621.039.6

ТЕОРИЯ МАГНИТНОГО ТЕРМОЯДЕРНОГО РЕАКТОРА (часть II)

А.Д. *Сахаров*

(*По сб.//Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Т. 1. — М.: Изд-во АН СССР, 1958. — С. 20 — 30; то же://УФН. 1967. Т. 93, вып. 3. С. 564 — 571*[1])

В работе И.Е. Тамма[2] изложены свойства высокотемпературной плазмы в магнитном поле, дающие надежду на осуществимость МТР. Ниже излагаются другие вопросы теории МТР, а именно: 1. Термоядерные реакции. Тормозное излучение. 2. Расчет большой модели. Критический радиус. Краевые явления. 3. Мощность подмагничивания. Оптимальная конструкция. Производительность по активным веществам, 4. Дрейф в неоднородном магнитном поле. Подвешенный ток. Индукционная стабилизация. 5. Проблема плазменной неустойчивости.

1. Термоядерные реакции. Тормозное излучение. В МТР могут идти следующие реакции:

$$\left.\begin{aligned} &D^2 + D^2 \to H^3 + p + \underline{3\text{ МэВ}} + \underline{1\text{ МэВ}},\\ &D^2 + D^2 \to He^3 + n + 0{,}82\text{ МэВ} + 2{,}46\text{ МэВ}\end{aligned}\right\}\ \text{первичные реакции,}$$

$$\left.\begin{aligned} &He^3 + D^2 \to He^4 + p + \underline{14{,}5\text{ МэВ}} + \underline{3{,}7\text{ МэВ}},\\ &H^3 + D^2 \to He^4 + n + 14\text{ МэВ} + \underline{3{,}5\text{ МэВ}}\end{aligned}\right\}\ \text{вторичные реакции.}$$

Подчеркнута энергия, которая сообщается заряженным частицам и поддерживает термоядерную реакцию в МТР.

Скорость протекания реакции характеризуется временем τ, в течение которого каждое ядро испытывает одно столкновение, сопровождающееся реакцией:

$$\tau_{\mathrm{D}}^{-1} = N_{\mathrm{D}}([\widetilde{\sigma v}]_1 + [\widetilde{\sigma v}]_2),$$

$$\tau_{\mathrm{H}^3}^{-1} = N_{\mathrm{D}}[\widetilde{\sigma v}]_{\mathrm{H}^3+\mathrm{D}}, \qquad (1.1)$$

$$\tau_{\mathrm{He}^3}^{-1} = N_{\mathrm{D}}[\widetilde{\sigma v}]_{\mathrm{He}^3+\mathrm{D}}.$$

N_{D} — число дейтонов в 1 см^3; $[\sigma v]$ — усредненное по максвелловскому распределению произведение сечения на относительную скорость.

В таблице приведены для ориентации в порядках величин времена τ, соответствующие $N_{\mathrm{D}} = 0{,}77\cdot 10^{14}$см$^{-3}$ (использованы отчетные данные 1950 г.).

На графике № 1[3] ●) отложено, в функции температуры, количество энергии Q_1, сообщаемое при той же плотности $N_{\mathrm{D}} = 0{,}77\cdot 10^{14}$ заряженным частицам в 1 см^3 в 1 с; учтены только первичные реакции[4] ●.

T, кэВ	Время жизни D по отношению к обеим реакциям (первичн.)	Время жизни H^3	Время жизни He^3	T, кэВ	Время жизни D по отношению к обеим реакциям (первичн.)	Время жизни H^3	Время жизни He^3
10	7620	134	27400	100	202	13,8	89,9
20	1770	34	8850	200	112	18,0	51,2
50	421	15,3	322	300	85,5	23,0	46,4

Для сравнения приведена энергия Q_2, уносимая тормозным (рентгеновским) излучением, вычисленная по формуле

$$Q_2 = aN_{\mathrm{D}}^2\sqrt{T(\text{МэВ})}(1 + \alpha T). \qquad (1.2)$$

$\alpha = 5{,}05$ МэВ$^{-1}$ (этот член обусловлен в основном электронно-электронными соударениями); $a = 1{,}7\cdot 10^{-20}$. На графике рис. 1 видно, что в системе достаточно больших размеров возможна самоподдерживающаяся реакция $(Q_1 > Q_2)$.

2. Расчет большой модели. Критический радиус. Краевые **явления**[5] о. Рассмотрим прямой бесконечный цилиндр радиуса R. Пренебрежем эффектами, обусловленными нейтральными частицами. В этом предположении радиальный ионный ток j (в стационарном случае) отсутствует.

Согласно [2]

$$j \sim \frac{n^2}{T^{1/2}}\left(\frac{\nabla n}{n} + \frac{1}{4}\frac{\nabla T}{T}\right); \qquad (2.1)$$

отсюда при $j = 0$ имеем

$$nT^{1/4} = \mathrm{const} = n_0 T_0^{1/4}, \tag{2.1а}$$

где n_0 и T_0 — число дейтонов в 1 см^3 и температура на оси цилиндра. Из (2.1а) видно, что $p = 2nT$ (давление) максимально в центре и спадает до малого значения у стенки. Согласно [1] магнитное поле в системе с цилиндрической симметрией меняется так, что остается постоянной сумма давлений газа и магнитного поля,

$$\frac{H^2}{8\pi} + 2nT = \mathrm{const}. \tag{2.1б}$$

Запишем далее закон сохранения энергии. Пусть π, эрг/см^{2}с есть тепловой поток, обусловленный теплопроводностью плазмы. Имеем

$$\operatorname{div}\pi = \left(\frac{n}{N_{\mathrm{D}}}\right)^2 Q(T), \tag{2.1в}$$

где $Q = Q_1 - Q_2 = 0{,}77\cdot 10^{14}$см$^{-3}$ (относительно Q_1 и Q_2 см. выше). Тогда (T — в эргах)

$$\pi = \frac{3{,}6\cdot 10^{-8} n^2}{H^2\sqrt{T}}\left(\nabla T + \frac{7}{2\left(\sqrt{\frac{M}{2m}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{41}{8}\right)}\frac{T}{n}\nabla n\right). \tag{2.2}$$

Из (2.1а) имеем $(T/n)\nabla n = -(1/4)\nabla T$, т.е.

$$\pi = -\frac{3{,}5\cdot 10^{-8} n^2}{H^2\sqrt{T}}\nabla T. \tag{2.1г}$$

Совместное рассмотрение уравнений (2.1а), (2.1г) дает возможность найти распределение всех величин по радиусу трубы, а также то критическое значение радиуса, при котором выделение термоядерной энергии сравнивается с уходом тепла к стенкам. Для рассмотрения были введены безразмерные переменные. В частности, магнитное поле входит в комбинации, пропорциональной HR, откуда следует, что критический радиус $R_{\text{к}}$ обратно пропорционален H_0[6] •. Найдено (при пренебрежении вторичными реакциями и краевыми эффектами для $T_0 = 107$ кэВ)

$$R_{\text{к}} H_0 \approx 10^7\ \text{Гс}\cdot\text{см}. \tag{2.3}$$

Приняв $H_0 = 25000$ Гс, имеем $R_{\text{к}} = 400$ см.

Заметим, что численное значение коэффициента термодиффузии, равное 1/4 при $\nabla T/T$ в формуле (2.1), имеет принципиальное значение для осуществимости МТР. Это проще всего понять из следующих соображений. Теплоотдача всякого тела по порядку величины (в стационарном случае, при не очень неоднородном выделении энергии) пропорциональна

$$I = L\int_{T_1}^{T_0} \varkappa(T)\mathrm{d}T,$$

где L — линейные размеры, $\varkappa$ — теплопроводность, T_0 — температура в центре, T_1 — температура на границе. В нашем случае $\varkappa \sim n^2/T^{1/2}$. Пусть $n \sim T^{-\alpha}$, где α, для общности, не обязательно равно 1/4 [обобщение формулы (2.1а)]. Имеем $\varkappa \sim 1/T^{1/2+2\alpha}$. При $\alpha = 1/4$ $I \sim \ln T_0/T_1 \approx 15$; при $\alpha > 1/4$ I может быть весьма велико. Например, при $\alpha = (1/2)$ $I \sim$ $\sim (T_0/T_1)^{1/2} \approx 10^3$. При $\alpha < 1/4$ интеграл сходится при $T_1 \to 0$. Было проверено, что наличие в дейтериевой плазме примесей с $Z > 1$ (гелий, воздух и т.д.) уменьшает α, т.е. действует в этом смысле в благоприятную сторону (расчеты Е.С. Фрадкина).

На графиках № 2 и 3 (с. 14) изображены распределения T и n для случая $H_0 = 25000$ Гс; T_1 принято около 1000° (см. ниже). Магнитное поле в центре спадает до очень малых величин, поэтому n_0 можно вычислять по формуле

$$n_0 = \frac{H_0^2}{16\pi T}.$$

При $H_0 = 25000$ Гс, $T = 100$ кэВ $= 1{,}6\cdot 10^{-7}$ эрг имеем $n_0 = 0{,}77\cdot 10^{14}$ см$^{-3}$. На графике № 4 изображено выделение энергии в единице объема при n_0, описываемое формулой (2.4), $H_0 = 25000$ Гс. Очевидно, наиболее целесообразно работать при наименьшей температуре, при которой термоядерная реакция является самоподдерживающейся.

В имеющихся в настоящее время расчетах не учитывались вторичные реакции и возрастание тормозного излучения при появлении в системе He^3 и He^4. Вероятно, первый из упомянутых факторов (снижающий $R_к$) более важен. Видимо, можно дополнительно уменьшить $R_к$ принудительным сжиганием He^3.

Лишь самые предварительные качественные оценки могут быть сделаны по вопросу о ходе решения вблизи стенки, где важную роль играют летящие от стенки нейтральные атомы и молекулы (полностью аналогичная задача была решена И.Е. Таммом для случая малой модели, причем выявился эффект температурного скачка).

Пренебрежем: а) рекомбинацией в объеме плазмы (будем учитывать только рекомбинацию на стенках), б) столкновениями нейтральных атомов между собой.

При этих предположениях можно найти качественную картину решения (рис. 1) и затем проверить законность исходных предположений. Температура

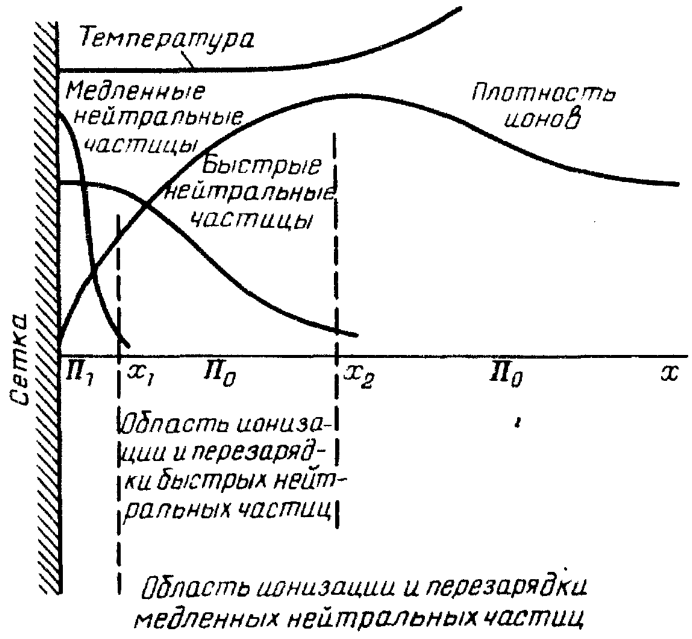

Рис. 1

ионов испытывает около стенки скачок T'. Летящие от стенки медленные нейтральные частицы испытывают перезарядку на очень малом расстоянии от стенки (доли миллиметра). Возникают быстрые нейтральные частицы, которые обладают заметным пробегом порядка 1 см. Разница пробега быстрых и медленных нейтральных частиц обусловлена тем, что пробег есть произведение времени свободного пролета на скорость частицы. Время свободного пролета определяется относительной скоростью нейтральных и заряженных частиц и изменяется при изменении скорости нейтраль-ной частицы лишь в $\sqrt{2}$ раз.

Разберем предельный случай, когда вероятность ионизации равна произведению некоторого a на вероятность перезарядки; $\alpha \ll 1$. Пусть полный поток быстрых нейтральных частиц есть j_n. Имеем $\pi_0 \sim (3/2)T'j_n + \pi_1$ (π_0 — поток в области $x > x_1$; π_1 — поток в области $x < x_1$, много меньше, см. ниже, и им можно пренебречь). Согласно теории альбедо вероятность ионизации быстрой нейтральной частицы есть $1 - 1/(1 + \sqrt{\alpha}) \approx \sqrt{\alpha}$[7] •. Поэтому поток ионов есть $j_i = \sqrt{\alpha} j_n$. Вероятность ионизации медленной частицы есть αj_n, т.е. меньше вероятности ионизации быстрой частицы; ею также можно пренебречь. При $x < x_1$ n мало. Поэтому $\pi_1 \sim \nabla(n^2)$, а температуру можно считать постоянной.

$$\pi_1 = \frac{7}{2} T' j_i = \frac{7}{2} \frac{4 \cdot 10^{-10} \sqrt{T'} \nabla(n^2)}{H^2}, \tag{2.5}$$

$$\pi_1 = \frac{7}{3} \sqrt{\alpha} \pi_0,$$

$$\nabla(n^2) = \frac{n_1^2}{x},$$

где n_1 — число ионов в точке

$$x_1 = \frac{1}{\sigma n_1} \frac{v_0}{v}.$$

Здесь σ — сечение перезарядки, v_0 — скорость медленных нейтральных частиц, v_1 — скорость ионов.

В настоящее время не рассмотрена задача сшивания решений в областях $x < x_1$, $x_1 < x < x_2$ и $x > x_2$.

Ограничимся предварительной оценкой теплового потока, при котором возможен температурный скачок в 10 эВ (применительно к условиям большой модели; в малой модели температурный скачок несомненен). Примем: $n_1 = 1{,}4\cdot10^{15}$ см$^{-3}$, $\alpha = 1$ (т.е. находимся на грани применимости намеченной выше теории), $T' = 1{,}6\cdot10^{-11}$ эрг, $\sigma = 3\cdot10^{-15}$ см$^{-2}$, $H = 50000$ Гс, $v_0/v_1 = 0{,}05$ (комнатная температура стенки). Получаем $x_1 = 0{,}01$ см (порядка радиуса ларморовской окружности для ионов, т.е. и в этом отношении находимся на грани применимости теории); $\pi = 5\cdot10^8 \sim 50$ Вт/см^2, что имеет правильный порядок величины.

3. Мощность подмагничивания. Оптимальная конструкция. Производительность по активным веществам. На рис. 2 обозначены основные параметры МТР.

Найдем оптимальное соотношение ∂ и d, обеспечивающее минимум массы меди и мощности подмагничивания в самоподдерживающемся режиме. Отношение D/d определя-ется, очевидно, конструктивными соображениями; оно порядка 3 — 5.

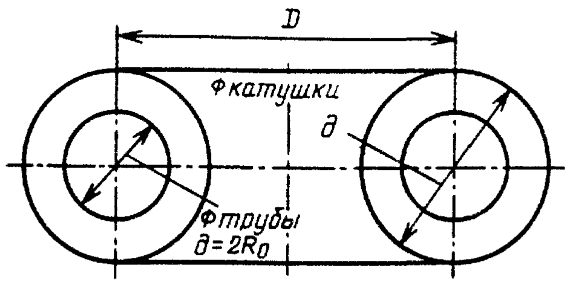

Рис. 2

Произведение $d(\partial - d\partial)$ пропорционально H_0R_0 и должно считаться заданным. Ищем $\min D(\partial^2 - d^2) \sim \partial(\partial^2 - d^2)$. Он удовлетворяется при $\partial \approx 2{,}2d$. Примем

$$\partial = 2d, \quad D = 6d; \tag{3.1}$$

при этом мощность подмагничивания $P \sim H_0^2 d$. Мощность, выделяемая в результате термоядерной реакции, и производительность по активным веществам

$$W \sim n_0^2 d^3 \sim H_0^4 d^3 \sim P^2 d.$$

Для характеристики численных коэффициентов в этих формулах разберем следующий пример (всюду в дальнейшем, когда речь идет о численных характеристиках, имеем в виду этот пример):

$$\begin{cases} H_0 = 50000 \text{ Гс} \\ d = 4 \text{ м}, \\ \partial = 8 \text{ м}, \\ D = 24 \text{ м}, \\ n_0 = 3{,}0 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}, \\ T_0 = 100 \text{ кэВ}, \end{cases}$$

объем $= 0{,}96 \cdot 10^9$ см^3,
поверхность $= 0{,}96 \cdot 10^7$ см^2,

выделение термоядерной энергии
$17{,}6 \cdot 10^6$ эрг/см^{3}с.

Масса меди в обмотке (с учетом коэффициента заполнения $k = 0{,}5$) 13000 т. Плотность тока в обмотке 400 а/см^2 (средняя 200 {*а/см*^{2}). Мощность подмагничивания около 400000 кВт (с учетом неоднородности заполнения обмотки и других конструктивных моментов — несколько больше). Выделение термоядерной энергии (считая, что в среднем с приведенной выше скоростью реакция вдет в 0,5 объема трубы)

$$W = 8{,}8 \cdot 10^{15} \text{ эрг/с} = 880000 \text{ кВт}.$$

При этом выгорает ядер D

$$\frac{8{,}8 \cdot 10^{15} \text{ эрг/с}}{1{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ эрг/МэВ}} \frac{4}{3{,}3 \text{ МэВ} + 4 \text{ МэВ}} = 3 \cdot 10^{22} \frac{\text{ядер D}}{\text{с}}$$

(что составляет 150 г/сут). Можно рассчитывать получить около 100 г T в сутки или в 80 раз больше U^{233} [(8)] •. Увеличение мощности P и массы меди в 2,5 раза увеличивают эту производительность в 8,5 раза (без изменения плотности тока). Увеличивая плотность тока в n раз, можем уменьшить линейные размеры в $n^{1/2}$ раз, оставляя неизменным произведение H_0R_0. При этом масса меди уменьшится в $n^{3/2}$ раз, а мощность подмагничивания возрастет в $n^{1/2}$ раз. В этом же отношении возрастет выход активных веществ.

4. Дрейф в неоднородном магнитном поле. Подвешенный ток. Индукционная стабилизация. Магнитное поле в МТР (в пренебрежении экранировкой плазменными токами) совпадает с полем прямого тока. Неоднородность магнитного поля приводит к весьма опасным эффектам дрейфа (рис. 3). Для частицы массы M в точке A поле направлено по оси z, а градиент поля — по оси x, $\partial H_z/\partial x = - H_z/x$.

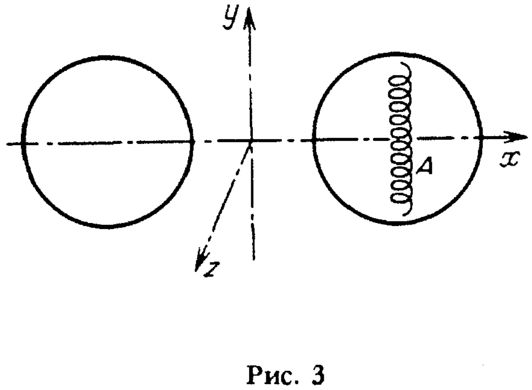

Рис. 3

Подвешенный ток. Рассмотрим движение заряженных частиц в магнитном поле, созданном обмоткой МТР (~50 000 Гс) и осевым током (200 Гс), созданным кольцевым проводником, проходящим по оси трубы МТР. Магнитные силовые линии в таком поле приобретают винтообразный характер (рис. 4). В случае приведенных выше примерных чисел центр ларморовской окружности частицы, двигаясь по магнитной силовой линии, обегает ось y в 40 раз чаще, чем осевой ток (ось z). Дивергенция векторного поля скоростей движения центра ларморовской окружности в пренебрежении дрейфом должна быть равна нулю (это утверждение следует из теоремы Лиувилля). На это движение накладывается дрейф. Дивергенция этого векторного поля тоже должна быть равна нулю; поэтому проекции результирующих траекторий на сечение тороида

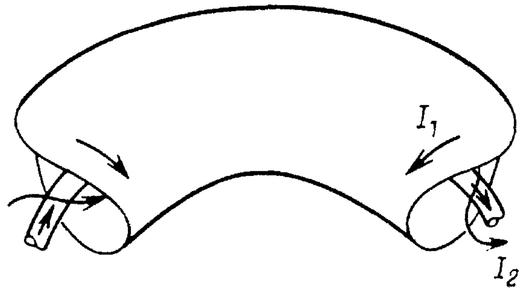

Рис. 4

(плоскость x, y) представляют собой замкнутые траектории, смещенные на некоторую величину Δ относительно того положения, которое они занимали бы при отсутствии дрейфа. Оценки дрейфа показывают, что эта величина всегда достаточно мала. Так, для протона с энергией 14 МэВ ($v_0 =$ $= 5{,}2 \cdot 10^9$ см/с) скорость винтового движения $2 \cdot 10^7$, а скорость дрейфа $1{,}5 \cdot 10^6$ см/с. Отсюда $\Delta \sim 20$ см. Заметим, что в этом случае мы избегаем трудности, связанной с наличием объемных зарядов. Возникает вопрос: как осуществить осевой ток? В настоящее время не ясно, можно ли провести через горячую область тросы, поддерживающие осевое кольцо и подводящие ток, и охлаждающую воду. Не исключено, что может быть создана такая конфигурация защитных полей, например, при помощи пропускания сильного тока по тросам, которая предохранит тросы от попадания на них горячего газа.

Продискутируем другую возможность — подвеску осевого кольца при помощи магнитного поля (дополнительное горизонтальное поле с $H' \sim 100$ Гс не нарушит качественной картины магнитного поля в тороиде).

Материал кольца должен выдерживать высокие температуры, так как единственным механизмом охлаждения кольца является тепловое излучение, соответствующее даже при $T = 1400°$C около 40 Вт/см^2 [$\pi = 5 \cdot 10^{-5} T^4$(K)], т.е. очень малой величине. Одной из возможностей изготовления кольца, работающего при таких температурах, служит применение труб из тугоплавких металлов, содержащих расплавленный легкий металл (Li, Be, Al и т.д.).

Постоянный ток — 200000 А. Общая мощность, необходимая для поддержания постоянного тока, составит 2000 — 10000 кВт. Большие трудности должны представить передача этой энергии (в форме радиочастоты) кольцу и выпрямление переменного тока.

Другой способ антидрейфовой стабилизации, который технически несравненно более приемлем и который поэтому необходимо тщательно изучить, — это создание осевого тока непосредственно в плазме индукционным методом. В этом способе не ясно, разрушается ли высокотемпературная плазма в момент обращения индукционного тока в нуль.

5. Проблема плазменной неустойчивости. Необходимо выяснить, существуют ли в случае плазмы в магнитном поле такие возмущения, которые согласно уравнениям плазменной динамики нарастают (по экспоненциальному или степенному закону) во времени. Нужно рассмотреть ряд случаев. Наиболее исследован теоретически и экспериментально случай протекания тока по плазме параллельно внешнему магнитному полю, где найдены неустойтакже в случае неоднородной плазмы при наличии дрейфового тока. В настоящее время эта проблема только поставлена.

Приложение.

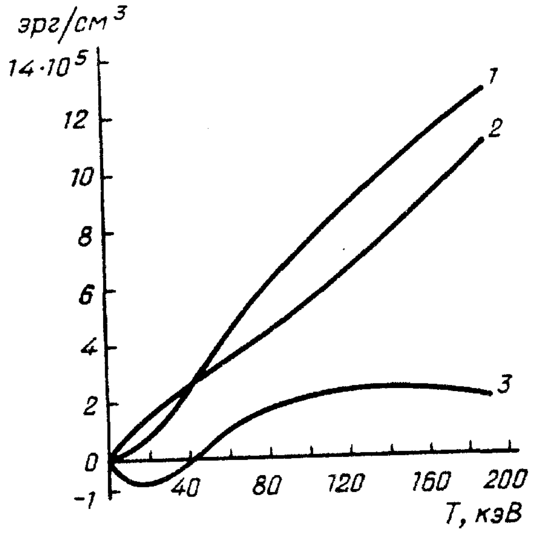

График № 1. *1* — энергия, сообщаемая заряженным частицам, *2* — энергия тормозного излучения, *3* — их разность

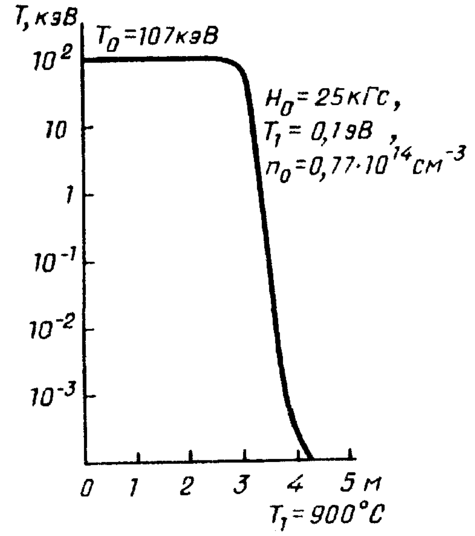

График № 2. Распределение температуры

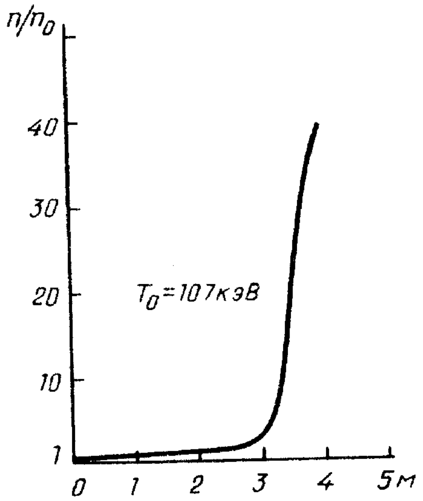

График № 3. Распределение плотности

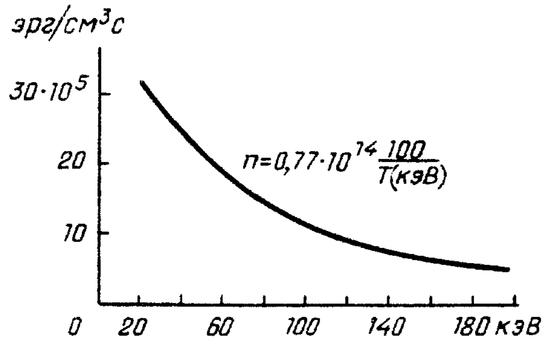

График № 4. Полная выделяемая мощность

ПРИМЕЧАНИЯ

[1] Работа выполнена в 1951 г. (*Примеч. ред.*)

[2] См. указанный сборник. — С. 3

[3] Графики на с. 14 в Приложении.

[4] $Q_1 = \frac{N_D}{\tau_D}\,\frac{3\ \text{МэВ} + 1\ \text{МэВ} + 0{,}82\ \text{МэВ}}{4}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-7}.$

[5] Расчет большой модели (с пренебрежением краевыми явлениями и вторичными реакциями) впервые был произведен И.Е. Таммом в октябре 1950 г. Обнадеживающие результаты, касающиеся роли процессов с нейтральными частицами, были получены И.Е. Таммом для системы с малой плотностью (температурный скачок).

[6] Этот результат легко понять без всяких вычислений. Выделение тепла на 1 см цилиндра $\sim R^2 Q n_0^2$. Уход тепла пропорционален $\sim n_0^2 T^{1/2} H_0^{-2}$. Для нахождения $R_\text{к}$ приравниваем эти выражения. Отсюда $R_\text{к}^2 \sim T^{1/2} Q^{-1} H_0^{-2}$.

[7] Ионизация есть аналог поглощения; перезарядка есть аналог рассеяния. Альбедо полупространства $[2/(1+\sqrt{\alpha})]-1$.

[8] Заметим, что энергетическая ценность U^{233}, который может сжигаться в простых реакторах, значительно превышает выделение тепла в самом термоядерном реакторе.