

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

532.71

ФРАКТАЛЫ И ПЕРКОЛЯЦИЯ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Э. Гийон ⁽¹⁾, К.Д. Митеску, Ж.-П. Юлен,
С. Ру

(Высшая школа промышленной физики и химии, Париж)

(*Fractals in Physics: Essays in Honour of Benoit B. Mandelbrot/Eds. A. Aharony, J. Feder. — Physics. Ser. D. 1989. V. 38. Pp. 172 — 178*)

Дан обзор ряда недавних работ, связанных с исследовательскими интересами нашей группы, о структуре каналов в неупорядоченных пористых средах или во фрактальных системах. В таких системах понятия перколяции (протекания) и фрактальной геометрии оказались весьма плодотворными для характеристики или объяснения различных черт транспортных свойств одно- и многофазного потока, или "динамики" проникающей перколяции.

1. Введение

На пути от прототипа — лабиринта — к открытию перколяции, сделанному Хаммерсли, но возникшему из интереса Бродбента [1] к засорению газовых фильтров, наше описание пористой среды постепенно обогатилось понятиями извилистости, тупиковых пор и множественности геометрических форм и масштабов пор и поверхностей раздела. Эти понятия наводят на мысль о фрактальных свойствах пористой среды. Однако в реальных ситуациях — от кофейной гущи в воронке до куска песчаника — пористые материалы не обладают явной фрактальной геометрической структурой. Несмотря на это, в настоящей работе мы покажем, что фрактальные понятия имеют весьма широкую область применения сверх чисто геометрического описания. Следует заметить, однако, что при обсуждении фрактальности неупорядоченной пористой среды необходимо четко различать структуру зерен или твердый скелет и соответствующую структуру пространства пор. Мы будем обсуждать только последний вопрос. Во втором разделе дан краткий обзор фрактальных пористых сред, в третьем разделе рассматриваются среды, в которых чрезвычайно широкий разброс размеров пор приводит фактически к поведению перколяционного типа, и в четвертом разделе — многофазовый поток в пористой среде, при этом особое внимание уделяется явлению проникающей перколяции.

2. Фрактальная пористая среда

Кажется естественным обратиться в первую очередь к проблемам фильтрации, однако нам неизвестно ни одного экспериментального применения

© Elsevier Science Publishers B.V. 1989

© Перевод на русский язык,

Академия наук СССР,

"Успехи физических наук" 1991

точных понятий перколяционного описания к фильтрации, и когда это происходит на поверхности и образуется фильтрационная "лепешка", и когда это происходит в глубине, где поры случайным образом засоряются отфильтрованными частицами. При более внимательном рассмотрении это не кажется столь удивительным. Процесс засорения фильтра весьма неоднороден пространственно, он начинается на поверхности и постепенно переходит в глубину. Более того, существует косвенная связь между заполнением и засорением поры и потоком через соседние поры. Таким образом, необходимо применять коррелированное описание. Перколяция представляет собой первое приближение процесса фильтрации. После экспериментального моделирования Пейтакеса и Хоуи [2] недавно была выполнена работа по численному моделированию процесса [3]. Можно показать, что в случае засорения пор неньютоновским потоком в неоднородной среде действительно существует критическая точка, которая напоминает перколяцию. Однако на последних этапах засорения возникает неустойчивость, которая обесмысливает критический подход к задаче [4].

С другой стороны, проявление свойств перколяционного типа вероятно в материалах с низкой проницаемостью или в трещиноватых твердых телах. Эксперименты на песчаниках с низкой пористостью [5] и на сильно спеченных стеклянных гранулах [6] показывают резкое падение проницаемости Дарси вблизи значения пористости в несколько процентов. Однако в этом пределе существует некоторая неопределенность как в определении, так и в измерении пористости, которая обычно является контрольным параметром в перколяционном переходе. Было бы полезно с помощью стереологического анализа [7] различить пористость общую и открытую, т.е. "тупиками" и без них. Это до сих пор не сделано. Подобное исследование представляет интерес еще и потому, что окончательные этапы спекания материалов ведут к сильным корреляциям между порами.

Концепция перколяции была использована также в применении к слабо трещиноватым скалам [8, 9]. Хорошо известно, что в гранитах наблюдаются весьма значительные флуктуации проницаемости от проницаемой к непроницаемой породе, причем даже на очень близко прилегающих участках. Если трещины можно моделировать плоскими разрывами почти без корреляций в положении и ориентации (а это предположение показало свою пригодность во многих случаях), то можно применить модели перколяции в сплошной среде. Например, для дисков радиуса R , произвольно ориентированных в пространстве, критическое значение перколяции для числа N_3 дисков в единице объема определяется выражением [10]

$$\pi^2 N_3 R^3 \approx 1,8. \quad (1)$$

Это выражение можно понять на основе соображений об исключенном объеме [11]. Существование подобного инварианта можно, в принципе, проверить с помощью анализа распределения отсечений $n_2(l)$ плоскостью в узле, где l — длина трещины; эта стереологическая задача приводит к прямой инверсии с помощью преобразования Абеля [12]. Анализ можно распространить на систему дисков с меняющимися размерами, однако пока неясно, какой момент распределения третьего порядка будет лучше характеризовать данные: аргументы от исключенного объема говорят в пользу $\langle R \rangle \langle R^2 \rangle$, в то время как такое среднее, как $\langle R^3 \rangle$, увеличит вес больших трещин, что, возможно, более приемлемо. Если обратиться к свидетельствам эксперимента, то большинство

гидрогеологических программ имеет дело с сильно взаимосвязанными трещинами; данных, которые можно было бы сравнить с перколяционными моделями, мало.

Можно перечислить другие классы фрактальных пористых сред. Экспериментальные открытия Каца и Томпсона [13], которые определили внутреннюю фрактальную структуру пор из стереологических разрезов различных образцов песчаника, стали источником некоторых противоречий. Они возникли из-за того, что можно спутать фрактальный объем пор (от которого зависит проницаемость) и фрактальную поверхность пор [14]. Работа де Жена [15] основана именно на возможности существования фрактальной поверхности, додиффузионного заполнения через капиллярные пленки, нанесенные на такие поверхности. В недавней работе [16] Дэвис анализирует возможное применение этого результата с точки зрения капиллярного давления тонкой пленки как функции толщины пленки h , $P_c \sim 1/h$, в случае, когда h достаточно мало и можно пренебречь вкладом поверхностного натяжения по сравнению с давлением разъединения. Он получил отсюда, что зависимость водного насыщения S_w (доля пор, заполненных водой) от P_c должна быть совершенно различной для случаев поверхности пор с обычной и с фрактальной геометрией. В первом случае можно показать, что

$$S_w = AP_c^{-2} + BP_c^{-3}. \quad (2)$$

Первый член представляет собой вклад краев и капель жидкости, а второй отражает влияние жидкости, заполняющей вогнутые ямки. С другой стороны, де Жен показал, что для двух различных простых моделей фрактальных пор насыщение должно меняться по закону

$$S_w = A'P_c^{D-3}, \quad (3)$$

где D — фрактальная размерность поверхности. Дэвис показал, что экспериментальные данные плохо интерполируются зависимостью (2), возникает физически неоправданный отрицательный коэффициент, а вот формула (3) подтверждается для целого ряда образцов песчаника и измерительных процедур, причем фрактальная размерность составляет $D = 2,55$.

В других теоретических работах изучалась проницаемость детерминированных фракталов [17]. Итеративное заполнение сферами по Апполонию позволяет получить экспериментальную реализацию такой структуры. В подобной системе размер поры отвечает размеру наименьшей сферы в упаковке. Эта задача имеет даже практическое значение для приготовления бетона — известно, что значительный разброс размеров гравия позволяет получить желанный материал с малой пористостью.

В общем, нам не верится, что сегодняшние теоретические исследования статической проницаемости — некоего интегрального качества — могут внести существенную ясность в проблему существования фрактальной структуры. Можно предложить более специфические средства для этого, например:

а) Изучение высокочастотной проницаемости [18], которое вводит подстраиваемую вязкую длину волны $(\nu/\omega)^{1/2}$, где ν — кинематическая вязкость жидкости.

б) Распространение волны сверхсжатия, которое обычно подчиняется закону диффузии и позволяет измерить проницаемость [19], возникает с аномальными характеристиками диффузии во фрактальной среде, что было по-

казано в экспериментах по аналоговому электрическому моделированию [20].

в) Распределение времен прохода меток в жидкости при отсутствии [21] или в присутствии внешнего потока^(2*). Это последнее явление, называемое дисперсией, очень интенсивно изучается в последнее время как теоретически, так и экспериментально. Имеются некоторые основания считать, что "аномальная" (негауссовская) дисперсия может быть использована при анализе фрактальной структуры пород.

г) Исследование неньютоновских жидкостей, обнаруживающих пороговые эффекты, что более подробно обсуждается ниже, дает нам еще один возможный метод. Мы уже указывали, что переход от линейного режима Дарси к нелинейному (Фаршхаймер) очень сильно зависит от распределения пор по размерам [24].

3. Распределения пор по размерам с большим разбросом

Вернемся к системам трещиноватых пород, но уже находящимся значительно выше порога проницаемости. Известно, что распределение ширины δ трещин может быть очень широким, с δ , меняющимся от микрометров до сантиметров. Вспоминая закон Пуазейля зависимости скорости потока между двух плоскостей $\sim \delta^3$, мы видим, что протекание потока будет определяться подмножеством больших трещин. Задачу можно сформулировать теоретически, привлекая классическое рассмотрение Амбегаокара, Гальперина и Лангера [25] транспортных свойств неупорядоченных полупроводников. Необходимо выбрать подрешетку проводящих элементов, отобранных в порядке убывания их проводимости (или проницаемости трещин [26]). Тогда возникает напоминающий перколяцию порог, после которого проницаемость перестает быть бесконечно малой и увеличивается при добавлении элементов сверх этого порога, причем с той же критической экспонентой t , которая характеризует электрическую проводимость в перколяционной задаче. Проницаемость достигает насыщения — значения для полной решетки при добавлении всего нескольких дополнительных связей; чем шире распределение связей (или трещин), тем быстрее это происходит. Мы оценили некоторые соотношения для этой задачи. Недавние работы Какаса [27] по гидрогеологическому анализу гранитных пород подтвердили практическую применимость этой модели. Независимо от нашей работы Кац и Томпсон [28], используя похожий подход, также получили оценку проницаемости песчаника. Они анализировали распределение радиусов наиболее узких мест в порах. Они сделали многообещающий вывод о том, что проницаемость коррелирует с одной величиной размерности длины Λ , соответствующей некоторой введенной критической величине. Λ можно оценить различными методами: акустическим, ЯМР и некоторыми специфически поверхностными методами. В самое последнее время Тик и Гальперин, а также ЛеДуссаль [29] обобщили этот подход и показали, что критическое поведение типа перколяции свойственно электрическим сетям с экспоненциально широким распределением сопротивлений. Таким образом, в структуре нет реально фрактальной решетки, но понятия фрактальной геометрии позволяют получить практические результаты!

Как упоминалось выше, возможен иной подход к оценке распределений пор по размерам, основанный на пороговом типе протекания неньютоновской жидкости через среду. Одной из таких жидкостей является "бентонит", глинистый раствор, широко используемый в нефтедобывающей промышленности. Пусть к жидкости, помещенной в цилиндрическую трубу, прикладывается

возрастающее давление. Тогда течение не начнется, пока к поршню не будет приложено конечное избыточное давление Δp_c , или, точнее, сила критической величины. После перехода через порог начинается вязкое течение. Если пористый материал насыщен подобной "жидкостью Бингема", к которой приложена разность давлений Δp , то течение жидкости начнется только после того, как будет достигнута критическая разность давлений Δp_c . В настоящее время подобное исследование проводится в нашей лаборатории [30]^(3*). Было проведено численное и экспериментальное моделирование с помощью электрического аналога на зерновских диодах, локальное напряжение играет роль давления, а электрический ток — роль потока [31]. Общий порог V_c определяется формулой

$$V_c = \min_{\text{по путям } P} \sum_{i \in P} v_{ci}, \quad (4)$$

где сумма берется по всем непрерывным путям P , связывающим электроды, между которыми течет ток. Решение отвечает оценке минимального пути. Этот случай интенсивно исследовался; известно, что оценка может быть получена самосогласованным аффинным анализом [32]. В диапазоне выше V_c вольт-амперная характеристика имеет степенной вид, что свидетельствует о все большем присоединении к решетке проводящих каналов при увеличении напряжения.

4. Многофазный поток в пористой среде

Поток несмешивающихся жидкостей в пористой среде, который часто моделируется в ячейках Геле—Шо с гладкими или неровными стенками, — это объект, к которому можно применить целый ряд понятий фрактальной геометрии и перколяции. Он обсуждается в нескольких работах данного сборника. Мы опять должны здесь различать два режима. С одной стороны, если поле скоростей велико, то течение определяется отношением вязкостей обеих жидких фаз. Если нагнетаемая жидкость имеет низкую вязкость, то можно **лучить** структуры типа DLA, которые возникают из-за потенциального вида закона Дарси в жидкости с большей вязкостью^(4*), на что впервые указал Паттерсон [33]. В нашей работе мы ограничиваемся другим случаем: если степень нагнетания предельно мала, то влияние вязкости пренебрежимо по сравнению с капиллярными эффектами. При малой разности давлений фронт нагнетаемой жидкости распространяется квазистатически [35]. Исключительно для полноты изложения упомянем, что в переходной области между обоими названными режимами, когда вязкие и капиллярные эффекты сравнимы, возникают очень тонкие и красивые явления [36].

Эквивалентность дренажа (при котором несмачивающая жидкость под давлением вытесняет жидкость, смачивающую поры) и перколяции была замечена достаточно давно [35] и впервые продемонстрирована в блестящих модельных экспериментах Ленормана и др. [37]. Она обусловлена взаимно однозначным соответствием между капиллярным давлением $p(r)$ и случайно варьирующимся от одной коры к другой радиусом пор r (что выражается законом Лапласа). Таким образом, граница нагнетаемой жидкости совпадает с таковой для перколяционного кластера, начинающегося у поверхности впрыскивания и соответствующего заданному значению приложенного давления. Эффективное проявление указанного соответствия было достигнуто при вер-

тикальной геометрии [38]: плотный жидкий металл нагнетался снизу. Из-за гидростатического эффекта давление убывает снизу вверх. Это ограничивает проникновение жидкости, возникает стабильный верхний фронт. Образующуюся фрактальную структуру можно исследовать, если дать металлу затвердеть после того, как структура стабилизируется. Эксперименты дали блестящее согласие с численными результатами группы Саповала по градиентной перколяции [39] и с масштабным анализом Уилкинсона [40]. Уилкинсон и Вилемсен [41] подчеркнули, что медленный дренаж имеет "динамический" характер. Они ввели термин "перколяция внедрения" для ряда эффектов, сопровождающих процесс дренажа. Слово "динамический" мы написали в кавычках, поскольку реально этот процесс осуществляется в эксперименте при постоянной квазистатической скорости потока, поэтому переменная времени прямо пропорциональна полному количеству "внедренной" жидкости.

В заключение мы хотели бы остановиться на одном аспекте перколяции внедрения, а именно на "шуме", который возникает в результате продвижения фронта внедрения внутрь пористой среды. Существование "прыжков Хейнса", или выплесков проникающей жидкости, было замечено достаточно давно [42], однако характеристики спектра шума были получены Томпсоном и др. [43] сравнительно недавно. Физическая картина явления такова. Внедрение несмачивающей жидкости порождает растущий перколяционный кластер, расширение которого происходит нерегулярными скачками, связанными с заполнением карманов, пор с большим радиусом (по сравнению с радиусом узкого горлышка, соединяющего карман с кластером). Спектр такого шума может, по-видимому, служить инструментом для определения распределения пор по размерам и их пространственной корреляции. Недавно Фуруберг и др. [44] провели численное моделирование процесса и несколько оживили обсуждение вопроса, предложив масштабную концепцию "динамики" внедрения.

Для того чтобы усвоить понятие шума (или всплесков), стоит проанализировать механизм эволюции перколяции внедрения. В рамках этой модели мы приписываем каждой связи в решетке случайную дробную вероятность x ($0 < x < 1$). Стартуя из заданного начала, мы увеличиваем кластер, добавляя к нему на каждом **временном** шаге тот соседний узел, связь с которым характеризуется наименьшим x (например, x может быть обратно пропорционально сечению пор на границе внедрения). Таким образом, мы как бы позволяем кластеру расти по линии "наименьшего сопротивления". Полученная по описанному правилу x , как функция времени (которое может также представлять массу кластера), дает порог локального роста. График результирующего $x(t)$ будет в общем возрастающей функцией t с падающими флуктуациями. Каждый провал в графике $x(t)$ будет представлять локальный кластер (с меньшими значениями x), который будет заполняться локально после того, как будет перейден порог хотя бы по одной входящей в него связи. Таким образом, флуктуации на графике $x(t)$, которые физически можно связать также с флуктуациями давления жидкости, хорошо отражают распределение локальных кластеров по размерам, а также рост "большого" кластера. Фуруберг и др. показали, что функция корреляции $N(r, T)$ двух данных связей, разделенных расстоянием r и **временным** интервалом T , может быть записана в виде масштабной функции $N(r, T) = \varphi(r^D/T)/r$, где D — фрактальная размерность бесконечного кластера в момент его возникновения. Масштабная функция $\varphi(u)$ имеет асимптотики u^a (при $u \ll 1$), u^{-b} (при $u \gg 1$) и максимум

при $u \approx 1$. Подобную зависимость можно понять качественно, если вспомнить, что r^D отражает число объектов, связанных между собой, в области с линейным размером r . Таким образом, корреляция будет велика, если интервалы T (или соответствующая масса) будут отвечать объему r^D добавленной области. Если T и r^D — несравнимые величины, то корреляцией можно пренебречь. Это предполагает, что масштабные факторы $N(r, T)$ должны быть связаны со статическими показателями в проблеме перколяции. Ру и Гийон [45] более строго разработали эту идею, они выразили показатели a и b через показатели перколяционного кластера [46] и через фрактальную размерность D_h поверхности перколяционного кластера, которая характеризует множество возможных узлов роста. В их выводе спектр шума кривой $x(t)$ на заданном интервале T связан с распределением перколяционных кластеров на том же интервале.

5. Заключение

Мы видим в итоге, что идеи перколяции и *фрактальной геометрии* имеют широкую область применения, отнюдь не сводящуюся к более наивной и вряд ли прямо применимой ситуации *реальной фрактальной геометрии*. Пожалуй, кроме некоторых приложений в нефтедобывающей промышленности, во всех других случаях предстоит большая работа, чтобы установить более точные соотношения между базовыми понятиями и приложениями к реальным пористым системам. Особенно это касается химической технологии и гидрогеологии. Необходимо последовательное сравнение свойств, отражающих геометрические черты, — как полученных прямо при трехмерном моделировании или изучении сечений (особенно важны серии сечений, дающие информацию о пространственных корреляциях), так и полученных косвенно, методом рассеяния.

Стоит подчеркнуть еще раз, что единичное стационарное измерение часто неадекватно отражает транспортные свойства там, где надо учесть эффекты множественности масштабов. Таким образом, необходимо разработать и освоить целую совокупность методов, включающих использование нелинейных реологических жидкостей, динамические исследования, шумовые характеристики или флуктуации в измерениях от точки к точке.

(Перевод с англ. Е.А. Андриюшина)

ПРИМЕЧАНИЯ

- (1) Работает также во Дворце открытий, Париж.
- (2) Эта проблема подробно обсуждается Брэди и Бакри и др. в работах [22, 23].
- (3) Это исследование проведено совместно с Г.С. Мейтлендом (Schlumberger Cambridge Research).
- (4) В противоположном пределе большой вязкости нагнетаемой жидкости возникают интересные кристаллоподобные картины [34].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Broadbent S.R., Hammersley J.M.//Proc. Cambr. Phil. Soc. 1957. V. 53. P. 629.
2. Payatakes A.C., Dias M.//Rev. Chem. Eng. 1984. V. 2. P. 85.
- Hom D.//Kinetics of Aggregation and Gelation/Eds. F. Famili, D.P. Landau. — Amsterdam: Elsevier. 1984. — P. 173.
3. Imdakm A.O., Sahimi M.//Phys. Rev. Ser. A. 1987. V. 36. P. 5304.
4. Hinrichsen E.L., Hansen A., Roux S. Preprint.
5. Bourbie T., Coussy O., Zinszner B.//Acoustique des Milieux Poreux. — Paris: Technip, 1986. — Ch. 1.
6. Wong P.Z., Koplik J., Tomanic J.P.//Phys. Rev. Ser. B. 1984. V. 30. P. 6606.

- Guoyn E., Oger L., Fiona T.J.*//J. Phys. Ser. D. 1987. V. 20. P. 1637.
7. *Oger L., Guyon E., Plona T.*//Acta Stereol. 1987. V. 6. P. 425.
8. *Wilke S., Guyon E., de Marsily G.*//Math. Geol. 1985. V. 17. P. 17.
9. *Robinson P.C.*//J. Phys. Ser. A. 1986. V. 16. P. 605.
10. *Charlaix E.*//Ibidem. P. L533.
- [11] *Balberg L., Anderson C.H., Alexander S., Wagner N.*//Phys. Rev. Ser. B. 1984. V. 30. P. 3933.
12. *Charlaix E., Guyon E., Rivier N.*//Solid State Commun. 1984. V. 50. P. 999.
13. *Katz A.J., Thompson A.H.*//Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 1325.
14. *Roberts J.N.*//Ibidem. 1986. V. 56. P. 2111.
15. *De Gennes F.G.*//Physics of Disordered Materials/Eds. D. Adler, H. Fritzsche, S.R. Ovshinsky. — New York, Plenum Press, 1985. — P. 227.
16. *Davis H.T.*//Europhys. Lett. 1989. V. 8. P. 629.
17. *Adler P.M., Jacquin C.G.*//Transport Porous Media. 1987. V. 2. P. 553.
- Jacquin C.G., Adler P.M.*//Ibidem. P. 571.
18. *Charlaix E., Kushnik A.P., Stokes J.P.*//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 1595.
19. *De Marsily G.*//Hydrogeologic Quantitative. — Paris: Masson, 1981. — P. 85.
20. *Mitescu C.D., Rousseng J.*//Ann. Israel Phys. Soc. 1983. V. 5. P. 81.
- Clerc J.P., Tremblay A.M.S., Albient G., Mitescu C.D.*//J. Phys. Lett. 1984. V. 45. P. L913.
- Rigord P., Hplin J.P.*//Europhys. Lett. 1988. V. 6. P. 145.
- [21] *Dozier W.D., Drake J.M., Klafter J.*//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 197.
22. *Brady J.F.*//Hydrodynamics of Dispersed Media: Proceedings of the 4th ESP Liquid State Conference on Hydrodynamics of Dispersed Media. Arcachon, France, May 24 — 27, 1988/Eds. J.P. Hulin, A.M. Cazabat, F. Carmona, E. Guyon. — Amsterdam, North-Holland, 1989 (in press).
23. *Bacri J.C. et al.*//Ibidem (in press).
24. *Guyon E., Hansen A., Roux S.*//Trans. ASME. 1987. V. 109. P. 274.
25. *Ambegaokar V., Halperin B.I., Longer J.S.*//Phys. Rev. Ser. B. 1971. V. 4. P. 2612.
26. *Charlaix E., Guyon E., Roux S.*//Transport Porous Media. 1987. V. 2. P. 31.
27. *Cocas M.C.* These. — Paris: Ecole National Supérieure des Mines. 1989.
28. *Katz A.J., Thompson A.H.*//Phys. Rev. Ser. B. 1986. V. 34. P. 8179.
29. *Tyc S., Halperin B.I.*//Phys. Rev. B. 1989. V. 39. P. 877.
- Le Doussal P.*//Ibidem. P. 881.
30. *Guillaume M., Guillaumont A.* Private communication.
- [31] *Gilbert A., Roux S., Guyon E.*//J. de Phys. 1987. T. 48. P. 1609.
- Roux S., Herrmann H.J.*//Europhys. Lett. 1987. V. 4. P. 1227.
32. *Kardar M., Farm G., Zhang Y.C.* Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 889.
33. *Paterson L.*//Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. P. 1621.
34. *Daccord G., Wafra M.* Private communication.
35. *De Gennes P.G., Guyon E.*//J. de Mecan. 1978. T. 17. P. 403.
- Dullien F.A.L.*//Chem. Eng. J. 1975. V. 10. P. 1.
36. *Calvo A., Chertcoff R., Rosen M., Guyon E.*//Rev. Phys. Appl. 1989. V. 24. P. 553.
37. *Lenormand R., Zarcone C., Sarr A.*//J. Fluid Mech. 1983. V. 135. P. 337.
38. *Clement E., Baudet C., Guyon, Hulin J.P.*//J. Phys. Ser. C. 1987. V. 20. P. 608.
39. *Rosso M., Gouyet J.F., Sapoval B.*//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 3195.
- Hulin J.P., Clement E., Baudet C., Gouyet J.F., Rosso M.*//Ibidem. 1988. V. 61. P. 333.
40. *Wilkinson D.*//Physics of Finely Divided Matter. — Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo: Springer-Verlag, 1985. — P. 280.
- [41] *Wilkinson D., Willemsen J.F.*//J. Phys. Ser. A. 1983. V. 16. P. 3365.
42. *Dullien F.A.L.* Porous Media: Fluid Transport and Structure. — New York: Academic Press, 1979.
43. *Thompson A.H., Katz A.J., Rashke R.A.*//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 29.
44. *Furuberg L., Freder J., Aharonu A., Jossang T.*//Ibidem. 1988. V. 61. P. 2117.
45. *Roux S., Guyon E.*//J. Phys. Ser. A. 1989.
46. *Stauffer D.* Introduction to Percolation Theory. — London: Taylor and Francis, 1985.