

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

530.1

**ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ,
ДВИЖУЩЕЙСЯ ПО КРИВОЙ**

Г. Д. Флейшман

(Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе АН СССР, Ленинград)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	165
2. Общая теория переходного излучения ускоренно движущихся частиц	167
3. Переходное излучение частицы, движущейся по винтовой линии	173
4. Учет многократного рассеяния (стохастическая траектория).....	179
5. Заключение	183
Список литературы	185

1. Введение. Переходное излучение, возникающее при движении зарядов в неоднородных и(или) нестационарных средах, интенсивно исследуется начиная с середины сороковых годов [1] и к настоящему времени составляет обширную самостоятельную область теории излучения [2]. Рассматривается излучение зарядов при пересечении ими границ раздела различных сред, при движении в периодических средах — так называемое резонансное излучение [3] при движении в средах со случайными неоднородностями с широким спектром [2, 4] и т. д. Последний случай наиболее интересен с точки зрения выяснения физического смысла переходного излучения (которое в этом случае называется также переходным рассеянием [2]), поскольку при наличии широкого спектра неоднородностей среды, содержащего любые масштабы, пролетающая частица сама отбирает те гармоники из спектра, с которыми она наиболее эффективно взаимодействует при излучении волн с частотой ω в направлении \mathbf{n} .

Переходное излучение можно вычислять различными способами, и в зависимости от подхода это излучение выступает либо как излучение рассматриваемой частицы [3], либо как излучение среды, в которой эта частица движется [2]. Действительно, если задать диэлектрическую проницаемость среды, зависящую от координаты $\epsilon_{ij}(\mathbf{r})$, и вычислить соответствующую функцию Грина $G_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ неоднородной среды, то поле излучения будет определяться током частицы \mathbf{j}^Q . В таком случае все поляризационные токи среды полностью учтены в функции Грина, и результирующие формулы описывают как переходное излучение, связанное с неоднородностями среды, так и другие типы излучения в том случае, если траектория частицы отличается от прямолинейной [3]. Это значит, что переходное излучение выступает здесь как часть полного излучения частицы.

С другой стороны, можно вычислять ток (поляризации), наводимый в среде полем движущейся в ней релятивистской частицы, и непосредст—

венно находить излучение этого тока среды [2]. В данном случае переходное излучение испускается самой средой, а поле релятивистской частицы играет роль возмущающего фактора.

Таким образом, возникает вопрос: что же излучает при переходном излучении — частица или среда? Чтобы ответить на этот вопрос, заметим, что распространение фотона в среде может быть описано с помощью точной функции Грина (которую, правда, не всегда удается отыскать в явном виде). Тогда результирующее излучение, учитывающее через функцию Грина G_{ij} неоднородности среды, будет представлять собой излучение частицы. Кроме того, излучаемая энергия черпается из кинетической энергии частицы, а не из энергии среды, которая может находиться в основном состоянии как до, так и после излучения.

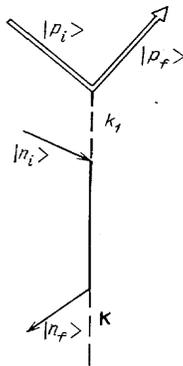


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана для переходного излучения

Вместе с тем, когда поправки к току, возникающие из-за неоднородностей среды, можно описывать по теории возмущений, их удается отделить от тока частицы. Если рассматриваемая частица движется прямолинейно, а условие излучения Вавилова — Черенкова не выполнено, то отличный от нуля вклад в излучение даст только указанный ток среды, и в этом смысле переходное излучение можно трактовать как излучение самой среды. Однако нужно иметь в виду, что такая трактовка переходного излучения возможна только тогда, когда применима теория возмущений и процесс излучения может быть наглядно представлен диаграммой Фейнмана (рис. 1), на которой излучающим агентом является электрон среды. Результирующее переходное излучение возникает в результате когерентного сложения излучений отдельных частиц среды [6].

В последующих разделах статьи рассматривается формирование переходного излучения релятивистской частицы, движущейся по криволинейной траектории в случайно-неоднородной среде. Поскольку в данном случае интерес представляют частоты, значительно превышающие плазменную частоту ω_p , то мы будем пользоваться простейшей плазменной формулой для описания диэлектрических свойств среды

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (1)$$

и называть такую среду плазмой.

В п. 2 описывается процедура теории возмущений, применимая для вычисления нелинейного тока плазмы в случае произвольного криволинейного движения частицы, и обсуждаются недостатки метода реакции среднего поля [7], а после этого рассматриваются примеры, демонстрирующие роль кривизны траектории частицы в различных случаях. Так, в п. 3 вычисляется переходное излучение частицы, движущейся по винтовой линии в магнитном поле, а в п. 4 — переходное излучение частицы, совершающей случайные блуждания в среде в результате кулоновских столкновений, либо из-за рассеяния на случайных магнитных и электрических неоднородностях, которые всегда присутствуют в случайно-неоднородной плазме. В п. 5 изложены некоторые уточняющие заключительные замечания.

2. Общая теория переходного излучения ускоренно движущихся частиц.

Перейдем к получению общих формул, описывающих переходное излучение релятивистской частицы, движущейся по произвольной траектории. Если известна точная функция Грина, описывающая распространение фотона в данной среде, то энергия излучения, связанного с током внешней релятивистской частицы $\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^O$, равна [8]:

$$\mathcal{E}_{n, \omega} = (2\pi)^4 \int \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{*Q} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} h^2 d\mathbf{k}, \quad (2)$$

где $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}$ — поле тока $\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^O$ в среде. При этом в выражении (2) содержатся все типы излучения, в частности, и не связанные с переменной поляризацией среды, а возникающие из-за кривизны траектории частицы. Поскольку для сред со случайными неоднородностями плотности точная функция Грина не известна, необходимо использовать процедуру приближенного вычисления переходного излучения, основанную на теории возмущений. Представим электрическое поле в виде ряда по степеням амплитуды неоднородностей плотности плазмы

$$\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}} = \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)} + \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} + \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} + \dots, \quad (3)$$

которому соответствует разложение тока в среде

$$\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}} = \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)} + \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} + \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} + \dots \quad (4)$$

Тогда выражение для полной излучаемой энергии (\mathcal{E}) может быть переписано в виде:

$$\mathcal{E}_{n, \omega} = (2\pi)^4 \operatorname{Re} \left\{ \langle \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{*Q} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)} + \langle \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{*(1)} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} \rangle + \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{*Q} \langle \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} \rangle + \langle \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{*(2)} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)} \rangle h^2 d\mathbf{k} \right\} \quad (5)$$

Первое слагаемое в скобках (5) описывает излучение, связанное с кривизной траектории частицы, либо излучение Вавилова — Черенкова, а переходное излучение содержится в следующих членах, квадратичных по амплитуде неоднородностей δA^k . Угловыми скобками обозначено усреднение по спектру неоднородностей, при котором линейные по δA^k члены обращаются в нуль. Поскольку \mathbf{j}^k и \mathbf{E}^k не содержат δA^k , то в (5) они вынесены из-под знака усреднения.

Перейдем теперь к нахождению полей и токов, входящих в (5). Исключив магнитное поле из двух векторных уравнений Максвелла [2], получим связь между поперечным электрическим полем и создающим его током:

$$(c^2 k^2 - \omega^2) E_{\omega, \mathbf{k}}^i = 4\pi i \omega \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) j_{\omega, \mathbf{k}}^j. \quad (6)$$

Здесь мы исходим из микроскопических уравнений электромагнитного поля, а ток \mathbf{j}^k включает в себя как ток частицы \mathbf{j}^k так и ток, связанный с движением частиц среды, в частности, обычный ток поляризации, описываемый диэлектрической проницаемостью плазмы (1). Подставляя (3), (4) в (6), получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} (c^2 k^2 - \omega^2) (E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)i} + E_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)i} + E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)i} + \dots) = \\ = 4\pi i \omega \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) (j_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)j} + j_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)j} + j_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)j} + \dots), \end{aligned} \quad (7)$$

в котором нужно провести итерационную процедуру, т. е. связать между собой поля и токи одного порядка. Тогда $E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)i}$ будет определяться током $J_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)j}$, поле $E_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)i}$ — током $J_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)j}$, который, в свою очередь, выражается из кинетического уравнения через поле $E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)i}$, и т. д. Таким образом, мы имеем замкнутую процедуру, позволяющую отыскать любые поправки к полям и токам.

Важно заметить, что при этом в знаменатель правой части (7) многократно попадает разность $(c^2 k^2 - \omega^2)$ или $(c^2 k^2 - \omega^2 \varepsilon)$ при учете тока поляризации невозмущенной плазмы. Для волн, распространяющихся в среде, т. е. обычных поперечных электромагнитных волн, эта разность обращается в нуль, что приводит к расходящимся выражениям для $E_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)i}$, $E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)i}$ и т. д. Поэтому для того чтобы процедура теории возмущений была законной, необходимо применять ее только для виртуальной части поля, для которой $(c^2 k^2 - \omega^2 \varepsilon)$ не обращается в нуль. При исследовании переходного излучения прямолинейно движущейся частицы подобной трудности не возникало [2], поскольку все поле такой частицы виртуальное (за исключением тех случаев, когда выполнено условие излучения Вавилова — Черенкова). Если же частица движется по кривой (например, по винтовой линии), то сделанное замечание оказывается существенным, поскольку теперь поле частицы состоит из двух частей — поля излучения (например, синхротронного) и собственного виртуального поля, к которому и применима теория возмущений.

Для того чтобы найти токи, возникающие в плазме со случайными неоднородностями при движении в ней релятивистской частицы, воспользуемся кинетическим уравнением для холодной бесстолкновительной плазмы [2]

$$f_{\omega, \mathbf{k}}(\mathbf{p}) = \frac{e}{i\omega} \int \mathbf{E}_{\omega-\omega', \mathbf{k}-\mathbf{k}'} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} f_{\omega', \mathbf{k}'}(\mathbf{p}) d\omega' d\mathbf{k}', \quad (8)$$

где e — заряд электрона. Решая это уравнение по теории возмущений и учитывая разложение электрического поля (3), найдем поправки к невозмущенной функции распределения

$$f_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{p}) = f(\mathbf{p}) \delta(\omega) \delta(\mathbf{k}), \quad (9)$$

$$f_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} = \frac{e \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)}}{i\omega} \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} + \delta f_{\omega, \mathbf{k}}(\mathbf{p}), \quad (10)$$

где $f(\mathbf{p})$ нормирована на концентрацию частиц N_0 , а добавка $\delta f_{\omega, \mathbf{k}}$ описывает неоднородности электронной плотности плазмы:

$$\int f(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} = N_0, \quad \int \delta f_{\omega, \mathbf{k}}(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} = \delta N_{\omega, \mathbf{k}}. \quad (11)$$

В следующих порядках имеем

$$f_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} = \frac{e \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)}}{i\omega} \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} + \frac{e}{i\omega} \int \mathbf{E}_{\omega-\omega_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1}^{(0)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \delta f_{\omega_1, \mathbf{k}_1} d\omega_1 d\mathbf{k}_1 + \\ + \frac{e}{i\omega} \int \mathbf{E}_{\omega-\omega_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1}^{(0)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} \frac{e \mathbf{E}_{\omega_1, \mathbf{k}_1}^{(0)}}{i\omega_1} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} d\omega_1 d\mathbf{k}_1, \quad (12)$$

$$f_{\omega, \mathbf{k}}^{(3)} = \frac{e \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)}}{i\omega} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} + \frac{e}{i\omega} \int \mathbf{E}_{\omega-\omega_2, \mathbf{k}-\mathbf{k}_2}^{(1)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} f_{\omega_2, \mathbf{k}_2}^{(1)} d\omega_2 d\mathbf{k}_2 + \\ + \frac{e}{i\omega} \int \mathbf{E}_{\omega-\omega_2, \mathbf{k}-\mathbf{k}_2}^{(0)} \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}} f_{\omega_2, \mathbf{k}_2}^{(2)} d\omega_2 d\mathbf{k}_2. \quad (13)$$

Выражения (10)—(13) позволяют вычислить интересующие нас токи плазмы согласно формуле

$$\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}} = e \int \mathbf{v} f_{\omega, \mathbf{k}}(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}. \quad (14)$$

Подставляя (10), (12), (13) в (14) и вычисляя интегралы, часть из которых обращается в нуль, находим следующие выражения для токов в плазме:

$$\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)} = \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^Q + \frac{ie^2 N_0}{m\omega} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)} (\theta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) + \theta(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)), \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} &= \frac{ie^2 N_0}{m\omega} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} + \frac{ie^2}{m\omega} \int \mathbf{E}_{\omega - \omega_1, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1}^{(0)} \delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1} \theta(\omega - \omega_1 - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\mathbf{v}) \times \\ &\times d\omega_1 d\mathbf{k}_1 + \frac{ie^2}{m\omega} \int \mathbf{E}_{\omega - \omega_1, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1}^{(0)} \delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1} \theta((\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\mathbf{v} - (\omega - \omega_1)) d\omega_1 d\mathbf{k}_1, \quad (16) \end{aligned}$$

$$\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} = \frac{ie^2 N_0}{m\omega} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} + \frac{ie^2}{m\omega} \int \mathbf{E}_{\omega - \omega_2, \mathbf{k} - \mathbf{k}_2}^{(1)} \delta N_{\omega_2, \mathbf{k}_2} d\omega_2 d\mathbf{k}_2. \quad (17)$$

В выражении (15) электрическое поле разделено на две части: $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)} \theta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})$ и $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)} \theta(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)$, где $\theta(x)$ — тета-функция Хевисайда, m — масса электрона. В силу того, что $\theta(x) + \theta(-x) \equiv 1$, это разделение не нарушает справедливости (15) и в то же время позволяет по-отдельности учитывать в (7) реальное ($\theta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})$) и виртуальное поле частицы ($\theta(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)$). Рассмотрим интеграл

$$\mathbf{J}_r = \int \mathbf{E}_{\omega - \omega_1, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1}^{(0)} \delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1} \theta(\omega - \omega_1 - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\mathbf{v}) d\omega_1 d\mathbf{k}_1.$$

Поскольку в него входит реальное поле излучения, длина волны которого много меньше характерных размеров неоднородностей среды $|\mathbf{k}| \gg |\mathbf{k}_1|$, то, если не интересоваться эффектами типа рассеяния Мандельштама — Бриллюэна, можно приближенно получить

$$\mathbf{J}_r \approx \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)} \int \delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1} \theta(\omega - \omega_1 - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\mathbf{v}) d\omega_1 d\mathbf{k}_1 = \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)} \Delta N. \quad (18)$$

Тогда выражение (16) для тока $\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)}$ преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} &= \frac{ie^2 N_0}{m\omega} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} + \frac{ie^2 \Delta N}{m\omega} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)} + \\ &+ \frac{ie^2}{m\omega} \int \mathbf{E}_{\omega - \omega_1, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1}^{(0)} \delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1} \theta((\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\mathbf{v} - (\omega - \omega_1)) d\omega_1 d\mathbf{k}_1. \quad (19) \end{aligned}$$

Отметим, что в третьем слагаемом (19), содержащем виртуальное поле, нельзя пренебрегать сдвигом аргументов $\omega - \omega_1$, $\mathbf{k} - \mathbf{k}_1$, поскольку отличие от нуля этого члена связано исключительно с таким изменением аргументов ω и \mathbf{k} . Подставим полученные выражения токов (15), (17), (19) в уравнение (7). Будем иметь

$$\begin{aligned} (c^2 k^2 - \omega^2) (E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)i} + E_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)i} + E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)i} + \dots) &= 4\pi i \omega \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \times \\ &\times \left(j_{\omega, \mathbf{k}}^{Qj} + \frac{ie^2 (N_0 + \Delta N)}{m\omega} E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)j} + \frac{ie^2 N_0}{m\omega} E_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)j} + \frac{ie^2 N_0}{m\omega} E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)j} + \right. \\ &+ \frac{ie^2}{m\omega} \int E_{\omega - \omega_1, \mathbf{k} - \mathbf{k}_1}^{(0)j} \delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1} \theta((\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\mathbf{v} - (\omega - \omega_1)) d\omega_1 d\mathbf{k}_1 + \\ &\left. + \frac{ie^2}{m\omega} \int E_{\omega - \omega_2, \mathbf{k} - \mathbf{k}_2}^{(1)j} \delta N_{\omega_2, \mathbf{k}_2} d\omega_2 d\mathbf{k}_2 + \dots \right). \quad (20) \end{aligned}$$

Остановимся подробнее на анализе этого выражения. Члены типа $(ie^2 N/m\omega) E_{\omega, \mathbf{k}}^j$, линейные по электрическому полю, описывают поляризацию невозмущенной плазмы и приводят к изменению закона дисперсии волн в среде. Действительно, если перенести указанные слагаемые в левую часть (20), то вместо $(c^2 k^2 - \omega^2)$ получим $(c^2 k^2 - \omega^2 \varepsilon)$, где $\varepsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость холодной изотропной плазмы (1). В магнитоактивной плазме выражение (1), как известно, справедливо при условии

$$\frac{\omega_p}{\omega_{Be}} \gg 1, \quad (21)$$

которое в дальнейшем будем считать выполненным. В слагаемом нулевого порядка можно пренебречь величиной ΔN по сравнению с N_0 , так как ее учет при $\Delta N \ll N_0$ не приводит к качественно новым эффектам. Наконец, заметим, что после того как электрическое поле нулевого порядка было разделено на реальную и виртуальную части, в следующих членах такое разделение происходит автоматически, поэтому в последнем слагаемом (20) стоит просто электрическое поле $E_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)j}$.

Выполнив перечисленные преобразования (20), выпишем выражения для электрического поля в различных порядках теории возмущений:

$$E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)i} = G_{ij}^t(\omega, \mathbf{k}) j_{\omega, \mathbf{k}}^{Qj}, \quad (22)$$

$$E_{\omega, \mathbf{k}}^{(\alpha)i} = G_{ij}^t(\omega, \mathbf{k}) j_{\omega, \mathbf{k}}^{(\alpha)j} \quad (\alpha = 1, 2), \quad (23)$$

$$j_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)j} = \frac{ie^2}{m\omega} \int E_{\omega-\omega_1, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1}^{(0)j} \delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1} \theta((\mathbf{k}-\mathbf{k}_1) \mathbf{v} - (\omega-\omega_1)) d\omega_1 d\mathbf{k}_1, \quad (24)$$

$$j_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)j} = \frac{ie^2}{m\omega} \int E_{\omega-\omega_2, \mathbf{k}-\mathbf{k}_2}^{(1)j} \delta N_{\omega_2, \mathbf{k}_2} d\omega_2 d\mathbf{k}_2, \quad (25)$$

где

$$G_{ij}^t(\omega, \mathbf{k}) = \frac{4\pi i \omega}{c^2 k^2 - \omega^2 \varepsilon} \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \quad (26)$$

— поперечная функция Грина в среде.

Рассмотрим сначала последние («перекрестные») слагаемые в (5).

Для этого вычислим $\langle E_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)j} \rangle$, которое входит в (5). Используя (23)—(26), находим:

$$\begin{aligned} \langle E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)i} \rangle &= \left(\frac{4\pi e^2}{m} \right)^2 \frac{\left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right)}{c^2 k^2 - \omega^2 \varepsilon} \times \\ &\times \int \frac{\left[\delta_{jl} - \frac{(k-k_2)_j (k-k_2)_l}{(k-k_2)^2} \right] \langle \delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1} \delta N_{\omega_2, \mathbf{k}_2} \rangle}{c^2 (k-k_2)^2 - (\omega-\omega_2)^2 \varepsilon} E_{\omega-\omega_1-\omega_2, \mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^{(0)l} \times \\ &\times \theta((\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2) \mathbf{v} - (\omega-\omega_1-\omega_2)) d\omega_1 d\omega_2 d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2. \quad (27) \end{aligned}$$

Для описания корреляторов неоднородностей плотности будем использовать приближение случайных фаз:

$$\langle \delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1} \delta N_{\omega_2, \mathbf{k}_2} \rangle = |\delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1}|^2 \delta(\omega_1 + \omega_2) \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2), \quad (28)$$

$$\langle \delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1} \delta N_{\omega_2, \mathbf{k}_2}^* \rangle = |\delta N_{\omega_1, \mathbf{k}_1}|^2 \delta(\omega_1 - \omega_2) \delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2). \quad (29)$$

Подставляя (28) в (27) и интегрирую по $d\omega_2 d\mathbf{k}_2$ с учетом δ -функций, получим

$$\langle E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)i} \rangle = \left(\frac{4\pi e^2}{m} \right)^2 E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)l} \frac{\theta(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)}{c^2 k^2 - \omega^2 \varepsilon} \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \times \\ \times \int \left[\delta_{jl} - \frac{(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1)_j (\mathbf{k} + \mathbf{k}_1)_l}{(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1)^2} \right] \frac{|\delta N|_{\omega_1, \mathbf{k}_1}^2 d\omega_1 d\mathbf{k}_1}{c^2 (\mathbf{k} + \mathbf{k}_1)^2 - (\omega + \omega_1)^2 \varepsilon}. \quad (30)$$

Мы видим, что среднее поле (30) содержит в качестве множителя θ -функцию $\theta(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)$, которая для ω и \mathbf{k} , связанных законом дисперсии в плазме, обращается в нуль. Таким образом, $\langle \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} \rangle = 0$, и по той же причине $\langle \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} \rangle = 0$; следовательно, члены $\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^Q \langle \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} \rangle$ и $\langle \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} \rangle \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)}$ в (5) не дают вклада в интенсивность излучения релятивистской частицы в среде. Поскольку указанные члены можно трактовать как интерференционные, мы приходим к выводу об отсутствии интерференции между «собственным» излучением частицы (первый член в (5)) и ее переходным излучением, которое теперь связано только со вторым членом в (5).

Проинтегрировав в (5) второй член по $d\mathbf{k}$, представим энергию переходного излучения в виде [4, 8]

$$\mathcal{E}_{\mathbf{n}, \omega}^m = (2\pi)^6 \frac{\omega^2}{c^3} \langle |[\mathbf{n}\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)}]|^2 \rangle, \quad (31)$$

где \mathbf{n} — направление излучения, а ток $\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)}$ определяется (24). Электрическое поле $E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)i}$ связано посредством (22) с током релятивистской частицы $\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^Q$, который выражается через ее скорость $\mathbf{v}(t)$ и траекторию $\mathbf{r}(t)$:

$$\mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^Q = Q \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{v}(t) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}(t) + i\omega t) \frac{d\mathbf{r}}{(2\pi)^4}, \quad (32)$$

где Q — заряд релятивистской частицы.

Подставляя (32), (26) в (22), (22) в (24), (24) в (31) и усредняя полученное выражение по случайным фазам с помощью (29), найдем:

$$\mathcal{E}_{\mathbf{n}, \omega}^m = \frac{8Q^2 e^4}{m^2 c^3 \omega^2} \int_V d\mathbf{k}_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt \operatorname{Re} \int_0^{\infty} d\tau \times \\ \times \frac{|\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2 \exp[i\omega\tau - i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)(\mathbf{r}(t + \tau) - \mathbf{r}(t))]}{\left[1 - \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)^2 c^2}{\omega^2 \varepsilon(\omega)} \right]^2} \left\{ [\mathbf{n}\mathbf{v}(t)] + \frac{[\mathbf{n}\mathbf{k}_1](\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\mathbf{v}(t)}{(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)^2} \right\} \times \\ \times \left\{ [\mathbf{n}, \mathbf{v}(t + \tau)] + \frac{[\mathbf{n}\mathbf{k}_1](\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\mathbf{v}(t + \tau)}{(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)^2} \right\}; \quad (33)$$

здесь использовано предположение о том, что неоднородности являются квазистатическими, $|\delta N|_{\omega, \mathbf{k}}^2 = |\delta N|_{\mathbf{k}}^2 \delta(\omega)$, а знак \mathbf{v} означает, что интегрирование по $d\mathbf{k}_1$ должно проводиться по области параметров $\omega - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\mathbf{v} \leq 0$, соответствующей виртуальному электрическому полю частицы. Это выражение для случая прямолинейно движущейся частицы применялось в [2] (см. также ссылки в [2]). Мы вернемся к анализу (33) в других разделах, где рассмотрим влияние кривизны траектории частицы в магнитном поле (п. 3) и в рассеивающей среде (п. 4) на формирование переходного излучения. Здесь же обсудим другой способ вычисления переходного излучения — так называемый метод реакции среднего поля [7]. Отличия этого метода от вышеизложенного заключаются в следующем. При рассмотрении уравнения (7) разделение поля на реальное и виртуаль-

ное не производится. Тогда после подстановки соответствующих токов в (7) и усреднения по спектру неоднородностей вместо (20) не сложно получить

$$(c^2 k^2 - \omega^2 \varepsilon) (E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)i} + \langle E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)i} \rangle) = \\ = 4\pi i \omega \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) j_{\omega, \mathbf{k}}^{Qj} + E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)i} \left(\frac{4\pi e^2}{mc} \right)^2 \int \frac{|\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2 d\mathbf{k}_1}{k_1^2 - 2i k_1}. \quad (34)$$

Разумеется, в результате усреднения из (34) выпали все члены, линейные по амплитуде неоднородностей.

Последнее слагаемое в (34) отличается от (30) только тем, что не содержит множителя $\theta(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega)$; обращающего (30) в нуль. Поэтому при данном подходе $\langle E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)i} \rangle$ отлично от нуля и, более того, вычисление интенсивности излучения типа

$$\int \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{*Q} \langle \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)} \rangle k^2 d\mathbf{k}$$

приводит в соответствии со сказанным в начале этого раздела к расходящемуся результату.

В обсуждаемом методе эта трудность преодолевается, следующим образом. В последнем слагаемом (34) производится замена

$$E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)i} \rightarrow E_{\omega, \mathbf{k}}^{(0)i} + \langle E_{\omega, \mathbf{k}}^{(2)i} \rangle \equiv \langle E_{\omega, \mathbf{k}}^i \rangle. \quad (35)$$

Это небольшое изменение уравнения (34) принципиально меняет его структуру. Действительно, теперь с помощью перегруппировки членов (34) можно привести к виду, совпадающему с аналогичным уравнением для $\mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}$ в однородной плазме, поляризационные свойства которой описываются так называемой эффективной диэлектрической проницаемостью:

$$\varepsilon^{\text{eff}} = \varepsilon - \left(\frac{4\pi e^2}{m\omega} \right)^2 \frac{\langle \Delta N^2 \rangle}{4} - \frac{i\pi^2}{\omega c} \left(\frac{4\pi e^2}{m} \right)^2 \int_0^\infty |\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2 k_1 dk_1, \quad (36)$$

где мнимая часть появилась в результате использования правила обхода полюса в интеграле (34). Наличие мнимой части в ε^{eff} позволяет вычислить излучение по известным формулам для потерь энергии частицы в поглощающей среде [8] с диэлектрической проницаемостью (36). Замена (35), однако, не является достаточно обоснованной. Дело в том, что для введения диэлектрической проницаемости (36) нужно было бы выписать поправки к полю как минимум до четвертого порядка (строго говоря, необходимо рассматривать все порядки теории возмущений). В результате возникли бы корреляторы плотностей четвертого порядка, которые в общем случае не сводятся к произведению двух корреляторов второго порядка. Таким образом, замена (35) является превышением точности, учитывающим лишь часть членов четвертого порядка. Отметим, что на необходимость учета корреляторов высших порядков для обоснования обсуждаемого метода уже указывалось в [2].

В заключение сформулируем основные отмеченные недостатки метода реакции среднего поля [7]. Во-первых, теория возмущений применяется к полному полю, включающему в общем случае как реальное, так и виртуальное поле, что, как уже отмечалось, не верно. Во-вторых, усредняется не квадратичная величина (5), а само поле (34), в результате чего выпадают члены типа $\langle \mathbf{j}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)*} \mathbf{E}_{\omega, \mathbf{k}}^{(1)} \rangle$. В-третьих, при образовании ди-

электрической проницаемости (36) допущено превышение точности в результате замены (35).

Указанные недостатки, на наш взгляд, не позволяют рассматривать результаты вычисления переходного излучения методом реакции среднего поля как достоверные.

3. Переходное излучение частицы, движущейся по винтовой линии.

Перейдем теперь к анализу конкретных ситуаций, когда частица, генерирующая переходное излучение, движется по криволинейной траектории. Чтобы лучше понять возникающие здесь эффекты, рассмотрим сначала роль кривизны траектории частицы качественно.

Заметим для этого, что переходное излучение формируется на некоторой конечной длине, называемой длиной когерентности или зоной формирования излучения [2], которая в плазме для прямолинейно движущейся частицы имеет вид

$$l_c = \frac{2c}{\omega} \gamma^2 \left(1 + \frac{\omega_p^2 \gamma^2}{\omega^2} \right)^{-1}, \quad (37)$$

где $\gamma = E/Mc^2$ — лоренц-фактор частицы, E , M — ее энергия и масса, ω_p — лэнгмюровская частота. Основная доля энергии, излучаемой на частоте ω , испускается в узкий конус вдоль скорости частицы с углом раствора

$$\theta_c \approx \left(\gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)^{1/2}. \quad (38)$$

При наличии в плазме неоднородностей плотности с широким спектром, излучение на частоте ω возникает вследствие взаимодействия поля релятивистской частицы с теми гармониками, для которых $\tilde{k}^{-1} \sim l_c(\omega)$ (37) [2]. Пусть кривизна траектории такова, что направление скорости частицы изменяется на угол θ_c (38) на некоторой длине $l' \ll l(\omega)$. Тогда узкая направленность излучения приведет к тому, что спектр испускаемых переходных квантов будет формироваться на малой длине l' . Это, в свою очередь, означает, что неоднородности с масштабами $\tilde{k}^{-1} \sim l_c(\omega) \gg l'$, с которыми связано переходное излучение на частоте ω , будут менее эффективно взаимодействовать с полем релятивистской частицы и соответствующее излучение окажется сильно ослабленным.

Если кривизна траектории частицы вызвана однородным магнитным полем \mathbf{B} , то $l = l_s = Mc^2/QB_{\perp} = c/\omega_{B_{\perp}}$, где $\omega_{B_{\perp}} = QB_{\perp}/Mc$ — гирочастота частицы, а максимальное значение $l_c(\omega)$ достигается при $\omega = \omega_p \gamma$: $l_c^{\max} = c\gamma/\omega_p$. Поэтому условие $l' \ll l_c$ в данном случае имеет вид

$$\gamma \gg \gamma^* = \frac{\omega_p}{\omega_{B_{\perp}}}. \quad (39)$$

Таким образом, кривизна траектории частицы в магнитном поле существенна при выполнении (39) и приводит в этой области параметров к подавлению переходного излучения (рис. 2).

Перейдем теперь к вычислению переходного излучения релятивистской частицы, движущейся по винтовой линии в плазме со случайными неоднородностями электронной концентрации. Для этого необходимо подставить в (33) известные выражения траектории $\mathbf{r}(t)$ и скорости частицы $\mathbf{v}(t)$ в магнитном поле [19]. Поскольку для ультрарелятивистской частицы зона формирования излучения значительно меньше дарморовского радиу-

са, аргументы тригонометрических функций в $\mathbf{v}(t)$ и $\mathbf{r}(t)$ оказываются малыми, $\omega_{B\perp}\tau/\gamma \ll 1$. Это позволяет разложить синусы и косинусы в ряд по степеням малой величины $(\omega_{B\perp}\tau/\gamma)$. Однако, чтобы корректно учесть отличие траектории частицы от прямолинейной, нужно удержать следующие после линейных члены разложения, как это обычно делается при исследовании синхротронного излучения [10]:

$$\mathbf{v}(t) = n\nu \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) + \theta\mathbf{v}, \quad \mathbf{v}(t + \tau) = \mathbf{v}(t) + \nu[\mathbf{n}, \boldsymbol{\Omega}]\tau, \quad (40)$$

$$\mathbf{r}(t + \tau) - \mathbf{r}(t) \approx \mathbf{v}(t)\tau - \nu[\mathbf{n}\boldsymbol{\Omega}]\frac{\tau^2}{2} + \nu[\boldsymbol{\Omega}\theta]\frac{\tau^2}{2} - \nu[\boldsymbol{\Omega}[\mathbf{n}\boldsymbol{\Omega}]]\frac{\tau^3}{6},$$

где $\boldsymbol{\Omega} = Q\mathbf{B}/Mc\gamma$, а двумерный вектор θ по величине равен углу между \mathbf{n} и $\mathbf{v}(t)$.

Подставив (40) в (33), перейдем от полной излучаемой энергии к энергии излучения в единицу времени (интенсивности излучения); сняв

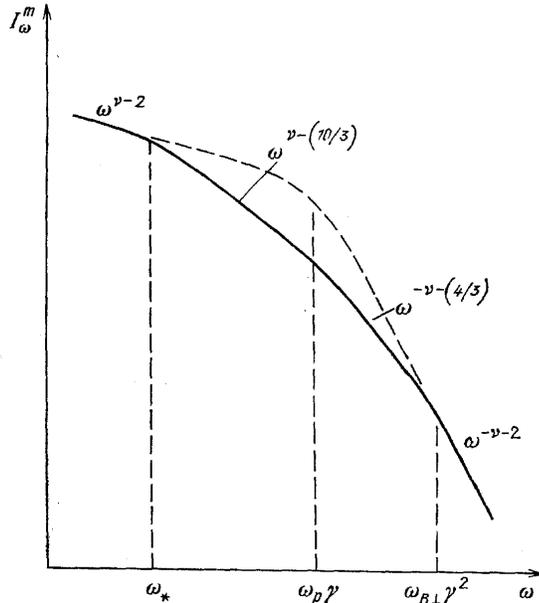


Рис. 2. Спектр переходного излучения в присутствии магнитного поля при условии (39). Штрихами показан спектр прямолинейно движущейся частицы

внешний интеграл до dt и пренебрегая вторыми слагаемыми в фигурных скобках (33), которые малы по сравнению с $[\mathbf{n}\mathbf{v}]$, находим

$$I_{\omega}^m = \frac{2\pi Q^2 e^4}{m^2 c^3} \int d\theta' \int \frac{d\mu dk_1 |\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2}{\mu^2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau ([\mathbf{n}, \theta']^2 + \theta'[\mathbf{n}\boldsymbol{\Omega}]\tau) \times \\ \times \exp \left\{ i(\omega - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\mathbf{v})\tau - i\omega\theta'[\mathbf{n}\boldsymbol{\Omega}]\frac{\tau^2}{2} + i\omega\frac{[\mathbf{n}\boldsymbol{\Omega}]^2\tau^3}{6} \right\}, \quad (41)$$

где $\mu = \cos \theta = \mathbf{k}\mathbf{k}_1/kk_1$.

Мы перешли в (41) к излучению в полный телесный угол I_{ω}^m , так как эта величина не зависит от времени. При рассмотрении излучения в фиксированном направлении мы имели бы дело с повторяющимися короткими импульсами излучения, как и в случае синхротронного излучения [10].

Чтобы проинтегрировать (41) по времени τ , удобно произвести замену угловой переменной $\theta' = \theta + [\mathbf{n}\boldsymbol{\Omega}]\tau$. Поскольку интегрирование по углам может производиться в бесконечных пределах из-за быстрой сходимости подынтегральных выражений, указанная замена не приведет

к изменению пределов интегрирования по $d\theta$:

$$I_{\omega}^m = \frac{2\pi Q^2 e^4}{m^2 c^3} \int d\theta \int \frac{d\mu dk_1 |\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2}{\mu^2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left(\theta^2 + 2\theta [\mathbf{n}\Omega] \tau + \frac{3}{4} [\mathbf{n}\Omega]^2 \tau^2 \right) \times \\ \times \exp \left[\frac{i\omega\tau}{2} \left(\gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \theta^2 + \frac{2\mathbf{j}\mathbf{v}}{\omega} \right) + \frac{i\omega\omega_{B\perp}^2 \tau^3}{24\gamma^2} \right]. \quad (42)$$

Внутренний интеграл может быть выражен через функцию Эйри $\operatorname{Ai}(\xi)$. Выполнив замену переменной $X = (\omega\omega_{B\perp}^2/\gamma^2)^{1/3} \tau/2$ и учитывая, что $\operatorname{Ai}'(\xi) = \xi \operatorname{Ai}(\xi)$, а член с $\operatorname{Ai}'(\xi)$ не дает существенного вклада, находим (функция $\operatorname{Ai}(\xi)$ нормирована на единицу):

$$I_{\omega}^m = \frac{8\pi^2 Q^2 e^4}{\omega m^2 c^3} \left(\frac{\omega\gamma}{\omega_{B\perp}} \right)^{2/3} \int d\theta \int \frac{d\mu dk_1 |\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2}{\mu^2} \left[\theta^2 - 3 \left(\frac{\omega_{B\perp}}{\omega\gamma} \right)^{2/3} \xi \right] \operatorname{Ai}(\xi), \quad (43)$$

где

$$\xi = \frac{\gamma^{-2} + (\omega_p^2/\omega^2) + \theta^2 + (2\mathbf{k}_1 \mathbf{n} c/\omega)}{(\omega_{B\perp}/\omega\gamma)^{2/3}}, \quad (44)$$

а интегрирование в (43) должно производиться по области параметров $\xi \ll 0$, что соответствует рассеянию виртуального поля (см. п. 2).

Для того чтобы продвинуться дальше в вычислениях переходного излучения, необходимо конкретизировать вид спектра неоднородностей $|\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2$. Будем считать, что этот спектр описывается степенной зависимостью:

$$|\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2 = \frac{\nu - 1}{4\pi} \frac{k_0^{\nu-1} \langle \Delta N^2 \rangle}{k_1^{\nu+2}}, \quad (45)$$

где $L_0 = 2\pi/k_0$ — основной масштаб, а $\langle \Delta N^2 \rangle$ — средний квадрат неоднородностей. Подставляя (45) в (43) и выписывая в явном виде пределы интегрирования с учетом $\xi \leq 0$, получим

$$I_{\omega}^m = \frac{2\pi(\nu-1)Q^2 e^4 k_0^{\nu-1} \langle \Delta N^2 \rangle}{\omega m^2 c^3} \left(\frac{\omega\gamma}{\omega_{B\perp}} \right)^{2/3} \int d\theta \times \\ \times \int_{k_{\min}}^{\infty} \frac{dk_1}{k_1^{\nu+2}} \int_{-1}^{\frac{k_{\min}}{k_1}} \frac{d\mu}{\mu^2} \left[\theta^2 - 3 \left(\frac{\omega_{B\perp}}{\omega\gamma} \right)^{2/3} \xi \right] \operatorname{Ai}(\xi), \quad (46)$$

где

$$k_{\min}(\theta) = \frac{\omega}{2c} \left(\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right). \quad (47)$$

Прежде всего отметим, что выражение (46) допускает предельный переход к случаю равного нулю магнитного поля. Действительно, при $\omega_{B\perp} \rightarrow 0$

$$\lim_{\omega_{B\perp} \rightarrow 0} \frac{\operatorname{Ai} \left(\frac{\omega - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \mathbf{v}}{(\omega_{B\perp}/\omega\gamma)^{2/3}} \right)}{(\omega_{B\perp}/\omega\gamma)^{2/3}} = \delta(\omega - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \mathbf{v}), \quad (48)$$

и интегралы в (46) по $d\mu$ и dk_1 легко вычисляются. Тогда, сняв внешний интеграл по $d\theta$, в согласии с [2] получим спектрально-угловую интенсив-

ность переходного излучения прямолинейно движущейся частицы

$$I_{\mathbf{n}, \omega}^1 = \frac{8\pi (\nu - 1) Q^2 e^4 \langle \Delta N^2 \rangle}{\nu c m^2 \omega^3} \left(\frac{2k_0 c}{\omega} \right)^{\nu-1} \frac{\theta^2}{[\gamma^{-2} + \theta^2 + (\omega_p^2/\omega^2)]^{\nu+2}}. \quad (49)$$

Вернемся к анализу выражения (46). Важно отметить, что в случае криволинейного движения частицы снятие внешнего интеграла по $d\theta$ не дает, строго говоря, интенсивности излучения в данном направлении \mathbf{n} . Это связано с тем, что теперь угол θ отсчитывается от некоторого мгновенного значения скорости, тогда как излучение собирается с конечного (хотя и малого) участка траектории частицы, на котором направление ее скорости меняется. Такое существенное отличие связано с изменением свойств симметрии рассматриваемой системы — при движении частицы по винтовой линии задача перестает быть аксиально-симметричной относительно направления ее скорости. Забегая вперед (п. 4), скажем, что если частица рассеивается в изотропной в среднем среде, то все направления изменения ее скорости равновероятны, и задача остается аксиально-симметричной относительно направления скорости частицы.

Тем не менее, нам будет удобно на некоторое время опустить в (46) интеграл по $d\theta$, чтобы иметь возможность сравнивать получающиеся выражения с (49).

Несмотря на то, что анализ выражения (46) в общем виде затруднителен, удастся найти асимптотические зависимости, адекватно описывающие спектр излучения в отдельных частотных интервалах и хорошо совпадающие с результатами численного интегрирования (46).

Рассмотрим сначала частоты, на которых

$$\gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \gg \left(\frac{\omega_{B\perp}}{\omega\gamma} \right)^{2/3},$$

чему соответствуют интервалы

$$\omega \ll \omega_* = \omega_p \left(\frac{\omega_p \gamma}{\omega_{B\perp}} \right)^{1/2}, \quad (50)$$

$$\omega \gg \omega_{B\perp} \gamma^2. \quad (51)$$

В этом случае роль кривизны траектории частицы мала и функция Эйри может быть заменена на δ -функцию (48). Однако, во втором члене в скобках (46) нужно учесть конечную ширину указанной функции, поскольку при $\theta \rightarrow 0$ его вклад оказывается главным. Конечность ширины функции $(\omega\gamma/\omega_{B\perp})^{2/3} \text{Ai}(\xi)$ приводит к тому, что ξ эффективно меняется в пределах $-1 \leq \xi \leq 0$. Поэтому для грубой оценки можно положить, например, $\xi = -1/3$, после чего находим

$$I_{\mathbf{n}, \omega}^2 = \frac{8\pi (\nu - 1) Q^2 e^4 \langle \Delta N^2 \rangle}{\nu c m^2 \omega^3} \left(\frac{2k_0 c}{\omega} \right)^{\nu-1} \frac{\theta^2 + (\omega_{B\perp}/\omega\gamma)^{2/3}}{[\gamma^{-2} + \theta^2 + (\omega_p^2/\omega^2)]^{\nu+2}}. \quad (52)$$

Это выражение отличается от (49) только дополнительным слагаемым $(\omega_{B\perp}/\omega\gamma)^{2/3}$ в числителе, наличие которого, как будет видно ниже, слабо изменяет интенсивность излучения в полный телесный угол при условии (50), (51).

В другом случае, когда $\gamma^{-2} + \omega_p^2/\omega^2 \ll \omega_{B\perp}^2/(\omega\gamma)^{2/3}$ или

$$\omega_* \ll \omega \ll \omega_{B\perp} \gamma^2, \quad (53)$$

кривизна траектории существенна, аргумент функции Эйри эффективно оказывается малым: $|\xi| \ll 1$ (это связано с быстрой сходимостью интеграла по dk_1), что позволяет разложить $Ai(\xi)$ в ряд и ограничиться первым членом разложения $Ai(\xi) \approx Ai(0) \approx 1/3^{2/3} \Gamma(2/3)$. Тогда интегрирование по $d\mu$ и dk_1 проводится без затруднений и дает:

$$I_{n,\omega}^3 = \frac{24\pi(\nu-1)}{\nu^2(\nu+1)} \frac{Q^2 e^4 \langle \Delta N^2 \rangle Ai(0)}{cm^2 \omega^3} \frac{(2k_0 c / \omega)^{\nu-1} (\omega \gamma / \omega_{B\perp})^{2/3}}{[\gamma^{-2} + \theta^2 + (\omega_p^2 / \omega^2)]^\nu} \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{\nu \theta^2}{3 [\gamma^{-2} + \theta^2 + (\omega_p^2 / \omega^2)]} \right\}. \quad (54)$$

Важно заметить, что возможность замены функции Эйри $Ai(\xi)$ на $Ai(0)$ означает существенное изменение характера переходного излучения и, в частности, отсутствие резонансности при взаимодействии, которая для прямолинейно движущейся частицы обеспечивалась δ -функцией $\delta(\omega - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\nu)$.

Из (54) видно, что интенсивность переходного излучения уменьшается при увеличении магнитного поля: $I_{n,\omega}^3 \sim \omega_{B\perp}^{-2/3}$ (в отличие от того, что имеет место для синхротронного излучения), т. е. происходит подавление переходного излучения магнитным полем.

Интегрируя (52), (54) по углам, найдем спектральные распределения переходного излучения в интервалах (50), (51), (53), которые обычно и представляют наибольший интерес:

$$I_\omega^2 = \frac{8\pi^2(\nu-1)}{\nu^2(\nu+1)} \frac{Q^2 e^4 \langle \Delta N^2 \rangle}{cm^2 \omega^3} \left(\frac{2k_0 c}{\omega} \right)^{\nu-1} \left(\gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)^{-\nu} \left[1 + \frac{\nu (\omega_{B\perp} / \omega \gamma)^{2/3}}{\gamma^{-2} + (\omega_p^2 / \omega^2)} \right], \quad (55)$$

$$I_\omega^3 = \frac{16\pi^2(2\nu+1) Ai(0)}{\nu^2(\nu+1)^2} \frac{Q^2 e^4 \langle \Delta N^2 \rangle}{cm^2 \omega^3} \left(\frac{\omega \gamma}{\omega_{B\perp}} \right)^{2/3} \left[\frac{\omega}{2k_0 c} \left(\gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \right]^{1-\nu}. \quad (56)$$

Как видно из (55), (56), полный спектр излучения разбивается на четыре степенных участка:

$I_\omega^m \sim \omega^{\nu-2}$ при $\omega \ll \omega_*$, $I_\omega^m \sim \omega^{\nu-(10/3)}$ при $\omega_* \ll \omega \ll \omega_p \gamma$, $I_\omega^m \sim \omega^{-\nu-(4/3)}$ при $\omega_p \gamma \ll \omega_{B\perp} \gamma^2$ и

$I_\omega^m \sim \omega^{-\nu-2}$ при $\omega \gg \omega_{B\perp} \gamma^2$ (см. рис. 2). Таким образом, при $\omega \gg \omega_*$ интенсивность

переходного излучения быстро уменьшается, а основная доля излучения сосредоточена в области частот $\omega \leq \omega_*$ (50). Этот эффект наблюдается, если $\omega_* < \omega_p \gamma$, что совпадает с условием (39), полученным из качественных соображений. В результате кривизна траектории частиц с достаточно высокой энергией (39) полностью меняет характер их переходного излучения, подавляя излучение на частотах $\omega < \omega_p \gamma$, где прямолинейно движущаяся частица излучала бы основную долю энергии. Вместе с тем увеличивается, оставаясь малым по сравнению с единицей, характерный угол, в который испускается переходное излучение. Подставляя ω_* в (38), находим

$$\theta_{CB} \approx \left(\frac{\omega_{B\perp}}{\omega_p \gamma} \right)^{1/2} > \gamma^{-1}. \quad (57)$$

Поскольку частица, движущаяся по винтовой линии в плазме со случайными неоднородностями, генерирует наряду с переходным и синхротронное излучение, заметим, что последнее на частотах $\omega < \omega_p \gamma$ экспоненциально мало вследствие эффекта плотности (эффект Разина — Цытовича), тогда как переходное излучение сосредоточено как раз в этой области частот. Эффект подавления переходного излучения магнитным полем имеет место на частотах $\omega_* \leq \omega < \omega_p \gamma$. Синхротронное излуче-

ние протонов и других ядер очень мало из-за их большой массы, так что для них переходное излучение может доминировать над синхротронным и при $\omega > \omega_p \gamma$. Стало быть, подавление переходного излучения магнитным полем происходит на тех частотах, на которых оно оказывается основным механизмом излучения как для электронов, так и для тяжелых частиц. Рассмотрим теперь интегральную по всем частотам интенсивность переходного излучения:

$$I_{\text{tot}}^m = \int_{\omega_p}^{\infty} I_{\omega}^m d\omega. \quad (58)$$

При отсутствии магнитного поля (или при условии, обратном (39)) основной вклад в интеграл (58) вносит область частот $\omega \leq \omega_p \gamma$, так как при $\omega > \omega_p \gamma$ интенсивность I_{ω}^m быстро уменьшается:

$$I_{\text{tot}}^m \approx \int_{\omega_p}^{\omega_p \gamma} I_{\omega}^m d\omega = \frac{8\pi^2}{v^2(v+1)} \frac{Q^2 e^4 \langle \Delta N^2 \rangle}{cm^2 \omega_p^2} \left(\frac{2k_0 c}{\omega_p} \gamma \right)^{v-1} \sim \gamma^{v-1}. \quad (59)$$

Если же магнитное поле отлично от нуля и условие (39) выполнено, то переходное излучение начинает резко уменьшаться уже на частотах $\omega_* \leq \omega < \omega_p \gamma$, поэтому теперь

$$I_{\text{tot}}^m \approx \int_{\omega_p}^{\omega_*} I_{\omega}^m d\omega = \frac{8\pi^2}{v^2(v+1)} \frac{Q^2 e^4 \langle \Delta N^2 \rangle}{cm^2 \omega_p^2} \left(\frac{2k_0 c}{\omega_p} \right)^{v-1} \left(\frac{\omega_p \gamma}{\omega_{B\perp}} \right)^{\frac{v-1}{2}} \sim \gamma^{\frac{v-1}{2}}. \quad (60)$$

В частном случае системы резких границ $v = 2$ (стопка пластинок, ансамбль ударных волн и т. п.) вместо линейной зависимости $I_{\text{tot}}^m \sim \gamma$ получается корневая зависимость $I_{\text{tot}}^m \sim \gamma^{1/2}$. Это существенное изменение связано с тем, что (как уже говорилось) в магнитном поле при условии (39) подавляется переходное излучение тех частот, на которых при $B = 0$ излучалась бы основная доля энергии.

Приведем для ориентировки некоторые иллюстративные оценки величины $\gamma_{e,p}^*$ (для электронов и протонов) (39) в различных физических ситуациях. В лабораторной плазме при $n_e \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ($\omega_p \sim 5 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$) и $B \sim 10^4 \text{ Гс}$ ($\omega_{Be} \sim 2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$, $\omega_{Bp} \sim 10^8 \text{ с}^{-1}$) имеем $\gamma_e^* \sim 2,5$, $\gamma_p^* \sim 5 \cdot 10^3$. В активных областях на Солнце (арках) при $n_e \sim 2,5 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ ($\omega_p \sim 2,5 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$) и $B \sim 10^2 \text{ Гс}$ ($\omega_{Be} \sim 2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{Bp} \sim 10^6 \text{ с}^{-1}$) находим $\gamma_e^* \sim 1$, $\gamma_p^* \sim 2 \cdot 10^3$. В межпланетном пространстве $n_e \sim 4 \text{ см}^{-3}$, $B \sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ Гс}$ соответственно $\gamma_e^* \sim 10^2$, $\gamma_p^* \sim 2 \cdot 10^5$, а в радиогалактиках ($n_e \sim 10^{-2} \text{ см}^{-3}$, $B \sim 10^{-5} \text{ Гс}$) – $\gamma_e^* \sim 30$, $\gamma_p^* \sim 5 \cdot 10^4$. Таким образом, типичной оказывается ситуация, когда переходное излучение всех или значительной части электронов сильно подавлено, тогда как для тяжелых частиц влияние магнитного поля не существенно вплоть до достаточно высоких энергий.

Сделаем еще одну интересную оценку. Пусть частица движется вдоль силовой линии очень сильного магнитного поля $B \sim 10^{12} \text{ Гс}$, которое реализуется, в частности, на нейтронных звездах (такая задача при предположении об однородности поля рассматривалась в [2]). Поскольку магнитное поле в окрестности нейтронной звезды не является однородным, траектория частицы будет повторять искривленную силовую линию, к которой она жестко привязана. В таком случае формула (39) должна быть

несколько модифицирована. Действительно, теперь роль ларморовского радиуса играет радиус кривизны силовой линии $Rl \rightarrow R_{\text{cur}}$. Поэтому, подставив в (39) вместо гирочастоты $\omega_{B\perp}$ частоту $\omega_{\text{cur}} = c\gamma/R_{\text{cur}}$ получим

$$\gamma^* = \left(\frac{\omega_p R_{\text{cur}}}{c} \right)^{1/2}. \quad (61)$$

Полагая $\omega_p \sim 10^{12} \text{ с}^{-1}$, $R_{\text{cur}} \sim 10^7 \text{ см}$, находим $\gamma^* \sim 10^4$. Однако, как будет показано в следующем разделе, эта оценка может еще более понизиться при учете рассеяния релятивистской частицы случайными электромагнитными полями, по-видимому присутствующими в околорелятивистской плазме.

4. Учет многократного рассеяния (стохастическая траектория).

Рассмотрим переходное излучение релятивистской частицы, совершающей случайные блуждания в среде со случайными неоднородностями. Такой характер движения может быть обусловлен столкновениями частицы с кулоновскими центрами (атомами, ядрами) в конденсированной среде либо ее рассеянием в случайных мелкомасштабных магнитных или электрических полях, присутствующих в турбулентной плазме. Влияние этих полей важно учитывать, в частности, когда частица движется вдоль оси регулярного (квазиоднородного) поля и не подвержена его влиянию.

Траектория частицы в данном случае является случайной функцией, поэтому теперь (33) должно быть усреднено по соответствующему ансамблю реализации:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{n, \omega}^m = & \frac{8Q^2 e^4}{m^2 c^3 \omega^2} \int \frac{|\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2 d\mathbf{k}_1}{\left[1 - \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)^2 c^2}{\omega^2 \varepsilon(\omega)}\right]^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \operatorname{Re} \int_0^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} \times \\ & \times \langle [\mathbf{n}\mathbf{v}(t)] [\mathbf{n}\mathbf{v}(t + \tau)] \exp[-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)(\mathbf{r}(t + \tau) - \mathbf{r}(t))] \rangle. \end{aligned} \quad (62)$$

Усреднение, обозначенное в (62) угловыми скобками, может быть выполнено с помощью функций распределения:

$$\begin{aligned} \langle \dots \rangle = & \int \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' d\mathbf{v} d\mathbf{v}' [\mathbf{n}\mathbf{v}'] [\mathbf{n}\mathbf{v}] \exp[-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)(\mathbf{r}' - \mathbf{r})] F(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \times \\ & \times W(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{r}', \mathbf{v}', \tau) = \int d\mathbf{v}' [\mathbf{n}\mathbf{v}'] [\mathbf{n}\mathbf{v}] W_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}(\mathbf{v}, \mathbf{v}', \tau), \end{aligned} \quad (63)$$

где $F(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ — функция распределения частицы в момент времени t , которая в силу нормировки на единицу при интегрировании по $d\mathbf{r} d\mathbf{v}$ дает единичный множитель, $W(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{r}', \mathbf{v}', \tau)$ — условная вероятность того, что частица за время τ перейдет из точки фазового пространства (\mathbf{r}, \mathbf{v}) в точку $(\mathbf{r}', \mathbf{v}')$, а $W_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$ — ее пространственный фурье-образ.

Функция W (удовлетворяющая кинетическому уравнению) вычислялась применительно к задачам излучения как для кулоновских столкновений [II], так и для рассеяния в случайных полях [4] и может быть представлена следующим образом:

$$\begin{aligned} W_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}(\mathbf{v}_0, \mathbf{v}, \tau) = & \\ = & v^{-2} \delta(v - v_0) \exp \left\{ -i \left[\frac{\omega v}{c} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \right) + \mathbf{k}_1' \mathbf{n}\mathbf{v} \right] \tau \right\} U(\theta_0, \theta, \tau), \end{aligned} \quad (64)$$

где векторы θ_0, θ определяются аналогично (40) соотношениями

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{n}\mathbf{v} \left(1 - \frac{\theta_0^2}{2} \right) + \theta_0 v, \quad \mathbf{v} = \mathbf{n}\mathbf{v} \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right) + \theta v, \quad (65)$$

а функция $U(\theta_0, \theta, \tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} - \frac{i\omega}{2} \theta^2 U = q \Delta_{\theta} U; \quad (66)$$

здесь $q = q_0 \gamma^{-2}$ — частота столкновений релятивистской частицы с кулоновскими центрами или с мелкомасштабными магнитными полями. В первом случае [11]

$$q_0 = 2\pi N \left(\frac{Ze^2}{Mc^2} \right)^2 \ln \frac{183}{Z^{1/3}}, \quad (67)$$

где N и Ze — концентрация и заряд ядер в среде, а во втором [12]

$$q_0 = \frac{L_0}{3c} \frac{Q^2 \langle B_{st}^2 \rangle}{M^2 c^2} = \frac{\omega_{st}^2}{3\omega_0}, \quad \omega_{st} < \omega_0, \quad (68)$$

где L_0 и $\langle B_{st}^2 \rangle$ — корреляционная длина и величина магнитных неоднородностей, $\omega_{st} = Q \langle B_{st}^2 \rangle^{1/2} / Mc$, $\omega_0 = c/L_0$, а поле считается мелкомасштабным, если $\omega_{st} < \omega_0$. В случае электрических неоднородностей уравнение (66) остается прежним, а в определении q_0 нужно сделать замену $\langle B_{st}^2 \rangle \rightarrow \langle E_{st}^2 \rangle$

Решение (66) с учетом очевидного начального условия $U(\theta_0, \theta, 0) = \delta(\theta - \theta_0)$ есть

$$U(\theta_0, \theta, \tau) = \frac{x}{\pi \operatorname{sh} z\tau} \exp[-x(\theta^2 + \theta_0^2) \operatorname{cth}(z\tau) + 2x\theta\theta_0 \operatorname{sh}^{-1}(z\tau)], \quad (69)$$

где

$$z = (1 - i) \left(\frac{\omega}{16q} \right)^{1/2}, \quad z = (1 - i)(\omega q)^{1/2}. \quad (70)$$

Подставляя (64), (69) в (63), (62) и переходя, как и в предыдущем разделе, к интенсивности излучения, находим

$$I_{n, \omega}^m = \frac{8Q^2 e^4}{m^2 c \omega^2} \int \frac{|\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2 d\mathbf{k}_1}{\left[1 - \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)^2 c^2}{\omega^2 \epsilon(\omega)} \right]^2} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} d\tau \int d\theta (\theta \cdot \theta_0) \frac{x}{\pi \operatorname{sh}(z\tau)} \times \\ \times \exp \left[\frac{i\omega\tau}{2} \left(\gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{2i mc}{\omega} \right) - x(\theta^2 + \theta_0^2) \operatorname{cth}(z\tau) + [2x\theta\theta_0 \operatorname{sh}^{-1}(z\tau)] \right]. \quad (71)$$

Важно, что при наличии многократного рассеяния рассмотрение интенсивности излучения в данный телесный угол (71) вполне корректно, в отличие от ситуации, рассмотренной в разделе 3. Это связано с тем, что теперь задача аксиально-симметрична (в среднем) относительно начальной скорости частицы, поскольку все направления изменения ее скорости равновероятны, а угол θ_0 в (71) отсчитывается от начальной скорости v_0 . Указанная симметрия, разумеется, имеет место для ансамбля (пучка) частиц, тогда как все отдельные частицы движутся по своим индивидуальным случайным траекториям, не обладающим аксиальной симметрией.

Так как подынтегральное выражение (71) является гауссовской функцией угла, то интегрирование по $d\theta_x$ и $d\theta_y$ удается выполнить по области $]-\infty; +\infty[$. Возможность такого выбора пределов интегрирования обеспечивается быстрой сходимостью интегралов по $d\theta$, связанной с острой

направленностью излучения вдоль скорости частицы:

$$I_{n, \omega}^m = \frac{8Q^2 e^4 \theta_0^2}{m^2 c \omega^2} \int \frac{|\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2 d\mathbf{k}_1}{\left[1 - \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)^2 c^2}{\omega^2 \varepsilon(\omega)}\right]^2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{d\tau}{\operatorname{ch}^2(z\tau)} \times \\ \times \exp \left[\frac{i\omega\tau}{2} \left(\gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{2k_1 n c}{\omega} \right) - x\theta_0^2 \operatorname{th}(z\tau) \right]. \quad (72)$$

Как и в предыдущем разделе, для дальнейшего интегрирования рассмотрим различные предельные случаи (72). Если

$$|z| \ll \frac{\omega}{2} \left(\gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right), \quad (73)$$

то аргументы гиперболических функций малы: $|\tau\Gamma| \ll 1$, $\operatorname{th} z\tau \approx z\tau$, $\operatorname{ch} z\tau \approx 1$, и (72) сводится к известному выражению (49) для прямолинейно движущейся частицы. Неравенство (83) выполняется в низко- и высокочастотной областях

$$\omega \ll \omega_{**} = \frac{\omega_p}{2} \left(\frac{\omega_p}{q_0} \right)^{1/3} \gamma^{2/3}, \quad (74)$$

$$\omega \gg 8q_0 \gamma^2. \quad (75)$$

В промежуточной области частот, когда

$$|z| \gg \frac{\omega}{2} \left(\gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right),$$

или, что то же самое,

$$\omega_{**} \ll \omega \ll 8q_0 \gamma^2, \quad (76)$$

многократное рассеяние играет существенную роль. При этом гиперболические функции также упрощаются: $\operatorname{th} z\tau \approx 1$, $\operatorname{ch}^2 z\tau \approx \exp(2z\tau)/4$, после чего интегрирование по времени приводит к выражению (индекс «о» у θ_0 опускаем)

$$I_{n, \omega}^m = \frac{8Q^2 e^4 \theta^2}{m^2 c \omega (\omega q)^{1/2}} \int \frac{|\delta N|_{\mathbf{k}_1}^2 d\mathbf{k}_1}{\left[1 - \frac{(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)^2 c^2}{\omega^2 \varepsilon(\omega)}\right]^2}. \quad (77)$$

Интегрирование (77) по $d\mathbf{k}_1$ с учетом -спектра неоднородностей (45) проводится аналогично (46) и дает

$$I_{n, \omega}^m = \frac{4(v-1)}{v(v+1)} \frac{Q^2 e^4 \langle \Delta N^2 \rangle}{c m^2 \omega^2 (\omega q)^{1/2}} \left(\frac{2k_0 c}{\omega} \right)^{v-1} \frac{\theta^2}{[\theta^2 + \gamma^{-2} + (\omega_p^2/\omega^2)]^{v+1}}. \quad (78)$$

Отметим, что здесь, в отличие от случая движения частицы в регулярном магнитном поле, сохраняется равенство нулю излучения в направлении начальной скорости частицы $\theta = 0$. Это связано с различными симметричными свойствами в той и другой задаче. Проинтегрировав (78) по углам, найдем спектр переходного излучения на частотах (76):

$$I_{\omega}^m = \frac{2}{v^2(v+1)} \frac{Q^2 e^4 \langle \Delta N^2 \rangle}{c m^2 \omega^2 (\omega q)^{1/2}} \left[\frac{\omega}{2k_0 c} \left(\gamma^{-2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \right]^{1-v}. \quad (79)$$

Таким образом, в области (76) спектр излучения состоит из двух степенных участков $I_{\omega}^m \sim \omega^{v-3,5}$ при $\omega_{**} \ll \omega \ll \omega_p \gamma$ и $I_{\omega}^m \sim \omega^{-v-1,5}$ при $\omega_p \gamma \ll 8q_0 \gamma^2$, следовательно, при $\omega \geq \omega_{**}$: переходное излучение значи-

тельно ослаблено (см. рис. 3) и уменьшается по мере увеличения частоты столкновений, $I_{\omega}^m \sim q^{1/2}$.

Эффект подавления переходного излучения многократным рассеянием (79) происходит, если существует область частот (76), т. е. $\omega_{**} \ll 8q_0\gamma^2$, что с учетом (74) справедливо для достаточно высокоэнергичных частиц:

$$\gamma \gg \gamma^{**} = \frac{\omega_p}{8q_0}. \quad (80)$$

Неравенство (80) является аналогом условия подавления переходного излучения магнитным полем (39).

Рассмотрим зависимость полной энергии, излучаемой переходным механизмом, от энергии частицы при условии (80). Интегрируя (55) по частотам до значения ω_{**} , аналогично (60) получим

$$I_{\text{tot}}^m \approx \int_{\omega_p}^{\omega_{**}} I_{\omega}^2 d\omega = \frac{16\pi^2}{2^{\nu}\nu^2(\nu+1)} \frac{Q^2 e^4 \langle \Delta N^2 \rangle}{cm^2 \omega_p^2} \left(\frac{\omega_p \gamma^2}{q_0} \right)^{\frac{\nu-1}{3}} \sim \gamma^{\frac{2}{3}(\nu-1)}. \quad (81)$$

Видно, что этот случай в определенном смысле промежуточный между прямолинейным движением частицы (59) и ее вращением в магнитном поле

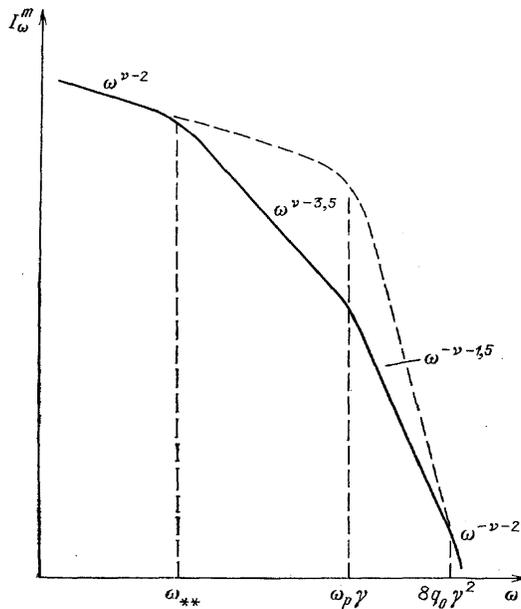


Рис. 3. Спектр переходного излучения при наличии многократного рассеяния и условии (80). Штрихами показан спектр прямолинейно движущейся частицы

(60). Зависимость I_{tot}^m от γ для этих случаев схематически приведена на рис. 4.

Заметим также, что функция распределения (64) известна и при совместном воздействии регулярного поля и его случайных неоднородностей на движение частицы [4], поэтому можно было бы учесть оба фактора одновременно. Однако, на наш взгляд, в данном случае это лишь усложнило бы формулы, не добавив ясности в существо возникающих здесь эффектов.

Поскольку в конденсированных средах при нормальных условиях эффект подавления переходного излучения многократным рассеянием

на кулоновских центрах несуществен вплоть до значений $\gamma_e^{**} \sim 10^{15}$, которые далеко выходят за пределы возможностей ускорительной техники, перейдем сразу к астрофизическим оценкам. Рассмотрим для иллюстрации межпланетную плазму, параметры которой хорошо известны [13]:

$\langle B_{st}^2 \rangle \approx 3,6 \cdot 10^{-10} \text{ Гс}^2$, $L_0 \sim 3 \cdot 10^{11} \text{ см}$ или $\omega_{st} = 0,25 \text{ с}^{-1}$, $\omega_0 = 0,1 \text{ с}^{-1}$. Подставляя (68) в (80), находим

$$\gamma_e^{**} \approx \frac{\omega_p \omega_0}{2\omega_{st}^2} \sim 10^5. \quad (82)$$

Вернемся теперь к анализу ситуации, возникающей в окрестности нейтронной звезды в сильном магнитном поле (см. конец п. 3). Если на протяжении силовой линии магнитного поля, вдоль которой движется

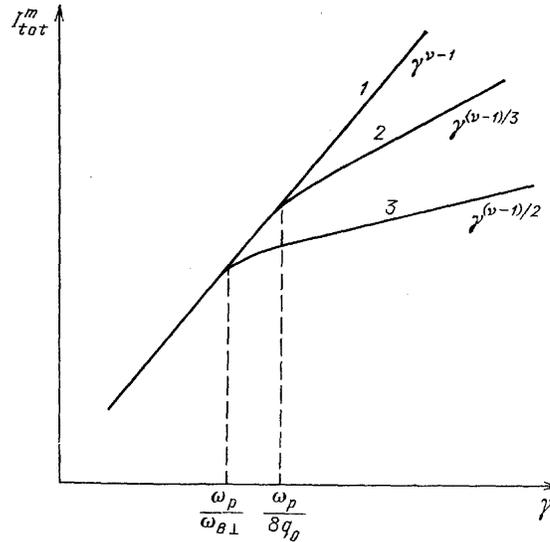


Рис. 4. Зависимость полной энергии переходного излучения от энергии излучающей частицы при различных типах движения. 1 — прямолинейная траектория, 2 — многократное рассеяние (случайные блуждания), 3 — винтовая линия

частица, имеются слабые неоднородности поля (например, альвеновские волны), напряженностью $B_{st} = \langle B_{st}^2 \rangle^{1/2} \approx 5 \text{ Гс}$ ($\sim 10^{-11} B_0$) и $L_0 \sim 1 \text{ м} = 10^2 \text{ см}$, то $\omega_{st} \approx 10^8 \text{ с}^{-1}$, $\omega_0 \sim 3 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ и с помощью (82) находим

$$\gamma_e^{**} \approx 10^2. \quad (83)$$

Поскольку в окрестности нейтронной звезды плазма релятивистская и практически для всех частиц $\gamma \geq 10^2$, то в данном случае эффект подавления переходного излучения важен для большинства имеющихся электронов и позитронов. Кроме того, даже при полном отсутствии неоднородностей магнитного поля, важную роль может играть многократное рассеяние частиц радиоволнами (с $\lambda \leq 1 \text{ м}$), которые генерируются в магнитосфере пульсаров. Сказанное здесь, а также в конце п. 3 означает, что применение теории переходного излучения к реальным объектам с сильным магнитным полем требует большой осторожности и, в частности, скрупулезного учета всех факторов, приводящих к искривлению траекторий излучающих частиц.

5. Заключение. В рассмотренных нами примерах (пп. 3, 4) кривизна траектории приводит к уменьшению переходного излучения. Это, однако,

происходит не всегда. Укажем только один случай, обсуждавшийся в [3]. Если релятивистская частица пересекает границу раздела среда-вакуум, то интенсивность ее излучения может быть представлена в виде квадрата разности когерентных длин в вакууме

$$l_v = \frac{c}{\omega} (\gamma^{-2} + \theta^2)^{-1} \quad (84)$$

и в среде

$$l_c = \frac{c}{\omega} \left(\gamma^{-2} + \theta^2 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)^{-1}, \quad (85)$$

$$I_{\mathbf{n}, \omega}^m \sim (l_v - l_c)^2. \quad (86)$$

Несложно видеть, что на частотах $\omega \ll \omega_p \gamma$ имеем $l_v \gg l_c$, и в этой области переходное излучение эффективно генерируется, а при $\omega \gg \omega_p \gamma$, когда член ω_p^2 / ω^2 относительно мал, $l_v \approx l_c$ и переходное излучение быстро падает с увеличением частоты. Пусть теперь частица испытывает многократное рассеяние в среде. Это рассеяние приведет к уменьшению когерентной длины l_c по сравнению с (85) и разность $l_v - l_c$ будет заметно отлична от нуля, в том числе и при $\omega > \omega_p \gamma$, поскольку в вакууме частица не испытывает многократного рассеяния. Это значит, что переходное излучение усиливается в области частот $\omega > \omega_p \gamma$ по сравнению со случаем прямолинейного движения частицы. В той же ситуации кривизна траектории в магнитном поле действовала бы по-другому — подавляла бы переходное излучение, уменьшая обе когерентные длины l_c и l_v . Не останавливаясь больше на рассмотрении конкретных задач и ситуаций, сделаем несколько уточняющих заключительных замечаний.

Обратим внимание на то, что процедура разделения электрического поля релятивистской частицы на виртуальную и реальную компоненты не всегда обязательна. К ней можно не прибегать, кроме тривиального случая равномерного прямолинейного движения частицы, когда все ее поле является виртуальным, и при рассмотрении резонансного излучения [3, 5], поскольку в квазиклассическом приближении удастся построить функцию Грина, описывающую распространение квантов в периодической среде. Это позволяет с помощью формулы (2) отыскать полное излучение, генерируемое как переходным, так и тормозным механизмами. Однако указанное разделение происходит в таком случае автоматически. Действительно, в [5, 3] области резонансных квантов соответствуют отрицательные значения используемой Тер-Микаэляном «длины когерентности» (несколько отличающейся от (37)) — аналог условия $\omega - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \mathbf{v} \leq 0$, а в конечных выражениях для спектра излучения в периодической среде появляются θ -функции, отделяющие область резонансных квантов от области тормозных квантов.

Таким образом, предложенный в п. 2 подход к вычислению переходного излучения согласуется с другими применяемыми для этого методами [2, 3], обладая и некоторыми преимуществами. К числу таких преимуществ относится возможность вычисления переходного излучения частицы, движущейся по произвольной траектории в произвольной неоднородной среде, а также то, что, действуя предложенным способом, можно последовательным образом отделить в формулах переходное излучение от других механизмов излучения. Из результатов п. 2 четко видно, что под переходным излучением следует понимать дополнительный (по отношению к тормозным) канал образования поперечных квантов, возникающих

из виртуального собственного поля частицы в результате его взаимодействия с неоднородностями среды.

Рассмотренные в работе эффекты подавления переходного излучения могут оказаться существенными и весьма полезными в различных физических ситуациях. Как видно из оценок, приведенных в конце п. 3, типичным является случай, когда переходное излучение легких частиц сильно подавлено практически во всем имеющемся диапазоне энергий, а излучение тяжелых частиц не подавляется в широких пределах. Это в принципе позволяет получать прямую информацию о ядерной компоненте релятивистских частиц в удаленных космических радиоисточниках [14], даже если число ядер не превышает числа электронов.

Эффект подавления переходного излучения магнитным полем может быть использован для селекции частиц с различными массами при применении переходных счетчиков [3], для минимизации полных потерь энергии частиц при их ускорении в лабораторной плазме и для других целей. Весьма актуальными представляются и специальные экспериментальные исследования переходного излучения релятивистских частиц, движущихся по криволинейным траекториям в случайно-неоднородных средах [15].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гинзбург В., Франк Я.//ЖЭТФ. **1946**. Т. 16. С. 15.
2. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние.— М.: Наука, **1984**.
3. Тер-Микаэлян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. — Ереван: Изд-во АН АрмССР, **1969**.
4. Toputygin I. N., Fleishman G. D.//Astrophys. and Space Sci. **1987**. V. 132. p. 213.
5. Тер-Микаэлян М. Л.//Письма ЖЭТФ. **1968**. Т. 8. С. 100.
6. Платонов К. Ю., Топтыгин И. Н., Флейшман Г. Д.//УФН. **1990**. Т. 160. С. 59.
7. Tatoukin V. V.//Astrophys. and Space Sci. **1978**. V. 53. P. 3.
8. Базылев В. А., Жеваго Н. К. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях.— М.: Наука, **1987**.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, **1973**.
10. Байер В. Н., Катков В. М., Фадин В. С. Излучение релятивистских электронов.— М.: Атомиздат, **1973**.
- [11] Мигдал А. Б.//ДАН СССР. **1954**. Т. 96. С. 49.
12. Долгинов А. З., Топтыгин И. Н.//ЖЭТФ. **1966**. Т. 51. С. 1771.
13. Топтыгин И. Н. Космические лучи в межпланетных магнитных полях. — М.: Наука, **1983**.
14. Флейшман Г. Д.//Астроном. ж. **1989**. Т. 66. С. 932.
15. Лорикян М. П., Сардарян Р. А., Шихляров К. Н.//Изв. АН АрмССР. **1989**. Т. 24. С. 159, 252.

Статья поступила 18.07.90 г.

ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!

В июньском номере журнала «Успехи физических наук» (т. 161, № 6) предполагается опубликовать статьи:

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

В. И. Докучаев. Рождение и жизнь массивных черных дыр.

Е. И. Кутьин, В. Л. Лорман, С. В. Павлов. Методы теории особенностей в феноменологии фазовых переходов.

И. Д. Конозенко, М. П. Круликовская, Б. А. Данильченко. Структурные и фазовые изменения в металлах и сплавах, закристаллизованных в потоке гамма-квантов.

ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Б. М. Смирнов. Энергетические процессы в макроскопических фрактальных структурах

В.А. Москаленко, М. Е. Палистрат, В. М. Вокалюк. Высокотемпературная сверхпроводимость на основе учета особенностей электронного спектра.

Июньский номер «УФН» можно приобрести, подписавшись на него до 30 апреля 1991 г. в любом отделении связи.

Индекс по каталогу «Союзпечати» — 71004.