Ноябрь 1991 г. **Том 161. № 11**

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.125.523.5

НЕЙТРОННАЯ ОПТИКА И УЛЬТРАХОЛОДНЫЕ НЕЙТРОНЫ

И.М. Франк

(II Международная школа по нейтронной физике. Алушта, Крым, 2—19 октября 1974. — Сб. лекций. — Дубна: ОИЯИ. Д3-7991, 1974. — С. 19 — 41)

1. Введение

Ультрахолодные нейтроны со скоростью $v < v_0 = v_{\lim}$ обладают, как известно, способностью испытывать практически полное отражение от поверхности многих веществ [1 — 3], у которых длина когерентного рассеяния ядер вещества b положительна. Величина v_0 равна

$$v_0 = \frac{\hbar}{m}\left(\frac{Nb}{\pi}\right)^{1/2}. \qquad (1.1)$$

Здесь h — постоянная Планка, m — масса нейтрона, N — число ядер в единице объема.

Для твердых веществ скорость v_0 по порядку величины — это метры в секунду (для меди $v_0 =$ 5,7 м/с), и ей соответствует энергия $E \sim 10^{-7}$ эВ.

Нейтроны со скоростями $v \leq v_0$ составляют группу, имеющую качественно иные, по сравнению с другими, свойства. Вполне естественно ввести для них и особое название. В литературе нейтроны с энергиями меньше 10^{-4} эВ часто называют ультрахолодными. Представляется рациональным разделить эту область энергий на две:

— очень холодные нейтроны — $E < 10^{-4}$ эВ,

— ультрахолодные нейтроны — $E < 10^{-7}$ эВ.

Мне было приятно узнать, что доктор Штайерл в своей лекции уже использует терминологию, которую я пропагандирую[1*].

Темой моей лекции является рассмотрение оптических свойств ультрахолодных и частично — очень холодных нейтронов. Хорошо известно, что уже тепловые нейтроны при скользящем падении на поверхность многих веществ (для которых $b > 0$) испытывают полное внутреннее отражение. Как величина угла полного внутреннего отражения, так и ее зависимость от длины волны λ для нейтронов практически таковы же, что и для рентгеновских лучей. Здесь проявляется глубокая аналогия с оптикой рентгеновских лучей, анализ которой впервые был дан Ферми.

В области больших длин волн, соответствующих холодным и очень холодным нейтронам, интервал углов, в котором происходит полное отражение, непрерывно расширяется с увеличением λ, а при $v = v_0$ даже нейтроны, падающие на поверхность в направлении нормали, почти полностью отражаются. Такая зависимость угла полного отражения от λ для тех же длин волн ($\lambda \approx 10 - 10^3$ Å) не имеет простой аналогии с оптикой. Это различие определяется, как будет видно из дальнейшего, законом дисперсии нейтронных волн, неприменимым для света оптического диапазона частот. Что касается отражения ультрахолодных нейтронов, то оно во многом аналогично отражению видимого света от металлического зеркала [4].

К вопросу об оптических свойствах очень холодных нейтронов можно подойти двумя путями: можно положить в основу рассмотрения средний потенциал, действующий на нейтроны в среде, или же можно сразу находить показатель преломления нейтронных волн аналогично тому, как это делается в оптике. Оба пути не дают точного решения задачи, и их в известной мере можно считать независимыми. В лекции используются оба эти подхода.

Ф.Л. Шапиро в своем обзоре [3] использует первую возможность, а именно: пользуется средним потенциалом, непосредственно связанным с квазипотенциалом Ферми [6] и равным

$$U = \frac{\hbar^2}{2\pi m} Nb. \tag{1.2}$$

Если такой потенциал положителен, то энергия нейтрона при попадании в среду уменьшается на величину U:

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - U, \tag{1.3}$$

или

$$v_1^2 = v^2 - v_0^2,$$

где v_0^2 определяется (1.1). Таким образом, нейтроны со скоростью $v < v_0$ при любом угле падения не могут проникнуть в среду, так как квадрат их скорости становится меньше нуля. В действительности уравнение (1.3) содержит более жесткое требование. В самом деле, сила, действующая на нейтрон у границы среды, направлена по нормали к ее поверхности (ось z). Поэтому из трех компонент скорости ($v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$) будет меняться только v_z. Таким образом,

$$v_1^2 = v_z^2 + v_y^2 + (v_z^2 - v_0^2), \tag{1.4}$$

$$v_{1z}^2 = v_z^2 - v_0^2.$$

Следовательно, для проникновения волны в среду необходимо $v_z > v_0$, а $v_z = v_0$ определяет угол полного внутреннего отражения для нейтронов с любым v. Сказанное является корпускулярной формулировкой полного отражения и говорит о том, что для этого явления существенна только компонента скорости нейтрона v_z. Косинус угла падения, очевидно, равен: $\cos\theta = v_z/v$.

Полагая $v_z = v_0$, получим, что полное отражение происходит при условии $\cos\theta \leq v_0/v_z$, и, следовательно, при $v < v_0$ отражение должно иметь место при любом θ. Приведенные здесь рассуждения, вероятно, самый наглядный путь нахождения угла полного отражения. Весьма существенно, что величина v_0 одинакова и для тепловых, и для ультрахолодных нейтронов, хотя их энергии E отличаются в 10^5 раз.

Таким образом, для нейтронов с малой энергией длина когерентного рассеяния b — это величина, с большой точностью не зависящая от энергии.

Для нахождения коэффициента отражения, а также потока и плотности нейтронов в среде необходимо перейти от корпускулярной к волновой формулировке задачи. Это тем более необходимо, что потенциал U на самом деле — величина комплексная:

$$U = U' - iU'' = \frac{h^2}{2\pi m}N(b' - ib''), \tag{1.5}$$

поскольку величина b комплексна,

$$b = b' - ib''. \tag{1.6}$$

Обычно b'' очень мала по сравнению с b'. В самом деле, величина b' во многих случаях близка к 10^{-12} см (например, для меди $b' = 0{,}79\cdot 10^{-12}$ см). Что касается b'', то с помощью оптической теоремы ее можно связать с эффективным сечением

$$\sigma(v) = \frac{4\pi}{k}b'', \tag{1.7}$$

где k — волновой вектор. Полагая $\sigma \sim 10$ барнам для тепловых нейтронов ($\sigma \approx 10^{-23}$), получим $b'' \sim 0{,}3\cdot 10^{-15}$, что составляет менее тысячной от величины b'. Поэтому в большинстве явлений, связанных с рассеянием медленных нейтронов, и для определения v_0 можно считать b действительной величиной. Однако нельзя полагать b'' равным нулю при расчетах коэффициента отражения ультрахолодных нейтронов, так как в этом случае он окажется равным единице, поскольку именно b'' содержит сечение захвата нейтронов. Для физики ультрахолодных нейтронов это крайне существенно, и поэтому мы не будем в дальнейшем тексте пренебрегать b''. Мы должны также иметь в виду, что b', а особенно b'' в среде несколько иные, чем b_0' и b_0'' для изолированного ядра. Поэтому σ в (1.7) не равно полному сечению σ_t — взаимодействия нейтронов с ядром, как это следовало бы ожидать из оптической теоремы. Вопрос о связи b'' с b_0'' будет обсужден в дальнейшем тексте (см. п. 3), где будет показано, что σ в (1.7) для очень холодных нейтронов должно быть равно сечению ослабления потока нейтронов в веществе (см. п. 4). Здесь же пока делается только одно, но весьма существенное допущение, а именно: не только b', но и b'' не зависит от скорости нейтрона и, следовательно, σ в (1.7) подчиняется закону $1/v$, так что $\sigma(v)v = \mathrm{const}$.

Учитывая комплексность потенциала U в (1.5), мы, следовательно, вместо (1.4) должны писать

$$v_1^2 = v^2 - v_0^2 + iv_i^2, \tag{1.8}$$

$$v_{1z}^2 = v_z^2 - v_0^2 + iv_i^2, \tag{1.9}$$

где

$$v_0^2 = \frac{h^2}{m^2}\frac{Nb'}{\pi}, \quad v_i^2 = \frac{h}{m^2}\frac{Nb''}{\pi} = \frac{h}{m}N\sigma(v)v. \tag{1.10}$$

Возможность отрицательной величины v_1^2 при $v < v_0$ и комплексность v_1^2 приобретают физический смысл, если от скоростей перейти к волновым векторам

$$k_1^2 = \frac{m^2v_1^2}{\hbar^2}, \quad k^2 = \frac{m^2v^2}{h^2},$$

$$k_0^2 = \frac{m^2v_0^2}{\hbar^2} = 4\pi Nb', \quad k_i^2 = \frac{m^2v_i^2}{h^2} = 4\pi Nb''. \tag{1.11}$$

Таким образом, уравнения (1.8) и (1.9) запишутся так:

$$k_1^2 = k^2 - k_0^2 + ik_i^2 = k^2 - 4\pi Nb, \tag{1.12}$$

$$k_{1z}^2 = k_z^2 - k_0^2 + ik_i^2 = k_z^2 - 4\pi Nb. \tag{1.13}$$

Очевидно, что описанные здесь k_1^2 и k_{1z}^2 удовлетворяют уравнению Шрёдингера для волны с данными k и k_z, преломляющейся из вакуума в среду, в которой имеется комплексный потенциал U (1.5). Тот факт, что в соответствии с (1.4) из трех компонент вектора k при преломлении волны меняется только одна, направленная по нормали, является общим свойством волновых процессов. Существенная особенность, однако, состоит в том, что при $b = \text{const}$ изменение k_z есть функция только k_z и не зависит от k. Из величин k_1^2 и k^2 сразу находим квадрат показателя преломления волн $n^2 = \varepsilon$, т.е. величину, аналогичную диэлектрической постоянной ε для света. По определению,

$$n^2 = \varepsilon = \frac{k_1^2}{k^2} = \frac{v_1^2}{v^2}, \tag{1.14}$$

или, используя (1.10) и (1.11),

$$n^2 = 1 - \lambda^2\frac{Nb}{\pi}, \quad b = b' - ib'',$$

или, в иной записи,

$$n^2 = 1 - \frac{v_0}{v^2} + i\frac{v_i}{v^2}, \tag{1.15}$$

$$v_0^2 = \frac{\hbar^2}{m^2}\frac{Nb'}{\pi}, \quad v_i^2 = \frac{\hbar^2}{m^2}\frac{Nb''}{\pi} = \frac{h}{m}N\sigma(v)v.$$

Поскольку при отражении и преломлении волн существенна только k_z, то можно вместо волны с вектором k, падающей под углом θ, рассматривать волну, идущую по нормали и имеющую волновой вектор $k_z = k\cos\theta$. При этом при сравнении (1.12) и (1.13) видно, что аналогично (1.14) такой волне следует приписать квадрат показателя преломления n_z^2, который получается из (1.15) заменой v на v_z:

$$n_z^2 = \frac{k_{1z}^2}{k_z^2} = 1 - \frac{v_0^2}{v_z^2} + i\frac{v_i^2}{v_z^2}, \tag{1.16}$$

таким образом, аналогично соотношению $k_1 = kn$ имеем

$$k_{1z} = k_z n_z. \tag{1.17}$$

Здесь, как и ранее, предполагается, что b' — величина положительная. Если пренебречь мнимой частью n^2, то при уменьшении и величина n^2 убывает и становится отрицательной при $v < v_0$, т.е. n становится мнимой величиной. Это и определяет особенности оптики ультрахолодных нейтронов. Для ядер с отрицательной длиной рассеяния нужно поставить знак плюс перед v_0^2 или считать v_0^2 отрицательным. Величина n^2 при этом растет с уменьшением v^2.

2. Оптическая аналогия и особенности дисперсии нейтронных волн

Как уже отмечалось, второй подход к оптике ультрахолодных нейтронов состоит в том, чтобы, исходя из констант взаимодействия нейтронов с ядрами в среде, сразу определить величину n^2, не прибегая к нахождению потенциала U. Тогда, пользуясь граничными условиями для волн, приводящими к соотношениям, аналогичным коэффициентам Френеля, можно найти амплитуды и фазы отраженной и преломленной волны [4].

Природа показателя преломления нейтронных волн такая же, как и для световых волн. Падающая волна вызывает при рассеянии вторичные волны, в результате когерентного сложения которых и возникают преломленная и отраженная волны. Отличие от света состоит в том, что рассеивают в основном не атомы, а ядра. Принимая это во внимание, показатель преломления нейтронных волн можно написать по аналогии со светом.

В самом деле, величина показателя преломления света, близкого к единице, как известно из оптики, определяется формулой

$$n^2 = 1 + 4\pi N\alpha, \quad |n^2 - 1| \ll 1, \tag{2.1}$$

где α — поляризуемость атомов среды. Умножая уравнение (2.1) на $k = \omega^2/c^2$, где ω — частота света, и принимая во внимание, что $k_1^2 = k^2 n^2$, получаем

$$k_1^2 = k^2 + 4\pi N\frac{\omega^2\alpha}{c^2}. \tag{2.2}$$

Как известно, электрическое поле $E'e^{-i\omega t}$ индуцирует в атоме дипольный момент с амплитудой $p = \alpha E'$, который создает в направлении первичной волны осциллирующее электрическое поле

$$E_1 e^{-i\omega t} = \frac{\omega^2}{c^2}\alpha\frac{E'}{r}e^{ikr - i\omega t}. \tag{2.3}$$

Таким образом, амплитуда поля волны, рассеянной вперед, равна $A = (\omega^2/c^2)\alpha$. Очевидно, что в случае нейтронов ее следует в (2.2) заменить на $-b$. Тогда для k_1^2 получаем формулу, совпадающую с (1.12)

$$k_1^2 = k^2 - 4\pi Nb, \tag{2.4}$$

или для n^2 в согласии с (1.14)

$$n^2 = 1 - \lambda^2\frac{Nb}{\pi}, \quad b = b' - ib''. \tag{2.5}$$

В 1944 г. Э. Ферми, видимо, впервые применивший понятие показателя преломления для описания полного внутреннего отражения нейтронов, использовал формулу, совпадающую с (2.5). При этом он ограничивается замечанием: "Из теоретических соображений следует" [7](2*). Вероятно, соображения эти, в принципе, аналогичны приведенным здесь, так как в лекциях по нейтронной физике 1945 г. [8] он говорит об аналогиях показателя преломления для нейтронов и для рентгеновских лучей.

Формула (2.3) для рассеяния скалярных волн (например, звуковых) была получена Фолди [9] в 1945 г. Обобщение этой формулы и обсуждение ее, в том числе применительно к нейтронам, содержится в статьях Лакса [10] 1951 — 1952 гг. Ряд связанных с этим проблем обсуждался в других, более поздних работах [3, 11 — 14] и, вероятно, еще будет обсуждаться(3*).

Здесь я хочу обратить внимание на особенность дисперсии нейтронных волн. Для них величина $k_1^2 - k^2 = -4\pi Nb$ (см. (2.4) и (1.12)) и то же соотношение имеет место и для $k_{1z}^2 - k_z^2 = -4\pi Nb$ (см. (1.13)). Посмотрим, чему это соответствует на волновом языке. Для любых волн, если только угол падения θ связан с углом преломления θ_1 соотношением $\sin^2\theta_1 = n^{-2}\sin^2\theta$, выполняется соотношение [18]

$$k_z^2 - k_{1z}^2 = k^2(1 - n^2). \tag{2.6}$$

Если мы потребуем, чтобы стоящая слева разность не зависела от k^2, что должно выполняться при $b = \mathrm{const}$, то сразу получим для $(1 - n^2)$ пропорциональность λ^2, как это и имеет место в (2.5).

Мы приходим, таким образом, к выводу, что если правилен закон дисперсии (2.5), то при рассмотрении отражения и преломления нейтронных волн существенна только компонента v_z скорости нейтрона, для которой можно ввести показатель преломления n_z (1.16). Согласие с теорией величины угла полного внутреннего отражения для тепловых нейтронов и величины v_0 для ультрахолодных нейтронов, о котором уже упоминалось, показывает, что это утверждение и закон дисперсии правильны с точностью, по крайней мере в несколько процентов, в интервале изменения λ^2 в 10^5 раз (от тепловых до ультрахолодных нейтронов).

Для области длин волн, соответствующих рентгеновским и вакуумным ультрафиолетовым лучам, здесь имеется прямая аналогия со светом, так как для него правилен тот же закон дисперсии:

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_{\rm p}^2}{\omega^2} \tag{2.7}$$

(здесь $\omega_{\rm p}^2 = 4\pi Ne^2/m$ — так называемая плазменная частота) и в этом — одна из аналогий между оптикой тепловых нейтронов и оптикой рентгеновских лучей. Однако при этом выполняется сразу два необходимых для электромагнитных волн условия — n^2 близко к единице и, кроме того, ω превышает собственные частоты атома. В области длин волн, таких же, как у ультрахолодных нейтронов, т.е. для света оптического диапазона, формула (2.7) заведомо не верна.

В заключение отметим, что и в других оптических явлениях, связанных с нейтронами, так же как и для отражения и преломления волн, существенна только компонента скорости v_z. Очевидно, что условие Брэгга—Вульфа для отражения нейтронных волн кристаллами, если выразить его через v_z, запишется так [4, 5]:

$$mv_z 2d = nh. \tag{2.8}$$

Это квантовая запись, вполне привычная с точки зрения боровского условия квантования $\int p\mathrm{d}q = nh$. Она удобна при рассмотрении метода дифракции нейтронов по времени пролета.

3. Эффективное поле нейтронных волн

При получении формулы (2.5) для квадрата показателя преломления нейтронных волн мы исходили из аналогии со светом, для которого применимо соотношение (2.1). Однако правильность (2.1) ограничена областью л, близких к единице. При n, заметно отличных от единицы, (2.1) следует заменить формулой Лорентц—Лоренца[4*]

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi N\alpha}{1 - (4\pi/3)N\alpha}, \tag{3.1}$$

которая совпадает с (2.1) только при $N\alpha \ll 1$. Если мы воспользуемся формулой (3.1) как исходной для нахождения n^2 для нейтронов, то получим иной закон дисперсии и иную величину v_0. При этом v_{1z} уже не будет компонентой, не зависящей от v при взаимодействиях со средой.

Необходимо, следовательно, понять причину нарушения аналогии со светом. В электродинамике формула (3.1) получается, как известно, элементарно[5*], если принять во внимание, что электрическое поле, действующее на атом E', не равно в среде внешнему полю E, а именно

$$E' = E + \frac{4}{3}\pi P, \quad P = N\alpha E', \tag{3.2}$$

откуда

$$E' = \frac{E}{1 - (4\pi/3)N\alpha}, \tag{3.3}$$

и это, очевидно, должно учитываться. Поэтому формула (2.2), как показал

Лаке [10], в общем виде, пригодном и для света, и для нейтронов, имеет вид

$$k_1^2 = k^2 + 4\pi NCf(0). \tag{3.4}$$

Здесь $f(0)$ — амплитуда волны, упруго рассеянной вперед, а величина

$$C = \frac{\text{эффективное поле}}{\text{когерентное поле}}.$$

Таким образом, в случае света выражение (3.4) отличается от (2.2) наличием коэффициента С. Полагая $C = E'/E$, из (3.3) сразу получаем формулу Лорентц—Лоренца (3.1). Для получения (2.4) для нейтронов нужно, очевидно, в отличие от света положить $C = 1$. Проблема различия (2.5) и (3.1) связана с различием эффективного поля в обоих этих случаях.

Качественно это легко понять. В самом деле, электрический диполь, кроме поля в волновой зоне (2.3), пропорционального $k^2 = \omega^2/c^2$ и убывающего с расстоянием, как $1/r$, в ближайшей зоне создает электростатическое поле, не зависящее от ω. Оно пропорционально дипольному моменту и убывает с расстоянием, как $1/r^3$. Таким образом, поляризация диполей, соседних с данным, создает дополнительное электростатическое поле, что и соответствует (3.2). Оно не зависит от частоты колебаний. Иначе обстоит дело для скалярной волны, такой, как нейтронная. В этом случае амплитуда рассеянной волны на любых расстояниях, превышающих радиус ядерных сил, убывает, как $1/r$, и поле пропорционально be^{ikr}/r, т.е. результирующее поле целиком получается из когерентного сложения волн[(6*)].

Можно ли, однако, утверждать, что для нейтронных волн C равно единице?[(7*)]. По-видимому, и теоретически, и экспериментально можно утверждать, что оно близко к единице. С этой точки зрения интересны работы [11, 12], в которых одним методом из когерентного сложения многократно рассеянных волн определен коэффициент преломления. В случае электромагнитных волн получалась формула Лорентц—Лоренца, а в случае нейтронных — формула (2.5). О согласии ее с опытом уже упоминалось. Необходимо, однако, отметить, что величины угла полного внутреннего отражения и пороговой скорости v_0 связаны с действительной частью длины рассеяния b', а, следовательно, действительная часть C в самом деле близка к единице. Что касается мнимой части, то можно только утверждать, что она мала по сравнению с единицей. При этом хотя бы небольшая мнимая часть в величине C не только может быть, но заведомо имеется, и ее необходимо учитывать.

Допуская это и обобщая формулу (2.4) в соответствии с результатом Лакса, мы получаем

$$k_1^2 = k^2 - 4\pi N(C' - iC'')(b_0' - ib_0''), \tag{3.5}$$

где b_0' и b_0'' — длины рассеяния для изолированного ядра. Возвращаясь к исходной формуле (2.4) или (1.15), получим, что эффективные длины рассеяния в среде равны

$$b = C'b_0', \quad b = C''b_0' + C'b_0'', \tag{3.6}$$

причем ввиду малости b_0'' и C'' их произведением пренебрегаем. Поскольку величина b''/b', как видели, порядка 10^{-3}, то достаточно малой по сравнению с C' величины C'', чтобы b'' заметно изменилось по сравнению с b_0''.

Покажем, что в какой-то мере это должно иметь место. В отличие от b'' (см. формулу (1.7)) к b_0'' заведомо применима оптическая теорема. Таким образом,

$$b_0'' = \frac{k}{4\pi}\sigma_t = \frac{k}{4\pi}(\sigma_{ek} + \sigma_{en} + \sigma_c), \tag{3.7}$$

где σ_{ek} — сечение упругого когерентного рассеяния, σ_{en} — сечение упругого некогерентного рассеяния и σ_c — сечение захвата нейтронов.

Что касается b'', то оно, очевидно, должно иметь иной вид:

$$b'' = \frac{k}{4\pi}\sigma t = \frac{k}{4\pi}(\beta\sigma_{en} + \sigma_c + \sigma_n). \tag{3.8}$$

Для очень холодных и ультрахолодных нейтронов оно должно содержать σ_n — сечение нагрева нейтронов за счет неупругого взаимодействия нейтронов со средой. Величина b_0''этого процесса не учитываете другой стороны, в идеально однородной среде для очень холодных (и, очевидно, ультрахолодных) нейтронов b'' не должно содержать сечения упругого когерентного рассеяния σ_{ek}. В самом деле, если бы этот процесс был единственным видом взаимодействия, то для нейтронов, более быстрых, чем ультрахолодные, волна с волновым вектором k в результате когерентного сложения рассеянных волн просто превращалась бы в волну с волновым вектором k_1, распространяющуюся в среде. Из закона сохранения частиц следует, что затухание волны при этом не должно было бы происходить. Следовательно, при наличии только когерентного рассеяния b'' в отличие от b_0''должно было быть равным нулю. Эта особенность отмечена в работе [11] (см. также [18]).

Роль упругого некогерентного рассеяния в среде также может оказаться сниженной [14] (отсюда наличие коэффициента β при σ_{en} в (3.8)). Величина a для очень холодных нейтронов, в значительной мере подтверждающая сказанное, измерена и обсуждена в работах [17].

Что касается ультрахолодных нейтронов, то прямым методом определения b'' является определение их времени хранения в замкнутом сосуде. Вероятность исчезновения ультрахолодного нейтрона заданной скорости при отражении от стенки сосуда теоретически должна быть прямо пропорциональна отношению b''/b'. Наблюдающаяся при этом аномалия, проявляющаяся в расхождении экспериментально измеренной величины b'', превышающей расчетную, обсуждена в заключительном разделе лекции.

4. Показатель преломления нейтронных волн

Поскольку квадрат показателя преломления $n^2 = \varepsilon$ комплексен, где ε — величина, аналогичная диэлектрической постоянной в оптике

$$n^2 = \varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon'', \tag{4.1}$$

то вопрос о действительной n' и мнимой части n'' показателя преломления n заслуживает отдельного рассмотрения

$$n^2 = (n' + in'')^2 = (n'^2 - n''^2) + 2in'n''. \tag{4.2}$$

Отсюда, сопоставляя с (4.1) и пользуясь (1.15), имеем

$$\varepsilon' = (n'^2 - n''^2) = 1 - \frac{v_0^2}{v^2},$$

$$\varepsilon'' = 2n'n'' = \frac{v_i^2}{v^2} = \frac{\hbar N}{mv^2}\sigma(v)v. \tag{4.3}$$

При $v < v_0$ величина ε' отрицательна, т.е. мнимая часть n больше действительной $n'' > n'$. Такая особенность характерна для оптики металлов. Что касается мнимой части ε, то в оптике металлов $\varepsilon'' = 4\pi\sigma/\omega$, где σ — проводимость. Принимая во внимание, что $2\hbar/mv^2 = 1/\omega$, где ω — частота нейтронных волн, из (4.3) получим, что роль проводимости в случае нейтронных волн играет $N\sigma(v)v/8\pi$. Для n'^2 и n''^2 из (4.3) получим

$$n'^2 = \frac{\varepsilon'}{2} + \frac{1}{2}(\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2)^{1/2},$$

$$n''^2 = -\frac{\varepsilon'}{2} + \frac{1}{2}(\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2)^{1/2}, \tag{4.4}$$

причем корень квадратный следует брать со знаком плюс. Эти формулы также привычны в оптике металлов[8*]. Связанная с отмеченными свойствами аналогия отражения и поглощения ультрахолодных нейтронов с оптикой металлов уже отмечалась [4].

Для нас существенно распространение волны в среде, которое характеризуется компонентой вектора k, направленной по нормали к поверхности среды k_z. При этом, как мы видели (см. 1), можно пользоваться показателем преломления n_z, так что $k_{1z} = k_z n_z$, где n_z определяется (1.16). Действительную и мнимую части n_z найдем из (4.4), использовав (4.3) и заменив в них v на v_z. Именно так и будем поступать в этом и следующих разделах лекции. Условно будем считать очень холодными нейтроны с $v_z > v_0$, а все нейтроны с $v_z < v_0$ — ультрахолодными[9*].

Тогда из (4.4) получим

$$n_z'^2 = \frac{1}{2v_z^2}\left\{(v_z^2 - v_0^2) + \left[(v_z^2 - v_0^2)^2 + v_i^4\right]^{1/2}\right\},$$

$$n_z''^2 = \frac{1}{2v_z^2}\left\{(v_0^2 - v_z^2) + \left[(v_z^2 - v_0^2)^2 + v_i^4\right]^{1/2}\right\} \tag{4.5}$$

(при извлечении корня берется его положительное значение). Как уже отмечалось, v_i^2 для большинства веществ по крайней мере на три порядка меньше, чем v_0^2, и, таким образом, за исключением очень узкой области изменения

v_z, $(v_z^2 - v_0^2) \gg v_i^4$. В этом предположении легко получить приближенные значения $n_z'^2$ и $n_z''^2$.

4.1. Очень холодные нейтроны: $v_z > v_0$; область $(v_z^2 - v_0^2)^2 \gg v_i^4$. Из (4.5) имеем

$$n_z'^2 = \frac{v_z^2 - v_0^2}{v_z^2} = \frac{v_1^2}{v_z^2}, \tag{4.6}$$

$$n_z''^2 = \frac{v_i^4}{4v_z^2(v_z^2 - v_0^2)} = \frac{\hbar^2}{4m^2v_z^2}\frac{(N\sigma(v)v)^2}{v_1^2}. \tag{4.7}$$

Здесь v_1 — компонента скорости нейтрона в среде, направленная по нормали к границе раздела $(v_1^2 = v_z^2 - v_0^2)$. Следовательно, $k_{1z}' = k_z n_z' = mv_1/\hbar$ получается из k_z заменой v_z на v_1.

Такой же очевидный смысл имеет и n_z'' в (4.7). Если, как мы предположили, σ подчиняется закону $1/v$, то $\sigma(v)v = \sigma(v_1)v_1$ и, следовательно, $\sigma(v_1) = \sigma(v)v/v_1$.

Таким образом, n_z'' в (4.7) равно

$$n_z'' = \frac{1}{2k_z}N\sigma(v_1). \tag{4.8}$$

Поскольку ψ-функция затухает, как $\exp(-k_z n_z'' z)$, то плотность (и поток) нейтронов должны затухать, как квадрат этой величины:

$$\rho_1(z) = \rho_1 e^{-2k_z n_z'' z} = \rho_1 e^{-N\sigma(v_1)z}. \tag{4.9}$$

Напомним, что величина $\sigma(v)$ была введена, в сущности, из соображений размерности (формула (1.7)). Из (4.9) видно, что она в самом деле определяет макроскопическое сечение ослабления пучка очень холодных нейтронов. Тот факт, что это сечение должно соответствовать скорости v_1, почти очевиден и хорошо подтверждается опытом [17]. Ясно, что в теории для n_z'' должны использоваться именно экспериментальные значения $\sigma(v_1)$.

4.2. Ультрахолодные нейтроны: $v_z < v_0$. Будем исходить из предположения, что и для ультрахолодных нейтронов можно пользоваться таким же значением $\sigma(v)v$, как и для очень холодных. Тогда из (4.5) при условии $(v_z^2 - v_0^2)^2 \gg v_i^4$ получим

$$n_z'^2 = \frac{v_i^4}{4v_z^2(v_0^2 - v_z^2)} = \frac{\hbar^2}{4m^2v_z^2}\frac{(N\sigma(v)v)^2}{(v_0^2 - v_z^2)}, \tag{4.10}$$

$$n_z''^2 = \frac{v_0^2 - v_z^2}{v_z^2}. \tag{4.11}$$

Таким образом, n'^2 и n''^2 меняются местами по сравнению со случаем $v_z > v_0$ (при замене $v_z^2 - v_0^2$ на $v_0^2 - v_z^2$). Здесь только действительная часть показателя преломления зависит от величины σ и, если $\sigma = 0$, то $n' = 0$ и показатель преломления становится чисто мнимым. Волна, очевидно, не может распространяться в среде и не поглощается в ней. Плотность нейтронов при этом убывает экспоненциально с увеличением расстояния от границы раздела, и это затухание не зависит от $N\sigma(v)$:

$$\rho = \rho_1 \exp(-2k_z n_z'' z) = \rho_1 \exp\left[-\frac{2m}{\hbar}\left(v_0^2 - v_z^2\right)^{1/2} z\right]. \tag{4.12}$$

В классическом пределе $\hbar = 0$ плотность падает до нуля уже на границе раздела $z = 0$.

При $\sigma \neq 0$ действительная часть n не равна нулю и пропорциональна макроскопическому сечению. В самом деле, поскольку плотность нейтронов на границе среды стационарна, то поглощение должно приводить к наличию потока от поверхности среды в глубь нее, тем большего, чем больше сечение $N\sigma$. При этом затухание плотности нейтрона, определяемое формулой (4.12), при не очень большом $N\sigma$ остается таким же, как и при отсутствии поглощения.

Наличие n_z', отличного от нуля, мы можем интерпретировать, по аналогии со случаем $v_z > v_0$, наличием реальной скорости нейтронов v_1' в среде:

$$n_z'^2 = \frac{k_{1z}^2}{k_z^2} = \frac{v_1'^2}{v_z^2}. \tag{4.13}$$

Мы можем, следовательно, представить себе дело так, что если имеется поглощение, то скорость нейтрона в среде не стремится к нулю при $v_z \to v_0$, а имеет конечное значение, даже если $v_z < v_0$, а именно

$$v_1' = \frac{v_i^2}{2(v_0^2 - v_z^2)^{1/2}} = \frac{\hbar}{2m}\frac{N\sigma(v)v}{(v_0^2 - v_z^2)^{1/2}} \tag{4.14}$$

(напомним, что формула верна при $(v_0^2 - v_z^2)^2 \gg v_i^4$ и, следовательно, $v_1' \ll v_i$). Максимальную величину v_1' получим, очевидно, положив $v_z = v_0$. Тогда из (4.5) сразу получим $v_1' = v_i/\sqrt{2}$. Эта величина мала по сравнению с v_0.

Для ультрахолодных нейтронов очевидным образом верна и формула (4.9), если заменить в ней v_1 на v_1'. В самом деле, подставляя v_1' из (4.14) в показатель степени (4.9), получим (4.12)

$$N\sigma(v_1') = \frac{N\sigma(v)v}{v_1'} = \frac{2m}{\hbar}\left(v_0^2 - v_z^2\right)^{1/2}. \tag{4.15}$$

Таким образом, скорости ультрахолодных нейтронов в среде v_1' можно, видимо, придавать физический смысл при рассмотрении распространения и поглощения ультрахолодных нейтронов в среде. Эта скорость v_1', как видно из (4.14), не обращается в нуль даже при $v_z = 0$, т.е. она может быть даже больше, чем v_z в вакууме. Поскольку скорость v_1', видимо, имеет реальный смысл, мы должны признать, что нейтрон со скоростью v_1', возникшей в среде, способен из нее выйти, хотя вне среды он будет иметь скорость, меньшую v_0.

Это утверждение, впрочем, почти очевидно: если нейтроны со скоростью, меньшей v_0, втекают в поглощающую их среду, то, следовательно, возможен и поток обратного знака. Из формулы (4.12) видно, что затухание плотности не содержит сечения захвата, т.е. в известных пределах не зависит от величины $N\sigma(v)$. При этом приходится приписать нейтрону в среде столь малую скорость v_1', при которой сечению $\sigma(v')$ соответствует показатель поглощения (4.15) такой же, как показатель затухания плотности ультрахолодных нейтронов (4.12). Не значит ли это, что поглощение ультрахолодных нейтронов в действительности не зависит от $\sigma(v)$ и определяется только величиной $(v_0^2 - v_z^2)^{1/2}$ в (4.12)? Легко убедиться, что это не так. Для определения величины поглощения необходимо знать относительную величину потока нейтронов в среде. Поток нейтронов, который несет волна, приходящая из вакуума на границу раздела (без учета отраженной), очевидно, равен:

$$S_0 = v_z\rho_0 = v_z|\psi_0|^2, \tag{4.16}$$

где ψ_0 — амплитуда падающей волны. Нетрудно показать, что поток ультрахолодных нейтронов внутри среды равен [19]:

$$S_1(z) = v_z'\rho_1(z) = v_1'|f|^2|\psi_0|^2\exp\left[-\frac{2m}{\hbar}\left(v_0^2 - v_z^2\right)^{1/2} z\right], \tag{4.17}$$

где v_1' — скорость нейтронов в среде (4.14), а f — коэффициент Френеля для проходящей в среду волны[10*]. Для ультрахолодных нейтронов $|f|^2 = 4v_z^2/v_0^2$ (см. следующий раздел).

При неограниченной толщине среды весь поток, уходящий внутрь среды, в ней же и поглощается. Таким образом, доля поглощенных нейтронов при одном отражении равна:

$$\alpha = \frac{S_1(0)}{S_0} = \frac{v_1'|f|^2}{v_z} = n_z'|f|^2. \tag{4.18}$$

Поглощение ультрахолодных нейтронов хотя и зависит от v_z, но оно тем меньше, чем меньше $\sigma(v)v$, поскольку n_z' (см. (4.10)) пропорционально этой величине.

Что касается затухания плотности в (4.12), то оно определяет не величину поглощения, а только распределение поглощения по глубине, которое в самом деле пропорционально плотности нейтронов в данном месте.

Действительно, затухание потока при наличии поглощения равно:

$$\frac{dS}{dz} = -\frac{\rho_1(z)}{T} = -N\sigma(v)v\rho_1(z). \tag{4.19}$$

Оно пропорционально плотности нейтронов и обратно пропорционально среднему времени жизни нейтрона в среде T, причем $T^{-1} = N\sigma(v)v$. **Если** $\sigma(v)$ подчиняется закону $1/v$, то T не зависит от v. Поскольку мы допустили, что для ультрахолодных нейтронов справедливо такое же $\sigma(v)v$, как и для очень холодных нейтронов, то уравнение (4.19) должно выполняться и для них (напомним, что $\sigma(v)$ включает в себя не только сечение захвата, но и сечение нагрева нейтронов за счет неупругого рассеяния). Дифференцируя (4.17) по z и принимая во внимание (4.14), нетрудно убедиться, что (4.19) в самом деле выполняется [19].

5. Отражение и прохождение нейтронных волн

При отражении и преломлении нейтронных волн на плоской границе раздела вакуума со средой граничные условия такие же, как и для света с электрическим вектором E, лежащим в плоскости, перпендикулярной плоскости падения(11*). Мы можем поэтому написать для отраженной и преломленной волны (с углом падения θ) коэффициенты Френеля r и f просто по аналогии со светом [4]:

$$r = \frac{\cos\theta - (n^2 - \sin^2\theta)^{1/2}}{\cos\theta + (n^2 - \sin^2\theta)^{1/2}}, \tag{5.1}$$

$$f = \frac{2\cos\theta}{\cos\theta + (n^2 - \sin^2\theta)^{1/2}}. \tag{5.2}$$

Подставляя n^2 из (1.15), сразу получим, что угол θ исключается, но роль v играет v_z. Как и следовало ожидать, коэффициенты Френеля таковы же, как и для нормального падения волн на среду с показателем преломления $n_z = n_z' + in_z''$:

$$r = \frac{(1 - n_z') - in_z''}{(1 + n_z') + in_z''}, \tag{5.3}$$

$$f = \frac{2}{(1 + n_z') + in_z''}. \tag{5.4}$$

Доля поглощенных в среде нейтронов, очевидно, равна

$$\alpha = 1 - |r|^2 = \frac{4n_z'}{(1 + n_z')^2 + n_z''^2} = n_z'|f|^2. \tag{5.5}$$

6. Аномальное поглощение ультрахолодных нейтронов

Известно, что время удержания ультрахолодных нейтронов оказывается систематически меньшим расчетного. В настоящее время нельзя считать исключенным, что это вызвано дефектами отражающей поверхности или загрязнением поверхностного слоя(13*).

Однако универсальность этого эффекта и его довольно значительная величина говорят, скорее, в пользу того, что существует еще дополнительный механизм поглощения или нагрева ультрахолодных нейтронов. Уменьшение величины коэффициента отражения α_0, связанное с этим процессом, составляет $3\cdot 10^{-4}$, и, следовательно, как видно из (5.7), ему соответствует дополнительная величина $\Delta b''$, равная $\sim 3\cdot 10^{-4} b$ (14*).

Встав на точку зрения такого дополнительного поглощения, мы, по-видимому, должны принять следующее:

1. Это поглощение непосредственно не связано с сечением захвата и неупругого рассеяния, так как в веществах с малым поглощением оно особенно заметно.

2. Оно должно быть специфическим для ультрахолодных нейтронов, так как если бы оно убывало, как $1/v$, в области тепловых нейтронов, ему соответствовало бы вполне заметное сечение порядка 10^{-23} см^2. Такое дополнительное сечение поглощения должно было бы проявиться в области очень медленных нейтронов и вряд ли могло остаться незамеченным в опытах Штайерла [17].

Очевидным образом могут быть сделаны два предположения, характерные только для ультрахолодных нейтронов и поэтому удовлетворяющие этим условиям:

а) Имеется квазиупругое рассеяние, при котором скорость нейтрона при отражении меняется на величину v_0 с вероятностью несколько десятитысячных или на еще меньшую величину, но с соответственно большей вероятностью. В действительности требование изменения скорости еще менее жесткое. В самом деле, строго говоря, нейтрон перестает быть ультрахолодным, если его скорость в среде становится заметно больше максимальной величины v_1' в среде, равной $v_1/\sqrt{2} \ll v_0$ (см. § 4). Очевидно, что в области холодных и очень холодных нейтронов такое малое изменение скорости приведет лишь к незначительному уширению линии моноэнергетических нейтронов, которое трудно обнаружить.

б) Второе предположение может быть основано на том, что в случае ультрахолодных нейтронов в отличие от очень холодных нейтронная плотность в среде не равномерна, а быстро затухает с глубиной. Рассеяние нейтронов вблизи ее поверхности происходит в неоднородном нейтронном поле. В результате, возможно, не происходит достаточно хорошее усреднение рассеяния по координатам колеблющихся ядер, и может возникнуть дополнительный эффект в рассеянии. Причины а) и б) могут быть связаны между собой, так как в обоих случаях следует учитывать движение ядер при рассеянии нейтронов. Мы можем, следовательно, допустить, что в области $v_z < v_0$ проявляется некоторый дополнительный добавок $\Delta\varepsilon''$ в мнимой части ε, что соответствует увеличению мнимой части длины рассеяния b'' на $\Delta b''$. Это означает, что мнимая часть эффективного поля C'' (3.6) в случае ультрахолодных нейтронов меняется. Такой эффект можно формально учесть, введя некоторое допол-

Формула (5.5), как и следовало ожидать, совпадаете (4.18). Используя (4.5), получим

$$\alpha = 4v_z\{(1/2)(v_z^2 - v_0^2) + (1/2)[(v_z^2 - v_0^2)^2 + v_i^4]^{1/2}\}^{1/2}\times$$
$$\times [v_z^2 + [(v_z^2 - v_0^2)^2 + v_i^4]^{1/2} + 2v_z\{(1/2)(v_z^2 - v_0^2) +$$
$$+ (1/2)[(v_z^2 - v_0^2)^2 + v_i^4]^{1/2}\}]^{-1}. \quad (5.6)$$

Причем каждый раз при извлечении квадратного корня берется его положительное значение. Как уже отмечалось, при определении n' и n'' в широкой области изменения v_z величина $(v_z^2 - v_0^2)^2 \gg v_i^4$. Это справедливо и для ультрахолодных нейтронов, поскольку $v_0^2 \gg v_i^2$. Поэтому Ф.Л. Шапиро, получивший формулу (5.6) из несколько иных соображений, приводит в своем докладе [3] только вытекающую из нее приближенную формулу [3, 4] для ультрахолодных нейтронов[12*]:

$$\alpha = \frac{2v_i^2 v_z}{v_0^2(v_0^2 - v_z^2)^{1/2}} = \frac{2b''}{b'}\frac{v_z}{(v_0^2 - v_z^2)^{1/2}} = \frac{2v_z}{mv_0^2}\frac{\hbar N\sigma(v)v}{(v_0^2 - v_z^2)^{1/2}}. \quad (5.7)$$

Для различных записей (5.7) здесь использовано (1.15). Доля поглощенных при отражении нейтронов, как видно, обращается в нуль при $v_z = 0$. Это не противоречит тому, что $n' = v_1'/v_z$ растет с уменьшением v_z, так как $|f|^2 = 4v_z^2/v_0^2$ убывает, как v_0^2. При приближении v_z к v_0 величина α растет, оставаясь много меньше единицы, поскольку формула правильна лишь при условии $(v_0^2 - v_z^2)^2 \gg v_i^4$.

У самого порога $(v_0^2 - v_z^2)^2 \ll v_i^4$ имеем [4]

$$\alpha = \frac{2\sqrt{2}v_i}{v_0}, \quad (5.8)$$

и так как $v_i \ll v_0$, то коэффициент отражения $R = 1 - \alpha$ близок к единице, хотя и меньше, чем для ультрахолодных нейтронов. Однако он быстро падает в области выше порога, т.е. при $v_z > v_0$. Когда $(v_z^2 - v_0^2)^2 \gg v_i^4$, то, очевидно, для коэффициента Френеля r получаем действительную величину:

$$r = \frac{v_z - (v_z^2 - v_0^2)^{1/2}}{v_z + (v_z^2 - v_0^2)^{1/2}}, \quad (5.9)$$

причем коэффициент отражения $R = r^2$. При $v_z \gg v_0$ величина r^2 быстро убывает.

Для очень холодных нейтронов кроме измерения коэффициента отражения возможно непосредственное измерение величины пропускания нейтронов через тонкую фольгу. При вычислении пропускания надо учитывать, что нейтронная волна внутри фольги может испытывать последовательные отражения от ее стенок. Экспериментально и теоретически это было исследовано Штайерлом [17, 20]. Аналогичное рассмотрение проведено в работе [19].

нительное аномальное сечение σ_a. Как мы видели, величина σ входит в ε'' и b'' в виде произведения $\sigma(v)v$ (1.15) и (4.3). В отличие от этого, в данном случае можно предположить, что добавок будет иметь вид $\sigma_a(v_0^2 - v_z^2)^{1/2}$, допустимый из соображений размерности. Поскольку о зависимости σ_a от скорости не делается каких-либо гипотез, то здесь не содержится иных физических допущений, кроме предположения о том, что σ_a существенно только в области $v_z < v_0$(15*). Тогда имеем (см. (4.3) и (3.8))

$$\Delta\varepsilon'' = \frac{\hbar N}{m v_z^2}\sigma_a\left(v_0^2 - v_z^2\right)^{1/2}, \qquad (6.1)$$

$$\Delta b'' = \frac{k_z}{4\pi}\frac{\sigma_a\left(v_0^2 - v_z^2\right)^{1/2}}{v_z}. \qquad (6.2)$$

Разумеется, самым простым предположением является слабая зависимость σ_a от скорости.

Мы помним, что затухание плотности ультрахолодных нейтронов (4.12) не зависит от сечения σ и пропорционально

$$2k_z n_z'' = \frac{2m}{\hbar}\left(v_0^2 - v_z^2\right)^{1/2}. \qquad (6.3)$$

Кроме того, $\varepsilon'' = 2n'n''$ (см. (4.3)) и, следовательно, σ_a меняет величину n_z' на величину $\Delta n'$

$$n_z' + \Delta n_z' = \frac{\hbar N}{2m v_z}\left[\frac{\sigma(v)v_z}{(v_0^2 - v_z^2)^{1/2}} + \sigma_a\right]. \qquad (6.4)$$

Независимо от предположений о природе σ_a, скорость нейтрона в среде v_1' (см. (4.14)) меняется на малую величину

$$\Delta v_1' = \frac{\hbar N \sigma_a}{2m}. \qquad (6.5)$$

Что касается изменения вероятности поглощения при отражении, то она равна ($|f|^2 = 4v_z^2/v_0^2$)

$$\Delta\alpha = \Delta n_z''|f|^2 = \frac{2v_z}{m v_0^2}\hbar N \sigma_a. \qquad (6.6)$$

Более детальные экспериментальные данные и их теоретический анализ должны, возможно, позволить обосновать гипотезу о существовании аномального сечения σ_a и выяснить его природу.

ПРИМЕЧАНИЯ

(1) См. [21]. С 1974 г. эта классификация, предложенная И.М. Франком и А. Штайерлом, стала общепринятой (Примеч. А.И. Франка).

(2) У Ферми величина b заменена сечением рассеяния $b = \sqrt{\sigma/4\pi}$. Кроме того, он рассматривал только тепловые нейтроны, для которых $n - 1$ близко к нулю (порядка 10^{-6}) и тогда $n + 1$ можно считать равным двум.

(3) См. в связи с этим [22, 23]. (Примеч. А.Ф.)

4 В самом деле, если разрешить (3.1) относительно $N\alpha$, то получим привычную формулу

$$\frac{4}{3}\pi N\alpha = \frac{n^2-1}{n^2+2}.$$

(5) См., например, "Оптику" Макса Борна (русское издание 1937 г.) [16], в которой, в частности, приведен вывод формулы Лорентц—Лоренца из интерференции когерентно рассеянных волн. Эта книга не потеряла своего интереса и сейчас, несмотря на рад последующих ее изданий.

(6) Автор благодарен М.И. Подгорецкому за обсуждение этого вопроса.

(7) Существенный вопрос об электромагнитных взаимодействиях нейтрона здесь не рассматривается.

(8) См., например: М. Борн и Э. Вольф [16], с. 673.

(9) При таком делении в группу ультрахолодных нейтронов попадают нейтроны с $v > v_0$, если угол падения для них настолько велик, что $v_z < v_0$.

(10) Непрерывность потока на границе среды обеспечивается тем, что кроме потока падающей волны есть еще и поток, уносимый отраженной волной $v_z|r|^2|\psi_0|^2$, где r — коэффициент Френеля для отраженной волны.

(11) В самом деле, непрерывность ψ-функции требует $1 + r = f$ и $k \sin\theta = k_1 \sin\theta_1$, а из непрерывности производной $k\cos\theta(1-r) = k_1 f\cos\theta_1$, откуда сразу получаются (5.1) и (5.2).

(12) Тот же результат сразу получается из (5.5), так как $|f|^2$ в (5.4), как нетрудно убедиться, для $v_z < v_0$ и $(v_0^2 - v_z^2) \gg v_i^4$ равно $4v_z^2/v_0^2$, поскольку $n'' \gg n'$.

(13) Хотя с момента написания этой лекции прошло много лет, приведенное выше утверждение в главном осталось справедливым. Расхождение остается и ныне, хотя принятые меры по уменьшению роли загрязнений поверхности привели к существенному увеличению времени хранения УХН (Примеч. А.Ф.).

(14) Недавно в работе [24] приведено значение $\Delta b'' \approx 6\cdot 10^{-6}\, b'$ (Примеч. А.Ф.).

(15) Можно даже не делать допущений о неприменимости $\sigma_a(v_0^2 - v_z^2)^{1/2}$ в области $v_z > v_0$. При $v_z > v_0$ эта величина мнимая и поэтому вносит вклад не в b'', а в b', и притом относительно очень малый.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] *Зельдович Я.Б.*//ЖЭТФ. 1959. Т. 36. С. 1952.
2. *Лущиков В.И., Покотиловский Ю.Н., Стрелков А.В., Шапиро Ф.Л.* Препринт ОИЯИ Р3-4127. — Дубна, 1968; Письма ЖЭТФ. 1969. *Т. 9.* С. 23.
3. *Шапиро Ф.Л.* Препринт ОИЯИ Р3-7135. — Дубна, 1973; Доклад на Международной конференции по изучению структуры ядра с помощью нейтронов. Будапешт, 1972; см. также Шапиро Ф.Л. Нейтронные исследования. — М.: Наука, 1976. С. 229.
4. *Франк И.М.*// Природа. 1972. № 9. С. 24. — Сообщение на Международной конференции по изучению структуры ядра с помощью нейтронов. Будапешт, 1972.
5. *Гуревич И.И., Тарасов Л.В.* Физика нейтронов низких энергий. — М.: Наука, 1965.
6. *Ферми Э.* Научные труды. М.: Наука, 1971. — Т. I. С. 741. (Классики науки).
7. *Ферми Э.* Научные труды. М.: Наука, 1972. — Т. II. С. 226. (Классики науки).
8. *Ферми Э.*// Ibidem. С. 270.
9. *Foldy L.I.*//Phys. Rev. 1945. V. 67. P. 107.
10. *Lax M.*// Rev. Mod. Phys. 1951. V. 23. P. 287; Phys. Rev. 1952. V. 85. P. 621.
[11] *Барышевский В.Г., Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И.* Препринт ОИЯИ Р-2111. — Дубна, 1965.
12. *Любошиц В.Л.*//ЖЭТФ. 1967. Т. 52. С. 926.
13. *Каган Ю.М., Афанасьев А.М.*//ЖЭТФ. 1965. Т. 49. С. 1804.
14. *Игнатович В.К.* Препринт ОИЯИ Р4-6553. — Дубна, 1972.
15. *Франк И.М.* Препринт ОИЯИ Р3-5754. — Дубна, 1971.
16. *Борн М.* Оптика. — Харьков: ОНТИ, 1937.
Born M., Wolf E. Principles of Optics. Pergamon Press, 1965; перевод: Основы оптики. М.: Наука, 1970.
17. *Steyerl A., Vonach H.*//Z. Phys. 1972. Bd. 250. S. 166;
Steyerl A. Dissertation. — Technische Universitat, Milnchen, 1971.

18. *Франк И.М.* Препринт ОИЯИ Р3-7809. — Дубна, 1974.
19. *Франк И.М.* Препринт ОИЯИ Р3-7810. — Дубна, 1974.
20. *Steyerl A.*// Zs. Phys. 1972. Bd. 252. S. 371.

ЛИТЕРАТУРА, ДОБАВЛЕННАЯ ПРИ ПОДГОТОВКЕ К ПЕЧАТИ

[21] *Steyerl A.*// II Международная школа по нейтронной физике. Алушта, 2 — 19 октября 1974. Дубна. ОИЯИ D3-7991, 1974. — С. 42.
22. *Sears V.F.*//Phys. Rep. 1982. V. 82. P. 1.
23. *Warner M., Gubernatis J.E.*//Phys. Rev. B. 1985. V. 32. P. 6347.
24. *Алфименков В.П., Варламов В.Е., Васильев А.В. и др.*//Письма ЖЭТФ. 1990. Т. 52.С. 998.