

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ**

535.14

ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СЖАТОГО СВЕТА***В.П. Быков***

(Институт общей физики АН СССР)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	145
2. Квантовый гармонический осциллятор	146
3. Сжатые состояния	152
4. Возбуждение сжатых состояний	160
5. Возможные применения сжатого света	164
5.1. Подавление шумов в интерферометре Маха—Цендера. 5.2. Сжатый свет в нелинейных явлениях. 5.3. Сжатый свет в системах связи.	
6. Заключение	172
Примечание	172
Список литературы	172

Введение

Одним из значительных событий в оптике за последние годы было экспериментальное наблюдение сжатых состояний света [1, 2]. Хотя эти состояния теоретически были предсказаны уже давно, всю важность этого события можно понять, если вспомнить широко распространенную среди оптиков точку зрения, что учет квантового характера света дает лишь малые, шумовые поправки к тем явлениям, которые описываются неквантовыми уравнениями Максвелла. По существу, эта точка зрения является краеугольным камнем так называемой полуклассической теории, в которой вещество рассматривается на основе квантовых законов, а поле не квантовано, и которой столь многими успехами обязана лазерная и вообще нелинейная оптика. Теперь же после наблюдения сжатых состояний выясняется, что учет квантовой природы света приводит к качественно новым явлениям, подобным сжатым состояниям.

Данная методическая заметка не является обзором работ в области сжатого света (см. обзоры [3, 4]). В ней основное внимание уделено изложению физической картины сжатого света, его теоретическому описанию и, кратко, возможным применениям. Уделяя основное внимание этим вопросам, нам хотелось, чтобы читатель почувствовал, с одной стороны, простоту этого явления, а с другой — его довольно общий смысл. Действительно, все изложенное ниже касается состояний в основном квантовомеханического гармонического осциллятора и, естественно, справедливо по отношению к любому осциллятору, квантование которого производится по бозевской схеме. Следовательно,

сжатые состояния кроме оптики могут реализовываться в таких отдаленных друг от друга областях как элементарные частицы (π -мезоны), акустика (фононы) и даже механика (механические колебания). Можно таким образом ожидать наблюдений не только сжатого света, но и сжатого звука (хотя на этом пути могут быть трудности; см. конец раздела 4). В принципе возможны даже сжатые состояния при колебаниях таких знакомых и даже обыденных объектов, как маятник или струна. Поэтому мы стремились выделить физическую суть явления сжатых состояний, освободив изложение от излишних технических и математических подробностей.

2. Квантовый гармонический осциллятор

Гармонический осциллятор играет огромную роль в квантовой электродинамике. Роль эта обусловлена линейностью уравнений Максвелла, описывающих электромагнитное поле в вакууме. Благодаря этой линейности электромагнитное поле в вакууме можно рассматривать как набор линейных или гармонических осцилляторов, например плоских волн. При этом электромагнитное поле сохраняет свои линейные свойства вплоть до весьма высоких напряженностей, когда становятся заметными эффекты типа рассеяния света на свете, обусловленные рождением виртуальных электронно-позитронных пар.

Современная лазерная техника показала, что в оптических резонаторах возможно возбуждение одного выделенного осциллятора поля — одной моды. В этом случае из-за взаимодействия поля с зеркалами резонатора область

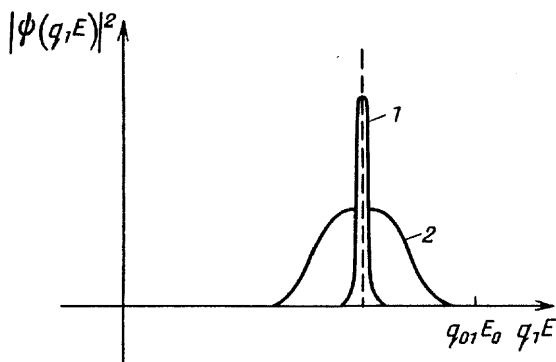


Рис. 1. Распределение возможных значений электрического поля в классическом случае (1) и в когерентном состоянии (2)

линейности осциллятора уже, чем в свободном пространстве, но все еще весьма велика. Так что область применимости теории гармонического осциллятора очень обширна.

Рассмотрим свободные колебания классического, некантованного поля с помощью схемы, изображенной на рис. 1, удобной для перехода к квантовому случаю. На схеме изображена вероятность обнаружить то

или иное значение поля в некоторый заданный момент времени; математически эта вероятность (точнее, плотность вероятности) описывается величиной

$$|\psi(E)|^2 = \delta(E - E_0 \cos(\omega t + \varphi)), \quad (1)$$

которую можно назвать квадратом модуля "классической" волновой функции. Фигурирующая в этом выражении δ -функция позволяет точно определенные величины классической теории описать языком вероятностей, свойственным квантовой механике. Действительно, в заданный момент времени t наблюдатель может обнаружить лишь одно значение поля, равное

$$E = E_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (2)$$

где, как и в (1), фигурируют всего три параметра, описывающие поле в классическом гармоническом осцилляторе: амплитуда E_0 , фаза φ , частота ω . Таким образом распределение (1), изображенное на рис. 1, перемещается вправо — влево по гармоническому закону с амплитудой E_0 и частотой ω .

Известно, что при переходе к квантовой механике классические величины, такие как координата и импульс, принимавшие определенное значение, теряют свою определенность и описываются некоторыми распределениями. Эти распределения математически описываются квадратом модуля волновой функции. Для дальнейшего важно распределение гауссова вида

$$|\psi(E)|^2 = A \exp\{-[E - E_0 \cos(\omega t + \varphi)]^2/D^2\}, \quad (3)$$

изображенное на том же рис. 1 (кривая 2). Величина A — нормировочная константа; величина D — это то новое, что вносит квантовомеханическое описание. D — это дисперсия, т.е. среднеквадратичный разброс возможных значений электрического поля. Распределение (3) со временем перемещается, как и распределение (1), вправо — влево с амплитудой E_0 и частотой ω . Если дисперсия D невелика, то ситуация не сильно отличается от классической.

Как в теории, так и в применениях важную роль играет так называемое когерентное^(1*) состояние, при котором

$$D^2 = \frac{\hbar}{2\omega}. \quad (4)$$

В этом состоянии как электрическое, так и магнитное поля имеют постоянные и малые неопределенности и поэтому когерентное состояние наиболее близко к классическому (1).

Скажем несколько слов о традиционной квантовомеханической интерпретации распределения (3). Считается, что при измерениях с осциллятором, находящимся в этом состоянии, может получиться любое значение поля. Однако если подобные измерения произвести со многими одинаково приготовленными осцилляторами, то результаты измерений реализуют распределение (3). Гораздо сложнее дело обстоит с повторными измерениями над одним объектом: это один из сложнейших вопросов интерпретации квантовой механики. На этом пути вряд ли можно продвинуться далеко, но, к счастью, существует возможность эти сложные вопросы оставить в стороне.

Для реализации этой возможности напомним, что дисперсия

$$D^2 = \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2 \quad (5)$$

равна разности между средним значением квадрата электрического поля и квадратом среднего значения того же поля. Представим теперь равенство (5) в виде

$$\langle E^2 \rangle = \langle E \rangle^2 + D^2; \quad (6)$$

теперь три члена в этом равенстве можно истолковать следующим образом (с точностью до несущественного постоянного множителя): $\langle E^2 \rangle$ — полная энергия электрического поля, $\langle E \rangle^2$ — классическая часть энергии электрического поля, и D^2 — энергия квантовых шумов электрического поля. Такое, энергетическое, истолкование соотношения (6) сильно облегчает дело, по-

скольку энергетические характеристики — это хорошо знакомые и сравнительно легко измеримые характеристики.

В случае когерентного состояния энергия квантовых шумов, как правило, ничтожна. Так, если энергия, запасенная в осцилляторе, составляет, например, один джоуль, то отношение

$$D^2/\langle E^2 \rangle \approx 10^{-19}. \quad (7)$$

Однако, как мы увидим далее, для неклассических состояний поля это отношение может быть совершенно иным, в частности, быть равным единице.

В лазерах, по-видимому, реализуются когерентные состояния электромагнитного поля. Благодаря этому оказалось возможным широкое использование так называемой полуклассической теории, в которой поле считается неквантованным. Полуклассическая теория обеспечила все те успехи, которые к настоящему времени имеются в лазерной и, в частности, нелинейной оптике. Широко распространилась также точка зрения, что квантовая теория для электромагнитного поля может дать лишь малые поправки типа небольших шумов и что эта теория существенна лишь при малых интенсивностях.

Однако фактически дело обстоит совершенно иначе. Квантовая теория имеет гораздо более сложные уравнения, нежели классическая, и наивно думать, что эти уравнения имеют только решения, близкие к классическим. Очевидно, должны быть решения, качественно отличающиеся от классических, в том числе и в макроскопической области, т.е. при больших энергиях. Это можно, в частности, видеть и из схемы, изображенной на рис. 1. Действительно, радикален переход от δ -функции в классике к непрерывному распределению в квантовой теории, хотя радикальность этого перехода на первых порах маскировалась узостью непрерывного распределения в когерентном состоянии и, следовательно, малым отличием этого состояния от классического. Узким, однако, это распределение быть не обязано и, более того, в начальный момент времени оно вообще может быть произвольным; дальнейшее развитие состояния, разумеется, подчиняется уравнению Шрёдингера, а в начальный момент оно произвольно. Если это начальное состояние разложить по тому или иному базису

$$\psi(E) = c_0\psi_0(E) + c_1\psi_1(E) + c_2\psi_2(E) + \dots, \quad (8)$$

то появятся коэффициенты c_n , характеризующие состояние $\psi(E)$. Этих коэффициентов, вообще говоря, бесконечно много, и все они могут проявляться в тех или иных физических явлениях. Таким образом, в дополнение к трем параметрам — амплитуде, фазе, частоте, которые характеризуют поле в классике, появляется еще целое гильбертово пространство параметров, также характеризующих то же самое поле. Следовательно, и многообразие возможных физических эффектов в квантованном поле неизмеримо возрастает. Упомянутое выше гильбертово пространство параметров — это, разумеется, хорошо известное гильбертово пространство состояний квантовой механики.

Таким образом, можно представить, что имеется огромное многообразие квантовых, неклассических, состояний электромагнитного поля. В этом смысле наблюдение сжатых состояний является лишь первой ласточкой; ясно, что в будущем разнообразие неклассических состояний будет значительно расширено.

В этой связи уместно упомянуть о неклассических состояниях поля, известных с самого возникновения квантовой механики. Их отождествлению

как неклассических помешала, однако, их неправильная интерпретация. Речь идет о так называемых стационарных состояниях гармонического квантового осциллятора; их волновые функции изображены на рис. 2. Нетрудно видеть, что поскольку функция $|\psi_n(E)|^2$ симметрична, то положительные и отрицательные значения поля одинаково вероятны и, следовательно, среднее значение поля E в таком состоянии равно нулю. Это верный признак того, что состояние неклассическое, так как в состоянии, близком к классическому, напряженность поля должна быть пропорциональна корню квадратному из энергии поля. Подобное состояние вместе с тем может быть макроскопическим, поскольку его энергия равна

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \quad (9)$$

и, благодаря множителю $n + (1/2)$, может принимать макроскопические значения, например, равняться одному джоулю ($n \gg 1$).

Полинг и Вильсон в 1935 г. высказали точку зрения о соответствии этого состояния классическим свободным колебаниям осциллятора на том основании, что при больших n огибающая распределения вероятности (рис. 3) напоминает зависимость

$$W(q) = \frac{dt}{dq} = \frac{-1}{\omega(q_0^2 - q^2)^{1/2}} \quad (10)$$

для классического осциллятора, которая определяет время, проводимое классическим осциллятором на малом отрезке своей траектории; здесь q — координата осциллятора

$$q(t) = q_0 \cos \omega t. \quad (11)$$

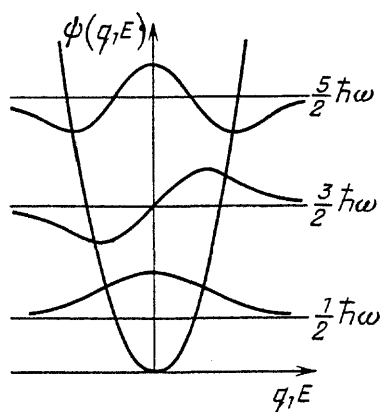


Рис. 2. Стационарные состояния осциллятора

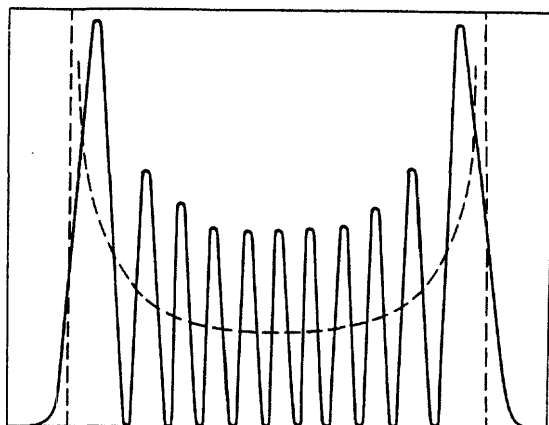


Рис. 3. К аналогии между стационарными состояниями и классическими колебаниями

Величину $W(q)$ иногда считают вероятностью обнаружения осциллятора в той или иной точке его траектории при классическом движении и это, конечно, неверно — классический процесс вполне детерминирован и ни о какой вероятности не может быть речи. Для соответствия квантовой и классической картин недостаточно упомянутого выше сходства между огибающей распределения вероятности (см. рис. 3) и зависимостью (10). Прежде всего в стационарном квантовом состоянии нет гармонической зависимости координаты от времени. Кроме того, нетрудно убедиться, что неопределенности координаты и импульса в n -м стационарном состоянии равны соответственно

$$\Delta q = [(2n + 1)\hbar/2\omega]^{1/2}, \quad \Delta p = [(2n + 1)\hbar\omega/2]^{1/2},$$

а их произведение —

$$\Delta q \cdot \Delta p = (2n + 1)\hbar/2.$$

Переходя в этом соотношении к пределу $\hbar \rightarrow 0$ (при этом, поскольку классические, неквантовые системы могут обладать конечной энергией, следует положить $n \rightarrow \infty$ так, что $E = n\hbar\omega = \text{const}$), убеждаемся, что произведение неопределенностей

$$\lim_{\hbar \rightarrow 0} (\Delta q \cdot \Delta p) = E/\omega$$

остается конечным при $\hbar \rightarrow 0$, в то время как при любом классическом движении $\Delta q = \Delta p = 0$.

Наконец, имеется, как отмечалось выше, когерентное состояние, свойства которого близко напоминают свойства классических колебаний и переходят в них формально математически при $\hbar \rightarrow 0$. Однако неверная точка зрения Полинга и Вильсона проникла в учебники [5, 6] и надолго задержала правильное понимание этого состояния. Только в последнее время поставлен вопрос о возбуждении стационарных состояний поля именно как неклассических состояний.

Несколько слов о математическом аппарате для описания квантового гармонического осциллятора. Гамильтониан осциллятора имеет вид

$$H = \frac{1}{2} (p^2 + \omega^2 q^2), \quad (12)$$

где p и q — операторы соответственно импульса и координаты, подчиняющиеся коммутационному соотношению

$$qp - pq = i\hbar. \quad (13)$$

С помощью операторов уничтожения и рождения

$$a = \frac{1}{(2\hbar\omega)^{1/2}} (\omega q + ip), \quad a^+ = \frac{1}{(2\hbar\omega)^{1/2}} (\omega q - ip), \quad [a, a^+] = 1 \quad (14)$$

этот гамильтониан приводится к виду

$$H = \hbar\omega \left(a^+ a + \frac{1}{2} \right). \quad (15)$$

Стационарные состояния осциллятора, изображенные на рис. 2, обозначают обычно дираковским символом $|n\rangle$ (или $\langle n|$, n — число фотонов в осцилляторе). Для них имеют место соотношения

$$a|n\rangle = n^{1/2}|n-1\rangle, a^+|n\rangle = (n+1)^{1/2}|n+1\rangle, |n\rangle = \frac{a^{+n}}{(n!)^{1/2}}|0\rangle, \quad (16)$$

где $|0\rangle$ — основное или вакуумное состояние осциллятора, не содержащее фотонов.

Когерентное состояние

$$|z\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}|z|^2\right) \sum_n \frac{z^n}{(n!)^{1/2}}|n\rangle = \exp\left(-\frac{1}{2}|z|^2\right) \sum_n \frac{(za^+)^n}{n!}|0\rangle \quad (17)$$

представляет собой суперпозицию стационарных состояний специального вида, причем при свободных колебаниях

$$z = z_0 e^{i\omega t}. \quad (18)$$

Среднее значение координаты q в когерентном состоянии равно

$$\langle q \rangle = \left(\frac{2\hbar}{\omega}\right)^{1/2} |z_0| \cos(\omega t + \varphi), \quad \varphi = \arg z_0; \quad (19)$$

дисперсия q при этом

$$D = \left(\frac{\hbar}{2\omega}\right)^{1/2} \quad (20)$$

равна дисперсии координаты в вакуумном состоянии $|0\rangle$. Важное свойство когерентного состояния состоит в том, что оно является собственным для оператора уничтожения a

$$a|z\rangle = z|z\rangle \quad (21)$$

при собственном значении, равном параметру z . Важно также, что в когерентном состоянии соотношение неопределенностей минимизировано, т.е.

$$\Delta p \cdot \Delta q = \frac{1}{2} \hbar.$$

В квантовой механике, как известно, сопряженными переменными являются координата и импульс. Координату электромагнитного поля представляет собой векторный потенциал, который в случае плоской волны имеет вид

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{2\pi\hbar c^2}{\omega V}\right)^{1/2} (a^+ e^{i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}} + a e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}})\mathbf{e}, \quad (22)$$

где $\mathbf{e}$ — вектор поляризации, ортогональный $\mathbf{k}$, и V — объем, занятый волной; сопряженный ему импульс представляет собой электрическое поле

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -i \left(\frac{2\pi\hbar\omega}{V}\right)^{1/2} (a^+ e^{i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}} - a e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}})\mathbf{e}. \quad (23)$$

Взятые в нулевой момент времени и в начале координат, они имеют вид

$$\mathbf{A}(0, 0) = \left(\frac{2\pi\hbar c^2}{\omega V}\right)^{1/2} (a^+ + a)\mathbf{e}, \quad \mathbf{E}(0, 0) = -\left(\frac{2\pi\hbar\omega}{V}\right)^{1/2} i(a^+ - a)\mathbf{e}.$$

Однако в экспериментальных исследованиях квантовой оптики векторный потенциал (как и магнитное поле) никакого значения не имеет. Поэтому в

литературе в качестве сопряженных величин фигурируют обычно два значения электрического поля, взятые в соседние моменты времени так, чтобы сдвиг фазы между ними был равен $\pi/2$. Нетрудно видеть, что одно из этих значений поля пропорционально как раз векторному потенциалу. Эти два значения поля обозначают установившимся к настоящему времени термином — квадратурные компоненты. Удобство квадратурных компонент обусловлено, в частности, широким использованием в экспериментальной технике фазовых детекторов, которые как раз и выделяют из полного сигнала ту или иную квадратурную компоненту.

3. Сжатые состояния

Сжатые состояния были теоретически открыты Столером в 1970 г. [7], хотя фактически в научной литературе они фигурировали, начиная с работы К. Хусими [9] (1956). Как отмечалось выше, распределение вероятностей в начальный момент может быть произвольного вида. Для когерентного состояния оно гауссово с дисперсией, равной дисперсии вакуумного состояния. Поэтому правомерен вопрос, как будет развиваться состояние, описываемое, подобно когерентному состоянию, гауссовым распределением, но с другими параметрами.

Немалую роль в популяризации сжатых состояний и, в конечном счете, — в их экспериментальном наблюдении сыграл изящный математический аппарат, также предложенный Столером. Согласно этому предложению сжатое состояние определяется как собственное состояние некоторого оператора b

$$b|\xi\rangle = \xi|\xi\rangle, \quad (1)$$

связанного (вместе с сопряженным оператором b^+) с операторами уничтожения a и рождения a^+ соотношениями

$$b = \mu a + \nu a^+, \quad b^+ = \nu^* a + \mu^* a^+, \quad (2)$$

где

$$|\mu|^2 - |\nu|^2 = 1. \quad (3)$$

Нетрудно убедиться, что подобно операторам a и a^+ операторы b и b^+ удовлетворяют перестановочному соотношению

$$[b, b^+] = bb^+ - b^+b = 1. \quad (4)$$

В связи с введением операторов b^+ и b , вполне аналогичных операторам a^+ и a , возникает соблазн трактовать состояние $|\xi\rangle$ как когерентное состояние некоторого другого осциллятора — осциллятора с другой частотой $\omega' \neq \omega$. Однако такая трактовка оказывается верной лишь, если воспользоваться представлением об осцилляторе с комплексной частотой. Особенно ясно это видно, если перейти к координатному представлению. Сначала построим координатное представление для когерентного состояния. По определению имеем

$$a|z\rangle = z|z\rangle, \quad (5)$$

где z — произвольное комплексное число и

$$a = \left(\frac{\omega}{2\hbar}\right)^{1/2} q + \frac{i}{(2\hbar\omega)^{1/2}} p. \quad (6)$$

Домножая слева равенство (5) на вектор $\langle q|$ — собственный для оператора q , получим уравнение

$$\hbar \frac{\partial \psi_z}{\partial q} + \omega q \psi_z = (2\hbar\omega)^{1/2} z \psi_z, \quad \psi_z = \psi_z(q) = \langle q|z \rangle. \quad (7)$$

Разрешая его, получим

$$\psi_z(q) = A \exp \left\{ -\frac{\omega}{2\hbar} \left[q - \left(\frac{2\hbar}{\omega} \right)^{1/2} z \right]^2 \right\}, \quad (8)$$

где A — нормировочный множитель. Обратим внимание, что в этом выражении комплексным может быть только член, вычитаемый из q , в то время как коэффициент при круглой скобке всегда отрицателен ($\omega > 0$).

Теперь построим координатное представление для сжатого состояния. Домножая слева равенство (1) на тот же вектор $\langle q|$, получим уравнение

$$\hbar(\mu - \nu) \frac{d\psi_\xi}{dq} + \omega(\mu + \nu) q \psi_\xi = (2\hbar\omega)^{1/2} \xi \psi_\xi. \quad (9)$$

Разрешая его, получаем

$$\psi_\xi(q) = A \exp \left\{ -\frac{\omega}{2\hbar} \frac{\mu + \nu}{\mu - \nu} \left[q - \left(\frac{2\hbar}{\omega} \right)^{1/2} \frac{\xi}{\mu + \nu} \right]^2 \right\}, \quad (10)$$

где A — также нормировочный множитель. Для сжатого вакуума ($\xi = 0$) нормировочная константа равна

$$A = \left[\frac{\omega(|\mu| + |\nu|)^2}{\pi\hbar} \right]^{1/4}.$$

Как видим, поскольку μ и ν — комплексные числа, то множитель перед круглой скобкой также комплексный, и это сильно отличает выражение (10) от (8). Как будет видно далее, фазы параметров μ и ν могут изменяться со временем. Поэтому определим условие, при котором множитель $(\mu + \nu)/(\mu - \nu)$ может быть вещественным. Представляя этот множитель в виде

$$\frac{\mu + \nu}{\mu - \nu} = \frac{|\mu| + |\nu| e^{-i\psi_0}}{|\mu| - |\nu| e^{-i\psi_0}} = \frac{|\mu| + |\nu| \cos \psi_0 - i|\nu| \sin \psi_0}{|\mu| - |\nu| \cos \psi_0 + i|\nu| \sin \psi_0}, \quad (11)$$

где

$$\psi_0 = \psi_\mu - \psi_\nu. \quad (12)$$

Аргумент ψ выражения (11) определяется соотношением

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi &= -\operatorname{tg} \left(\operatorname{arctg} \frac{|\nu| \sin \psi_0}{|\mu| + |\nu| \cos \psi_0} + \operatorname{arctg} \frac{|\nu| \sin \psi_0}{|\mu| - |\nu| \cos \psi_0} \right) = \\ &= -\frac{|\mu| |\nu| \sin \psi_0 - |\nu|^2 \sin \psi_0 \cos \psi_0 + |\mu| |\nu| \sin \psi_0 + |\nu|^2 \sin \psi_0 \cos \psi_0}{|\mu|^2 - |\nu|^2 \cos^2 \psi_0 - |\nu|^2 \sin^2 \psi_0} = \\ &= -2|\mu| |\nu| \sin \psi_0. \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, условие вещественности отношения (11) имеет вид

$$\psi_0 = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

При выполнении этого условия сжатое состояние, определяемое равенством (1), может быть представлено как когерентное состояние некоторого осциллятора, отличного от исходного (с частотой ω).

Рассмотрим теперь развитие во времени сжатого состояния, определяемого соотношением (1). Для этого примем его в качестве начального и исследуем, во что оно превращается со временем. В момент t получающееся таким образом состояние имеет вид

$$\begin{aligned} |\zeta(t)\rangle &= e^{-i\omega t a^\dagger a} |\zeta\rangle = e^{-i\omega t a^\dagger a} e^{-(1/2)|\zeta|^2} \sum_m \frac{(\zeta b^\dagger)^m}{m!} |0_b\rangle = \\ &= e^{-(1/2)|\zeta|^2} e^{-i\omega t a^\dagger a} \sum_m \frac{1}{m!} [\zeta(\mu^* a^\dagger + \nu^* a)]^m e^{i\omega t a^\dagger a} e^{-i\omega t a^\dagger a} |0_b\rangle = \\ &= e^{-(1/2)|\zeta|^2} \sum_m \frac{1}{m!} [\zeta(\mu^* e^{-i\omega t} a^\dagger + \nu^* e^{i\omega t} a)]^m e^{-i\omega t a^\dagger a} |0_b\rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Отсюда видно, что состояние $|\zeta(t)\rangle$ сохраняет свой смысл, как сжатого состояния, поскольку оно остается когерентным в некотором новом базисе b' , $b'^\dagger$ действительно, изменяются лишь коэффициенты μ и ν

$$\mu' = \mu e^{i\omega t}, \quad \nu' = \nu e^{-i\omega t} \quad (16)$$

при сохранении соотношения (3).

Состояние

$$|0_{b'}\rangle = e^{-i\omega t a^\dagger a} |0_b\rangle, \quad (17)$$

фигурирующее в (15), есть вакуумное состояние для операторов $b'^\dagger$ и b' . Очевидно, имеем

$$\begin{aligned} b' |0_{b'}\rangle &= (\mu' a + \nu' a^\dagger) e^{-i\omega t a^\dagger a} |0_b\rangle = \\ &= e^{-i\omega t a^\dagger a} (\mu a + \nu a^\dagger) e^{i\omega t a^\dagger a} e^{-i\omega t a^\dagger a} |0_b\rangle = e^{-i\omega t a^\dagger a} b |0_b\rangle = 0; \end{aligned} \quad (18)$$

это доказывает, что $|0_{b'}\rangle$ — вакуумное состояние для операторов $b'^\dagger$ и b' .

Вычислим далее дисперсию сжатого состояния и ее зависимость от времени. Дисперсия определяется равенством

$$D^2 = \langle q^2 \rangle - \langle q \rangle^2 = \frac{\hbar}{2\omega} [\langle (a^\dagger + a)^2 \rangle - \langle (a^\dagger + a) \rangle^2]. \quad (19)$$

Так как

$$(a^\dagger + a)^2 = 1 + (a^{\dagger 2} + a^2 + 2a^\dagger a) \quad (20)$$

и

$$\begin{aligned} a^{\dagger 2} &= \mu^2 b^{\dagger 2} + \nu^2 b^2 - 2\mu\nu^* b^\dagger b - \mu\nu^*, \\ a^2 &= \nu^2 b^{\dagger 2} + \mu^2 b^2 - 2\mu^* \nu b^\dagger b - \mu^* \nu, \end{aligned} \quad (21)$$

$$a^+ a = -\mu\nu b^{+2} - \mu^* \nu^* b^2 + (|\mu|^2 + |\nu|^2) b^+ b + |\nu|^2,$$

то усредняя по $|\xi\rangle$ оператор $a^{+2} + a^2 + 2a^+ a$, получим

$$\begin{aligned} \langle a^{+2} + a^2 + 2a^+ a \rangle &= \langle (\mu - \nu)^2 b^{+2} + (\mu^* - \nu^*)^2 b^2 + \\ &+ 2(\mu - \nu)(\mu^* - \nu^*) b^+ b \rangle + 2|\nu|^2 - \mu\nu^* - \mu^*\nu = \\ &= [(\mu - \nu)\xi^* + (\mu^* - \nu^*)\xi]^2 + 2|\nu|^2 - \mu\nu^* - \mu^*\nu. \end{aligned} \quad (22)$$

Нетрудно видеть, что выражение в квадратных скобках есть просто среднее значение оператора $a^+ + a$, т.е. при вычитании в (19) квадратная скобка исчезнет. Отсюда ясно, что дисперсия сжатого состояния такая же, как дисперсия вакуумного состояния в базисе b . Таким образом, квадрат дисперсии равен

$$\begin{aligned} D^2 &= \frac{\hbar}{2\omega} [1 + 2|\nu|^2 - \mu\nu^* - \mu^*\nu] = \frac{\hbar}{2\omega} (|\mu|^2 - \mu\nu^* - \mu^*\nu + |\nu|^2) = \\ &= \frac{\hbar}{2\omega} (\mu - \nu)(\mu^* - \nu^*) = \frac{\hbar}{2\omega} [|\mu|^2 + |\nu|^2 - 2|\mu||\nu| \cos \psi_0]. \end{aligned} \quad (23)$$

Припомним теперь, что μ и ν изменяются со временем в соответствии с (16). Тогда для квадрата дисперсии получаем выражение

$$D^2(t) = \frac{\hbar}{2\omega} [|\mu|^2 + |\nu|^2 - 2|\mu||\nu| \cos(\psi_0 + 2\omega t)]. \quad (24)$$

Таким образом, дисперсия принимает минимальные значения

$$D_{\min}^2 = \frac{\hbar}{2\omega} (|\mu| - |\nu|)^2 \quad (25)$$

два раза за период в моменты времени, определяемые соотношением

$$\psi_0 + 2\omega t = 2n\pi, \quad (26)$$

и максимальные значения

$$D_{\max}^2 = \frac{\hbar}{2\omega} (|\mu| + |\nu|)^2 \quad (27)$$

также два раза за период при

$$\psi_0 + 2\omega t = (2n + 1)\pi. \quad (28)$$

Отметим, что моменты минимальной и максимальной дисперсии совпадают с теми моментами (14), когда сжатое состояние $|\xi\rangle$ может рассматриваться как когерентное состояние некоторого осциллятора. Частоты этих осцилляторов равны

$$\begin{aligned} \Omega' &= \omega(|\mu| + |\nu|)^2 = \frac{\omega}{(|\mu| - |\nu|)^2}, \\ \Omega'' &= \omega(|\mu| - |\nu|)^2 = \frac{\omega}{(|\mu| + |\nu|)^2}. \end{aligned} \quad (29)$$

Как видим, минимальной дисперсии соответствует большая частота Ω' , а максимальной дисперсии — малая частота Ω'' :

$$\Omega' > \omega > \Omega''. \quad (30)$$

Как будет видно в дальнейшем, именно зависимость (24) определяется экспериментально и свидетельствует о наличии сжатых состояний, так как минимальная дисперсия может быть меньше, чем дисперсия вакуумного и когерентного состояний.

Приведем выражение для среднего значения поля

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &= \left(\frac{\hbar}{2\omega} \right)^{1/2} \langle (a^+ + a) \rangle = \left(\frac{\hbar}{2\omega} \right)^{1/2} [(\mu - \nu)\xi^* + (\mu^* - \nu^*)\xi] = \\ &= \left(\frac{2\hbar}{\omega} \right)^{1/2} |\xi| [|\mu| \cos(\psi_\mu - \psi_\xi) - |\nu| \cos(\psi_\nu - \psi_\xi)].\end{aligned}\quad (31)$$

Зависимость от времени в этом выражении можно учесть, если вместо ψ_μ подставить $\psi_\mu + \omega t$ и вместо ψ_ν подставить $\psi_\nu - \omega t$. Таким образом, зависимость среднего значения от времени является гармонической. Из соотношения (31) видно, что максимальная и минимальная дисперсии могут приходиться на любую фазу гармонических колебаний электрического поля. Действительно, пусть $\psi_\mu = -\psi_\nu = \psi'$, тогда

$$\langle E \rangle \sim |\mu| \cos\left(\frac{n}{2}\pi - \psi_\xi\right) - |\nu| \cos\left(\frac{n}{2}\pi + \psi_\xi\right); \quad (32)$$

так как здесь есть свободный параметр ψ_ξ , то при фиксированной разности $\psi_\mu - \psi_\nu$, определяющей положение максимальной и минимальной дисперсии, фаза поля может произвольно меняться.

Обычно сжатое состояние характеризуют коэффициентом сжатия

$$K = \frac{D_{\text{BAK}}}{D_{\text{min}}} = \left(\frac{D_{\text{max}}}{D_{\text{min}}} \right)^{1/2} = |\mu| + |\nu|. \quad (33)$$

Этот коэффициент меняется от единицы для когерентного состояния ($|\nu| = 0$) до больших значений (в принципе, до бесконечности) для сильно сжатых состояний ($|\nu| \rightarrow \infty$). Однако имеются энергетические ограничения на этот коэффициент, т.е. приданной средней энергии колебаний осциллятора коэффициент сжатия не может принимать значений, больших некоторого максимального. Для отыскания этого максимального значения коэффициента сжатия вычислим среднее число фотонов в сжатом состоянии

$$\begin{aligned}N &= \langle \xi | a^+ a | \xi \rangle = \langle \xi | (\mu b^+ - \nu^* b) (\mu^* b - \nu b^+) | \xi \rangle = \\ &= \langle \xi | [(|\mu|^2 + |\nu|^2) b^+ b - \mu \nu b^{+2} - \mu^* \nu^* b^2 + |\nu|^2] | \xi \rangle = \\ &= |\xi|^2 [(|\mu| + |\nu|)^2 \sin^2 \psi + (|\mu| - |\nu|)^2 \cos^2 \psi] + |\nu|^2.\end{aligned}\quad (34)$$

Как видно из (33), сжатие тем больше, чем больше $|\nu|$. При заданном числе фотонов N величина $|\nu|$ будет максимальной при $|\xi|^2 = 0$, т.е. в состоянии сжатого вакуума. Тогда

$$|\nu|^2 = N \quad (35)$$

и

$$K_{\text{max}} = (N + 1)^{1/2} + N^{1/2}; \quad (36)$$

это и есть максимально достижимое значение коэффициента сжатия. Приближенно при больших $N \gg 1$ имеем

$$K_{\max} \approx 2N^{1/2}. \quad (37)$$

В оптическом диапазоне при энергии порядка 1 джоуля, запасенной в резонаторе, коэффициенты сжатия могут достигать значений порядка 10^{10} . Это драматически не совпадает с тем, что достигнуто в экспериментах; в настоящее время реализованы коэффициенты сжатия от нескольких процентов более единицы до нескольких единиц. Пока неясно, в чем причина подобного расхождения.

Отметим, что максимальное значение коэффициента сжатия достигается, как отмечено выше, при $|\xi| = 0$, т.е. в случае, когда колебания поля отсутствуют, $\langle E \rangle = 0$. Такие состояния обычно называют сжатым вакуумом. Следует иметь в виду, что сжатый вакуум имеет мало общего с вакуумным (наинизшим) состоянием; сжатый вакуум может быть высоковозбужденным, высокоэнергичным состоянием.

Изложенные данные приводят к наглядной картине (рис. 4). На рис. 4,а изображены колебания при когерентном состоянии поля; не изменяющаяся со временем дисперсия передана толщиной линии. Как обычно при макроскопической энергии, дисперсия невелика по сравнению с амплитудой. На рис. 4,б изображены колебания при сжатом состоянии поля. Здесь уже толщина линии сравнима с амплитудой колебаний и изменяется со временем. Точка с наименьшей дисперсией может иметь любую фазу относительно колебаний поля. На рис. 4,в изображены "колебания" в состоянии сжатого вакуума. Слово колебания взято в кавычки, так как теперь колебаний с основной частотой ω фактически нет. Есть только изменения дисперсии с удвоенной частотой.

При вычислениях со сжатыми состояниями важную роль играет оператор унитарного преобразования когерентного состояния в сжатое, введенный Д. Столером. Этот оператор имеет вид

$$U(z) = \exp \left[\frac{1}{2} (za^2 - z^*a^{+2}) \right], \quad (38)$$

где z — произвольное комплексное число. Нетрудно показать, что операторы уничтожения и рождения преобразуются с помощью этого оператора следующим образом:

$$b' = U(z)aU^+(z) = a \operatorname{ch} r + a^+ e^{-i\psi} \operatorname{sh} r, \quad (39)$$

$$b'^+ = U(z)a^+U^+(z) = a e^{i\psi} \operatorname{sh} r + a^+ \operatorname{ch} r,$$

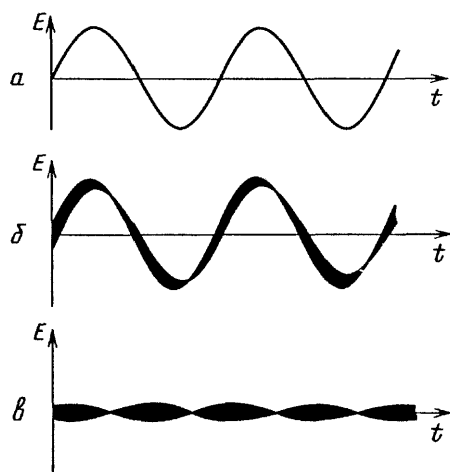


Рис. 4. Колебания и неопределенность поля в когерентном состоянии (а), в сжатом свете (б) и сжатом вакууме (в)

где $r = |z|$ и $\psi = \arg z$. Как видим, это преобразование есть частный случай преобразования (2), приводящего к сжатым состояниям и соответствующего

$$\psi_\mu = 0.$$

То, что оператор $U(z)$ преобразует когерентное состояние в сжатое, видно из следующего рассуждения. Пусть $|\sigma\rangle$ есть когерентное состояние, т.е. собственное состояние оператора a . Записав равенство (39) в виде

$$U(z)a = b'U(z),$$

легко убеждаемся $(U(z)a|\sigma\rangle = \sigma U(z)|\sigma\rangle = b'U(z)|\sigma\rangle)$, что состояние $|\xi\rangle = U(z)|\sigma\rangle$ является собственным для оператора b , т.е. сжатым состоянием.

Отметим некоторые важные особенности, вносимые сжатыми состояниями в поляризационную структуру света [8]. Пусть в плоской волне

$$E(r) = A[e_x(a^+e^{-ikr} + \text{э.с.}) + e_y(b^+e^{-ikr} + \text{э.с.})] \quad (40)$$

осцилляторы a и b находятся в когерентных состояниях $|\xi, \eta\rangle$ с параметрами соответственно ξ и η . Тогда поле $E(r)$ можно выразить через поляризационные векторы

$$i_1 = (\xi^*e_x + \eta^*e_y)N, \quad i_2 = (-\eta e_x + \xi e_y)N \quad (N = (|\xi|^2 + |\eta|^2)^{-1/2}), \quad (41)$$

двух ортогональных, в общем случае эллиптических поляризаций —

$$E(r) = A[(e^{-ikr}c^+i_1 + \text{э.с.}) + (e^{-ikr}d^+i_2 + \text{э.с.})], \quad (42)$$

где

$$c^+ = (\xi a^+ + \eta b^+)N, \quad d^+ = (-\eta^* a^+ + \xi^* b^+)N, \quad (43)$$

— операторы рождения фотонов эллиптических поляризаций. Нетрудно убедиться теперь, что исходное когерентное состояние является собственным для операторов уничтожения c и d с собственными значениями $(|\xi|^2 + |\eta|^2)^{1/2}$ и 0. Это означает, что в случае, когда состояния поляризационных осцилляторов когерентные, суммарное поле можно свести к одному возбужденному осциллятору, причем поля в этом случае складываются по известному правилу параллелограмма.

Совершенно иная картина имеет место в случае, когда осцилляторы поля находятся в состоянии сжатого вакуума. Чтобы убедиться в этом, снова воспользуемся выражением (42) для поля, считая, однако, что ξ и η теперь никак не связаны с состоянием поля, а являются просто параметрами, определяющими представление поля в форме (42). Обычно состояние поляризации анализируют с помощью фазовой пластинки и поляризатора: фазовая пластинка превращает эллиптическую поляризацию в линейную, которая легко распознается поляризатором. Рассмотрим, насколько эта процедура эффективна в случае, когда осцилляторы поля находятся в состоянии сжатого вакуума.

После прохождения фазовой пластинки волна (42) примет вид

$$E(r) = A[(e^{-ikr+i\delta}c^+i_1 + \text{э.с.}) + (e^{-ikr}d^+i_2 + \text{э.с.})], \quad (44)$$

где δ — фаза, вносимая в поляризацию c фазовой пластинкой. Волну, прошедшую через поляризатор, получим, спроектировав (44) на направление пропускания поляризатора, определяемое вектором

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_x \cos \alpha - \mathbf{e}_y \sin \alpha, \quad (45)$$

где α — угол между $\mathbf{e}_1$ и осью x ,

$$E_1(\mathbf{r}) = A\{[(e^{-ikr+i\delta}c^+(\xi^* \cos \alpha - \eta^* \sin \alpha) + \text{э.с.}] - [e^{-ikz}d^+(\eta \cos \alpha + \xi \sin \alpha) + \text{э.с.}]\}N. \quad (46)$$

Интенсивность прошедшего света равна

$$I = A^2 N^2 \{(c^+c + cc^+)[|\xi|^2 \cos^2 \alpha + |\eta|^2 \sin^2 \alpha - (\xi^* \eta + \xi \eta^*) \sin \alpha \cos \alpha] + (d^+d + dd^+)[|\xi|^2 \sin^2 \alpha + |\eta|^2 \cos^2 \alpha + (\xi^* \eta + \xi \eta^*) \sin \alpha \cos \alpha] - [e^{i\delta}c^+d(\xi^* \cos \alpha - \eta^* \sin \alpha)(\eta^* \cos \alpha + \xi^* \sin \alpha) + \text{э.с.}]\}.$$

При усреднении по сжатому вакууму нужно принять во внимание, что оператор c^+d ($c = \mu_1^*c' - \nu_1c'^+$, $d = \mu_2^*d' - \nu_2d'^+$) из состояния сжатого вакуума производит состояние, ортогональное ему, поскольку операторы c^+ и d действуют на разные составляющие состояния $|0, 0\rangle$. Таким образом, среднее значение последней квадратной скобки в (47) оказывается равным нулю. Следовательно, интенсивность света, прошедшего через поляризатор, равна

$$\langle I \rangle = A^2 N^2 \{(2|\nu_1|^2 + 1)[|\xi|^2 \cos^2 \alpha + |\eta|^2 \sin^2 \alpha - (\xi^* \eta + \xi \eta^*) \sin \alpha \cos \alpha] + (2|\nu_2|^2 + 1)[|\xi|^2 \sin^2 \alpha + |\eta|^2 \cos^2 \alpha + (\xi^* \eta + \xi \eta^*) \sin \alpha \cos \alpha]\} \quad (48)$$

и не зависит от фазы δ , вносимой фазовой пластинкой. Интересно, что при равных числах фотонов в осцилляторах c и d

$$|\nu_1|^2 = |\nu_2|^2 = |\nu|^2 \quad (49)$$

исчезает также зависимость от угла поворота поляризатора α

$$\langle I \rangle = A^2 (2|\nu|^2 + 1), \quad (50)$$

т.е. сигнал, прошедший через поляризатор, не зависит от его угла поворота. Такое же положение имеет место при круговой поляризации обычного света, но там имеет место зависимость от δ ; после изменения δ восстанавливается и зависимость от α . В сжатом же свете никаким изменением δ нельзя восстановить зависимость от α . Ситуация похожа на ту, которая существует в неполяризованном свете. Однако это сходство имеет место лишь при измерениях на длительных интервалах времени, больших времени когерентности неполяризованного света. На временах, меньших времени когерентности, поляризационная структура обычного света обязательно проявляется. Таким образом, поляризационная ситуация со сжатым светом совершенно необычна. В литературе такой свет получил, возможно, не очень удачное название — "скалярный свет" [8]. Важным следствием этого рассмотрения является то, что в сжатом свете нельзя два поляризационных осциллятора свести к одному и, в частности, оказывается несостоятельным правило параллелограмма. Отметим также, что возможны и другие неклассические поляризационные состояния [8].

4. Возбуждение сжатых состояний

Наиболее простым способом возбуждения сжатых состояний, по крайней мере идеологически, является параметрическое возбуждение гармонического осциллятора. Это обусловлено наличием точного в некотором смысле (значение этих слов выяснится позже) решения соответствующей математической задачи. Эту задачу мы и проанализируем в первую очередь.

Параметрическое возбуждение по определению есть возбуждение колебаний в осцилляторе при изменении (как правило, периодическом) какого-либо его параметра, например, частоты. Поэтому математически задача сводится в решении нестационарного уравнения Шрёдингера с гамильтонианом, зависящим от времени,

$$i\hbar \frac{\partial \psi(q, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} [p^2 + \Omega^2(t)q^2] \psi(q, t). \quad (1)$$

Оказывается, что это уравнение имеет решение [9, 10] вида

$$\begin{aligned} \psi(q, T) = & \frac{\Omega_0^{1/4}}{(\pi\hbar)^{1/4}(\epsilon(t))^{1/2}} \times \\ & \times \exp \left[\frac{i\dot{\epsilon}}{2\hbar\epsilon} q^2 + \left(\frac{2\Omega_0}{\hbar} \right)^{1/2} \frac{\alpha}{\epsilon} q - \frac{\alpha^2}{2} \frac{\epsilon^*}{\epsilon} - \frac{|\alpha|^2}{2} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где $\epsilon(t)$ — решение уравнения

$$\frac{d^2 \epsilon(t)}{dt^2} + \Omega^2(t) \epsilon(t) = 0, \quad (3)$$

удовлетворяющее начальным условиям

$$\epsilon(0) = 1, \quad \dot{\epsilon}(0) = i\Omega_0, \quad (4)$$

где Ω_0 — некоторая характерная (например, средняя) частота осциллятора. Легко убедиться, что величина

$$\dot{\epsilon}\epsilon^* - \epsilon\dot{\epsilon}^* = 2i\Omega_0 \quad (5)$$

не зависит от времени для этого специального решения.

Таким образом, решение (2) является точным решением уравнения (1). Однако в него входит функция $\epsilon(t)$, являющаяся решением уравнения (3), явный вид которого неизвестен. Тем не менее решение (2) очень важно. Действительно, оно убеждает нас, что наиболее тонкая, квантовомеханическая часть решения не содержит никаких неясностей. Уравнение же (3) хорошо исследовано (для периодических функций $\Omega(t)$ оно сводится к уравнениям Хилла и Матье), так что мы не упустим никаких существенных особенностей, если воспользуемся его приближенными решениями.

Если ввести параметры

$$\mu = \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{\epsilon}}{i\Omega_0} + \epsilon \right), \quad \nu = \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{\epsilon}}{i\Omega_0} - \epsilon \right), \quad (6)$$

удовлетворяющие, очевидно, соотношению (2.3), то состояние (2) приводится к виду (2.10), характерному для сжатого состояния. При этом в начальный

момент времени $\nu = 0$ и, следовательно, состояние (2) в начальный момент времени является вакуумным. Из соотношений (6) и (2.23) следует, что дисперсия состояния (2) равна

$$D^2 = \frac{\hbar}{2\Omega_0} |\varepsilon(t)|^2. \quad (7)$$

Обратимся теперь к решению уравнения (3), полагая зависимость $\Omega^2(t)$ вида

$$\Omega^2(t) = \Omega_0^2(1 + \alpha \sin \omega t); \quad (8)$$

в этом случае уравнение (3) представляет собой хорошо исследованное уравнение Маттье. Известно, что в зависимости от параметров α и ω решение уравнения (3) может быть как ограниченным, так и нарастающим. Соответствующие области изображены на рис. 5; штрихом отмечены наиболее интересные для нас области, где решение имеет нарастающий характер, точнее сказать, в этой области имеются два независимых решения — нарастающее и убывающее.

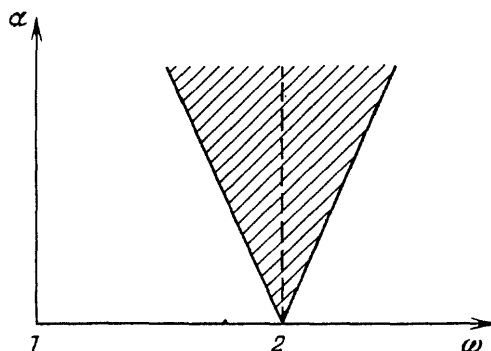


Рис. 5. Область возбуждения параметрического генератора

Рассмотрим область при малых α вблизи $\omega \approx 2\Omega_0$; в этой области можно воспользоваться теорией возмущений и найти приближенные решения уравнения (3) в явном виде. Согласно теореме Флоке решение уравнения (3) имеет вид

$$\varepsilon(t) = e^{i\lambda t} u(t), \quad u(t) = \sum_n \varepsilon_n e^{in\omega t}, \quad (9)$$

где $u(t)$ — периодическая функция с тем же периодом, что и у внешнего воздействия (8), и которая в силу этого может быть разложена в ряд Фурье (9); параметр λ является функцией α и ω . Существенно, является ли он чисто вещественным или содержит мнимую часть. В первом случае решение ограничено, во втором — является нарастающим или убывающим. Подставляя решение (9) в уравнение (3) и приравнявая нулю коэффициенты при отдельных гармониках в нем, получим систему уравнений

$$[1 - (\lambda + n\omega)^2] \varepsilon_n + \frac{\alpha}{2i} (\varepsilon_{n-1} - \varepsilon_{n+1}) = 0, \quad (10)$$

определяющих коэффициенты ε_n . Детерминант этой линейной однородной системы должен быть равен нулю — это дает уравнение для определения λ .

При малых α и ω , близких к $2\Omega_0$,

$$\omega = 2\Omega_0 + \Delta\omega \quad (11)$$

можно выделить случай, когда важны всего два коэффициента: ε_0 и ε_1 . При этом параметр λ должен быть близок к -1 ,

$$\lambda = -1 + \Delta\lambda, \quad (12)$$

где $\Delta\lambda$ — малая величина. Тогда система (10) принимает следующий простой вид:

$$2\Delta\lambda \cdot \varepsilon_0 + \frac{i\alpha}{2} \varepsilon_1 = 0, \quad \frac{i\alpha}{2} \varepsilon_0 + 2(\Delta\lambda + \Delta\omega)\varepsilon_1 = 0. \quad (13)$$

Приравнявая нулю детерминант этой системы, получаем следующие возможные значения $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = \frac{1}{2} \left[\pm \left(\Delta\omega^2 - \frac{1}{4} \alpha^2 \right)^{1/2} - \Delta\omega \right]. \quad (14)$$

Отсюда видно, что в секторе (см. рис.5) $|\Delta\omega| < \alpha/2$ величина $\Delta\lambda$ комплексна и, следовательно, имеются два решения, одно из которых нарастающее, второе — затухающее. Вне же этого сектора, $|\Delta\omega| > \alpha/2$, решение имеет осциллирующий, ограниченный характер.

Подставляя (14) в (13), находим коэффициенты ε_0 и ε_1 , соответствующие двум значениям $\Delta\lambda$, и приходим таким образом к двум независимым решениям уравнения (3):

$$\varepsilon' = Ae^{-(1/4)\alpha t} \sin \Omega_0 t, \quad \varepsilon'' = Be^{(1/4)\alpha t} \cos \Omega_0 t. \quad (15)$$

Решение, удовлетворяющее условиям (4), получается в виде линейной комбинации решений (15):

$$\varepsilon(t) = e^{-\alpha t/4} \cos \Omega_0 t - \frac{\alpha}{4\Omega_0} e^{-\alpha t/4} \sin \Omega_0 t + ie^{-\alpha t/4} \sin \Omega_0 t. \quad (16)$$

Для дисперсии же состояния (2) в момент времени t получаем, согласно (7), выражение

$$D^2 = \frac{\hbar}{2\Omega_0} \left[\left(e^{(1/4)\alpha t} \cos \Omega_0 t - \frac{\alpha}{4\Omega_0} e^{-(1/4)\alpha t} \sin \Omega_0 t \right)^2 + e^{-(1/2)\alpha t} \sin^2 \Omega_0 t \right]. \quad (17)$$

Легко видеть, что дисперсия два раза за период изменяется от минимального значения

$$D_{\min}^2 \approx \frac{\hbar}{2\Omega_0} e^{-(1/2)\alpha t} \quad (18)$$

до максимального

$$D_{\max}^2 \approx \frac{\hbar}{2\Omega_0} e^{(1/2)\alpha t}. \quad (19)$$

Коэффициент сжатия таким образом растет со временем экспоненциально:

$$K = D_{\text{BAK}} / D_{\min} = e^{\alpha t/4}. \quad (20)$$

Следовательно, параметрическое возбуждение гармонического осциллятора действительно обеспечивает возникновение сжатого состояния с растущим со временем коэффициентом сжатия. При этом в реальных ситуациях нет необходимости ограничиваться малыми значениями α ; качественно поведение параметрического генератора то же самое во всей заштрихованной области на рис. 5. Следует, однако, отметить, что изложенная теория довольно существенно идеализирована, в ней не учтены такие важные факторы, как наличие потерь в гармоническом осцилляторе и обратное действие осциллятора на источник накачки. Оба этих фактора могут привести к насыщению коэффициента сжатия, т.е. к прекращению его роста после достижения некоторого предельного значения. Как уже отмечалось, имеется существенное расхождение между возможными и реализованными значениями K . Возможно, что оно обусловлено как раз этими неучтенными факторами.

Отметим существенную роль начального состояния при параметрическом возбуждении сжатых состояний. Так состояние сжатого вакуума возникает только, если начальное состояние было вакуумным. Если же начальное состояние было когерентным, то оно и дальше развивается, увеличивая амплитуду.

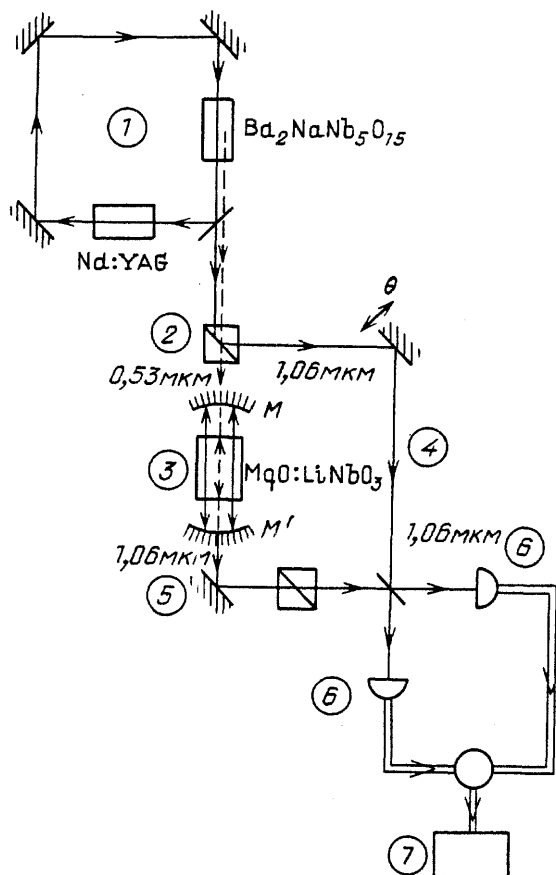


Рис. 6. Экспериментальное устройство для возбуждения и анализа сжатого света. 1 — кольцевой лазер с генератором второй гармоники для накачки, 2 — поляризатор, 3 — параметрический генератор света, 4 — опорный сигнал в когерентном состоянии, 5 — световой сигнал в сжатом состоянии, 6 — фотодиод, 7 — анализатор спектра шумов

литуду, как когерентное. В оптике начальное состояние автоматически обеспечивается как вакуумное, поскольку при комнатной температуре $\hbar\omega \gg kT$ и другие состояния просто не населены. Другое положение в низкочастотных областях, например, при акустических и механических колебаниях. Там любое термодинамически равновесное состояние является смешанным, и это может определенным образом осложнять генерирование сжатых состояний.

Параметрическая генерация сжатых состояний света была осуществлена группой исследователей Техасского университета [2]. Хотя этот способ не был первым — к этому времени сжатые состояния уже наблюдались в ряде лабораторий — именно он, по нашему мнению, является технически наиболее перспективным, и мы дадим его краткое описание. Схема установки изображена на рис. 6. Она состоит из трех главных частей — источника параметрической накачки, собственно параметрического генератора и приемника — анализатора сжатого состояния. Первые две части в основных чертах повто-

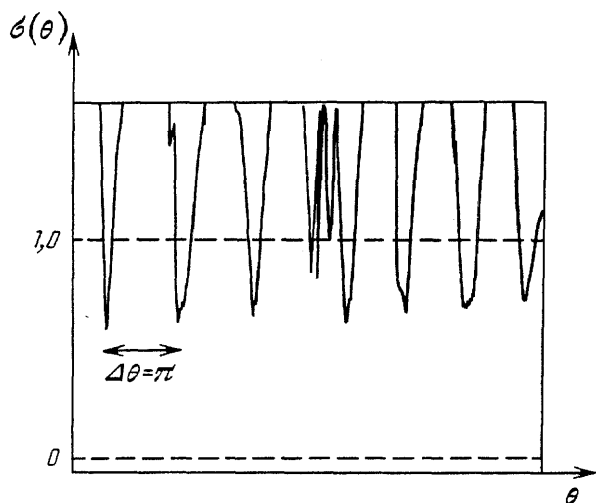


Рис. 7. Зависимость дисперсии от фазы θ

ряют устройство, использовавшееся в первых экспериментах по наблюдению параметрической генерации [11]. Приемник же специально приспособлен для анализа сжатых состояний. Теория его достаточно сложна, и мы не будем на ней останавливаться. Отметим только, что он работает на принципе стробоскопа и измеряет дисперсию светового сигнала, возбужденного в параметрическом генераторе, только в моменты времени, близкие к максимумам опорного сигнала. На рис.

7 даны результаты наблюдений. Как видим, дисперсия сигнала изменяется дважды за период светового поля; период изменения дисперсии π , а не 2π . Видно также, что при некоторых значениях фазы θ сигнала дисперсия становится меньше той, которая соответствует вакуумному состоянию (пунктирная линия). Это как раз и говорит о том, что свет находится в сжатом состоянии.

5. Возможные применения сжатого света

В обзорах [3, 4] обсуждены применения сжатого света. Для иллюстрации ниже даны три примера таких применений, касающиеся интерференционных измерений [12], нелинейных явлений [13, 14] и передачи информации [15]. Учитывая многообразие форм интерференционных измерений, проявлений нелинейных явлений и видов информационной связи, речь может идти именно о простых примерах, которые, однако, выявляют принципиальные преимущества применения сжатого света.

5.1. Подавление шумов в интерферометре Маха — Цендера. Принципиальная схема интерферометра показана на рис. 8. В обычном режиме, т.е. без подавления шумов с помощью сжатого света, в интерферометр по каналу b поступает монохроматический свет (например, свет от лазера, находящийся в когерентном состоянии). Полупрозрачным зеркалом m_1 он расщепляется на два луча, которые распространяются по плечам интерферометра до полупрозрачного зеркала m_2 . Оптические длины плечей интерферометра различны, разность набегов фаз в этих плечах создается обычно исследуемым объектом и является измеряемой величиной. Пройдя через полупрозрачное зеркало m_2 , пучки попадают на детекторы F и G ; токи фотодетекторов усиливаются и подаются на разностную схему.

Сжатый свет, посредством которого можно подавлять шумы в этом устройстве, подается в свободный канал интерферометра a . Прохождение пучков света через полупрозрачное (50%-ное) зеркало описывается соотношением

$$\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\varphi} & 1 \\ -1 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где a, b, c, d — операторы уничтожения фотонов в соответствующих пучках света (рис. 8). Нетрудно видеть, что если забыть об операторном смысле этих величин, то соотношение (1) имеет простой смысл классического соотношения, связывающего поля по обе стороны от зеркала. В этом соотношении опущен несущественный общий набег фазы полей на зеркале и учтена лишь разность их фаз 2φ . Несущественный общий набег фаз опускается и в последующих соотношениях.

Амплитуды c и d при прохождении по плечам интерферометра приобретают дополнительные фазы ψ и $-\psi$, что описывается соотношением

$$\begin{pmatrix} c' \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\psi} & 0 \\ 0 & e^{-i\psi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Прохождение световых пучков через полупрозрачное зеркало m_2 описывается соотношением

$$\begin{pmatrix} g \\ f \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\tilde{\varphi}} & 1 \\ -1 & e^{-i\tilde{\varphi}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c' \\ d' \end{pmatrix}, \quad (3)$$

аналогичным соотношению (1); величины g и f — операторы уничтожения фотонов в соответствующих плечах. Перемножая матрицы, получаем для g и f следующие выражения:

$$\begin{aligned} g &= e^{i\tilde{\varphi}}(ie^{i\varphi} \sin \sigma \cdot a + \cos \sigma \cdot b), \\ f &= e^{-i\tilde{\varphi}}(\cos \sigma \cdot a + ie^{-i\varphi} \sin \sigma \cdot b), \end{aligned} \quad (4)$$

где

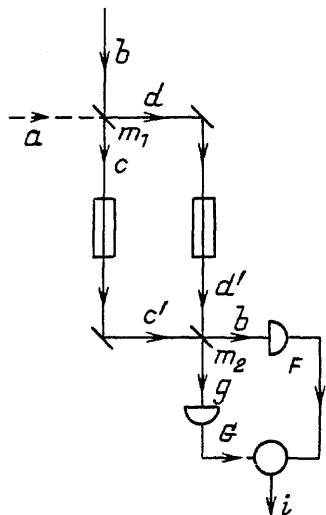


Рис. 8. Интерферометр Маха — Цендера

$$\xi = \frac{1}{2} (\bar{\rho} - \rho), \quad \sigma = \frac{1}{2} (\bar{\rho} + \rho + 2\psi). \quad (5)$$

Токи в детекторах пропорциональны числам фотонов в плечах g и f ; для операторов числа (фотонов) получаем выражение

$$\begin{aligned} N_f &= f^+ f = a^+ a \cos^2 \sigma + i(a^+ b e^{-i\varphi} - a b^+ e^{i\varphi}) \sin \sigma \cdot \cos \sigma + b^+ b \sin^2 \sigma, \\ N_g &= g^+ g = a^+ a \sin^2 \sigma - i(a^+ b e^{-i\varphi} - a b^+ e^{i\varphi}) \sin \sigma \cdot \cos \sigma + b^+ b \cos^2 \sigma. \end{aligned} \quad (6)$$

Разность же чисел фотонов равна

$$\Delta N = N_f - N_g = (a^+ a - b^+ b) \cos 2\sigma + 2i(e^{-i\varphi} a^+ b - e^{i\varphi} a b^+) \sin 2\sigma. \quad (7)$$

Для усреднения этих и других операторов по сжатому состоянию света в плече a введем операторы A и A^+ (см. (2.2)):

$$a^+ = \mu A^+ - \nu^* A, \quad a = -\nu A^+ + \mu^* A, \quad |\mu|^2 - |\nu|^2 = 1, \quad (8)$$

где коэффициенты μ и ν характеризуют сжатое состояние $|\xi\rangle$ в плече a . Теперь, учитывая, что свет в плече a находится в состоянии сжатого вакуума ($\xi = 0$), а свет в плече b в когерентном состоянии $|z\rangle$, находим средние значения различных операторов

$$\begin{aligned} \langle a^+ a \rangle &= |\nu|^2, \quad \langle a^2 \rangle = -\mu^* a, \quad \langle a^{+2} \rangle = -\mu \nu^*, \\ \langle b^+ b \rangle &= |z|^2, \quad \langle a^+ a a^+ a \rangle = |\nu|^2 (2|\mu|^2 + |\nu|^2). \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, интерференционная картина, определяемая как зависимость разности средних чисел фотонов в плечах f и g от фазы σ , описывается выражением

$$\langle \Delta N \rangle = \langle f^+ f - g^+ g \rangle = (|\nu|^2 - |z|^2) \cos 2\sigma, \quad (10)$$

см. рис. 9. Поскольку интенсивность сжатого света всегда мала, то $|\nu|^2 \ll |z|^2$ ($|\nu|^2, |z|^2$ — средние числа фотонов в плечах a и b) и на интерференционную картину сжатый свет практически влияния не оказывает. Совершенно иная картина в шумах.

Интенсивность шумов тока пропорциональна величине

$$D = \langle \Delta N^2 \rangle - \langle \Delta N \rangle^2. \quad (11)$$

Согласно (7), имеем

$$\begin{aligned} \Delta N^2 &= (a^+ a a^+ a - 2a^+ a b^+ b + b^+ b b^+ b) \cos^2 2\sigma - \\ &- (e^{2i\varphi} a^2 b^{+2} - e^{-2i\varphi} a^{+2} b^2 - 2a^+ a b^+ b - a^+ a - b^+ b) \sin^2 2\sigma. \end{aligned} \quad (12)$$

Усредняя это выражение по начальным состояниям и вычитая из него $\langle \Delta N^2 \rangle$, получим

$$\begin{aligned} P &= (2|\mu|^2 |\nu|^2 + |z|^2) \cos^2 2\sigma + \\ &+ |z|^2 (|\nu|^2 |z|^{-2} + 2|\nu|^2 + 1 + 2|\mu| \cdot |\nu| \cos \psi) \sin^2 2\sigma, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\psi = 2\varphi - 2\psi_z - \psi_\mu + \psi_\nu.$$

Учитывая зависимость от времени, следует иметь в виду, что ψ_z содержит слагаемое $-\omega t$, ψ_μ — слагаемое $-\omega t$ и ψ_ν — слагаемое ωt ; таким образом, фаза ψ не зависит от времени и является свободным параметром, регулируемым по произволу наблюдателя посредством, например, задержки сжатого света по сравнению с когерентным.

Рассмотрим шумы в точках, где интерференционная картина (10) имеет нули, т.е. при $\cos 2\sigma = 0$. Первое слагаемое в (13) в этом случае равно нулю и роли не играет. Во втором слагаемом $\sin 2\sigma = \pm 1$ и, следовательно, величину шумов можно уменьшить, подбирая в коэффициенте при $\sin^2 2\sigma$ соответствующим образом фазу ψ . Поскольку первые три слагаемых в этом коэффициенте положительны, то он, очевидно, минимален при $\cos \psi = -1$. Тогда круглая скобка в этом коэффициенте может быть представлена в виде

$$S = (|\nu|^2/|z|^2) + (|\mu| - |\nu|)^2 = (|\nu|^2/|z|^2) + (1/K)^2, \quad (14)$$

где

$$K = |\mu| + |\nu| = 1/(|\mu| - |\nu|)$$

— коэффициент сжатия света в плече a (отношение дисперсии вакуумного состояния к минимальной). Коэффициенты $|\nu|^2$ и K^2 связаны соотношением

$$|\nu|^2 = (K^2 - 1)^2/4K^2 \approx K^2/4.$$

Поэтому с увеличением K первое слагаемое в S увеличивается, а второе уменьшается. Величина S достигает минимума при $K^2 = 2|z|$; при этом $S_{\min} = 1/|z|$. Поскольку в отсутствие сжатого света в плече a , т.е. при $|\nu| = 0$, $S = 1$, то видно, что мощность шумов уменьшается в $|z| = N^{1/2}$ раз, где N — число фотонов в плече b . При этом оптимальное число фотонов в

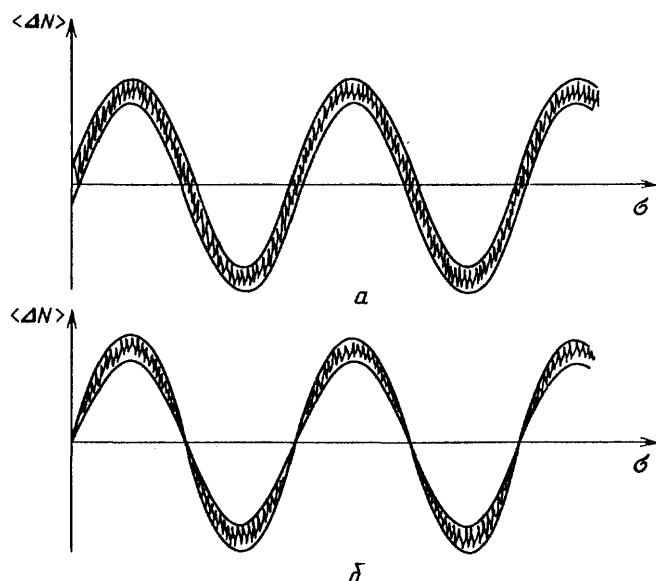


Рис. 9. Шумы интерференционной картины в отсутствие в плече a сжатого света (а) и при наличии в плече a света в состоянии сжатого вакуума (б)

плече a равно

$$|v|^2 = \frac{1}{2} |z| = \frac{1}{2} N^{1/2}.$$

Таким образом общая картина шумов при интерференции показана на

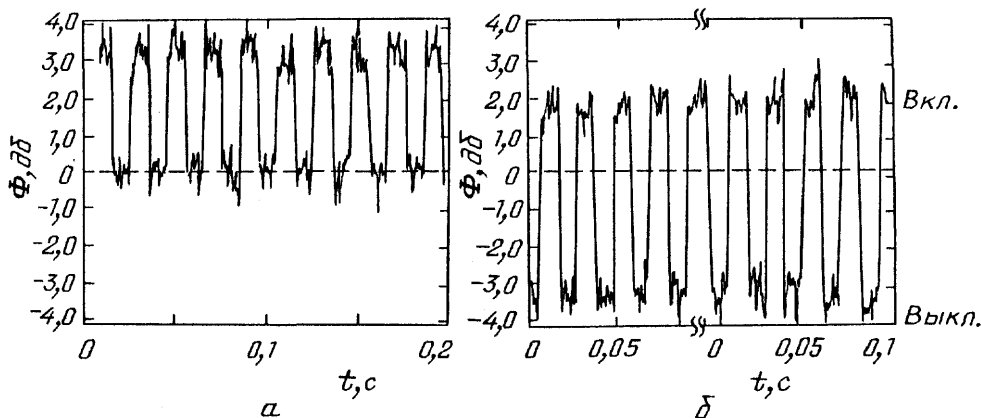


Рис. 10. Экспериментальное наблюдение подавления шумов в интерференционной картине

рис. 9. В отсутствии сжатого света в плече a мощность шумов одинакова во всех точках интерференционной картины. В случае же, когда сжатый свет имеется в плече a , должным образом сфазирован и оптимизирован по амплитуде, мощность шумов вблизи нулей интерференционной картины значительно уменьшена, что позволяет более точно измерять расстояние между нулями, а следовательно, и разность фаз двух пучков. Эти соображения были проверены в работе Кимбла и его сотрудников [16]. В примененной ими схеме измерение мощности шумов производилось на частоте 1,6 МГц при спектральной ширине канала 100 кГц. С частотой 50 Гц включалась и выключалась высокочастотная (1,6 МГц) модуляция фазы в одном из плеч интерферометра. При включенной модуляции сигнал попадал в приемный тракт. Результаты измерений представлены на рис. 10, a и $б$. Рис. 10, a соответствует случаю, когда сжатого света в плече a нет; видно, что шумы на уровне вакуумных флуктуаций (пунктирная линия). Рис. 10, $б$ соответствует случаю, когда в плече a имеется свет в состоянии сжатого вакуума; видно, что шумы существенно снизились, а отношение сигнал/шум возросло.

5.2. Сжатый свет в нелинейных явлениях. Генерация световых полей в сжатых состояниях может оказать большое влияние на нелинейную оптику. Чтобы показать это, рассмотрим нелинейную поляризацию вещества в поле, находящемся в сжатом состоянии [13, 14].

Как известно, поляризация вещества является нелинейной функцией поля и ее можно представить в виде ряда

$$P(E) = \alpha_1 E + \alpha_2 E^2 + \alpha_3 E^3 + \dots = \sum_n \alpha_n E^n, \quad (15)$$

где α_n — некоторые коэффициенты, характеризующие используемую нелинейную среду. Будем интересоваться $2N$ -й гармоникой этой поляризации. Эта

гармоника может возникнуть из члена

$$P_{2N}(E) = \alpha_{2N} E^{2N} \quad (16)$$

приведенного выше разложения. Поле для простоты будем считать одномерным; тогда напряженность поля равна

$$E = \beta(a^+ + a).$$

Таким образом, для вычисления $2N$ -й гармоники необходимо знать величину

$$\langle E^{2N} \rangle = \langle \xi | E^{2N} | \xi \rangle \simeq \langle \xi | (a^+ + a)^{2N} | \xi \rangle = p_{2N},$$

где $|\xi\rangle$ — сжатое состояние. Поскольку операторы a^+ и a связаны с операторами b^+ и b соотношениями (2.2), то

$$p_{2N} = \langle \xi | [(\mu - \nu)b^+ + (\mu^* - \nu^*)b]^{2N} | \xi \rangle, \quad (17)$$

зависимость сжатого состояния от времени будет учтена, если параметры μ , ν взять в виде

$$\mu e^{i\Omega t}, \quad \nu e^{-i\Omega t}.$$

Поскольку сжатое состояние $|\xi\rangle$ является собственным для оператора b , то усреднение в выражении (17) можно легко выполнить, если произвести нормальное упорядочивание операторов b^+ и b в операторе

$$B_{2N} = [(\mu - \nu)b^+ + (\mu^* - \nu^*)b]^{2N} = (\gamma b^+ + \gamma^* b)^{2N}, \quad (18)$$

где $\gamma = \mu e^{i\Omega t} - \nu e^{-i\Omega t}$. Среднее значение нормально упорядоченного выражения (18) равно просто $2N$ -й степени выражения

$$p_1 = \langle \xi | \gamma b^+ + \gamma^* b | \xi \rangle = \\ = \gamma \xi^* + \gamma^* \xi = |\xi| [(\mu e^{-i\varphi} - \nu^* e^{i\varphi}) e^{i\Omega t} + (\mu^* e^{i\varphi} - \nu e^{-i\varphi}) e^{-i\Omega t}],$$

где $\varphi = \arg \xi$.

Оператор B_M можно представить в виде нормально упорядоченного ряда

$$B_M = (\gamma b^+ + \gamma^* b)^M = :(\gamma b^+ + \gamma^* b)^M: + X_M^1 \gamma^* \gamma :(\gamma b^+ + \gamma^* b)^{M-2}: + \\ + X_M^2 \gamma^{*2} \gamma^2 :(\gamma b^+ + \gamma^* b)^{M-4}: + \dots,$$

где

$$X_M^j = \frac{M!}{2^j j! (M - 2j)!}, \quad 2j \leq M; \quad X_M^j = 0, \quad 2j > M.$$

Это разложение нетрудно проверить непосредственно при малых M , например,

$$B_1 = \gamma b^+ + \gamma^* b, \quad B_2 = :(\gamma b^+ + \gamma^* b)^2: + \gamma^* \gamma,$$

$$B_3 = :(\gamma b^+ + \gamma^* b)^3: + 3\gamma^* \gamma (\gamma b^+ + \gamma^* b) \text{ и т.д.};$$

при больших же M его можно доказать по индукции.

Усредняя B_{2N} по сжатому состоянию, получим

$$\langle B_{2N} \rangle = \langle \zeta | B_{2N} | \zeta \rangle = \sum_{j=0}^N X_{2N}^j (\gamma^* \gamma)^j p_1^{2(N-j)}. \quad (19)$$

Обратим внимание, что в когерентном состоянии (т.е. без сжатия) $2N$ -я гармоника может возникнуть только в первом члене разложения (19), так как в этом случае $\gamma^* \gamma$ не зависит от времени ($|\mu| = 1$, $\nu = 0$), а параметр p_1 , зависящий от времени, во все члены, кроме первого, входит в степенях, меньших $2N$. В сжатом же состоянии множитель $\gamma^* \gamma$ гармонически зависит от времени и, следовательно, $2N$ -я гармоника возникает во всех членах разложения (19). Как мы увидим далее, в состоянии сжатого вакуума наиболее важным будет не первый, а последний член разложения (19).

Выразим величины $\gamma^* \gamma$ и p_1 , входящие в (19), через параметр сжатия K . Как легко убедиться,

$$\mu = \frac{1}{2} (K + K^{-1}) e^{i\psi_\mu}, \quad \nu = \frac{1}{2} (K - K^{-1}) e^{-i\psi_\nu}.$$

Тогда

$$\gamma^* \gamma = \frac{1}{2} (K^2 + K^{-2}) - \frac{1}{4} (K^2 - K^{-2}) (e^{2i\Omega t + i\varphi} + e^{-2i\Omega t - i\varphi}),$$

$$p_1 = \frac{1}{2} |\zeta| [(K + K^{-1}) e^{i\Omega t + i\psi'} - (K - K^{-1}) e^{i\Omega t - i\psi''} + \text{к.с.}],$$

где

$$\psi' = \psi_\mu - \psi_\zeta, \quad \psi'' = \psi_\nu - \psi_\zeta, \quad \psi = \psi_\mu - \psi_\nu.$$

Следовательно, $\langle B_{2N} \rangle$ принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle B_{2N} \rangle &= \langle \zeta | (\gamma b^+ + \gamma^* b)^{2N} | \zeta \rangle = \\ &= \sum_{j=0}^N X_{2N}^j \left[\frac{1}{2} (K^2 + K^{-2}) - \frac{1}{4} (K^2 - K^{-2}) (e^{2i\Omega t + i\psi} + \text{к.с.}) \right]^j \times \\ &\times \left(\frac{1}{2} |\zeta| \right)^{2(N-j)} [(K + K^{-1}) e^{i\Omega t + i\psi'} + (K - K^{-1}) e^{i\Omega t - i\psi''} + \text{к.с.}]^{2(N-j)}. \end{aligned}$$

Выделим в этом выражении члены с частотой $2N\Omega$:

$$\begin{aligned} \langle B_{2N} \rangle_{2N\Omega} &= \sum_{j=0}^N (-1)^j X_{2N}^j \left(\frac{1}{2} |\zeta| \right)^{2(N-j)} \left\{ \left[\frac{1}{4} (K^2 - K^{-2}) \right]^j [(K + K^{-1}) e^{-i\psi'} - \right. \\ &\quad \left. - (K - K^{-1}) e^{-i\psi''}]^{2(N-j)} e^{2iN\Omega t + i\psi} + \text{к.с.} \right\}. \quad (20) \end{aligned}$$

Рассмотрим случаи: когерентного состояния ($K = 1$) и сжатого вакуума ($K = (N + 1)^{1/2} + N^{1/2}$, $|\zeta| = 0$). Очевидно, в первом случае в (20) останется лишь первый член; имеем:

$$\langle B_{2N/2N\Omega} \rangle_{\text{когер}} = |\zeta|^2 e^{2iN\Omega t + 2iN\psi'} + \text{к.с.}.$$

В состоянии сжатого вакуума в (19) останется лишь последний член:

$$\langle B_{2N} \rangle_{2N\Omega}^{\text{сж.вак}} = (2N - 1)!! \left[\frac{1}{4} (K^2 - K^{-2}) \right]^N (e^{2iN\Omega t + 2iN\psi} + \text{к.с.}).$$

Величины $|\xi|^2$ и $\frac{1}{4} (K^2 - K^{-2})$ можно выразить через средние числа фотонов в резонаторе

$$|\xi|^2 = n_0, \quad \frac{1}{4} (K^2 - K^{-2}) = n_0.$$

Таким образом, при одном и том же среднем числе фотонов в резонаторе (иными словами, при одной и той же запасенной в резонаторе энергии) $2N$ -я гармоника в состоянии сжатого вакуума генерируется в $(2N - 1)!!$ раз эффективнее, чем в когерентном состоянии [13].

Этот результат может иметь большое значение для нелинейной оптики и, в частности, для техники генерирования высших гармоник. В настоящее время полученного гармоника до 33-й включительно [17]. Следовательно, выигрыш в эффективности их генерирования может быть довольно велик. Разумеется, следует иметь в виду, что коэффициенты α_N быстро убывают с ростом номера N . Что окажется более существенным — отмеченный выигрыш от сжатого состояния или убывание коэффициента α_N , можно решить лишь после соответствующих экспериментов. Напомним, однако, что с генерированием высших гармоник связывались определенные надежды на получение когерентного излучения в коротковолновой области вплоть до мягкого рентгена. Использование сжатого света может возродить некоторые из этих надежд.

В работе [14] было исследовано многофотонное поглощение света, находящегося в сжатом состоянии. Как известно [18], это поглощение пропорционально $\langle a^{+N} a^N \rangle$. Авторы работы [14] показали, что в состоянии сжатого вакуума эта величина в $(2N - 1)!!$ раз больше, чем в когерентном состоянии — результат, похожий на приведенный выше.

В связи с выигрышем, который дает применение сжатого света в нелинейных явлениях, например при генерации гармоник, необходимо сказать несколько слов о соотношении классических и квантовых явлений. Дело в том, что в случае классических полей, когда поле монохроматично и вследствие этого при случайных фазовых соотношениях между компонентами — стохастично, также имеется выигрыш в генерации гармоник по сравнению с монохроматическим светом в $m!$ раз, где m — номер гармоник. Поэтому есть соблазн рассматривать сжатый свет как своего рода стохастический свет. Этому способствует и сложившаяся терминология, когда квантовомеханические неопределенности полей называют шумом. Однако это лишь поверхностная аналогия. Между сжатым светом и стохастическим светом имеется существенное различие. Сжатый свет может иметь место в рамках одного осциллятора (или моды), в то время как стохастический свет — это неизбежное наложение нескольких мод с разными частотами и случайными фазами.

5.3. Сжатый свет в системах связи. Применению сжатого света в системах связи посвящено много (пока теоретических) работ [15]. Следует отметить, что сжатый свет не расширяет значительно емкость информационных каналов, максимум — в два раза. Это объясняется тем, что в обычных информационных каналах — без разделения сигнала в приемнике

на квадратурные компоненты — детектор регистрирует лишь амплитудные изменения. В системах же с фазовым детектированием фазовый канал также является носителем информации.

Однако емкость информационного канала не единственная важная характеристика системы связи. Очень важной является вероятность появления ошибок, особенно в линиях связи компьютеров. Выигрыш применения сжатого

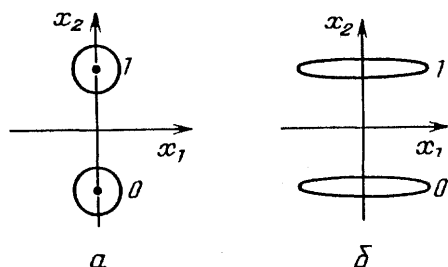


Рис. 11. Распределение возможных значений полей при фазовом кодировании в когерентном состоянии (а) и в сжатом состоянии (б)

света при этом можно продемонстрировать на примере линии, в которой двоичные сигналы 0 и 1 кодируются сигналами, сдвинутыми по фазе на π (рис. 11). При когерентном состоянии (рис. 11,а) сигналы описываются относительно широкими распределениями, из-за перекрытия которых могут возникнуть квантовые ошибки. При сжатом свете (рис. 11,б) той же интенсивности перекрытие распределений существенно меньше. Расчет показывает, что вероятности ошибок при когерентном и сжатом свете равны

$$P_{\text{ког}} \approx \frac{1}{4} e^{-2\langle N \rangle}, \quad P_{\text{сж.}} \approx \frac{1}{4} e^{-2\langle N \rangle(\langle N \rangle + 1)},$$

где $\langle N \rangle$ — среднее число фотонов в сигнале, т.е. в сжатом свете вероятность ошибок много меньше.

6. Заключение

Таким образом сжатые состояния света, а также многочисленные другие неклассические макроскопические состояния света представляют собой новые важные объекты квантовой оптики. Свойства света, находящегося в подобных состояниях, а также его взаимодействие с веществом имеют значительные особенности и могут сильно изменить лицо оптики. Важным событием могло бы стать наблюдение сжатых и вообще неклассических состояний в акустике и механике.

Автор признателен А.М. Прохорову, Ф.В. Бункину, Н.В. Карлову, В.И. Татарскому, А.А. Рухадзе, Н.Б. Делоне, С.А. Ахманову, Б.М. Болотовскому, В.А. Щеглову, В.И. Манько, А.В. Масалову, В.П. Карасеву, И.И. Тугову, Ю.Я. Юшину за обсуждение работы и содействие.

ПРИМЕЧАНИЕ

(1) Термин "когерентное состояние" является общепринятым, и мы будем также его придерживаться, хотя он и не очень удачен. В частности, следует понимать, что когерентное в квантовом смысле состояние может быть некогерентным в классическом смысле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Slusher R.E., Hollberg L.W., Yurke B., Mertz J.C., Valley J.F.//Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. P. 2409.
2. Ling-An Wu, Kimble H.J., Hall J.L, Haifa Wu//Ibidem. 1986. V. 57. P. 2520.

3. Смирнов Д.Ф., Трошин А.С.//УФН. 1987. Т. 153. С. 233.
4. Тайш М.К., Салэ Б.Э.А.//УФН. 1991. Т. 161, № 4. С. 171.
5. Schiff L.I. Quantum Mechanics. — New York: McGraw-Hill, 1955.
6. Шпольский Э.В. Атомная физика. Т. 2. — М.: Гостехиздат, 1955.
7. Stoler D.//Phys. Rev. Ser. D. 1970. V. 1. P. 3217; 1971. V. 4. P. 1925.
8. Карасев В.П.//Кр. сообщ. физ., ФИАН СССР. 1991. № 6. С. 17; Препринт ФИАН СССР, № 137. — Москва, 1990.
9. Hsuzimi K.//Progr. Theor. Phys. 1956. V. 9. P. 381.
10. Додонов В.В., Манько В.И.//Тр. ФИАН СССР. 1987. Т. 183. С. 71.
- [И] Ахманов С.А., Хохлов Р.В.//ЖЭТФ. 1962. Т. 43. С. 351.
- Giordmaine J.A., Miller R.C.//Phys. Rev. Lett. 1965. V. 14. P. 973.
12. Caves C.M.//Phys. Rev. Ser. D. 1981. V. 23. P. 1693.
13. Bykov V.P.//Intense Laser Fenonomena and Related Subjects. — Singapore a.o.: World Scientific. 1991. P. 330.
14. Janszky J., Yushin Y.//Phys. Rev. Ser. A. 1987. V. 36. P. 1288.
15. Slusher R.E., Yurke B.//J. Lightwave Techn. 1990. V. 8. P. 466.
16. Min Xiao, Ling-An Wu, Kimble H.J.//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 278.
17. Huillier A.L., Rompe L.A., Ferray M., Li X.F., Manfrey J.//[13]. — P. 44.
18. Делоне Н.Б., Крайнов В.П. Атом в сильном световом поле. — М.: Наука, 1984. — С. 36.

Статья поступила 6.12.90 г.,
после доработки 26.06.91 г.