра $\eta = -\mu$, определяющего положение химического потенциала. При вычислении интегралов (6.5) рассматриваем точки $a, b \gg T_c$. Полагаем $E_1 = 0$, $E_2 < E_3 < E_{c1} < E_{c2} < E_{c3}$. На основании (6.8) получаем:

1. $\eta < E_2$:

$$\begin{aligned} T_c = \frac{2\gamma}{\pi} \eta^{1/2} (E_{c1} - \eta)^{1/2} (E_{c3} - \eta)^\alpha (E_3 - \eta)^{-\alpha} \times \\ \times \exp \left\{ g - \frac{1}{2\lambda_{12} \ln \left[\frac{(E_{c2} - \eta)}{(E_2 - \eta)} \right]} \right\}. \end{aligned} \quad (6.9)$$

2. $\eta = E_2$:

$$T_c = \frac{2\gamma}{\pi} (E_{c1} - E_2) E_2^{1/4} (E_{c2} - E_2)^{-1/4} (E_{c3} - E_2)^{\alpha/2} (E_3 - E_2)^{-\alpha/2} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\ln^2 \frac{E_2^{1/2} (E_{c3} - E_2)^\alpha}{(E_{c2} - E_2)^{1/2} (E_3 - E_2)^\alpha} + \frac{2}{\kappa_{12}} \right]^{1/2} \right\}. \quad (6.10)$$

3. $E_2 < \eta < E_3$:

$$T_c = \frac{2\gamma}{\pi} \eta (E_{c1} - \eta) (\eta - E_2) (E_{c2} - \eta)^{1/4} (E_{c2} - \eta)^{\alpha/2} (E_3 - \eta)^{-\alpha/2} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\ln^2 \frac{(\eta - E_2) (E_{c2} - \eta)^2 (E_3 - \eta)^{2\alpha}}{(E_{c1} - \eta)^2 (E_{c3} - \eta)^{2\alpha}} + \frac{1}{\kappa_2} \right]^{1/2} \right\}. \quad (6.11)$$

4. $\eta = E_3$:

$$T_c = \frac{2\gamma}{\pi} (E_{c1} - E_3)^{1/4(1+\alpha)} \times \\ \times (E_3 - E_2)^{1/4} (E_{c2} - E_3)^{1/4} (E_{c3} - E_3)^{\alpha/2(1+\alpha)} E_3^{1/4(1+\alpha)} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{4} \ln^2 \frac{(E_3 - E_2) (E_{c2} - E_3)}{E_3^{1/(1+\alpha)} (E_{c1} - E_3)^{1/(1+\alpha)} (E_{c3} - E_3)^{2\alpha/(1+\alpha)}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{(\alpha + 1)\kappa_{12}} \right]^{1/2} \right\}. \quad (6.12)$$

5. $E_3 < \eta < E_{c1}$:

$$T_c = \frac{2\gamma}{\pi} (E_{c2} - \eta)^{1/4} \times \\ \times (\eta - E_2)^{1/4} \left[(E_{c1} - \eta)^{1/2} \eta^{1/2} (E_{c3} - \eta)^\alpha (\eta - E_3)^\alpha \right]^{1/\alpha(1+2\alpha)} \times \\ \times \exp \left\{ \frac{-1}{4(1+2\alpha)} \left[\ln^2 \frac{(E_{c2} - \eta)^{1+2\alpha} (\eta - E_2)^{1+2\alpha}}{(E_{c1} - \eta) (E_{c3} - \eta)^{2\alpha} \eta (\eta - E_3)^{2\alpha}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{4(1+2\alpha)}{\kappa_{12}} \right]^{1/2} \right\}, \quad (6.13)$$

где

$$\kappa_{12} = \lambda_{12} \lambda_{21}, \quad \kappa_{23} = \lambda_{23} \lambda_{32}, \quad \alpha = \frac{\kappa_{23}}{2\kappa_{12}}.$$

На рис. 8 представлена зависимость величины T_c от заполнения энергетических зон $\eta = -\mu$, полученная на основании формул (6.9) — (6.13).

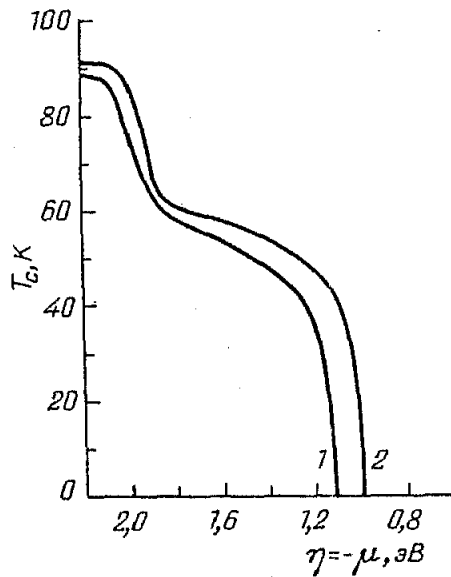


Рис. 8: Зависимость температуры сверхпроводящего перехода T_c от заполнения, энергетических зон $\eta = -\mu$ (случай перекрытия трех энергетических зон). 1 — $E_2 = 1,1$ эВ, $E_3 = 2,0$ эВ, $E_{c1} = E_{c2} = E_{c3} = 3,0$ эВ, $\kappa_{12} = 0,0077$, $\kappa_{23} = 0,0025$. 2 — $E_2 = 1,0$ эВ, $E_3 = 2,0$ эВ, $E_{c1} = 2,5$ эВ, $E_{c2} = 3$ эВ, $E_{c3} = 3,5$ эВ, $\kappa_{12} = 0,008$, $\kappa_{23} = 0,0028$

Применительно к $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ можно полагать, что, когда уровень Ферми пересекает все три энергетические зоны ($\delta = 0$), мы имеем максимальное значение температуры перехода $T_c \approx 90$ К. С уменьшением η (ростом δ) величина T_c убывает, и при $T \approx 50$ К возникает область более слабой зависимости T_c от $\eta(\delta)$ в интервале значений $1,2 \lesssim \eta \lesssim 1,9$ эВ (для кривой 2). Такая картина качественно согласуется с экспериментальной кривой по зависимости T_c от δ [47] (см. рис. 6). Отметим, что "ступенчатая" зависимость T_c от δ получена в работе [57] на основании двухзонной модели с отталкивательным взаимодействием в предположении, что в определенной области значений μ не меняется с изменением концентрации кислорода.

7. Заключение. В данной работе была поставлена задача сделать обзор работ, в которых применяется теория сверхпроводников с перекрывающимися зонами для описания свойств ВТСП. Наряду с этим уделено внимание учету особенностей Ван Хова—Лифшица в электронной плотности состояний. При этом рассмотрены случаи возникновения плоских участков и цилиндрических полостей поверхности Ферми, что присуще таким анизотропным системам, какими являются сверхпроводящие керамики.

Как уже отмечалось выше, в многозонных системах сверхпроводимость может возникнуть, даже если все контакты эффективного электрон-электронного взаимодействия носят отталкивательный характер. Поэтому аналитические формулы в п. 2 — 5 можно использовать как для случая $V_{nm} > 0$, так и для $V_{nm} < 0$. Численные оценки термодинамических величин в этой части работы выполнены для случая электрон-фононного взаимодействия $V_{nm} > 0$ (см. (2.1)).

Двухзонный подход даже в приближении слабой связи позволяет получить высокие T_c , существенные различия между $2\Delta_1/T_c$ и $2\Delta_2/T_c$, малые скачки

электронной теплоемкости и др. (см. табл. I, II). Особенно хочется отметить возможность получить большие отрицательные значения $d \ln T_c / d \ln V$, наблюдаемые экспериментально в лантановых керамиках, что является важным критерием правильности применяемой теории.

Интересно отметить, что в рамках электрон-фононного механизма сверхпроводимости, если учитывать перекрытие энергетических зон и топологические переходы, можно получить ступенчатую зависимость T_c от количества кислорода δ в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ [47], а также два максимума в зависимости этой величины от давления в $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ [55].

Еще лучше согласие с экспериментальной зависимостью T_c от δ в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ дает трехзонная модель, рассмотренная в п. 6. В этом параграфе основной причиной возникновения сверхпроводимости считается межзонное отталкивательное взаимодействие дырок и в уравнении, определяющем T_c , обрезание интегралов проводится по энергиям порядка электронной.

На основании результатов, приведенных в данной работе, можно сделать вывод, что особенности зонного спектра (перекрытие энергетических полос и топологические переходы) играют существенную роль в определении термодинамических и электромагнитных свойств ВТСП.

Рассмотренная в данной работе модель учитывает перекрытие энергетических полос на поверхности Ферми, связанных с носителями на кислороде, что подтверждается исследованиями ЯМР в иттриевой керамике (см., например, [58]). Согласно этим исследованиям носители на кислороде и на меди представляют собой две слабо связанные подсистемы, которые в первом приближении можно рассматривать как независимые. Мы рассматриваем кулоновское отталкивание на кислороде в приближении среднего поля. Такая аппроксимация является общепринятой, в ряде работ кулоновское взаимодействие вообще не учитывается, а там, где оно учитывается, рассмотрение проводится в рамках теории Хартри-Фока [7, 59].

Важный вопрос о p — d -гибридизации не вполне выяснен до настоящего времени. Из тех экспериментов, которые стимулировали настоящее исследование и с которыми делается сопоставление для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, следует, что такая гибридизация малосущественна.

Поскольку в работе строго не учтены электронные корреляции, по-видимому, следует полагать, что полученные результаты носят качественный характер.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Bardeen J., Cooper L.N., Schrieffer J.P.//Phys. Rev. 1957. V. 106. P. 162.
2. Боголюбов Н.Н., Зубарев Д.Н., Церковников Ю.Л.//ДАН СССР. 1957. Т. 177. С. 788.
3. Боголюбов Н.Н.//ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 58, 75.
4. Боголюбов Н.Н., Толмачев В.В., Ширков Д.В. Новый метод в теории сверхпроводимости. — М.: Изд-во АН СССР, 1958.
5. Элиашберг Г.М.//ЖЭТФ. 1960. Т. 38, С. 960.
6. Александров А.С.//Письма ЖЭТФ. 1987. Т. 46. Приложение. С. 128.
7. Hirsch J.E., Marsiglio F.//Phys. Rev. Scr. B. 1989. V. 39. P. 11515.
8. Anderson P.W.//Science. 1987. V. 235. P. 1196.
9. Konaev Ю.В.//УФН. 1989. Т. 159. С. 567.
10. Mattheis L.F., Hamman D.R.//Solid State Commun. 1987. V. 63. P. 395.
- [11] Mattheis L.F.// Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 1028.
12. Hybertsen M.S., Mattheis L.F.//Ibidem. 1988. V. 60. P. 1661.

13. *Krakauer H., Pickett W.E.*// Ibidem. P. 1665.
14. *Лифшиц И.М.*//ЖЭТФ. 1960. Т. 38. С. 1569.
15. *Herman J.F., Kasowski R.V., Hsaw W.Y.*//Phys. Rev. Ser. B. 1987. V. 36. P. 6904.
16. *Москаленко В.А.*//ФММ. 1959. Т. 8. С. 504.
17. *Suhl H., Mathias B.T., Walker L.K.*//Phys. Rev. Lett. 1959. V. 3. P. 552.
18. *Москаленко В.А., Палистрант М.Е.*//Статистическая физика и квантовая теория поля. — М.: Наука. — 1973. — С. 262.
19. *Москаленко В.А., Кон Л.З., Палистрант М.Е.* Низкотемпературные свойства металлов с особенностями зонного спектра. — Кишинев: Штиинца, 1989.
20. *Lee D.H., Him J.*// Sol. State Commun. 1987. V. 62. P. 811.
- [21] *Москаленко В.А., Палистрант М.Е., Вакалюк В.М.*//Механизмы высокотемпературной сверхпроводимости. — Дубна: ОИЯИ, 1988. С. 34.
22. *Москаленко В.А., Палистрант М.Е., Вакалюк В.М.*//ФНТ. 1989. Т. 15. С. 378.
23. *Moskalenko V.A., Palistrant M.E., Vackaluk V.M., Padure I.V.*//Sol. State Commun. 1989. V. 69. P. 747.
24. *Галайко В.П., Безуглый Е.В., Шумейко В.С.*//ФНТ. 1987. Т. 13. С. 1301.
25. *Konsin P., Kristoffel N., Ord T.*// Phys. Lett. Ser. A. 1988. V. 129. P. 399.
26. *Веркин Б.И., Бандуряк Б.Б., Барыльник А.С. и др.*//ФНТ. 1987. Т. 13. С. 771.
27. *Kuroda N., Chida F., Sasaki Y. et al.*// Phys. Soc. Japan. 1987. V. 56. P. 3793.
28. *Grissen K.*// Phys. Rev. Ser. B. 1987. V. 36. P. 5284.
29. *Welp V., Kwok W.K., Crabtree G.W. et al.*// Phys. Rev. Lett. 1989. V. 62. P. 1908.
30. *Воловик Е.Г.*//Письма ЖЭТФ. 1989. Т. 49. С. 685.
- [31] *Ishikawa M., Nakazawa Y., Takabatake T.*// Physica. Ser. C. 1988. V. 153 — 155. P. 1089.
32. *Moskalenko V.A., Palistrant M.E., Vackaluk V.M.*//Xth International symposium on the Yahn-Teller effect. — Kishinev, 1989. — P. 88.
33. *Москаленко В.А.* Вопросы теории твердого тела. — Докторская диссертация. — 1966.
34. *Lable J., Bok J.*//Europhys. Lett. 1987. V. 3. P. 1225.
35. *Москаленко В.А.*// ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 1163.
36. *Кон Л.З.*// Ф М М. 1967. Т. 23. С. 211.
37. *Tilley D.R.*//Proc. Phys. Soc. 1964. V. 84. P. 573.
38. *Палистрант М.Е., Дедю В.И.*//Исследования по квантовой теории систем многих частиц. — Кишинев: РИО АН МССР, 1969. — С. 55.
39. *Горьков Л.П.*//ЖЭТФ. 1959. Т. 37. С. 833.
40. *Maki K., Tsuzuki T.*//Phys. Rev. Ser. A. 1965. V. 139. P. 868.
- [41] *Москаленко В.А., Палистрант М.Е.*// ДАН СССР. 1965. Т. 162. С. 539.
42. *Москаленко В.А., Палистрант М.Е.*// ЖЭТФ. 1965. Т. 49. С. 770.
43. *Абрикосов А.А., Горьков Л.П.*//ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 1781.
44. *Москаленко В.А.* Электромагнитные и кинетические свойства сверхпроводящих сплавов с перекрывающимися энергетическими зонами. — Кишинев: Штиинца, 1976.
45. *Москаленко В.А.* Метод исследования плотности электронных состояний в сверхпроводящих сплавах. — Кишинев: Штиинца, 1974.
46. *Takabatake T., Ishikawa M.*//Sol. Stale Commun. 1988. V. 66. P. 413.
47. *Farneth W.E., Bordia R.K. et al.*//Ibidem. P. 953.
48. *Oda M., Ohguro T., Yamada N., Ido M.*// J. Phys. Soc. Japan. 1989. V. 58. P. 1117.
49. *Palistrant M.E., Kolpajiu M.K.*//Phys. Lett. Ser. A. 1972. V. 41. P. 123.
50. *Палистрант М.Е., Колпажиу М.К.* //Квантовая теория систем многих частиц. — Кишинев: Штиинца, 1973. — С. 3.
- [51] *Палистрант М.Е., Трифан А.Т., Гудима К.К.*//ФНТ. 1976. Т. 2. С. 452.
52. *Палистрант М.Е., Трифан А.Т.*//ФНТ. 1977. Т. 3. С. 976.
53. *Палистрант М.Е., Трифан А.Т.* Теория примесных сверхпроводников под давлением. — Кишинев: Штиинца, 1980.
54. *Васильченко А.Н., Сокол А.В.*//ЖЭТФ. 1989. Т. 96. С. 377.
55. *Берман И.В., Брандт Н.К., Куркин Ю.Т. и др.*//Письма ЖЭТФ. 1988. Т. 49. С. 668.
56. *Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. — М : Физматгиз, 1962.
57. *Konsin P., Kristoffel N., Ord T.*//Phys. Lett. Ser. A. 1990. V. 143 . P. 83.
58. *Иоон Э., Хейнмаа И. и др.*//Письма ЖЭТФ. 1989. Т. 50. С. 296.
59. *Yong M.W.*// Zs. Phys. Kl. B. 1988. Bd. 71. S. 23.

Статья поступила 18.06.90 г.,
после доработки 11.12.90 г.