АКАДЕМИЯ НАУК СССР

УФН 1990

ТОМ СТО ШЕСТИДЕСЯТЫЙ

Журнал издается с апреля 1918 г.

Сентябрь 1990 г. ***Том 160, вып. 9***

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

530.182

САМООРГАНИЗАЦИЯ В АКТИВНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СРЕДАХ

(Сценарии спонтанного образования и эволюции диссипативных структур)

Б. С. Кернер, В. В. Осипов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение. К наиболее ярким явлениям нелинейной физики относится спонтанное или вынужденное образование пространственно неоднородных состояний в неравновесных системах (см., например [1—25]). Такие состояния сейчас принято называть диссипативными структурами (ДС) или автоструктурами (1). При изменении уровня возбуждения вид ДС плавно или скачкообразно меняется. Спонтанное образование и эволюцию ДС Пригожин предложил называть самоорганизацией (2). Самоорганизация связана с проявлением коллективных (кооперативных) эффектов, реализующихся в неравновесных системах. Хакен предложил называть эту область науки синергетикой [5, 6].

Классическим примером образования и эволюции ДС являются стрэты в газовом разряде [14]. Образование ионизационных страт, по-видимому, наблюдал еще Фарадей в XIX в. [14б]. Другим классическим примером самоорганизации является образование и эволюция ячеек Бенара, возникающих в подогреваемой снизу вязкой жидкости [3, 4]. Самоорганизация наблюдается во многих неравновесных системах совершенно различной природы, в том числе гидродинамических [2], химических и биологических [3—8, 10—12, 16, 17], в полупроводниковой плазме [31, 32], при распространении фронта пламени [13, 20], в полупроводниковых [33—35] и газоразрядных структурах [14, 15, 36, 37], композитных сверхпроводниках [19, 38], при плавлении и кристаллизации твердых тел [39], в химических реакциях, протекающих на их поверхности [40], а также в нелинейных оптических средах [41].

В идеально однородных распределенных средах спонтанное образование ДС обусловлено расслоением их однородного состояния, т. е. нарастанием флуктуаций с некоторым выделенным волновым числом $k_0 \neq 0$. В рассматриваемых в данном обзоре активных распределенных средах расслоение связано с тем, что в них по одному из параметров — активатору — осуществляется положительная обратная связь, приводящая к нарастанию активатора. Процесс нарастания активатора контролируется другим параметром системы — ингибитором, по которому осуществляется отрицательная обратная связь (3). Естественно, что в различных физических, химических и биологических активных системах, как процессы активации, так и ингибирования, имеют совершенно различную природу (см. разделы 1, 7, 8).

Стационарные ДС обычно образуются в активных распределенных средах, в которых процесс ингибирования по сравнению с активацией является более дальнодействующим [3, 5, 8, 11, 12]. Иными словами, характерная длина изменения ингибитора L в них намного превышает характерную длину изменения активатора l. Расслоение однородного состояния связано с тем, что благодаря $L \gg l$ ингибитор не может эффективно подавлять локальные нарастания активатора в области размера $d \approx (lL)^{1/2}$ (п. 1.1).

На возможность расслоения фронта пламени по существу за счет того, что $L \gg l$, еще в 1944 г. обратил внимание Зельдович [43]. В 1952 г. условие расслоения однородного состояния проанализировал Тьюринг на основе аксиоматической модели морфогенеза [44]. Из анализа этой модели следует общий вывод о том, что условие расслоения выполняется тем легче, чем меньше величина $\varepsilon=l/L$ (п. 1.1). В дальнейшем стало ясно, что именно с короткодействующим процессом активации и дальнодействующим процессом ингибиции, т. е. с условием $l\ll L$, связано образование ДС в широком классе активных распределенных сред, в том числе в газовом разряде [45, 46], в ряде химических и биологических систем [3, 5, 8, 11, 12], в разогретой полупроводниковой и газовой плазме [47—51], в однородных полупроводниках и полупроводниковых структурах (транзисторных, p—n, p—i—n и др.) [336, 34, 35, 52—58], в неравновесной смеси газов [59—61], в F-слое атмосферы [62].

К настоящему времени развиты различные подходы к анализу эволюции ДС малой амплитуды, которые при определенных условиях (п. 1.4) могут образовываться вблизи точки расслоения однородного состояния системы. Цель этих подходов состоит в том, чтобы, используя малость амплитуды ДС, получить более простые (по сравнению с исходными) уравнения, описывающие процессы самоорганизации.

1. Теория диссипативных структур (ДС) малой амплитуды. Еще в 1944 г. Ландау обосновал уравнение, описывающее возникновение ДС малой амплитуды в движущейся вязкой жидкости при числах Рейнольдса, близких к критическому [1]. В дальнейшем упрощенные уравнения для описания свойств малоамплитудных ДС в разных системах, в том числе и в гидродинамических, выведены многими авторами, в том числе Курамото и Цудзуки [63], Нитзаном и Ортолевой [64], Сивашинским [13], Ньюэлом и Уайтхедом [65], Зегелем [66], Сиджией и Циппелиусом [67], Свифтом и Хоэнбергом [68], Гербергом и Сивашинским [69], Маломедом [70]. Хакен предложил метод, позволяющий за счет определенного выбора «параметра порядка» системы и использования «принципа подчинения» затухающих мод выводить уравнения эволюции «параметров порядка» — так называемые обобщенные уравнения Гинзбурга — Ландау [5, 6]. Из анализа этих и многих других уравнений, описывающих ДС малой амплитуды, следует, что образование и эволюция ДС связана с их флуктуационной перестройкой, т. е. с нарастанием определенного вида флуктуаций при некоторых критических уровнях возбуждения системы. Иными словами, флуктуациям отводится решающая роль в выборе одного из возможных устойчивых состояний системы [3—9] — «к упорядоченности через флуктуации» [3]. Картина самоорганизации, основанная на анализе различных уравнений, описывающих ДС малой амплитуды, изложена в монографиях Николиса и Пригожина [3], Хакена [5, 6] и во многих обзорах (см., например [9, 13, 71—74]).

Как уже отмечалось, в основе методов, используемых для вывода уравнений, описывающих свойства ДС малой амплитуды, лежит предположение о том, что при уровнях возбуждения, близких к критическому, отвечающему точке расслоения однородного состояния $A=A_c$, амплитуда ДС мала в меру малости надкритичности, т. е. величины $\beta=(A-A_c)\times \times A_c^{-1}\ll 1$ [1, 3, 5, 6, 9, 13, 63—74]. Вместе с тем это, казалось бы, естественное предположение часто оказывается неоправданным. Во многих реальных активных распределенных средах в результате расслоения их однородного состояния, т. е. уже в точке $A=A_c$, скачкообразно возникают ДС большой амплитуды, величина которой не зависит от малости надкритичности (величины β), а определяется нелинейностями системы. Этот эффект непосредственно связан с дальнодействующим характером процесса ингибиции по сравнению с активацией, т. е. с малостью величины $\varepsilon=l/L$. Скачкообразное возникновение ДС большой амплитуды в точке $A=A_c$ связано с тем, что благодаря $L\gg l$ при расслоении происходит лавинообразное нарастание активатора в некоторых областях системы размера $d \approx (lL)^{1/2} \ll L$. При этом в некоторых системах амплитуда образующихся ДС оказывается тем больше, чем меньше величина $\varepsilon = l/L$ (п. 1.5.2).

2. Теория ДС большой амплитуды в активных распределенных средах, в рамках которой изучена форма, устойчивость и эволюция различного вида ДС большой амплитуды, развита в [75—77] авторами данного обзора. В этой теории не предполагается малость надкритичности, т. е. величины $\beta = (A - A_c)/A_c$, а используется малость отношения $\varepsilon = l/L$. Это позволяет проанализировать явления самоорганизации в активных системах при любых уровнях их возбуждения (разделы 2—6, 12). Из такого анализа, в частности, следует, что самоорганизация в реальных системах, как правило, происходит в результате не флуктуационной, а динамической перестройки ДС [78].

3. Динамическая перестройка ДС происходит благодаря тому, что при некоторых критических уровнях возбуждения системы исчезает решение, описывающее ДС данного вида (п. 12.2). Динамическая перестройка ДС не связана с наличием в системе флуктуаций, а происходит детерминировано в результате локального пробоя [78] в некоторых областях ДС (п. 2.1). Иными словами, флуктуации могут не играть существенной роли в выборе вида образующейся ДС. Наличие флуктуаций в реальных системах приводит к конечной вероятности возникновения локального пробоя, не доходя до соответствующих критических уровней возбуждения системы.

4. Самоорганизация и автосолитоны. В реальных системах образование ДС, как правило, не определяется расслоением состояния, близкого к однородному, а связано со спонтанным образованием автосолитонов (АС). АС представляют собой локализованные ДС в виде уединенных статических, пульсирующих или бегущих неравновесных областей. Теория и свойства АС рассмотрены нами в обзоре [25]. Спонтанное образование АС в реальных системах связано с локальным пробоем, который реализуется вблизи малых локальных неоднородностей [78, 79], всегда присутствующих в реальных системах (п. 4.1). Спонтанное образование АС и их последующая эволюция и определяет сценарии самоорганизации, наблюдаемые в эксперименте (раздел 4).

5. Турбулентность и автосолитоны. В активных распределенных средах даже в отсутствие течений (конвективных потоков) может возникать турбулентность в виде хаотических во времени и по пространству неоднородных колебаний. Такая турбулентность в одних системах может быть связана с взаимодействием автоволн, например, спиральных [7, 8, 10, 11, 17], а в других — со сложным характером взаимодействия статических или пульсирующих автосолитонов (в одномерном случае — страт) [80, 81]. В последнем случае картина турбулентности может представлять собой случайное исчезновение и зарождение АС в различных точках пространства [79, 82, 83] (раздел 9).

В последние годы явления самоорганизации были экспериментально изучены во многих физических системах. Так, были обнаружены и изучены ДС в виде: светящихся сгустков горячей электронно-дырочной плазмы (ЭДП) в GaAs [31]; термодиффузионных страт в фотогенерируемой разогретой ЭДП в Ge [84]; резистивных доменов в композитных сверхпроводниках [38]; светящихся многошнуровых нитей, образующихся при примесном пробое GaAs [32], лавинном пробое α-SiC p—n-переходов [34] и Si p—i—n-структур [35]; нитей тока в прямосме-

Однородное состояние моностабильных активных систем может спонтанно расслаиваться. Линеаризуя уравнения (1.1), (1.2) вблизи однородного состояния относительно флуктуаций $\delta\theta$, $\delta\eta \propto \exp(-\gamma t + i\mathbf{kr})$, получим дисперсионное уравнение, из которого следует, что устойчивость нарушается ($\mathrm{Re}\,\gamma<0$), если выполнено одно из неравенств[4]

$$\tau_\eta (q'_\theta + k^2l^2) + \tau_\theta (Q'_\eta + k^2L^2) < 0, \tag{1.6}$$

$$k^4l^2L^2 + k^2l^2Q'_\eta + k^2L^2q'_\theta + q'_\theta Q'_\eta - q'_\eta Q'_\theta < 0. \tag{1.7}$$

Первое из них согласно (1.3) выполняется в системах с $\alpha=\tau_\theta/\tau_\eta \ll 1$ относительно флуктуаций с $k=0$ и выделенной частотой

$$\Omega \equiv \mathrm{Im}\,\gamma = \omega_0 = (\tau_\theta\tau_\eta)^{-1/2} (q'_\theta Q'_\eta - q'_\eta Q'_\theta)^{1/2}. \tag{1.8}$$

Условие (1.7) вблизи порога его выполнения удовлетворяется для флуктуаций с $\mathrm{Im}\,\gamma \equiv \omega = 0$ и с выделенными волновыми числами, близкими к[5]

$$k = k_0 = (lL)^{-1/2} (q'_\theta Q'_\eta - q'_\eta Q'_\theta)^{1/4}, \tag{1.9}$$

когда

$$q'_\theta < -\varepsilon^2 Q'_\eta - 2\varepsilon (q'_\theta Q'_\eta - q'_\eta Q'_\theta)^{1/2}. \tag{1.10}$$

Условие расслоения (1.10), т, е. неустойчивости однородного состояния системы относительно апериодического нарастания флуктуаций с $k=k_0$, согласно (1.3) и (1.5) выполняется благодаря $q'_\theta<0$ и тем легче, чем меньше величина $\varepsilon=l/L$.

Условие расслоения активных систем с диффузией было получено Тьюрингом [44] при анализе аксиоматической модели, объясняющей процесс формообразования (морфогенеза). Идеи Тьюринга послужили толчком к аналитическим и численным исследованиям различных аксиоматических моделей биологических и химических систем, описываемых уравнениями (1.1), (1.2) [3—8, 10—12, 17]. К ним, в частности, относятся классическая модель морфогенеза Гирера — Майнхарда [92, 93], для которой

$$q=\theta-B-A\theta^2\eta^{-1}, \quad Q=\eta-C\theta^2, \tag{1.11}$$

широко используемая модель, предложенная Брюссельской школой Пригожина (брюсселятор) [3], для которой

$$q=\theta-(B+\theta^2\eta)(1+A)^{-1}, \ Q=\eta\theta^2-A\theta, \tag{1.12}$$

модель с «кубической нелинейностью» [11б] типа[6]

$$q = \theta^3 - \theta - \eta, \quad Q = \theta + \eta + \frac{2}{3^{3/2}} - A. \tag{1.13}$$

Для этих моделей выполняются условия (1.3). Второе из условий (1.3) для модели (1.11) выполняется при $A>A_0=CB$, для модели (1.12) — при $A>A_0=1$, а для модели (1.13) — в ограниченном диапазоне изменения управляющего параметра A: $A_0<A<A'_0$; значения $A=A_0$ или $A=A'_0$ отвечают точкам, где $q'_\theta=0$. В химических и биологических реакциях положительная обратная связь по активатору означает самопроизводсгво вещества активатора. Реальные процессы самопроизводства вещества и описывающие их уравнения чрезвычайно сложны и весьма дискуссионны [3—6, 7б, 8, 11]. Уравнения (1.1), (1.2), в которых используются выражения (1.11)—(1.13), представляют собой простейшие аксиоматические модели таких реакций.

щенных легированных золотом Si p—i—n-структурах [33а]; светящихся нитей тока в различных структурах, содержащих газоразрядные слои [36, 37, 57], в том числе в структуре, содержащей высокоомный компенсированный полупроводник [85], а также в виде неоднородно светящейся картины в электронном аналоге модели активной распределенной среды с диффузией [86, 87]. В экспериментальных [31, 34, 36, 38, 57, 85—87], а также при аналитических [11б, 17, 88—91] и численных исследованиях [8б, 11б, 17, 57, 92—113] были весьма детально изучена форма ДС ч их эволюция. Результаты этих исследований полностью согласуются с выводами, вытекающими из теории самоорганизации в активных распределенных средах, развитой в [75—78].

Рассмотрению этой весьма нетривиальной картины самоорганизации в активных распределенных средах различной природы и посвящен данный обзор. В нем основное внимание уделяется тем явлениям самоорганизации, которые не зависят от размера системы и условий на ее границах, а определяются объемными свойствами достаточно протяженной (хотя бы в одном из направлений) распределенной среды. Иными словами, такие простейшие явления самоорганизации, как образование и эволюция шнура тока или домена поля в системах с S-или N-образной ВАХ, в данном обзоре не рассматриваются, так как их свойства принципиально зависят от размера системы, условий на ее границах и параметров внешней цепи [21—24].

1. Структуры вблизи точки расслоения однородного состояния.

1.1. Неустойчивость Тьюринга. Во многих физических, химических и биологических распределенных средах дальнодействие ингибитора и активатора определяется диффузионными процессами. Поэтому такие среды называются активными системами с диффузией [3, 7, 8, 11, 12, 25]. Свойства ДС в таких системах описываются уравнениями типа

$$\tau_\theta \frac{\partial\theta}{\partial t} = l^2\Delta\theta - q(\theta,\ \eta,\ A), \tag{1.1}$$

$$\tau_\eta \frac{\partial\eta}{\partial t} = L^2\Delta\eta - Q(\theta,\ \eta,\ A), \tag{1.2}$$

где θ и η — значения активатора и ингибитора, а τ_θ, τ_η и l, L — характерные времена и длины их изменения, A —управляющий (бифуркационный) параметр, в физических системах характеризующий уровень их возбуждения. Наличие отрицательной обратной связи по ингибитору и положительной по активатору θ формально означает, что в определенном диапазоне изменения A

$$Q'_\eta \equiv \frac{\partial Q}{\partial\eta} > 0, \quad \text{а} \quad q'_\theta \equiv \frac{\partial q}{\partial\theta} < 0. \tag{1.3}$$

При выполнении условий (1.3) из уравнений (1.1), (1.2) следует, что при $\theta = \text{const}$ флуктуации $\delta\eta$ затухают, а при $\eta = \text{const}$ — фуктуации $\delta\theta$ нарастают.

Однородное состояние системы ($\theta = \theta_h$ и $\eta = \eta_h$) согласно (1.1), (1.2) определяется из уравнений

$$q(\theta_h,\ \eta_h,\ A) = 0, \quad Q(\theta_h,\ \eta_h,\ A) = 0. \tag{1.4}$$

Самоорганизация может происходить в моностабильных активных системах, в которых зависимости $\eta_h(A)$ и $\theta_h(A)$ являются однозначными. Последнее согласно (1.3) и (1.4) справедливо, когда

$$q'_\theta Q'_\eta - q'_\eta Q'_\theta > 0. \tag{1.5}$$

Независимо развивались исследования процессов, приводящих к расслоению однородного состояния физических систем. Так, в 50—60-е годы была выяснена физическая причина расслоения газового разряда [14]. Оказалось, что расслоение газового разряда и образование в нем страт с общих позиций можно рассматривать [45] как следствие неустойчивости Тьюринга. Уравнения типа (1.1), (1.2) описывают ДС и во многих других реальных физических системах [25], в том числе «горячие пятна» в полупроводниковых структурах [52] (п. 7.2, 7.3), нити лавинного тока в p—n-переходах [34] (п. 7.1), p—i—n- и газоразрядных структурах [57, 112, 113], а также многошнуровые или многодоменные состояния в различного рода композитных структурах со «скрытой» S- или N-образной вольт-амперной характеристикой (ВАХ), в том числе содержащих активный слой из полупроводника, сверхпроводника, материала с фазовым переходом металл — диэлектрик или другого типа (раздел 7).

Порог выполнения условия (1.10) при заданном значении е определяет критический уровень возбуждения $A=A_c$, при котором реализуется расслоение однородного состояния системы. При $\varepsilon\to0$ условие (1.10) совпадает со вторым из условий (1.3), т. е. выполняется при $A_c\to A_0$, при котором $q'_\theta=0$. Существует некоторое максимальное значение $\varepsilon=\varepsilon_m$, выше которого условие (1.10) не выполняется ни при каких значениях параметра A (рис. 1, *а, б*). Для модели (1.11) из (1.10) следует, что связь между A_c и ε определяется соотношением [115]

$$A_c=(1+\varepsilon)^2(1-2\varepsilon-\varepsilon^2)^{-1}A_0\quad (A_0=CB) \tag{1.14}$$

и имеет вид, изображенный на рис. 1, *а*. Из (1.14) видно, что при $\varepsilon>\varepsilon_m=\sqrt{2}-1\approx0{,}41$ условие расслоения Тьюринга (1.10) не реализуется. Для модели (1.12) связь ε с A_c определяется уравнением

$$\varepsilon=(A_c^{1/2}-1)(1+A_c)^{-1/2}B^{-1} \tag{1.15}$$

и совпадает с изображенной на рис. 1, *а*. Из (1.15) следует, что величина $\varepsilon_m=B^{-1}$. Для модели (1.13) связь между ε и A имеет вид, изображенный на рис. 1, *б*. Зависимости ε от A (рис. 1, *а, б*), установленные для моделей (1.11) — (1.13), являются характерными для всего класса моностабильных активных систем.

1.2. Условия расслоения активных систем с «перекрестной» диффузией. В п. 1.1 рассматривались активные системы с диффузией, описываемые уравнениями (1.1) и (1.2), в которых положительная обратная связь по активатору, приводящая к расслоению, определяется нелинейностями системы, т. е. видом функции $q(\theta, \eta)$ в (1.1). В более общем случае активные распределенные среды описываются уравнениями типа

$$\frac{\partial X_i}{\partial t}=\sum_{j=1}^{N}\nabla(D_{ij}\nabla X_j)-g_i(X_1,\ldots, X_i,\ldots, X_N, A), \tag{1.16}$$

где X_i — концентрации химических веществ, частиц газа, электронов, дырок или ионов, температура и т. п. [3, 5, 8, 17, 25]. Особый класс составляют физические [47, 59, 60, 61, 62, 75, 76] и химические [8б, 108, 116] активные системы, в которых расслоение определяется диффузионными процессами, точнее зависимостью перекрестных коэффициентов диффузии D_{ij} с $i\neq j$ от параметров системы X_i.

Примерами таких систем с «перекрестной» диффузией являются разогретые электромагнитным излучением или электрическим полем газовая и электронно-дырочная плазма (ЭДП) в полупроводниках [47—

51]. Распределение концентрации горячих электронов n и их эффективной температуры T описываются уравнениями баланса числа частиц

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_e + G - n\tau_r^{-1} \qquad (1.17)$$

и их средней энергии

$$\frac{3}{2}\frac{\partial nT}{\partial t} = -\operatorname{div} \mathbf{j}_\varepsilon + W_j - P, \qquad (1.18)$$

в которых $\mathbf{j}_e$ и $\mathbf{j}_\varepsilon$ — плотности потоков частиц и их энергии; G и τ_r — скорость генерации и время жизни электронов; W_j— мощность, поступающая к электронам от внешнего источника; $P = n(T - T_l)\tau_\varepsilon^{-1}$ — мощность,

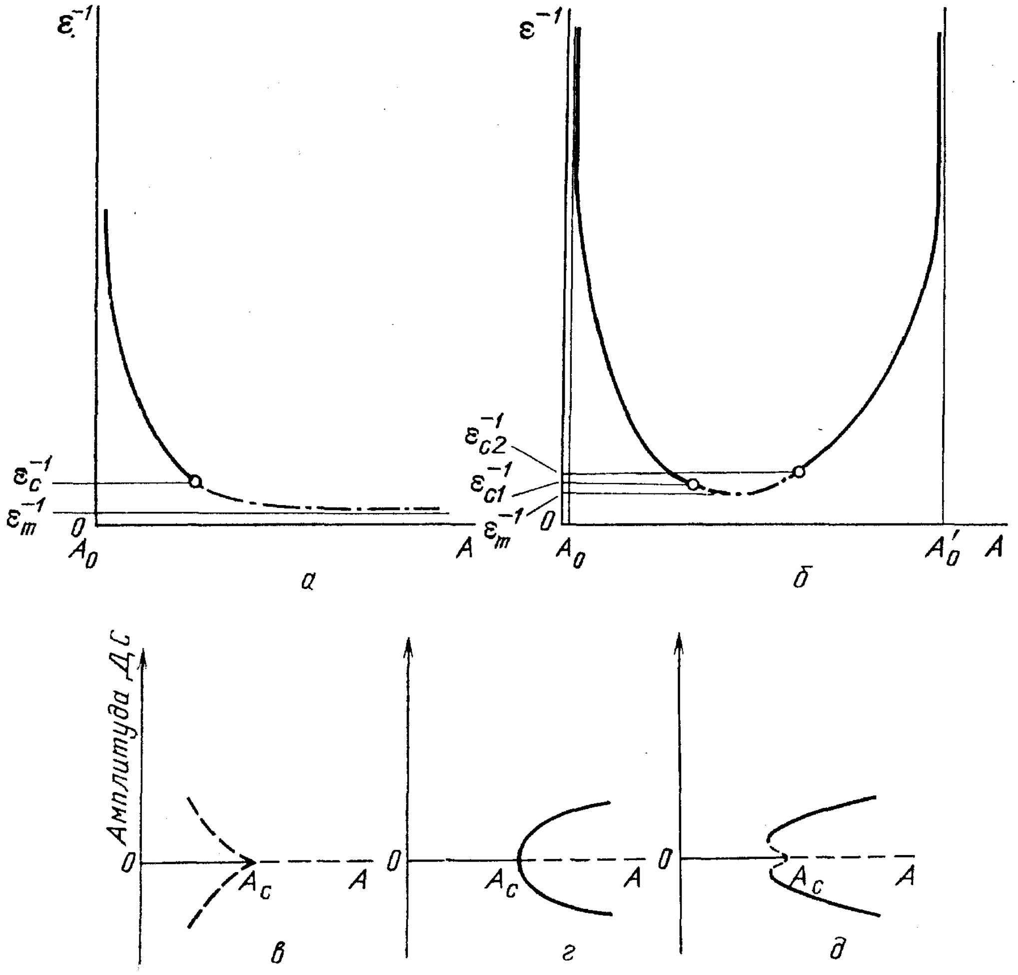

Рис. 1. Зависимости критического уровня возбуждения ($A = A_c$) от величины $\varepsilon = l/L$ (*а*, *б*) и вид бифуркационных диаграмм (*в* — *г*), *а* — для V- и Λ-систем, *б* — для N- и И-систем. Сплошные участки кривых на рис. *а*, *б* отвечают докритическому ветвлению решений (*в*), реализующемуся при $\varepsilon < \varepsilon_c$, штрихпунктирные — закритическому ветвлению решений (*г*), реализующемуся при $\varepsilon > \varepsilon_c$. Диаграмма на рис. *д* отвечает значениям ε близким к ε_c, но $\varepsilon < \varepsilon_c$ (соответствующие малые области символически показаны кружками на рис. *а*, *б*). На рис. *в* — *д* штриховой линией изображены участки кривых, отвечающие неустойчивым состояниям

отводимая от электронов в решетку или к атомам газа; τ_ε — характерное время релаксации энергии электронов, T_l — температура решетки полупроводника или атомов газа. Подчеркнем, что уравнения (1.17), (1.18) можно строго получить из кинетического уравнения Больцмана [117—119].

Для пояснения физики расслоения однородного состояния систем с «перекрестной» диффузией рассмотрим симметричную ЭДП, в которой параметры электронов и дырок совпадают. В этом случае [47, 51]

$$\mathbf{j}_e = -\nabla(nD(T)) = -D\nabla n - (1+\alpha) DnT^{-1}\nabla T, \tag{1.19}$$

$$\mathbf{j}_\varepsilon = -\left(\frac{5}{2}+\alpha\right)\nabla(TnD(T)) = -\left(\frac{5}{2}+\alpha\right)[TD\nabla n + (2+\alpha) Dn\nabla T], \tag{1.20}$$

где $D(T) \propto T^{1+\alpha}$, D — коэффициент диффузии электронов и дырок. Используя (1.19), (1.20), запишем уравнения (1.17), (1.18) в виде[7] [76]

$$\tau_r \frac{\partial n}{\partial t} = L^2 \Delta \frac{nD(T)}{D^0} + G\tau_r - n, \tag{1.21}$$

$$\frac{3}{2}\tau_\varepsilon^0 \frac{\partial nT}{\partial t} = l^2 \Delta \frac{TnD(T)}{D^0} + W_j \tau_\varepsilon^0 - n(T - T_l)\frac{\tau_\varepsilon^0}{\tau_\varepsilon(T)}, \tag{1.22}$$

где $D^0 = D(T_l)$, $\tau_\varepsilon^0 = \tau_\varepsilon(T_l)$, $L = (D^0\tau_r)^{1/2}$ — диффузионная длина носителей, $l = [(5/2+\alpha) D^0 \tau_\varepsilon^0]^{1/2}$ — длина релаксации энергии горячих носителей. В случае, когда G и $\tau_r = \text{const}$, а W_j не зависит от n и T (см. п. 8.1), однородное состояние ЭДП, как следует из (1.21) и (1.22), определяется из уравнений

$$n = n_h = G\tau_r, \quad T = T_h = T_l + W_j \tau_\varepsilon (G\tau_r)^{-1}, \tag{1.23}$$

т. е. является единственным. Это связано с тем, что в полупроводниках τ_ε не может возрастать сильнее, чем $T^{1/2}$, т. е. $s = \partial \ln \tau_\varepsilon / \partial \ln T \leqslant 1/2$ [21]. Линеаризуя уравнения (1.21), (1.22) относительно флуктуаций δn, $\delta T \propto \exp(-\gamma t + i\mathbf{kr})$, получим дисперсионное уравнение [47]

$$\gamma^2 \cdot \frac{3}{2}\tau_r\tau_\varepsilon - \gamma\left[k^2L^2\tau_\varepsilon(5 + 3\alpha + \alpha^2) + \right.$$
$$\left. + \frac{3\tau_\varepsilon}{2} + \tau_r\left(1 - s + s\frac{T_l}{T}\right)\right] + k^4 l^2 L^2 +$$
$$+ k^2\left\{L^2\left[(1+\alpha+s)\frac{T_l}{T} - (\alpha+s)\right] + l^2(2+\alpha)\right\} + s\frac{T_l}{T} + 1 - s = 0. \tag{1.24}$$

Из (1.24) следует, что относительно однородных флуктуаций (с $k=0$) ЭДП устойчива. Это означает, что в отличие от систем, рассмотренных в п. 1.1, в данном случае без учета пространственных производных в уравнениях (1.21), (1.22) неустойчивость не возникает.

Вместе с тем однородное состояние ЭДП может расслаиваться благодаря тому, что в полупроводниках, как правило, $\varepsilon = l/L \approx (\tau_\varepsilon/\tau_r)^{1/2} \ll 1$. Из (1.24) следует, что неустойчивость реализуется[8] при $\alpha + s > 0$ относительно апериодического нарастания флуктуаций с $k = k_0 \approx (lL)^{-1/2}$, когда $T > T_l(1+\alpha+s)(\alpha+s)^{-1}$. Расслоение ЭДП связано с наличием в уравнении (1.21) члена, отвечающего последнему слагаемому в (1.19), которое описывает «перекрестную» диффузию, точнее влияние распределения температуры носителей на распределение их концентрации. Более подробно физика расслоения ЭДП рассмотрена в [47, 76].

Таким образом, механизм расслоения однородного состояния систем с «перекрестной» диффузией принципиально отличается от механизма расслоения Тьюринга в активных системах с диффузией (п. 1.1). Вместе с тем, формально их можно описать на едином языке, используя понятия активатора и ингибитора. В данном случае роль активатора играет температура, а ингибитора — некоторая функция концентрации и температуры носителей:

$$\theta = \frac{T}{T_l}, \quad \eta = \frac{nD(\theta)}{n_h D^0} \equiv n\varphi^{-1}(\theta). \tag{1.25}$$

Учитывая (1.25), уравнения (1.21), (1.22) можно записать в виде [75, 76]

$$\frac{3}{2}\tau_\varepsilon^0\frac{\partial\eta\varphi(\theta)\,\theta}{\partial t}=l^2\Delta(\eta\theta)-q(\theta,\ \eta,\ A), \tag{1.26}$$

$$\tau_\text{r}\frac{\partial\eta\varphi(\theta)}{\partial t}=L^2\Delta\eta-Q(\theta,\ \eta), \tag{1.27}$$

где

$$q=\eta(\theta-1)\,\varphi(\theta)\frac{\tau_\varepsilon^0}{\tau_\varepsilon(\theta)}-A,$$
$$Q=\eta\varphi(\theta)-1,\quad A=\frac{W_j\tau_\varepsilon^0}{n_hT_l}. \tag{1.28}$$

Используя (1.28), легко убедиться, что условия расслоения (1.9), (1.10) с точностью до $\varepsilon^2\ll 1$ совпадают с соответствующими условиями, вытекающими из (1.24).

1.3. Классификация активных распределенных сред. Из анализа активных систем с диффузией следует, что тип реализующихся в них неустойчивостей зависит от величин $\alpha=\tau_\theta/\tau_\eta$ или $\varepsilon=l/L$ (п. 1.1), т. е. от степени инерционности и дальнодействия активатора по сравнению с ингибитором.

При $\varepsilon\ll 1$ и $\alpha>1$ не выполняется условие (1.6) возникновения однородных колебаний, но выполняется условие расслоения (1.10), т. е. неустойчивости однородного состояния системы относительно нарастания флуктуаций с выделенным волновым числом $k=k_0$ (1.9). Поэтому системы, в которых процесс ингибирования (торможения) по сравнению с активацией (возбуждением) является менее инерционным, но более дальнодействующим, называются K-системами [25, 120].

В системах с $\varepsilon>1$, но $\alpha\ll 1$ условие (1.10) расслоения однородного состояния не выполняется, но выполняется условие (1.6) возникновения однородных колебаний с выделенной частотой $\omega=\omega_0$ (1.8). Поэтому системы, в которых процесс ингибирования по сравнению с активацией оказывается короткодействующим, но более инерционным, называются Ω-системами [9].

Системы с $\varepsilon\ll 1$ и $\alpha\ll 1$, точнее системы, в которых процесс ингибирования является более инерционным и дальнодействующим, называются $K\Omega$-системами.

Важной характеристикой, определяющей свойства как автосолитонов (АС) [25], так и более сложного вида ДС, является кривая локальной связи (ЛС), т. е. зависимость $\eta(\theta)$, удовлетворяющая уравнению

$$q(\theta,\ \eta,\ A)=0\ \text{при}\ A=\text{const}, \tag{1.29}$$

а также кривая «уравнения состояний» (УС), т. е. зависимость $\eta(\theta)$, вытекающая из уравнения

$$Q(\theta,\ \eta,\ A)=0\ \text{при}\ A=\text{const}. \tag{1.30}$$

Точки пересечения этих кривых согласно (1.4) определяют однородное состояние системы ($\theta=\theta_h$, $\eta=\eta_h$). В случае, когда кривые ЛС и УС пересекаются в одной точке, системы называются моностабильными. В случае же, когда существуют три такие точки, системы называются триггерными или бистабильными, поскольку две из этих точек, как правило, отвечают устойчивым однородным состояниям. Особенности ДС и самоорганизации в таких системах обсуждаются в разделе 6.

Из условий (1.3) и (1.5) следует [25], что кривая ЛС в активных системах имеет N-, Λ-, И- или V-образный вид (рис. 2). По виду кривой ЛС системы называют N-, Λ-, И- или V-системами. Полное название систем в зависимости от инерционности и дальнодействия активатора и ингибитора и вида кривой ЛС приведено в табл. I, а реализующиеся в них ДС и эффекты, определяющие их перестройку, т. е. сценарии самоорганизации, обобщены в табл. II.

Таблица I

Вид кривой локальной связи	Название систем		
	K-системы: дальнодействующее и безынерционное (по сравнению с активацией) ингибирование	Ω-системы: короткодействующее и инерционное (по сравнению с активацией) ингибирование	KΩ-системы: дальнодействующее и инерционное (по сравнению с активацией) ингибирование
N (рис. 2, *а*)	KN-системы	ΩN-системы	KΩN-системы
И (рис. 2, *в*)	KИ-системы	ΩИ-системы	KΩИ-системы
Λ (рис. 2, *б*)	KΛ-системы	ΩΛ-системы	KΩΛ-системы
V (рис. 2, *г*)	KV-системы	ΩV-системы	KΩV-системы

Таблица II

Названия систем	Вид диссипативных структур (ДС)	Эффекты, определяющие перестройку ДС	Сценарии самоорганизации рассмотрены в пунктах
KN, KИ	Статические широкие	I—VI	3.1, 4.1—4.3, 5.1, 5.3, 5.4
KΛ, KV	Статические пичковые	I—III, V, VI	3.2, 4.1—4.3, 5.2, 5.3, 5.4
ΩN, ΩИ	Бегущие АС и другие автоволны	II, VI	11.1
KΩN, KΩИ	Широкие статические, пульсирующие; бегущие АС и другие автоволны	I—VI	3.1, 4.1—4.3, 5.1, 5.3, 5.4, 11.2—11.6
KΩΛ, KΩV	Пичковые статические, пульсирующие, бегущие	I—III, V, VI	3.2, 4.1—4.3, 5.2, 5.3, 5.4, 11.2—11.6

I — локальный пробой в статическом, пульсирующем или бегущем автосолитоне (АС), в стратах или в некоторых областях более сложного вида ДС (п. 2.1.1, 5.1) и автоволн; **II** — локальный пробой в осциллирующем «хвосте» статического (п. 1.2, 5.3), пульсирующего или бегущего АС; **III** — «перекачка» активатора между стратами (п. 2.2), пятнами, сгустками или другими фрагментами ДС (п. 5.1) и автоволн; **IV** — «гофрировка» стенок статических (п. 2.3), пульсирующих страт или других протяженных областей ДС (п. 5.1—5.3) и автоволн в дву- или трехмерных системах; **V** — дробление статических (п. 2.3), пульсирующих страт или других протяженных областей ДС (п. 5.1—5.3) и автоволн в дву- или трехмерных системах; **VI** — спонтанное возникновение у малой локальной неоднородности статического (п. 4.1), пульсирующего, бегущего АС или более сложного вида ДС и автоволн

В N- и И-системах производная $q'_\theta = 0$ в двух точках $\theta = \theta_0$ и θ'_0 (рис. 2, *а, в*), а в Λ- и V-системах — в одной точке $\theta = \theta_0$ (рис. 2, *б, г*). Значения A, при которых $\theta_h = \theta_0$ или θ'_0 обозначим соответственно A_0 или A'_0. Из (1.10) или (1.6) видно, что величины A_c и A'_c, определяющие границы выполнения условий неустойчивости однородного состояния системы, с точностью до $\varepsilon \ll 1$ или $\alpha \ll 1$ совпадают соответственно с A_0 и A'_0.

Свойства реализующихся в различных активных распределенных средах ДС являются общими, т. е. не зависят от конкретных механизмов активации (возбуждения) и ингибирования (торможения), а также от процессов, определяющих их инерционность и дальнодействие. Распределения активатора и ингибитора в пространстве могут определяться не только диффузионными процессами (п. 1.1 и 1.2), но и дальнодействующими связями другой природы, которые могут описываться интегральными операторами [125—130]. Для моделирования явлений в активных системах с дальнодействующими связями, в частности, используются уравнения типа [9, 125, 131—133]

$$\tau_\theta \frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial t} = -\tilde{\theta} + H\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty} \Phi(x'-x)\,\tilde{\theta}(x',t)\,\mathrm{d}x' - A - a\tilde{\eta}\right), \tag{1.31}$$

$$\tau_\eta \frac{\partial\tilde{\eta}}{\partial t} = \tilde{\theta} - \tilde{\eta}, \tag{1.32}$$

где $H(y)=1$ при $y \geqslant 0$ и $H(y)=0$ при $y<0$; а функция $\Phi(x)$ описывает короткодействующую активацию и дальнодействующее ингибирование [25]; слагаемое $a\tilde{\eta}$ в аргументе функции $H(y)$ описывает процесс изменения порога возбуждения среды, инерционность которого определяется уравнением (1.32). Поэтому при $\alpha=\tau_\theta/\tau_\eta > 1$ уравнения (1.31), (1.32) описывают распределенные среды, которые относятся к K-системам, а при $\alpha \ll 1$ — к KΩ-системам (см. табл. II).

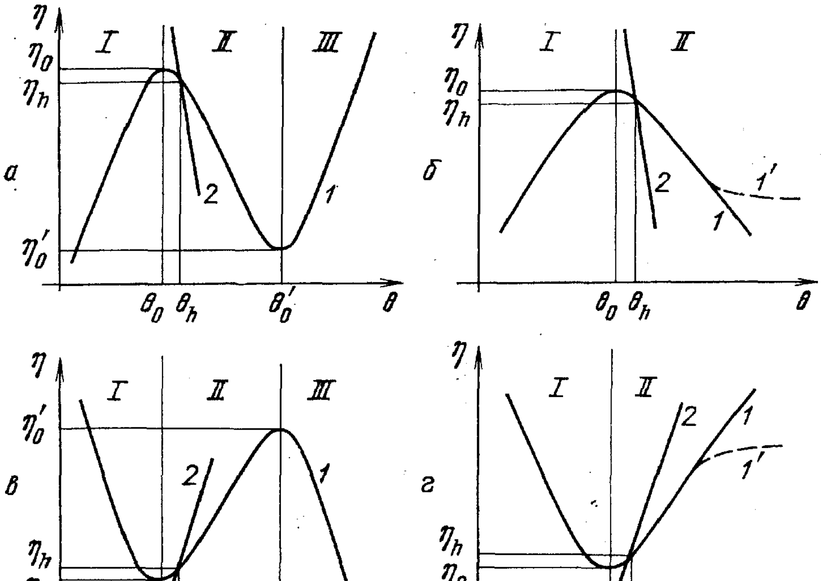

Рис. 2. Основные типы кривых локальной связи (ЛС) (кривые *1*) и уравнения состояния (УС) (*2*). Штриховыми кривыми *1'* на рис. *б*, *г* показаны системы с «вырожденными» кривыми ЛС [25]

В нелинейных оптических резонаторах, возбуждаемых внешним излучением, образуются дифракционные ДС в виде одиночных или взаимодействующих АС [107]. Процесс активации здесь связан с ростом интенсивности электромагнитного излучения за счет нелинейности коэффициента поглощения или показателя преломления среды в резонаторе. Процесс ингибирования связан с осцилляциями поля, вызванными дифракционными эффектами. Осцилляции дифракционной картины распространяются на расстояние, значительно превышающее ширину основного максимума, который определяет характерный пространственный масштаб изменения излучения в резонаторе. Иными словами, здесь процесс ингибирования оказывается более дальнодействующим, чем процесс активации. Поэтому такие системы [107] относятся к Ķ- или к ĶΩ-системам.

В системах с «перекрестной» диффузией, как отмечалось в п. 1.2, однородное состояние расслаивается при $\varepsilon \ll 1$. Поэтому такие системы относятся, как правило, к Ķ-системам (раздел 8 и табл. II), а при определенных условиях — к ĶΩ-системам. Последнее справедливо, например, когда в рассмотренной в п. 1.2 невырожденной ЭДП время рекомбинации электронов и дырок оказывается падающей функцией температуры или возрастающей функцией концентрации носителей [51].

Для того чтобы установить тип конкретной системы, а следовательно свойства ДС и возможные сценарии самоорганизации, необходимо явно выделить величины θ и η, играющие роль активатора и ингибитора. Подчеркнем, что в определенных случаях эти величины могут быть весьма сложными функциями реальных физических параметров системы (см., например, п. 1.2 и [50б, 51]). Затем следует определить характерные времена и длины изменения параметров θ и η и соотношения между ними. Далее необходимо проанализировать вид кривой ЛС, определяемой из соотношения (1.29), которое вытекает из уравнения для активатора для стационарного и однородного случая. Для некоторых физических систем такая процедура проведена в разд. 7 и 8 (см. также [25, 50б, 51]).

1.4. Диссипативные структуры малой амплитуды. Вблизи точки расслоения $A = A_c$ уравнения (1.1), (1.2) в одномерном случае допускают квазигармонические решения малой амплитуды. Их основная гармоника равна [3][5]

$$\theta(x) - \theta_h = \Delta\theta_m \cos(k_0 x), \quad \Delta\theta_m^2 = \varkappa^{-1}(A - A_c), \tag{1.33}$$

где $\varkappa$ — величина, зависящая от вида функций $q(\theta, \eta, A)$, $Q(\theta, \eta, A)$ и от величины ε [3, 134, 135]. При $\varepsilon \to 0$ выражение для $\varkappa$ имеет вид [135]

$$\varkappa = (q''_{\theta\theta})^2 \left[(Q'_\theta)^2 (q'_\theta Q'_\eta - q'_\eta Q'_\theta)(-q'_\eta Q'_\theta) \frac{dq'_\theta}{dA} \right]^{-1}. \tag{1.34}$$

Как отмечалось в п. 1.3, при $\varepsilon \to 0$ величина $A_c \to A_0$, т. е. к значению $A = A_0$, при котором $q'_\theta = 0$. Отсюда следует, что при A, близких к A_c, производная $dq'_\theta/dA < 0$. Учитывая это, а также условия (1.3) и (1.5), из (1.34) следует, что при малых значениях ε величина $\varkappa < 0$. Из (1.33) видно, что при $\varkappa < 0$ неоднородные состояния существуют при $A < A_c$, т. е. реализуется докритическое ветвление решений (рис. 1, *в*), при котором малоамплитудные состояния неустойчивы [3]. При некотором $\varepsilon = \varepsilon_c$ докритическое ветвление может смениться на закритическое (рис. 1, *г*). Например, для модели (1.12) при $B = 2$ величина $\varepsilon_c \sim 0{,}1$, но уже при $\varepsilon > \varepsilon_m = 0{,}5$ расслоение однородного состояния не реализуется ни при каких значениях A (рис. 1, *а*) (п. 1.1). Для модели ЭДП, рассмотренной в п. 8.2, значение $\varepsilon_m \approx 0{,}31$, а закритическое ветвление решений (рис. 1, *г*) реализуется при $\varepsilon > \varepsilon_{c1}$ или $\varepsilon > \varepsilon_{c2}$, где $\varepsilon_{c1} \approx 0{,}27$, $\varepsilon_{c2} \approx 0{,}23$ (рис. 1, *б*).

Из приведенных примеров следует, что закритическое ветвление решений (рис. 1, *г*), при котором малоамплитудные ДС устойчивы, реализуется в весьма узком диапазоне значений ε, т. е. параметров системы, и при уровнях возбуждения A, близких к критическому A_c. Поскольку при $\varepsilon = \varepsilon_c$ закритическое ветвление решений (рис. 1, *г*) сменяется на докритическое (рис. 1, *в*), то ясно, что при ε близких к ε_c, но меньших ε_c, бифуркационная диаграмма имеет вид, изображенный на рис. 1, *д*.

Как отмечалось во введении, исследованию свойств малоамплитудных ДО в моделях различных физических систем, в том числе гидродинамических, посвящено очень много работ (см., например [2б, 3, 5, 6, 9, 63—

74, 136]. Теория таких ДС основывается на том, чтобы, используя малость амплитуды ДС, получить более простые уравнения по сравнению с исходной системой фундаментальных нелинейных уравнений, описывающих конкретную физическую систему. Такими упрощенными уравнениями, в частности, являются [6, 9, 72, 74, 136, 137]

$$\tau\frac{\partial u}{\partial t}=\beta u+c\,|u|^2u-\mu\,|u|^4u+\gamma\Delta u \tag{1.35}$$

или

$$\tau\frac{\partial u}{\partial t}=\beta u+cu^2-\mu u^3-\gamma(k_0^2+\Delta)^2u, \tag{1.36}$$

где $\beta=(A-A_c)A_c^{-1}$, а $\operatorname{Re}\gamma>0$. Уравнение (1.35) с $c>0$ и $\mu>0$ было предложено Петвиашвили и Сергеевым [137]. Вывод уравнения (1.36) дан в монографии Хакена [6]. При $c=0$ и $\mu>0$ оно переходит в уравнение Свифта — Хоэнберга, выведенное ими для описания проблемы Бенара [68]. Заметим, что уравнения типа (1.35), (1.36) называют обобщенными уравнениями Гинзбурга — Ландау [6, 74], поскольку при действительных коэффициентах (c, μ, γ) они вытекают из уравнения

$$\tau\frac{\partial u}{\partial t}=-\frac{\delta F}{\delta u^*}, \tag{1.37}$$

где «свободная энергия» F имеет смысл функционала Ляпунова. При этом задача отыскания устойчивых стационарных состояний, т. е. устойчивых малоамплитудных ДС, сводится к отысканию минимумов F [74].

Подчеркнем, что уравнения типа (1.35), (1.36) описывают свойства только малоамплитудных ДС, в том числе и АС, которые могут образовываться при уровнях возбуждения, близких к критическому, т. е. при $|\beta|=|A-A_c|A_c^{-1}\ll 1$. При этом малоамплитудные АС, которые иногда называют локализованными автоструктурами или «частицами» [74], реализуются лишь в системах, когда бифуркационная диаграмма близка к изображенной на рис. 1, *д*, точнее, когда, несмотря на докритическое ветвление, в точке $A=A_c$ в результате расслоения образуются ДС малой амплитуды. Вместе с тем, в начале этого пункта было показано, что такая ситуация (рис. 1, *д*) реализуется лишь при $\varepsilon=l/L$ меньших ε_c, но очень близких к ε_c. В свою очередь, величина ε_c определяется нелинейностями системы, точнее видом функций $q(\theta,\eta)$ и $Q(\theta,\eta)$ в (1.1), (1.2). Отсюда следует, что решения в виде малоамплитудных АС допускают модели, описывающие свойства активных систем в малой окрестности вблизи $A=A_c$ и при очень жестком подборе их параметров. Такие жесткие требования в эксперименте выполнить трудно.

В п. п. 1.1 и 1.2 подчеркивалось, что условия неустойчивости однородного состояния выполняются тем легче, чем меньше величины ε или α. Из качественной теории дифференциальных уравнений известно [26], что при $\tau_\theta\ll\tau_\eta$ малоамплитудные квазигармонические колебания с частотой $\omega=\omega_0$ (1.8) неустойчивы и в системе при $A=A_c$ скачкообразно возникают релаксационные колебания большой амплитуды. Эти колебания представляют собой последовательные сочетания отрезков медленных и быстрых движений с характерными временами соответственно τ_η и τ_θ [26].

В начале данного пункта отмечалось, что при $\varepsilon\ll 1$ реализуется жесткий режим спонтанного образования ДС (рис. 1, *а*—*в*), когда в точке расслоения скачкообразно возникают ДС большой амплитуды (п. 1.5). В таких ДС ингибитор η плавно (с характерной длиной L) меняется по пространству, а распределение активатора θ представляет собой контрастную картину: в некоторых областях размера порядка l активатор резко меняется (раздел 12). Теория таких ДС большой амплитуды, в основе которой лежит малость $\varepsilon = l/L$, развита нами в [75—77]. Эта теория/основанная на анализе исходной системы фундаментальных уравнений, типа приведенных в п. 1.1 и 1.2, описывает форму, устойчивость и эволюцию ДС при произвольных уровнях возбуждения и реальном виде нелинейностей системы. Основные результаты этой теории и вытекающие из нее основные сценарии самоорганизации излагаются ниже.

1.5. Кинетика образования одномерных ДС — страт. В п. 1.1 и 1.2 отмечалось, что расслоение однородного состояния в точке $A = A_c$ связано с апериодическим нарастанием флуктуации периода $\mathcal{L}_0 = 2\pi k_0^{-1} \approx 2\pi (lL)^{1/2}$.

1.5.1. В KN- и KИ-системах благодаря $\varepsilon \ll 1$ в точке расслоения $A = A_c$ скачкообразно образуется ДС большой амплитуды (рис. 3, *а*, $t > t_3$), в которых ингибитор η слабо меняется вблизи $\eta = \eta_s \neq \eta_h$, а распределение активатора имеет, как правило, вид широких страт [76], в которых

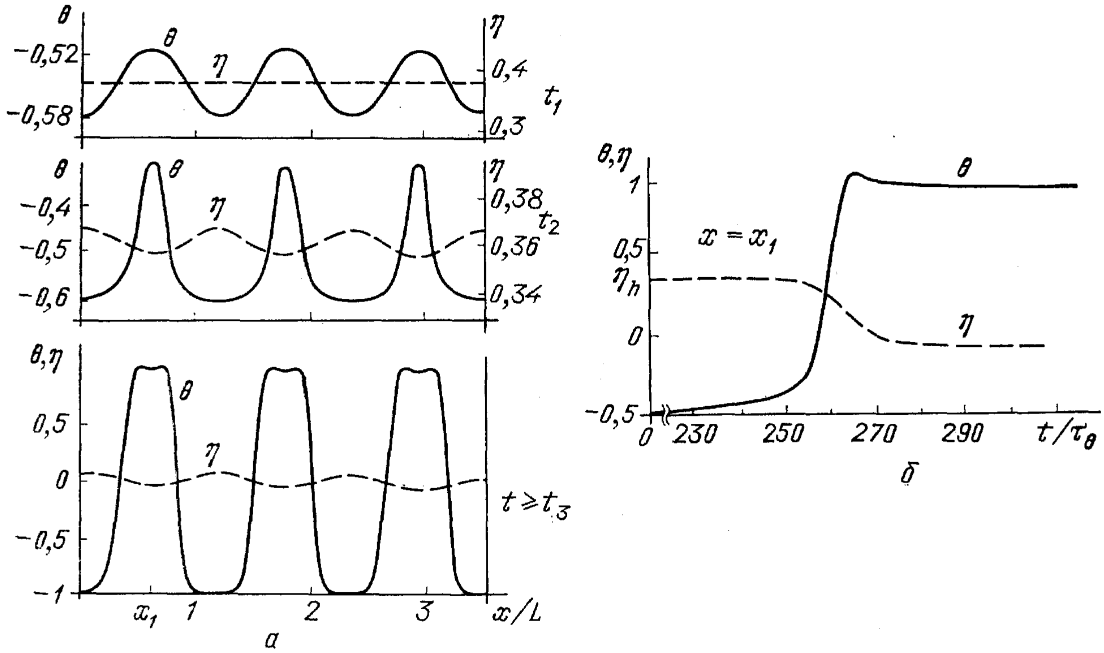

Рис. 3. Кинетика спонтанного образования широких страт. *а* — Распределения θ и η в различные моменты времени ($t_1 = 220\,\tau_\theta$, $t_2 = 250\,\tau_\theta$, $t_3 = 370\,\tau_\theta$). *б* — Зависимость $\theta(t)$ в центре образующихся страт ($x = x_1$). Результаты численного решения уравнений (1.1), (1.2), (1.13) при $A = 0{,}21$, $\varepsilon = 0{,}033$, $\alpha = 1$, выполненного авторами работы [100]

$\theta(x)$ в некоторых областях размера $\sim l$ — стенках страт, резко меняется от $\theta_{\min} \approx \theta_{s1}$ до $\theta_{\max} \approx \theta_{s3}$. (Уравнения, определяющие значения ингибитора в стенках страт η_s, а также величины θ_{s1} и θ_{s3} и функции $\theta(x)$ и $\eta(x)$ в стратах приведены в разд. 12.)

Иными словами, форма образующейся при расслоении ДС принципиально отличается от квазигармонической, т. е. от вида критической флуктуации (моды с $k \approx k_0$), нарастание которой приводит к формированию ДС. Это означает, что при $\varepsilon \ll 1$ даже вблизи критической точки ($A = A_c$) при анализе возникающей ДС нельзя ограничиваться малым числом взаимодействующих мод, выбирая в качестве главной нарастающую флуктуацию[10] с $k \approx k_0$. Это связано с весьма нетривиальным нелинейным эффектом, проявляющимся в процессе формирования ДС в точке расслоения однородного состояния системы. Сильно затухающие в линейной теории коротковолновые моды с $k \gg k_0$ с учетом нелинейного взаимодействия мод по мере возрастания критической флуктуаиии с $k \approx$

$\approx k_0$ начинают нарастать, причем их инкремент, начиная с некоторого момента времени, превосходит инкремент нарастания критической флуктуации. Этот эффект наблюдается при численных исследованиях (рис. 3) и вытекает, в частности, из аналитического исследования кинетики расслоения тока в транзисторе [138].

1.5.2. В KΛ- и KV-системах ДС имеют принципиальные особенности. В таких системах при расслоении их однородного состояния образуются пичковые страты большой амплитуды двух типов: узкие (рис. 4, *а*) [75]

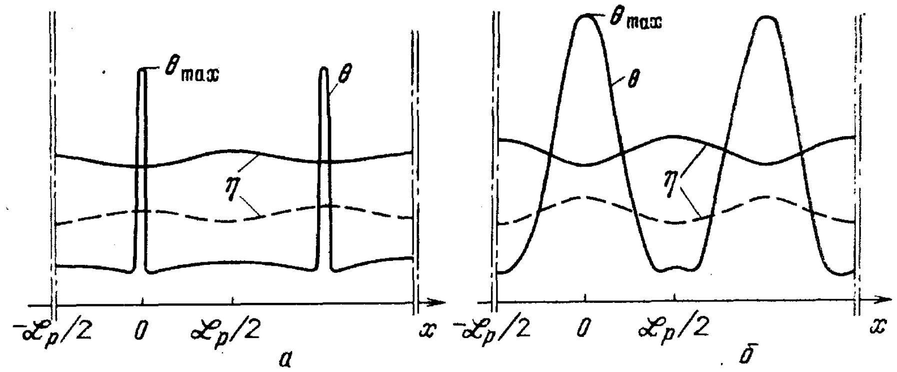

Рис. 4. Два типа пичковых страт: *а* — узкие, *б* — широкие. Сплошные и штриховые кривые η отвечают соответственно Λ- и V-системам

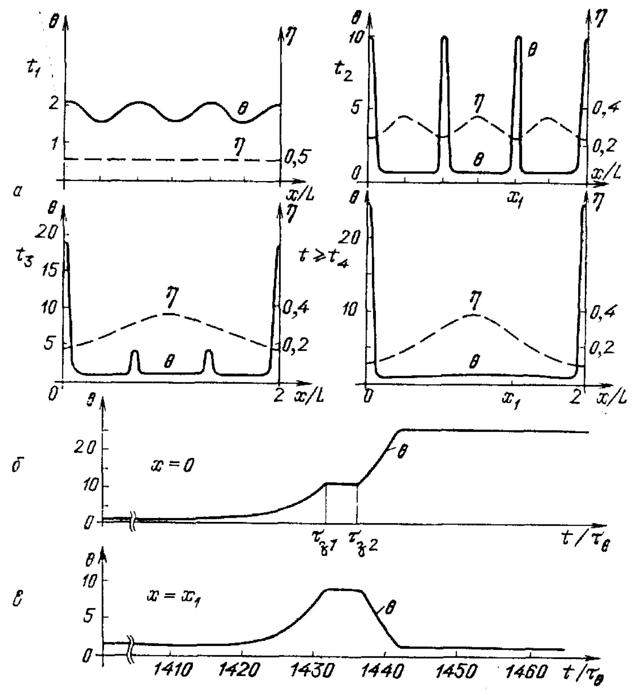

Рис. 5. Кинетика спонтанного образования узких пичковых страт. *а* — Распределения θ и η в различные моменты времени ($t_1=1324\ \tau_\theta$, $t_2=1433\ \tau_\theta$, $t_3=1439\ \tau_\theta$, $t_4=1460\ \tau_\theta$). *б, в* — Зависимость $\theta(t)$ в точках $x=0$ и $x=x_1$. Результаты численного решения уравнений (1.1), (1.2), (1.12) при $A=1{,}1$; $B=2$, $\varepsilon=2{,}24\cdot10^{-2}$, $\alpha=1$, выполненного авторами работы [82]

или широкие (рис. 4, *б*) [98, 139]. Независимо от малости $\varepsilon=l/L\ll1$ ширина узких пичковых страт составляет величину порядка l, а широких — порядка L. Амплитуда пичковых страт (величина θ_{max}) тем больше, чем меньше значение ε [75, 81, 140, 141], причем амплитуда пичковых широких страт может достигать гигантской величины уже при не очень малом значении ε [98]. Широкие пичковые страты могут реализовываться в системах, в которых $Q(\theta, \eta, A)$ в (1.2) не является достаточно сильно возрастающей функцией θ [98, 139].

Узкие пичковые страты, периода $\mathscr{L}_p = \mathscr{L}_0$ во многих случаях оказываются неустойчивыми [75] (п. 3.2). Поэтому период образующихся при расслоении устойчивых пичковых страт может заметно превышать величину $\mathscr{L}_0 = 2\pi k_0^{-1}$. Отметим особенность формирования узких пичковых страт. Пусть в момент времени $t \geqslant 0$ уровень возбуждения системы превышает критическое значение $A = A_c$ на малую величину. В результате нарастания критической флуктуации периода $\mathscr{L}_0 = 2\pi k_0^{-1}$ через время задержки τ_{31} в системе формируются пичковые страты периода $\mathscr{L}_0$ (рис. 5, $t = t_2$). Такая ДС представляет собой некоторое метастабильное состояние. Это состояние в результате неустойчивости типа «перекачки» (п. 2.2) [75] через некоторое время ($\tau_{32} - \tau_{31}$; рис. 5, *б*), связанноес нарастанием флуктуации большего периода, приобретает вид пичковых страт периода $\mathscr{L}_p > \mathscr{L}_0$ (рис. 5, $t = t_4$). Увеличение периода страт в процессе их спонтанного формирования происходит до тех пор, пока не образуются устойчивые страты[11]. Последние представляют собой периодическую последовательность относительно слабо взаимодействующих пичковых автосолитонов (АС), форма которых (см. рис. 4) проанализирована в [75, 98, 139] и рассмотрена в обзоре [25].

Вывод о неустойчивости страт периода $\mathscr{L}_0 = 2\pi k_0^{-1}$ в большей мере относится к Λ- и V-системам, в которых образуются широкие пичковые страты (рис. 4, *б*) [98], так как уже их ширина, составляющая величину $\sim L$, при $\varepsilon \ll 1$ превышает значение $\mathscr{L}_0$.

2. Эффекты, определяющие перестройку страт.

2.1. Локальный пробой в стратах [75, 76, 78]. Периодические страты периода $\mathscr{L}_p > L$ по существу представляют собой периодическую последовательность взаимодействующих АС (рис. 6, *а*). При

Рис. 6. К пояснению эффекта локального пробоя между стратами периода $\mathscr{L}_p \gtrsim L$ (*а*), в центре холодного автосолитона (АС) (*в*), в «хвостах» горячего АС (*г*). На рис. *б* показан вид кривой ЛС (кривая *1*) для N-систем и истинная зависимость $\eta(\theta)$ (*2*) в стратах (*а*) и АС (*в*, *г*) вблизи критических уровней возбуждения системы соответственно $A_d^{(N)}$, A_d' и $\tilde{A}_c$. Стрелками символически иллюстрируется локальный пробой, т. е. лавинообразное локальное увеличение активатора от $\theta \approx \theta_0$ до $\theta \approx \theta_d'$ (рис. *б*)

определенных значениях уровня возбуждения в стратах, так же как и в АС [25], может происходить локальный пробой, т. е. резкое изменение активатора в некоторых локальных областях ДС, приводящее к увеличению количества страт в системе.

2.1.1. В N- и И-системах локальный пробой может происходить между стратами (рис. 6, *а*) или в центре страт (рис. 7, *а*), т. е. в областям плавного изменения $\eta(x)$ и $\theta(x)$. В этих областях связь между η и θ определяется соотношением (1.29), т. е. отвечает кривой ЛС (п. 12.1). Соответствующая кривой ЛС (рис. 2, *а*, *в*) зависимость $\theta(\eta)$ имеет S-образный вид (рис. 6, *б*, и 7, *б*). Локальный пробой связан с тем, что в процессе эволюции страт при изменении уровня возбуждения A значение ингибитора η_m в центре страт достигает экстремальной величины η_0' (рис. 7, *б*) или значение ингибитора η_t между стратами становится равным экстремальной величине η_0 (рис. 6, *б*).

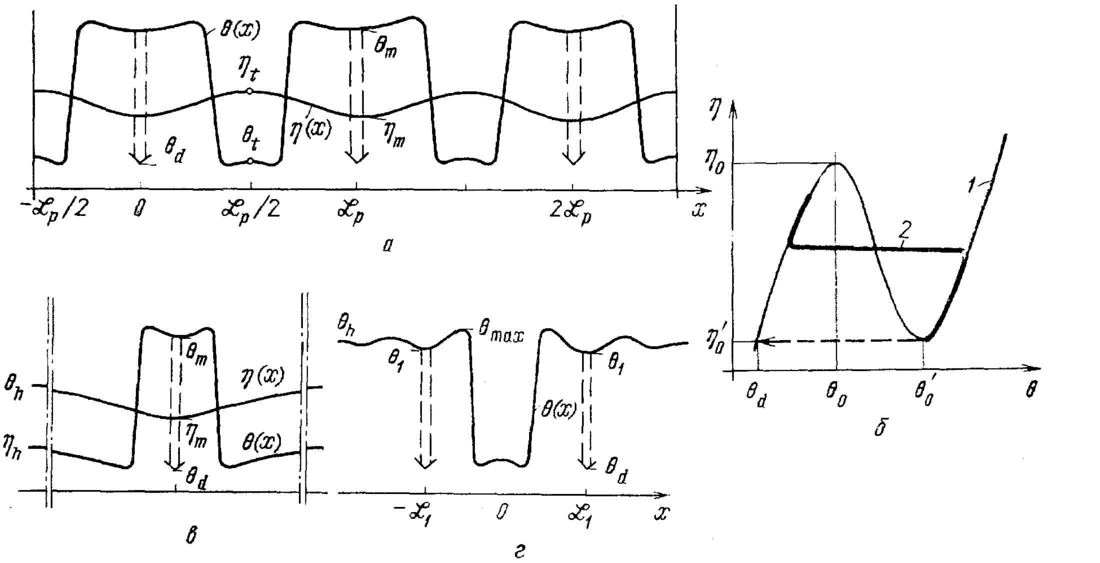

Рис. 7. К пояснению эффекта локального пробоя в центре страт периода $\mathcal{L}_p \gtrsim L$ (*а*), в центре горячего АС (*в*), в «хвостах» холодного АС (*г*). На рис. *б* показан вид кривой ЛС (кривая *1*) для N-систем и истинная зависимость $\eta(\theta)$ (*2*) в стратах (*а*) и АС (*в*, *г*) вблизи критических уровней возбуждения системы соответственно $A_d'^{(N)}$, A_d и $\tilde{A}_c'$. Стрелками символически иллюстрируется локальный пробой, т. е. лавинообразное локальное уменьшение активатора от $\theta \approx \theta_0'$ до $\theta \approx \theta_d$ (рис. *б*)

В первом случае при дальнейшем изменении A в центре страт при практически неизменном значении $\eta_m \approx \eta_0'$, происходит резкое уменьшение активатора от величины $\theta_m \approx \theta_0'$ до величины $\theta \approx \theta_d$ (рис. 7, *а*, *б*). В результате такого локального пробоя (символически показанного стрелками на рис. 7, *а*, *б*) происходит деление страт. Такого же типа локальный пробой (символически изображенный стрелкой на рис. 7, *в*) приводит к делению горячего АС, рассмотренного в п. 3.5 обзора [25].

Во втором случае дальнейшее изменение A приведет к локальному пробою между стратами, т. е. к резкому увеличению активатора от значения $\theta_t \approx \theta_0$ до $\theta \approx \theta_d'$ при $\eta_t \approx \eta_0$ (символически такой локальный пробой показан стрелками на рис. 6, *а*, *б*).

Аналогичный локальный пробой (символически показанный стрелкой на рис. 6, *в*) приводит к делению холодного АС (см. [25]).

Рассмотренные эффекты локального пробоя в центре страт или между ними являются следствием того, что при некоторых критических значениях $A = A_d^{(N)}$ или $A_d'^{(N)}$ решение в виде N страт в образце размера $\mathcal{L}$, т. е. страт периода $\mathcal{L}_p = \mathcal{L}/N$, исчезает. Формально это непосредственно следует из процедуры построения периодических страт, изложенной в разделе 12, где также приведены формулы, которые с точностью до $\varepsilon \ll 1$ определяют значения $A = A_d^{(N)}$ и $A_d'^{(N)}$ и критическую ширину страт в этих точках. Из процедуры построения страт также следует, что одному значению A отвечает множество решений в виде страт различного периода.

Период страт ограничен сверху некоторой величиной $\mathscr{L}_{\max}$, значение которой зависит от A. Эту зависимость для конкретной системы можно найти по формулам, приведенным в п. 12.2.

Качественный вид зависимости[12] $\mathscr{L}_{\max}(A)$ (рис. 8, *а*) вытекает из того факта, что при $A<A_c$ или $A>A_c'$ в системе можно возбудить АС [25], т. е. уединенное состояние, которое можно рассматривать как страты периода $\mathscr{L}_p=\infty$. Вместе с тем существуют системы, в которых АС в виде уединенной горячей страты (рис. 6, *в*) реализуется лишь при $A<A_d<A_c$, а также системы, в которых АС в виде уединенной холодной страты (рис. 6, *в*), можно возбудить лишь при $A>A_d'>A_c'$. В точках $A=A_d$ (или $A=A_d'$) происходит деление горячего (или холодного АС) (п. 3.5 в [25]). Для таких систем зависимости $\mathscr{L}_{\max}(A)$ имеют вид, изображенный соответственно на рис. 8, *б* и *в*. Для систем, где АС можно возбудить лишь при $A<A_d$ и $A>A_d'$, зависимость $\mathscr{L}_{\max}(A)$ отвечает изображенной на рис. 8, *г*. Заметим, что величины $A=A_d$ и A_d' и отвечающие им значения максимально возможной ширины горячего и холодного АС с точностью до $\varepsilon\ll 1$ определяются соответственно по формулам (3.37)—(3.39) в обзоре [25].

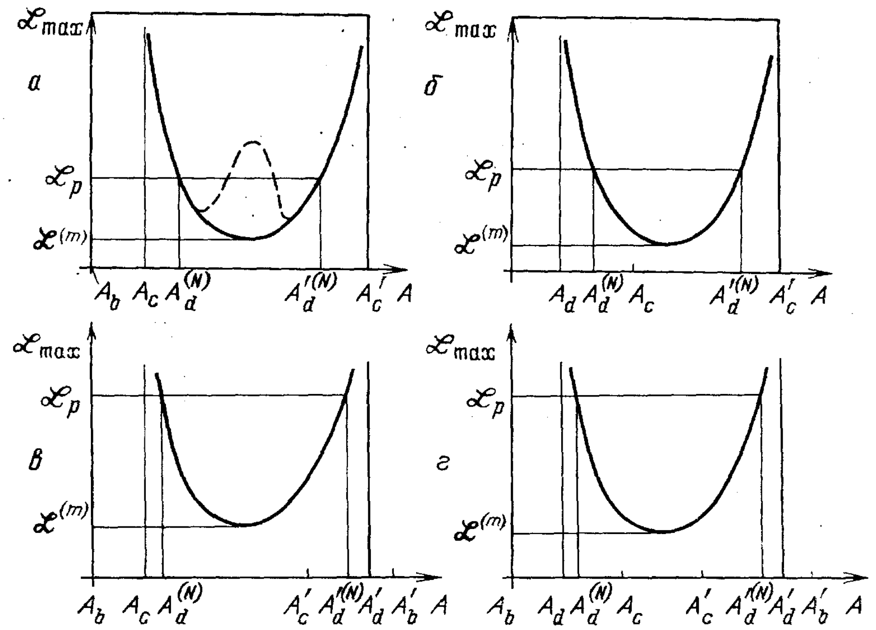

Рис. 8. Вид возможных зависимостей максимального периода страт $\mathscr{L}_{\max}$ от уровня возбуждения A (см. п. 12.2 и примечание к тексту [12])

Как подчеркивалось во введении, локальный пробой приводит к динамической перестройке ДС, которая не связана с наличием в системе флуктуаций. При динамической перестройке время образования новой ДС определяется значениями характерных времен изменения активатора и ингибитора и величиной превышения A над соответствующим критическим значением A_d, A_d', $A_d^{(N)}$ или $A_d'^{(N)}$. Наличие флуктуаций приводит лишь к конечной вероятности возникновения локального пробоя, не доходя до этих точек, а также может ускорить начальную фазу развития локального пробоя при A, превышающем, но очень близком к соответствующему критическому значению. Такая кинетика развития локального пробоя, приводящего к делению АС и страт, наблюдалась в модели ЭДП [100, 104, 109]. По-видимому, с рассмотренным эффектом локального пробоя связано деление АС и страт, наблюдаемое при численных и экспериментальных исследованиях композитных сверхпроводников [19, 97, 142] и структур с газоразрядной областью (см. рис. 5 в [87б]).

2.1.2. Локальный пробой может происходить не только в центре, но и на периферии, т. е. в «хвостах» АС [110]. Такой эффект связан с тем, что при A, близких к A_c, монотонный спад $\theta(x)$ и $\eta(x)$ к θ_h и η_h на периферии АС может смениться на осциллирующий [25]. Возникновение осцилляции на периферии АС при $A \to A_c$ можно связать с тем, что «хвост» АС можно рассматривать как реакцию системы на вызванное АС локальное уменьшение активатора в точке, где $\theta = \theta_{min}$ (рис. 6, *г*). В свою очередь, отклик однородной устойчвой системы на малую локальную неоднородность параметров среды при A, близких к A_c, представляет собой затухающее по амплитуде вне неоднородности осциллирующее[13] распределение $\theta(x)$.

Чем ближе значение A к A_c, тем больше амплитуды наиболее ярко выраженных максимумов $\theta = \theta_1$ в осциллирующих распределениях $\theta(x)$ в «хвостах» АС (рис. 6, *г*). При некотором значении $A = \tilde{A}_c$, близком к A_c, когда величина θ_1 в точках этого максимума превышает величину θ_0 (рис. 6, *б*) на некоторое критическое значение, в этих местах происходит локальный пробой, т. е. резкое локальное нарастание активатора (символически показанное стрелками на рис. 6, *б, г*) от величины $\theta_1 \approx \theta_0$ до $\theta \approx \theta_d'$. Локальный пробой связан с тем, что при $A \to A_c$ значение η_h близко к η_0, а локальная зависимость $\theta(\eta)$ имеет S-образный вид (рис. 6, *б*). Таким образом, находящиеся от центра АС на расстоянии $\mathscr{L}_1$ ближайшие два максимума в осциллирующем распределении $\theta(x)$ (рис. 6, *г*) проявляются как затравки для скачкообразного возникновения в них страт. В «хвостах» страт, в свою очередь, происходит локальный пробой и образование новых страт.

Локальный пробой может возникать и в «хвостах» холодного АС при $A \to A_c'$. Такой пробой, т. е. лавинообразное локальное уменьшение активатора от $\theta_1 \approx \theta_0'$ до $\theta \approx \theta_d$, возникает в ближайших к центру холодного АС минимумах осциллирующего распределения $\theta(x)$ на периферии АС (рис. 7, *г*). Он реализуется при некотором значении $A = \tilde{A}_c'$, близком к A_c', когда значение θ_1 в этих минимумах оказывается меньше θ_0' на некоторую критическую величину (символически локальный пробой показан стрелками на рис. 7, *б*, *г*).

2.2. «Перекачка» активатора между стратами [75, 76]. Из теории устойчивости страт (п. 12.4) следует, что при некоторых значениях $A = A_p^{(N)}$ или $A_p'^{(N)}$ состояние в виде N страт периода $\mathscr{L}_p = \mathscr{L}/N$ (рис. 9, *а*) становится неустойчивым относительно нарастания флуктуации активатора $\delta\theta \approx \delta\theta_{N/2,0}$ удвоенного периода. Из вида критической флуктуации (рис. 9, *г*), следует, что ее нарастание приводит к увеличению ширины (или амплитуды) одной страты и сужению соседней, т. е. описывает перекачку активатора между стратами. В результате число страт в системе может уменьшиться вдвое (рис. 10) [109].

Неустойчивость типа перекачки реализуется при значениях $A = A_p^{(N)} > A_b$ или $A_p'^{(N)} < A_b'$, т. е. не доходя до точек $A = A_b$ и A_b', определяющих границу устойчивости АС (см. п. 4.2 в [25]). Этот результат связан с тем, что нарастание флуктуации активатора $\delta\theta \approx \delta\theta_{0,0}$, имеющей период $\mathscr{L}_p$ и являющейся четной функцией x относительно центра страт (рис. 9, *в*), подавляется знакопостоянным изменением ингибитора (рис. 9, *в*) вплоть до точки $A = A_b$ (или $A = A_b'$), где $d\mathscr{L}_s/dA = \infty$ и $d\eta_s/dA = \infty$. Нарастание флуктуации $\delta\theta \approx \delta\theta_{N/2,0}$ периода $2\mathscr{L}_p$ демпфируется знакопеременным изменением ингибитора $\delta\eta$ того же периода (рис. 9, *г*). Демпфирующее действие такого изменения ингибитора уменьшается вследствие его диффузионного расплывания, которое тем сильнее, чем меньше расстояние между стратами $\mathscr{L}_p$. Отсюда следует, что чем меньше период страт, тем в меньшем диапазоне изменения A они устойчивы (п. 12.4).

Критическая ширина страт (см. п. 12.4) периода $\mathscr{L}_p < L$ в точке $A = A_p^{(N)}$ приближенно равна [79]:

$$\mathscr{L}_s(A_p^{(N)}) \equiv \mathscr{L}_c^{(N)} \sim l \ln \frac{L^2}{l\mathscr{L}_p}. \tag{2.1}$$

Из изложенной картины неустойчивости страт вытекает, что период страт, реализующихся при заданном значении A, ограничен снизу некоторой величиной $\mathscr{L}_{min}$. Страты периода $\mathscr{L}_p < \mathscr{L}_{min}$ неустойчивы относительно нарастания флуктуации $\delta\theta \approx \delta\theta_{N/2,0}$ (рис. 9, *г*), описывающей перекачку активатора.

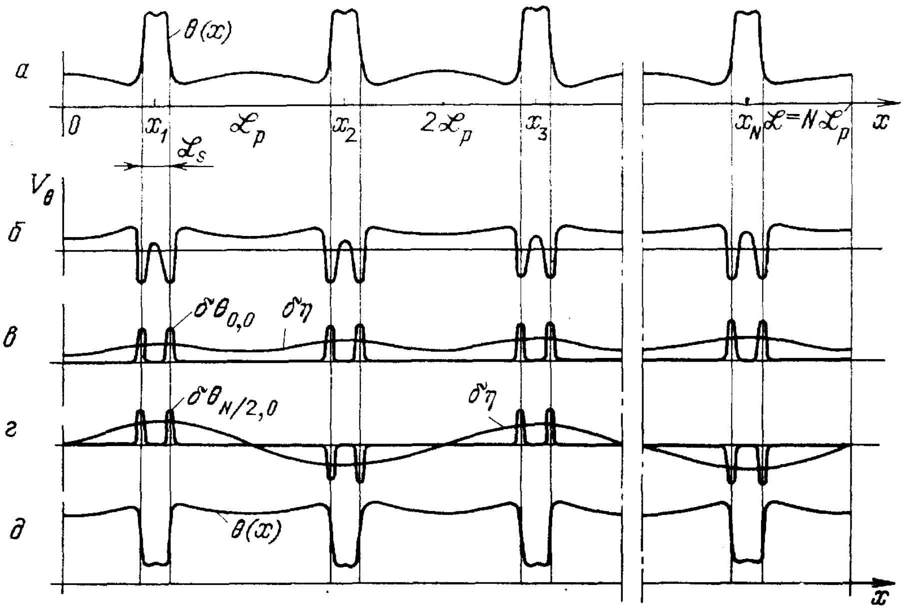

Рис. 9. К анализу устойчивости периодических страт (*а*, *д*), *б* — Вид «потенциала» V_θ (см. п. 12.4). *в*, *г* — Вид критических функций $\delta\theta_{0,0}$ (*в*) и $\delta\theta_{N/2,0}$ (*г*) и возмущений ингибитора $\delta\eta$, демпфирующих опасные флуктуации активатора $\delta\theta \approx \delta\theta_{0,0}$, $\delta\theta \approx \delta\theta_{N/2,0}$ в стратах (*а*, *д*)

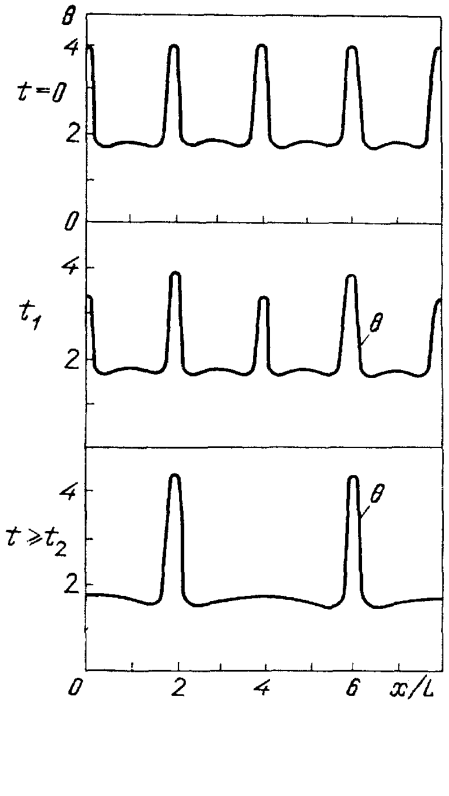

Рис. 10. Численное моделирование кинетики эффекта «перекачки» активатора (температуры носителей) между стратами в «плотной» ЭДП [109]; $t_1 = 20\,\tau_r$, $t_2 = 135\,\tau_r$

2.3. Гофрировка стенок и дробление страт [77]. Страты в дву- и трехмерных системах могут терять устойчивость относительно нарастания флуктуаций активатора $\delta\theta(x, y, z)$, неоднородных в плоскости стенок страт, т. е. в областях резкогоизменения $\theta(x)$ (рис. 11, а). Критическая флуктуация $\delta\theta=\delta\theta(x)\exp(i\mathbf{k}_\perp\mathbf{r}_\perp)$ (рис. 11, *а*) локализована в области стенок страт, поэтому ее нарастание может приводить в

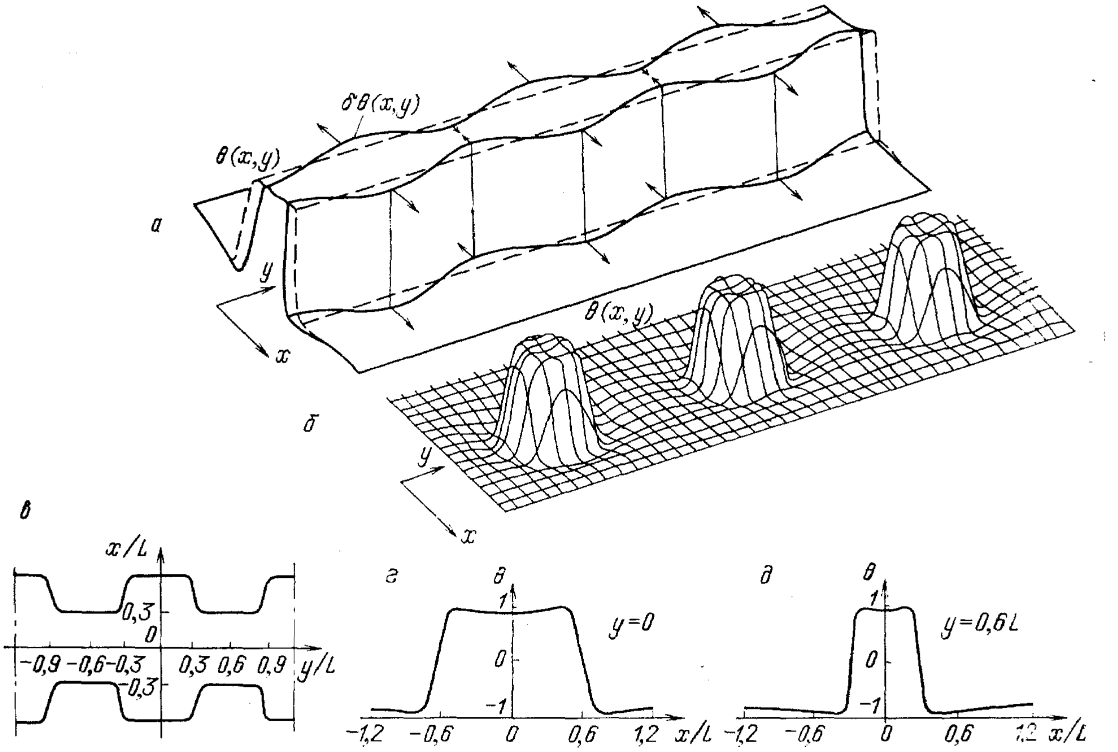

Рис. 11. К пояснению эффекта «гофрировки» и дробления страт. *а* — Вид локализованных в стенках страт критических флуктуаций активатора $\delta\theta$ (x, y), нарастание которых (символически показанное стрелками) приводит к дроблению страт и образованию множества взаимодействующих автосолитонов (*б*) или же к образованию страты с гофрированными стенками (*в*). *г*, *д* — Распределения активатора в сечениях страты (*в*) — $y=0$ (*г*) и $y=0{,}6L$ (*д*) (результаты численного решения уравнений (1.1), (1.2), (1.13) при $A=0{,}35$, $\varepsilon=0{,}033$, $\alpha=1$, выполненного авторами работы [100]). Штриховыми линиями на рис. *а* показано исходное распределение θ (x, y) в стратах

двумерной системе к гофрировке стенок страт (рис. 11, *в*—*д*) (в трехмерной — появлению на стенках страт ячеистой структуры) или же разбиению страт на более мелкие области в виде взаимодействующих АС (рис. 11, *б*), по виду близких к радиально-симметричным АС (см. рис. 11 в [25]). Критические значения ширины страт в KN- и КИ-системах можно оценить из выражения (12.52), положив в нем $\gamma=0$. Из этого критерия следует [79], что условие неустойчивости страт выполняется относительно флуктуаций с $k_\perp \sim (l/\mathscr{L}_\mathrm{p})^{1/4}(lL)^{-1/2}$, когда ширина $(\mathscr{L}_\mathrm{s})$ горячих страт (рис. 6, *а*) $\mathscr{L}_\mathrm{s} < \mathscr{L}_\mathrm{b1}^{(N)}$ или $\mathscr{L}_\mathrm{s} > \mathscr{L}_\mathrm{c1}^{(N)}$, где [79]

$$\begin{aligned} \mathscr{L}_\mathrm{b1}^{(N)} &\equiv \mathscr{L}_\mathrm{s}(A_\mathrm{b1}^{(N)}) \sim l\ln\left[\varepsilon^{-1}\left(\frac{\mathscr{L}_\mathrm{p}}{l}\right)^{1/2}\right], \\ \mathscr{L}_\mathrm{c1}^{(N)} &\equiv \mathscr{L}_\mathrm{s}(A_\mathrm{c1}^{(N)}) \sim (lL)^{1/2}\left(\frac{L}{\mathscr{L}_\mathrm{p}}\right)^{1/2}. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Иными словами, в дву- и трехмерном случае ширина устойчивых страт заключена в пределах $\mathscr{L}_\mathrm{b1}^{(N)} < \mathscr{L}_\mathrm{s} < \mathscr{L}_\mathrm{c1}^{(N)}$, т. е. они, как правило, устойчивы в меньшем диапазоне $[A_\mathrm{b1}^{(N)}, A_\mathrm{c1}^{(N)}]$ изменений A, чем в одномерном случае (п. 3.1). Численные исследования показывают, что сужающиеся при уменьшении A горячие страты (при $A=A_\mathrm{b1}^{(N)}$), как правило, дробятся на более мелкие области; при увеличении A (в точке $A=A_{c1}^{(N)}$) в зависимости от параметров системы может происходить как дробление (рис. 11, *б*), так и «гофрировка» стенок страт (рис. 11, *в—г*). Страты с «гофрированными» (или «ячеистыми» стенками) могут представлять собой метастабильное состояние.

3. Сценарии самоорганизации в идеально однородных одномерных системах [75, 76].

3.1. Эволюция широких страт. Результаты, приведенные в п. п. 2.1 и 2.2, позволяют сделать вывод о том, что в одномерных KN- и КИ-системах размера $\mathscr{L} \gg L$ при заданном значении A может существовать множество устойчивых ДС в виде страт периода от $\mathscr{L}_{\max}$ до $\mathscr{L}_{\min}$.

Величина $\mathscr{L}_{\max}$ определяет максимально возможный период страт, при превышении которого число страт возрастает вдвое в результате локального пробоя в центре страт или между ними (п. 2.1).

Величина $\mathscr{L}_{\min}$ определяет минимальный период страт, при котором страты при данном A теряют устойчивость (п. 2.2). Значение $\mathscr{L}_{\min}$ определяется по формулам, приведенным в разд. 12. Как уже отмечалось, при $A \to A_b$ или A_b страты конечного периода теряют устойчивость и устойчивым остается лишь АС, т. е. состояние, которое можно рассматривать как страты периода $\mathscr{L}_p = \infty$. Отсюда вытекает, что зависимость $\mathscr{L}_{\min}(A)$ качественно имеет вид, изображенный на рис. 12, *а*.

Зависимости $\mathscr{L}_{\max}(A)$ (рис. 8) и $\mathscr{L}_{\min}(A)$ (рис. 12, *а*) по существу и определяют различные сценарии самоорганизации, реализующиеся в идеально однородных системах в одномерном случае. Эволюцию страт при изменении A удобно также анализировать, используя одну из бифуркационных характеристик системы: зависимость значения $\eta = \eta_s$ в стенке страт от A (рис. 12, *б*), ширины страт $\mathscr{L}_s$ от A и т. п. [25].

1) В точке $A=A_c$ однородное состояние системы расслаивается относительно нарастания флуктуаций периода $\mathscr{L}_0 = 2\pi k_0^{-1} \approx 2\pi (lL)^{1/2}$ (п. п. 1.1 и 1.2). В результате нарастания такой флуктуации, т. е. флуктуационной перестройки однородного состояния, в рассматриваемых системах скачкообразно (скачок $0 \to 1$ на рис. 12, *а*, *б*) образуются страты большой амплитуды. Ширина страт $\mathscr{L}_s(A_c)$ периода $\mathscr{L}_0$ существенным образом зависит от нелинейности системы. Она определяется формулами, приведенными в п. 12.1. Период образующихся страт будет совпадать с величиной $\mathscr{L}_0$, если $\mathscr{L}_0 > \mathscr{L}_{\min}(A_c)$, т. е. когда их ширина $\mathscr{L}_s(A_c)$ превышает критическую ширину устойчивых страт $\mathscr{L}_c^{(N)}$ периода $\mathscr{L}_0$. Оценка для $\mathscr{L}_c^{(N)}$ следует из формулы (2.1), если в ней положить $\mathscr{L}_p = \mathscr{L}_0$.

В противоположном случае, когда $\mathscr{L}_0 < \mathscr{L}_{\min}(A_c)$, страты периода $\mathscr{L}_0$ неустойчивы относительно перекачки, и в точке $A=A_c$ возникнут страты периода $\mathscr{L}_p > \mathscr{L}_0$.

Образующиеся в KN- и КИ-системах в точке $A=A_c$ горячие страты при увеличении уровня возбуждения расширяются (рис. 12, *г*) и трансформируются в холодные страты того же периода (рис. 12, *д*). В точке $A=A_p'^{(N)}$ холодные страты становятся неустойчивыми, когда их ширина $\tilde{\mathscr{L}}_s$ (рис. 12, *д*) достигает значения $\tilde{\mathscr{L}}_c^{(N)}$, по порядку величины совпадающего со значением для величины $\mathscr{L}_c^{(N)}$, даваемой (2.1). Такая неустойчивость (типа перекачки) холодных страт (рис. 12, *д*) связана с нарастанием критической флуктуации активатора, имеющей удвоенный период. В результате апериодического нарастания такой флуктуации может происходить скачкообразное (скачок $2' \to 3'$ на рис. 12, *а*, *б*) уменьшение вдвое числа холодных страт. Кинетика такого эффекта изучена при численном исследовании модели плотной ЭДП (см. рис. 22 в [109]).

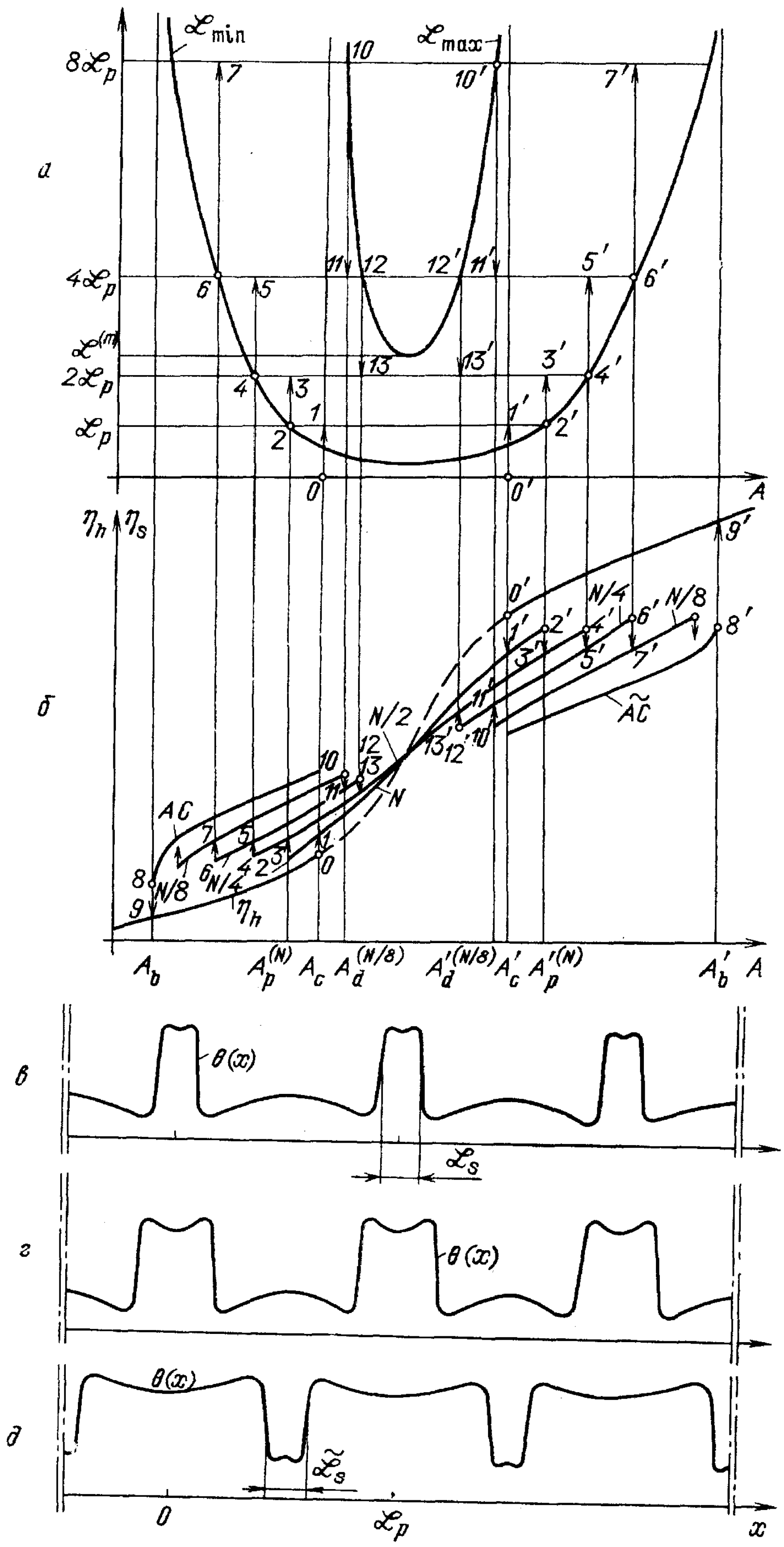

Рис. 12. К пояснению эволюции периодических страт. *а*, *б* — Вид зависимости $\mathscr{L}_{min}$ и $\mathscr{L}_{max}$ от A (*а*) и бифуркационной характеристики η_s (A) (*б*). *в*, *д* — Распределение активатора в горячих (*в*, *г*) и холодных (*д*) стратах. Номера кривых N, $N/2$, $N/4$, $N/8$ на рис. *б* отвечают числу в системе страт периода $\mathscr{L}_p$, $2\mathscr{L}_p$, $4\mathscr{L}_p$, $8\mathscr{L}_p$ соответственно, а AC и $\widetilde{AC}$ — горячему и холодному АС

(В некоторых системах в точке $A = A_p'^{(N)}$ могут возникать страты, период которых также равен $2\mathscr{L}_p$, но содержит две (слабоискаженные) асимметричные страты.) При дальнейшем увеличении A в результате последовательности таких бифуркаций удвоения периода будет происходить последовательное скачкообразное уменьшение числа страт (скачки $4' \to \to 5'$, $6' \to 7', \ldots$ на рис. 12, *а*, *б*). В итоге в системе при A, близких к A_b', может спонтанно возникнуть холодный АС, который скачкообразно (скачок $8' \to 9'$, рис. 12, *б*) исчезает в точке $A = A_b'$, где $d\widetilde{\mathscr{L}}_s/dA = d\eta_s/dA = \infty$ (см. п. 4.2в [25]).

2) Спонтанно образующиеся в точке $A = A_c$ горячие страты при уменьшении A сужаются (рис. 12, *в*) и при некотором $A = A_p^{(N)}$ теряют устойчивость относительно перекачки активатора (п. 2.2). В результате в системе скачкообразно (скачок $2 \to 3$ на рис. 12, *а, б*) образуются горячие страты удвоенного периода. Кинетика такого эффекта показана на рис. 10. В результате последовательности таких бифуркаций удвоения периода (скачки $4 \to 5$, $6 \to 7, \ldots$ на рис. 12, *а*, б) в системе при A, близких к A_b может спонтанно возникнуть горячий АС, который скачкообразно (скачок $8 \to 9$ на рис. 12, *б*) исчезает в точке $A = A_b$, где $d\mathscr{L}_s/dA = d\eta_s/dA = = \infty$ [25].

3) Образующиеся при A, близких к A_b, горячие страты периода $\mathscr{L}_p \gg L$ при увеличении A могут скачкообразно перестраиваться за счет рассмотренного в п. 2.1 эффекта локального пробоя. В результате такой динамической перестройки число страт в системе будет последовательно скачкообразно удваиваться, т. е. их период уменьшается вдвое (скачки $10 \to 11$, $12 \to 13$ на рис. 12, *а*, *б*).

Этот же вывод относится и к холодным стратам периода $\mathscr{L}_p \gg L$, образующихся в соответствии со сценарием 1 вблизи $A = A_b'$. В этом случае увеличение числа страт за счет локального пробоя происходит при уменьшении A (скачки $10' \to 11'$, $12' \to 13'$ на рис. 12, *а*, *б*).

4) В системах с $A_d < A_c$, т. е. когда реализуется ситуация, изображенная на рис. 8, *б* или *г*, может выполняться условие: $\mathscr{L}_0 > \mathscr{L}_{max}(A_c)$. В этом случае в процессе образования страт, вызванного нарастанием критической флуктуации периода $\mathscr{L}_0$, в формирующихся во времени областях высокого значения активатора происходит локальный пробой, который приводит к делению страт. В результате такой динамической перестройки образуются страты периода $\mathscr{L}_p < \mathscr{L}_0$, дальнейшая эволюция которых происходит в соответствии с изложенными выше сценариями 1—3.

3.2. Эволюция узких пичковых страт. Как подчеркивалось в п. 1.5.2, в KΛ- и KV-системах могут образовываться узкие или широкие пичковые страты (рис. 4). Эволюция узких пичковых страт (рис. 13), так же как и широких страт в KN- и KИ-системах, определяется эффектами локального пробоя и перекачки активатора между стратами, т. е. зависимостями $\mathscr{L}_{max}(A)$ и $\mathscr{L}_{min}(A)$ (рис. 13, *в*). Критическая флуктуация $\delta\theta \approx \delta\theta_{N/2,0}$, описывающая перекачку активатора в стратах периода $\mathscr{L}_p$ (рис. 13, *а*), имеет период $2\mathscr{L}_p$ и локализована в областях пичков (рис. 13, *б*). Инкремент ее нарастания, рассчитанный без учета демпфирующего действия изменения ингибитора, т. е. при $\delta\eta = 0$, также как и для узкого пичкового АС [25], близок к $\lambda_0 \sim -1$. Поэтому согласно условию устойчивости периодических страт (12.53), такие страты устойчивы, когда они имеют большой период и амплитуду (θ_{max}). Последнее следует из того, что с ростом θ_{max} увеличивается значение коэффициента $a_{0,0}^{(0)}$ [25] в (12.53). Рассмотрим характерные сценарии самоорганизации в одномерных KΛ- и KV-системах.

1) При расслоении однородного состояния в KΛ- или KV-системах, скачкообразно (скачок $0 \to 1$ на рис. 13) образуются пичковые страты (п. 1.5.2) период которых $\mathscr{L}_p$ может существенно превышать величину $\mathscr{L}_0 = 2\pi k_0^{-1}$. При этом, чем меньше величина $\varepsilon = l/L$, тем больше амплитуда страт θ_{max}. При увеличении A амплитуда пичковых страт увеличивается, а при некоторых значениях $A = A_d^{(N)}$, $A_d^{(2N)}, \ldots$ число страт последовательно скачкообразно удваивается (скачки $2 \to 3$, $4 \to 5, \ldots$ на рис. 13, *в, г*) в результате локального пробоя между стратами. Иными словами, в Λ- и V-системах эволюция страт при увеличении уровня возбуждения системы, как правило, определяется не флуктуационной, а динамической перестройкой. При больших значениях A число страт может скачкообразно уменьшаться за счет эффекта перекачки активатора между близко расположенными стратами или же в системе возникает турбулентность (разд. 9).

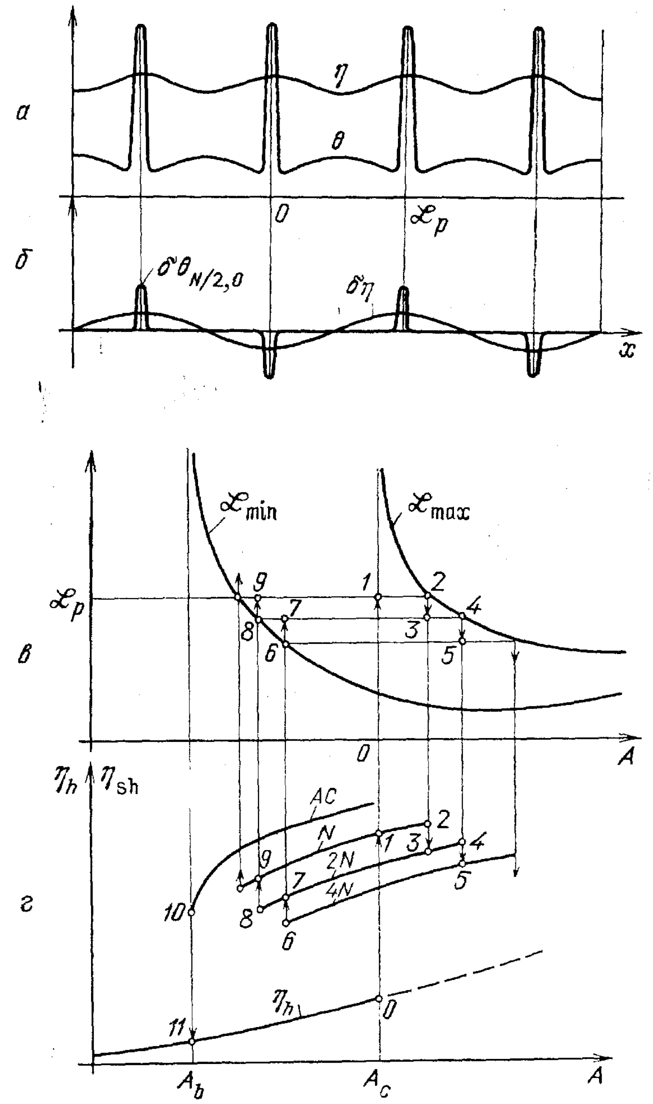

Рис. 13. К пояснению эволюции узких пичковых страт (*а*) в Λ- и V-системах. *б* — Вид критических флуктуаций активатора $\delta\theta_{N/2,0}$ и демпфирующих их нарастание возмущений ингибитора $\delta\eta$ (*б*). Одна из возможных зависимостей $\mathscr{L}_{min}$ и $\mathscr{L}_{max}$ от A (*в*) и бифуркационных характеристик — зависимость значения ингибитора в пичке страт $\eta = \eta_{sh}$ от уровня возбуждения системы A (*г*). Номера кривых N, $2N$, $4N$ на рис. *г* отвечают числу в системе страт периода $\mathscr{L}_p$, $\mathscr{L}_p/2$, $\mathscr{L}_p/4$ соответственно, а AC — узкому пичковому автосолитону

2) При уменьшении A в результате эффекта перекачки, т. е. флуктуационной перестройки, число узких пичковых страт при некоторых значениях $A = A_p^{(4N)}$, $A_p^{(2N)}, \ldots$ последовательно скачкообразно (скачки $6 \to 7$, $8 \to 9, \ldots$ на рис. 13, *в, г*) уменьшается, и при $A \to A_b$ в системе может спонтанно возникнуть узкий пичковый АС. В точке $A = A_b$, где $d\eta_{sh}/dA = \infty$, АС скачкообразно исчезает (скачок $10 \to 11$; рис. 13, *г*) [25].

3) В Λ- и V-системах с «вырожденными» кривыми ЛС (кривые $1'$ на рис. 2, *б, г*) [25] число пичковых страт при увеличении A может скач-

кообразно удваиваться за счет локального пробоя в центре пичков. Такая ситуация реализуется [113], например, в модели лавинного пробоя p—n-перехода, рассмотренной в п. 7.1.

В Λ- и V-системах может спонтанно возникать турбулентность, механизмы и сценарии образования которой изложены в разд. 9.

4. Сценарии самоорганизации в реальных одномерных системах. В реальных системах всегда присутствуют малые неоднородности, которые могут принципиально изменить процессы образования и эволюции ДС. Мелкомасштабные (локальные) неоднородности размера $d \lesssim (lL)^{1/2}$ и крупномасштабные — размера $d \gg (lL)^{1/2}$ по-разному влияют на картину самоорганизации. Рассмотрим наиболее характерные сценарии самоорганизации, реализующиеся в реальных системах.

4.1. Спонтанное образование и эволюция автосолитонов [78, 79]. Самоорганизация в реальных системах может определяться спонтанным возникновением вблизи малых локальных неоднородностей автосолитонов и их последующей эволюцией. Спонтанное образование АС происходит при уровне возбуждения системы, меньшем критического значения $A = A_c$ и приводит к динамической перестройке исходного почти однородного состояния системы.

4.1.1. При возрастании A, точнее при $A \to A_c$, малые локальные неоднородности по существу представляют собой зародыши спонтанного образования АС. Это связано с тем, что локальная неоднородность вызывает вблизи нее соответствующие возмущения активатора и ингибитора, амплитуда которого $\Delta\theta_m = \theta_{max} - \theta_h$ при $A \to A_c$ возрастает. При этом монотонный спад $\theta(x)$ и $\eta(x)$ на периферии неоднородности к значениям θ_h и η_h для однородного состояния сменяется на осциллирующий(13) с периодом $\mathscr{L}_0 = 2\pi k_0^{-1}$ (рис. 14).

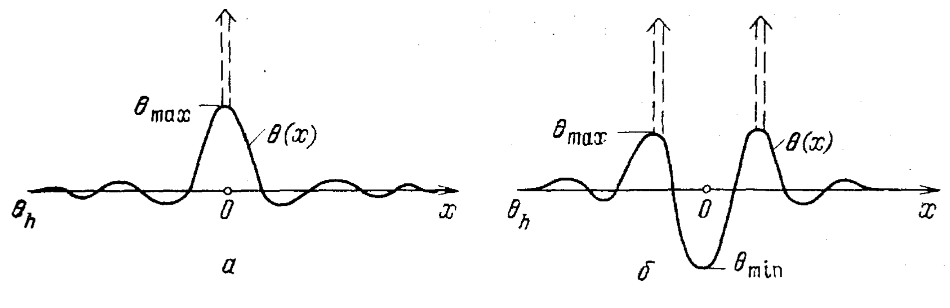

Рис. 14. Вид осцилляций активатора в устойчивой системе, возникающих при A, близких к A_c, вблизи малой неоднородности, вызывающей локальное увеличение (*а*) или уменьшение (*б*) активатора

В случае ситуации, изображенной на рис. 14, *а*, при A близких к A_c в области неоднородности величина ингибитора в центре неоднородности $\eta_m \approx \eta_h$ близка к η_0, а величина активатора θ_{max} близка к θ_0. Напомним, что точка $\eta = \eta_0$, $\theta = \theta_0$ определяет экстремум кривой ЛС, где $d\theta/d\eta = \infty$ (рис. 6, *б*). Поэтому при некотором $A = A_c^- < A_c$, когда значение θ_{max} превышает θ_0 на некоторую критическую величину, в центре неоднородности происходит локальный пробой — лавинообразное нарастание активатора от значения $\theta_{max} \approx \theta_0$ до $\theta \approx \theta_d'$ (символически локальный пробой показан стрелкой на рис. 14, *а* и 6, *б*). В результате такого локального пробоя в месте расположения неоднородности спонтанно возникает АС. Кинетика его формирования в ЭДП (п. 8.2) показана на рис. 15 [111]. Заметим, что порог спонтанного образования АС, т. е. величина A_c^-, может заметно отличаться от точки расслоения $A = A_c$ однородного состояния системы даже в тех случаях, когда амплитуда неоднородности a мала.

В ситуации, изображенной на рис. 14, *б*, значение активатора в центре неоднородности понижено, поэтому, в отличие от предыдущего случая, в центре неоднородности локальный пробой не происходит. Вместе с тем, как уже отмечалось, при $A \to A_c$ спад $\theta(x)$ к значению θ_h на периферии неоднородности приобретает осциллирующий характер. При этом значения $\theta = \theta_{max}$ в максимумах осциллирующего распределения $\theta(x)$ (рис. 14, *б*) возрастают при $A \to A_c$. Поэтому при некотором $A = A_c^-$, когда значения θ_{max} превысят величину θ_0 на некоторое критическое значение, в двух ближайших к центру неоднородности максимумах распределения $\theta(x)$ выполнятся условия возникновения локального пробоя.

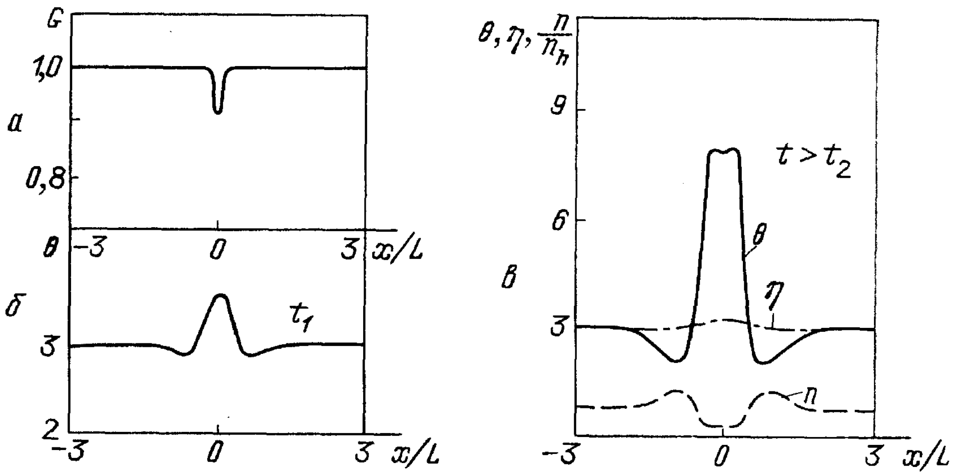

Рис. 15. Кинетика формирования статического АС у малой неоднородности в ЭДП, разогретой электрическим полем (п. 8.2). *а* — Вид малой статической неоднородности скорости генерации носителей. *б*, *в* — Распределение температуры $\theta = T/T_l$, концентрации носителей n/n_h и параметра η в промежуточном состоянии ($t = t_1$) и в АС ($t > t_2$) [111]; $t_1 = 1{,}2\,\tau_r$, $t_2 = 5\,\tau_r$

В результате таких локальных пробоев, происходящих в двух пространственно разнесенных точках (такие пробои символически изображены стрелками на рис. 14, *б*), в зависимости от параметров неоднородности и параметров системы могут реализовываться три различных эффекта: в системе могут образовываться

а) АС сложного вида, состоящий из двух страт;

б) обычный АС, в виде уединенной страты, возникающий из-за того, что в процессе формирования сложного АС одна из страт «погибает» за счет эффекта перекачки (п. 2.2);

в) последовательность страт, заполняющих всю систему, образующихся в результате многократной генерации у неоднородности двух АС и их разбегания друг от друга в разные стороны от неоднородности.

Заметим, что рассмотренные эффекты локального пробоя, приводящие к спонтанному образованию АС у малых неоднородностей, имеет ту же природу, что и реализующиеся при $A \to A_c$ в осциллирующем «хвосте» АС (п. 2.1.2).

4.1.2. При таких параметрах системы, когда в ней вблизи малой неоднородности образуется АС в виде уединенной страты, его дальнейшая эволюция при изменении A может происходить по одному из следующих сценариев.

1) При увеличении A может произойти последовательное деление АС, вызванное рассмотренным в п. 2.1.1 эффектом локального пробоя в центре АС. Такая ситуация реализуется в системах с $A_d < A_c$ (рис. 8, *б*, *г*), когда величина A превысит критическое значение $A = A_d$.

2) Локальный пробой и деление АС в системах с $A_d < A_c$, для которых зависимость $\mathcal{L}_{\max}(A)$ совпадает с изображенной на рис. 8, *б* или *г*, может происходить уже в процессе спонтанного образования АС у малой неоднородности при $A = A_c^- > A_d$. В результате последовательного деления вновь образующихся АС вся система заполняется стратами (рис. 16).

3) Другой сценарий самоорганизации реализуется в системах, в которых деление АС не происходит вплоть до величины $A = A_c$ (рис. 8, *а*), отвечающей точке расслоения однородного состояния системы. В этом случае при $A \to A_c$ происходит локальный пробой на периферии АС (п. 2.1.2). При этом спонтанно могут возникать страты, в том числе и периодические, но с периодом $\mathcal{L}_p \approx \mathcal{L}_1$ (рис. 6, *г*), который может существенно отличаться от величины периода критической флуктуации $\mathcal{L}_0 = 2\pi_0^{-1} k \approx 2\pi (lL)^{1/2}$ (п. 1.5.1).

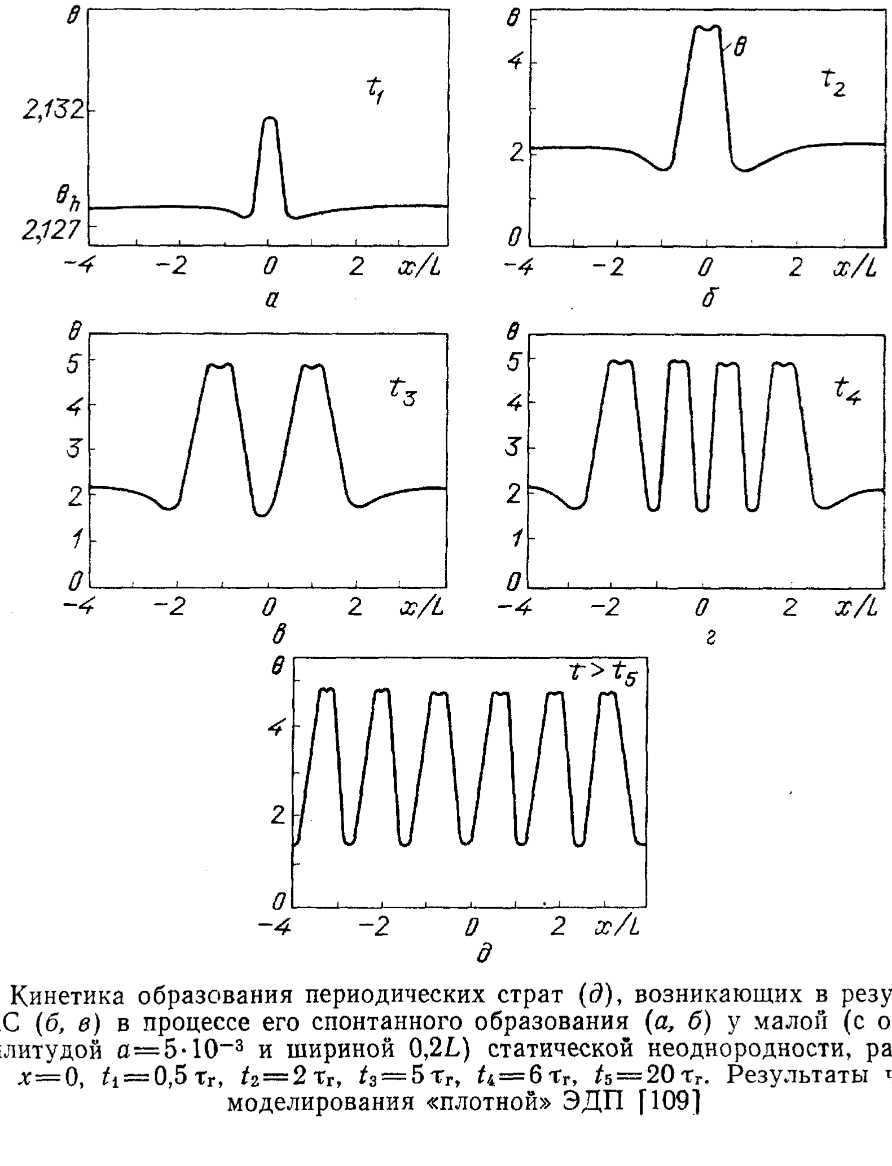

Рис. 16. Кинетика образования периодических страт (*д*), возникающих в результате деления АС (*б*, *в*) в процессе его спонтанного образования (*а*, *б*) у малой (с относительной амплитудой $a = 5 \cdot 10^{-3}$ и шириной $0,2L$) статической неоднородности, расположенной при $x = 0$, $t_1 = 0,5\,\tau_r$, $t_2 = 2\,\tau_r$, $t_3 = 5\,\tau_r$, $t_4 = 6\,\tau_r$, $t_5 = 20\,\tau_r$. Результаты численного моделирования «плотной» ЭДП [109]

4) При очень малой амплитуде локальной неоднородности спонтанное образование АС может происходить при значениях A, весьма близких к величине A_c. В этом случае амплитуда осцилляции $\theta(x)$ в «хвосте» образующегося АС, т. е. величина θ_1 (рис. 6, *г*), оказывается достаточно большой. Поэтому уже в процессе формирования АС у малой неоднородности в результате локальных пробоев в «хвосте» АС будет происходить последовательное возникновение страт, заполняющих всю систему. Физика образования таких страт аналогична изложенной в п. 2.1.2.

5) В реальных системах, как правило, существует целый набор локальных неоднородностей разной амплитуды. Поэтому при изменении A вблизи многих неоднородностей будет происходить последовательное образование ДС в соответствии со сценариями 1—4.

6) При наличии, кроме локальных, крупномасштабных неоднородностей, систему мысленно можно разбить на несколько областей, каждая из которых характеризуется своим значением A_c. В этом случае при A, близком к наименьшему из значений A_c, в соответствующей области будет происходить спонтанное образование ДС по одному из изложенных в данном пункте сценариев 1—4. Образование ДС в других областях системы при возрастании A может происходить в результате «прорастания» возникшей ДС в соседние области, а также за счет образования ДС в других областях системы по одному из сценариев 1—4.

В результате сложной картины самоорганизации, отвечающей сценариям 5 или 6, в реальных системах даже без участия флуктуации могут образовываться АС или ДС сложного вида. В рассматриваемом одномерном случае могут возникать ДС в виде стохастически расположенных несимметричныхстрат.

В KN- и KИ-системах изложенные выше сценарии самоорганизации могут реализовываться и при уменьшении A, точнее при $A \to A'_c$, в результате образования холодного АС у малой локальной неоднородности. Такая неоднородность вызывает возмущения активатора $\theta(x)$, спад которого вдали от неоднородности при $A \to A'_c$, так же как и при $A \to A_c$ (см. выше), носит осциллирующий характер (рис. 14). В данном случае локальный пробой, приводящий к образованию холодного АС, происходит в областях, где $\theta(x)$ достигает своего минимального значения θ_{min}. Локальный пробой возникает, когда значение θ_{min} оказывается меньше θ'_0 на некоторую критическую величину. Он представляет собой лавинообразное локальное уменьшение активатора от значения $\theta_{min} \approx \theta'_0$ до $\theta \approx \theta_d$ (символически локальный пробой показан стрелкой на рис. 7, *б*). Локальный пробой в центре неоднородности с последующим образованием холодных страт, заполняющих всю систему (сценарий 4), реализуется, например, при уменьшении уровня разогрева устойчивой горячей ЭДП (п. 8.3). Кинетика такого пробоя показана на рис. 17.

4.2. Эволюция страт [78, 79]. Наличие малых локальных неоднородностей существенным образом сказывается и на эволюции страт вблизи точек $A = A_p^{(N)}$ бифуркации удвоения периода или точек $A = A_d^{(N)}$ удвоения числа страт (рис. 12, *а*, *б*). В этом случае количество страт при изменении A может уменьшиться или увеличиться (в результате динамической перестройки) не вдвое (см. разд. 3), а например, на одну страту или несколько страт. Перестройка вида ДС вследствие появления или исчезновения нескольких новых страт в отдельных фрагментах ДС является характерной особенностью самоорганизации в реальных системах, содержащих малые неоднородности. При этом, как правило, возникает ДС в виде непериодически расположенных страт. В некоторых случаях параметры страт вне такого фрагмента могут измениться так, что ДС становится близкой к периодической.

4.3. Экспериментальные результаты. Рассмотренные выше сценарии самоорганизации наблюдаются при экспериментальных исследованиях страт в высокочастотном газовом разряде [146], светящихся точек в ЭДП в GaAs [31а], областей металлической проводимости в композитных сверхпроводниках [19, 142], светящихся нитей лавинного тока вобратносмещенной Si p^+—n—n^+-структуре (рис. 18) [35], а также шнуров тока в структурах с газовым промежутком [57, 87] и в электронном аналоге активной системы (рис. 19) [87]. Из рис. 18 и 19 видно, что по мере увеличения уровня возбуждения (падения напряжения на структуре V) вначале в структуре спонтанно образуется АС в виде одного шнура тока (картинка 1 на этих рисунках). При дальнейшем увеличении число шнуров увеличивается (картинки 2 и 3 на рис. 18 и 19), и в системе образуется ДС в виде непериодически расположенных шнуров тока.

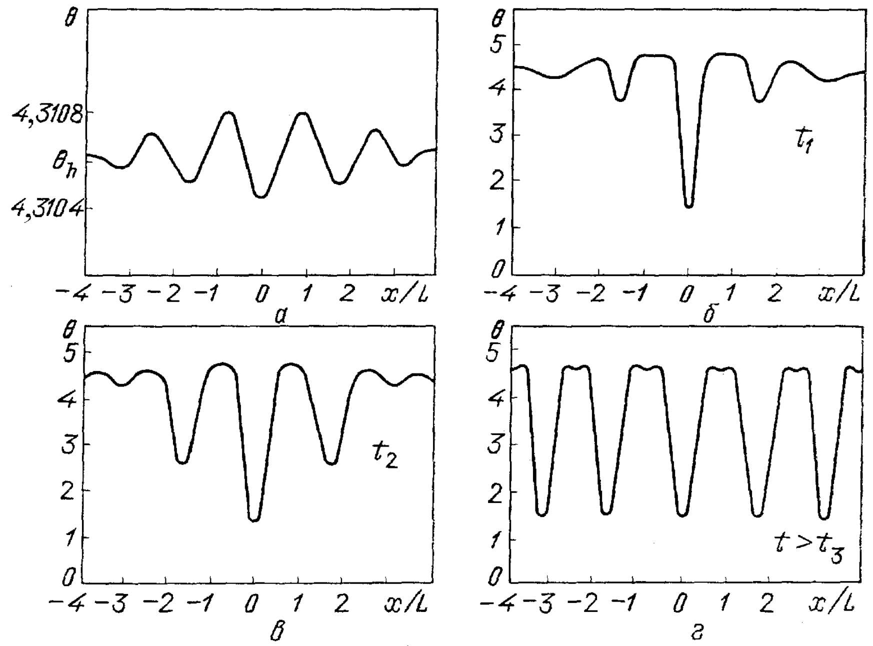

Рис. 17. Кинетика образования периодических страт (*г*), возникающих в результате локальных пробоев в «хвостах» холодного автосолитона (*б, в*) в процессе его образования у малой (с относительной амплитудой $a=5\cdot10^{-4}$ и шириной $0{,}16L$) статической неоднородности, расположенной при $x=0$. На рис. *а* показаны затухающие при удалении от неоднородности осцилляции активатора. $t_1=1{,}2\,\tau_г$, $t_2=1{,}7\,\tau_г$, $t_3=3\tau_г$. Результаты численного моделирования «плотной» ЭДП (п. 8.3), выполненного авторами работы [100]

Экспериментальные исследования [87] подтверждают и другие предсказанные в теории [76, 79] (п. 3.1) особенности эволюции страт. При увеличении $A\equiv V$ шнуры тока, т. е. области высокого значения активатора («горячие» страты), расширяются, и ДС приобретает вид узких «холодных» страт — областей низкого значения тока (картинка 4 на рис. 19). Затем такие страты в соответствии с результатами п. 4.2 последовательно скачкообразно исчезают и в структуре устанавливается состояние, близкое к однородному (картинка 5 на рис. 19). Если теперь уменьшать напряжение V, то в структуре снова начинают спонтанно возникать шнуры, но уже в виде «холодных» страт (картинка 6, рис. 19). Такие страты при дальнейшем уменьшении V расширяются и в структуре вновь образуется ДС в виде узких горячих страт — шнуров высокой плотности тока (картинка 7, рис. 19), которые затем последовательно скачкообразно исчезают.

5. Самоорганизация в дву- и трехмерных системах. В K-системах самоорганизация определяется тремя эффектами, рассмотренными в разд. 2: локальным пробоем в некоторых областях ДС, перекачкой активатора между фрагментами ДС и «гофрировкой» стенок страт или более сложных ДС [77, 79]. Последний из них может приводить к дроблению стенок страт или поверхностных слоев ДС (областей резкого изменения активатора) на более мелкие области, либо к образованию гофрированной или ячеистой поверхности стенок ДС (рис. 11).

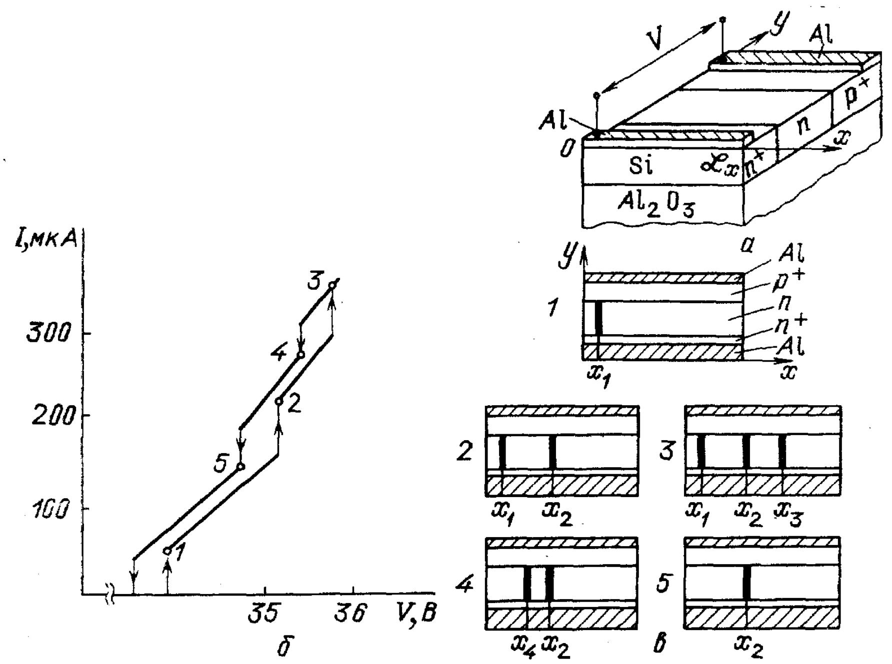

Рис. 18. Результаты экспериментального исследования эволюции страт (в виде светящихся нитей тока) в Si обратносмещенной p^+—n—n^+-структуре (*а*) [35]. Точки *1—5* на ВАХ образца I (V) (*б*) коррелируют с номерами *1—5* картин расположения в p^+—n—n^+-структуре страт в виде светящихся шнуров тока (зачерненные области) (*в*), $\mathcal{L}_x = 15\cdot10^{-4}$ см, $x_1 = 10^{-4}$ см, $x_2 = 4\cdot10^{-4}$ см, $x_3 = 6\cdot10^{-4}$ см, $x_4 = 2{,}5\cdot10^{-4}$ см

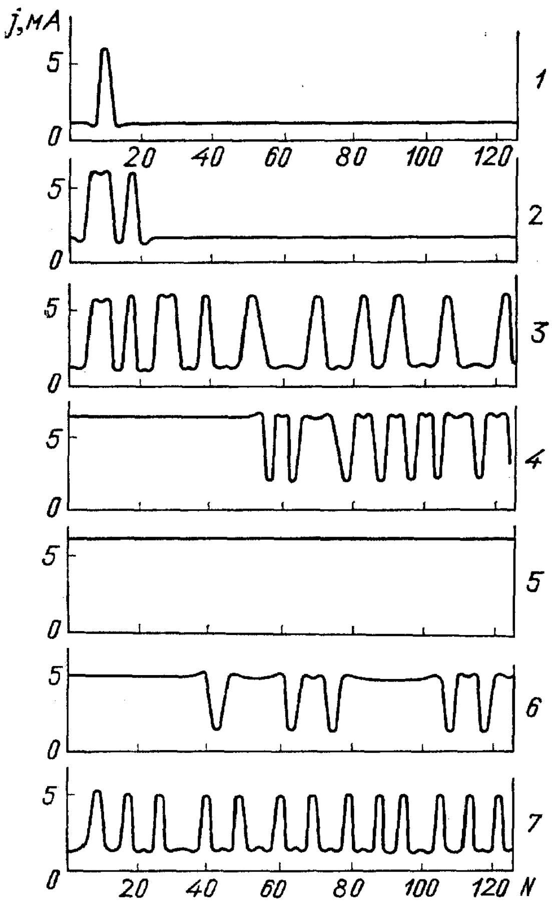

Рис. 19. Результаты экспериментального исследования эволюции страт (в виде шнуров тока) в дискретном электронном аналоге активной среды с диффузией [87] при увеличении (распределения *1—5*) и уменьшении (*6, 7*) напряжения на структуре

5.1. О форме и эволюции ДС в идеально однородных системах [77,79].

5.1.1. В дву- и трехмерных KN- и KИ-системах точки $A = A_c$ расслоения их однородного состояния является вырожденной, т. е. ей отвечает множество различного вида нарастающих флуктуаций [3, 6, 12]. Поэтому здесь возникает нетривиальный вопрос, какого вида ДС образуется в идеально однородной системе при расслоении ее однородного состояния? Существенную роль при этом играет форма системы [3, 6, 12].

5.1.2. Простейшая ДС представляет собой периодически расположенные страты (рис. 6, *а* и 7, *а*) [76, 77]. В дву- и трехмерных системах страты заданного периода $\mathscr{L}_p$, как правило, существуют в меньшем диапазоне изменения A, чем в одномерных системах. Это связано с тем, что как при сужении, так и при расширении страт, они могут терять устойчивость относительно гофрировки их стенок (п. 2.3). В результате могут образовываться страты с гофрированными стенками (рис. 11, *в*), или же произойдет разбиение страт на более мелкие области (рис. 11, *б*). В последнем случае в системе могут возникать ДС, представляющие собой решетку периодически расположенных взаимодействующих автосолитонов в виде пятен или сгустков, т, е. областей высокого (низкого) значения активатора. Распределения активатора и ингибитора по сечению, проходящему через центр таких АС, близко к распределениям $\theta(x)$ и $\eta(x)$ в стратах [77].

Расстояние R между взаимодействующими АС ограничено величинами $R_{\min}$ и $R_{\max}$, значения которых, как и в одномерном случае (разд. 2), можно найти из анализа условий неустойчивости типа «перекачки» и локального пробоя [77—79].

Эволюцию периодической дву- или трехмерной решетки взаимодействующих АС, так же как и периодических страт в одномерных системах (разд. 3), качественно можно установить по зависимостям $R_{\min}$ и $R_{\max}$ от уровня возбуждения A. При этом в KN- и КИ-системах реализуются все сценарии самоорганизации, изложенные в п. 3.1. Однако в отличие от периодически расположенных страт, в данном случае локальный пробой может происходить не между ближайшими АС, а в областях, наиболее далеко расположенных от центров АС. Напротив, именно наиболее близко расположенные АС раньше теряют устойчивость относительно перекачки активатора. Кроме того, при изменении A автосолитоны в KN- и КИ-системах могут терять устойчивость относительно гофрировки их стенок. Поясним этот эффект на примере радиально-симметричных ДС.

5.1.3. В системе имеющей радиальную симметрию, при $A = A_c$ могут скачкообразно образовываться радиально-симметричные ДС большой амплитуды: в двумерном случае в виде вложенных колец, а в трехмерном — в виде полых шаров [77]. Распределение $\theta(\rho)$ и $\eta(\rho)$ в кольце или полом шаре (см. рис. 11, *в* в [25]) близко к распределению $\theta(x)$ и $\eta(x)$ в стратах.

Фрагмент ДС в виде кольца (или полого шара) с внутренним радиусом $\rho_{01} > L$ устойчив при таких значениях A, когда его толщина $\mathscr{L}_s = \rho_{02} - \rho_{01}$ заключена в диапазоне, границы которого $\mathscr{L}_{b1}$ и $\mathscr{L}_{c1}$ можно оценить по формулам (4.33) или (4.35) в обзоре [25]. Вне этого диапазона такой фрагмент ДС теряет устойчивость относительно радиально-несимметричных флуктуаций, приводящих к гофрировке его стенок (образованию на поверхности стенок ДС структур в виде ячеек) или разбиению его на более мелкие пятна (сгустки).

Кольцо (или полый шар) может перестраиваться и в результате эффектов локального пробоя, изложенных в п. 2.1 применительно к стратам.

Поскольку кольца (полые шары) в ДС отличаются радиусами, а следовательно, и толщиной, то их перестройка может происходить при различных значениях A. Иными словами, преобразование радиально-симметричной ДС при изменении A может происходить в результате неустойчивости или локального пробоя в одном из ее фрагментов. Как следствие этого даже в радиально-симметричной системе могут образовываться ДС сложного вида.

5.1.4. Обобщая изложенные выше результаты, можно сделать вывод [77], что в ДС сложного вида ингибитор $\eta(\mathbf{r})$ плавно меняется по пространству с характерной длиной $\sim L$, а распределение $\theta(\mathbf{r})$ представляет собой контрастную картину: в некоторых областях (поверхностных слоях — стенках ДС) активатор θ резко меняется от значения $\theta_{\min}\approx\theta_{s1}$ до значения $\theta_{\max}\approx\theta_{s3}$ (п. 12.1) на длине $\sim l\ll L$. В областях плавного изменения $\theta(\mathbf{r})$ и $\eta(\mathbf{r})$, т. е. между стенками ДС, величины θ и η с точностью до $\varepsilon\ll1$ удовлетворяют уравнению (1.29), точнее соответствуют I или III ветвям ЛС (рис. 2, *а, в*). Иными словами, между стенками ДС значения $\theta<\theta_0$ или $\theta>\theta_0'$ (п. 1.3 и 12.1). При таких значениях θ производная $q_\theta'>0$, т. е. состояние системы является устойчивым (п. 1.1). Неустойчивая разогретая область, где $\theta_0<\theta(\mathbf{r})<\theta_0'$, а $q_\theta'<0$, расположена лишь в узких, размера $\sim l$, поверхностных слоях (стенках) резкого изменения $\theta(\mathbf{r})$. Сформулированные требования к виду устойчивых ДС [77] подтверждаются результатами численных исследований, проведенных в цикле работ [95]. ДС при изменении A весьма сложным образом перестраивается в результате локального пробоя в одном из фрагментов ДС, эффектов неустойчивости типа перекачки или гофрировки стенок ДС [77].

5.2. Эволюция узких пичковых ДС [77, 79, 147]. В одномерных идеально однородных KΛ- и KV-системах могут образовываться узкие пичковые страты (рис. 5). В дву- и трехмерном случае такие страты, так же как и одномерный узкий пичковый АС (п. 5.2 в [25]), неустойчивы относительно их разбиения на более мелкие области. Неустойчивость связана с нарастанием флуктуации активатора, локализованной в области пичка страт и неоднородных вдоль его поверхности. Относительно разбиения неустойчивы также радиально-симметричные кольца (полые шары), а также любые другие пятна (сгустки), размер которых хотя бы в одном из направлений существенно превосходит l [77].

Единственно устойчивыми ДС являются пятна (сгустки) размера порядка l, находящиеся друг от друга на расстоянии R таком, что $R_{\max}(A)>R>R_{\min}(A)$, где величина $R_{\min}$ определяется из условия неустойчивости типа перекачки (п. 12.4), а $R_{\max}$ — из условия локального пробоя (п. 12.2) между пятнами (сгустками).

Эволюция периодической решетки взаимодействующих узких пичковых АС аналогична эволюции периодических страт в одномерных системах (п. 3.2). Качественно ее можно установить по зависимостям $R_{\min}$ и $R_{\max}$ от уровня возбуждения системы A (см., однако, замечание в конце п. 5.1.2).

Изменения θ и η в сечении пятен (сгустков) близко к распределениям активатора и ингибитора в узкой пичковой горячей страте (рис. 4, *а*). Эти результаты объясняют форму ДС, которая была обнаружена Гирером и Майнхардтом при численном исследовании модели KV-системы (1.11) [92, 93].

5.3. Сценарии самоорганизации в реальных системах [78, 79]. Наличие в реальных системах малых неоднородностей приводит к тому, что в них самоорганизация может определяться спонтанным образованием АС вблизи некоторых локальных неоднородностей.

5.3.1. В KΛ- и KV-системах (п. 5.2) образуются пичковые АС [25] в виде пятен или сгустков высокого значения активатора. В этом случае картина самоорганизации состоит в постепенном заполнении системы пичковыми АС, которые возникают в соответствии с полем неоднородности системы, или же вблизи уже образовавшегося АС по одному из сценариев 3—6, изложенных в п. 4.1.2.

Однако в дву- или трехмерных системах в сценариях 3 и 4 (п. 4.1.2) могут проявляться качественные особенности. Это связано с тем, что при $A \to A_c$ на периферии АС вместо осциллирующих хвостов (рис. 6, *г*) образуется радиально-симметричное осциллирующее распределение активатора в виде серии вложенных друг в друга колец (или полых шаров). В кольцах (полых шарах) амплитуда осцилляции активатора уменьшается по мере удаления от центра АС. Как уже отмечалось в КΛ- и КV-системах пичковые ДС в виде кольца (или полого шара) неустойчивы [77]. Поэтому локальный пробой в осциллирующем хвосте АС (п. 2.1.2) в данном случае приводит к резкому увеличению активатора в ближайшем к центру АС кольце. В процессе формирования области высокого значения активатора в виде узкого кольца (полого шара) происходит разбиение такой области на мелкие части в виде пичковых АС малого радиуса ($\sim l$). Таким образом, уже одна малая локальная неоднородность приведет при $A \to A_c$ к заполнению всей системы взаимодействующими пичковыми АС.

5.3.2. В KN- и КИ-системах у малой локальной неоднородности при A, близких к A_c, образуется радиально-симметричный АС, радиус которого зависит от нелинейностей системы. При этом реализуются все сценарии самоорганизации, изложенные в п. 4.1.2. Однако эти сценарии в дву- и трехмерном случае имеют определенные особенности.

Особенности сценариев 3 и 4, изложенных в п. 4.1.2, связаны с тем, что в KN- и КИ-системах вокруг АС при $A \to A_c$ в результате локального пробоя в радиально-симметричном хвосте АС может образовываться сначала одно, а затем большее число колец (или полых шаров). Иными словами, в системе, содержащей только одну локальную неоднородность может спонтанно возникнуть радиально-симметричная ДС. Такое состояние может оказаться неустойчивым относительно радиально-несимметричных флуктуаций. Поэтому в результате спонтанного образования АС вблизи малой неоднородности может возникнуть также ДС в виде вложенных друг в друга колец (полых шаров) с гофрированной (или ячеистой) поверхностью или же система заполнится множеством взаимодействующих АС, каждый из которых по форме близок к радиально-симметричному АС.

Особенности сценариев 1 и 2, изложенных в п. 4.1.2, в дву- или трехмерных KN- и КИ-системах с $A_d < A_c$ состоят в том, что локальный пробой в центре АС в виде пятна или сгустка может приводить к состоянию в виде кольца или полого шара (см. п. 4.4 в [25]). В кольце (или полом шаре), в свою очередь, может происходить локальный пробой за счет которого могут образовываться сначала два, а затем и большее число вложенных друг в друга колец (полых шаров). Однако может реализовываться и другая ситуация за счет того, что радиально-симметричные состояния, как отмечалось выше, при том же (или большем) значении A могут раздробиться на более мелкие части. Такое раздробление может происходить как в результате неустойчивости типа гофрировки стенок ДС (см. п. 2.3), так и в результате динамической перестройки, когда стенка расширяющегося кольца натолкнется на одну из неоднородностей.

5.4. Самодостройка ДС при локальном возбуждении среды. Роль неоднородности, как затравки для скачкообразного возникновения АС, может выполнять кратковременное возбуждение среды в локальной области [25]. При этом реализуются все изложенные в разд. 4 и п. 5.3 сценарии самоорганизации. В частности, после кратковременного локального возбуждения среды в процессе формирования АС могут возникнуть периодические или более сложного вида ДС. Такой процесс формирования ДС называется самодостройкой [8, 17, 94, 95]. Экспериментально самодостройка ДС наблюдалась при исследованиях страт в газовом разряде [14]. Формирование ДС в результате самодостройки изучалось при численных исследованиях актиоматических моделей активных сред [92—95] (см. также [8, 10, 17, 19, 96, 97, 100, 104, 105, 106, 109, 111, 113, 142]).

Процесс формирования ДС в результате самодостройки также связан с рассмотренными в разд. 2—5 эффектами. В частности, обнаруженная Гирером и Мейнхардом [92, 93] самодостройка пичковой ДС (см. рис. 10.3 в монографии Хакена [5]) при численном исследовании двумерной модели (1.11), связана с локальным пробоем на периферии пичкового АС (п. 5.3.1). Такой локальный пробой приводит к формированию узкого кольца вокруг АС. В результате неустойчивости такого кольца относительно радиально-несимметричных флуктуаций [77] оно дробится на более мелкие области — пичковые АС малого радиуса (п. 5.3.1). В результате последовательности таких процессов вся система заполняется взаимодействующими пичковыми АС. Эффект раздробления протяженных двумерных областей ДС на более мелкие области, связанный с гофрировкой стенок ДС, наблюдается также и при численном исследовании формирования сложных двумерных ДС, образующихся в моделях сред с дальнодействующими связями (1.31), (1.32) [131, 132].

6. Особенности самоорганизации в бистабильных (триггерных) системах [79]. В бистабильных системах зависимость значения ингибитора (и активатора) для однородного состояния системы по определению является неоднозначной функцией уровня возбуждения A (рис. 20). При этом существует диапазон значений $A'_c < A < A_c$, в котором реализуется три однородных состояния (η_{h1}, θ_{h1}; η_{h2}, θ_{h2}; η_{h3}, θ_{h3}), два из которых устойчивы, отвечающие соответственно холодному ($\theta_{h1} < \theta_0$) и горячему ($\theta_{h3} > \theta'_0$) состояниям системы. Такая ситуация может реализовываться, например, в полупроводниках [148, 149], в полупроводниковых и газоразрядных структурах [57, 58, 150], в электронно-дырочной и газовой плазме [48] и в ряде химических реакций [10, 16]. В отличие от рассмотренных в разделах 1—3 моностабильных систем, в бистабильных системах величина $A_c > A'_c$ (рис. 20).

Изложенная в разд. 1—5 теория описывает форму и устойчивость ДС и в бистабильных системах, если для них справедливы условия (1.3) и $q'_\eta Q'_\theta < 0$, которые выполняются для моностабильных систем (п. 1.3). Вместе с тем, самоорганизация даже в таких бистабильных системах имеет некоторые особенности.

Характер этих особенностей зависит от соотношения между величинами A'_c и A_b или A_c и A'_b, где $A = A_b$, A'_b — точки, в которых $d\eta_s/dA = \infty$. Напомним, что значения A_b и A'_b есть граничные значения уровней возбуждения, при которых в системе еще можно возбудить ДС (при $A = A_b$ — в виде горячего АС, а при $A = A'_b$ — в виде холодного АС [25]).

В зависимости от параметров системы может реализовываться четыре различных случая: а) $A_b < A'_c$, $A'_b > A_c$ (рис. 20, *а*, *б*); б) $A_b > A'_c$, $A'_b < A_c$ (рис. 20, *в*, *г*); в) $A_b > A'_c$, $A'_b > A_c$; г) $A_b < A'_c$, $A'_b < A_c$.

В случае а) в точке $A = A_c$ (или $A = A_c$) расслоение однородного состояния системы приводит к спонтанному образованию ДС — в одномерном случае страт. Кинетика их образования, эволюция и влияние малых неоднородностей совпадают с изложенными в разд. 1—5 для KN- и КИ-систем.

Поскольку при $A < A_b$ (или $A > A_b'$) ДС в системе не реализуются, то в случае б) расслоение однородного состояния системы при $A = A_c$ (или $A = A_c'$) будет приводить не к образованию ДС, а к скачкообразному переходу из неустойчивого однородного состояния в устойчивое (скачки $3 \to 4$ и $3' \to 4'$ на рис. 20, *в, г*). Наличие малых неоднородностей здесь будет приводить при $A \to A_c$ (или $A \to A_c'$) к локальному пробою и возникновению волн переключения (п. 8.1 в [25]) из одного однородного состояния в другое.

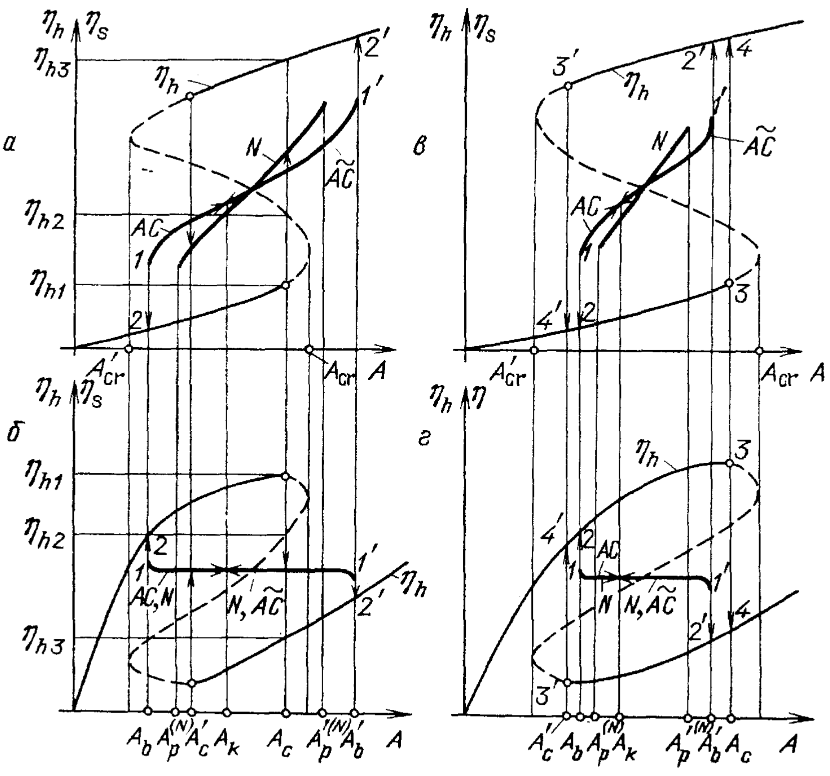

Рис. 20. Эволюция страт в бистабильных системах с $A_b < A_c'$, $A_b' > A_c$ (*а, б*) и с $A_b > A_c'$, $A_b' < A_c$ (*в, г*): *а, в* — примеры бифуркационных характеристик для И-систем с $q_A' < 0$, $Q_A' = 0$; *б, г* — для N-систем с $q_A' = 0$; $Q_A' < 0$. Кривые N отвечают периодическим стратам, а AC и $\widetilde{AC}$ — горячему и холодному АС. Штриховые линии соответствуют неустойчивым состояниям

В случаях в) и г) самоорганизация имеет весьма нетривиальные особенности. Так, в случае в) при разогреве холодной системы (при увеличении A) в точке $A = A_c$ скачкообразно образуются ДС, эволюция которых совпадает с изложенной в разд. 3—5. В то же время при охлаждении горячей системы (уменьшении A) в точке $A = A_c'$ ДС не образуются, а осуществляется скачкообразный переход из горячего в холодное устойчивое однородное состояние. Напротив, в случае г) в точке $A = A_c$ ДС не образуются, а система скачкообразно переходит из холодного в горячее устойчивое однородное состояние; при охлаждении же горячей системы в точке $A = A_c'$ спонтанно образуются ДС, эволюция которых совпадает с изложенной в разд. 3—5.

7. Активные среды с разделенными по пространству областями активации и ингибирования. К активным распределенным средам с диффузией, кроме перечисленных в п. 1.1 однородных по объему систем различной природы, относятся также многослойные структуры, однородные только по площади или поперечному сечению. В них процессы активации и ингибирования могут протекать в разделенных по пространству областях. Свойства ДС в таких структурах, а следовательно, и процессы самоорганизации, также описываются уравнениями (1.1), (1.2) для дву- или одномерного случая.

Активные среды с разделенными по пространству областями активации и ингибирования составляют весьма широкий класс, к которому относятся многие активные элементы полупроводниковой электроники. Такие среды являются не только важными, но и удобными объектами Для экспериментального изучения рассмотренных в разд. 2—6 процессов самоорганизации. Последнее связано с возможностью независимого изменения параметров любого из составляющих структуру слоев. Ниже рассматриваются некоторые примеры таких сред.

7.1. Светящиеся нити лавинного тока в p — n-структурах. Распределение плотности лавинного тока $j = env_д$ по площади обратносмещенных p — n- и p — i — n-структур описывается уравнениями типа (1.1), (1.2) [34]:

$$\tau_n \frac{\partial n}{\partial t} = l^2 \Delta_\perp n + n\nu_i (n, V_i)\tau_n - n + G\tau_n, \tag{7.1}$$

$$\tau_V \frac{\partial V_i}{\partial t} = L^2 \Delta_\perp V_i - j\rho + V - V_i. \tag{7.2}$$

Первое из них есть уравнение баланса электронов (1.17), усредненное по толщине области пространственного заряда (ОПЗ) p — n-перехода (рис. 21, *а*); в нем $\tau_n = w/v_д$ — время пролета электронов через ОПЗ, толщина которой равна w; $v_д$ — дрейфовая скорость электронов; $l = (D_e\tau_n)^{1/2}$, D_e — коэффициент диффузии электронов; G — скорость тепловой генерации носителей в ОПЗ. Уравнение (7.2) описывает распределение падения напряжения V_i на ОПЗ p — n-перехода (рис. 21, *а)*, связанное с растеканием тока по квазинейтральной области структуры. В нем $\tau_V = C\rho$; V — полное падение напряжения на структуре; C — удельная емкость p — n-перехода; $\rho = W/\sigma$; σ, W — проводимость и толщина области n- (или p-) типа структуры, которая имеет большее значение p; $L \approx W$. В таких структурах процесс ингибирования связан с растеканием тока в квазинейтральных p- или n-областях, представляющих собой распределенные резистивные слои (рис. 21, а), а процесс активации протекает в ОПЗ p — n- или p — i — n-структуры и связан с возрастающей зависимостью ν_i от n [34].

В рассматриваемом случае роль активатора играет средняя концентрация электронов в ОПЗ $(\theta \equiv n)$, а роль ингибитора — падение напряжения на ОПЗ $(\eta \equiv V_i)$. Положительная обратная связь по активатору связана с процессом самопроизводства электронов[14], который определяется возрастающей зависимостью средней по ОПЗ скорости ударной ионизации ν_i от n. Демпфирующая роль ингибитора определяется тем, что при $V = \mathrm{const}$ однородное увеличение n, т. е. плотности тока j, сопровождается соответствующим уменьшением величины V_i из-за увеличения падения напряжения на квазинейтральных областях структуры. Это в свою очередь, за счет сильно возрастающей зависимости скорости ионизации носителей ν_i от V_i, приводит к резкому уменьшению концентрации носителей в ОПЗ. Благодаря этому ВАХ рассматриваемой структуры оказывается однозначной (кривая *3* на рис. 21, *б)*. Несмотря на это происходит расслоение однородного распределения плотности лавинного тока, т. е. выполняется условие расслоения Тьюринга (1.10) [34].

Расслоение плотности лавинного тока связано с тем, что в реальных структурах длина растекания тока L на много порядков превышает l — длину диффузии электронов за время их пролета ОПЗ, т. е. $\varepsilon = l/L \ll$

$\ll 1$. Благодаря этому, условие расслоения выполняется даже при слабой зависимости ν_i от n. В результате расслоения, физика которого рассмотрена в [34, 113], в структурах образуются области высокой плотности электронов и лавинного тока. Этот эффект является ярким примером образования пичковых ДС в реальных физических системах (рис. 21), Возникновение пичковых ДС в рассматриваемом случае непосредственно следует из того, что кривая ЛС (п. 1.3), т. е. зависимость $V_i(n)$, вытекающая из уравнения (7.1) для однородного стационарного случая,

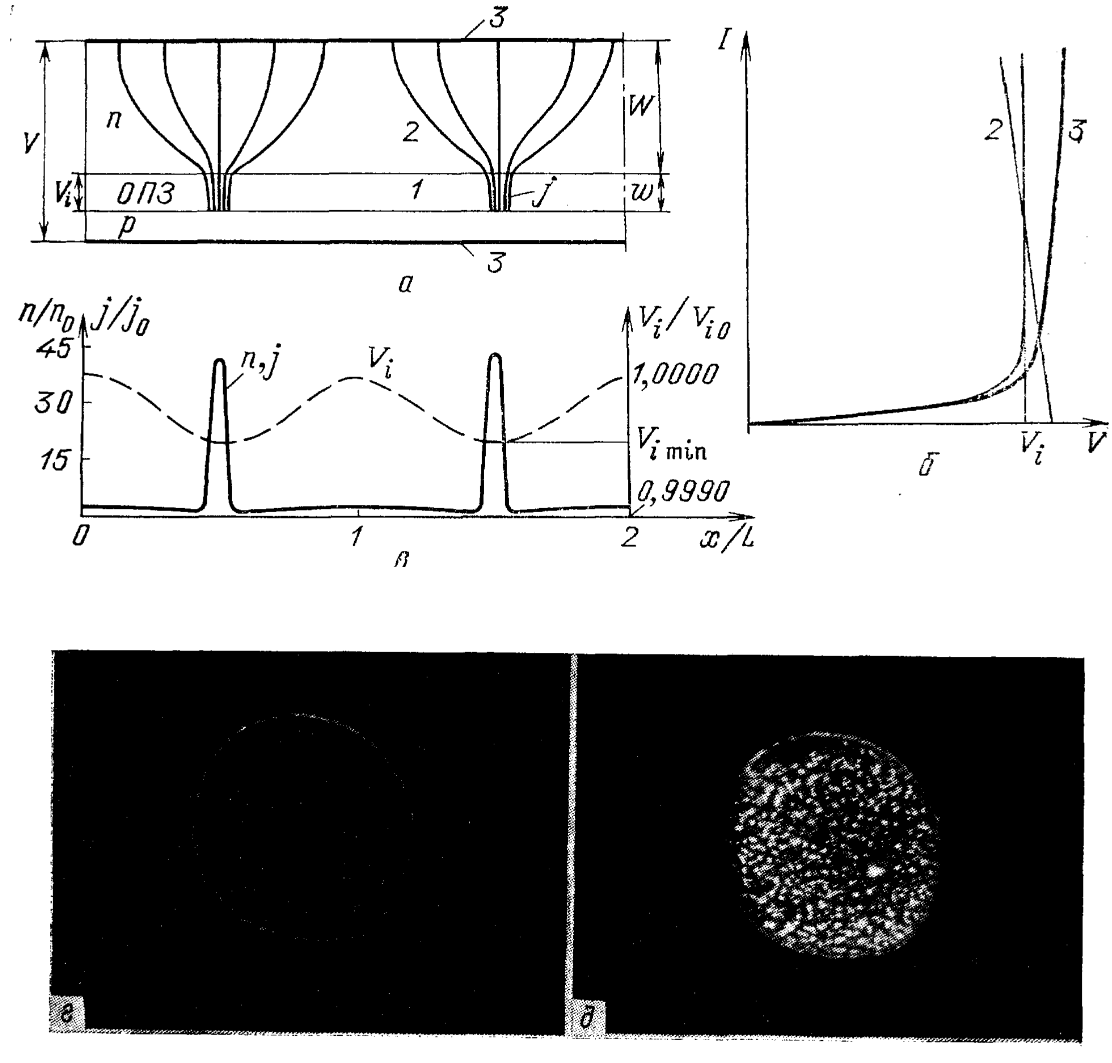

Рис. 21. К пояснению образования светящихся точек при расслоении однородного лавинного пробоя p—n-переходов. *а* — Структура p—n-перехода (тонкими сплошными линиями схематически показаны линии тока в пределах двух периодов пичковой ДС; *1* — активный слой — ОПЗ p—n-перехода, *2* — резистивный слой, *3* — металлические контакты). *б* — ВАХ активного слоя — $I(V_i)$ (кривая между *2* и *3*), нагрузочная характеристика, определяемая проводимостью резистивного слоя (*2*) и результирующая ВАХ всей структуры (*3*). *в* — Результаты численных расчетов [113] распределений n, j и V_i. *г*, *д* — Фотографии излучения в плоскости p—n-перехода [34] при токе, меньшем и большем критического значения, соответственно

имеет Λ-образный вид. В эксперименте образование пичковых ДС наблюдается в виде смены однородного по площади свечения p — n-перехода (рис. 21, *г*) на резко контрастное в виде светящихся на темном фоне точек (рис. 21, *д*) [34] или нитей (рис. 18) [35]. Картина спонтанного возникновения и эволюции таких точек или нитей полностью согласуется с изложенной в разд. 4 и 5.

7.2. Многошнуровые состояния в полупроводниковой пленке с перегревной неустойчивостью. Рассмотрим сэндвич-структуру, состоящую из тонкой (толщиной w) полупроводниковой пленки и значительно более толстой резистивной подложки, с нанесенными на них металлическими электродами (рис. 22, *а*). Под действием электрического поля $E=V_1w^{-1}$ электроны в пленке разогреваются. Распределение их эффективной температуры T описывается уравнением (1.18) [21, 23], в котором $W_j=\sigma_e V_1^2 w^{-2}$, а $\mathbf{j}_\varepsilon=\varkappa_e\nabla T$; σ_e и $\varkappa_e$ —

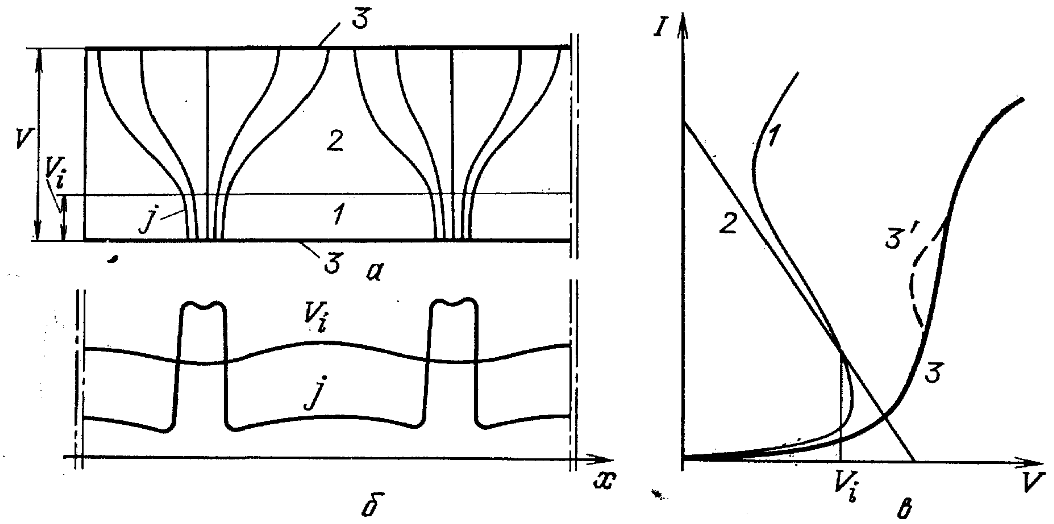

Рис. 22. К пояснению систем с разделенными по пространству областями активации и ингибирования. *а* — Схема сэндвич-структуры; *1* — активный слой толщиной w, *2* — резистивный слой (область ингибирования) толщиной W, *3* — металлические контакты. *б* — Распределение плотности тока j и падения напряжения V_1 на активном слое. *в* — S-образная ВАХ активного слоя (кривая *1*), нагрузочная характеристика резистивного слоя (*2*), возможные типы результирующих ВАХ всей структуры (*3* и *3'*)

проводимость и теплопроводность электронов. В данном случае температура электронов (точнее величина $\theta=\int\varkappa_e(T)\,dT$) играет роль активатора. Легко убедиться, что второе из условий (1.3) совпадает с условием перегревной неустойчивости электронного газа [21]. Роль ингибитора здесь играет падение напряжения на полупроводниковой пленке V_1, распределение которого по площади пленки описывается уравнением (7.2), в котором $j=\sigma_e V_1 w^{-1}$, $\rho=W/\sigma$; W, σ и τ_V - толщина, проводимость и максвелловское время диэлектрической релаксации резистивного слоя; V — падение напряжения на всей структуре; $L\approx W$.

Перегревную неустойчивость в полупроводниках обычно рассматривают при наличии сосредоточенного нагрузочного сопротивления во внешней цепи, когда устойчивым оказывается лишь одиночный шнур тока, параметры которого зависят от размера полупроводниковой пластины [21, 23, 24]. В рассматриваемой же сэндвич-структуре (рис. 22, *а*) благодаря растеканию тока в резистивном слое, т. е. перераспределению напряжений между слоями, образуются устойчивые многошнуровые состояния, распределение плотности тока $j=\sigma_e E$ в которых качественно совпадает с распределением температуры электронов T (рис. 22, *б*). При этом параметры образующихся шнуров не зависят от размеров системы, а определяются параметрами слоев, прежде всего толщиной W резистивного слоя и длиной релаксации энергии электронов l_ε в пленке. Величина $W\approx L$ согласно (7.2) определяет распределение напряжения V_1, т. е. ингибитора ($\eta\equiv V_1$), а величина l_ε — распределение T, т. е. активатора.

Таким образом, в данном случае $l\equiv l_\varepsilon$, $L\approx W$, $\tau_\theta\equiv\tau_\varepsilon$, $\tau_\eta\equiv\tau_V$, а величина $A\equiv V$. В полупроводниках, как правило, выполняются условия $\varepsilon=l/L\ll 1$, а $\tau_\varepsilon>\tau_V$, т. е. рассматриваемая сэндвич-структура является K-системой (п. 1.3), точнее KN-системой. Последнее следует из того, что кривая ЛС, в данном случае зависимость $V_{\text{i}}(T)$, в условиях перегревной неустойчивости [21], как легко убедиться, имеет N-образный вид. Поэтому форма ДС и их эволюция совпадает с рассмотренными в разд. 2–5 и 12 для KN-систем.

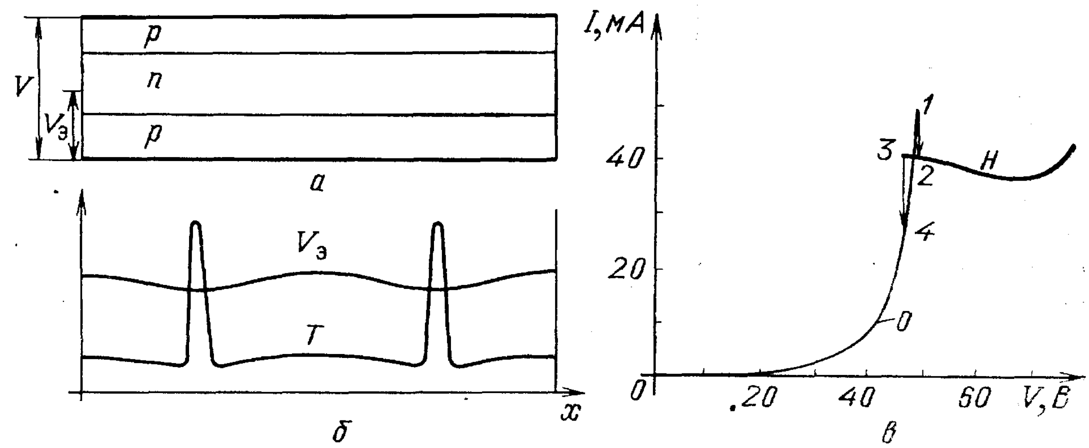

Рис. 23. «Горячие пятна» в транзисторной p—n—p-структуре. *а* — Схематическое изображение структуры. *б* — Распределение температуры и падения напряжения на инжектирующем (эмиттерном) p—n-переходе. *в* — Экспериментальная ВАХ [151], где участок *O* отвечает однородному распределению *T*, а *H* — состоянию с «горячим пятном». Скачки *1*→*2* и *3*→*4* на рис. *в* отвечают соответственно образованию и исчезновению «горячего пятна»

Многошнуровые состояния будут возникать и в сэндвич-структуре (рис. 22, *а*), в которой происходит разогрев тонкой полупроводниковой пленки. Распределение температуры T по площади пленки описывается усредненным по ее толщине (w) уравнением теплопроводности

$$\tau_T\frac{\partial T}{\partial t}=l_T^2\nabla_\perp\left[\frac{\varkappa_l(T)}{\varkappa_l(T_t)}\nabla_\perp T\right]+[W_jl_T^2-(T-T_t)\varkappa_l(T)]\varkappa_l^{-1}(T_t), \quad (7.3)$$

где l_T и $\tau_T=c\rho l_T^2/\varkappa_l(T_t)$ — характерные длина и время изменения T; c, ρ, $\varkappa_l$ — удельные теплоемкость, плотность и теплопроводность материала: T_t — температура термостата; $W_j=\sigma_e(T)V_i^2w^{-2}$. В этом случае в областях, где высока плотность тока, высока и температура решетки. Образование таких «горячих пятен» в пленке связано с возрастающей, как правило термоактивационной, зависимостью ее проводимости σ_e от температуры решетки T.

7.3. «Горячие пятна» в транзисторных структурах. Такая структура (рис. 23, *а*) представляет собой реальную модель активной распределенной среды, на примере которой было проанализировано расслоение тока и форма образующихся ДС в системах с однозначной ВАХ [52, 151]. В этой структуре (рис. 23, *а*) роль активатора играет ее температура T ($\theta\equiv T$), ингибитора — падение напряжения на прямосмещенном (эмиттерном) p — n-переходе $V_э$ ($\eta\equiv V_э$), а управляющего параметра A — полное падение напряжения на структуре V, т. е. $A\equiv V$. Распределение T в структуре описывается уравнением (7.3), в котором джоулева мощность

$$W_j=jVl_T^{-2}W=j_0\exp[(eV_э-E_g)T^{-1}]\,Vl_T^{-2}W, \quad (7.4)$$

E_g — ширина запрещенной зоны полупроводника, $j_0\exp(-E_g/T)$ — ток насыщения обратносмещенного эмиттерного p — n-перехода, W — толщина кристалла транзисторной структуры. Распределение $V_э$ по площади структуры связано с растеканием тока по ее базе (n-области на рис. 23, *а*) и описывается уравнением типа (7.2) [52]:

$$\tau_V \frac{\partial V_э}{\partial t} = L^2 \Delta_\perp V_э + V - V_э - j\rho_к (1 - \alpha_I M),$$

где $\tau_V = C\rho_к$, $L = (\sigma w \rho_к)^{1/2}$, $\rho_к$ — удельное сопротивление утечки коллекторного p — n-перехода; w, σ — толщина и проводимость базы структуры; C — суммарная удельная емкость p — n-переходов; α_I и M коэффициенты передачи тока и умножения носителей. Как правило, величина $\rho_к$ очень велика, а C мала и выполняются условия $L \gg l_T$ и $\tau_V < \tau_T$, характерные для К-систем. Согласно (7.3) и (7.4) кривая ЛС, т. е. в данном случае зависимость $V_э(T)$, имеет Λ-образный вид. Поэтому форма «горячих пятен» в транзисторных структурах и их эволюция совпадает с рассмотренной в разд. 2—5 для КΛ-систем, в которых образуются Узкие пичковые ДС (рис. 23, *б*). Такого вида «горячие пятна» и наблюдаются в транзисторах экспериментально(15) [155].

7.4. Структуры со «скрытой» S- или N-образной вольт-амперной характеристикой (ВАХ).

7.4.1. Из уравнений, описывающих процесс активации в структурах, рассмотренных в п. 7.1—7.3, следует, что область активации имеет S-образную ВАХ. Резистивный слой, т. е. область ингибирования (слой 2 на рис. 22, *а*), имеет положительное дифференциальное сопротивление, которое может превосходить по модулю отрицательное дифференциальное сопротивление области активации. В результате ВАХ всей структуры, отвечающая однородному распределению тока, оказывается однозначной(16). Вместе с тем, такие сэндвич-структуры по существу являются средами со «скрытой» S-образной ВАХ [52]. К таким средам также относится целый ряд полупроводниковых [54, 55, 57] и газоразрядных структур [36, 37], а также электронные распределенные схемы, моделирующие активные среды с диффузией(17) [57, 86, 87].

Распределение ингибитора $\eta \equiv V_1$ в рассматриваемых сэндвич-структурах (рис. 22, *а*) описывается уравнением (7.2). Для того чтобы непосредственно воспользоваться результатами разд. 2—5 для анализа ДС и явлений самоорганизации, необходимо плотность тока в слое с S-образной ВАХ однозначно выразить через параметр (играющий роль активатора), распределение которого описывается уравнением типа (1.1), как это сделано в п. 7.1—7.3 [34, 52] и работах [54, 55, 57]. Такая процедура применительно к сложным полупроводниковым приборам (инжекционным диодам, лавинным транзисторам, динисторам) проведена в ряде работ, обзор которых дан в [22].

7.4.2. Одномерные ДС различного типа могут возникать и в сэндвич структурах, в которых резистивный слой (область 2 на рис. 24, *а*) подключен параллельно с активным слоем (область 1), имеющим N-образную ВАХ (рис. 24, *в*). В таких структурах могут возникать страты в виде доменов высокого значения электрического поля (рис. 24, *б*). Для описания формы таких доменов и эффектов самоорганизации можно непосредственно использовать общие результаты, изложенные в разд. 2—6. Для этого необходимо электрическое поле E_N в активном слое с N-образной ВАХ выразить через некоторый параметр θ (играющий роль активатора), распределения которого описываются уравнением типа (1.1). Роль ингибитора в этих структурах играет полный ток в активном слое $I_N (\eta \equiv I_N)$. Уравнение, описывающее распределение $I_N(x)$

можно найти из закона индукции электрического поля для замкнутой цепи

$$\oint E dl = \mathscr{E}_i,$$

где $\mathscr{E}_i$ — э. д. с. индукции. Используя это уравнение для малого элемента тонкой сэндвич-структуры и усредняя его по толщине слоев, получим

$$\tau_I \frac{\partial I_N}{\partial t} = L^2 \frac{\partial^2 I_N}{\partial x^2} - I_N + I - E_N(\theta) W\sigma b, \tag{7.5}$$

где $\tau_I = W\sigma b \mathscr{L}_I$, $L \approx W$; $\mathscr{L}_I$ — суммарная индуктивность единицы длины слоев; σ и W — проводимость и толщина резистивного слоя. Таким образом, характерное время и длина изменения ингибитора $\eta \equiv I_N$ в данном случае есть $\tau_\eta \equiv \tau_I$ и $L \approx W$, а управляющий параметр $A \equiv I$.

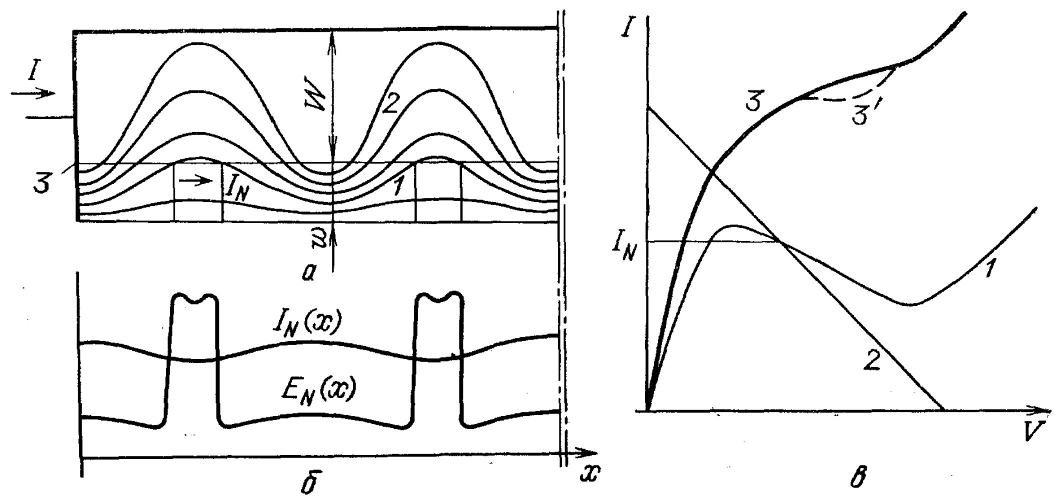

Рис. 24. К пояснению структур со «скрытой» N-образной ВАХ. *а* — Схематическое изображение сэндвич-структуры; *1* — активный слой с N-образной ВАХ, *2* — резистивный слой, *3* — металлический контакт; сплошными линиями схематически показаны линии тока. *б* — Распределение электрического поля и тока в активном слое. *в* — N-образная ВАХ активного слоя (кривая *1*), нагрузочная характеристика резистивного слоя (*2*), возможные типы результирующей ВАХ структуры (*3* и *3′*)

К структурам со «скрытой» N-образной ВАХ, относятся, например, композитные сверхпроводники, в которых активным слоем служит сверхпроводящая пленка, а резистивным — пленка нормального металла [19, 142, 159]. В таких сэндвич-структурах роль активатора играет температура пленки ($\theta \equiv T$), распределение которой вдоль структуры описывается уравнением типа (7.3). Экспериментальные и теоретические исследования доменов в композитных сверхпроводниках, приведенные в [19, 142], полностью согласуются с общими результатами теории ДС, изложенными в разд. 2—4 и 6 для KN-систем.

7.4.3. Изменение количества шнуров тока (или доменов поля) в рассматриваемых структурах при изменении параметров внешней цепи будет сопровождаться скачками тока I (или напряжения V) на ВАХ структуры. Эти скачки наблюдаются экспериментально при исследованиях многошнуровых и многодоменных состояний в различных структурах [19, 31—38, 57, 86, 87, 142]. В идеально однородных моностабильных системах картина эволюции шнуров тока (и доменов поля) качественно не зависит от величины активного нагрузочного сопротивления $R_н^{(18)}$. При этом может лишь расшириться диапазон существования АС в виде одиночного шнура (или домена), образующегося в результате эволюции многошнуровых (многодоменных) состояний (разд. 3 и 4), В образце размера $\mathscr{L} < L$ шнур тока устойчив, когда [151, 160]

$$D(0)\,(1+R_{н}Z^{-1}(0)) < 0, \tag{7.6}$$

а домен поля, когда [49, 160]

$$D(0)\,(R_{н}+Z(0)) < 0, \tag{7.7}$$

где $Z(i\omega)$ — импеданс структуры соответственно со «скрытой» S- или N-образной ВАХ, а $D(i\omega)$ определяется выражением (4.9) в обзоре [25].

8. Активные системы с «перекрестной» диффузией. В данном разделе рассматриваются системы, в которых не только механизм расслоения (п. 1.2), но и свойства ДС определяются диффузионными процессами, точнее знаком и видом зависимостей перекрестных коэффициентов диффузии D_{ij} с $i \neq j$ в уравнениях (1.16) от величин X_i. К таким системам, как отмечалось в п. 1.2, относятся неравновесная газовая и

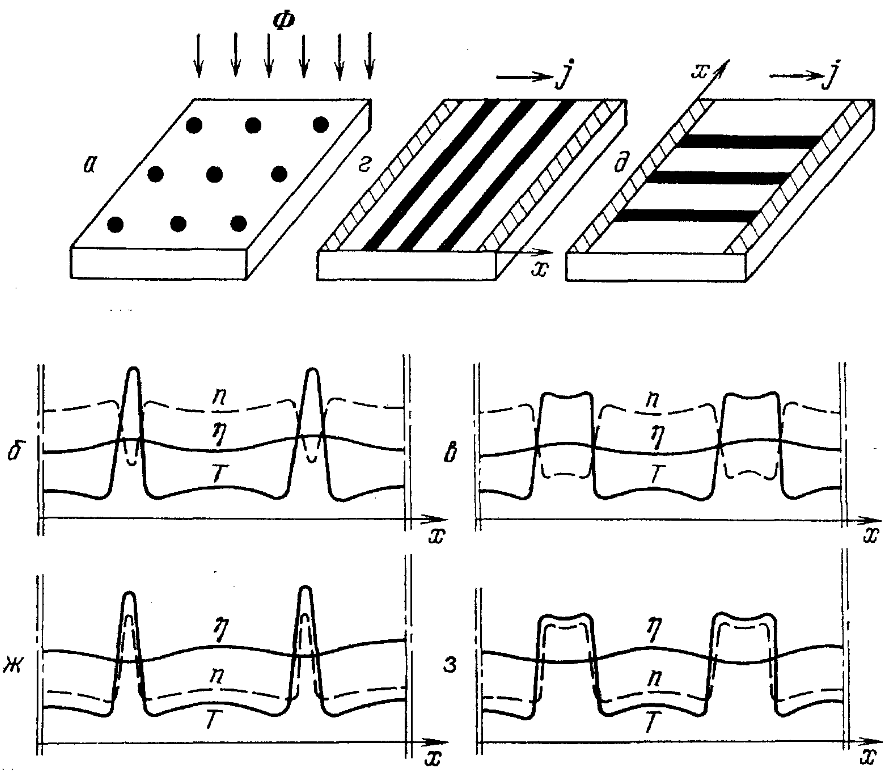

Рис. 25. ДС в системах с «перекрестной» диффузией: схематическое изображение локальных областей высокой температуры ЭДП (*а*), поперечных (*г*) и продольных (*д*) страт; *б, в, ж, з* — распределение температуры T и концентрации носителей n в стратах, реализующихся в системах с положительной (*б, в*) и отрицательной (*ж, з*) термодиффузией [75, 76]

электронно-дырочная плазма (ЭДП). В них могут образовываться термодиффузионные ДС, существование которых определяется термодиффузией, т. е. сильным влиянием распределения температуры на пространственное распределение концентрации электронов и дырок (или ионов) [75, 76].

8.1. Термодиффузионные ДС в электронно-дырочной плазме (ЭДП) [75, 76]. Рассмотрим ЭДП, генерируемую в полупроводниковой пленке светом, энергия фотонов которого $\hbar\omega$ превышает ширину запрещенной зоны полупроводника E_g на величину $2\Delta = \hbar\omega - E_g$ (рис. 25, *а*). При поглощении таких фотонов образуются горячие электроны и дырки, которые за счет электрон-электронных соударений могут разогреваться как единая система до некоторой эффективной температуры T. Распределение T и концентрации электронов и дырок в симметричной ЭДП описываются уравнениями (1.26)—(1.28), в которых $W_j = \Delta G$. Как отмечалось в п. 1.2, неустойчивость, приводящая к расслоению ЭДП, носит апериодический характер, т. е. ее порог определяется условием $\gamma = 0$. Из этого условия по существу и следует вывод о том, что левые части уравнений (1.26) и (1.27), т. е. вид временных производных, как правило, не сказывается на критерии устойчивости ДС. Поэтому критерии устойчивости термодиффузионных ДС (при $\tau_r = \mathrm{const}$), как правило, совпадают с изученными в разд. 12 для К-систем, для которых также на пороге устойчивости $\mathrm{Im}\,\gamma = 0$.

Из (1.28) следует, что кривая ЛС при $\alpha + s > 0$ имеет V- или И-образный вид. Таким образом, рассматриваемая ЭДП относится к KV- или КИ-системам, для которых вид ДС (распределения $\theta(\mathbf{r})$ и $\eta(\mathbf{r})$) и их эволюция проанализированы в разд. 2—5. Распределение концентрации $n(\mathbf{r})$ в термодиффузионных ДС легко восстановить (рис. 25, *б, в*), используя вытекающую из (1.25) связь η с n и T. Учитывая, что в рассматриваемом случае $D(T)$ есть возрастающая функция T, из (1.25) следует, что температура и концентрация носителей в термодиффузионных ДС изменяются в противофазе. Иными словами, в ЭДП образуются области высокого значения температуры и низкого значения концентрации носителей (рис. 25, *б, в*). Подчеркнем, что несмотря на большую диффузионную длину, концентрация носителей, так же как и температура, резко меняется в областях размера $l \ll L$ — стенках ДС (рис. 25, *б, в*). Это связано с тем, что в областях стенок ДС диффузионный поток носителей $\mathbf{j}_D = -D\nabla n$ компенсируется термодиффузионным потоком, который отвечает последнему слагаемому в (1.19).

8.2. Многодоменные состояния в полупроводниках с однозначной ВАХ [49]. Рассмотрим разогрев собственных или фотогенерированных носителей в постоянном или высокочастотном поле. Распределения n и T в этом случае также описываются уравнениями (1.17) и (1.18), с той лишь разницей, что в (1.18) $W_j = jE$ — джоулева мощность, поступающая к ЭДП. Из этих уравнений следует, что в отсутствие перегревной неустойчивости, т. е. при $\alpha + s < 1$, ВАХ образца однозначна. Вместе с тем, однородное состояние ЭДП теряет устойчивость относительно флуктуаций с волновым вектором $\mathbf{k} \| \mathbf{E}$ [49—51, 161, 162]. Это связано с тем, что при наличии поля появляется выделенное направление. В результате такой неустойчивости в ЭДП скачкообразно образуются страты — домены электрического поля, поперечные линиям тока (рис. 25, *г*) [49].

В таких термодиффузионных стратах, как и в рассмотренных в п. 8.1, n и T изменяются в противофазе (рис. 25, *б, в*). При этом плотность тока $j(x) = \mathrm{const}$, а следовательно, поле E и мощность $W_j = j^2/\sigma = j^2(2e\mu n)^{-1}$, максимальны в областях, где низка концентрация носителей (рис. 25, *б, в*). В результате условие образования страт $\alpha + s > -1$ оказывается более мягким, чем в случае ЭДП, разогретой в процессе фотогенерации (п. 8.1).

При выполнении условия $\alpha + s > -1$ кривая ЛС для переменных (1.25), вытекающая из уравнения $q = P - W_j = 0$, в зависимости от величины T_l и параметров ЭДП может иметь И- или V-образный вид [51]. Таким образом, рассматриваемая ЭДП относится к КИ- или KV-системам, а следовательно, реализующаяся в ней картина эволюции многодоменных состояний совпадает с изложенной в разд. 2—4.

8.3. Многошнуровые состояния в «плотной» ЭДП [48, 51, 100, 104, 109]. В ЭДП высокой плотности подвижность носителей μ

определяется столкновениями электронов и дырок, движущихся в электрическом поле навстречу друг другу. В этом случае $\mu \propto T^{3/2} n^{-1}$ [163], т. е. проводимость ЭДП $\sigma = e\mu n$ не зависит от ее концентрации. При низких температурах рассеяние энергии носителей обычно происходит на акустических и оптических фононах. При этом $s < -1/2$, а ВАХ «плотной» плазмы оказывается однозначной. Несмотря на это, однородное состояние ЭДП расслаивается относительно флуктуаций с $\mathbf{k} \perp \mathbf{E}$ и в ЭДП скачкообразно образуются многошнуровые состояния в виде слоев или цилиндров, параллельных линиям тока (рис. 25, *д)* [48]. Изменение концентрации и температуры в таких шнурах тока происходит в противофазе (рис. 25, *б, в)*. Они описываются уравнениями типа (1.17) и (1.18), причем в последнем $\mathbf{j}_e = -\mu_f e^{-1} \nabla_\perp P_e$, где $P_e = nT$ — давление ЭДП, а μ_f — подвижность носителей, определяемая их рассеянием на дефектах и фононах.

Возникновение в плотной ЭДП многошнуровых состояний, параллельных линиям тока, связано с тем, что в них $E(\mathbf{r}_\perp) = \mathrm{const}$, а джоулева мощность $W_j = \sigma E^2 \propto T^{3/2}$. Это приводит к тому, что кривая ЛС, отвечающая уравнению $q = P - W_j = 0$ имеет И- или V-образный вид [104], если учесть, что в данном случае $\theta = T/T_l$, а $\eta = P_e/T_l n_h$. Поэтому картина эволюции многошнуровых состояний совпадает с изложенной для КΛ- и КV-систем в разд. 2—4.

Особенность здесь состоит в том, что изменение числа шнуров в образце приводит к многочисленным участкам гистерезиса на ВАХ. Такого вида ВАХ наблюдается при расслоении ЭДП в тонких пленках GaAs [31] и в GaAs транзисторных структурах [164]. Экспериментально [31] и численно [100, 104, 109] изученная эволюция многошнуровых состояний при изменении напряжения на образце согласуется с результатами теории самоорганизации, приведенными в разд. 2—5.

8.4. «Горячие пятна» в полупроводниковой пленке. В п. 8.1—8.3 рассматривались ДС, образующиеся в системах с «положительной» термодиффузией, в которых поток частиц направлен из горячей области в холодную. В ряде систем за счет того, что сечение рассеяния частиц возрастает с увеличением их скорости, термодиффузионный поток частиц может быть направлен из холодной области в горячую. Однородное распределение частиц в таких системах с «отрицательной» термодиффузией, как впервые было показано в [59, 60] на примерах химических реакций и смеси нейтральных газов, может расслаиваться. В результате такого расслоения в системах с «отрицательной» термодиффузией образуются ДС, представляющие собой области высокой температуры и концентрации частиц (рис. 25, *ж, з)* [75, 51].

Такие термодиффузионные ДС могут спонтанно возникать в тонкой полупроводниковой пленке, в которой однородно фотогенерируется ЭДП [75]. При комнатных температурах и высоких концентрациях носителей температура ЭДП практически совпадает с температурой пленки T. Распределение T и концентрации носителей n в пленке описываются уравнением (7.3) и усредненным по толщине пленки уравнением баланса числа носителей (1.17). Из последнего следует [51, 75], что длина биполярной диффузии L характеризует масштаб изменения величины $\eta = n\varphi^{-1}(T)$, где $\varphi(T)$ — возрастающая функция T. Как и в п. 8.1—8.3, роль активатора в рассматриваемом случае играет температура ($\theta \equiv T$), а ингибитора — η. Уравнения для определения вида ДС в переменных θ и η здесь также анлогичны (1.1), (1.2). При этом свойства ДС при $L \gg l_T$ отвечают рассмотренным в разд. 1—6 для КN- или КΛ-систем [51].

Существование локальных областей высокой температуры (рис. 25, *ж, з)* связано с тем, что в этих областях благодаря «отрицательной» термодиффузии увеличивается концентрация носителей. С другой стороны, в месте скопления носителей более интенсивно происходит поглощение электромагнитного излучения и рекомбинации носителей. Это и поддерживает высокое значение температуры в локальных областях пленки [75], которое может превысить температуру плавления полупроводника и вызвать пятнистое разрушение пленки. По-видимому, с этим эффектом [165] и связано наблюдаемое в эксперименте пятнистое проплавление поверхности полупроводника [166—168] при его однородном импульсном освещении, мощность которого заведомо меньше необходимой для расплавления приповерхностного слоя полупроводника.

8.5. ДС в химических реакциях с «перекрестной» **диффузией.** Термодиффузионные ДС, в том числе АС, могут возникать и в неизотермических химических реакциях за счет выделения или поглощения тепла.

Расслоение однородного распределения химических веществ в принципе может происходить даже в том случае, когда химическая реакция протекает в изотермических условиях. Такое расслоение может быть связано с эффектами увеличения одного химического вещества другим [116]. В этом случае потоки химических веществ можно записать в виде [86, 17, 116]

$$\mathbf{j}_1 = -D_{11}\nabla n_1 - D_{12}\nabla n_2, \quad \mathbf{j}_2 = -D_{21}\nabla n_1 - D_{22}\nabla n_2, \tag{8.1}$$

где n_1 и n_2 — концентрации химических веществ, а коэффициенты диффузии D_{ij} зависят от n_1 и n_2. В этом случае матрица коэффициентов D_{ij} в уравнениях (1.16) содержит недиагональные члены, описывающие «перекрестную» нелинейную диффузию двух химических веществ. Из линейной теории расслоения следует [116], что в зависимости от знаков коэффициентов «перекрестной» диффузии D_{12} и D_{21} концентрации веществ n_1 и n_2 могут меняться по пространству как в фазе, так и в противофазе.

Вид и свойства ДС в изотермических химических реакциях с «перекрестной» диффузией можно установить из их аналогии с термодиффузионными ДС (п. 8.1—8.4). Действительно, если в формулах (1.19) и (1.20) формально заменить n на n_1, а T на n_2, то они приобретут вид выражений (8.1). Из этой аналогии следует, что в системах, в которых n_1 и n_2 меняются в противофазе, в зависимости от типа нелинейностей системы могут возникать ДС, вид которых совпадает с изображенным на рис. 25, *б* или *в*, если на этих рисунках заменить n на n_1, а T на n_2. В системах, в которых n_1 и n_2 меняются в фазе, реализуются ДС, показанные на рис. 25, *ж* или *з*, где $n \equiv n_1$, а $T \equiv n_2$.

9. Турбулентность в активных распределенных средах. Турбулентность, т. е. хаотические во времени и по пространству неоднородные колебания, наблюдаются во многих системах с конвективными потоками, в частности, в различных гидродинамических течениях (см., например [1, 74]). Вместе с тем, турбулентность наблюдается и в системах, в которых конвективные потоки отсутствуют [7, 8, 10]. Турбулентность может возникать даже в К-системах, в которых не только отсутствуют конвективные потоки, но и не могут возникать однородные автоколебания, пульсирующие ДС и автоволны (табл. II). Обсудим механизмы образования такой турбулентности.

9.1. Условия возникновения и сценарии развития турбулентности [80—83]. Минимальное ($\mathscr{L}_{\min}$) и максимальное ($\mathscr{L}_{\max}$) расстояния между стратами (пятнами или сгустками) определяются совершенно различными по своей природе эффектами (разд. 2). Периодически расположенные страты (пятна, сгустки) периода $\mathscr{L}_p < \mathscr{L}_{min}$ неустойчивы из-за эффекта перекачки (п. 2.2). Вместе с тем из-за эффекта локального пробоя (п. 2.1) не реализуется состояние, в котором расстояние между стратами $\mathscr{L}_p > \mathscr{L}_{max}$. В КΛ- и KV-системах величины $\mathscr{L}_{min}$ и $\mathscr{L}_{max}$ могут быть одного порядка [81] и в некоторых из них может выполняться условие [80, 81]

$$\mathscr{L}_{max}(A) < \mathscr{L}_{min}(A), \tag{9.1}$$

когда все статические ДС неустойчивы. Поскольку в К-системах величина $\alpha = \tau_\theta/\tau_\eta > 1$ (п. 1.3), то в них не могут возникать стационарные состояния в виде однородных колебаний или пульсирующих ДС [80] (см. раздел 11), а также автоволн [25]. Вместе с тем, при $A > A_c$ однородное состояние системы также неустойчиво (п. 1.1 и 1.2). Поэтому, когда выполнено условие (9.1), при значениях $A > A_c$ в идеально однородной системе может спонтанно возникнуть турбулентность, т. е. нестационарное состояние в виде случайно появляющихся и исчезающих АС (в виде страт, пятен или сгустков).

Механизм возникновения турбулентности в этом случае состоит в следующем. Соседние страты (пятна, сгустки) — взаимодействующие автосолитоны,— находящиеся на расстоянии меньшем $\mathscr{L}_{min}$, неустойчивы вследствие эффекта перекачки (п. 2.2). В результате такой неустойчивости число АС в системе должно было бы уменьшиться, а расстояние между ними — увеличиться. Вместе с тем, при выполнении (9.1) уже в процессе формирования таких АС они должны делиться в результате эффекта локального пробоя (п. 2.1). Поскольку процессы деления и неустойчивости двух соседних АС могут происходить в далеко разнесенных областях пространства не скоррелированно, то это и приводит к возникновению турбулентности.

Другой механизм возникновения турбулентности связан с тем, что в центре спонтанно образующихся в КΛ- и KV-системах пичковых ДС (п. 1.5) может быть выполнено условие [82, 83]

$$\left.\frac{\partial Q}{\partial \eta}\right|_{\theta=\theta_{max},\ \eta=\eta_{sh}} < 0, \tag{9.2}$$

где θ_{max} и η_{sh} — значения активатора и ингибитора в центре пичка ДС. Неравенство (9.2) противоположно использованному в разделах 1—6 условию $Q'_\eta > 0$ (1.3), означающему наличие в системе отрицательной обратной связи по ингибитору (п. 1.1). Иными словами, условие (9.2) означает, что в процессе формирования пичковых страт (пятен или сгустков) в их центре отрицательная обратная связь по ингибитору сменяется на положительную. Это в свою очередь может вызывать такое изменение величины η, которое приводит к уничтожению страты (пятна, сгустка). Поскольку такой процесс в далеко разнесенных точках пространства может происходить не скоррелированно, то в системе может возникать турбулентность (см. п. 9.2).

Из рассмотренных механизмов возникновения турбулентности [80—83] следует, что образование хаотических во времени и по пространству колебаний определяется сложной динамикой поведения автосолитонов, которая принципиально связана с эффектами их взаимодействия. При этом картина турбулентности по существу представляет собой случайное возникновение и исчезновение АС в различных точках пространства (см. обзор [79]). В последние годы аналогичные представления используются и для объяснения картины турбулентности, реализующейся в течениях жидкостей при числах Рейнольдса близких к критическому [74].

Из изложенных механизмов вытекают следующие сценарии возникновениятурбулентности[81—83]:

1) Условия (9.1) или (9.2) могут выполняться уже в точке $A=A_c$. В этом случае турбулентность может возникать при $A=A_c$ в результате расслоения однородного состояния системы.

2) При $A=A_c$ в системе спонтанно образуются устойчивые ДС (страты, пятна, сгустки). С ростом A при некотором $A>A_c$ выполняется условие (9.1) или (9.2), и в системе спонтанно возникает турбулентность.

3) При $A=A_c$ спонтанно образуются устойчивые статические ДС. По мере увеличения A в результате локального пробоя между стратами (пятнами или сгустками) их число скачкообразно последовательно увеличивается (п. 3.2), а условия (9.1) или (9.2) выполняются только при достаточно больших значениях A, при которых и возникает турбулентность.

4) В реальных системах турбулентность может возникать и при $A<A_c$ за счет спонтанного образования АС у малой локальной неоднородности и его деления сначала на две, а затем и большее число страт (сценарий 2 в п. 4.1). Это связано с тем, что образующиеся в процессе деления страты могут оказаться неустойчивыми.

Экспериментально турбулентность наблюдалась в газовом разряде в виде случайно образующихся и исчезающих страт [14] и, по-видимому, связана с выполнением условия (9.1) [46б].

9.2. Турбулентность в электронно-дырочной плазме. Условие турбулентности (9.2) может выполняться в разогретой ЭДП. При этом, как показывают численные исследования, действительно возникают нерегулярные по пространству и времени колебания [82, 83].

Выполнение условия (9.2) в ЭДП связано с тем, что в ней могут образовываться пичковые страты, температура носителей в центре которых столь высока, что необходимо учитывать межзонную ударную ионизацию носителей [98, 170]. В этом случае скорость генерации носителей G в (1.17) можно записать в виде $G=G_0+n\nu_i(T)$, где $G_0=\mathrm{const}$, а ν_i — скорость ударной ионизации, которая экспоненциально возрастает с ростом T. В этом случае выражение (1.28) для функции Q следует заменить на

$$Q=\eta\theta^{-1-\alpha}(1-\nu_i(\theta)\tau_r)-1. \qquad (9.3)$$

Из (9.3) следует, что в центре страты, где $\theta=\theta_{max}$, величина $Q'_\eta<0$, когда $\nu_i(\theta_{max})\tau_r>1$. Численные исследования показывают, что турбулентность возникает в ЭДП, когда величина $\nu_i(\theta_{max})\tau_r$ существенно превышает единицу. При этом в зависимости от параметров ЭДП в ней реализуются все изложенные выше сценарии возникновения турбулентности [82, 83].

10. Системы с конвективными потоками. Из качественной теории [46] вытекает, что при наличии в системе конвективных потоков, форма статических страт искажается, и они могут сноситься со скоростью, пропорциональной величине этих потоков(19). Эти результаты объясняют экспериментально наблюдаемую форму движущихся страт в газовом разряде [169], а также изученную при численных [170, 111] и экспериментальных [84] исследованиях термодиффузионных страт в ЭДП, разогретой постоянным электрическим полем. Эволюция движущихся страт при изменении тока также определяется «локальным пробоем» (п. 2.1) и неустойчивостью типа «перекачки» (п. 2.2) [170].

Наличие границ и малых неоднородностей в системах с конвективными потоками может более существенно, чем отмечено в п. 4.1, изменить картину самоорганизации. Так, спонтанно генерируемый у малой неоднородности или вблизи границы образца (п. 4.1) АС может отрываться от неоднородности и приводить к возникновению последовательности движущихся страт [51, 98, 111]. Этот эффект наблюдается в эксперименте [84] и при численных расчетах [111]. При этом во всем образце или в некоторой его части могут образовываться несимметричные статические страты, амплитуда и ширина которых может меняться вдоль образца. Эти эффекты экспериментально наблюдаются в низкотемпературной газовой [171] и в полупроводниковой плазме [84].

11. О спонтанном образовании и эволюции пульсирующих ДС и автоволн. В данном разделе обсуждаются особенности самоорганизации в ҚΩ- и Ω-системах (п. 1.3). К ним относятся системы с однородно генерируемым веществом горения [25], вырожденная ЭДП, разогретая в процессе оже-рекомбинации [149], модели химических реакций типа Белоусова — Жаботинского [7, 8, 10, 11, 16, 17], модели различного рода возбудимых и нейристорных сред, в частности модель Фитц-Хью — Нагумо [7, 8, 16, 17, 121б, 122—124] и некоторые модели нейронных сетей. Ω- и ҚΩ-системами являются структуры со «скрытой» S- или N-образной ВАХ, в которых, в отличие от случаев, рассмотренных в разделе 7, необходимо подобрать параметры слоев так, чтобы обеспечить большую инерционность процесса ингибирования (см., например [158]).

Прежде чем перейти к рассмотрению особенностей эволюции ДС и автоволн (п. 11.3—11.6), отметим характерные свойства этих неоднородных состояний в Ω- (п. 11.1) и ҚΩ-системах (п. 11.2).

11.1. В Ω-системах статические и пульсирующие ДС не реализуются (табл. II). В них могут образовываться бегущие АС (импульсы) и более сложного вида автоволны: спиральные, свитки, кольца и др. (см., например [7, 8, 11, 16, 17, 121—124]). Свойства бегущих АС и других автоволн в ΩN- (и ΩИ-) системах весьма подробно изучены в моделях типа Фитц-Хью — Нагумо (см., например [8, 11б, 16, 17, 121б, 122, 124]), т. е. моделях, описываемых уравнениями (1.1), (1.2) с $L=0(\varepsilon=\infty)$, $\alpha=\tau_\theta/\tau_\eta\ll 1$. При исследовании этих моделей установлено, что: а) бегущий одномерный АС (импульс) устойчив в достаточно широком диапазоне изменений A от некоторого $A=A_v$, при котором его ширина $\mathscr{L}_s$ и скорость v минимальны ($v=v_{\min}\sim\alpha^{1/2}l/\tau_\theta$ [122б]), до критического значения $A=A_c$ (п. 1.1, 1.3), при котором ширина и скорость АС достигают максимума ($v=v_{\max}\sim l/\tau_\theta$); б) сталкивающиеся бегущие АС (импульсы) аннигилируют [7, 8, 11, 16, 17, 123, 124]; в) одномерный бегущий АС в двумерных системах устойчив. Эти свойства бегущих АС (импульсов) и определяют основные свойства более сложных автоволн, реализующихся в Ω-системах [7, 8, 10, 11, 16, 17, 121-124].

11.2. В ҚΩ-системах (см. табл. I), кроме автоволн, могут возникать статические и пульсирующие ДС. Теория автоволн и ДС в ҚΩ-системах развита в [80, 172].

Автоволны в ҚΩ-системах по своим свойствам могут принципиально отличаться от автоволн, реализующихся в Ω-системах (п. 11.1). В ҚΩ-системах бегущие АС и другие автоволны при столкновении могут не аннигилировать. Это связано с тем, что благодаря $\varepsilon\ll 1$, т. е. $L\gg l$, перед бегущим АС бежит «диффузионный предвестник» — рефрактерная область размера порядка L [25, 172]. Поэтому два бегущих навстречу друг другу АС начинают взаимодействовать на расстояниях значительно превышающих размер фронта АС ($\sim l$). В результате такого взаимодействия скорости АС уменьшаются и они могут не аннигилировать, а оттолкнуться друг от друга или же превратиться в статическую или пульсирующую ДС [25, 115]. Образование статических ДС при столкновении бегущих АС наблюдается при численных исследованиях различных моделей активных сред [107, 131, 132], в том числе модели типа (1.31), (1.32) с $\alpha \ll 1$.

В дву- и трехмерных KΩN- и KΩИ-системах (табл. I) одномерный бегущий АС, спиральные и другие автоволны могут оказаться неустойчивыми относительно «гофрировки» их стенок, т. е. эффекта, рассмотренного в п. 2.3 применительно к статическим стратам. Такой эффект может приводить к дроблению автоволн на более мелкие области. В результате в системе могут возникать автоволны нового типа или же турбулентность.

Свойства автоволн, статических и пульсирующих ДС в KΩ-системах прежде всего зависят от соотношения параметров, определяющих дальнодействие и инерционность процесса ингибирования по сравнению с активацией. В системах, описываемых уравнениями типа (1.1), (1.2), область существования и свойства автоволн, пульсирующих и статических ДС определяются величиной отношения $\alpha/\varepsilon \equiv (\tau_\theta/\tau_\eta)(l/L)^{-1}$ [172] (см. рис. 8 в обзоре [25]).

Из качественной процедуры построения бегущих АС в системах с $\varepsilon = l/L \ll 1$ [25, 77, 160] следует, что условие существования автоволн в KΩN- (KΩИ-) системах сводится к [172]

$$\alpha/\varepsilon < b_c,$$

т. е.

$$L/\tau_\eta < b_c l/\tau_\theta. \tag{11.1}$$

В (11.1) величина b_c порядка единицы и определяется нелинейностями системы, т. е. функциями $q(\theta, \eta)$ и $Q(\theta, \eta)$ в (1.1), (1.2). (Например, для кусочно-линейной модели активной среды, рассмотренной в п. 8.1 обзора [25], $b_c \approx 2^{-3/2}$).

С ростом отношения α/ε, точнее диффузионной длины ингибитора L, область существования бегущего АС, т. е. диапазон (A_v, A_c), сужается. При этом значение v_{min} увеличивается, а v_{max} уменьшается. При стремлении отношения α/ε к пороговой величине b_c (11.1) бегущий АС можно возбудить лишь при A, близких к A_c. При уменьшении отношения α/ε граница области существования бегущего АС, т. е. величина $A = A_v$, все более отличается от величины A_c. При $\alpha < \varepsilon^4$ [172] скорость АС в точке $A = A_v$ достигает своего минимально возможного значения $v_{min} \sim \sim \alpha^{1/2} l/\tau_\theta$.

В KΩN- и KΩИ-системах с

$$\varepsilon^2 \ll \alpha < \varepsilon \ll 1 \tag{11.2}$$

существует определенный диапазон уровней возбуждения, в котором статические ДС устойчивы [80, 172]. На границах этого диапазона статические ДС теряют устойчивость относительно пульсаций, т. е. нарастания флуктуаций, осциллирующих во времени с некоторой частотой ω_c (п. 12.4).

11.3. В однородных KΩN- и KΩИ-системах, удовлетворяющих условию (11.2), статические АС, страты и другие ДС при изменении уровня неравновесности системы A могут спонтанно превратиться в пульсирующие ДС или в автоволны. Пульсирующий АС может возникать как при увеличении, так и при уменьшении A, когда ширина статического АС становится соответственно больше или меньше критических значений $\mathscr{L}_\omega$.

или $\mathscr{L}_{b\omega}$, оценки которых приведены в п. 6.2 обзора [25]. Из устойчивости статического АС следует [172], что бегущий АС может возникать при A, близких к значению A_ω, при котором ширина статического АС $\mathscr{L}_s = \mathscr{L}_\omega$.

11.4. В системах в виде узкого кольца при одном и том же уровне возбуждения A можно возбудить автоволны в виде одиночного бегущего АС или последовательности бегущих АС (страт) различного периода. При изменении A число таких АС может скачкообразно меняться за счет эффектов локального пробоя и перекачки активатора между стратам и изложенных в п. 2.1 и 2.2 применительно к статическим АС (стратам).

11.5. При A, близких к A_c, у бегущего АС появляется осциллирующий «хвост» в виде повторяющихся областей возбуждения и рефрактерности [102б]. Так же как и в случае статического АС (п. 2.1.2), в «хвосте» бегущего АС может произойти локальный пробой, в результате которого за бегущим АС будут возникать все новые и новые бегущие АС. На основе эффекта локального пробоя в «хвосте» бегущего АС можно объяснить существование стационарного ведущего центра (источника расходящихся автоволн) в идеально однородных KΩ-системах [102б].

11.6. Локальные неоднородности в реальных KΩ-системах в зависимости от их параметров могут приводить к спонтанному образованию статических, пульсирующих или бегущих АС. Чем меньше величина неоднородности, тем ближе соответствующее критическое значение A к величине A_c. При этом даже малые локальные неоднородности вследствие эффекта, рассмотренного в п. 11.5, могут проявлять себя как зародыши спонтанного образования ведущего центра. Спонтанное образование различного типа автоволн (спиральных, ведущего центра) у локальных неоднородностей или границ системы наблюдалось, например, при экспериментальном исследовании реакций типа Белоусова—Жаботинского [10,16].

12. Параметры и устойчивость периодических страт.

12.1. Построение формы страт [75—77]. Для анализа формы и параметров страт периода $\mathscr{L}_p \gg L$ в N- или И-системах заметим, что решения уравнений (1.1), (1.2) в виде периодических страт, так же как и для АС (п. 3.2 в [25]), с точностью до $\varepsilon = l/L \ll 1$ можно представить в виде последовательных сочетаний отрезков резких и плавных распределений.

Резкие распределения удовлетворяют уравнению

$$l^2 \frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{dU_\theta}{d\theta} = 0, \qquad U_\theta = -\int^{\theta} q(\theta, \eta, A)\, d\theta, \tag{12.1}$$

где $\eta = \mathrm{const}$. Плавные распределения удовлетворяют уравнению

$$L^2 \frac{d^2\eta}{dx^2} + \frac{dU_\eta}{d\eta} = 0, \qquad U_\eta = -\int^{\eta} Q(\theta(\eta), \eta, A)\, d\eta. \tag{12.2}$$

Характерной длиной изменения активатора в резких распределениях является l, а в плавных распределениях — L. В (12.2) функция $\theta(\eta)$ есть одна из однозначных зависимостей $\theta_{\mathrm{I}}(\eta)$, $\theta_{\mathrm{II}}(\eta)$ или $\theta_{\mathrm{III}}(\eta)$, определяемых уравнением (1.29), т. е. функция $\theta(\eta)$ отвечает I, II или III ветвям кривой ЛС (рис. 2, *а, в*). Ветвь I соответствует значениям $\theta \leqslant \theta_0$, II – $\theta_0 < \theta < \theta_0'$ и III – $\theta \geqslant \theta_0'$. Иными словами, потенциал U_η в (12.2) состоит из трех независимых ветвей I, II и III [25].

Из (12.1), (12.2) видно, что плавные и резкие распределения можно рассматривать как траектории движения частиц соответственно с координатами θ и η, движущимися с «временем» x в потенциалах U_θ (12.1) и U_η (12.2). Вид последних однозначно определяется [25] кривой ЛС (рис. 26). Для построения периодических страт необходимо самосогласованным образом сшить отрезки резких и плавных распределений и отвечающие им ветви потенциалов. При этом, используя симметрию периодических страт, для их описания достаточно рассмотреть фрагмент размера $\mathscr{L}_p/2 (0 \leqslant x \leqslant \mathscr{L}_p/2)$, на границах которого $d\theta/dx = d\eta/dx = 0$ (рис. 26, *г*). Процедура построения $\theta(x)$ и $\eta(x)$ в таком фрагменте аналогична процедуре построения АС, подробно изложенной в п. 3.2 обзора [25].

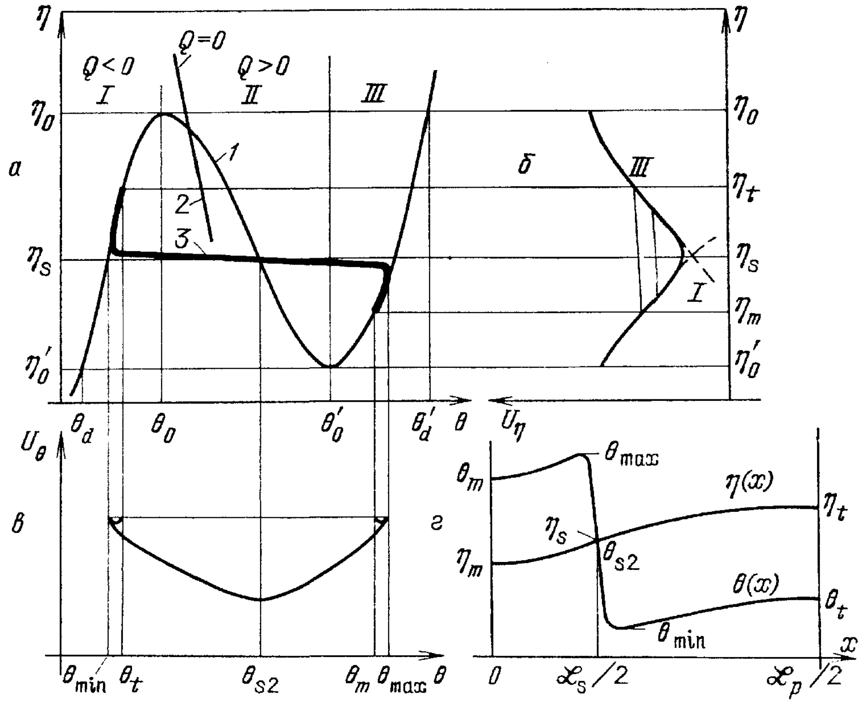

Рис. 26. К построению периодических страт в N-системах. *а* — Вид кривых ЛС (кривая *1*), УС (*2*) и истинной зависимости $\eta(\theta)$ (*3*) в стратах (*г*). *б* — Вид истинного потенциала U_η и траекторий движения «частицы» в нем, отвечающих распределению $\eta(x)$ в стратах (*г*). *в* — Вид истинного потенциала U_θ, наивысшая траектория движения «частицы» в котором отвечает распределению $\theta(x)$ в стратах (*г*)

В N- и И-системах из вида кривой ЛС (рис. 26) следует, что U_θ в (12.1) имеет вид потенциальной ямы, ограниченной точками θ_1 и θ_3 (отвечающими соответственно I и III ветвям однозначной зависимости $\theta(\eta)$), в которых потенциал U_θ имеет максимумы. Из такого вида потенциала U_θ следует, что уравнение (12.1) допускает периодические и уединенные решения $\theta(x)$. Последние соответствуют наивысшим траекториям движения частицы в потенциале U_θ, т. е. отвечают сепаратрисам уравнения (12.1), замыкающимся в седловых точках θ_1 или θ_3. При некотором значении $\eta = \eta_s$ максимумы потенциала U_θ в точках $\theta_1 = \theta_{s1}$ и $\theta_3 = \theta_{s3}$ совпадают, т. е. выполняются условия

$$\int_{\theta_{s1}}^{\theta_{s3}} q(\theta, \eta_s, A)\, d\theta = 0, \quad q(\theta_{si}, \eta_s, A) = 0 \qquad (i = 1, 2, 3), \tag{12.3}$$

определяющие величины η_s, θ_{s1} и θ_{s3}. Наивысшая траектория движения частицы в таком потенциале U_θ описывает распределение активатора $\theta(x)=\theta_{sh}(x)$ в стенках страт, т. е. в областях размера порядка l, в которых θ меняется от $\theta_{min}=\theta_{s1}$ до $\theta_{max}=\theta_{s3}$. Значение $\theta_{s1}<\theta_0$, т. е. принадлежит I ветви кривой ЛС, а $\theta_{s3}>\theta_0'$, т. е. принадлежит III ветви кривой ЛС (рис. 26, *а*). Поэтому резкое распределение $\theta_{sh}(x)$ сшивает решения $\eta(x)$ уравнения (12.2), отвечающие I и III ветвям потенциала U_η, т. е. зависимостям $\theta_I(\eta)$ и $\theta_{III}(\eta)$. Отсюда следует, что для построения потенциала U_η необходимо расположить его ветви I и III так, чтобы они пересекались в точке $\eta=\eta_s$ (рис. 26, *б*).

В моностабильных системах потенциал U_η имеет единственный экстремум, отвечающий точке $\eta=\eta_h$, $\theta=\theta_h$, соответствующей однородному состоянию системы [25]. Однородное состояние расслаивается (п. 1.1 и 1.2), когда точка $\theta=\theta_h$ и $\eta=\eta_h$ расположена на II ветви однозначной зависимости $\theta(\eta)$, где $q_\theta'<0$ [25]. Поэтому в области неустойчивости однородного состояния системы, т. е. при $A_c<A<A_c'$ (п. 1.1—1.3), I и III ветви потенциала U_η не имеют экстремума. При этом по знаку величины Q можно определить наклон ветвей (рис. 26, *б*) [25].

Различные траектории движения частицы в истинном потенциале U_η (рис. 26, *б*), отвечающие одной и той же «энергии» частицы, определяют распределения ингибитора $\eta(x)$ в периодических стратах и в соответствии с (1.29) описывают плавные распределения активатора $\theta(x)$ вне стенок страт. Эти плавные распределения $\theta(x)$ в точке $\eta=\eta_s$ естественным образом [25] сшиваются с резким распределением $\theta(x)=\theta_{sh}(x)$, описывающим изменение активатора в стенках страт [76, 77]. Одному и тому же потенциалу U_η отвечает множество таких траекторий (рис. 26, *б*). Отсюда следует, что при $A=\text{const}$ в распределенной системе реализуется множество состояний в виде страт различного периода.

Уравнения, которые определяют характерные параметры страт заданного периода $\mathscr{L}_p$, т. е. величины $\mathscr{L}_s$, η_t, θ_t, η_m и θ_m (рис. 26, *г*), можно найти, проинтегрировав уравнение (12.2) с учетом граничных условий

$$\left.\frac{d\eta_I}{dx}\right|_{x=\mathscr{L}_p/2}=0,\quad \eta_I\left(\frac{\mathscr{L}_s}{2}\right)=\eta_{III}\left(\frac{\mathscr{L}_s}{2}\right)=\eta_s,\quad \left.\frac{d\eta_{III}}{dx}\right|_{x=0}=0 \qquad (12.4)$$

и плавности функции $\eta(x)$ в точке $x=\mathscr{L}_s/2$ (т. е. условия $\left.\frac{d\eta_I}{dx}\right|_{x=\mathscr{L}_s/2}=\left.\frac{d\eta_{III}}{dx}\right|_{x=\mathscr{L}_s/2}$). В результате получим [79]

$$\mathscr{L}_p=\mathscr{L}_s+\sqrt{2}L\int\limits_{\eta_s}^{\eta_t}\left(\int\limits_{\eta_t}^{\eta}Q_I d\eta\right)^{-1/2}d\eta,$$

$$\mathscr{L}_s=\sqrt{2}L\int\limits_{\eta_m}^{\eta_s}\left(\int\limits_{\eta_m}^{\eta}Q_{III} d\eta\right)^{-1/2}d\eta, \qquad (12.5)$$

$$\int\limits_{\eta_s}^{\eta_t}Q_I d\eta+\int\limits_{\eta_m}^{\eta_s}Q_{III}d\eta=0,$$

$$q(\theta_m,\eta_m,A)=q(\theta_t,\eta_t,A)=0.$$

В (12.4), (12.5) функции $Q_{I,III}\equiv Q(\theta_{I,III}(\eta),\eta,A)$; зависимости $\theta_{I,III}(\eta)$ и функции $\eta_{I,III}(x)$, $\theta_{I,III}(x)$ соответствуют значениям η и θ, отвечающим I и III ветвям однозначной зависимости $\theta(\eta)$ на кривой ЛС (рис.

26, *а*). Функции $\eta_{\mathrm{I,III}}(x)$, $\theta_{\mathrm{I,III}}(x)$ описывают распределения ингибитора и активатора вне стенок страт.

Обобщая изложенные выше результаты [76, 77], распределения $\theta(x)$ и $\eta(x)$ в широкой страте размера $\mathscr{L}_s \gg l$, учитывая ее симметрию относительно точки $x=0$ (рис. 6, *а* и 26, *г*), можно записать в виде [79]

$$\begin{aligned} \theta(x) &= \theta_{\mathrm{sh}}(x) + \theta_{\mathrm{III}}(x) - \theta_{s3}, \quad 0 \leqslant x \leqslant \frac{\mathscr{L}_s}{2}, \\ &= \theta_{\mathrm{sh}}(x) + \theta_{\mathrm{I}}(x) - \theta_{s1}, \quad \frac{\mathscr{L}_s}{2} \leqslant x \leqslant \frac{\mathscr{L}_p}{2}, \\ \eta(x) &= \eta_{\mathrm{III}}(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant \frac{\mathscr{L}_s}{2}, \\ &= \eta_{\mathrm{I}}(x), \quad \frac{\mathscr{L}_s}{2} \leqslant x \leqslant \frac{\mathscr{L}_p}{2}, \end{aligned} \qquad (12.6)$$

где $\theta_{\mathrm{sh}}(x)$ — резкое распределение, описывающее стенку страты; оно отвечает сепаратрисе уравнения (12.1) при $\eta=\eta_s$, идущей из одной седловой точки $\theta_{s3}=\theta_{\max}$ в другую $\theta_{s1}=\theta_{\min}$.

Вытекающие из качественной теории ДС [75—77] формулы (12.3), (12.5), (12.6) определяют основные параметры страт с точностью до $\varepsilon \ll 1$. Этот вывод можно обосновать в рамках асимптотической теории [79], идея которой базируется на том, что в стенках страт активатор резко меняется на малой длине $\sim l \ll L$ и поэтому их можно рассматривать как пограничные слои. Наличие таких погранслоев позволяет использовать для анализа страт идеи теории сингулярных возмущений, развитые для других задач с погранслоями [173—175]. Так, можно убедиться, что уравнения (1.1), (1.2) для стационарных состояний в соответствии с качественной теорией дифференциальных уравнений [26] с точностью до $\varepsilon \ll 1$ сводятся [176, 177] к уравнениям для резких и плавных распределений. Однако для построения формы страт в соответствии с изложенной выше качественной теорией из множества резких и плавных распределений нужно составить такое решение, которое удовлетворяет некоторым интегральным (см. выражения (11) в [77]) и граничным условиям. Такая асимптотическая теория страт развита в [79] (применительно к АС она изложена в п. 3.3 обзора [25]).

12.2. Условия локального пробоя в стратах [75, 76, 78]. Естественно, что в системах, однородное состояние которых $\theta=\theta_h$ и $\eta=\eta_h$ неустойчиво, не могут существовать состояния в виде одного или нескольких АС, т. е. уединенных состояний, на периферии которых $\theta \to \theta_h$, а $\eta \to \eta_h$ [25]. Иными словами, при уровнях возбуждения $A_c < A < A_c'$ период страт $\mathscr{L}_p$ ограничен сверху некоторой величиной $\mathscr{L}_{\max}$, значение которой при $A \to A_c$ (или при $A \to A_c'$) стремится к бесконечности (рис. 8, *а*). При заданном A величина $\mathscr{L}_{\max}$ есть период страт, в которых распределение $\eta(x)$ отвечает наивысшей траектории движения «частицы» в потенциале U_η (рис. 26, *б*). В диапазоне $A_c < A < A_c'$ могут реализовываться две ситуации.

Первая из них изображена на рис. 27, *а* и осуществляется, когда

$$U_\eta(\eta_0') - U_\eta(\eta_s) = \int_{\eta_0'}^{\eta_s} Q_{\mathrm{III}}\, d\eta > U_\eta(\eta_0) - U_\eta(\eta_s) = \int_{\eta_0}^{\eta_s} Q_{\mathrm{I}}\, d\eta. \qquad (12.7)$$

При выполнении неравенства (12.7) зависимость максимального периода страт $\mathscr{L}_p = \mathscr{L}_{\max}$ от A определяется формулами (12.5)[12], в которых надо положить $\eta_t=\eta_0$, а $\theta_t=\theta_0$:

$$\mathscr{L}_{\max}=\mathscr{L}_m+\sqrt{2}L\int\limits_{\eta_s}^{\eta_0}\left(\int\limits_{\eta_0}^{\eta}Q_{\mathrm{I}}d\eta\right)^{-1/2}d\eta,$$

$$\mathscr{L}_m=\sqrt{2}L\int\limits_{\eta_m}^{\eta_s}\left(\int\limits_{\eta_m}^{\eta}Q_{\mathrm{III}}d\eta\right)^{-1/2}d\eta, \tag{12.8a}$$

$$\int\limits_{\eta_s}^{\eta_0}Q_{\mathrm{I}}d\eta+\int\limits_{\eta_m}^{\eta_s}Q_{\mathrm{III}}d\eta=0,\quad q(\theta_m,\eta_m,A)=0,$$

где $\mathscr{L}_s=\mathscr{L}_m$ — критическая ширина горячих областей страт.

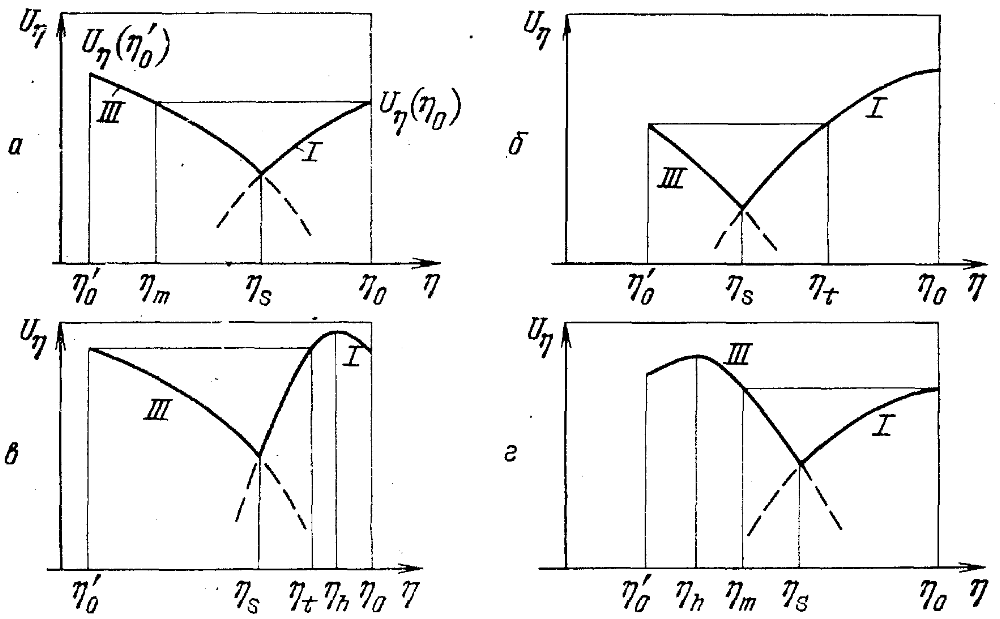

Рис. 27. Вид потенциалов U_η для плавных распределений и наивысших траекторий движения «частицы» в них, отвечающих стратам периода $\mathscr{L}_p=\mathscr{L}_{\max}$ при $A_c<A<A_c'$ (*а*, *б*), при $A_d<A<A_c$ (*в*) и при $A_c'<A<A_d'$ (*г*)

Вторая ситуация изображена на рис. 27, *б* и реализуется, когда по мере увеличения A условие (12.7) при некотором A сменяется на обратное. В этом случае зависимость $\mathscr{L}_{\max}(A)$ определяется формулами (12.5), в которых необходимо положить $\eta_m=\eta_0'$, а $\theta_m=\theta_0'$:

$$\mathscr{L}_{\max}=\mathscr{L}_m+\sqrt{2}L\int\limits_{\eta_s}^{\eta_t}\left(\int\limits_{\eta_t}^{\eta}Q_{\mathrm{I}}d\eta\right)^{-1/2}d\eta,$$

$$\mathscr{L}_m=\sqrt{2}L\int\limits_{\eta_0'}^{\eta_s}\left(\int\limits_{\eta_0'}^{\eta}Q_{\mathrm{III}}d\eta\right)^{-1/2}d\eta, \tag{12.8б}$$

$$\int\limits_{\eta_s}^{\eta_t}Q_{\mathrm{I}}d\eta+\int\limits_{\eta_0'}^{\eta_s}Q_{\mathrm{III}}d\eta=0,\quad q(\theta_t,\eta_t,A)=0.$$

Из качественной зависимости $\mathscr{L}_{\max}$ от A (рис. 8, *а*) следует, что N страт периода $\mathscr{L}_p=\mathscr{L}/N$ в системе размера $\mathscr{L}$ существует в определенном диапазоне изменений A. На границах этого диапазона $A=A_d^{(N)}$ и

$A = A_d'^{(N)}$ (рис. 8, *а*) число страт скачкообразно увеличивается за счет локального пробоя (п. 2.1.1). Для страт заданного периода $\mathscr{L}_p$ критические значения $A = A_d^{(N)}$, $A = A_d'^{(N)}$ (рис. 8, *а)* определяются из уравнений (12.8а) или (12.8б), если в них положить $\mathscr{L}_{max} = \mathscr{L}_p$.

В некоторых системах может реализовываться ситуация, когда локальный пробой в центре уединенной страты — АС происходит при $A < A_c$. В таких системах одиночный АС можно возбудить лишь при $A < A_d < A_c$ (значение A_d определяется формулой (3.37) в обзоре [25]). Отсюда следует, что при $A \to A_d$ максимальный период страт $\mathscr{L}_p = \mathscr{L}_{max} \to \infty$ (рис. 8, *б*). При $A > A_d$, но $A < A_c$, реализуется ситуация, изображенная на рис. 27, *в*, когда

$$U_\eta(\eta_h) - U_\eta(\eta_s) > U_\eta(\eta_0') - U_\eta(\eta_s).$$

В этом случае величина $\mathscr{L}_p = \mathscr{L}_{max}(A)$ определяется формулами (12.8б). Из рис. 8, *б* следует, что при $A > A_d^{(N)}$ происходит локальный пробой в центре горячих страт (рис. 7, *а*).

В системах, в которых при $A > A_c'$ реализуется эффект деления холодных АС [25], зависимость максимального периода страт $\mathscr{L}_p = \mathscr{L}_{max}$ от A качественно имеет вид, изображенный на рис. 8, *в*. Критическое значение $A = A_d'$, при котором реализуется локальный пробой в холодном АС, определяется уравнением (3.39) в [25]. При $A < A_d'$, но $A > A_c'$, реализуется ситуация, изображенная на рис. 27, *г*. В этом случае величина $\mathscr{L}_p = \mathscr{L}_{max}(A)$ определяется формулами (12.8а). Из рис. 8, *в* следует, что при $A < A_d'^{(N)}$ происходит локальный пробой в центре холодных страт (рис. 6, *а*).

В принципе, могут существовать системы, в которых реализуется эффект деления как горячих, так и холодных АС. В них максимальный период страт $\mathscr{L}_p = \mathscr{L}_{max} \to \infty$ не при $A \to A_c$ и A_c', а при $A \to A_d$ и A_d', т. е. зависимость $\mathscr{L}_{max}(A)$ качественно имеет вид, изображенный на рис. 8, *г*.

В И-системах величина $\mathscr{L}_p = \mathscr{L}_{max}$ также определяется из уравнений (12.8а) или (12.8б).

12.3. Страты малого периода [172]. Для анализа формы страт периода $\mathscr{L}_p \ll L$ уравнения (1.1), (1.2) для стационарного случая удобно записать в виде

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - q(\theta, \eta, A) = 0, \quad \varepsilon^{-2}\frac{d^2\eta}{dx^2} - Q(\theta, \eta, A) = 0, \tag{12.9}$$

где x измеряется в единицах l. Будем искать решения уравнений (12.9) в виде

$$\eta = \eta^{(0)} + \varepsilon^2\eta^{(1)} + \ldots, \quad \theta = \theta^{(0)} + \varepsilon^2\theta^{(1)} + \ldots \tag{12.10}$$

Подставляя (12.10) в (12.9), получим уравнения для нулевого

$$\frac{d^2\theta^{(0)}}{dx^2} - q(\theta^{(0)}, \eta^{(0)}, A) = 0, \tag{12.11}$$

$$\frac{d^2\eta^{(0)}}{dx^2} = 0 \tag{12.12}$$

и первого приближения

$$\frac{d^2\theta^{(1)}}{dx^2} - q_\theta'(\theta^{(0)}, \eta^{(0)}, A)\,\theta^{(1)} = q_\eta'(\theta^{(0)}, \eta^{(0)}, A)\,\eta^{(1)}, \tag{12.13}$$

$$\frac{d^2\eta^{(1)}}{dx^2} = Q(\theta^{(0)}, \eta^{(0)}, A). \tag{12.14}$$

На границах периода страт производные $\mathrm{d}\eta/\mathrm{d}x = \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}x = 0$, т. е. согласно (12.10) при $x = \pm(\mathscr{L}_{\mathrm{p}}/2) + n\mathscr{L}_{\mathrm{p}}$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$

$$\frac{\mathrm{d}\eta^{(0)}}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}\theta^{(0)}}{\mathrm{d}x} = 0, \quad \frac{\mathrm{d}\eta^{(1)}}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}\theta^{(1)}}{\mathrm{d}x} = 0. \tag{12.15}$$

Из (12.12) и (12.15) следует, что $\eta^{(0)} = \mathrm{const}$. Условие разрешимости задачи (12.14), (12.15) сводится к ортогональности ее правой части решению однородной задачи, сопряженной задаче (12.14), (12.15), с правой частью, равной нулю (альтернатива Фредгольма [1781). Поскольку такая однородная задача имеет решение $\eta^{(1)} = \mathrm{const}$, то условие разрешимости задачи (12.14), (12.15) сводится к

$$\int\limits_{-\mathscr{L}_{\mathrm{p}}/2}^{\mathscr{L}_{\mathrm{p}}/2} Q(\theta^{(0)}(x), \eta^{(0)}, A)\,\mathrm{d}x = 0. \tag{12.16}$$

Уравнение (12.11) с $\eta^{(0)} = \mathrm{const}$ совместно с условием (12.16) полностью определяют функцию $\theta^{(0)}(x)$ и величину $\eta^{(0)}$, т. е. распределения активатора и ингибитора в нулевом по ε^2 приближении. Анализ такой задачи проведен в [160] и изложен в обзоре [25]. Из этого анализа следует, что распределение $\theta^{(0)}(x)$ существенным образом определяется видом кривой ЛС (см. рис. 2).

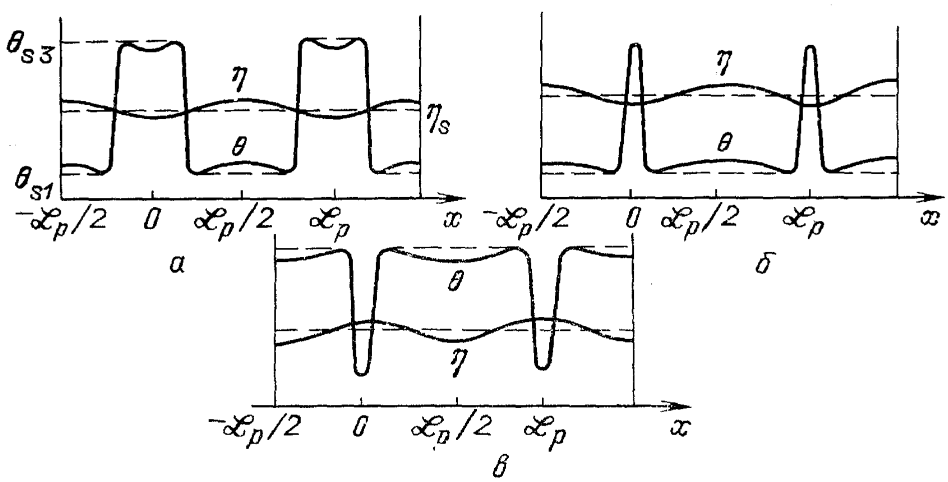

Рис. 28. Периодические страты периода $\mathscr{L}_{\mathrm{p}} \ll L$: *а* — широкие ($\mathscr{L}_{\mathrm{s}} \gg l$), *б* — узкие горячие, *в* — узкие холодные. Штриховыми линиями на рис. *а* — *в* показано распределение θ и η при $L \to \infty$

Вследствие того, что кривая ЛС имеет V-, Λ-, И- или N-образный вид, уравнение (12.11) допускает периодические решения [25]. При этом в N- и И-системах потенциально устойчивыми оказываются распределения $\theta^{(0)}(x)$ в виде страт, т. е. слоев высокого и низкого значения активатора [25]. Размер стенок страт, в которых $\theta^{(0)}(x)$ резко меняется от $\theta_{\min}$ до $\theta_{\max}$, составляют величину порядка l (штриховые кривые на рис. 28, *а*). В широких стратах размера $\mathscr{L}_{\mathrm{s}} \gg l$ значения $\theta_{\min} = \theta_{\mathrm{s}1}$ и $\theta_{\max} = \theta_{\mathrm{s}3}$, а также величина $\eta^{(0)} = \eta_{\mathrm{s}}$ определяется из условий (123) а размер страты $\mathscr{L}_{\mathrm{s}}$ находится из уравнения (12.16) [79, 160].

В N-системах при $\eta^{(0)} > \eta_{\mathrm{s}}$ реализуются распределения $\theta^{(0)}(x)$ в виде узких горячих страт (штриховые кривые на рис. 28, *б*), а при $\eta^{(0)} < \eta_{\mathrm{s}}$ - узких холодных страт (рис. 28, *в*).

В И-системах узкие горячие страты реализуются при $\eta^{(0)} < \eta_{\mathrm{s}}$, а узкие холодные — при $\eta^{(0)} > \eta_{\mathrm{s}}$ [25, 160].

Дифференцируя уравнение (12.11) по x, получим

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\frac{\mathrm{d}\theta^{(0)}}{\mathrm{d}x} - q'_\theta(\theta^{(0)}, \eta^{(0)}, A)\frac{\mathrm{d}\theta^{(0)}}{\mathrm{d}x} = 0. \tag{12.17}$$

Из сравнения (12.17) с (12.13) видно, что функция $\theta^{(1)}(x) \backsim d\theta^{(0)}/dx$ есть решение самосопряженного уравнения (12.13) с правой частью равной нулю. Благодаря тому, что $\theta^{(0)}(x)$ вдали от стенок страт экспоненциально быстро стремится к константе (θ_{min} или θ_{max}), производная $d\theta^{(1)}/dx \backsim d^2\theta^{(0)}/dx^2$ в точках $x = \pm\mathscr{L}_p/2$ (рис. 28, *а*) с экспоненциальной точностью близка к нулю (см. п. 3.1 в [25]), т. е. удовлетворяет граничным условиям (12.15). Отсюда вытекает, что условие разрешимости задачи (12.13), (12.15) сводится к

$$\int_{-\mathscr{L}_p/2}^{\mathscr{L}_p/2} \eta^{(1)}(x)\, q'_\eta(\theta^{(0)}(x),\ \eta^{(0)},\ A)\frac{d\theta^{(0)}}{dx}\,dx = 0. \tag{12.18}$$

Поскольку в стратах относительно точки $x=0$ (рис. 28, *а*) $\theta^{(0)}(x)$ есть четная функция, а $d\theta^{(0)}/dx$ — нечетная, то из (12.18) следует, что $\eta^{(1)}(x)$ является четной функцией. В центре страты $\theta^{(0)} = \theta_{s3}$, а $\eta^{(0)} = \eta_s$. При этом в N-системах $Q(\theta_{s3},\ \eta_s,\ A) > 0$, а в И-системах $Q < 0$ (см. п. 3.1 в [25]). Поэтому из (12.14) следует, что функция $\eta^{(1)}(x)$ в центре страт в N-системах имеет минимум (рис. 28, *а*), а в И-системах — максимум. Из анализа (12.13) вытекает, что как в N-, так и в И-системах функция $\theta^{(1)}(x)$ в центре страт имеет минимум, а на границах периода (в точках $x = \pm\mathscr{L}_p/2 + n\mathscr{L}_p$; $n = 0,\ 1,\ \ldots$) — максимум (рис. 28, *а*). Этот же результат вытекает и из процедуры построения страт, изложенной в п. 12.1.

12.4. Устойчивость страт [75, 76, 160]. Для исследования устойчивости страт линеаризуем уравнения (1.1), (1.2) вблизи решения в виде страт периода $\mathscr{L}_p$ относительно флуктуаций вида

$$\begin{gathered}\delta\theta(\mathbf{r},\ t) = \delta\theta(x)\exp(i\mathbf{k}_\perp\mathbf{r}_\perp - \gamma t),\\ \delta\eta(\mathbf{r},\ t) = \delta\eta(x)\exp(i\mathbf{k}_\perp\mathbf{r}_\perp - \gamma t),\end{gathered} \tag{12.19}$$

где $k_\perp^2 = k_y^2 + k_z^2$; $k_y = 2\pi l n_1/\mathscr{L}_y$, $k_z = 2\pi l n_2/\mathscr{L}_z$, $n_{1,2} = 0,\ \pm 1,\ \ldots$; $\mathscr{L}_y$ и $\mathscr{L}_z$ — размеры системы в направлении осей y и z. В результате придем к системе уравнений

$$\begin{gathered}(\hat H_\theta - \gamma + k_\perp^2)\,\delta\theta = -q'_\eta\delta\eta,\\ \hat H_\theta = -\frac{d^2}{dx^2} + V_\theta,\quad V_\theta = q'_\theta(\theta(x),\ \eta(x),\ A),\end{gathered} \tag{12.20}$$

$$\begin{gathered}(\hat H_\eta - \alpha^{-1}\gamma + \varepsilon^{-2}k_\perp^2)\,\delta\eta = -Q'_\theta\delta\theta,\\ \hat H_\eta = -\varepsilon^{-2}\frac{d^2}{dx^2} + V_\eta,\ V_\eta = Q'_\eta(\theta(x),\ \eta(x),\ A),\end{gathered} \tag{12.21}$$

в которых длина и время измеряются, соответственно в единицах l и τ_θ. В протяженной системе размера $\mathscr{L} \gg L$ для флуктуаций $\delta\theta(x)$ и $\delta\eta(x)$ можно использовать циклические граничные условия:

$$\begin{gathered}\delta\theta(0) = \delta\theta(\mathscr{L}),\quad \left.\frac{d\delta\theta}{dx}\right|_0 = \left.\frac{d\delta\theta}{dx}\right|_{\mathscr{L}},\\ \delta\eta(0) = \delta\eta(\mathscr{L}),\quad \left.\frac{d\delta\eta}{dx}\right|_0 = \left.\frac{d\delta\eta}{dx}\right|_{\mathscr{L}}.\end{gathered} \tag{12.22}$$

Из (12.19) видно, что рассматриваемое состояние неустойчиво, когда $\operatorname{Re}\gamma < 0$.

12.4.1. Для анализа величины γ рассмотрим вспомогательную задачу

$$\hat{H}_\theta\,\delta\theta_n=\lambda_n\delta\theta_n,$$
$$\delta\theta_n(0)=\delta\theta_n(\mathscr{L}),\quad \left.\frac{d\delta\theta_n}{dx}\right|_0=\left.\frac{d\delta\theta_n}{dx}\right|_{\mathscr{L}},\tag{12.23}$$

собственные функции $\delta\theta_n(x)$ которой нормированы. Из (12.20), (12.23) видно, что собственные функции $\delta\theta_n$ и значения λ_n описывают флуктуации активатора при $\delta\eta=0$.

Для страт периода $\mathscr{L}_p$ (рис. 9, *а*) потенциал V_θ (рис. 9, *б*) в операторе $\hat{H}_\theta$ представляет собой периодическое повторение потенциала для одиночной страты ($0\leqslant x\leqslant\mathscr{L}_p$, рис. 9). Последний, как следует из построения страты (п. 12.1), по виду близок к рассмотренному для АС в п. 4.2 обзора [25].

Для одиночной страты потенциал $V_\theta=q'_\theta$ представляет собой две узкие ямы (размера $\sim l$) с $\min V_\theta<0$, локализованные в областях стенок страты, т. е. находящиеся на расстоянии $\mathscr{L}_s$ друг от друга; вне этих ям $V_\theta=q'_\theta\sim 1$ ($0\leqslant x\leqslant\mathscr{L}_p$, рис. 9, *б*). В спектре λ_n задачи (12.23) для одиночной страты, так же как и для АС [25], только значения λ_0 и $\lambda_1<0$. Им отвечают локализованные в стенках страты функции $\delta\theta_0$ и $\delta\theta_1$, близкие по виду к аналогичным функциям для АС (см. рис. 16 в [25]). Вне стенок страты функции $\delta\theta_0$ и $\delta\theta_1$ экспоненциально спадают с характерной длиной $\sim l$. Оценки величин λ_0 и λ_1 для одиночной страты и для АС совпадают, т. е. даются формулами [25, 79, 172]

$$\lambda_0\sim-\frac{\varepsilon\mathscr{L}_s}{L}-\exp\left(-\frac{\mathscr{L}_s}{l}\right),\quad \lambda_1\sim-\frac{\varepsilon\mathscr{L}_s}{L}.\tag{12.24}$$

Учитывая, что функции $\delta\theta_0$ и $\delta\theta_1$ для одиночной страты сильно локализованы, для нахождения собственных функций $\delta\theta_n$ и собственных значений λ_n задачи (12.23) для периодически расположенных страт (рис. 9) можно воспользоваться теорией возмущений, называемой в теории твердого тела [179] приближением сильно связанных электронов. При таком подходе локализованные в стенках страт собственные функции $\delta\theta_n$ периодического потенциала V_θ (рис. 9, *б*) можно записать в виде

$$\delta\theta_n\equiv\delta\theta_{s,t}(x)=\sum_{p=1}^{N}\exp(ik_sx_p)\,\delta\theta_t(x-x_p)\qquad(t=0,\ 1),\tag{12.25}$$

где $k_s=2\pi s/N\mathscr{L}_p$ ($s=0,\ \pm1,\ \ldots,\ \pm(N/2-1),\ N/2$), $N=\mathscr{L}/\mathscr{L}_p$ — число горячих страт в системе; $\delta\theta_t(x-x_p)$ — собственные функции для одиночной горячей страты, локализованные в областях ее стенок, а $x_p=p\mathscr{L}_p-\mathscr{L}_p/2$ — координата центра p-й страты. Функции $\delta\theta_{s,t}(x)$ и $\delta\theta_t(x-x_p)$ ортонормированы:

$$\langle\delta\theta_{s,t}\,\delta\theta^*_{s',t}\rangle\equiv\frac{1}{V}\int\limits_V\delta\theta_{s,t}\delta\theta^*_{s',t}d\mathbf{r}=\delta_{ss'},\quad N\langle\delta\theta_t\delta\theta^*_{t'}\rangle=\delta_{tt'},\tag{12.26}$$

где V — объем системы, а $\delta_{ss'}$ и $\delta_{tt'}$ — символы Кронекера. Функции $\delta\theta_t(x-x_p)$ для различных страт, т. е. отвечающие разным значениям p (рис. 9, *а*), экспоненциально слабо перекрываются. Поэтому дискретные собственные значения λ_0 и λ_1 для одиночной страты в случае N страт N-кратно расщепляются в узкие зоны шириной $\Delta\lambda_t\sim\exp(-\mathscr{L}_p/l)\ll1$. Иными словами, с экспоненциальной точностью собственные значения

$\lambda_n\equiv\lambda_{s,t}\approx\lambda_t\qquad(t=0,\ 1)$ — (12.24).

12.4.2. Рассмотрим вначале устойчивость страт малого периода $\mathscr{L}_p \ll L$. Для таких страт решения задачи (12.20)—(12.22) можно искать в виде рядов:

$$\delta\theta=\delta\theta^{(0)}+\varepsilon^2\delta\theta^{(1)}+\ldots, \quad \delta\eta=\delta\eta^{(0)}+\varepsilon^2\delta\eta^{(1)}+\ldots, \quad \gamma=\gamma^{(0)}+\varepsilon^2\gamma^{(1)}+\ldots \tag{12.27}$$

Подставляя (12.10) и (12.27) в (12.20)-(12.22), для $\varepsilon^2 \ll \alpha$, 1 получим уравнения нулевого

$$(\hat{H}_\theta^{(0)} - \gamma^{(0)} + k_\perp^2)\,\delta\theta^{(0)} = -q'_\eta\delta\eta^{(0)},$$

$$\hat{H}_\theta^{(0)} = -\frac{d^2}{dx^2} + V_\theta^{(0)}, \quad V_\theta^{(0)} = q'_\theta, \tag{12.28}$$

$$-\frac{d^2\delta\eta^{(0)}}{dx^2} + k_\perp^2\delta\eta^{(0)} = 0 \tag{12.29}$$

и первого приближения

$$(\hat{H}_\theta^{(0)} - \gamma^{(0)} + k_\perp^2)\,\delta\theta^{(1)} = -q'_\eta\delta\eta^{(1)} - (\psi - \gamma^{(1)})\,\delta\theta^{(0)} - \varphi\delta\eta^{(0)}, \tag{12.30}$$

$$\psi = q''_{\theta\theta}\theta^{(1)} + q''_{\theta\eta}\eta^{(1)}, \quad \varphi = q''_{\theta\eta}\,\theta^{(1)} + q''_{\eta\eta}\,\eta^{(1)},$$

$$-\frac{d^2\delta\eta^{(1)}}{dx^2} + k_\perp^2\delta\eta^{(1)} = -Q'_\theta\delta\theta^{(0)} - (Q'_\eta - \alpha^{-1}\gamma^{(0)})\,\delta\eta^{(0)}, \tag{12.31}$$

где $q'_\theta \equiv q'_\theta(\theta^{(0)}, \eta^{(0)}, A)$ и т. д., а функции $\delta\eta^{(i)}$ и $\delta\theta^{(i)}$ $(i=0,\ 1)$ удовлетворяют циклическим граничным условиям:

$$\delta\theta^{(i)}(0) = \delta\theta^{(i)}(\mathscr{L}), \quad \left.\frac{d\delta\theta^{(i)}}{dx}\right|_0 = \left.\frac{d\delta\theta^{(i)}}{dx}\right|_{\mathscr{L}},$$

$$\delta\eta^{(i)}(0) = \delta\eta^{(i)}(\mathscr{L}), \quad \left.\frac{d\delta\eta^{(i)}}{dx}\right|_0 = \left.\frac{d\delta\eta^{(i)}}{dx}\right|_{\mathscr{L}} \quad (i = 0,1). \tag{12.32}$$

Из (12.29), (12.32) следует, что $\delta\eta^{(0)}=0$ при $k_\perp \neq 0$ и $\delta\eta^{(0)}=\mathrm{const}$ при $k_\perp=0$.

Из условия разрешимости задачи (12.31), (12.32) при $k_\perp=0$ (альтернатива Фредгольма) следует, что

$$\delta\eta^{(0)} = -\langle Q'_\theta\delta\theta^{(0)}\rangle\,(\mu_0 - \alpha^{-1}\gamma^{(0)})^{-1}, \tag{12.33}$$

где $\mu_0 = \langle Q'_\eta\rangle$, а символ $\langle\cdots\rangle$, как и выше, означает усреднение функции по объему системы.

Из (12.28) и (12.33) следует, что рассматриваемая задача (12.20)—(12.22) в нулевом по ε^2 приближении отвечает случаю $L=\infty$, т. е. совпадает с изученной в [80, 160] (см. пп. 4.1 и 6.1 в обзоре [25]).

12.4.2-1. Рассмотрим сначала устойчивость страт относительно флуктуаций (12.19) с $k_\perp=0$. Среди флуктуаций $\delta\theta^{(0)}$, для которых $\delta\eta^{(0)} \neq 0$, наиболее опасной является флуктуация $\delta\theta^{(0)} \approx \delta\theta_{0,0}$, не имеющая узлов (рис. 9, *в*).

В $K\Omega$-системах (п. 1.3) с $\varepsilon^2 \ll \alpha \ll 1$ может быть выполнено условие [80]

$$\lambda_0+\alpha\mu_0<0 \tag{12.34}$$

возникновения пульсирующих страт, т. е. нарастания флуктуаций $\delta\theta^{(0)} \approx \delta\theta_{0,0}$ с некоторой выделенной частотой ω_c. Из (12.34), (12.24) и формулы (6.2) в [25] следует, что на пороге возникновения пульсаций величина ω_c и критическая ширина страт периода $\mathscr{L}_p$ приближенно равны

$$\mathscr{L}_s(A_{b\omega}) = \mathscr{L}_{b\omega} \sim l \ln(\alpha\mu_0)^{-1},$$
$$\omega_c = (\tau_\theta\tau_\eta)^{-1/2}\left(\frac{l}{\mathscr{L}_p}\right)^{1/2}. \qquad (12.35)$$

В К-системах (п. 1.3) благодаря $\alpha>1$ и $\varepsilon\ll 1$ условие (12.34) согласно (12.24) не выполняется, и опасная флуктуация $\delta\theta^{(0)}\approx\delta\theta_{0,0}$ не нарастает вплоть до точки $A=A_b^{(N)}$, где величина $d\eta_s/dA=\infty$, а ширина страт

$$\mathscr{L}_s(A_b^{(N)}) \equiv \mathscr{L}_b^{(N)} \sim l \ln(\mathscr{L}_p/l)$$

(см. п. 4.1 в [25]). Вместе с тем, периодические страты теряют устойчивость не доходя до точки $A=A_b^{(N)}$, когда их ширина $\mathscr{L}_s > \mathscr{L}_b^{(N)}$.

Это связано с тем, что для страт в спектре флуктуаций $\delta\theta^{(0)}$ имеются такие, для которых $\delta\eta^{(0)}=0$. Для таких флуктуаций исходная задача (12.20)–(12.22) и рассмотренная выше вспомогательная задача (12.23) в нулевом по ε^2 приближении в точности совпадают, т. е. $\delta\theta^{(0)}=\delta\theta_n^{(0)}$, а $\gamma^{(0)}=\lambda_n^{(0)}$. Наиболее опасные флуктуации $\delta\theta_n^{(0)}=\delta\theta_{s,t}^{(0)}$ имеют вид (12.25), точнее

$$\delta\theta_{s,t}^{(0)}(x) = \sum_{p=1}^{N} \exp(ik_s x_p)\,\delta\theta_t^{(0)}(x-x_p), \qquad (12.36)$$
$$s = \pm 1, \ldots, \pm\left(\frac{N}{2}-1\right),\ \frac{N}{2};\quad t=0,\ 1.$$

Для флуктуаций $\delta\theta^{(0)}=\delta\theta_{s,t}^{(0)}$ величина $\gamma^{(0)}=\lambda_n^{(0)}\equiv\lambda_{s,t}^{(0)}\sim-\exp(-\mathscr{L}_s/l)$ [25], а $\delta\eta^{(0)}=0$. В последнем можно убедиться, подставляя в (12.33) функцию $\delta\theta^{(0)}=\delta\theta_{s,t}^{(0)}$ из (12.36) и используя свойства функций $\delta\theta_t^{(0)}(x-x_p)$ (п. 12.4.1).

В следующем по ε^2 приближении величину γ, отвечающую опасным флуктуациям $\delta\theta^{(0)}=\delta\theta_{s,t}^{(0)}$ (12.36), можно найти из условия разрешимости задачи (12.30), (12.32) (альтернативы Фредгольма). Для этого учтем, что решением задачи, сопряженной задаче (12.30), (12.32) с правой частью в (12.30), равной нулю, являются функции $\delta\theta^{(0)*}=\delta\theta_{s,t}^{(0)*}$, сопряженные функциям (12.36). Из условия разрешимости задачи (12.30), (12.32) следует, что

$$\gamma^{(1)} = \langle\psi\delta\theta_{s,t}^{(0)}\delta\theta_{s,t}^{(0)*}\rangle + \langle q'_\eta\delta\eta^{(1)}\delta\theta_{s,t}^{(0)*}\rangle. \qquad (12.37)$$

При выводе (12.37) учтено, что функции $\delta\theta_{s,t}^{(0)}$ ортонормированы:

$$\langle\delta\theta_{s,t}^{(0)}\delta\theta_{s',t}^{(0)*}\rangle = \delta_{ss'}.$$

Выражение для $\delta\eta^{(1)}(x)$ можно найти из (12.31), (12.32). При $k_\perp=0$ и $\delta\eta^{(0)}=0$ оно равно

$$\delta\eta^{(1)}(x) = -\langle\Gamma(x,\ x')\,Q'_\theta\delta\theta^{(0)}\rangle, \qquad (12.38\text{а})$$

где

$$\Gamma(x,\ x') = \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_m^{-2}\exp[ik_m(x-x')], \qquad (12.38\text{б})$$
$$k_m = \frac{2\pi m}{N\mathscr{L}_p}\quad (m=0,\ \pm 1,\ldots),\ N=\frac{\mathscr{L}}{\mathscr{L}_p}.$$

Подставим (12.38) в (12.37). Учитывая далее, что для рассматриваемых флуктуаций $\delta\theta^{(0)} = \delta\theta_{s,t}^{(0)}$ — (12.36) величина $\langle Q_\theta' \delta\theta^{(0)}\rangle = 0$, т. е. $\delta\eta^{(0)} = 0$, получим

$$\gamma = \gamma^{(0)} + \varepsilon^2\gamma^{(1)} = \lambda_{s,t} + \tilde{a}_{s,t}\varepsilon^2 k_s^{-2} \quad \left(s = \pm 1, \ldots, \pm\left(\frac{N}{2} - 1\right), \frac{N}{2};\ t = 0, 1\right), \tag{12.39}$$

где $k_s = 2\pi s/N\mathscr{L}_p$,

$$\tilde{a}_{s,t} = -\mathscr{L}_p^{-2} \int\limits_{-\mathscr{L}_p/2}^{\mathscr{L}_p/2} \exp(ik_s x)\, q_\eta' \delta\theta_t^{(0)*}(x)\, dx \int\limits_{-\mathscr{L}_p/2}^{\mathscr{L}_p/2} \exp(-ik_s x)\, Q_\theta' \delta\theta_t^{(0)}(x)\, dx, \tag{12.40}$$

а

$$\lambda_{s,t} = \lambda_{s,t}^{(0)} + \varepsilon^2 \langle \psi \delta\theta_{s,t}^{(0)} \delta\theta_{s,t}^{(0)*}\rangle \approx \lambda_t \qquad (t = 0, 1), \tag{12.41}$$

λ_t — собственные значения вспомогательной задачи (12.23), оценка которых дается формулами (12.24). При выводе (12.39) учтены также условия периодичности функций $q_\eta'(x)$, $Q_\theta'(x)$, равенство [179]

$$N^{-1} \sum_{p=1}^{N} \exp[ix_p(k_s - k_m)] = \delta_{sm} \tag{12.42}$$

и условия нормировки функций $\delta\theta_t^{(0)}$:

$$N \langle \delta\theta_t^{(0)} \delta\theta_t^{(0)*}\rangle = 1 \qquad (t = 0,\ 1). \tag{12.43}$$

Для рассматриваемых систем величина $q_\eta' Q_\theta' < 0$ (см. п. 2.2 в обзоре [25]), поэтому коэффициенты $\tilde{a}_{s,t} > 0$. При этом из (12.39) следует, что условие неустойчивости страт $(\gamma < 0)$ легче всего выполняется для $s = s_{\max} = N/2$, а наиболее опасной[20] является флуктуация $\delta\theta^{(0)} = \delta\theta_{N/2,0}^{(0)}$ периода $2\mathscr{L}_p$ (рис. 9, *г*).

Порог нарастания такой флуктуации согласно (12.39), (12.40) сводится к условию

$$\lambda_0 + \frac{\tilde{a}_0 \mathscr{L}_p^2}{\pi^2 L^2} = 0, \tag{12.44}$$

где учтено, что коэффициенты $\tilde{a}_{s,0} \approx \tilde{a}_{0,0} \equiv \tilde{a}_0$, т. е. слабо зависят от индекса s. Последнее связано с тем, что функции $\delta\theta_0^{(0)}$ в (12.36) сильно локализованы в области размера $\sim l \ll \mathscr{L}_p$. Учитывая это обстоятельство, а также условие нормировки функций $\delta\theta_t^{(0)}$ (12.43), из (12.40) можно найти, что $\tilde{a}_0 \sim l/\mathscr{L}_p$. Используя оценку (12.24), из (12.44) получим, что на пороге потери устойчивости страт их критическая ширина $\mathscr{L}_c^{(N)} = \mathscr{L}_s(A_p^{(N)}) > \mathscr{L}_b^{(N)} \sim l\ln(\mathscr{L}_p/l)$ и при $\mathscr{L}_p < L$ величина $\mathscr{L}_c^{(N)}$ приближенно дается формулой (2.1). Минимальный период устойчивых страт $\mathscr{L}_{\min}$ (п. 2.2) определяется формулами (12.5), если в них положить $\mathscr{L}_p = \mathscr{L}_{\min}$ и $\mathscr{L}_s = \mathscr{L}_c^{(N)}$ — (2.1).

Страты периода $\mathscr{L}_p \gg L$ представляют собой слабо взаимодействующие АС, поэтому они теряют устойчивость при A, близком к A_b, т. е. вблизи точки, где $d\mathscr{L}_s/dA = d\eta_s/dA = \infty$ [25]. При этом их критическая ширина практически совпадает с шириной автосолитона $\mathscr{L}_b \sim l\ln(L/l)$ в критической точке $A = A_b$ [25].

12.4.2-2. В дву- или трехмерном случае при анализе условий нарастания флуктуаций (12.19) с $k_\perp \neq 0$, как вытекает из анализа уравнений (12.28)—(12.31), множитель k_m^{-2} в (12.38б) необходимо заменить на

$(k_m^2+k_\perp^2)^{-1}$ и учесть, что величина $\gamma^{(0)}=\lambda_n^{(0)}+k_\perp^2$. Иными словами, вместо (12.39), получим

$$\gamma=\lambda_{s,t}+k_\perp^2+\widetilde{a}_{s,t}\varepsilon^2(k_s^2+k_\perp^2)^{-1} \tag{12.45}$$
$$\left(s=0,\ \pm 1,\ldots,\ \pm\left(\frac{N}{2}-1\right),\ \frac{N}{2};\ t=0,\ 1\right).$$

Из (12.45) вытекает рассмотренное в п. 2.3 условие $\mathscr{L}_s<\mathscr{L}_{b1}^{(N)}$ неустойчивости страт относительно гофрировки их стенок. Подчеркнем, что для страт периода $\mathscr{L}_p<L(l/L)^{1/3}$ условие $\mathscr{L}_s<\mathscr{L}_{b1}^{(N)}$ оказывается более жестким, чем условие $\mathscr{L}_s<\mathscr{L}_c^{(N)}$ неустойчивости страт вследствие эффекта перекачки (п. 2.2).

12.4.3. Для анализа устойчивости страт произвольного периода, в том числе $\mathscr{L}_p\gg L$, рассмотрим вспомогательную задачу

$$\hat{H}_\eta\delta\eta_k=\mu_k\delta\eta_k,$$
$$\delta\eta_k(0)=\delta\eta_k(\mathscr{L}),\qquad \left.\frac{d\delta\eta_k}{dx}\right|_0=\left.\frac{d\delta\eta_k}{dx}\right|_{\mathscr{L}}, \tag{12.46}$$

в которой оператор $\hat{H}_\eta$ определен в (12.21), а функции $\delta\eta_k$ ортонормированы:

$$\langle\delta\eta_k\delta\eta_{k'}^*\rangle=\delta_{kk'}. \tag{12.47}$$

В «гамильтониане» $\hat{H}_\eta$ «потенциал» $V_\eta=Q'_\eta>0$, поэтому все собственные значения $\mu_k>0$, причем их величина согласно осцилляционной теореме возрастает с ростом индекса k. Учитывая периодичность «потенциала» V_η, собственные функции $\delta\eta_k$ можно записать в виде блоховских функций [179]:

$$\delta\eta_k\equiv\delta\eta_{\beta,\nu}(x)=u_{\beta,\nu}(x)\exp(ik_\beta x), \tag{12.48}$$

где $u_{\beta,\nu}(x)$ — блоховские множители, имеющие период $\mathscr{L}_p$, а

$$k_\beta=\frac{2\pi\beta}{N\mathscr{L}_p},\quad \beta=0,\ \pm 1,\ldots,\ \pm\left(\frac{N}{2}-1\right),\frac{N}{2};\ \nu=0,\ 1,\ \ldots$$

Из проведенного в пп. 12.4.1 и 12.4.2 анализа вытекает, что среди собственных функций $\delta\theta(x)$ задачи (12.20)—(12.22) «опасными» оказываются флуктуации $\delta\theta\approx\delta\theta_{s,t}$ — (12.25), для которых, как уже отмечалось, $\lambda_{s,t}\approx\lambda_t<0$. Нарастание таких флуктуаций активатора может подавляться соответствующими изменениями ингибитора, которые, как следует из (12.21), равны [75]

$$\delta\eta(x)=-\langle\Gamma(x,\ x',\ \gamma)\,Q'_\theta\delta\theta_{s,t}\rangle=$$
$$=-\sum_{\beta,\nu}\delta\eta_{\beta,\nu}(x)\,\langle\delta\eta_{\beta,\nu}^*Q'_\theta\delta\theta_{s,t}\rangle\,(\mu_{\beta,\nu}+\varepsilon^{-2}k_\perp^2-\alpha^{-1}\gamma)^{-1}, \tag{12.49}$$

где $\Gamma(x,\ x',\ \gamma)$ — функция Грина задачи (12.21), (12.22) с правой частью в (12.21), равной нулю. (В (12.49) функция $\Gamma(x,\ x',\ \gamma)$ выражена через собственные функции $\delta\eta_k\equiv\delta\eta_{\beta,\nu}(x)$ и собственные значения $\mu_k\equiv\mu_{\beta,\nu}$ вспомогательной задачи (12.46).) Подставим (12.49) в (12.20) с функцией $\delta\theta=\delta\theta_{s,t}$ — (12.25), домножим полученное уравнение слева на $\delta\theta_{s,t}^*$ и усредним его по V. В результате, учитывая (12.42) и условие периодичности функций $u_{\beta,\nu}(x)$, получим уравнения для оценки критических значений γ [80]:

$$\Phi_{s,t}(\gamma)=\lambda_t+k_\perp^2-\gamma+\sum_{\nu=0}^{\infty} a_{s,t}^{(\nu)}\mu_{s,\nu}(\mu_{s,\nu}+\varepsilon^{-2}k_\perp^2-\alpha^{-1}\gamma)^{-1}=0, \qquad (12.50)$$

где коэффициенты

$$a_{s,t}^{(\nu)}=-\mu_{s,\nu}^{-1}\mathscr{L}_p^{-2}\int\limits_{-\mathscr{L}_p/2}^{\mathscr{L}_p/2} u_{s,\nu}(x)\exp(ik_s x)\,q'_\eta\delta\theta_t^*(x)\,dx\times$$

$$\times\int\limits_{-\mathscr{L}_p/2}^{\mathscr{L}_p/2} u_{s,\nu}^*(x)\exp(-ik_s x)\,Q_\theta'\delta\theta_t(x)\,dx\geqslant 0, \qquad (12.51)$$

$$s=0,\ \pm 1,\ \ldots,\ \pm\left(\frac{N}{2}-1\right),\ \frac{N}{2};\ t=0,\ 1.$$

12.4.4. В К-системах условие (12.34) не выполняется. В этом случае из анализа уравнений (12.50), аналогичного проведенному в п. 4.2 и 6.2 обзора [25] при исследовании устойчивости АС, следует, что величина γ вблизи порога устойчивости страт равна [75, 77]

$$\gamma=\lambda_t+k_\perp^2+\sum_{\nu=0}^{\infty} a_{s,t}^{(\nu)}\mu_{s,\nu}(\mu_{s,\nu}+\varepsilon^{-2}k_\perp^2)^{-1}. \qquad (12.52)$$

Учитывая, что величины $\mu_{s,\nu}$ возрастают с ростом индекса ν, для оценок критических параметров страт можно ограничиться лишь первым членом суммы в (12.52) и учесть, что $a_{0,0}^{(0)}\mu_{0,0}\approx\tilde{a}_0\sim l/\mathscr{L}_p$.

В этом случае из (12.52) следуют приведенные в п. 2.3 критические значения для величин $k_\perp$ и ширины страт (2.2) в точках потери устойчивости страт относительно нарастания флуктуации

$$\delta\theta\approx\delta\theta_{0,0}(x)\exp(i\mathbf{k}_\perp\mathbf{r}_\perp).$$

Условие неустойчивости горячих страт (рис. 9, *а*) относительно перекачки активатора следует из выражения (12.52), если в нем положить $k_\perp=0$ и $t=0$ [75, 78]:

$$\lambda_0+a_{0,0}^{(0)}\mu_{0,0}\mu_{s,0}^{-1}<0 \qquad \left(s=0,\ \pm 1,\ \ldots,\ \pm\left(\frac{N}{2}-1\right),\ \frac{N}{2}\right). \qquad (12.53)$$

Так как $\mu_{s,0}$ возрастает с ростом s, то наиболее опасной оказывается флуктуация $\delta\theta\approx\delta\theta_{s,0}(x)$ с $s=s_{\max}=N/2$. Из (12.24) и (12.53) следует, что критическая ширина страт в точке неустойчивости (типа перекачки активатора) равна

$$\mathscr{L}_s(A_p^{(N)})\equiv\mathscr{L}_c^{(N)}\sim l\ln\left[\mu_{N/2,0}(a_{0,0}^{(0)}\mu_{0,0})^{-1}\right]. \qquad (12.54)$$

Оценим величину $\mu_{N/2,0}$ для страт периода $\mathscr{L}_p\ll L$. В этом случае решения задачи (12.46) можно искать в виде рядов

$$\delta\eta_k=\delta\eta_k^{(0)}+\varepsilon^2\delta\eta_k^{(1)}+\ldots,\qquad \mu_k=\varepsilon^{-2}\tilde{\mu}_k^{(0)}+\tilde{\mu}_k^{(1)}+\ldots \qquad (12.55)$$

Подставляя (12.55) в (12.46), в нулевом приближении получим

$$-\frac{d^2\delta\eta_k^{(0)}}{dx^2}=\tilde{\mu}_k^{(0)}\delta\eta_k^{(0)},$$

$$\delta\eta_k^{(0)}(0)=\delta\eta_k^{(0)}(\mathscr{L}),\qquad \left.\frac{d\delta\eta_k^{(0)}}{dx}\right|_0=\left.\frac{d\delta\eta_k^{(0)}}{dx}\right|_{\mathscr{L}}. \qquad (12.56)$$

Задача (12.56) имеет решения $\delta\eta_k^{(0)}(x)=\exp(2\pi ikx/N\mathscr{L}_p)$, $\widetilde{\mu}_k^{(0)}=2\pi k/(N\mathscr{L}_p)^2$, $k=0, \pm 1, \ldots$ Таким образом, при $\mathscr{L}_p \ll L$ величина $\mu_{N/2,0} \approx \varepsilon^{-2}\widetilde{\mu}_{N/2}^{(0)}=\pi^2L^2/\mathscr{L}_p^2$. Поскольку $a_{0,0}^{(0)}\mu_{0,0}\approx\widetilde{a}_0\sim l/\mathscr{L}_p$, то из (12.54) следует формула (2.1), полученная выше из условия (12.44).

12.4.5. В $K\Omega$-системах, как следует из анализа уравнений (12.50), аналогичного изложенному в п. 6.2 обзора [25], нарастающей может оказаться флуктуация $\delta\theta\approx\delta\theta_{0,0}(x)\cos(\omega_c t)$ с $\omega_c\neq 0$. Частота пульсаций страт ω_c дается (12.35), а условие возникновения пульсирующих страт сводится к (12.34). Из (12.34) и (12.24) следует, что ширина устойчивых относительно пульсаций страт, так же как и ширина АС [25], заключена в диапазоне $\mathscr{L}_{b\omega}<\mathscr{L}_s<\mathscr{L}_\omega$, где величина $\mathscr{L}_{b\omega}$ дается (12.35), а $\mathscr{L}_\omega\sim L\mu_{0,0}(\alpha/\varepsilon)$.

Заключение. Приведенные в данном обзоре результаты позволяют проанализировать картину самоорганизации при изменении не только уровня возбуждения системы, но и других ее параметров. Так, при уменьшении длины системы, когда $\mathscr{L}$ достигает величины $N\mathscr{L}_{\min}(A)$, число страт N скачкообразно уменьшается в результате неустойчивости типа перекачки (п. 2.2). Напротив, при увеличении размера системы $\mathscr{L}$ (в полупроводниках и газах расстояния между электродами) период страт возрастает, и при некоторой критической длине $\mathscr{L}=N\mathscr{L}_{\max}(A)$ происходит локальный пробой в центре страт или между ними (п. 2.1). В результате такой динамической перестройки число страт увеличивается.

Эти результаты представляются важными для биологии, в том числе для анализа эмбрио и морфогенеза, т. е. изменения формы зародыша или организма по мере их роста. Для описания таких процессов часто используют модели типа (1.11) и (1.12), а определяющая роль в них отводится флуктуациям [3, 5, 6, 8, 12]. Вместе с тем, как мы видим, явления самоорганизации, реализующиеся по мере роста системы, происходят, как правило, благодаря динамической перестройке (п. 2.1). Таким образом, флуктуации могут не играть существенной роли в выборе вида образующейся ДС [78, 115].

В реальных системах, т. е. в эксперименте, картина самоорганизации определяется их неоднородностью. Малые локальные неоднородности играют роль зародышей для скачкообразного возникновения автосолитонов, дальнейшая эволюция которых и определяет процесс самоорганизации (раздел 4 и п. 5.3).

Подчеркнем, что в большинстве случаев спонтанное образование и эволюция ДС реализуются в моностабильных системах, т. е. в системах, внешние параметры которых однозначно или даже линейно зависят от уровня возбуждения. При этом образование шнуров или доменов электрического поля в общем случае не связано с видом вольтамперной характеристики (ВАХ) системы. Так, многошнуровые и многодоменные состояния могут возникать в моностабильной электронно-дырочной плазме с однозначной ВАХ (раздел 8); газовый разряд имеет S-образную ВАХ, а в нем образуются страты (домены электрического поля) [45, 46б]; напротив, в транзисторной структуре образуются шнуры тока, а ее ВАХ может иметь N-образный вид (п. 7.3). Отметим, что эффект локального пробоя (п. 2.1.1) непосредственно связан с моностабильностью систем, поскольку в них могут образовываться лишь страты конечной ширины. Действительно, реализация широких страт большого периода по существу означает существования в системе двух устойчивых однородных состояний, т. е. возможна лишь в бистабильных системах (раздел 6).

Подчеркнем, что картина самоорганизации, в том числе и возникновения турбулентности (раздел 9), не зависит от природы системы, т. е. механизмов, определяющих процессы активации и ингибирования, а прежде всего определяется видом ее нелинейности, точнее кривой ЛС, а также степенью инерционности и дальнодействия активатора по сравнению с ингибитором (п. 1.3). Поэтому экспериментально изучая свойства ДС в сложных химических и биологических системах, можно сделать выводы о качественном виде кривой ЛС и других параметрах математической модели, которую можно использовать для описания наблюдаемой картины самоорганизации. С другой стороны, изучая конкретные физические системы, для которых уравнения, описывающие ДС, удается корректно вывести (например, электронно-дырочную плазму (п. 8.1—8.3) или наиболее удобные для экспериментальных исследований полупроводниковые структуры (раздел 7)), можно сделать выводы о сценариях самоорганизации, относящихся к системам различной природы, в том числе химическим и биологическим.

Список основных аббревиатур и обозначений

АС — автосолитон.

ВАХ — вольт-амперная характеристика.

ДС — диссипативная структура.

Кривая ЛС — кривая локальной связи.

Кривая УС — кривая уравнения состояния.

ОПЗ — область пространственного заряда (p—n-перехода).

ЭДП — электронно-дырочная плазма.

θ — значение активатора.

η — значение ингибитора.

θ_h и η_h — значения активатора и ингибитора в однородной среде.

l и τ_θ — характерная длина и время изменения активатора.

L и τ_η — характерная длина и время изменения ингибитора.

$\varepsilon = l/L$,

$\alpha = \tau_\theta/\tau_\eta$.

A — уровень возбуждения системы (управляющий или бифуркационный параметр).

A_c и A_c' — критические значения A, ограничивающие снизу и сверху области неустойчивости однородного состояния среды.

A_b (A_b') — граничное значение A, ниже (выше) которого статические АС и другие ДС не реализуются.

$A_p^{(N)}$ ($A_p'^{(N)}$) — значение A, при котором N «горячих» («холодных») страт периода $\mathscr{L}_p$ в системе размера $\mathscr{L} = N\mathscr{L}_p$ теряют устойчивость вследствие эффекта «перекачки».

A_d (A_d') или $A_d^{(N)}$ ($A_d'^{(N)}$) — значения A, при которых происходит локальный пробой в центре «горячего» («холодного») АС или в центре «горячих» («холодных») периодических страт.

$\mathscr{L}_p$ — период страт.

$\mathscr{L}_s$ ($\tilde{\mathscr{L}}_s$) — ширина «горячих» («холодных») страт и автосолитонов.

$\mathscr{L}_{min}$ — минимально возможный период страт.

$\mathscr{L}_{max}$ — максимально возможный период страт.

K-, Ω-, KΩ-, KN- и другие обозначения систем пояснены в табл. I.

ПРИМЕЧАНИЯ К ТЕКСТУ

[1] В общем случае под термином ДС, предложенным Пригожиным, иногда подразумевают не только пространственно-неоднородные состояния, но и однородные автоколебания, которые могут спонтанно возникать в распределенных средах [3, 10, 16]. Изучение различного рода автоколебаний [26], в том числе и стохастических [27—

29], представляет собой самостоятельную проблему, которая в данном обзоре не обсуждается.

[2] В общем смысле самоорганизация представляет собой изменение характера упорядоченности неравновесной системы при изменении уровня ее возбуждения. По этой причине процессы самоорганизации называют также неравновесными, или кинетическими фазовыми переходами [3—6]. Критерии степени упорядоченности в процессах самоорганизации предложены Климонтовичем [30]. Как правило, ДС представляет собой макроскопически неоднородное состояние, поэтому их можно рассматривать и как несоразмерные фазовые переходы в неравновесных системах. Вопросы аналогии и отличия равновесных и неравновесных фазовых переходов, критические явления вблизи неравновесных фазовых переходов, а также обсуждение статистических подходов к анализу явлений самоорганизации представляют собой самостоятельную проблему, которая в данном обзоре не затрагивается.

[3] Поэтому в англоязычной литературе такие среды также называются Activator — Inhibitor Systems. В системах, в которых процесс ингибирования отсутствует, неустойчивость приводит либо к неограниченному нарастанию активатора в некоторой области системы, или же к скачкообразному переходу системы из одного однородного состояния в другое. Первый из этих процессов реализуется, например, при пробое диэлектрика или при очаговом взрыве [20]. Теория такого нестационарного процесса (режима с обострением) изложена в [42]. Второй — реализуется, например, в полупроводниках, газах и других системах с S-образной вольт-амперной характеристикой (ВАХ). При наличии внешней цепи падение напряжения на структуре играет роль однородно меняющегося ингибитора, поэтому в системах с S-образной ВАХ образуется одиночный шнур [21—24], представляющий собой простейшую ДС.

[4] Условия неустойчивости трехкомпонентных активных систем обсуждаются в [114, 8, 17].

[5] При нейтральных граничных условиях в одномерных системах размера $\mathscr{L}$ величина $k=k_m=\pi m/\mathscr{L}$, где $m=0$, 1, ... Поэтому расслоение реализуется относительно флуктуаций с волновым числом $k=k_{m_0}$, значение которого близко к величине k_0, определяемой (1.9) [3]. Однако дискретный характер значений k практически не проявляется в излагаемой ниже картине самоорганизации в распределенных системах размера $\mathscr{L}\gg k_0^{-1}$.

[6] Выражения (1.11)—(1.13) представлены в виде, при котором длины l и L практически не зависят от управляющего параметра A, т. е. являются характерными длинами изменения активатора и ингибитора.

[7] Учет отличия параметров электронов и дырок по существу приведет к простой перенормировке коэффициентов (коэффициент диффузии электронов заменяется на коэффициент биполярной диффузии и т. п.) [75, 76].

[8] Приведенное условие расслоения является гораздо более мягким, чем условие перегревной неустойчивости в монополярных полупроводниках: $\alpha+s>1$ [21]. Это связано с тем, что в ЭДП, благодаря подвижности не только электронов, но и дырок, могут образовываться неоднородные квазинейтральные распределения концентрации носителей.

[9] В некоторой области устойчивости однородного состояния Ω-систем в них внешним кратковременным возмущением можно возбудить бегущие автосолитоны и другие более сложного вида автоволны, свойства которых рассматриваются во многих работах (см., например [7, 8, 10—11, 17, 121—124]).

[10] Этот вывод по существу вытекает и из теории шнуров тока и доменов поля в полупроводниках с S- и N-образной ВАХ. Действительно, расслоение однородного состояния полупроводника реализуется относительно наиболее длинноволновой моды с $k=\pi/\mathscr{L}$ ($\mathscr{L}$ — размер системы), а образующее устойчивое состояние (шнур или домен) представляет собой ступеньку, переходная область которой имеет размер $l\ll\mathscr{L}$ [21—24]. В формировании такой ступеньки участвуют все моды, включая и самую коротковолновую с $k=\pi/l$, которая в критической точке является сильно затухающей.

[11] В некоторых системах состояния в виде устойчивых страт не реализуются и при расслоении однородного состояния может возникать турбулентность (разд. 9).

[12] Одному значению $\mathscr{L}_{\max}$ может отвечать несколько значений A, т. е. зависимость $\mathscr{L}_{\max}(A)$, в принципе, может иметь несколько минимумов (штриховая кривая на рис. 8, *а*). Это замечание относится ко всем кривым, изображенным на рис. 8.

[13] Появление вблизи неоднородности при $A\to A_c$ осциллирующего распределения $\theta(x)$ и $\eta(x)$ [143] по существу следует из вида функции пространственной корреляции флуктуаций вблизи точки расслоения ($A=A_c$), проанализированного Нитзаном, Ортолевой, Детчом и Россом [144], а также из вида гриновской функции рассматриваемой неоднородной задачи при $A\to A_c$ [145].

[14] С процессом самопроизводства электронов, обусловленным возрастающей зависимостью скорости ударной ионизации электронов ν_i от их концентрации n, связано и образование страт в газовом разряде [14]. Однако в этом случае в отличие от систем, рассматриваемых в данном разделе, процессы активации и ингибирования протекают в одном и том же объеме газоразрядной трубки.

[15] В транзисторах из-за наличия специального базового электрода обычно выполняется условие $L \gg \mathscr{L}$ ($\mathscr{L}$ —линейный размер структуры), когда образуется лишь одиночное «горячее пятно». Впервые «горячие пятна» экспериментально обнаружены в [152], а затем качественно объяснены в [153, 154]. Нелинейная теория «горячих пятен» в транзисторах развита в работе [151], в которой, в частности, показано, что при шнуровании тока ВАХ транзистора может иметь N-образный вид (рис. 23, *в*).

[16] ДС могут возникать и в бистабильных сэндвич структурах, ВАХ которых, несмотря на наличие области ингибирования, остается S-образной. Особенности явлений самоорганизации для таких бистабильных структур рассмотрены в разд. 6.

[17] Структуры со «скрытой» S-образной ВАХ исследуются также в качестве электронных моделей нейристоров (см., например [156—158]), в которых можно возбудить бегущие АС. Такие структуры по своим параметрам отвечают Ω-системам (п. 1.3).

[18] Картина эволюции ДС может заметно измениться, если внешняя цепь имеет сложный импеданс [80].

[19] В уравнениях типа (1.1), (1.2) появляются слагаемые, пропорциональные $\nabla\theta$, $\nabla\eta$ (см., например [14, 46]).

[20] Это утверждение справедливо для горячих страт (рис. 9, *а)*, ширина которых $\mathscr{L}_s < \mathscr{L}_p/2$. В противоположном случае, т. е. для холодных страт (рис. 9, *д*), наиболее опасной является флуктуация $\delta\theta^{(0)} = \delta\theta^{(0)}_{N/2,1}$. Эта флуктуация описывает увеличение ширины «холодной» области в одной страте и сужение «холодной» области в соседней страте. Другими словами, нарастание такой флуктуации приводит к «перекачке» активатора между холодными стратами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] *Ландау Л. Д., Лифшц Е. М.* Гидродинамика.— М.: Наука, 1986.

2. а) *Джозеф Д.* Устойчивость движений жидкости.— М: Мир., 1981.
б) *Гершуни Г, З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А.* Устойчивость конвективных течений.— М.: Наука, 1989.

3. *Николис Г., Пригожий И.* Самоорганизация в неравновесных системах.— М.: Мир, 1979.

4. *Эбелинг В.* Образование структур при необратимых процессах.— М.: Мир, 1979.

5. *Хакен Г.* Синергетика.— М.: Мир, 1980.

6. *Хакен Г.* Синергетика: Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах.— М.: Мир, 1985.

7. а) *Wiener N.. Rosenblueth A.*//Arch. Inct. Cardiol. Mech. 1946. V. 16. P. 205.
б) *Полак Л. С., Михайлов А. С.* Самоорганизация в неравновесных физико-химических системах.— М.: Наука, 1983.

8. а) *Васильев В. А., Романовский Ю. М., Яхно В. Г.*//УФН. 1979. Т. 128. С. 625.
б) *Васильев В. А., Романовский Ю. М., Яхно В. Г.* Автоволновые процессы.— М.: Наука, 1987.

9. *Гапонов-Грехов А. В., Рабинович М. И.*//Нелинейные волны: Структуры и бифуркации.— М.: Наука, 1987.— С. 7.

10. *Жаботинский А. М.* Концентрационные колебания.— М.: Наука, 1974.

[11] а) *Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С.* Математическое моделирование в биофизике.— М.: Наука, 1975.
б) *Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С.* Математическая биофизика.— М.: Наука, 1984.

12. *Белинцев Б. Н.*//УФН. 1983. Т. 141. С. 55.

13. *Sivashinsky G. I.*//Ann. Rev. Fluid. Mech. 1983. V. 15. P. 179.

14. а) *Недоспасов А. В.*//УФН. 1968. Т. 94. С. 439.
Недоспасов А. В., Хаит В. Д. Колебания и неустойчивости низкотемпературной плазмы.— М.: Наука, 1979.
б) *Пекарек Л.*//УФН. 1968. Т. 94. С. 463.

15. *Кадомцев Б. Б.*//[91.— С. 45.

16. Колебания и бегущие волны в химических системах.— М.: Мир, 1988.

17. *Vasilev V. A., Romanovskii Yu. M., Chernavskii D. S., Yakhno V. G.* Autowave Processes in Kinetic Systems.— Berlin: Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften; Dordrecht; Boston; Lancaster; Tokyo: D. Reidel, 1987.

18. *Ланда П. С.* Автоколебания в распределенных системах.— М.: Наука, 1983.

19. *Гуревич А. В., Минц Р. Г.* Тепловые автоволны в нормальных металлах и сверхпроводниках.—М.: ИВТ АН СССР, 1987.

20. *Мержанов А. Г., Риманов Э. Н.*//УФН. 1987. Т. 151. С. 554.

21] *Волков А. В., Коган. Ш. М.*//УФН. 1968. Т. 96. С. 633.

22. *Осипов В. В., Холодное В. А.* //Микроэлектроника. 1973. Т. 2. С. 529.

23. *Бонч-Бруевич В. Л., Звягин И. П., Миронов А. Г.* Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках.— М.: Наука, 1972.

24. *Scholl E.* Nonequilibrium Phase Transitions in Semiconductors.— Berlin; Heidelberg, New York; London; Paris; Tokyo: Springer-Verlag, 1987—(Springer Series in Synergetics. V. 35).

25. *Кернер Б. С., Осипов В. В.//УФН.* 1989. Т. 157. С. 201.
26. *Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э.* Теория колебаний.— М.: Физматгиз, 1959.
27. *Гапонов-Грехов А, В., Рабинович М. И.*//УФН. 1979. Т. 28. С. 579.
28. *Рабинович М. И., Трубецков Д. М.* Введение в теорию колебаний и волн.—М.: М.: Наука, 1984.
29. *Заславский Г. И., Сагдеев Р. 3.* Введение в нелинейную физику.— М: Наука, 1988.
30. *Климонтович Ю. Л.*//УФН. 1989. Т. 158. С. 58.
[31] а) *Кернер Б. С., Синкевич В. Ф.*//Письма ЖЭТФ. 1982. Т. 36. С. 359.
б) *Кернер Б. С., Осипов В. В., Романко М. Т., Синкевич В. Ф.*//Ibidem. 1986. Т. 44. С. 77.
Ващенко В. А., Кернер Б. С., Осипов В. В., Синкевич В. Ф.//ФТП. 1989. Т. 23. С.1378.
32. *Mayer K. M., Parisi J., Huebener R. P.*//Zs. Phys. Kl. B. 1988. Bd. 71. S. 171.
33. а) *Jäger D., Baumann H., Symancyk R.//Phys.* Lett. Ser. A. 1986. V. 117. P. 141.
б) *Горбатюк А. В., Линийчук И. А., Свирин А. В.*//Письма ЖТФ. 1989. Т. 15. С 42
34. *Кернер Б. С., Литвин Д. П., Санкин В. И.*//Ibidem. 1987. Т. 13. С. 819.
35. *Ващенко В. А., Кернер Б. С., Осипов В. В., Синкевич В. Ф.*//ФТП. 1990. Т. 24. № 10.
36. *Radehaus C. R., Dirksmeyer T., Witlebrand H., Purwins H.-G.//Phys.* Lett. Ser. A. 1987. V. 125. P. 92.
37. *Абрамов В. П., Кленов С, Л.*//Радиотехн. и электрон. 1989. Т. 34. С. 652.
38. *Akhmetov A. A., Baev V. P.*//Cryogenics. 1984. V. 24. P. 67.
Keilin V. E., Kruglov S. L.//Ibidem. P. 525.
39. *Langer J. S.*//Rev. Mod. Phys. 1980. V. 52. P. 1.
Wollkind D. J., Sriranganathan R., Oulton D. B.//Physica. Ser. D. 1984. V. 12. P. 215.
McFadden G. B., Coriell S. R.//Ibidem. P. 253.
40. *Барелко В. В., Бейбутян В. М., Володин Ю. Е., Зельдович Я. Б.*//Автоволновые процессы в системах с диффузией.—Горький: ИПФ АН СССР, 1981.—С. 135.
[41] а) *Ахманов С. А., Воронцов М. А.*//Нелинейные волны: Динамика и эволюция.— М.: Наука, 1989.—С. 228.
б) *Ахманов С. А., Воронцов М. А., Иванов В. Ю.*//Новые физические принципы оптической обработки информации.— М.: Наука, 1989.— Гл. 6.
42. *Самарский А. А., Галактионов В. А., Курдюмов С. П., Михайлов А. П.* Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений.— М.: Наука, 1987.
43. *Зельдович Я. Б.* Теория горения и детонации газов.— М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1944; Избранные труды: Химическая физика и гидродинамика.— М.: Наука, 1984.—С. 165.
44. *Turing A. M.*//Phil. Trans. Roy. Soc. Ser. B. 1952. V. 237. P. 37.
45. *Кернер Б. С., Осипов В. В.*//Радиотехн. и электрон. 1982. Т. 27. С. 2415.
46. *Кернер Б. С., Осипов В. В.//а)* ДАН СССР. 1981. Т. 257. С. 1352; *б)* Радиотехн. и электрон. 1983. Т. 28. С. 132.
47. *Кернер Б. С., Осипов В. В.*//ЖЭТФ. 1976. Т. 71. С. 1542.
48. *Кернер Б. С., Осипов В. В.*//ФТП. 1979. Т. 13. С. 891.
49. *Кернер Б. С., Осипов В. В.*//ФТТ. 1979. Т. 21. С. 2342.
50 *Гафийчук В. В., Кернер Б. С., Осипов В. В.//а)* ФТТ. 1981. Т. 23. С. 2305; б) ФТП. 1981. Т. 15. С. 2171; *в)* 1985. Т. 19. С. 1871.
[51] *Кернер Б. С., Осипов В. В.*//[41a].— С. 127; перевод: *Kerner B. S., Osipov V. V.//* Nonlinear Waves. 1: Dynamics and Evolution,—Berlin a. o.: Springer-Verlag, 1989.—P. 126.
52. *Кернер Б. С., Осипов В. В.*//Письма ЖЭТФ. 1973. Т. 18. С. 122; Микроэлектроника. 1974. Т. 3. С. 9.
53. *Балкарей Ю. И., Никулин М. Г.*//ФТП. 1976. Т. 10. С. 1455, 2039.
54. *Балкарей Ю. И., Елинсон М. И.*//Микроэлектроника. 1979. Т. 8. С. 428.
55. *Балкарей Ю. И., Евтихов М. Г., Елинсон М. И.*//Микроэлектроника. 1985. Т. 14. С. 67.
56. *Балкарей Ю. И., Никулин М. Г., Елинсон М. И.*//[40].—С. 117.
57. *Purwins H.-G., Radehaus Ch., Berkemeier J.*//Zs. Naturforsch. 1988. Bd. 43a. S. 17.
58. *Kardell K., Radehaus Ch., Dokrnen R., Purwins H.-G.//J.* Appl. Phys. 1988. V. 64. P. 6336.
59. *Nitzan A., Ross J.*//J. Chem. Phys. 1973. V. 59. P. 241.
60. *Nitzan A., Ortoleva P., Ross J.*//Ibidem. 1974. V. 60. P. 3134.
[61] *Бункин Ф. В., Кириченко Н. А., Лукьянчик Б. С., Морозов Ю. Ю.*//КЭ. 1983. Т. 10. С. 2136.
32. *Поляков С. В., Яхно В. Г.* //Физ плазмы. 1980. Т. 6. С. 383.
63. *Kuramoto Y., Tsuzuki T .*//Prog. Ther. Phys. 1975. V. 54. P. 687; 1976. V. 55. P. 356

64. *Nitzan A., Ortoleva P.//Phys.* Rev. Ser. A. 1980. V. 21. P. 1735.
65. *Newell A. C., Whitehead J. A.//*J. Fluid Mech. 1969. V. 38. P. 279.
66. *Segel L. A.//*J. Fluid Mech. 1969. V. 38. P. 203.
67. *Siggia E, D., Zippelius A.//*Phys. Rev. Ser. A. 1981. V. 26. P. 1036.
68. *Swift L, Hohemberg R. S.//Ibidem.* 1977. V. 15. P. 319.
69. *Gertsberg V. S., Sivashinsky G. I.//*Progr. Theor. Phys. 1981. V. 66. P. 1219.
70. *Malomed B. A.//Zs.* Phys. 1984. Bd. 55. S. 241.
[71] *Маломед Б.* А.//[9].— С. 251.
72. *Гапонов-Грехов А. В., Ломов А. С., Осипов Г. В., Рабинович М. И.//*[41 а].—- С. 61.
73. *Ахромеева Т. С., Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г., Самарский А. А.//*Итоги науки и техники. Сер. «Современные проблемы математики. Новейшие достижения».—М.: ВИНИТИ АН СССР. 1987.—Т. 28. С. 207.
74. *Рабинович М. И., Сущик М. М.//УФН.* 1990. Т. 160. С. 3.
75. *Кернер Б. С., Осипов В. В.//*ЖЭТФ. 1978. Т. 74. С. 1675.
76. *Кернер Б. С., Осипов В. В.//*ФТП. 1979. Т. 13. С. 721.
77. *Кернер Б. С., Осипов В. В.//*ЖЭТФ. 1980. Т. 79. С. 2218.
78. *Кернер Б. С., Осипов В. В.//*ДАН СССР. 1982. Т. 264. С. 1366.
79. *Кернер Б. С., Осипов В. В.//*Микроэлектроника. 1985. Т. 14. С. 389.
80. *Кернер Б. С., Осипов В. В.//*ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 2201.
[81] *Кернер Б. С., Осипов В. В.//*ДАН СССР. 1983. Т. 270. С. 1104.
82. *Васынюк З. И., Гафийчук В. В., Кернер Б. С., Осипов В. В.//*ФТТ. 1989. Т. 31. С 66
83. *Gafijchuk V. V., Kerner B. S., Osipov V. V., Vasyunyk Z.I.//*Proc. of the IVth Intern. Workshop in Nonlinear and Turbulent Processes in Physics.— Kiev: Naukova Dumka, 1989.—V. 1. P. 107; Noise in Physical Systems: Proc. of the Xth Intern. Conference.—Budapest, 1990.—P. 609.
84. *Винославский М. Н.//*ФТТ. 1989. Т. 31. С. 315.
*Vinoslavskil M. N., Kerner B. S., Osipov V. V., Sarbej O. G.//*J. Phys.— Condensed Matter. 1990. V. 2. P. 686.
85. *Астров Ю. А.* Генерация автосолитонов при двойной инжекции в высокоомный полупроводник.— Препринт ФТИ АН СССР.— Ленинград, 1990.
86. *Berkemeier J., Dirksmeyer T., Klempt G., Purwins H.-G.//Zs.* Phys. Kl. B. 1986. Bd. 65. S. 255.
Purwins H.-G., Klempt G., Berkemeier .//Festkőrperprobleme. 1987. Bd. 27. S. 27.
87. а) *Purwins H.-G., Radehaus. Ch.//*Neural and Synergetic Computers. Springer Series in Synergetics.— Berlin a. o.: Springer-Verlag. 1988.— V. 42. P. 137.
б) *Purwins H.-G., Radehaus Ch., Dirkmeyer T., Dohmen R., Schmeling R., Willsbrand H.//*Phys. Lett. Ser. A. 1989. V. 136. P. 480.
88. *Koga S., Kuramoto Y.I/Prog.* Theor. Phys. 1980. V. 63. P. 106.
89. *Chernavskii D. S., Ruijgrok Th. W.//*Biosystems. 1982. V. 15. P. 75.
90. *Кернер Б. С., Кузнецова Е. М., Осипов В. В.//*ДАН СССР. 1984. Т. 277. С. 1114.
[91] *Кернер Б. С., Кузнецова Е. М., Осипов В. В.//*Микроэлектроника. 1984. Т. 13. С 407 456
92. *GiererA., Meinhardt H.//*Kyberaetik. 1972. Bd. 12. S. 30.
93. *Meinhardt H., Gierer A.//J.* Cell. Sci. 1974. V. 15. P. 321.
*Meinhardt H.//*Iibidem. 1977. V. 23. P. 117.
Gierer A.//Naturwissenschaften. 1981. Bd. 68. S. 245.
94. *Балкарей Ю. И., Евтихов М. Г., Елинсон М. И.//*Микроэлектроника. 1979. Т. 8. С. 493; 1980. Т. 9. С. 141, 144; 1981. Т. 10. С. 78.
95. *Балкарей Ю. И., Евтихов М. Г., Елинсон М. И.//*Микроэлектроника. 1982. Т. П. С. 25; 1984. Т. 12. С. 65, 171.
96. *Еленин Г. Г., Крылов В. В., Полежаев А. А., Чернавский Д. С.//*ДАН СССР. 1983. Т. 271. С. 84.
97. *Ахметов А. А., Минц Р. Г.//*Письма ЖТФ. 1983. Т. 9. С. 1306.
98. *Дубицкий А. Л., Кернер Б. С., Осипов В. В.//*ФТП. 1986. Т. 20. С. 1195.
99. *Дубицкий А. Л., Кернер Б. С., Осипов В. В.//*ФТТ. 1986. Т. 28. С. 1280.
100. *Гафийчук В. В., Кернер Б. С., Осипов В. В., Южанин А. Г.//*Письма ЖТФ. 1987. Т. 13. С. 1299.
[101] *Гафийчук В. В., Гашпар В. Э., Кернер Б. С., Осипов В. В.//*ФТП. 1988. Т. 22. С. 1836.
102. *Гафийчук В. В., Кернер Б. С., Лазурчак И. И., Осипов В. В.//*Микроэлектроника. *а)* 1986. Т. 15. С. 180; б) 1990. Т. 19. В. 6.
103. *Осипов В. В., Лазурчак И. И., Гафийчук В. В., Кернер Б. С.//*Микроэлектроника. 1987. Т. 16. С. 23.
104. *Гафийчук В. В., Кернер Б. С., Осипов В. В., Южанин А. Г.//*ФТП. 1988. Т. 22. С. 2051.
105. *Балкарей Ю. И., Евтихов М. Г., Елинсон М. И.//*ЖТФ. 1987. Т. 57. С. 209: Микроэлектроника. 1988. Т. 17. С. 313.
106. *Балкарей Ю. И., Григорьянц А. В., Ржаное Ю. А.//*КЭ. 1987. Т. 14. С. 128.
107. *Розанов Н. Н., Ходова Г. В.//*Опт. и спектр. 1988. Т. 65. С. 761.
*Rosanov N. N., Khodova G. V.//*J. Opt. Soc. Am. Ser. B. 1990. V. 7. № 6.

108. *Еленин Г. Г., Лысак Т. М.*//Мат. моделирование. 1989. Т. I. № 9. С. 92.
109. *Гафийчук В. В., Кернер Б. С., Осипов В. В., Южанин А. Г.* Статистические автосолитоны и диссипативные структуры в разогретой электронно-дырочной плазме: — Препринт ИППММ АН УССР.— Львов. 1988.
110. *Гафийчук В. В., Кернер Б. С., Осипов В. В., Южанин А. Г.*//ЖТФ. 1990. Т. 60. С. 8.
[111] *Гафийчук В. В., Кернер Б. С., Осипов В. В., Тыслюк И. В.*//ФТТ. 1989. Т. 31. С. 46.
112. *Гафийчук В. В., Дацко Б. И., Кернер Б. С., Осипов В. В.*//ФТП. 1990. Т. 24. С. 724.
113. *Гафийчук В. В., Дацко Б. И., Кернер Б. С., Осипов В. В.*//Ibidem. Вып. 7.
114. *Васильев В. А.*//Термодинамика биологических процессов.— М.: Наука. 1976— С. 198.
115. *Kerner B. S., Krinskii V. I., Osipov V. V.*//Thermodynamics and Pattern Formation in Biology.— Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1988.— P. 265.
116. *Таланов В. И.*//ДАН СССР. 1981. Т. 258. С. 604.
117. *Гуревич А. В., Шварцбург А. Б.* Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере.— М.: Наука, 1973.
118. *Голант В. Е., Жилинский А. П., Сахаров С, А.* Основы физики плазмы.— М.: Атомиздат, 1977.
119. *Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г.* Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда.— М.: Наука, 1975.
120. *Kerner B. S., Osipov V. V.*//Selforganization by Nonlinear Irreversible Process. Springer Series in Synergetics.— Berlin a. o.: Springer-Verlag, 1986.—V. 33. P. 118.
[121] a) *Hodgkin A. L., Huxley A. F.*//J. Physiol. 1952. V. 116. P. 449.
Noble D.//Ibidem. 1962. V. 160. P. 317.
б) *Fitz-Hugh R.*//Biophys. J. 1961. V. 1. P. 445; 1962. V. 2. P. 11; Biological Engineering/Ed. H. P. Schwan.— New York: McGraw-Hill, 1969.— P. 1.
Nagumo I., Arimoto S., Yoshizawa S.//Proc. IRE, 1962. V. 50. P. 2061. *Rinzel J.*// *Keller J.* .//Biophys. 1973. V. 13. P. 1313.
122. а) *Скотт А.* Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике.— М.: Сов. радио, 1977.
Островский Л. А., Яхно В. Г.//Биофизика. 1975. Т. 20. С. 489.
б) *Casten R. G., Cohen H., Lagerstrom P. A.*//Quart. Appl. Math. 1975. V. 32. P. 365.
123. *Winfree A. T.*//Sci. Amer. 1974. V. 230. P. 82.; The Geometry of Biological Time.— New York; Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1980.
Кринский В. И., Агладзе К. И.//ДАН СССР. 1982. Т. 263. С. 335.
Nature, London. 1982. V. 296. P. 424.
Перцов А. М., Панфилов А. .//[40].— С. 77.
124. *Зыков В. С.* Моделирование волновых процессов в возбудимых средах.— М.: Наука, 1984.
Давыдов В. А., Михайлов А. С.//[9].— С. 261.
125. *Фролов А. А., Муравьев И. П.* Нейтронные модели ассоциативной памяти.— М.: Наука, 1987.
126. *Веденов А. А.* Моделирование элементов мышления.— М.: Наука, 1988.
127. *Дубинин Ф. Т.* Оптоэлектронные модели однородных сред.— М.: Радио и связь, 1984.
128 *Abraham R.*//Lecture Notes in Mathimatics.— Berlin: Springer-Verlag, 1976.— V. 525. P. 10.
129. *Ferrano G., Hausler* G.//Opt. Eng. 1980. V. 19. P. 422.
130. *Crutehfield J. P.*//Phisica. Ser. D. 1984. V. 10. P. 229.
[131] *Мастеров А. В., Толков В. Н., Яхно В. Г.*//[41a].— С. 166.
132. *Мастеров А. В., Рабинович М. И., Толков В. Н., Яхно В. Г.*//Коллективная динамика возбуждений и структурообразование в биологических тканях.— Горький: ИПФ АН СССР, 1988.— С. 89.
133. *Мастеров А. В., Яхно В. Г.*//[132].— С. 198.
134. *Nicolis G., Auchmuty J. F.* G.//Proc. Nat. Acad. Sci. 1974. V. 71. P. 2748.
135. *Гафийчук В. В.* Автореферат кандидатской диссертации... канд. физ.-мат. наук.— М.: МФТИ, 1982.
136. *Malomed B. A., Nepomnyashchy A. A.*//[83].— V. 2. P. 291.
137. *Петвиашвили В. И., Сергеев А. М.*//ДАН СССР. 1984. Т. 276. С. 1380.
138. *Кернер Б. С.*//Микроэлектроника. 1976. Т. 5. С. 257.
139. *Дубицкий А. Л., Кернер Б. С., Осипов В. В.*//ДАН СССР. 1989. Т. 308. С. 857.
140. *Кернер Б. С, Осипов В. В.*//Письма ЖЭТФ. 1985. Т. 41. С. 386.
[141] *Кернер Б. С., Осипов В. В.*//ДАН СССР. 1987. Т. 292. С. 82.
142. *Гуревич А. В., Минц Р. Г., Рахманов А. Л.* Физика композитных сверхпроводников.— М.: Наука, 1987.
143. *Кернер Б. С., Осипов В. В., Шнейдер М. Н.*//Радиотехн. и электрон. 1987. Т. 32. С. 1909.

144. *Nitzan A., Ortoleva P., Deutch J., Ross J.*//J. Chem. Phys. 1974. V. 61. P. 1056.
145. *Балкарей Ю. И., Сандомирский В. В.*//ФТП. 1979. Т. 13. С. 1006.
146. *Зайцев А. А., Джерпетов X.* А//ЖЭТФ. 1953. Т. 24. С. 516.
147. *Кернер Б. С., Осипов В.* .//Биофизика. 1982. Т. 27. С. 137.
148. *Балкарей Ю. И., Никулин М. Г.*//ФТП. 1978. Т. 12. С. 347.
149. *Кернер Б. С., Осипов В. В.*//ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 589.
150. *Radehaus Ch., Kordell K., Baumann H., Jäger D., Purwins H.-G.*//Zs. Phys. Kl. B. 1987. Bd. 67. S. 515.
[151] *Кернер Б. С., Осипов В. В.*//Микроэлектроника. 1977. Т. 6. С. 337.
152. *Thronton C. G., Simmons C. D.*//IEEETrans. on Electron. Dev. 1958. V. ED-5. P. 6.
153. *Bergman F., Gertsner D.*//Arch. Electr. Ubertzagung. 1963. Bd. 17. P. 467.
154. *Scarlett R. M., Shockley W.*//IEEEIntern. Conv. Rec. 1963. Pt. 3. P. 3.
155. *Нечаев А. М., Рубаха Е. А., Синкевич В. Ф.*//Обзоры по электронной технике.— М.: ЦНИИ «Электроника», 1978.— Сер. 2. В. 10.
156. *Крейн Г.* Д.//ТИРИ. 1962. Т. 50. С. 2081.
157. *Комаровских К. Ф., Мурыгин В. Н., Осипов В. В., Стафеев В. И.*//Электронная техника. Сер. 6. «Микроэлектроника». 1967. № 3. С. 11.
158. *Стафеев В. И., Комаровских К. Ф., Фурсин Г. И.* Нейристорные и другие функциональные схемы с обратной связью.— М.: Радио и связь, 1981.
159. *Беркович С. Я.*//Радиотехника и электроника. 1966. Т. 11. С. 353.
160. *Кернер Б. С., Осипов В. В.*//Микроэлектроника. 1981. Т. 10. С. 407.
[161] *Ross D. W.*//Phys.Rev. 1966. V. 146. P. 176.
162. *Blötekjar K., Weissglas P.*//J. Appl. Phys. 1968. V. 39. P. 1645.
163. *Гантмахер В. Ф., Левинсон И. Б.* Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках.— М.: Наука. 1984.
164. *Кернер Б. С., Козлов Н. А., Нечаев А. М., Синкевич В. Ф.*//Микроэлектроника. 1983. Т. 12. С. 217; ФТП. 1983. Т. 17. С. 1931.
165. *Гафийчук В. В.*//ФТТ. 1984. Т. 26. С. 2230.
166. *Celler G. K., Robinson Mc. D., Trimble L. E., Lischner D. J.*//Appl. Phys. Lett. 1983. V. 43. P. 868.
167. *Allmen M., Von. Lüthy W., Affolter K.*//Ibidem. 1978. V. 33. P. 824.
168. *Кияк С. Г., Бончик А. Ю., Гафийчук В. В., Южанин А. Г., Тыслюк И. В.*//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1988. Т. 52. С. 1883.
169. *Sterword A. B.*//J.Appl. Phys. 1956. V. 27. P. 911.
170. *Дубицкий А. Л., Кернер Б. С., Осипов В. В.*//Тезисы докладов Всесоюзной конференции «Физические и физико-химические основы микроэлектроники».—Вильнюс, 1987.— С. 431.
[171] *Клярфельд Б. Я.*//ЖЭТФ. 1952. Т. 22. С. 66.
172. *Кернер Б. С., Осипов В.* .//Микроэлектроника. 1983. Т. 12. С. 512.
173. *Васильева А. Б., Бутузов В. Ф.* Асимптотические разложения решений сингулярных уравнений.— М.: Наука, 1973.
174. *Марри Дж.* Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях.— М.: Мир. 1982.
175. *Найфе А.* Введение в методы возмущений.— М.: Мир. 1984.
176. *Ortoleva P., Ross I.*//J.Chem. Phys. 1975. V. 63. P. 3398.
177. *Fife P. C.*//Ibidem. 1976. V. 64. P. 554.
178. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике.— М.: Наука. 1973.
179. *Ансельм А. И.* Введение в теорию полупроводников.— М.: Наука. 1978.