*Август 1990 г.* *Том 160, вып. 8*

*УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК*

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

530.12:531.51

# РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ

*А. А. Логунов*

Критический анализ общей теории относительности (ОТО) показывает, что принятие ее концепции ведет, во-первых, к отказу от законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения вещества и гравитационного поля, вместе взятых, во-вторых, к отказу от представления гравитационного поля как классического поля типа Фарадея — Максвелла, обладающего плотностью энергии-импульса. В противоположность сказанному выше авторы [3] утверждают, что возможна полевая формулировка ОТО со «всеми необходимыми атрибутами такой теории — действием и уравнениями движения, тензором энергии-импульса гравитационного поля и законами сохранения, отражающими симметрию фонового пространства-времени». Ошибочность данного утверждения видна уже из того, что ОТО в принципе не содержит в уравнениях поля фонового пространства-времени Минковского, а следовательно, ни о какой десятипараметрической группе движения пространства-времени не может быть и речи, поэтому в ОТО не могут существовать законы сохранения вещества и гравитационного поля, а также нельзя ввести понятие тензора энергии-импульса гравитационного поля. Все это сейчас уже очевидно и достаточно подробно рассмотрено в нашей монографии [1], где приведены и ссылки на оригинальные работы.

В связи с публикацией статьи [3] возникла необходимость дать краткое изложение основных положений релятивистской теории гравитации, с тем чтобы читателю было легче понять о чем идет речь, и по ходу изложения я остановлюсь по возможности кратко лишь на принципиальных ошибках авторов статьи [3]. Конечно, я не собираюсь разбирать все их ошибки, содержащиеся в статье [3], поскольку не вижу в этом необходимости.

В основу релятивистской теории гравитации (РТГ) [1], которая завершила развитие идей, изложенных в работе [2], мы положили следующие физические требования:

Положение I. Пространство Минковского (псевдоевклидова геометрия пространства-времени) есть фундаментальное пространство для всех физических полей, в том числе и для гравитационного. Это положение является необходимым и достаточным, чтобы имели место как законы сохранения энергии-импульса, так и законы сохранения момента количества движения для вещества и гравитационного поля, вместе взятых. Иными словами, пространство Минковского отражает динамические свойства, общие для всех форм материи. Это обеспечивает для них существование единых физических характеристик. Идея использования пространства Минковского для построения теории гравитации возникла полвека назад в работах Розена. Именно он ввел наряду с римановой метрикой метрику пространства Минковского. Введение двух метрик сразу же привело к возможности построения многочисленных скалярных плотностей. Отсюда общий вид плотности лагранжиана для свободного гравитационного поля стал чрезвычайно сложным. В течение последующих нескольких десятилетий Розен строил различные теории, кладя в основу тот или иной вид лагранжиана. Такой подход не привел к построению теории гравитации, поскольку Розену не удалось сформулировать принцип, который привел бы к единственному лагранжиану свободного гравитационного поля.

Положение II. Гравитационное поле описывается симметрическим тензором второго ранга $\Phi^{\mu\nu}$ и является реальным физическим полем, обладающим плотностью энергии-импульса, для общности рассмотрения будем считать, что оно имеет массу покоя $m$ и обладает спиновыми состояниями 2 и 0.

Исключение из состояний $\Phi^{\mu\nu}$ представлений, соответствующих спиновым значениям 1 и 0′, осуществляется подчинением $\Phi^{\mu\nu}$ полевому условию

$$D_\mu \Phi^{\mu\nu} = 0, \tag{1}$$

где $D_\mu$ — ковариантная производная по метрике $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского. Это уравнение помимо исключения нефизических состояний вводит в теорию метрику $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского, что позволяет отделить силы инерции от действия гравитационного поля. Выбором диагональной метрики $\gamma^{\mu\nu}$ полностью исключаются силы инерции. Метрика пространства Минковского позволяет ввести понятия эталонной длины и промежутка времени в отсутствие гравитационного поля.

Положение III. Принцип геометризации, суть которого заключается в том, что взаимодействие гравитационного поля с веществом, в силу его универсальности, осуществляется путем «подключения» гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$ к метрическому тензору $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского в плотности лагранжиана вещества по правилу

$$L_M(\tilde{\gamma}^{\mu\nu}, \Phi_A) \to L_M(\tilde{g}^{\mu\nu}, \Phi_A), \tag{2}$$

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = (-g)^{1/2} g^{\mu\nu} = \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \tilde{\Phi}^{\mu\nu}, \quad \tilde{\gamma}^{\mu\nu} = (-\gamma)^{1/2}\gamma^{\mu\nu}, \quad \tilde{\Phi}^{\mu\nu} = (-\gamma)^{1/2}\Phi^{\mu\nu},$$

через $\Phi_A$ обозначены поля вещества. Под веществом мы понимаем все формы материи за исключением гравитационного поля. Согласно принципу геометризации движение вещества под действием гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$ в пространстве Минковского с метрикой $\gamma^{\mu\nu}$ тождественно его свободному движению в эффективном римановом пространстве с метрикой $g^{\mu\nu}$. Метрический тензор $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского и тензор гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$ в этом пространстве являются первичными понятиями, а риманово пространство и его метрика — вторичными, обязанными своим происхождением гравитационному полю и его универсальному действию на поля вещества. Эффективное риманово пространство имеет в буквальном смысле слова полевое происхождение, обязанное присутствию гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$. В этом положении косвенно нашла отражение идея Эйнштейна о римановой геометрии пространства-времени. Поскольку метрические свойства при наличии гравитационного поля определяются тензором $g^{\mu\nu}$, а без поля — тензором $\gamma^{\mu\nu}$, то данная теория способна дать ответ на вопрос, как изменяются размеры тела и ход часов при действии гравитационного поля. Общая теория относительности не может дать ответа на такие вопросы, поскольку в ней в принципе не содержится метрический тензор $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского, и поэтому говорить о нем в ОТО совершенно бессмысленно. Так как эффективное риманово пространство создается гравитационным полем $\Phi^{\mu\nu}$, действующим в пространстве Минковского, то оно всегда может быть задано (и это очень важно) в одной системе координат. Это означает, что мы будем иметь дело только с такими римановыми пространствами, которые задаются в одной карте. С нашей точки зрения, полностью исключаются замкнутые римановы пространства, поскольку они не полевого происхождения. Согласно принципу геометризации плотность лагранжиана вещества зависит от гравитационного поля только через плотность метрического тензора $\tilde{g}^{mn}$, а так как действие для любой плотности лагранжиана является скаляром, то при произвольном бесконечно малом изменении координат вариация действия $\delta J_M$ будет равна нулю:

$$\delta J_M = \delta \int d^4x L_M(\tilde{g}^{mn}, \Phi_A) = 0, \tag{3}$$

где $\Phi_A$ — поля вещества.

Из этого условия, принимая во внимание, что при бесконечно малых координатных преобразованиях

$$x'^i = x^i + \xi^i(x), \tag{4}$$

где $\xi^i(x)$ — бесконечно малый четырехвектор смещения, вариации $\delta_L\tilde{g}^{mn}$ и $\delta_L\Phi_A$ преобразуются согласно правилам

$$\begin{gathered}\delta_L\tilde{g}^{mn} = \tilde{g}^{kn}D_k\xi^m + \tilde{g}^{km}D_k\xi^n - D_k(\xi^k\tilde{g}^{mn}),\\ \delta_L\Phi_A = -\xi^k D_k\Phi_A + F^{B;n}_{A;k}\Phi_B D_n\xi^k,\end{gathered} \tag{5}$$

можно получить тождество [1]

$$g_{mn}\nabla_k T^{kn} = -D_k\left(\frac{\delta L_M}{\delta\Phi_A}F^{B;k}_{A;m}\Phi_B\right) - \frac{\delta L_M}{\delta\Phi_A}D_m\Phi_A, \tag{6}$$

здесь $T^{kn} = -2\delta L_M/\delta g_{kn}$ — тензор энергии-импульса вещества. Если выполняются уравнения движения для вещества

$$\frac{\delta L_M}{\delta\Phi_A} = 0, \tag{7}$$

то на основании тождества (6) имеют место уравнения

$$\nabla_k T^{kn} = 0, \tag{8}$$

где $\nabla_k$ — ковариантная производная по римановой метрике $g_{ik}$.

Если уравнений для вещества четыре, то в этом и только в этом случае вместо уравнений для вещества (7) можно пользоваться эквивалентными уравнениями (8). В дальнейшем при построении уравнений гравитационного поля мы должны иметь в виду уравнения (8).

Положение IV. Плотность лагранжиана свободного гравитационного поля должна строиться как квадратичная функция ковариантных по метрике $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского производных первого порядка $D_\lambda\tilde{g}^{\mu\nu}$. В качестве калибровочной группы для поля $\Phi^{\mu\nu}$ возьмем локальную некоммутативную группу надкоординатных преобразований вида

$$\delta_\varepsilon\tilde{\Phi}^{\mu\nu} = \delta_\varepsilon\tilde{g}^{\mu\nu} = \tilde{g}^{\mu\lambda}D_\lambda\varepsilon^\nu + \tilde{g}^{\nu\lambda}D_\lambda\varepsilon^\mu - D_\lambda(\varepsilon^\lambda\tilde{g}^{\mu\nu}), \tag{9}$$

где $\varepsilon^\nu(x)$ — инфинитезимальный четырехвектор. Легко убедиться в том, что операторы $\delta_\varepsilon$ образуют алгебру Ли, при этом их коммутатор равен

$$(\delta_{\varepsilon_1}\delta_{\varepsilon_2} - \delta_{\varepsilon_2}\delta_{\varepsilon_1})\tilde{g}^{\mu\nu}(x) = \delta_{\varepsilon_3}\tilde{g}^{\mu\nu}(x), \tag{10}$$

где

$$\varepsilon_3^\mu = \varepsilon_2^\nu D_\nu \varepsilon_1^\mu - \varepsilon_1^\nu D_\nu \varepsilon_2^\mu.$$

Введем теперь калибровочный принцип, суть которого состоит в том, что при преобразованиях (9) лагранжиан гравитационного поля $L_g$ изменяется только на дивергенцию:

$$L_g \to L_g + D_\nu B^\nu(x). \tag{11}$$

Отметим, что, хотя выражение (9) для $\delta_\varepsilon \tilde{g}^{\mu\nu}$ формально, по своему виду совпадает с выражением для инфинитезимального приращения $\tilde{g}^{\mu\nu}$ при координатном преобразовании

$$x^\mu \to x^\mu + \xi^\mu(x), \tag{12}$$

для поля $\Phi^{\mu\nu}$ оно существенно отличается от инфинитезимального приращения

$$\delta_\xi \tilde{\Phi}^{\mu\nu} = \tilde{\Phi}^{\mu\lambda} D_\lambda \xi^\nu(x) + \tilde{\Phi}^{\nu\lambda} D_\lambda \xi^\mu(x) - D_\lambda(\xi^\lambda \tilde{\Phi}^{\mu\nu}), \tag{13}$$

возникающего при преобразованиях (12). Таким образом, введенные калибровочные преобразования имеют принципиально иное содержание, чем координатные преобразования. На основе положений I — IV релятивистская теория гравитации строится вполне однозначно, если уравнения поля не выше второго порядка.

Перейдем теперь к построению лагранжиана свободного гравитационного поля. Легко убедиться, что при преобразованиях (9) единственные простейшие скалярные плотности $(-g)^{1/2}$ и $\tilde{R} = (-g)^{1/2} R$, где $R$ — скалярная кривизна эффективного риманова пространства, изменяются по закону

$$(-g)^{1/2} \to (-g)^{1/2} - D_\nu[\varepsilon^\nu(-g)^{1/2}], \tag{14}$$
$$\tilde{R} \to \tilde{R} - D_\nu(\varepsilon^\nu \tilde{R})$$

и, стало быть, удовлетворяют калибровочному принципу.

Скалярную плотность $\tilde{R}$ можно представить в виде

$$\tilde{R} = -\tilde{g}^{\mu\nu}(G^\lambda_{\mu\nu} G^\sigma_{\lambda\sigma} - G^\lambda_{\mu\sigma} G^\sigma_{\nu\lambda}) - D_\nu(\tilde{g}^{\mu\nu} G^\sigma_{\mu\sigma} - \tilde{g}^{\mu\sigma} G^\nu_{\mu\sigma}), \tag{15}$$

где тензор третьего ранга

$$G^\lambda_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma}(D_\mu g_{\sigma\nu} + D_\nu g_{\sigma\mu} - D_\sigma g_{\mu\nu}) \tag{16}$$

или

$$\tilde{R} = -\tilde{g}^{\mu\nu}(\Gamma^\lambda_{\mu\nu} \Gamma^\sigma_{\lambda\sigma} - \Gamma^\lambda_{\mu\sigma} \Gamma^\sigma_{\nu\lambda}) - D_\nu(\tilde{g}^{\mu\nu} \Gamma^\sigma_{\mu\sigma} - \tilde{g}^{\mu\sigma} \Gamma^\nu_{\mu\sigma}), \tag{17}$$

где символы Кристоффеля

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma}(\partial_\mu g_{\sigma\nu} + \partial_\nu g_{\sigma\mu} - \partial_\sigma g_{\mu\nu}). \tag{18}$$

Заметим, что в (15) каждая группа членов в отдельности ведет себя при координатных преобразованиях как скалярная плотность. Вместе с тем следует обратить внимание на то, что если в полном выражении $\tilde{R}$ зависимость метрики от $\gamma^{\mu\nu}$ тождественно устраняется, то в отдельно взятой первой и второй группе членов (15) она не может быть исключена. Поскольку в силу (1) калибровочному принципу удовлетворяет еще скалярная плотность вида

$$\gamma_{\mu\nu} \tilde{g}^{\mu\nu}, \tag{19}$$

общая плотность лагранжиана свободного гравитационного поля со спиновыми состояниями 2 и 0, удовлетворяющая калибровочному принципу, будет

$$L_g = \lambda_1 (\tilde{R} + D_\nu Q^\nu) + \lambda_2 (-g)^{1/2} + \lambda_3 \gamma_{\mu\nu} \tilde{g}^{\mu\nu} + \lambda_4 (-\gamma)^{1/2}; \tag{20}$$

здесь дивергентное слагаемое с векторной плотностью $Q^\nu$ добавлено с целью исключить из $L_g$ члены с производными выше первого порядка. Последнее достигается выбором

$$Q^\nu = \tilde{g}^{\mu\nu} G^\sigma_{\mu\sigma} - \tilde{g}^{\mu\sigma} G^\nu_{\mu\sigma}. \tag{21}$$

В итоге получаем скалярную плотность относительно любых координатных преобразований

$$L_g = -\lambda_1 \tilde{g}^{\mu\nu} (G^\alpha_{\mu\nu} G^\beta_{\alpha\beta} - G^\alpha_{\mu\beta} G^\beta_{\nu\alpha}) + \lambda_2 (-g)^{1/2} + \lambda_3 \gamma_{\mu\nu} \tilde{g}^{\mu\nu} + \lambda_4 (-\gamma)^{1/2}; \tag{22}$$

неизвестные постоянные $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$, $\lambda_4$ мы определим ниже.

Прямой общий метод построения этого лагранжиана приведен в монографии [1].

Согласно принципу наименьшего действия отсюда имеем уравнение

$$\frac{\delta L_g}{\delta \tilde{g}^{\mu\nu}} = \lambda_1 R_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \lambda_2 g_{\mu\nu} + \lambda_3 \gamma_{\mu\nu} = 0, \tag{23}$$

где тензор Риччи

$$R_{\mu\nu} = D_\lambda G^\lambda_{\mu\nu} - D_\mu G^\lambda_{\nu\lambda} + G^\sigma_{\mu\nu} G^\lambda_{\sigma\lambda} - G^\sigma_{\mu\lambda} G^\lambda_{\nu\sigma}. \tag{24}$$

Поскольку в случае отсутствия гравитационного поля уравнение (23) должно обращаться в тождество, имеем

$$\lambda_2 = -2\lambda_3. \tag{25}$$

Определяя тензор энергии-импульса гравитационного поля в пространстве Минковского

$$t_g^{\mu\nu} = -2 \frac{\delta L_g}{\delta \gamma_{\mu\nu}} = 2(-\gamma)^{1/2} \left(\gamma^{\mu\alpha}\gamma^{\nu\beta} - \frac{1}{2}\gamma^{\mu\nu}\gamma^{\alpha\beta}\right) \frac{\delta L_g}{\delta \tilde{g}^{\alpha\beta}} + \lambda_1 J^{\mu\nu} - 2\lambda_3 \tilde{g}^{\mu\nu} - \lambda_4 \tilde{\gamma}^{\mu\nu}, \tag{26}$$

где

$$J^{\mu\nu} = D_\alpha D_\beta (\gamma^{\alpha\mu} \tilde{g}^{\beta\nu} + \gamma^{\alpha\nu} \tilde{g}^{\beta\mu} - \gamma^{\alpha\beta} \tilde{g}^{\mu\nu} - \gamma^{\mu\nu} \tilde{g}^{\alpha\beta}), \tag{27}$$

придем, учитывая (23), к другой эквивалентной форме динамических уравнений свободного гравитационного поля:

$$\lambda_1 J^{\mu\nu} - 2\lambda_3 \tilde{g}^{\mu\nu} - \lambda_4 \tilde{\gamma}^{\mu\nu} = t_g^{\mu\nu}. \tag{28}$$

Для того чтобы это уравнение в случае отсутствия гравитационного поля удовлетворялось тождественно, необходимо положить

$$\lambda_4 = -2\lambda_3. \tag{29}$$

Поскольку для свободного гравитационного поля всегда имеет место равенство

$$D_\mu t_g^{\mu\nu} = 0, \tag{30}$$

из уравнения (28) мы получим

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \tag{31}$$

Таким образом, уравнения (1), определяющие спиновые состояния поля, непосредственно следуют из уравнений (28). С учетом уравнений (31) полевые уравнения (28) можно записать в виде

$$\gamma^{\alpha\beta}D_\alpha D_\beta\tilde{\Phi}^{\mu\nu}-\frac{\lambda_4}{\lambda_1}\tilde{\Phi}^{\mu\nu}=-\frac{1}{\lambda_1}t_g^{\mu\nu}. \tag{32}$$

В галилеевых координатах это уравнение имеет особенно простой вид:

$$\Box\tilde{\Phi}^{\mu\nu}-\frac{\lambda_4}{\lambda_1}\tilde{\Phi}^{\mu\nu}=-\frac{1}{\lambda_1}t_g^{\mu\nu}; \tag{33}$$

числовому фактору $-\lambda_4/\lambda_1=m^2$ естественно придать смысл квадрата массы покоя гравитона, а значение $-1/\lambda_1$ согласно принципу соответствия необходимо взять равным $16\pi$. Таким образом, все неизвестные постоянные, входящие в плотность лагранжиана (22), на основании (25) и (29) будут определены:

$$\lambda_1=-\frac{1}{16\pi},\quad \lambda_2=\lambda_4=-2\lambda_3=\frac{m^2}{16\pi}. \tag{34}$$

Уравнения (33) нелинейны, поскольку само гравитационное поле также является источником.

Построенный на основе калибровочного приципа лагранжиан свободного гравитационного поля в общем случае будет иметь вид

$$L_g=\frac{1}{16\pi}\tilde{g}^{\mu\nu}(G^{\lambda}_{\mu\nu}G^{\sigma}_{\lambda\sigma}-G^{\lambda}_{\mu\sigma}G^{\sigma}_{\nu\lambda})-\frac{m^2}{16\pi}\left[\frac{1}{2}\gamma_{\mu\nu}\tilde{g}^{\mu\nu}-(-g)^{1/2}-(-\gamma)^{1/2}\right]. \tag{35}$$

Соответствующие ему динамические уравнения для свободного гравитационного поля могут быть записаны в форме

$$J^{\mu\nu}-m^2\tilde{\Phi}^{\mu\nu}=-16\pi t_g^{\mu\nu} \tag{36}$$

или

$$R^{\mu\nu}-\frac{m^2}{2}(g^{\mu\nu}-g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}\gamma_{\alpha\beta})=0. \tag{37}$$

Уравнения (1) являются следствием этих уравнений.

Особо подчеркнем, что уравнения (36) или (37) не инвариантны относительно калибровочных преобразований (9). Это означает, что наличие в лагранжиане массового члена позволяет однозначно определить метрический тензор эффективного риманова пространства, а также тензор энергии-импульса гравитационного поля. С точки зрения логики теории весьма вероятно, что масса покоя гравитона отлична от нуля.

Полная плотность лагранжиана для вещества и гравитационного поля будет равна

$$L=L_g+L_M(\tilde{g}^{\mu\nu},\ \Phi_A), \tag{38}$$

где $\Phi_A$ —поля вещества, а $L_g$ определяется выражением (35).

На основании (38) полная система уравнений для гравитационного поля будет иметь вид

$$R^{\mu\nu}-\frac{m^2}{2}(g^{\mu\nu}-g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}\gamma_{\alpha\beta})=\frac{8\pi}{(-g)^{1/2}}\left(T^{\mu\nu}-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}T\right), \tag{39}$$

$$D_\mu\tilde{g}^{\mu\nu}=0, \tag{40}$$

или в несколько другой форме:

$$\gamma^{\alpha\beta}D_\alpha D_\beta\tilde{\Phi}^{\mu\nu}+m^2\tilde{\Phi}^{\mu\nu}=16\pi t^{\mu\nu}, \tag{41}$$

$$D_\mu\Phi^{\mu\nu}=0. \tag{42}$$

Входящие в уравнения (39) и (41) плотность тензора энергии-импульса вещества и суммарного тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля в пространстве Минковского определены следующим образом:

$$T^{\mu\nu} = -2\frac{\delta L_M}{\delta g_{\mu\nu}}, \quad t^{\mu\nu} = -2\frac{\delta L}{\delta\gamma_{\mu\nu}}.$$

Используя очевидные равенства

$$\begin{gathered}\nabla_\lambda\gamma_{\mu\nu} = -G^\sigma_{\lambda\mu}\gamma_{\sigma\nu} - G^\sigma_{\lambda\nu}\gamma_{\mu\sigma},\\ D_\mu\tilde{g}^{\mu\nu} = (-g)^{1/2}(D_\mu g^{\mu\nu} + G^\lambda_{\mu\lambda}g^{\mu\nu}),\end{gathered} \tag{43}$$

из уравнений (39) можно найти следующее соотношение:

$$16\pi\nabla_\mu T^{\mu\nu} = m^2\gamma_{\lambda\sigma}g^{\lambda\nu}D_\mu\tilde{g}^{\mu\sigma}, \tag{44}$$

из которого непосредственно видно, что уравнения (40) необходимы, поскольку они обеспечивают выполнение уравнений движения вещества (8). Другими словами, уравнения вещества содержатся в гравитационных уравнениях (39) и (40), если вещество описывается четырьмя полевыми переменными.

Непосредственно из уравнений релятивистской теории гравитации (39) и (40) видно, что метрика пространства Минковского входит как в систему уравнений (39), так и в систему уравнений (40). Выбор физически эквивалентных систем координат полностью определяется заданием метрического тензора $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского. Все полевые переменные, входящие в уравнения (39) и (40), являются функциями пространственно-временных переменных мира Минковского.

Авторы статьи [3] утверждают, «...что математическое содержание РТГ целиком сводится к математическому содержанию ОТО в полевой формулировке». Это утверждение также неправильно, ибо основные уравнения РТГ (39) и (40) (а их четырнадцать) общековариантны и содержат метрический тензор пространства Минковского, причем все полевые переменные являются функциями координат пространства Минковского. В ОТО имеется система десяти общековариантных уравнений и ее нельзя пополнить, оставаясь в рамках ОТО, дополнительными общековариантными уравнениями. В РТГ возможны лишь такие римановы пространства, которые задаются в одной карте. ОТО допускает римановы пространства, которые имеют сложную топологию и могут быть покрыты только атласом карт. Поскольку в основе РТГ лежит пространство Минковского, она имеет десятипараметрическую группу движений, которая оставляет форминвариантными все гравитационные уравнения (39) и (40). В ОТО такой группы в принципе не может быть. Таким образом, математическое и физическое содержание РТГ и ОТО совершенно различное, хотя, конечно, при построении РТГ нами использована идея Эйнштейна о римановой геометрии пространства-времени.

Далее авторы статьи [3] пишут об искусственном, формальном характере метрики Минковского, поскольку, как они утверждают: «При этом конус причинности и мировые линии реальных тел могут располагаться как внутри, так и вне светового конуса, формально определяемого метрикой Минковского».

Это утверждение авторов свидетельствует о том, что они не поняли сути РТГ, в которой гравитационное поле является классическим физическим полем и сама теория строится полностью в рамках специальной теории относительности, а потому метрика пространства Минковского входит в систему гравитационных уравнений (39) и (40) и в формулировку принципа причинности. Такой ситуации, о которой пишут авторы, в РТГ не может быть, поскольку любое физическое поле (в том числе и гравитационное), согласно специальной теории относительности, никогда не должно выводить мировые линии пробных тел за пределы конуса причинности пространства Минковского, ибо в противном случае такое «гравитационное поле» не было бы физическим. Никакой полевой формулировки ОТО в принципе нельзя дать, так как в ее основе лежит только риманова геометрия. Утверждение авторов статьи [4], что они построили «точную теорию (эйнштейновского) гравитационного поля», неправильно, поскольку фоновая метрика Минковского, которую они используют, не содержится в уравнениях ОТО для гравитационного поля, а поэтому и говорить о ней в ОТО бесссмысленно. Именно ошибочные утверждения авторов статьи [4] по существу полностью перешли и в содержание статьи [3].

По моему мнению, академик Я. Б. Зельдович не критически отнесся к работе своего соавтора, в противном случае он мог бы легко увидеть, что метрика пространства Минковского в уравнениях движения гравитационного поля (2.18) работы [4] просто сокращается. Не содержится она и в уравнениях (2.20) этой работы. Именно здесь находятся истоки принципиальной ошибки авторов статьи [3].

Рассмотрим теперь, в чем принципиальное отличие уравнений (40) РТГ от известных гармонических координатных условий в ОТО. Гармонические условия в ОТО записываются в форме

$$\frac{\partial \tilde{g}^{\mu\nu}}{\partial x^{\mu}} = 0, \tag{A}$$

где $x^{\mu}$ — произвольные координаты в римановом пространстве. Эти условия не общековариантны. Если в уравнениях (А), например, использовать сферические координаты, то можно убедиться, что полученные результаты не будут иметь никакого физического смысла. Фок это понял, а поэтому в теории возмущений для островных задач координаты в (А) он брал декартовыми, хотя в римановой геометрии таких координат нет. Отсюда, в принципе, он мог бы прийти к введению тензорного гравитационного поля, погруженного в пространство Минковского, и к построению теории гравитации в рамках специальной теории относительности. Однако по этому пути он не пошел, поскольку не верил в успех данного направления исследований. ОТО не может дать ответа на вопрос: почему при использовании (А) координаты $x^{\mu}$ нужно обязательно выбирать декартовыми? В РТГ такой проблемы вообще нет, поскольку из уравнений (40) очевидно, что они имеют вид уравнений (А) только если координаты $x^{\mu}$ являются галилеевыми (декартовыми) координатами пространства Минковского. Именно при таком выборе координат полностью исключаются силы инерции, т. е. осуществляется все то, что имеет место в любой другой физической теории. Уравнения (40) являются общековариантными универсальными и определяют поляризационные свойства гравитационного поля. Гармоническое условие в ОТО не может быть общековариантным. Поэтому утверждение авторов статьи [3]: «Весь набор уравнений РТГ в терминах метрики искривленного пространства-времени $g_{\mu\nu}$ можно свести к уравнениям Эйнштейна плюс гармоническое координатное условие» — просто ошибочно.

РТГ построена подобно теориям других физических полей в рамках специальной теории относительности (СТО). Согласно СТО любое движение какого-либо точечного пробного тела всегда происходит внутри светового конуса причинности пространства Минковского. Следовательно, неинерциальные системы отсчета, реализуемые пробными телами, также должны находиться внутри конуса причинности псевдоевклидова пространства-времени. Этим самым определяется класс возможных неинерциальных систем отсчета. Локальная эквивалентность инерции и гравитации при действии на материальную точку будет иметь место, если световой конус эффективного риманова пространства не выходит за пределы светового конуса причинности пространства Минковского.

Именно только в этом случае гравитационное поле, действующее на пробное тело, можно локально исключить, перейдя в допустимую неинерциальную систему отсчета, связанную с этим телом. Если бы световой конус эффективного риманова пространства выходил за пределы светового конуса причинности пространства Минковского, то это означало бы, что для такого «гравитационного поля» не существует допустимой неинерциальной системы отсчета, в которой это «поле» при действии на материальную точку можно было бы локально исключить. Иными словами, локальная «эквивалентность» инерции и гравитации возможна лишь тогда, когда гравитационное поле, как физическое поле, воздействуя на частицы, не выводит их мировые линии за пределы конуса причинности псевдоевклидова пространства-времени.

Данное условие следует рассматривать как принцип причинности, позволяющий отбирать решения системы уравнений (39) и (40), которые имеют физический смысл и соответствуют гравитационным полям. Принцип причинности не выполняется автоматически. Это связано с тем, что гравитационное поле в силу его «подключения» к метрике $\gamma^{ik}$ пространства Минковского входит в коэффициенты при вторых производных в уравнения поля, т. е. изменяет исходную геометрию пространства-времени. Эта особенность присуща только гравитационному полю. Взаимодействие всех других известных физических полей обычно никогда не затрагивает вторых производных уравнений поля, а поэтому не изменяет исходную псевдоевклидовую геометрию пространства-времени. Дадим теперь аналитическую формулировку принципа причинности в РТГ.

Поскольку в РТГ движение вещества под действием гравитационного поля в псевдоевклидовом пространстве-времени эквивалентно свободному движению вещества в соответствующем эффективном римановом пространстве-времени, то для причинно-связанных событий (допустимых мировых линий частиц и света) в эффективном римановом пространстве, в галилеевых координатах пространства Минковского, с одной стороны, мы должны иметь условие

$$ds^2=g_{ik}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^k\geqslant 0, \tag{45}$$

а с другой стороны, для таких событий должно выполняться условие неотрицательности интервала пространства Минковского, которое в тех же галилеевых координатах записывается в форме

$$d\tau^2=(\mathrm{d}x^0)^2-(\mathrm{d}x^1)^2-(dx^2)^2-(dx^3)^2\geqslant 0. \tag{46}$$

Представим скорость $v^\alpha=\mathrm{d}x^\alpha/\mathrm{d}t$ в виде $v^\alpha=ve^\alpha$, где $e^\alpha$ — произвольный единичный вектор в евклидовом пространстве в декартовых координатах.

Из выражений (45) и (46) найдем условие причинности [1]

$$g_{00}+2g_{0\alpha}e^\alpha+g_{\alpha\beta}e^\alpha e^\beta\leqslant 0. \tag{47}$$

Его ковариантное обобщение тривиально: для любого изотропного в пространстве Минковского четырехвектора $u^i$

$$\gamma_{ik}u^iu^k=0 \tag{48}$$

должно выполняться условие причинности

$$g_{ik}u^iu^k\leqslant 0. \tag{49}$$

Условие (49) и означает, что световой конус эффективного риманова пространства не выходит за пределы светового конуса причинности псевдоевклидова пространства-времени.

Из уравнения (48) легко находим

$$u^i = (1, ve^\alpha), \quad v = \frac{\gamma_{00}^{1/2}}{1 - (\gamma_{0\beta} e^\beta / \gamma_{00}^{1/2})}, \tag{50}$$

где $v$ — координатная скорость, $e^\alpha$ — произвольный трехмерный единичный вектор:

$$\chi_{\alpha\beta} e^\alpha e^\beta = 1, \quad \chi_{\alpha\beta} = -\gamma_{\alpha\beta} + \frac{\gamma_{0\alpha}\gamma_{0\beta}}{\gamma_{00}}; \tag{51}$$

здесь $\chi_{\alpha\beta}$ — метрический тензор, который позволяет определить квадрат пространственного расстояния

$$dl^2 = \chi_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta. \tag{52}$$

Таким образом, только такие решения уравнений (39) и (40) имеют физический смысл, которые удовлетворяют условию причинности (48) — (49).

Вопрос о существовании массы покоя гравитона пока, конечно, открыт. Однако следует подчеркнуть, что наличие у гравитона массы, даже сколь угодно малой, приводит к качественно новым физическим выводам. Так, например, оказывается, что при коллапсе сферически симметричного тела произвольной массы процесс сжатия в области, близкой к сфере Шварцшильда, останавливается и сменяется последующим расширением. Таким образом, существование «черных дыр» полностью исключается. Этот вывод сохраняется и при стремлении массы гравитона к нулю. Однородная и изотропная Вселенная является бесконечной и «плоской», а ее развитие идет циклически от максимальной конечной плотности до минимальной, затем опять до максимальной и т. д. Теория предсказывает существование во Вселенной большой «скрытой» массы вещества.

Авторы статьи [3] утверждают, что в РТГ имеет место решение Фока «для метрики пространственно открытой (а не пространственно плоской) однородной и изотропной фридмановской Вселенной в гармонических координатах». Это утверждение неправильно, поскольку легко убедиться, что решение Фока в частности не удовлетворяет принципу причинности (48) и (49).

Теперь несколько слов о неоднозначности, или, точнее, о невозможности ОТО ответить на вопрос о запаздывании радиосигнала в поле Солнца. Обозначим через $t$ время распространения радиосигнала от Земли до Меркурия и обратно, а через $t_0$—время распространения радиосигнала от Земли до Меркурия и обратно, в случае отсутствия действия гравитационного поля Солнца. Конечно, выключить какое-либо взаимодействие мы не можем, но в теории такая возможность всегда имеется и, пользуясь ею, мы можем ответить на вопрос: как влияет то или иное поле (в данном случае гравитационное) на изменение какой-либо физической величины? Введем величину $\Delta t = t - t_0$, которая определяет время запаздывания радиосигнала из-за действия гравитационного поля Солнца. Можно ли вычислить данную величину в ОТО? Нет нельзя, поскольку уравнения ОТО не содержат метрического тензора пространства Минковского, который и дал бы возможность вычислить расстояние, а следовательно, и время распространения радиосигнала, в случае отсутствия гравитационного поля Солнца. РТГ в противоположность ОТО на данный вопрос дает вполне определенный ответ, поскольку метрический тензор пространства Минковского входит в систему уравнений (39) и (40). Конечно, можно всегда сказать, что ОТО не обязана отвечать на подобный вопрос. Но с общетеоретической точки зрения такой ответ был бы странным, поскольку в теории мы всегда имеем возможность включать и выключать то или иное взаимодействие.

Ликвидировать такую неоднозначность в ОТО невозможно. Все то, что пишут авторы статьи [3] по данному вопросу, не имеет никакого отношения к нашему заключению, поскольку они не поняли, о чем идет речь.

Что касается утверждения авторов, что на конференции «было констатировано прекрасное согласие теории (именно общей теории относительности!) с наблюдениями», то в этой связи следует подчеркнуть, что с экспериментальными данными обычно сравниваются результаты постньютоновских расчетов, полученные по теории возмущений, которая строится на основе пространства Минковского в галилеевых координатах, причем по ходу делаются предположения о характере убывания римановой метрики, которые адекватны введению классического тензорного гравитационного поля. Теория возмущений интуитивно строится так, как мы решали бы задачу в рамках РТГ. Именно это и приводит к правильному результату.

Постньютоновская теория возмущений не является однозначным следствием ОТО, но является точным следствием РТГ. Следует, однако, отметить, что аналогичная постньютоновская теория возмущений может быть построена и в других альтернативных теориях гравитации (см., например, [2]), а поэтому факт совпадения ее выводов с наблюдениями еще не доказывает правильность той или иной теории гравитации. Настоящая проверка теории возможна только при изучении явлений в сильных гравитационных полях.

Поскольку введение в теорию массы покоя гравитона снимает вырождение по калибровочной группе, устремление ее к нулю в конечных результатах приводит в некоторых случаях к выводам, совершенно отличающимся от тех, которые мы получили бы, если в основных уравнениях (39) — (40) положили бы массу гравитона, равной нулю. Это обстоятельство указывает на то, что введение в теорию массового члена (с последующим устремлением его к нулю в конечных результатах) не является чисто техническим приемом, поскольку мы приходим к совершенно другим физическим выводам. Такой подход приводит к построению теории с нарушенной калибровочной группой [5]

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Логунов А. А., Мествиришвили М. А.* Релятивистская теория гравитации.— М: Изд-во Моск. ун-та, 1989.
2. *Денисов В. И., Логунов А. А.*//Итоги науки и техники. Сер. «Современные проблемы математики». Т. 21.—М.: ВИНИТИ АН СССР, 1982.
3. *Зельдович Я. Б., Грищук Л. П.*//УФН. 1988. Т. 155. С. 517.
4. *Grishchuk L. P., Petrov A. N., Popova A. D.*//Commun. Math. Phys. 1984. V. 94. P.379.
5. *Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.* Релятивистская теория гравитации как теория с нарушенной калибровочной группой.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989.