

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

539.12.01(09)

КАНДИДАТСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ АНДРЕЯ САХАРОВА

Р.Г. Далиц⁽¹⁾

К сожалению, я никогда не встречался с Андреем Дмитриевичем Сахаровым. Ближе всего я был к этому, участвуя в конференции "Нарушение СР в физике частиц и в астрофизике", проводившейся с 22-го по 26-е мая 1989 г. в Шато-де-Блуа, Франция. Время было выбрано так, чтобы вечером перед конференцией участники могли собраться и отметить 68-летие Андрея Сахарова, в честь которого была устроена конференция. Празднование прошло прекрасно, но почетного гостя там не было, так как его выбрали в советский парламент, первая сессия которого открывалась 25-го мая. Быть с нами в Блуа было выше его возможностей, так как в дни перед сессией он должен был играть важную роль в организационном комитете. Позднее, в июне, он был с кратким визитом в Англии, в ходе которого получил почетные степени сначала в университете Суссекса, а затем в Оксфордском университете. В Оксфорде после церемонии присуждения он присутствовал на Ежегодном завтраке в честь годовщины основания в моем колледже, но меня там не было, так как в течение той недели я должен был находиться за границей.

Тем не менее имя "А.Д. Сахаров" было мне известно в течение довольно долгого времени. Моя диссертация, представленная в Кембриджском университете в 1950 г., содержала ссылку на его статью [1] "Взаимодействие электрона и позитрона при рождении пар", которая была представлена к публикации 26 декабря 1947 г. Я обратил внимание на его замечание о том, что используемая аргументация может быть непосредственно применена к случаю распада ядра с $J = 0$, для которого запрещено испускание фотона. В этом месте читатель отсылался к его диссертации, завершенной в 1947 г. в Физическом институте им. П.Н. Лебедева. В конце статьи было указано, что она является частью его диссертации и выражалась благодарность научному руководителю профессору И.Е. Тамму. Мне не были известны ни сфера охвата его диссертации, ни даже ее название. С тех пор я не слышал имени А.Д. Сахарова до 1957 г., когда, вслед за наблюдением [2] в конце 1956 г. мюонного катализа в водород-дейтериевой пузырьковой камере в Радиационной лаборатории Калифорнийского университета (Беркли), он вместе с Я.Б. Зельдовичем опубликовал статью [3], содержащую обсуждение мюонных атомов и молекул, встречающихся в процессах, происходящих при этом катализе, а также скоростей ядерных реакций, происходящих в молекуле $d\mu p$. В этой

совместной с Зельдовичем статье он некоторым общим образом ссылается на работу, которая была им выполнена в 1948 г. в Физическом институте им. П.Н. Лебедева и оформлена в виде написанного, но неопубликованного внутреннего отчета.

В 1982 г. издательство "Марсель Деккер" выпустило книгу [4] А.Д. Сахарова "Избранные научные труды", содержащую почти все незасекреченные научные работы Сахарова в английском переводе, а также обсуждения научных основ и значимости каждой из групп работ, написанные различными специалистами, и некоторые замечания о них самого Сахарова. На с. 165 этой книги он приводит название своей диссертации: "К теории ядерных переходов типа $0 \rightarrow 0$ ", где я в первый раз это название и увидел. Он написал несколько кратких комментариев о двух основных идеях, выдвинутых в диссертации. Одна из них совпадает с тем, что было в статье 1948 г. об электрон-позитронных парах, о которой я уже упоминал. Я был крайне заинтересован этой новостью, так как моя кембриджская диссертация имела название "Нуль-нуль переходы в ядрах". Через некоторое время после того, как началась *гласность*, я предпринял шаги для поиска экземпляра диссертации Сахарова. Физический институт любезно прислал мне копию в начале 1990 г., и сейчас моей целью является описание ее содержания, идей и расчетов в свете того, что мы узнали позднее.

Чтобы описать в общих чертах обстановку, разрешите мне начать с физических основ, которые привели к этой работе. Почему так случилось, что сразу после второй мировой войны два молодых ученых, находившихся столь далеко друг от друга, остановились на одной проблеме?

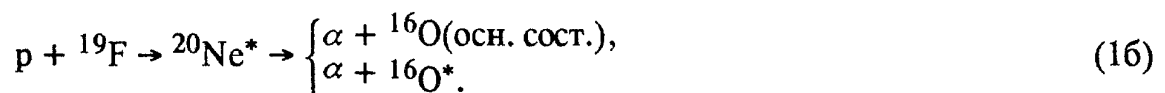
Десятилетие 30-х годов было периодом интенсивного роста наших знаний и понимания электромагнитных и ядерных процессов, которые действуют на атомы и их ядра, или вызываются ими. Излучения, испускаемые различными ядрами, изучались и сравнивались количественно с теоретическими расчетами их интенсивностей и другими характеристиками. Для этого периода характерными были большие обзорные статьи Бете и Бечера по стационарным состояниям ядер 1936 г., Бете по теоретической ядерной динамике и Левингстона и Бете по экспериментальной ядерной динамике 1937 г., а также книга Гайтлера 1936 г. по квантовой теории излучения. Данные по распадам ядер были быстро и систематически приведены в соответствие с картиной α -распада Гамова, позднее с теорией бета-распада Ферми и других, и с картиной электромагнитных мультиполей для γ -лучей, испускаемых ядрами при переходах из одного состояния в другое. Для последнего случая было установлено наличие таких вторичных процессов, как "внутренняя конверсия", когда энергия электромагнитного поля, вызванного ядерным переходом, передается атомному электрону, выбрасывая его из атома, и "внутренняя парная конверсия", когда энергия этого электромагнитного поля превосходит $2m_e$ и вся уходит на образование электрон-позитронной пары в окрестности ядра, причем, как правило, обе частицы покидают атом. Исследование этих процессов превратилось в целую индустриальную область, занятую измерением энергетических спектров фотонов, электронов, позитронов и α -частиц, испущенных из ядер. Спектр электронов, как правило, состоял из непрерывной части

от бета-распада и, возможно, от внутренней парной конверсии, и узких линий, возникающих от конверсионных электронов, испущенных с К- и L-оболочек атома, причем два процесса внутренней конверсии характерны именно для электромагнитных переходов в ядрах. Постепенно, путем сведения надлежащим образом вместе результатов всех этих измерений, была создана ядерная спектроскопия. Процесс ее построения продолжается еще и сегодня, хотя в основном для более тяжелых и сложных ядер, а также для высоковозбужденных состояний легких ядер.

Однако к концу 30-х годов были известны два необычных случая:

а) RaC' . Так обозначается состояние ^{214}Po с энергией возбуждения 1,415 МэВ [5]. Такое обозначение возникло из-за того, что это состояние образует заметную долю излучения, испускаемого из RaC , как в те дни обозначали ^{214}Bi . Оно стало хорошо известно потому, что его α -распад переходом в ^{210}Pb приводит к особенно энергичным α -частицам. Из него также испускается четко идентифицируемый конверсионный электрон, в сильной конкуренции ($\sim 200:1$) с испусканием таких α -частиц. Однако γ -лучей с энергией, соответствующей этому электрону внутренней конверсии (1,415 МэВ), обнаружено не было.

б) $^{16}O^*$ (6,049 МэВ). Это состояние изучалось в реакции



При изменении кинетической энергии протона T_p в этой реакции возбуждается много состояний $^{20}Ne^*$, и в их последующем α -распаде образуются многочисленные состояния $^{16}O^*$. Вслед за работой Фаулера и Лауритсена [6] 1939 г. Шрейб, Фаулер и Лауритсен [7] систематически измерили энергии и выходы α -частиц, γ -лучей, конверсионных электронов и электрон-позитронных пар (обозначавшихся как π) в зависимости от T_p . Обычно эти величины коррелируют между собой: выходы конверсионных электронов и (или) электрон-позитронных пар соответствуют определенным энергиям γ -лучей, которые можно сопоставить некоторой определенной энергии α -частиц.

Однако имеется сильный пик (соответствующий возбужденному состоянию Ne (13,649 МэВ)) в выходе α -частиц низкой энергии (т.е. в процессе (16)) при $T_p = 849$ кэВ, когда в выходе электрон-позитронных пар имеется также пик, но отсутствуют соответствующие γ -лучи. Выход энергичных α -частиц здесь также имеет максимум, но с интенсивностью на порядок меньше. Эти данные говорят о существовании возбужденного состояния ^{16}O при энергии 6,049 МэВ, распад которого приводит преимущественно к электрон-позитронным парам и не дает γ -лучей.

Оба эти состояния приводят к ядерным переходам с четко выраженной электромагнитной природой, но без γ -излучения. Наиболее естественной интерпретацией являлось отнесение их к переходам типа $0^+ \rightarrow 0^+$ [8, 9]. Такой переход может приводить лишь к зависящему от времени сферически-симметричному электромагнитному полю с частотой $\nu = \Delta/h$, соответствующей

энергии перехода Δ . Его вектор — потенциал $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ может быть направлен только радиально, и его можно свести к нулю некоторым градиентным преобразованием. Поэтому магнитное поле отсутствует. Обозначим этот переход как $i \rightarrow f$. Его электрическое поле \mathbf{E}_f , а также переходный ток обязательно имеют радиальное направление. Их связь такова:

$$(-i\Delta/\hbar c)\mathbf{E}_f = -4\pi\mathbf{J}_f, \quad (2)$$

так что зависящее от времени электрическое поле \mathbf{E}_f равно нулю вне источника тока \mathbf{J}_f , т.е. вне ядра. Скалярный потенциал удовлетворяет уравнению

$$\nabla^2 V_f = -4\pi Q_f = -4\pi e(\phi_f^*(\mathbf{r})\phi_i(\mathbf{r})), \quad (3)$$

где e — заряд протона, а Q_f обозначает плотность заряда, связанную с ядерным переходом. При передаче импульса k компонента V_f дается выражением

$$V_f(\mathbf{k}) = -4\pi e \int \phi_f^*(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \phi_i(\mathbf{r}) \frac{d^3r}{k^2}. \quad (4)$$

Так как ϕ_f и ϕ_i ортогональны и сферически-симметричны, то соответствующий матричный элемент

$$M_{fi}(\mathbf{k}) = 4\pi e \sum_{\alpha} \int \phi_f^*(\mathbf{r}_{\alpha}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_{\alpha}} \phi_i(\mathbf{r}_{\alpha}) d^3r_{\alpha} \quad (5)$$

для ядерных переходов с малой передачей импульса достаточно хорошо аппроксимируется формулой

$$M_{fi}(\mathbf{k}) = -\frac{4\pi e}{3} k^2 \langle f | \sum_{\alpha} r_{\alpha}^2 | i \rangle, \quad (6)$$

где суммирование проводится по всем протонам ядра.

Диссертация Сахарова следует по нескольким направлениям, связанным с этими двумя переходами, т.е. с переходом для RaC' , где заряд Z большой, а энергия Δ относительно мала, и с переходом для $^{16}\text{O}^*$, где Z мало, а Δ велико. Его целью являлось убедиться в том, что мы можем количественно понять все аспекты экспериментальных данных на языке установленной теории, исключить возможность просмотра каких-либо указаний ее неадекватности и дать некоторые руководящие соображения, где можно искать другие примеры $0 \rightarrow 0$ -переходов и как их лучше всего распознать.

Первое направление касается ядерного аспекта переходов. Здесь Сахаров имел в виду случай ^{16}O . Начинает он несколько неожиданно. Понимая, что все интересующие его легкие ядра (α , ^{16}O , ^{20}Ne) имеют $N = Z = A/2$, он поднимает вопрос о возможности нового квантового числа t , связанного с операцией T перестановки нейтронов с протонами. Эта операция с необходимостью удовлетворяет соотношению $T^2 = 1$, и поэтому имеет собственные зна-

чения ± 1 . Если ядерные силы обладают зарядовой симметрией, то операция T не изменяет ядерное состояние, но может воспроизводить его с множителем $t = +1$ или -1 . Таким образом, при наличии зарядовой симметрии состояния ядра с $N = Z$ могут быть классифицированы по отношению к этой операции как четные и нечетные. Для собственного значения t он ввел название "изотопическая четность". Он не связывал ее с зарядовой независимостью ядерных сил. В самом деле, я обнаружил слова "изотопический спин" в диссертации только дважды, да и то упомянутые попутно. Он не ссылается на изотопический спин, так как у него не было в этом необходимости.

Это является первой иллюстрацией его необычного ума и большой уверенности в себе и в силе логики физики. Понятие "изотопической четности" не было известно физикам⁽²⁾ ● в Западной Европе и Америке до тех пор, пока Кролл и Фолди [10] в 1952 г. не указали на то, что многие "проверки зарядовой независимости" удовлетворялись бы, если бы ядерные силы были только зарядово-симметричными, и что если они являются зарядово-симметричными, то состояния ядер с $N = Z$ можно классифицировать по квантовому числу, имеющему собственные значения ± 1 . Для него они предложили название "зарядовая четность", которое сегодня и используется. Это понятие не было известно в физической литературе в то время, когда Сахаров указал на него и дал ему название "изотопическая четность". Это было чрезвычайно большим достижением молодого исследователя! — опережение на четыре года в такой центральной области, как ядерная физика. Трудно понять, почему эта работа не была в то время опубликована⁽³⁾ ●.

Сахаров не удовлетворился идеальным случаем зарядовой симметрии, так как он понимал, что при наличии кулоновского потенциала в протон-протонном взаимодействии состояния с определенной изотопической четностью могут смешиваться в такой степени, что сама концепция становится бесполезной. Поэтому он переходит к оценке примесей, которые может порождать кулоновское взаимодействие. В качестве примера он рассмотрел случай двух уровней (обозначаемых 0 и 1) с одинаковыми спином и четностью, но с противоположными значениями t , и показал, что критическим параметром является V_{10}/Δ , где V_{10} — это матричный элемент кулоновской энергии между двумя состояниями, а Δ — разность энергий этих состояний. Он пришел к заключению, что в случаях, представляющих непосредственный интерес, смешивание невелико, но оно могло бы приводить к вполне наблюдаемым эффектам, если бы два уровня имели близкие энергии.

Продвигаясь дальше, Сахаров отметил, что для узкого резонанса $^{20}\text{Ne}^*$ с энергией возбуждения 13,649 МэВ, связанного с сильным испусканием электрон-позитронных пар без γ -лучей, длиннопробежные α -частицы, образующиеся в распаде $^{20}\text{Ne}^* \rightarrow \alpha + ^{16}\text{O}$ (осн. сост.) на порядок величины менее интенсивны, чем короткопробежные α -частицы из распада $^{20}\text{Ne}^* \rightarrow \alpha + ^{16}\text{O}^*(6,049)$. Он спрашивает, не может ли быть так, что и это состояние, и состояние $^{16}\text{O}^*$ имеют изотопическую четность $t = -1$, в противоположность с $t = 1$ для ^{16}O (осн. сост.). Быть может, это является также и

причиной узости (≈ 20 кэВ) этого уровня $^{20}\text{Ne}^*$. Он не настаивал на этой интерпретации, но все же считал (что отмечено в заключительной главе), что она не исключена⁽⁴⁾ ●.

Он рассматривал также систематику первых возбужденных уровней 0^{+*} для различных ядер. Он привел доводы в пользу того, что по мере возрастания массы A вклад в энергию возбуждения Δ от спиново-зависящих и обменных сил также будет возрастать. По-видимому, в основе лежало предположение, что эти 0^{+*} -возбужденные состояния *все* могут иметь $t = -1$, в противоположность $t = +1$ для основного состояния. Сегодня мы знаем, что это предположение неверно. Изотопический спин является хорошим квантовым числом, и тогда изотопическая четность есть $t = (-1)^I$, а обсуждаемые уровни ^8Be , ^{12}C и ^{16}O лежат гораздо ниже самого низшего уровня с $I = 1$. Во всяком случае уровни в ^8Be и ^{12}C имеют спин-четность 2^+ , а не 0^+ . Тем не менее, представляется характерным для Сахарова, что он должен был очень серьезно развить допустимую идею, не желая отбрасывать ее до тех пор, пока она не будет доказана или опровергнута экспериментально. Данный вопрос был им оставлен и в его более поздней работе было допущено, что все эти состояния имеют $t = +1$. Сделано это было без дальнейших комментариев, вплоть до резюме, где он снова отмечает, что возможность того, что некоторые из них могут иметь $t = -1$, все еще является интересной идеей, достойной дальнейшей экспериментальной проверки.

Процессы, исследованные в его диссертации, имеют два аспекта: ядерный и электродинамический. Для расчета их скоростей нужны ядерные модели. Без пояснений, хотя его шаги оправданы моими вышеприведенными краткими замечаниями, он использовал кулоновский потенциал для вычисления матричного элемента, который связывает заряд нуклона с переходной электронной плотностью $\rho_{fi} = (\Psi_f^*(\mathbf{r})\Psi_i(\mathbf{r}))$. Он подчеркнул, что процесс зависит только от электронной плотности внутри ядра, и что соответствующий матричный элемент дается приведенным ранее выражением (6). Мимоходом он отмечает, что при изменении четности ядра $0 \rightarrow 0$ -переход был бы запрещен даже посредством электромагнитного взаимодействия. Это одно из многих важных "побочных замечаний" в его диссертации. Другим является замечание о том, что согласие этих вычислений с экспериментом дает проверку закона Кулона. Потенциал в виде $V = -e^2[1 - \exp(kr)]/r$, предложенный Боппом и Подольским, с $\hbar/k = 14m_e$ согласно подгонке данных по тонкой структуре атома водорода, проведенной Кикучи, был с определенностью исключен наблюдаемым распределением по углу разлета θ между e^+ и e^- для $^{16}\text{O}^*(6,049)$. Он привлек внимание к сингулярности дираковских электронных волновых функций для статического кулоновского поля ядра $-Ze^2/r$, указав, что сингулярность отсутствовала бы при учете конечных размеров ядра. Ссылаясь на теорему о среднем значении, он заменяет главный член $\rho_{fi}(r) \sim r^{2s-2}$ в произведении дираковских волновых функций, где $s = [1 - (Z\alpha)^2]$, на посто-

янное значение R^{2s-2} внутри ядра, шитое с величиной $\rho_{ff}(R)$ на поверхности ядра; это не малый эффект для RaC' , где $s = 0,79$, а не единица. Сахаров мог бы распределить заряд Ze равномерно по объему ядра, и численно вычислить дираковские волновые функции для получившегося потенциала $V(r)$, но он оценил, что это изменило бы результат не более, чем на 10%. С этими матричными элементами он затем, используя золотое правило, получает выражения для скоростей испускания конверсионных К-электронов и для образования пар e^+e^- .

Затем он рассчитал скорости, используя дираковские плоские волны для выходящих электрона и позитрона, что является хорошим приближением для ^{16}O , где Z мало, и полезно для ориентировки. Использование релятивистских волновых функций было, конечно, существенно, так как при осуществляющихся энергиях v/c не мало. Распределение по энергии и углу, которое он получил для пар e^+e^- , с точностью до постоянного множителя равно

$$p_+p_-(E_+E_- + p_+p_- \cos \theta - m_e^2)dE_+dE_- . \quad (7)$$

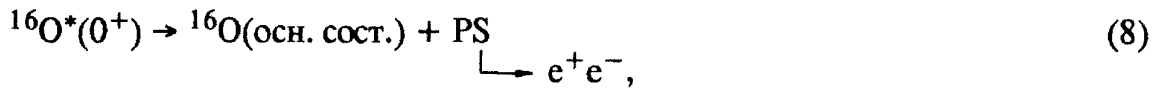
Этот результат был сформулирован Оппенгеймером в 1941 г. в аннотации на собрании Американского физического общества [12], где он заметил, что это выражение находится в хорошем качественном согласии с экспериментальными данными. В пределе $m_e = 0$, не рассматривавшемся Сахаровым, в (7) $E_{\pm} = p_{\pm}$ и при $\theta = 180^\circ$ распределение зануляется. Сегодня мы понимаем, что это является следствием сохранения спиральности в электромагнитном взаимодействии

$$e \int \Psi_f \gamma_\mu \Psi_i A_\mu(r) d^3r$$

для электрон-позитронного поля. Если спиральность электрона есть $\pm 1/2$, то тогда спиральность выходящего позитрона равна $\mp 1/2$, а знак меняется из-за того, что позитрон — это античастица по отношению к электрону. При $\theta = 180^\circ$ электрон и позитрон двигаются в противоположных направлениях одной оси; компонента полного углового момента m вдоль направления электрона в таком случае равна $m = \pm 1/2 - (\mp 1/2) = \pm 1$. Переход $0 \rightarrow 0$ допускает только $m = 0$, так что при $\theta = 180^\circ$ отсутствует ненулевой матричный элемент и скорость распада в такую конфигурацию должна быть равна нулю. Это остается справедливым и для случая RaC' , где борновское приближение ($Z = 0$) неприменимо, в силу того, что начальное и конечное кулоновские взаимодействия с ядром также подчиняются закону сохранения спиральности для электрона и позитрона. Два отмеченные обстоятельства, первое, что в амплитуду перехода входят волновые функции электрона и позитрона только внутри ядра, и, второе, что при $m_e = 0$ спиральность сохраняется для всех электромагнитных взаимодействий, и объясняют очень простой вид формулы (7).

Сахаров отметил, что если бы имелось тяжелое псевдоскалярное поле (PS), прямо связанное как с электрон-позитронным полем, так и с нуклонами,

то пары e^+e^- могли бы образовываться по цепочке



но такая цепочка приводила бы к распределению

$$p_+p_-(E_+E_- - p_+p_- \cos \theta + m_e^2)dE_+dE_-, \quad (9)$$

и распределение по углу θ имело бы противоположную тенденцию, принимая наибольшее значение при $\theta = 180^\circ$ и будучи малым (нулем, если $m_e^2 = 0$) при $\theta = 0^\circ$. Так как $\overline{\cos \theta} = 0$ и m_e^2 мало, то выражение (9) дает распределение по E_{\pm} , весьма близкое к тому, что получается из (7). Распределение по θ для $^{16}\text{O}^*(6,049)$ ясно исключает эту возможность. Сахаров отмечает:

1) что наблюдаемое распределение по θ также исключает испускание e^+e^- через любой электромагнитный мультиполь, даже если бы интенсивность γ -лучей была низкой по какой-то неизвестной причине;

2) что рассчитанное отношение λ_e/λ_π электронов внутренней конверсии к e^+e^- -парам составляет около $3,5 \cdot 10^{-5}$, что является надежным предсказанием, так как в оба процесса входит один и тот же ядерный матричный элемент. Интересно отметить, что недавно измеренное отношение [13] $4,0(5) \cdot 10^{-5}$ находится в хорошем согласии с его значением.

Этот простой плосковолновой расчет совершенно неадекватен для RaC' , где $Z = 82$. Кулоновское поле ядра сильно влияет как на электрон, так и на позитрон, и его нужно надлежащим образом учесть при рассмотрении e^+e^- -пар в переходе с энергией 1,414 МэВ, когда средняя кинетическая энергия e^+ и e^- равняется примерно 0,2 МэВ. Тогда как выше мы имели малое Z и $E \gg m_e$, сейчас противоположный случай, большое Z и малые (но релятивистские) кинетические энергии. Кулоновское поле отталкивает e^+ от окрестности ядра и сильно притягивает электрон, общим результатом чего является интересная, но хорошо известная ступенька в спектре энергии позитрона при $E_{+ \text{ max}}$.

В системе с большим Z как для состояний связанного электрона, так и для состояний электрона и позитрона в континууме нужно использовать дираковские волновые функции. Они хорошо известны, но были вычислены здесь ab initio и очень ясным способом, а затем вставлены в формулы, где раньше использовались шредингеровские волновые функции и плоские волны. Величина, которую Сахаров получил для RaC' , равнялась $\lambda_\pi/\lambda_e = 2,4 \cdot 10^{-3}$.

История вычислений и экспериментов в RaC' заслуживает краткого описания. Линия внутренней K -конверсии, без каких-либо сопровождающих γ -лучей, была четко продемонстрирована в 1937 г. Алихановым и Спиваком [14]. Ранее, в 1934 г., Алиханов и Козодаев [15] опубликовали энергетический спектр e^+ для RaC' , который они интерпретировали как имеющий ступеньку при значении $E_{+ \text{ max}}$, соответствующем возбуждению 1,414 МэВ в RaC' , хотя

отделить ее от мощной ступеньки, соответствующей известной γ -линии при 1,390 МэВ, было очень трудно. Это наблюдение привело Юкаву и Сакату [9] к расчету λ_π и λ_e для уровня 1,414 в RaC': они поняли, что оба процесса определяются одним и тем же ядерным матричным элементом, и что поэтому вычисленное ими отношение $\lambda_\pi/\lambda_e = 4,2 \cdot 10^{-3}$ должно быть весьма надежным. Однако этот результат был на два порядка величины ниже значения, требуемого Алихановым и Козодаевым. В 1940 г., не зная о расчетах Юкавы и Сакаты, Томас [16] выполнил такие же расчеты для RaC', получив величину $6,0 \cdot 10^{-3}$, хотя есть основания думать, что в его результате имеется ошибка. Алиханов и Латышев [17] повторили эти позитронные измерения в 1940 г., но обнаружили, что их улучшенный спектр может быть объяснен вообще без испускания e^+e^- с уровня 1,414 МэВ. В своем обзоре 1947 г. по γ -излучению из RaC (включая и RaC') Латышев [18] не упоминает о каком-либо испускании позитронов с уровня 1,414 МэВ. Совсем недавно Бенгстоном, Нильсоном и Рудом [20] была исследована внутренняя конверсия с этого уровня и ситуация сейчас значительно прояснилась [5]. Возбужденный $0^+ *$ -уровень ^{214}Po является пятым возбужденным уровнем, расположенным при 1,4155 МэВ; первым возбужденным уровнем является 2^+ при 0,6093 МэВ. Они также выполнили хорошее измерение полной скорости распада уровня $0^+ *$, получив результат $1,01(3) \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$; брэнчинги равняются 26% для внутренней конверсии $0^+ * \rightarrow 0^+$, 0,12% для α -распада на ^{210}Pb (осн. сост.), а все остальное составляет переход на уровень 0,6093 МэВ путем E2 γ -излучения. Остальные уровни играют здесь малую роль. Бенгстон и другие упоминают о возможности электронов от e^+e^- -пар при распаде уровня 1,413 МэВ, но отмечают, что теоретические оценки интенсивности находятся гораздо ниже уровня, который можно наблюдать в их эксперименте. Из этих цифр известное сейчас значение скорости перехода $0^+ * \rightarrow 0^+$ в RaC' составляет $2,6(1) \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$.

Для расчета абсолютных скоростей этих процессов требуется использовать конкретные ядерные модели. Состояние $0^+ *$ соответствует дыхательной моде возбуждения ядра. Очень естественной является модель жидкой капли, но с требованиями, чтобы ядерная жидкость была сжимаемой и чтобы скорость звука в ядерном веществе, связанная с этой сжимаемостью, была меньше скорости света. Сахаров, однако, предпочел заменить массу ядра некоторой эффективной массой, и вычислил кинетическую энергию, определяя диапазон колебаний путем приравнивания ее энергии возбуждения. Используя этот метод для внутренней конверсии из RaC', он получил скорость распада $\lambda_e = 2,0 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$, весьма большое значение. Поэтому он предложил второй метод, в котором ядро ^{214}Po рассматривалось как α -частица,двигающаяся в ящике радиуса R . Его возбужденное состояние RaC' представлялось как результат перевода α -частицы из основного s-волнового состояния на первый возбужденный s-уровень в этом ящике. Тогда появляется возможность простой оценки, приводящей к результату $\lambda_e = 3,2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$. Все, что было известно

в то время, это отношение числа испускаемых α -частиц и электронов, так что эмпирическая оценка для λ_e требовала надежной оценки скорости α -распада RaC' . Бете [19] уже выполнил такой расчет в 1937 г., дав величину $\lambda_e = 1,3 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, в 25 раз ниже самой нижней оценки Сахарова. Сахаров был склонен приписать это расхождение неопределенности в факторе подбарьерной проницаемости α -частицы. Однако сегодня мы знаем, что полуэмпирическое значение Бете оказалось только в 4 раза больше величины, измеренной экспериментально.

Используя свой метод кинетической энергии, Сахаров получил также оценку $\lambda_\pi = 4,6 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ для перехода $^{16}\text{O}^* \rightarrow ^{16}\text{O}$ с испусканием пар e^+e^- . Экспериментальное значение этой величины было впоследствии определено двумя различными путями:

а) прямым измерением времени жизни Бирке, Соколовский и Вольфсон [21], используя методику по времени пролета, дали для полной скорости распада величину $1,03(7) \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Это около половины старого значения $2,0(2) \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, полученного Дэвонсом, Харвардом и Линдсеем [22] в Кембридже в 1948 г., во время написания моей диссертации.

б) с помощью определения матричного элемента $\langle ^{16}\text{O}^* | r^2 | ^{16}\text{O} \rangle$ из данных по сечению возбуждения состояния $^{16}\text{O}^*(6,049)$ электронами высокой энергии, падающими на ^{16}O , в зависимости от переданного импульса, проведенного Миской и др. [23]. Было получено значение $3,55(21) \text{ фм}^2$, находящееся в хорошем согласии с величиной $3,24(30) \text{ фм}^2$, выведенной из прямого измерения времени жизни, о котором шла речь в пункте (а).

Известно, что в полной скорости распада преобладает λ_π ; была измерена [13] скорость внутренней конверсии, что дало $\lambda_e/\lambda_\pi = 4,0(5) \cdot 10^{-5}$, и отношение к двухфотонному распаду $\lambda_{E1,E1}/\lambda_\pi = 2,5(1,1) \cdot 10^{-4}$. Известная сейчас скорость перехода $^{16}\text{O}^* \rightarrow ^{16}\text{O}$ примерно в 400 раз меньше, чем оценка Сахарова методом кинетической энергии.

В моей диссертации также проводилась оценка скоростей этих ядерных переходов, и предсказывались скорости распада, много большие, чем экспериментальные величины. Причиной этих расхождений является то, что использованные модели не соответствуют действительности. Сегодня эти состояния лучше всего описываются оболочечной моделью. Бокер [24] получил для ^{16}O значение $\langle ^{16}\text{O}^* | r^2 | ^{16}\text{O} \rangle = 2,6 \text{ фм}^2$, используя двухчастично-двухдырочные $(2p)(2h)$ и $(4p)(4h)$ — конфигурации, с частицами в оболочке $1d_{5/2}$ и дырками в оболочке $1p_{1/2}$. Цукер и др. [25] выполнили прекрасную общую подгонку по большей части спектра $^{16}\text{O}^*$, используя все конфигурации $(1p_{1/2}, 2s_{1/2}, 1d_{5/2})^4$, и получили $3,2 \text{ фм}^2$, в прекрасном согласии с экспериментальными данными. Представляется, что 0^+ *-состояние ^{214}Po соответствует возбуждениям пар нуклонов на более высокие оболочки [20]. Тейпом и др. [26] было указано, что все ядра ^{206}Pb , ^{208}Po , ^{212}Po и ^{214}Po имеют низко-

лежащее $0^+ *$ -состояние и что величины, получаемые для $\langle 0^+ * | r^2 | 0^+ \rangle$, почти одинаковы для всех четырех случаев.

Следующим шагом было включение эффекта кулоновского поля ядра на распределение по углу разлета θ между e^+ и e^- . Это требует использования в амплитуде перехода дираковских кулоновских волновых функций как для электрона, так и для позитрона, т.к. их движение с необходимостью является релятивистским. Сахаров, естественно, использовал формализм вторичного квантования для электрон-позитронного поля. Такие вычисления требуют большого внимания и Сахаров провел их мастерски. При расчете распределения по энергиям (E_+, E_-) , приведенного выше, использовалась теория возмущений с зависимостью от времени. Матричные элементы вычислялись отдельно для каждой парциальной волны, а полная скорость получалась суммированием квадратов их модулей по всем начальным и конечным спиновым состояниям. Однако распределение по углу θ зависит от интерференционных членов между этими амплитудами и вступают в игру их относительные фазы. Их расчет мог бы быть основан на уже вычисленных матричных элементах (как это было в моих расчетах), но Сахаров предпочел провести вычисления другим методом, используя стационарную форму теории возмущений с гамильтонианом, который включает слагаемое, отвечающее рождению электрона и позитрона в спиновом состоянии, соответствующем их образованию локализованным сферически-симметричным электрическим полем. Так как физические состояния, о которых идет речь, имеют относительно большие времена жизни, энергия E бралась действительной. Как электрон, так и позитрон взаимодействуют со статическим кулоновским полем ядра и двигаются независимо после того, как покинули источник. Единственным общим для них требованием является то, что их волновые функции должны состоять только из расходящихся волн. Это достигается хорошо известным способом, путем наложения требования, чтобы волновая функция e^+e^- имела вид

$$\int_{m_e}^{\infty} \int_{m_e}^{\infty} dE_+ dE_- \sum_{j,m} W_{jm}(E_+, E_-) \delta^{(+)}(E - E_+ - E_-) \Psi_2, \quad (10)$$

где

$$\delta^{(+)}(\epsilon) = P \frac{1}{\epsilon} - i\pi\delta(\epsilon), \quad (11)$$

а символ P означает интеграл в смысле главного значения. Ψ_2 — это функция источника, которая определяет начальное спиновое состояние e^+e^- . Хотя этот метод и назван "хорошо известным", но дело в том, что он почти всегда применяется для систем, состоящих только из одной частицы. Его использование для многочастичных систем обычно ограничивается формальным обсуждением общетеоретических вопросов, и он не часто применяется для практических расчетов. В действительности я не могу вспомнить в литературе какое-либо схожее подробное рассмотрение. Трудными моментами являются относительное расположение волновых функций электрона и позитрона, т.к. они двигаются наружу с разными скоростями, а также надлежащий расчет зависи-

мости скорости распада от (E_+, E_-) . Все эти вопросы тщательно объясняются, так что эта часть диссертации представляет для читателя большую образовательную ценность. Окончательно полученное выражение состоит из суммы по четырем квадратичным членам вида $W_{\pm 1}^* W_{\pm 1} \exp(\pm i\varphi)$, где φ — хорошо известная кулоновская фаза, которая равна нулю, если W^* и W имеют одинаковый нижний индекс, с коэффициентами Σ_i с $i = 1, \dots, 4$, которые имеют геометрический характер, являясь суммами произведений сферических гармоник. Вычисление Σ_i может быть легко проведено на "уровне пешехода", но Сахаров решил получить их из своих предыдущих плосковолновых расчетов чрезвычайно изобретательным способом. Так как он имел перед собой полное выражение для скорости λ_π для случая кулоновского поля при заряде ядра Ze , то понимал, что можно перейти в нем к пределу $Z \rightarrow 0$ и найти функции Σ_i путем сравнения своего результата, полученного в борновском приближении, с этим предельным выражением. Очень элегантный подход, который также дает дополнительную полезную проверку некоторых элементов обоих расчетов, так как два выражения получаются совершенно различными методами. Результат, который он получил для дифференциальной скорости, имеет вид

$$D\eta_+^2 \eta_-^2 (p_+ p_-)^{2s-1} R^{4s-4} (E_+ E_- + p_+ p_- \cos \theta - m_e^2) dE_+ dE_- \sin \theta d\theta, \quad (12)$$

где

$$\eta_\rho = |\Gamma(s + iE_\rho)/\Gamma(2s + 1)| \exp(\pi E_\rho/2),$$

как и раньше $s = [1 - (Z\alpha)^2]^{1/2}$, R — радиус ядра, D — постоянный коэффициент, более детальная информация о котором здесь не нужна. Это выражение согласуется, после интегрирования по θ , с предыдущим результатом Сахарова для спектра по (E_+, E_-) , а также согласуется с угловым распределением, полученным Оппенгеймером в пределе $Z \rightarrow 0$. Распределения по углу и энергии, следующие из этого выражения, согласуются с теми, которые содержались в моей диссертации, за исключением некоторого дополнительного множителя, не зависящего от E_+ , E_- и θ , который сводится к единице в упомянутых двух предельных случаях (весьма возможно, что у меня здесь сохранилась ошибка). Ясно, что кулоновская поправка к угловому распределению приводит лишь к незначительному изменению. Однако детали вычислений Сахарова очень хорошо показывают непосредственность расчетов и широту его знаний и возможностей. И использованные методы необычны и весьма экономичны; ему удалось избежать оценки длинного сложного выражения, основывая конечные расчеты на предыдущих результатах. Хотя для данного конкретного расчета это не столь важно, его метод продемонстрировал изобретательность и дал дополнительные внутренние проверки, помогающие избежать ошибок.

В конечном трехчастичном состоянии ($^{214}\text{Po} + e^+ + e^-$) есть еще одна сила, которую нужно рассмотреть, — кулоновское взаимодействие $e^+ e^-$. Если электроны и позитроны имеют малую относительную скорость u , то кулонов-

ский потенциал $C_{+ -}$ может приводить к большому эффекту, так как он продолжает действовать и после того, как e^+ и e^- покинули поле ядра. Его эффект не является пертурбативным, так как он приводит к существованию кулоновских связанных состояний (позитроний). Для ^{16}O хорошим приближением для λ_π является предел $Z \rightarrow 0$. В этом случае система e^+e^- создается продольным (виртуальным) фотоном в конфигурации 3S_1 в ее с.ц.м. Доводы Сахарова соответствуют предположению, что дифференциальная скорость, вычисленная с включением $C_{+ -}$, дается выражением

$$R(e^+e^-, C_{+ -}) = \\ = R(e^+e^-, C_{+ -} = 0) |\Psi(r=0, C_{+ -}) / \Psi(r=0, C_{+ -} = 0)|^2, \quad (13)$$

где Ψ — волновая функция пары e^+e^- в ее с.ц.м. Так как этот эффект существен только для малых относительных скоростей, Ψ можно вычислить с помощью уравнения Шрёдингера. Тогда поправочный фактор в (13) выписывается в явном виде:

$$|\Psi(r=0, C_{+ -}) / \Psi(r=0, C_{+ -} = 0)|^2 = \frac{2\pi e^2 / \hbar v}{1 - \exp(-2\pi e^2 / \hbar v)}. \quad (14)$$

Результат является весьма убедительным, особенно для ^{16}O , где кулоновское поле ядра оказывает малое воздействие на вылетающие электрон и позитрон, При $v \rightarrow 0$ величина этой поправки становится весьма большой. Сахаров отметил, что при $p_+ = p_-$ и угле θ от 0° до 1° v/c примерно равно $1/4$. Интегрируя по углу θ от 0° до 1° , он нашел, что кулоновское поле $C_{+ -}$ между e^+ и e^- увеличивает скорость образования e^+e^- примерно на 50%. Хотя этот эффект и велик, было бы весьма тяжело проверить его экспериментально из-за малости входящих углов разлета θ . Можно заметить, что фактор усиления (13) нельзя раскладывать по степеням $\alpha = e^2 / \hbar c$ для произвольно малых значений v , так как это выражение имеет полюсы при $e^2 / \hbar v = \pm i$. Доводы, приводимые в его диссертации для этого фактора усиления, являются простыми, но вполне убедительными для того случая, для которого он используется. При распаде RaC' , когда кулоновское поле ядра является сильным и далекодействующим, его доводы в пользу (13) представлялись бы законными только для гораздо меньших углов θ ; кулоновский потенциал между e^+ и e^- может доминировать только после того, как пара далеко отлетела от поля ядра. Статья Сахарова, опубликованная по данному вопросу [1], является значительной дальнейшей разработкой этой главы его диссертации, так как целью статьи являлось установление некоторых общих принципов, позволяющих судить о законности использования этой поправки. Конечно, все возможные случаи охватить трудно, и может оказаться, что некоторые частные случаи рассматриваются гораздо легче.

Сахаров отметил также, что система e^+e^- могла бы вылетать из $^{16}\text{O}(6,049)$ в виде атома позитрония либо в основном, либо в возбужденном

состоянии, с полной энергией около 5 МэВ, но каких-либо количественных оценок отношения скорости таких процессов к λ_π он не делал. Интересно отметить, что парная конверсия хорошо видна в распаде π^0 , причем отношение $\lambda_{\gamma+-}/\lambda_{\gamma\gamma}$ составляет 1,20(3)%. Соответствующее испускание позитрония

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + (e^+e^-)_{\text{связ}} \quad (15)$$

было экспериментально зарегистрировано в Серпухове [27] и измерения дали для брэнчинга $1,84(29) \cdot 10^{-9}$.

Подводя итог, можно с уверенностью сказать, что диссертация Сахарова совершенно необычна. Она показывает его принципиальное осознание важности принципов симметрии и правил отбора. На самом деле он предложил новое правило отбора, по "изотопической четности" (то же, что зарядовая четность) как следствие зарядовой симметрии ядерных сил по меньшей мере на четыре года раньше, чем его заметили в других местах. Он владел современным подходом при указании того, как можно использовать экспериментальные данные для отбрасывания возможных экстраполяции установленной теории. Например, используя экспериментальные данные, он несколькими способами исключил отклонение от закона Кулона для малых (в ядерном масштабе) расстояний, и исключил возможность того, что $^{16}\text{O}(6,049)$ может иметь квантовые числа $J^P = 0^-$. Он был необычайно тесно знаком с методами квантовой механики для случая трехчастичных состояний ($e^+ + e^- + \text{атомное ядро}$), показав совершенное владение деталями практических расчетов для процесса испускания двух частиц. Ему удалось придумать приближения, позволившие получить полностью надежные оценки, примером чего является рассмотрение кулоновского взаимодействия e^+e^- в парной конверсии. Будучи молодым исследователем, он еще в 1947 г. смог увидеть "отдаленные" возможности такие, как прямое испускание позитрония.

В заключение я бы хотел поблагодарить академика Е.Л. Фейнберга и А. Лазаряна за устный перевод для меня некоторых частей диссертации Сахарова, а также академика Л.В. Келдыша и доктора Б.Л. Альтшулера за возможность представить эту статью для мемориального сахаровского издания.

Приложение А.

Оглавление диссертации Сахарова:

	Стр.
§1. Введение	1
§2. Эксперименты по ядерным переходам типа $0 \rightarrow 0$	3
§3. Правила отбора	9
§4. Изотопическая четность	13
§5. Матричный элемент $0 \rightarrow 0$ -перехода	21
§6. Борцовское приближение	28
§7. Влияние кулоновского поля ядра на λ_e и λ_π	31
§8. Оценка абсолютной вероятности процесса	42
§9. Квантование электронно-позитронного поля	46
§10. Угловое распределение пар с учетом кулоновского поля ядра	53
§11. Взаимодействие компонент пары	64
§12. Резюме	69

Приложение Б.

Быть может, меня простят за добавление нескольких слов о своей собственной диссертации, относящейся к 1950 г. Работа над ней была начата как отклик на экспериментальное исследование Самюэла Девонса в Кавендишской лаборатории по времени жизни $^{16}\text{O}^*(6,049)$ и распределению по углу разлета пар e^+e^- в процессе, доминирующем при распаде этого состояния. Были заново выведены результаты, кратко сформулированные Оппенгеймером и Швингером для $^{16}\text{O}^*(6,049)$ и Юкавой и Сакатой, а также Томасом для RaC' , и соответствующие расчеты распространены на Z -зависимость распределения по углу разлета [29].

Это было время, когда входили новые фейнмановские методы и широко использовалась теория перенормировок. Поэтому для меня было естественным вычислить поправки порядка e^2 к упомянутым выше расчетам, включая испускание реального фотона, однако они оказались малыми и мультипликативными [29]. Я понял, что наибольшая поправка порядка e^2 возникает от кулоновского взаимодействия e^+e^- , и что она является приближением к $\Psi_C(0)/\Psi_{\text{своб}}(0)$. Однако мой результат в порядке e^2 был большим, только если велико отношение e^2/hv , но тогда он не обоснован, т.к. разложение этого фактора в ряд по e^2/hv имеет конечный радиус сходимости.

Были развиты ядерные модели для осцилляции дыхательной моды и их динамика связана с объемной энергией сжимаемой ядерной жидкости, а не с внутренней кинетической энергией. Обсуждались α -частичные модели, но в то время мало что было известно об α - α силах.

В большом приложении фейнмановская техника, описанная в диссертации, использовалась для вычисления поправок высших порядков к борновскому приближению для амплитуды упругого рассеяния электронов на статическом потенциале [30].

(Перевод с англ. В.М. Колыбасова)

ПРИМЕЧАНИЯ

¹ Р.Г. Далитц — профессор Оксфордского университета, Англия. Известный специалист по физике ядра и элементарных частиц, процессам со странными частицами, автор широко используемых диаграмм Далитца. (Примеч. ред.)

² В начале 1952 г. Трейнор [11] понял, что ядерные состояния с $N = Z$ могут быть характеризованы мультипликативным квантовым числом, имеющим значения ± 1 , но это наблюдение основывалось на волновых функциях оболочечной модели, которые вычислялись для зарядово-независимых ядерных сил и имели определенное значение изоспина I . Собственные числа, которые нашел Трейнор, в действительности подчинялись правилу $(-1)^I$, но он эту связь не установил. Он не понимал, что такое квантовое число осталось бы обоснованным, если бы зарядовая независимость была нарушена, а выжила бы только зарядовая симметрия.

³ Следует отметить, что у нас в стране диссертация Сахарова и введенное в ней понятие о четности по изотопическому спину были хорошо известны. В частности, этой теме был посвящен отдельный параграф в монографии Л.В. Грошева и И.С. Шапиро "Спектроскопия атомных ядер", вышедшей в 1952 г. (Примеч. пер.)

⁴ Сейчас представляется вероятным, что в последнем вопросе Сахаров был прав. Хотя не все данные согласуются между собой, в настоящее время принято [28], что уровень $^{20}\text{Ne}^*$ при 13,642(3) МэВ с шириной 17(1) кэВ имеет спин-четность 0^+ и изоспин $I = 1$, а поэтому $t = -1$. Он соответствует известному уровню ^{20}F с энергией возбуждения 3,526 МэВ. В пределах $\pm 0,4$

МэВ от этого уровня ^{20}Ne известны четыре 0^+ -состояния с $I = 0$, так что вполне возможно, что он имеет заметные примеси с $I = 0$. В действительности, если все квантовые числа определены правильно, он должен иметь такие примеси, так как распадается по каналу $\alpha + ^{16}\text{O}$ (осн. сост.). Преимущественный канал распада (99,6%) есть $p + ^{19}\text{F}$, так что его парциальные ширины для α -распада меньше, чем 0,1 кэВ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Сахаров А.Д.//ЖЭТФ. 1948. Т. 18. С. 631.
2. Alvares L. et al.//Phys. Rev. 1957. V. 105. P. 1127L.
3. Сахаров А.Д., Зельдович Я.Б.//ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 947.
4. Sakharov A.D.//Collected Scientific Works/Eds. D. ter Haar, D.V. Chudnovsky, G.V. Chudnovsky. — New York; Basel: Marcel Dekker, 1982.
5. Nuclear Data Sheets. 1988. V. 55. P. 689.
6. Fowler W.A., Lauritsen C.C.// Phys. Rev. 1939. V. 56.
7. Streib J.F., Fowler W.A., Lauritsen C.C.// Ibidem. 1941. V. 59. P. 253.
8. Oppenheimer J.R., Schwinger J.S.//Ibidem. 1939. V. 56. P. 1066.
9. Yukawa H., Sakata S.// Proc. Phys. Math. Soc. Japan. 1935. V. 17. P. 10.
10. Kroll N.M., Foldy L.L.//Phys. Rev. 1952. V. 88. P. 1177.
- [11] Treinor L.// Ibidem. 1952. V. 85. P. 962.
12. Oppenheimer J.R.// Ibidem. 1941. V. 60. P. 164.
13. Ajzenberg-Selove F.// Nucl. Phys. Ser. A. 1985. V. 433. P. 1.
14. Alichanov A.I., Spivak P.E.//Phys.Zs. Sowjetunion. 1937. Bd. 11. S. 351.
15. Alichanow A.I., Kosodaew M.S.//Zs. Phys. 1934. Bd. 90. S. 249.
16. Thomas R.//Phys. Rev. 1940. V. 58. P. 714.
17. Alichanov A.I., Latyshev G.P.//Sov. J. Phys. 1940. V. 3. P. 251.
18. Latyshev G.D.//Rev. Mod. Phys. 1947. V. 19. P. 132.
19. Bethe H.A.// Ibidem. 1937. V. 9. P. 69.
20. Bengston B., Nielsen H.L., Rud N.//Nucl. Phys. Ser. A. 1979. V. 319. P. 21.
- [21] Birks M., Sokolowski J.S., Wolfson Y.// Ibidem. 1973. V. 216. P. 57.
22. Devons S., Hereward H.G., Lindsay G.P.// Nature, London. 1949. V. 164. P. 586.
23. Miska H. et al.//Phys. Lett. Ser. B. 1975. V. 58. P. 155.
24. Boeker E.//Phys. Lett. 1966. V. 21. P. 69.
25. Zuker A.P., Buck B., McGrory J.B.//Phys. Rev. Lett. 1968. V. 21. P. 39.
26. Tape J.W., Adelberger E.G., Burch D., Zamick L.//Ibidem. 1972. V. 29. P. 878.
27. Afanasyev L.G. et al.//Phys. Lett. Ser. B. 1990. V. 236. P. 116.
28. Ajzenberg-Selove F.// Nucl. Phys. Ser. A. 1987. V. 475. P. 137.
29. Dalitz R.H.// Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1951. V. 206. P. 521.
30. Dalitz R.H.//Ibidem. P. 509.