Август 1990 г.

Том 160, вып. 8

. --

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

539.126.33

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МЮОННОГО КАТАЛИЗА ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ СИНТЕЗА

Л. И. Меньшиков, Л. Н. Сомов

(Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова, Москва; Объединенный институт ядерных иследований, Дубна)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	47
1. Мюонный катализ ядерных реакций в холодном водороде	48
1.1. Образование мю-атомов 1.2. Процессы перехвата мюонов, рассеяния мю-	
атомов. 1.3. Образование мю-молекул. 1.4. Ядерная реакция и каскадные пе-	
реходы в мю-молекуле. 1.5. Кинетика мюонного катализа. Результаты экспе-	
риментов к концу 80-х годов.	
2. Эффективный коэффициент прилипания мюонов к продуктам ядерной реак-	
	/1
2.1. Вероятность прилипания мюона к продуктам реакции синтеза в мю-мо-	
лекуле. 2.2. Вероятность стряхивания мюона в процессе торможения мю-ионов	
µ ³ Не и µ ⁴ Не в холодном водороде.	
3. Мюонный катализ в плазме	75
3.1. Механизмы образования мю-атомов в плазме. 3.2. Механизмы образова-	
ния мю-молекул в плазме. З.З. Вероятность стряхивания мюонов из αμ-ионов	
в плазме.	~
4. Мюонный катализ ядерных реакций синтеза в неоднородной DT-плазме	84
4.1. Общая схема процессов. Эффективный коэффициент прилипания. 4.2. Вре-	
мя жизни капель. 4.3. Испарение капель в сильном магнитном поле. 4.4. Неста-	
ционарный режим мюонного катализа в плазме. 4.5. Стационарный режим	
мюонного катализа в плазме.	
5. Возможные эксперименты по определению основных характеристик мюонного	
катализа в плазме	92
5.1. Техника генерирования и концентрации сверхвысоких электрических мощ-	
ностей. 5.2. Эксперимент по определению скорости цикла мюонного катализа	
при температурах смеси ~1 эВ. 5.3. Эксперимент по определению числа цик-	
лов X _c и эффективного коэффициента прилипания мюонов ω_{s} при экстремаль-	
ных значениях величины плотности смеси D ₂ +T ₂ . 5.4. Эксперимент по опреде-	
лению эффективного коэффициента прилипания ω_s и числа циклов X_c в не-	
однородной плазме.	
Заключение	96
Приложение. Последовательно регистрируемые события процесса множественно-	
го мюонного катализа	96
Список литературы	100

Введение. В последние годы практически во всех лабораториях мира, где имеются источники мюонов, выполнены и планируются новые эксперименты по мюонному катализу ядерных реакций синтеза изотопов водорода. Интерес к этой области исследований определяется следующими обстоятельствами.

Во-первых, рассматриваются возможности создания на основе мю-онного катализа реакций синтеза

 $t\mu + d \rightarrow dt\mu \rightarrow He + n + \mu^{-} + 17,6 M \rightarrow B$

альтернативного источника энергии при обычных температурах. Одна из рассматриваемых схем состоит в комбинации синтеза мюонами

приведенной реакции с размножением нейтронов высокоэнергетичными протонами ($E_p \sim 1 \ \Gamma \Rightarrow B$) в мишенях из урана-238 (см. обзор С. С. Герштейна и др. в данном номере «УФН»; по мнению авторов, создание такой энергетической системы, однако, вряд ли реально, как и вообще использование мюонных процессов в энергетике; более реально создание

на основе мюонного катализа источника нейтронов). Во-вторых, мю-атомные и мю-молекулярные процессы, протекающие в водороде, играли большую роль при определении величины константы слабого мюон-нуклонного взаимодействия из опытов по ядерному захвату мюонов протонами μ⁻⁺p→n+v_µ, что стимулировало изучение мюатомных и мю-молекулярных процессов в водороде.

И наконец, в-третьих, катализ ядерных реакций синтеза изотопов водорода мюонами, мю-атомные и мю-молекулярные процессы, протекающие в веществе (мюонная химия), представляют собой область физики экзотических атомов, изучение которой интересно в фундаментальных и прикладных целях.

До настоящего времени опубликовано несколько обзоров [1-4], посвященных изучению мю-атомных и мю-молекулярных процессов, протекающих в водороде и в веществах с зарядом ядер больше единицы. В данном обзоре рассмотрены последние экспериментальные и теоретические достижения в этой области. В частности, обсуждается новое направление в мюонной физике, а именно исследование мю-атомных и мю-молекулярных процессов в низкотемпературной плотной водородной плазме [5—7]. При определенных параметрах DT-плазмы число циклов X_{c} , т. е. число реакций синтеза ядер дейтерия и трития, катализируемых одним мюоном, на порядок выше, чем в холодной молекулярной DT-смеси, и может достигать $X_c \sim 1500$. Этот теоретический результат позволяет по-новому взглянуть на проблему практического использования явления мюонного катализа и, что более реалистично, поставить вопрос о создании на этой основе монохроматического (E_n~14 МэВ) и высокоинтенсивного источника нейтронов. Мы рассмотрели также возможные эксперименты по определению характеристик мю-катализа в плазме.

Структура обзора такова. В разделе 1 кратко излагаются основные процессы мюонного катализа ядерных реакций изотопов водорода в холодном водороде и обсуждаются последние работы в этой области. В разделе 2 приводятся результаты расчетов эффективного коэффициента прилипания мюона к продуктам реакции синтеза — мю-ионам μ^{3} Не и ⁴ Не. В разделе 3 рассматриваются элементарные мю-атомные и мю-молекулярные процессы в плазме. Раздел 4 посвящен кинетике этих процессов в неоднородной плазме. И наконец, в разделе 5 обсуждаются возможные эксперименты.

Авторы считают приятным долгом поблагодарить Р. Б. Бакшт, В. Б. Беляева, Вит. М. Быстрищого, Д. П. Гречухина, С. В. Захарова, М. В. Казарновского, С. Л. Недосеева, Л. И. Рудакова, В. П. Смирнова, Б. А. Трубникова, А. В. Федюнина, К. В. Чукбара и В. А. Шакирова за многочисленные и плодотворные дискуссии.

1. Мюонный катализ ядерных реакций в холодном водороде. История изучения явления мюонного катализа началась в 1947 г. с гипотезы Франка [8] о возможном образовании мюонной молекулы pdµ с последующей реакцией ядерного синтеза в ней, высказанной им в связи с интерпретацией экспериментов Латтеса, Оккиалинии Пауэлла [9], в которых исследовался распад $\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_{\mu}$.

Впервые экспериментально явление мюонного катализа было наблюдено в 1957 г. группой Альвареса [10] в смеси H₂+D₂. Открытие этого явления стимулировало появление большого числа теоретических и экспериментальных работ в этой области. Последовательность мю-атомных и мю-молекулярных процессов, происходящих при остановке отрицательных мюонов в смеси изотопов водорода, такова. Мю-атомы изотопов водорода, образующиеся в результате кулоновского захвата мюонов, обладая малыми размерами $(a_{\mu}\hbar^2/m_{\mu}e^2 \approx 2,56 \cdot 10^{-11}$ см — боровский радиус мю-атома водорода; $m_{\mu} = 206m_e$; m_{μ} и m_e — массы мюона и электрона), свободно проникают сквозь электронные оболочки молекул среды и приближаются к их ядрам на расстояния порядка мю-атомной единицы длины a_{μ} . Такое сближение сопровождается целым рядом мю-атомных и мю-молекулярных процессов: упругим рассеянием мюонных атомов на ядрах изотопов водорода; переходами между уровнями сверхтонкой структуры мюонных атомов; переходами мюонов от легких изотопов водорода к тяжелым (реакции изотопного обмена); переходами мюонов от ядер изотопов водорода к ядрам элементов с зарядом Z > 1; образованием мюонных молекул рри, pdu, ddu, dtu, ttu и ptu.

В мюонных молекулах происходят подбарьерные ядерные реакции синтеза изотопов водорода, в результате чего мюон может высвободиться и, следовательно, вновь инициировать следующую цепочку мюонного катализа. Так, в DT-смеси, которая будет чаще всего рассматриваться, происходят реакции

$$\mu^{-}[D_{2} + T_{2}] \rightarrow \begin{bmatrix} d\mu \\ t\mu \end{bmatrix}^{\lambda_{dt}} \xrightarrow{\lambda_{dt}^{\alpha t}} dt \mu \xrightarrow{\mu^{-\omega_{s}}} \begin{bmatrix} {}^{4}\text{He} + n + \mu^{-}, \\ \mu^{4}\text{He} + n; \end{bmatrix} (1.1a)$$

здесь введены следующие обозначения: λ_{f}^{dt} — скорость реакций ядерного синтеза в $dt\mu$ -молекулах, λ_{dt} — скорость перехвата мюонов с ядер d ядрами t, ω_{s} — коэффициент «прилипания» мюонов к ядрам He, образующимся в результате реакций синтеза.

Рассмотрим более подробно процессы, происходящие при попадании мюона в смесь изотопов водорода.

1.1. Образование мю-атомов. Релятивистские мюоны с $v_{\mu} \sim c (v_{\mu}, E_{\mu} \approx m_{\mu} v_{\mu}^2/2, m_{\mu}$ — скорость, энергия и масса мюонов), попав в молекулярную D_2T_2 -смесь, тормозятся до $v_{\mu} \sim 0, 1v_e$ ($v_0 = e^2/\hbar \approx 2, 2 \cdot 10^8$ см/с — атомная единица (а. е.) скорости) за время $\sim 3 \cdot 10^{-9}/\varphi$ [11, 12], где здесь и далее все величины приводятся в единицах СГС, $\varphi = N/N_0$, $N, N_0 = 4, 25 \cdot 10^{22}$ см⁻³ — число ядер вещества в 1 см³ смеси D_2+T_2 и в жидком водороде соответственно. Иногда для краткости записи используются также атомные единицы $\hbar = m_e = e = 1$. Атомные единицы массы, длины и времени равны соответственно $m = m_e \approx 10^{-27}$ г, $l = a_0 = \hbar/m_e e^2 \approx 0, 5 \cdot 10^{-8}$ см, $\tau = \tau_0 = \hbar/m_e e^4 = a_0/v_0 \approx 2, 5 \cdot 10^{-17}$ с. Плотность жидкого водорода в этих единицах равна $N_0 = 6, 3 \cdot 10^{-3}$ а. е.

После замедления до $v_{\mu} \leq 0,1$ ($E_{\mu} \leq 30^{\circ}$ эВ) начинается образование мю-атомов по механизму Вайтмана [13, 14] кулоновского захвата мюонов. При $E_{\mu} \leq I_{H} = 13,6$ эВ мюон, сближаясь с атомом, выталкивает из него электрон, но после этого полная энергия мюона в поле ядра a = d, t, p (кинетическая+потенциальная) оказывается отрицательной. Образуется мю-атом ($a\mu$)_n в возбужденном ридберговским состоянии с главным квантовым числом $n \sim (m_{\mu}/m_{e})^{1/2} \sim 15$ с характерным размером орбиты мюона $r_{\mu} \sim a_{0}$. Сечение процесса образования мю-атома $\sigma_{a} \sim 10^{-16}$ см² при $E_{\mu} \leq I_{H}$, а при $E_{\mu} \geq I_{H} \sigma_{a} \approx 0$. Характерная величина скорости кулоновского захвата $\lambda_{a} = N \langle v \mu \sigma_{a} \rangle \sim 5 \cdot 10^{13} \varphi$. В D₂T₂-смеси с концентрациями дейтерия и трития C_{d} и C_{t} с вероятностями C_{t} и $C_{d} = = 1 - C_{t}$ образуются возбужденные мю-атомы ($t\mu$)_n и ($d\mu$)_n.

Далее начинаются каскадные процессы девозбуждения мю-атомов, из которых наиболее существенными являются [15—23]: реакция штар-

ковского перемешивания орбитальных состояний (l, m) типа $(t\mu)_{nlm} + D_2 \Rightarrow (t\mu)_{nl'm'} + D_2'$, где l, m – орбитальный момент мюона и его проекция на неподвижную ось; внешний оже-процесс (K=1, 2, ...):

$$(t\mu)_{n} + D_{2} \longrightarrow (t\mu)_{n-K} + D_{2}^{+} + e,$$

$$(1.2)$$

$$(t\mu)_{n-K} + D_{2}^{*};$$

перехват мюонов на тритий в возбужденных состояниях мю-атомов (этот процесс важен, так как мю-молекулы $dt \mu$ образуются только в столкновениях $t \mu + d$, $d \mu$ -атом отталкивается от t [24]):

$$(d \mu)_n + t \rightarrow d + (t \mu)_n; \tag{1.3}$$

радиационные переходы с излучением рентгеновского кванта существенны на нижних уровнях $n \leq 3$:

$$(t \mu)_n \to (t \mu)_{n-\kappa} + \gamma. \tag{1.4}$$

В возбужденном состоянии мю-атом обладает ненулевым дипольным моментом $\mathbf{d} \neq 0$ ($\mathbf{d} = 3n^2 \mathbf{A}/(2m_\mu)$, $|\mathbf{A}| = e$ — эксцентриситет орбиты мюона, \mathbf{A} — вектор Рунге — Ленца), что характерно только для кулоновского поля (в любых других полях орбиты прецессируют и среднее зна-



Рис. 1. Вероятность достижения (dµ) n-атомом 1s-состояния. Цифрами у кривых указаны значения ф

чение дипольного момента обращается в нуль). По этой причине характеры движения в веществе возбужденного ($n \ge 2$) невозбужденного $(n=1, \mathbf{d} \equiv \langle \mathbf{d} \rangle = 0)$ мю-атомов различаются качественно. Мю-атом в ls-состоянии подобен нейтрону и относительно слабо рассеивается на ядрах и электронах вещества. Характерное сечение такого рассеяния $\sigma \sim 10^{-19}$ см². Потенциальная энергия возбужденного мю-атома в электрическом поле Е молекулы $U = -\mathbf{d}\mathbf{E}$ превосходит кинетическую. Действительно, внутри электронной оболочки молекулы, где $E \sim 1$ а. е., даже в состоянии *n*=2, имеющем наименьший дипольный момент $d \sim 0.02$ a.e., $U \sim$ ~0,5 э $B \gg T \le 0,1$ эB. Траектория возбужденного мю-атома существенно искрив-

ляется уже на периферии молекулы, следовательно, характерное сечение рассеяния велико [17—18]: $\sigma_{y\pi p} \sim 3 \cdot 10^{-16}$ см². Скорость термализации возбужденных мю-атомов весьма высока: $\lambda_{T} \sim N v_{T} \sigma_{y\pi p} \sim (2-5) \cdot 10^{12} \varphi$, где $v_{T} \sim 4 \cdot 10^{5}$ см/с — тепловая скорость мю-атома. Величина λ_{T} примерно на порядок превосходит скорости (~10¹¹ φ) других неупругих процессов (1.2), (1.3), поэтому в среднем возбужденные мю-атомы термализованы, хотя при оже-переходах (1.2) они могут ускоряться [21–22].

Подведем некоторые итоги. Образовавшись в состояниях с $n \sim 15$, мю-атом в результате оже-переходов за время $\sim 10^{-12}/\varphi$ с достигает уровней $n \sim 3-4$ и далее через -10^{-11} с переходит в ls-состояние, причем последние переходы — радиационные (1.8). В возбужденных состояниях при $\varphi \ge 0,1$ мю-атомы практически термализованы. С уменьшением φ увеличивается доля быстрых мю-атомов [21, 22], не успевших термаяизоваться к моменту радиационного перехода в ls-состояние. Из состояний с $n \le 4$ происходит перехват мюонов с дейтерия на тритий, характеризующийся значительными в мю-атомных масштабах сечениями $\sigma_{\pi ep} \sim 10^{-16}$ см².

1.2. Процессы перехвата мюонов, рассеяния мюатомов. Процесс перезарядки (1.3) является необратимым из-за значительной по сравнению с температурой изотопической разности уровней tµ- и dµ-атомов: $\Delta \varepsilon_n = \varepsilon_n (d\mu) - \varepsilon_n (t\mu) = 48/n^2$ эВ. Сечение этого процесса [17—18] $\sigma_{\text{пер}} \approx \sigma_{\text{захв}} W_{\text{пер}}$ весьма велико (~10⁻¹⁶ см²), что объясняется большим сечением захвата $\sigma_{\text{захв}}$ мю-атома молекулой на траектории, ведущие к ядрам, и значительной вероятностью перезарядки $W_{\text{пер}} \sim$ ~ 0,1—0,3. Последняя происходит в области малых расстояний между мю-атомом и ядром молекулы $R \sim r_{\mu} \sim n^2/m_{\mu}$, сравнимых с размером r_{μ} орбиты мюона, на которых исчезает потенциальный барьер, разделяющий области движения мюона вблизи каждого из сближающихся ядер. Результаты детальных расчетов $\sigma_{\text{пер}}$ представлены в [17—18, 23].

Перезарядка происходит главным образом из состояний с $n \leq 4$. Действительно, время нахождения мю-атомов на более высоких уровнях мало, так как значительны скорости оже-процессов. Кроме того, при $n \geq 5$ скорость оже-перехода для мю-атома внутри молекулы настолько высока ($\Gamma(R) \sim 10^{15}$), что молекула разрушается раньше, чем мю-атом сближается с ядрами. После выбивания мю-атомом электронов ядра молекулы разлетаются из-за кулоновского отталкивания за время $\sim 10^{-15}$ с, малое по сравнению с временем сближения мю-атома с ядрами. Мюатом ($n \geq 5$) как бы «взрывает» молекулу, причем из-за малого времени взрыва и малого своего размера он сам получает незначительную отдачу.

На рис. 1 приведены теоретические значения вероятности q_{1s} достижения мю-атомом ls-состояния [16]. Видно, что при типичных условиях мю-катализа $q_{1s} \ll 1$, т. е. переход мюонов от дейтерия к тритию происходит главным образом в процессе каскада.

Образование комплексов в двухстадийных оже-процессах

и в тройных соударениях типа $(d\mu)_n + T_2 + D_2 \rightarrow [(d\mu)_n T_2] + D'_2$ дополнительно уменьшает q_{1s} [18]. Действительно, если за время жизни комплекса в нем происходит несколько соударений захваченного мю-атома с ядрами, то вероятность перезарядки увеличивается до $W_{\pi ep} \sim 1.$ Эксперименты [25—26], по-видимому, не подтверждают этот вывод, т. е. комплексы хотя и образуются, но это практически не влияет на q_{1s} ,что можно объяснить высокой скоростью ($\Gamma \sim 10^{15}$) вторичного оже-процесса, ведущего к распаду комплекса.

Рассмотрим теперь столкновения с ядрами невозбужденных мю-атомов. Температуры, представляющие наибольший интерес для мю-катализа, во всяком случае, находятся в области $\Gamma \leq 500$ эВ. В ней несущественны столкновения с ядрами с возбуждением мю-атомов типа $(t\mu)_{1s} + d \rightarrow (t\mu)_n + d$, которые по этой причине не рассматриваем.

В случае различных ядер ($a \neq b$, a, b = d, t, p) возможны упругое рассеяние и перезарядка:

$$a\mu + b \longrightarrow a\mu + b,$$
 (1.5a)

$$a + b\mu$$
. (1.56)

В случае тождественных ядер (a = b) при температурах $T \le 1$ эВ, представляющих наибольший интерес для мю-катализа, существенно сверхтонкое расшепление $\Delta \varepsilon_{cr}$ ls-уровней мю-атомов, возникающее из-за взаимодействия магнитных моментов мюона и ядра. Для мю-атомов рµ, dµ и tµ соответственно имеем (в эВ) $\Delta \varepsilon_{cr} = \varepsilon (F=1) - \varepsilon (F=0) = 0,183$; $\varepsilon (F=3/2) - \varepsilon (F=1/2) = 0,049$, $\varepsilon (F=1) - \varepsilon (F=0) = 0,241$, где $F=S_{\mu}+S_{ar}$.

51

ВЫП. 8]

 S_{μ} , S_{a} — спины мюона и ядра. При столкновениях возможны упругое рассеяние (F' = F) и переворот спина — «спин-флип» ($F' \neq F$):

$$(a\mu)_F + a \frac{\sigma_{FF}}{\sigma_{FF}} \longrightarrow (a\mu)_F + a),$$
 (1.6)

$${}^{0}FF'| \longrightarrow (a\mu)_{F \neq F'} + a. \tag{1.7}$$

Причем в последнем случае мюон переходит на другое ядро (перезарядка), образуя с ним другое спиновое состояние $F' \neq F$. Переворот спина в столкновениях с «чужими» ядрами типа $(t\mu)_F + d \Rightarrow (t\mu)_{F'\neq F} + d$ маловероятен [1], так как обусловлен релятивистскими спин-спиновыми и спин-орбитальными взаимодействиями.

В представляющей наибольший интерес области энергий столкновения применимо двухуровневое приближение (далее – ДП), в котором учитываются только два адиабатических состояния мюона: $|1s\sigma\rangle \equiv \varphi_{g}$, $|2p\sigma\rangle \equiv \varphi_u$, являющихся собственными состояниями гамильтониана h, описывающего движения мюона в поле неподвижных ядер: $h\varphi_{g,u} =$ $=E_{g,u}(R)\phi_{g,u}$ (см. обзор [27]), где R — расстояние между ядрами. Правильным граничным условиям при $R \rightarrow \infty$ соответствуют волновые функции (далее ВФ) мюона $\varphi_a = (\phi_g - \phi_u)/\sqrt{2}, \ \phi_b = (\phi_g + \phi_u)/\sqrt{2}.$ В состояниях φ_a и φ_b мюон при $R \rightarrow \infty$ локализован соответственно на ядрах а и b. В ДП ВФ системы в системе центра инерции (далее – с. ц. и.) равна $\Psi = \varphi_a \chi_a(\mathbf{R}) + \varphi_b \chi_b(\mathbf{R})$. Реакции (1.56) перехвата мюонов в ls-состояниях $d\mu + t \rightarrow d + t\mu$, $p\mu + d \rightarrow p + d\mu$, $p\mu + t \rightarrow p + t\mu$ существенны при малых φ и C_t. В этих реакциях выделяется значительная изотопическая разность энергий $\Delta E_{ab} = \varepsilon_{is}(a\mu) - \varepsilon_{is}(b\mu)$: $\Delta \varepsilon_{dt} = 48$ эВ, $\Delta \varepsilon_{pd} = 135$ эВ, $\Delta \varepsilon_{pt} = 183$ эВ. При малых энергиях столкновения ε ($\varepsilon \leqslant 0,2$ эВ для пары dt, $\varepsilon \leqslant 5$ эВ для pd и pt [28]) для сечений этих неупругих процессов выполняется закон 1/v Бете, поэтому скорости $\lambda = Nv\sigma$ процессов перехвата при таких энергиях постоянны [28—30]: $\lambda_{dt} = 1.9 \cdot 10^8 \varphi C_t$, $\lambda_{pt} = 8 \cdot 10^9 \varphi C_t$, $\lambda_{pd} =$ $=1,7 \cdot 10^{10} \varphi C_{d}$ (здесь и далее приводятся главным образом теоретические значения; сечения и скорости даются в см² и c^{-1} соответственно). При низких энергиях сечения и скорость реакций (1.6), (1.7) равны [28]

$$p\mu + p: \sigma_{11} = 1, 2 \cdot 10^{-18}, \ \sigma_{00} = 4 \cdot 10^{-20}, \ \lambda_{10}^0 = N_0 \sigma_{10} v = 2 \cdot 10^{10},$$

$$t\mu + t: \sigma_{11} = 1, 3 \cdot 10^{-19}, \ \sigma_{00} = 2 \cdot 10^{-22}, \ \lambda_{10}^0 = 1, 5 \cdot 10^9,$$

$$d\mu + d: \sigma_{3/2,3/2} = 1, 8 \cdot 10^{-19}, \ \sigma_{1/2,1/2} = 1, 7 \cdot 10^{-19}, \ \lambda_{3/2,1/2}^0 = 4 \cdot 10^7.$$

При энергиях столкновения E < 1 эВ становится существенным влияние электронной оболочки [31—35] и химической связи [35—36] ядер в молекуле на сечения процессов (1,5) – (1.7).

В области энергий мю-атомов 0,01 $\leq E \leq 0,3$ эВ, определяющей их функцию распределения по энергиям, учет химической связи ядер в молекуле сводится к домножению сечений σ_b^0 упругого рассеяния мю-атомов аµ на ядрах b на коэффициент $\eta \sim 1,2-1,4$. При анализе кинетики замедления мю-атомов вещество в разумном приближении можно считать атомарным, приняв для сечения упругого рассеяния мю-атомов аµ на атомах вида B = H, D, T выражение $\sigma_B = \eta \sigma_b^0 + \sigma_{9\pi}^B$, где $\sigma_{9\pi}^B \approx \sigma_0 [1 + p^2 + (p^4/3)]/(1 + p^2)^3$ — сечение (в а. е.) рассеяния на электронной оболочке, $\sigma_0 = 4\pi\mu_a^2/m_\mu^4 \sim 10^{-18}$ см², $\mu_a^{-1} = m_{a\mu}^{-1} + M_b^{-1}$, $p = (2\mu_a E)^{1/2}$ импульс относительного движения аµ и В. При $E \ge \omega \sim 0,3$ эВ, где ω колебательный квант молекулы, следует положить $\eta = 1$.

Сечения неупругих процессов (переворот спина и перезарядка) практически не изменяются, так как они происходят при малых расстояниях *R* между ядрами, где влияние электронов несущественно. МЮОННЫЙ КАТАЛИЗ

1.3. Образование мю-молекул. Связанные состояния мюмолекул нумеруются квантовыми числами (J, v), где J = L + 1 - суммарный орбитальный момент мю-молекулы, L. 1-орбитальные моментыядер имюона, <math>v — колебательное квантовое число, нумерующее, начиная от v = 0, в порядке уменьшения энергии связи состояния мю-молекулы с данным J. В мю-молекулах ррµ, рdµ и ptµ имеются два связанных состояния (J, v) = (0, 0) и (1, 0), в ddµи dtµ— пять ((0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1) и (2, 0)), в ttµ—шесть — к перечисленным добавляется (3, 0)[27].

В ДП, в котором учитываются только оссостояния мюона, полный момент J совпадает с L, т. е. весь момент несут ядра. Действительно, φ_a и φ_b зависят от аргументов r_0 , R и $\hat{\mathbf{r}}_0 \hat{\mathbf{R}}$, где $\hat{\mathbf{r}}_0 = \mathbf{r}_0/r_0$, $\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{R}/R$, \mathbf{r}_0 —координаты мюона, отсчитанные от середины межъядерной оси. Поскольку $[\mathbf{J}^2, \hat{\mathbf{r}}_0 \hat{\mathbf{R}}] = 0$, то $J^2 \varphi_a \chi_a = \varphi_a J^2 \chi_a(R) = \varphi_a \mathbf{L}^2 \chi_a(\mathbf{R})$, откуда и следует J = L, так как $\mathbf{L}^2 \chi_{a,b} = L (L+1) \chi_{a,b}$. Учитывая это и оставаясь в рамках ДП, далее не будем различать J и L. Переходы ядер в состояния с $L \neq J$ становятся возможными только при учете состояний мюона с ненулевой проекцией $1\hat{\mathbf{R}}$ момента на межъядерную ось. Вероятность таких переходов мала: $\sim (m_u/M_0)^2 \ll 1$.

В зависимости от величины $\varepsilon \equiv \varepsilon_{Jv}$ энергии связи возможны два механизма образования мю-молекул: $|\varepsilon| \ge I_{\rm H}$ -нерезонансный [1, 37], $|\varepsilon| \le D$ – резонансный [38—41], где $I_{\rm H} \approx 4,5$ эВ — энергия диссоциации молекулы изотопов водорода. В случае глубокого уровня $|\varepsilon| \ge I_{\rm H}$ избыток энергии ($\approx |\varepsilon|$) уносит электрон в процессе конверсии (X = p, d, t; H, D, T):

$$a\mu + BX \rightarrow [(ab\mu)Xe]^+ + e.$$
 (1.8)

В реакции (1.8) образуется молекулярный ион [(abµ)Xe]⁺, аналогичный H_2^+ , в котором одно из ядер (b) заменено практически точечной (~5·10⁻¹¹ см) мю-молекулой abµ, имеющей такой же заряд (+1).

Реакция (1.8) обусловлена главным образом дипольным Е1-взаимодействием мю-молекулы с электронами [37]:

$$V_{\pi} = -\mathbf{d}\mathbf{E},\tag{1.9}$$

d — оператор дипольного момента мю-молекулы, E—электрическое тюле, создаваемое электронами в точке нахождения мю-молекулы.

Нахождение скорости нерезонансного образования мю-молекул $\lambda_{ab\mu}^{H}$ в конверсионном процессе (1.8) по золотому правилу Ферми сводится к расчету матричного элемента дипольного момента мю-молекулы [37]

$$d^2 = \sum_{M_J} |\langle v J M_J | \mathbf{d} | \mathbf{p} \rangle|^2$$
,

где M_J – проекция J на неподвижную ось z, $\Psi_{vJM_J} \equiv |vJM_J\rangle = [\phi_a \chi_a(R) + \phi_b \chi_b(R)] Y_{JM_J}(\hat{\mathbf{R}})/R - B\Phi$ аbµ в ДП, $\psi_J - B\Phi$ системы аµ+b с импульсом относительного движения **р**. Электронная часть матричного элемента перехода выражается через сечение фотоионизации молекулы водорода [42], для которого имеются обширные экспериментальные данные.

В случае тождественных ядер (ааµ)

$$\Psi_{vJM_J} = \varphi_g \chi_{Jv} \left(R \right) Y_{JM_J} \left(\hat{\mathbf{R}} \right) R^{-1}, \tag{1.10}$$

причем вследствие принципа Паули $(-1)^{I+J} = 1$, где I — суммарный спин ядер. При образовании мю-молекул I сохраняется, так как $[I, V_{\pi}] = 0$. Для тождественных ядер $\mathbf{d} = -[1 + (m_{\mu}/m_{aa\mu})]\mathbf{r}_{0}$, поэтому ненулевой вклад в $\lambda_{aa\mu}^{H}$ дают только слагаемые в ВФ непрерывного спектра ψ_{p} , пропорциональные φ_{u} . При перестановке ядер ($\mathbf{R} \rightarrow -\mathbf{R}$) $\mathbf{P}\varphi_{u} = -\varphi_{u}$, поэтому при низких энергиях ($E \leq 10$ эВ), когда в ВФ $\chi_{a,b}(\mathbf{R})$, описывающих движение ядер, существенны только S-волны, по принципу Паули спин I должен быть нечетным, поскольку спиновая ВФ ядер обладает свойством $\mathbf{Pe} = (-1)^{2s_{a}+J}$ е. Тогда из (1.10) делаем вывод, что мю-молекулы ааµ образуются преимущественно в состояниях с нечетным J [2, 43]. Для ttµ, следовательно, J=1 и J=3, а для ppµ и ddµ J=1.

Отметим, что тождественность ядер в больших молекулах при B = Xне играет роли при образовании мю-молекул. Причина заключается в том, что интеграл перекрытия $B\Phi \psi_1 u \psi_2$, соответствующих комплексам [($ab\mu$)Xe]⁺ и [$b(aX\mu)e$]⁺, пренебрежимо мал (X = b).

Скорость образования мю-молекулы аbµ может быть, очевидно, записана в виде $\lambda_{ab\mu} = \lambda_{ab\mu}^0 \varphi C_b$. Типичные значения приведенных скоростей нерезонансного образования $\lambda_{\mu}^0 \sim 10^6 - 10^7$, для $dd_{\mu} \lambda_{\mu}^0 = 4.6^{\circ} 10^{\bullet}$ [37]. Расчет $\lambda_{pp\mu}^{\mu}$ оказался существенным при выборе условий экспериментов по определению констант слабого взаимодействия мюонов с протонами [43—46]. Значительно большие величины скоростей обеспечивает резонасный механизм.

Резонансное образование мю-молекул dtµи ddµ в реакциях (механизм Весмана)

$$t\mu + DX \rightarrow [(dt\mu)^* Xee]_{\nu \kappa'}$$
(1.11a)

$$d\mu + DX \rightarrow [(dd \mu)^* Xee]_{vK}$$

играет ключевую роль в цепочке процессов мю-катализа [47]. Процессы (1.11а), (1.116) возможны благодаря существованию квазистационар-
ных состояний мю-молекулярных комплексов [
$$(dt_{\mu})^*Xee$$
]и [$(dd_{\mu})^*Xee$], одним из ядер которых служит мю-молекула, образующаяся в возбуж-
денном слабосвязанном состоянии с квантовыми числами (*J*, *v*) = (1, 1).
Согласно такому резонансному механизму [38, 39] энергия, освобож-
дающаяся при образовании мю-молекулы, передается на возбуждение
колебательно-вращательных уровней (v , *K*) молекулярных комплексов
[(dt_{μ}) Xee] и [(dd_{μ}) Xee]. В дальнейшем происходит либо девозбужде-
ние мю-молекулы с конверсией на электроне (см. раздел 1.4), либо ядер-
ная реакция в (1, 1)-состоянии, либо распад комплекса [48, 49] на ис-
ходные фрагменты по схеме

$$[(dt \mu)^* Xee]_{\nu K} \longrightarrow {}^{4}He + n + \mu^+, \qquad (1.12a)$$

 \rightarrow t μ + DX, (1.126)

$$[(\mathrm{dd}\,\mu)^+ \mathrm{Xe}] + \mathrm{e}^-, \qquad (1.13a)$$

$$[(dd \mu)^* Xee]_{\nu K} \longrightarrow {}^{3}He + n + \mu^{-}, \qquad (1.136)$$

Скорость λ резонансного образования мю-молекул dtµи ddµв реакциях (1.11а), (1.11б), выраженная через квадрат матричного элемента от оператора возмущения **V** по волновым функциям начального и конечного состояний системы, $\lambda \sim |\langle f | \mathbf{V} | i \rangle|^2$, была оценена впервые в работах [38, 39]. Однако дальнейшее исследование процесса резонансного образования мю-молекул, появление обширных экспериментальных данных потребовали более детального и конечного состояний, а также оператора перехода $\hat{\mathbf{V}}$ между ними [40, 41, 50—52].

(1.116)

Скорость образования мю-молекул λ в реакциях (1.11) и скорость г. распада комплекса (1.126) и (1.136) (упругая ширина уровня комплекса) связаны принципом детального равновесия [48]:

$$\lambda = \frac{2\pi}{p_{\rm r}^2} N v_{\rm r} f(\varepsilon_{\rm r}) \, \Gamma_{\rm e}, \tag{1.14}$$

где $(v_r = (2\varepsilon_r/\mu_i)^{1/2}, p_r = \mu_i v_r = (2\mu_i\varepsilon_r)^{1/2}, \mu_i$ — приведенная масса $t\mu$ и D₂, ε_r — резонансная энергия (разность внутренних энергий комплекса и системы из мю-атома и молекулы), $f(\varepsilon_p) = f(\varepsilon_p, T)$ —максвелловская функция распределения по энергиям столкновения ε_p , **p**—импульс относительно движения $t\mu$ и DX.

Таким образом, задача о вычислении скорости резонансного образования мю-молекулы сводится к нахождению ширины Γ_e распада квазистационарного состояния молекулярного комплекса в реакции типа (1.126). Согласно [40, 50, 51) выражение для Γ_e внешне совпадает с золотым правилом теории возмущений

$$\Gamma_{\rm e} = 2\pi \int |\langle \mathbf{f} | \hat{V} | \mathbf{i} \rangle|^2 \,\delta\left(E_{\rm f} - E_{\rm i}\right) \,\mathrm{d}\mathbf{v}_{\rm f}; \tag{1.15}$$

здесь E_i и E_t -полные энергии начального и конечного состояний комплекса [(dtµ)Xee], \hat{V} - оператор возмущения, вызывающего переход между начальным |i> и конечным |f> состояниями, dv_t - плотность конечных состояний системы $t\mu$ +DX.

ВФ $\Psi_{i,t}$ являются собственными ВФ гамильтонианов H_i и H_t (заметим, что $H_i \neq H_t$; поэтому (1.15) не является формулой теории возмущений), т. е. $H_{1,t}\Psi_{i,t} = E_{1,t}\Psi_{1,t}$. Выражения для H_i и H_t получаются из полного гамильтониана системы H, если представить его в виде

$$H = H_{i} + V_{i} = H_{t} + V_{t}.$$
 (1.16)

В (1.16) Н₁ соответствует приближению точечной мю-молекулы, т. е. описывает стационарный комплекс, а в V, включены все члены, описывающие взаимодействие между внутренними степенями свободы комплекса и мю-молекулы. При «включении» V стационарный комплекс становится квазистационарным. Гамильтониан Н₁ получается из полного Н при отбрасывании всех членов V_f, соответствующих взаимодействию между мю-атомом и молекулой. Оператор перехода V равен либо V_i , либо V_i (при $E_i = E_t \langle f | V_i | i \rangle = \langle f | V_t | i \rangle$). В частности, сохраняя только дипольное слагаемое в мультипольном разложении V_i по степеням малого параметра $\eta_0 = a_M/a_0 \leqslant 0,1$, где a_M —характерный размер мкимолекулы в слабосвязанном состоянии, для V_1 получаем выражение (1.9), в котором $\mathbf{E} = \nabla_{\rho} U(\rho) = \rho dU/d\rho$, где ρ — координаты ядра X, отсчитанные от д. м. мю-молекулы dtµ (для определенности далее рассматриваем эту мюмолекулу), $\rho = \rho/\rho$, $U(\rho) - \Sigma$ — терм молекулы H_2 . ВФ $\Psi_{1,t}$ имеют вид $\Psi_i = \Phi(\mathbf{\rho}) \Psi_{\sigma J M_J}, \quad \Psi_t = \exp(i\mathbf{p} \mathbf{\rho}_i) \Phi \Psi_{is},$ где $\Phi - B\Phi$, описывающая относительное движение dtµ и ядра X в комплексе, $\tilde{\Phi}$ — В Φ молекулы (D + +Х), Ψ_{vJMJ} – ВФ dtµ, Ψ_{1s} – ВФ tµ-атома в ls-состоянии, ρ_1 – координаты ц. м. DX, p — импульс относительного движения t_{μ} и DX. Формула (1.15) справедлива, если при $\rho_1 \rightarrow \infty$ V₁ убывает быстрее, чем $1/\rho_1$, что выполняется в нашем случае. Погрешность приближенной формулы (1.15) порядка $\delta\Gamma/\Gamma \sim D \sim \exp(-2\nu)$, где D — проницаемость эффективного потенциального барьера, сквозь который туннелирует мю-атом при распаде комплекса (см. ниже). Для dt μ v=2, $\delta\Gamma/\Gamma \sim 0.02$, для dd μ v=6, $\delta\Gamma/\Gamma \sim 10^{-4}$.

Поскольку строгое доказательство формулы (1.15) в литературе отсутствует, приведем его здесь. Следуя [40, 50, 51] рассмотрим более про-

стую модель, аналогичную нашему случаю. При колебаниях комплекса в точке нахождения мю-молекулы возникает электрическое поле $\hat{\mathscr{E}}$ == $= \rho \, dU(\rho)/d\rho$. Это поле «вытягивает» дейтрон из мю-молекулы, вызывая ее распад. Видно, что данная задача аналогична одномерной (для простоты) задаче о вытягивании слабым электрическим полем заряженной частицы из потенциальной ямы $U_0(x)$ полем потенциала $V_i(x)$. Вблизи ямы $(x \approx 0)$ $V_i \approx -\mathscr{E}x$, при $x \rightarrow -\infty$ $V_1(x) \rightarrow +\infty$, при $x \rightarrow +\infty$ $V_i(x) \rightarrow$ $\rightarrow V_0 < 0$. Конкретный вид $U_0(x)$ и V(x) непринципиален. Важно, чтобы существовал широкий потенциальный барьер, препятствующий выходу частицы из ямы $U_0(x)$ ($|x|U_0(x) \rightarrow 0$ при $|x| \rightarrow \infty$). Разница между моделью и нашим случаем состоит только в количестве измерений конфигурационного пространства в комплексе больше независимых координат.

Учитывая, что ширина распада мала ($\Gamma_e \ll \kappa^2/2m = \epsilon_0$ —энергия связи частицы в яме $U_{\mathfrak{g}}(x)$), рассчитаем $\Gamma_{\mathfrak{e}}$ по методу, изложенному, например, в [53]. Пусть при $t \to -\infty$ частица находится в связанном состоянии $(\hbar = 1): \Psi(x, t) \to \varphi_0(x, t) = \Psi_0(x) \exp((-iE_1t), H_1 \Psi_0(x) = E_1 \Psi_0(x), H_1 =$ $=H-V_1=T+U_0(x), T=-(1/2)\partial^2/\partial x^2, E_1=\varepsilon_0$ Поскольку поле & слабое, то в окрестности ямы $\Psi(x, t) \approx \varphi_0(x, t)$, что позволяет вместо точного уравнения Шредингера $i\partial \Psi / \partial t = H\Psi$, где $H = T + U_0 + V_1$, решать приближенное:

$$L\Psi(x, t) = U_0(x)\varphi_0(x, t), \qquad (1.17)$$

где $L = i\partial/\partial t + (1/2)\partial^2/\partial x^2 - V_1(x)$. Уравнение (1.17) не сохраняет число частиц. Число рожденных в единицу времени в области ямы частиц совпадает с потоком частиц на бесконечность $\Gamma_e = i(x \rightarrow +\infty)$, который и предстоит вычислить.

Опуская в $\Psi(x, t)$ расплывающееся при $t \rightarrow +\infty$ слагаемое — решение Ψ_0 ((свободного)) уравнения $L\Psi_0(x, t) = 0$, которое при $t \to -\infty$ совпадает с $\varphi_0(x, t)$ (очевидно, при $t \to +\infty \Psi_0(x, t)$ не дает вклада в j), записываем решение (1.17) в виде (ср. с [53])

$$\Psi(x, t) = \int_{-\infty}^{t} G(x, x'; t - t') \varphi_0(x', t') dx' dt', \qquad (1.18)$$

где G—запаздывающая функция Грина: $LG(x, x', t-t') = \delta(x-x') \times$ × $\delta(t-t')$. Из (1.18), определения $\varphi_0(x, t)$ ивыражения

$$G(x, x', \tau) = (2\pi i)^{-1} \Theta(\tau) \int_{0}^{\infty} \Psi_{K}(x) \Psi_{K}^{*}(x') \exp(-iE_{K}\tau) dK,$$

где $\Psi_{\kappa}(x)$ — вещественная ВФ, описывающая движение частицы в потенциале $V_1(x)$ с импульсом K (при $x \to +\infty$), $E_K = K^2/2m$, имеющая асимптотику $\Psi_{\kappa}(x) \rightarrow \sqrt{2} \sin (kx + \delta_{\kappa}) (x \rightarrow +\infty)$, для асимптотики $\Psi(x, t)$ получаемвыражение $\Psi(x, t) \rightarrow 2^{1/2} p^{-1} V_{fi} \exp(ipx + i\delta_p - iE_i t)$. Здесь

$$p = (2mE_{\rm f})^{1/2}, \quad E_{\rm f} = E_{\rm i} = -\varepsilon_{\rm 0},$$

$$V_{\rm fi} = \langle {\rm f} | V_{\rm f} | {\rm i} \rangle =$$

$$= \int \Psi_{\rm p}^{*} (x) U_{\rm 0} (x) \Psi_{\rm 0} (x) \, \mathrm{d}x = \langle {\rm f} | V_{\rm i} | {\rm i} \rangle = \int \Psi_{\rm p}^{*} (x) V_{\rm i} (x) \Psi_{\rm 0} (x) \, \mathrm{d}x.$$

При расчете учтено свойство: $\exp(ikx)/(k^2-p^2-i0) \rightarrow \pi i p^{-1} \exp(ipx) \times ip^{-1} \exp(ipx)$ $\times \delta(k-p)$ при $x \to +\infty$. Для Γ_e получаем выражение $\Gamma_e = j(x \to +\infty) = 2p^{-1} |V_{t_1}|^2$, совпадающее с (1.15), поскольку при указанной выше асимптотике $\Psi_{\kappa} dv_{t} = dK/\pi$.

МЮОННЫЙ КАТАЛИЗ

Как уже говорилось, изложенная довольно общая схема расчета ширины Γ_e справедлива только в тех случаях, когда энергия взаимодействия между фрагментами системы при большом расстоянии R между ними убывает быстрее, чем R^{-1} . Ее, например, можно применить при расчете скорости распада в электрическом поле отрицательного иона, но нельзя сделать этого в случае атома — в этом случае предэкспоненцилльный множитель будет неправилен.

Для достижения точности ~1% достаточно ограничиться приближением двух σ -термов для ВФ мю-молекулы, которая для состояния J = 1имеет вид (взяты линейные комбинации функций Ψ_{vjm} , образующие вектор)

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = R^{-1} \left(\chi_{a} \left(\mathbf{R} \right) \varphi_{a} + \chi_{b} \left(\mathbf{R} \right) \varphi_{b} \right) \cdot \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/2} \hat{\mathbf{R}}_{j}, \qquad (1.19)$$

где $\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{R}/R, \ j = \{x, y, z\}.$

Основной вклад в V_{ti} дает область координат (м. а. е. — мю-атомные единицы $\hbar = e = \mu_3 = 1$, $\mu_3^{-1} = m_{\mu}^{-1} + M_t^{-1}$)

$$R \sim A_0 \sim v^{1/2} \varkappa^{-1} \gg 1$$
 m. a. e., (1.20)

где $A_0 \sim (\mu_2 \omega)^{-1/2} \sim 40$ м. а. е. – амплитуда нулевых колебаний молекулы, $\mu_2^{-1} = M_d^{-1} + M_X^{-1}$, $\varkappa \equiv \varkappa_a = (2\mu_a | \varepsilon_{11} |)^{1/2}$, $\mu_a^{-1} = m_{a\mu}^{-1} + M_b^{-1}$. Оценка (1.20) следует изсоотношений $dU(\rho)/d\rho \sim \mu \Omega^2 A_0$, $\mu \Omega^2 A_0^2 \sim \Omega \nu \sim |\varepsilon_{11}|$ и из расчета Γ для рассмотренной выше модели. На расстояниях (1.20) взаимодействием между мю-атомом и ядром можно пренебречь.

Асимптотические ($R \gg 1$ м. а. е.) выражения для ВФ $\chi_{a,b}$ слабосвязанных состояний с J = 1 имеют вид [40, 54]

$$\chi_{a,b}(R) = \frac{c_{a,b}}{R \varkappa_{a,b}^{1/2}} \left(1 + \varkappa_{a,b} R \right) e^{-\varkappa_{a,b} R}.$$
(1.21)

Для мю-молекулы dtµ $c_a = 0,574$, $c_b = 4,7$, $\varkappa_a = 0,0518$ м. а. е. = 10,3 а. е., $\varkappa_b = 0,445$ м. а. е. = 88,7 а. е.; для мю-молекулы ddµ $c_a = c_b = 0,678$, $\varkappa_a = \varkappa_b = 0,0831$ м. а. е. = 16,3 а. е. Выражение (1.21) справедливо в широкой области значений R, они отличаются от результатов численного расчета [27] на $\ge 5\%$ только при $R \le 7$ м. а. е. Вследствие (1.20) оно заведомо применимо при расчете скорости резонансного образования, причем ВФ χ_b в (1.19) можно пренебречь. Все это значительно упрощает расчет.

Скорость резонансного образования мю-молекул в *n*-м спиновом состоянии при столкновениях мю-атомов со спином *F* с молекулами вида α ($\alpha = D_2$, DT) определяется выражением [39, 40, 51, 54] (ср. с (1.14), (1.15))

$$\lambda_{Fn}(\alpha) = 2\pi N_{\alpha} W_{Fn} \times \\ \times \int f(p) \sum_{K_{i}, K_{i}} w(K_{i}) \,\delta\left(\varepsilon_{\rho} + \overline{E}_{K_{i}0} + |\varepsilon_{11}| + \Delta\varepsilon_{Fn} - E_{K_{i}v}\right) V_{fi}^{2} \,\mathrm{d}^{3}p, \quad (1.22)$$

где N_{α} — число дейтронов в 1 см³, входящих в состав молекул вида α , W_{Fn} — спиновый множитель, f(p) — функция распределения по импульсам p, $\int f(p) d^3 p = 1$, $w(K_1)$ — вероятность обнаружить молекулу DX в состоянии с орбитальным моментом K_1 , E_{Kv} и \overline{E}_{K_10} — уровни энергии MD и DX в состояниях (K_t , v) и (K_1 , 0) соответственно, $M \equiv dt\mu$, $dd\mu$, $\Delta \varepsilon_{Fn} = \Delta \varepsilon(F) - \Delta \varepsilon(n)$, $\Delta \varepsilon(F)$, $\Delta \varepsilon(n)$ — поправки к уровням мю-атома и мю-молекулы, обусловленные сверхтонким взаимодействием, F и n квантовые числа спиновых состояний,

$$V_{ii}^{2} = (2K_{i} + 1)^{-1} \sum_{j,m_{i},m_{i}} |V_{j}|^{2}, \qquad (1.23)$$

$$V_{i} = \int \Psi_{\rm f}^{*} \hat{V}_{\rm i} \Psi_{\rm i} \mathrm{d}^{3} r \mathrm{d}^{3} R \mathrm{d}^{3} \rho.$$

где $\hat{V}_{j} = --\mathrm{d}\vec{\mathscr{E}}$.

Во избежание недоразумений заметим, что в (1.22), (1.23) и далеелевые части реакций (1.11) считаем начальными состояниями, в правые — конечными, что в данном случае более естественно.

Расчет V_{ti} сводится к вычислению на ЭВМ двукратного интеграла [54], так как, например, в области (1.20) интегрирование по координатам мюона тривиально и проводится аналитически.

Мы видели, что вместо рассматриваемого матричного элемента V_{i} от оператора V_{i} (1.24) с равным успехом можно было бы вычислять матричный элемент V_{2} от V_{i} , в который включены все слагаемые, описывающие взаимодействие $t\mu$ -атома с DX. Практически, однако, такой расчет произвести невозможно, так как в отличие от V_{i} , при расчете V_{2} требуется численно рассчитать интеграл по восьмимерной области, причем под-интегральное выражение не задано в аналитическом виде и требует дополнительного численного расчета. Приближенный аналитический расчет V_{i} , проведенный в [40], позволяет надежно указать необходимые для численного расчета пределы и шаги интегрирования, а также местоположение в конфигурационном пространстве области, дающей основной вклад в V_{i} . Таким образом в случае с V_{i} имеется полная ясность и достигается высокая точность численного расчета.

Распад комплексов (1.12б) приводит к отличию наблюдаемых скоростей $\tilde{\lambda}_{dt\mu}$, $\tilde{\lambda}_{dd\mu}$ резонансного образования мю-молекул, т. е. суммарных скоростей неупругих реакций (1.12а), (1.13а), от рассмотренных в данном разделе скоростей резонансного образования мю-молекул в реакциях (1.11а), (1.11б).

Рассмотрим сначала dtµ. Очевидно, $\tilde{\lambda}_{dt\mu} = w_t \lambda_{dt\mu}$, где $w_t = \tilde{\lambda}_t / (\tilde{\lambda}_t + \Gamma_e) - Beposthocts$ ядерной реакции в образовавшейся мю-молекуле, $\tilde{\lambda}_f = \lambda_f^{11} + \lambda_{\text{девоз6}} \sim 10^{42} - \text{скорость опустошения верхнего уровня (1, 1)}$ в результате ядерной реакции ($\lambda_f^{11} \sim 10^8$) и девозбуждения мю-молекулы ($\lambda_{\text{девоз6}} \sim 10^{42}$). Процессы колебательной релаксации (MX)_{Kv}+DX $\rightarrow (MX)_{K'v'}$ +DX увеличивают w_t , так как в результате этих процессовкомплекс стабилизируется – распад из состояний v' < v запрещен по энергии. Скорость релаксации становится значительной ($\sim \tilde{\lambda}_t + \Gamma_e$) лишь при $T \ge 0,2$ эВ, поэтому она несущественна в интересующей нас здесь области $T \le 0,2$ эВ.

Вращательная релаксация $(MX)_{Kv} + DX \rightarrow (MX)_{K'v} + DX$ не стабилизирует комплекс, но приводит к зависимости w_t от φ и *T*, поскольку скорости распада Γ_e зависят от K_iv_i и K_tv_t . В области $T \ge 0,2$ эВ становится существенным образование комплексов при $v_t=3, 4, \ldots$, а также столкновения с колебательно возбужденными молекулами ($v_i \ne 0$). В этих. случаях Γ_e возрастает ($\sim \tilde{\lambda}_t$), поэтому w_t уменьшается. При $T \le 0,2$ эВ. $w_t \sim 0,99$, так как $\Gamma_e \sim 10^{10}$ [41, 55].

Наблюдаемые скорости $\lambda_{dt\mu-x}^{0}$ образования мю-молекул dtµ в реакциях (1.11а) приведены на рис. 2 (высокие температуры) и рис. 3 (средние температуры). Как обычно, $\lambda_{dt\mu-x} = \lambda_{dt\mu-x}^{0} \phi C_d$, где λ^{0} —приведенные скорости. Согласно сказанному выше при $T \leq 0,2$ эВ можно не различать λ и $\tilde{\lambda}$. Скорости при высоких температурах вычислены на основании данных из [41, 55, 56], а рис. 3 взят из [57] и соответствует энергии связи [57—59] $|\varepsilon_{11}| = 0,632 \pm 0,002$ эВ, наилучшим образом согласующейся с экспериментом [60].

При образовании и распаде мю-молекул dtµспин F tµ-атома сохраняется [40] главным образом вследствие малости магнитного момента





Рис. 2. Скорости резонансного образования $\lambda_{dt\mu-X}^{0}(\phi = 1)$ мю-молекул $dt\mu$ в процессах $t\mu$ + DX \Rightarrow [($dt\mu$)Xee] при высоких температурах. Кривые D и T соответствуют X=D и X=T

Рис. 3. Скорости резонансного образования $\lambda^0_{dt\mu-X}$ при средних температурах. Обозначения как на рис. 2

дейтрона. В отличие от этого случая, мю-атом $d\mu$ со спином F при образовании комплекса [$(dd\mu)_s Xee$], где S—спин $dd\mu$, после его распада может оказаться в другом спиновом состоянии $F' \neq F$. Поэтому резонансные процессы изменяют скорости реакций переворота спина $\lambda_{FF'}$ на величину [52]

$$\Delta\lambda_{FF'} = \sum_{S} \lambda_{FS} \omega_{SF'},$$

где λ_{FS} — скорость образования мю-молекул ddµ со спином *S* из мю-атомов dµ со спином *F*, $\omega_{SS'} = \Gamma_{SF'}/(\lambda_t + \Gamma_s)$ — вероятность распада комплекса по каналу $S \rightarrow F'$, $\Gamma_{SF'}$ — скорость этого распада, $\Gamma_s = \sum_F \Gamma_{SF}$ — полная упругая ширина.

Наблюдаемые скорости $\widetilde{\lambda}_{F}$ образования мю-молекул ddµ из мю-атомовсоспином *F*равны

$$\widetilde{\lambda}_{F} = \sum_{S} \lambda_{FS} \omega_{f}^{s} + \lambda_{dd\mu'}^{H}$$
(1.25)

где $w^{s} = \tilde{\lambda}_{f}/(\tilde{\lambda}_{f} + \Gamma_{s})$. Второе слагаемое в (1.25) описывает нерезонанс-

ное образование мю-молекул $dd\mu$ на нижних уровнях, для которых $w_t \approx 1$.

Наблюдаемая скорость образования мю-молекул $dd\mu \, \widetilde{\lambda}_{dd\mu}$ с учетом сверхтонкой структуры $d\mu$ и $dd\mu$ выражается через парциальные [52] (первая попытка учесть сверхтонкую структуру была предпринята в [61]):

$$\widetilde{\lambda}_{
m dd\mu} = \sum_{F} \widetilde{\lambda}_{F} N_{F} \left(\sum_{F} N_{F} \right)^{-1} = (\widetilde{\lambda}_{1/2} + \widetilde{\gamma} \widetilde{\lambda}_{3/2}) (1 + \widetilde{\gamma})^{-1},$$

где $\tilde{\gamma} = (\tilde{\lambda}_{1/2,3/2} + 3\tilde{\lambda}_{3/2,1/2}/4)/(\tilde{\lambda}_{3/2,1/2} + \tilde{\lambda}_{1/2,3/2}/4).$

Скорости $\tilde{\lambda}_{dd\mu}$ [52, 57] и $\tilde{\lambda}_{3/2}$, $\tilde{\lambda}_{1/2}$ [57] приведены на рис. 4 данной статьи и рис. 15, δ в обзоре С. С. Герштейна и др. (см. в данном номере «УФН»). В расчетах приняты значения $|\varepsilon_{11}| = 1,9656 \ \Im B$, $\tilde{\lambda}_{f} = 0,39 \cdot 10^{9}$. $\lambda_{H}^{0} = 4,8 \cdot 10^{4}$, при которых достигается наилучшее согласие с экспериментом [62]. Отметим, что вероятности w_{f}^{s} ядерных реакций в ddµмолекуле существенно меньше 1 (~0,2).



Рис. 4. Зависимость наблюдаемой скорости $\widetilde{\lambda}^{0}_{dd\mu}(T)$ процесса $d\mu + D_{2} \Rightarrow \Rightarrow [(dd\mu)dee]$ от температуры. 1 - Дубна [131], $2 - \Gamma$ атчина [104], $3 - \Lambda$ ос-Аламос [26] (данные Дубны перенормированы к значению $\lambda^{0}_{dd\mu}$ (T = 293 K), измеренному в Гатчине). Сплошная линия — расчет работы [52] при $|\varepsilon_{11}| =$ = 1,9656 эВ, $\lambda_{1} = 3,9 \cdot 10^{8}$ с⁻¹, $\lambda^{0}_{H} =$ = 4,8 · 10⁴ c⁻¹

комплексов. В случае с dtµ сравнение с экспериментом во всей области температур затруднено значительной погрешностью (-50%) теоретических и экспериментальных значений вероятности q_{1s} (см. раздел 1.5).

При увеличении плотности смеси (φ≥0,1) становятся существенными квазирезонансный механизм [64]:

$$t\mu + D_2 + X \xrightarrow{\lambda_{qr}} C + X,$$

$$\lambda_{qr} \sim \varphi^2, X = D_2, DT, T_2,$$
(1.26)

а также дополнительное уширение резонансов, обусловленное столкновениями D₂ и молекулярного комплекса C \equiv MD с молекулами X, поэтому при $\varphi \ge 0,1$ ширина резонанса равна [65] $\Gamma = \Gamma_v + \Gamma_{\varphi}$, где Γ_{φ} -столкновительная ширина.

Анализ роли столкновений в резонансном образовании мю-молекул проведен в [66, 67]. Отправным пунктом в этих исследованиях являлась аналогия между интересующей нас реакцией

$$t\mu + D_2 \rightarrow C \rightarrow t\mu + D_2 \tag{1.27}$$

и процессом резонансной флуоресценции

$$\gamma + A \rightarrow A^* \rightarrow \gamma + A. \tag{1.28}$$

Эта аналогия позволяет применить к реакции (1.27) хорошо разработанные методы из теории ударного уширения спектральных линий (ТУУ), которая изложена, например, в [68—69]. Рассмотрение справедливо в «газовом» пределе $\tau v_c \ll 1$, где τ —длительность столкновения, т. е. время, в течение которого потенциальная энергия взаимодействия молекул порядка их кинетической энергии ($\sim T$, где T— температура смеси), v_c —частота столкновений, т. е. $1/v_c$ —средний интервал между столкновениями. Частота столкновений v_c определяется размером $R_0 \sim ^6$ а. е., а длительность столкновений τ значительно меньшим размером $\Delta R \sim (2\eta)^{-1} \sim 0.6$ а. е., где показатель $\eta = 0.85$ определяет потенциал взаимодействия $U(R) \approx U_0 \exp(-2\eta R)$ между молекулами изотопов водорода [70]; поэтому основное предположение, использованное в [66, 67], о независимости столкновений с различными молекулами, справедливо,

не только для плотного газа ($\varphi \leq 1$), но и для жидкости. Таким образом, не рассматривались коллективные фононные эффекты, которые существенны в твердой фазе. К ним относится, например, эффект передачи импульса мю-атома не отдельной молекуле D₂, а всей кристаллической решетке, что аналогично эффекту Мёссбауэра.

В [66, 67] показано, что известные к настоящему времени два нелинейных по плотности газа механизма образования мю-молекул в тройных [64] и парных [65] столкновениях, имеющие, на первый взгляд, совершенно различную физическую природу, в действительности являются двумя различными предельными случаями единого механизма образования мю-молекул, обобщающего механизм Э. Весмана [38] на случай газа высокой плотности или жидкости. Там же было показано, что адекватной физической величиной, позволяющей строгим образом учесть столкновения с молекулами газа, служит форма резонансов $I_{K_iK_f}(\varepsilon_p)$ в с. ц. м. системы $t\mu + D_2$, и в различных приближениях получены выражения для $I(\varepsilon_p)$.

При малой плотности дейтерий-тритиевой смеси ($\varphi \leq 0,1$) форма резонансов лоренцева, а при $\varphi \geq 0,1$ значительно отличается от нее [66]. При $\varphi \geq 0,1$ у функции $I(\varepsilon_p)$ имеются три характерные области: резонансная, квазирезонансная и вакуумная. В резонансной области форма $I(\varepsilon_p)$ приближенно лоренцева. Столкновительная ширина резонанса Γ_{\bullet} определяется только столкновениями комплекса с молекулами газа и не зависит от характера движения молекулы D_2 , что объясняется эффектом отдачи при «слиянии» мю-атома и молекулы D_2 в комплекс. В этом состоит существенное различие между реакциями (1.27) и (1.28). Отдача приводит к своеобразному «забыванию» начального состояния. При энергиях $t\mu + D_2$, далеких от резонансной ($|\varepsilon_p - \varepsilon_r| \ge \Gamma/2$), основнуюроль играет квазирезонансный механизм (1.26).

В работе [64] для описания тройных столкновений (1.26) использовано приближение бесструктурных молекул, применимое при низких температурах $T \leq 40$ К. Для более точного описания реакций образования dtµ-молекул при $\varphi \sim 1$ и $40 \leq T(K) \leq 150$ требуется провести сложный и надежный расчет скоростей образования мю-молекул $\lambda_{K_iK_f}$ в тройных столкновениях (1.26) с учетом вращательных степеней свободы молекул D₂, X и комплекса, что, впрочем, вряд ли возможно.

Представляет также интерес расчет формы резонанса в приближении бесструктурных молекул с конечной массой при произвольных ε_p , т. е. обобщение результатов [66, 67]. В оптике профиль спектральной линии выражается через двухчастичные функции Грина возбужденного и невозбужденного атомов [71]. В нашем случае расчет усложняется упомянутым выше эффектом передачи импульса (отдачи).

1.4. Ядерная реакция и каскадные переходы в мюмолекуле. Скорости ядерных реакций синтеза, например λ_{f}^{dt} , в мюмолекулах и сечения этих реакций между сталкивающимися голыми ядрами выражаются через один и тот же ядерный матричный элемент, что позволяет выразить λ_{f} через сечения реакций синтеза, измеренные в экспериментах [1, 2, 4, 72—75]. В случае нетождественных ядер (а \neq b)

$$\lambda_{\rm f} \,({\rm ab}\,\mu) = K_{\rm s} \int \Psi_J^2 \,(r_0, R=0) \,d^3r_0, \qquad (1.29)$$

где

$$K_{\rm s} = \lim_{v \to 0} \frac{\sigma_f(v) v}{f(v)}$$

 $f(v) = (2\pi/v) [\exp(2\pi/v) - 1], v$ — относительная скорость ядер.

В состояниях J=0 мю-молекул pdµ, ptµ, ddµ и dtµ скорости ядерных

реакций равны соответственно $\lambda_{f}^{pd} = (0,25 \pm 0,06) \cdot 10^{\circ}, \quad \lambda_{f}^{pt} = 0,7 \cdot 10^{\circ},$ $\lambda_{\rm f}^{\rm dd} \lambda_{\rm f}^{\rm dt} \sim 10^{12}$ [1, 2, 4, 72—74]. При J = 1 скорость ядерной реакции умень-шается из-за центробежного барьера: в состояниях с (J, v) = (1, 1) и (1, 0) B $dd \mu \lambda_f^{dd} = 4,3 \cdot 10^8$, 1,5 · 10⁹ [75]. В $dt\mu$ в тех же состояниях $\lambda_{\rm f}^{\rm dt} = 5,2\cdot10^7$, 1,3·10⁸ [74]. Согласно эксперименту [76] для состояния с J=1 ttµ-молекулы $\lambda_{f}^{tt} = 1,5 \cdot 10^{7}$ (по аналогии с ddµ отсюда можно заключить, что при $J = 0 \lambda_{f}^{tt} \sim 10^{10}$). Скорость ядерных реакций в состояниях с J=2 еще меньше: $\lambda_{\rm f}^{\rm dt} = 1 \cdot 10^5$ [74].

Между связанными состояниями мю-молекул происходят интенсивные конверсионные оже-переходы [1, 72, 77]:

$$[(ab \mu)_{Jv} Xee] \rightarrow [(ab \mu)_{J'v'} Xe]^+ + e.$$
(1.30)

Наиболее быстрым является дипольный Е1-переход, характерная скорость которого $\lambda_{\text{девозб}} \sim 10^{12}$. Этот переход обусловлен взаимодействием (1.9). В случае тождественных ядер $\langle \phi_g | \mathbf{d} | \phi_g \rangle = 0$. Отсюда и из (1.10) делаем вывод, что Е1-переход запрещен. В этом случае происходят Е2и ЕО-переходы, которые определяются операторами второго порядка малости по параметру η_0 — квадрупольному V_{κ} и монопольному V_{M} . Для V_{π} , V_{κ} и V_{κ} справедливы правила отбора $J' = J \pm 1$, $J' = J \pm 2$, J' = J соответственно.

Характерная скорость ЕО- и Е2-переходов $\lambda_{\text{девозб}} \sim 2 \cdot 10^8$ [78]. Исключение составляет Е0-переход $(1, 1) \rightarrow (1, 0)$ в ddµ-молекуле из слабосвязанного состояния (1, 1), скорость которого мала $(2,2\cdot10^7 [78])$. Объяснение состоит в следующем [54] (для простоты рассмотрим переходы в атоме $[(ab\mu)e]$). Характерное время колебаний мю-атома и ядра в мюмолекуле $\tau_{ab\mu} \sim 1/|\epsilon_{11}|$ велико по сравнению с периодом обращения электрона в атоме $\tau_e \sim 1/I_{\rm H}$. По этой причине электрон успевает подстроиться под эти колебания и движется все время вслед за заряженным ядром, практически не взаимодействуя с маленьким нейтральным мю-атомом, в чем и заключается физический смысл эффекта. Формально же матричные элементы от V_к и V_м значительно компенсируются вторым порядком теории возмущений пооператору V_{π} из (1.9).

Мю-молекулы ddµ и dtµ с подавляющей вероятностью образуются по резонансному механизму в слабосвязанных состояниях (1, 1). Поскольку для $dd\mu \lambda_{\pi e Bo 35}$ мала, заключаем, что вмю-молекуле $dd\mu$ ядерная реакция происходит только в верхнем (1, 1)-состоянии.

Может показаться, что, проделав два оже-перехода $(1, 1) \Rightarrow (0, 1) \rightarrow$ \rightarrow (1, 0) либо (1, 1) \rightarrow (2, 0) \rightarrow (1, 0) и израсходовав на это все электроны мю-молекулярного комплекса [(dtµ)Xee], мю-молекула оказывается в состоянии (1, 0), в котором скорость ядерной реакции мала. Эта скорость, во всяком случае, вошла бы тогда в выражение для скорости цикла мюонного катализа (см. далее), а гибель мюонов в состоянии (1,0) существенно бы уменьшила число циклов на мюон Х_с. В действительности же электроны практически мгновенно ($\lambda \sim 3 \cdot 10^{13} \phi$) восполняются за счет ионно-молекулярных реакций [79], аналогичных $H_2^+ + H_2 \rightarrow$ \rightarrow H₃⁺ + H. Мюоны в процессе каскада в мю-молекуле практически не распадаются, так как характерная его длительность $\sim 5 \cdot 10^{-11}$ с мала по сравнению с временем жизни мюона.

1.5. Кинетика МЮОННОГО катализа. Результаты экспериментов к концу 80-х годов. Основные процессы в смеси $D_2 + T_2$, определяющие спектр $t\mu$ -атомов, приведены на рис. 5.

В отсутствие каналов потерь мюона (процессов распада мюона, прилипания к ядрам продуктов синтеза) через время порядка времени терВЫП. 8]

мализации мю-атомов $\tau_{\rm T} \sim 10^{-9}/\varphi$ с после остановки μ^- мезона в смеси $D_2 + T_2$ установился бы стационарный режим, который характеризуется постоянным числом ядерных реакций синтеза, происходящих в единицу времени. Однако вследствие потерь в реальной ситуации вместо стационарного устанавливается квазистационарный режим (КР), при котором число частиц, участвующих в реакциях мю-катализа (мю-атомов, мюмолекул и других) со временем уменьшаются экспоненциально с показателями $\lambda \sim \lambda_0$ (см. ниже). Функции распределения [†] μ -атомов со спином



Рис. 5. Схема основных процессов, определяющих спектр tµ-атомов. Индексами 0 и 1 указано соответственно значение спина F состояния tµ и dtµ

F по энергиям $f_F(E, t)$ (*t* — время после остановки мюона) в этом режиме факторизуется [55, 56]: $f_F(E, t) = N_F(t) \Phi_F(E, T)$, где $N_F(t)$ —числа (населенности) мю-атомов со спином *F*,

$$\int_{0}^{\infty} \Phi_F(E, T) \, \mathrm{d}E = 1,$$

Кинетические уравнения в КР упрощаются и сводятся к обычным кинетическим уравнениям для чисел мю-атомов и мю-молекул (населенностей), в которые входят наблюдаемые скорости:

$$\lambda^{(F)}(T) = \int_{0}^{\infty} \lambda^{(F)}(E) \Phi_{F}(E, T) dE; \qquad (1.31)$$

здесь $\lambda^{(r)}(E)$ — скорости образования мю-молекул из мю-атомов со спином *F* и энергией *E* в л. с. В режиме КР происходит подавляющая часть реакций синтеза.

Числа мю-атомов в КР уменьшаются по закону $N_F(t) = N_F^{(0)} e^{-\lambda t}$, $N_{d\mu}(t) = N_{d\mu}^0 e^{-\lambda t}$, а временное распределение нейтронов, возникающих от одного мюона, имеет вид [55, 56]

$$\frac{\mathrm{d}N_n}{\mathrm{d}t} = \lambda_{\mathrm{c}} e^{-\lambda t}, \quad \lambda = \lambda_0 + W \lambda_{\mathrm{c}}; \qquad (1.32)$$

здесь

$$\lambda_{\rm c} = \left(\frac{qC_{\rm d}}{\lambda_{\rm dt}} + \frac{B}{A}\right)^{-1} \tag{1.33}$$

$$\begin{split} q &\equiv q_{1s}, \\ A &= \lambda^{(1)} \lambda^{(0)} + \lambda^{(1)} \lambda^{01} + \lambda^{(0)} \lambda_{10}, \\ B &= \eta_0 \lambda^{(1)} + \eta_1 \lambda^{(0)} + \lambda_{01} + \lambda_{10}, \quad \eta_0 = \frac{1}{4}, \quad \eta_1 = \frac{3}{4}, \\ N_F^{(0)} &= \frac{\lambda_c}{A} (\eta_F \lambda^{(F')} + \lambda_{F'F}), \\ F' &\neq F, \\ N_{d\mu}^{(0)} &= \frac{q C_d \lambda_c}{\lambda_{dt}}, \end{split}$$

 $\lambda_{F'F}$ — скорости спин-флипа,

 \sim

$$W = \omega_{\rm s} + \frac{\beta q C_d \omega_d \lambda_{\rm dd\mu}}{\lambda_{\rm dt} C_{\rm t}} + \frac{\lambda_{\rm tt\mu} \omega_{\rm t} B}{A} + C_{\rm He} \left(\frac{q C_d \lambda_{\rm dHe}}{\lambda_{\rm dt} C_{\rm t}} + \frac{\lambda_{\rm tHeB}}{A} \right).$$
(1.34)

Отметим, что выражения (1.33), (1.34) справедливы при выполнении неравенства $\lambda_0 + \lambda_{dd\mu} \ll \lambda_{dt}$; здесь λ_{dHe} и λ_{tHe} —скорости перехвата мюона ядрами Не с ядер d и t, ω_d — коэффициент прилипания мюона в реакции dd-синтеза, $\beta = 0.58$ [80], где β —вероятность реакции синтеза в dd μ -мо-лекуле с испусканием протона и трития.

По физическому смыслу λ_c —частота появления нейтронов (при $t \ll \ll \lambda^{-1}$). Формула для общего числа циклов μ -катализа X_c в расчете на •один остановившийся в смеси μ -мезон имеет вид

$$X_{\rm c} = \int_{0}^{\infty} \frac{\mathrm{d}N_n}{\mathrm{d}t} \,\mathrm{d}t, \quad X_{\rm c}^{-1} = W + \frac{\lambda_0}{\lambda_{\rm c}} \,. \tag{1.35}$$

Отметим, что формулы (1.32) — (1.35), описывающие квазистационарный режим, справедливы в широкой области изменения плотности $\varphi \ge 0,01$, в которой $\lambda_0 \tau_{\tau} \ll 1$.

Скорости $\lambda^{(F)}$, входящие в формулу (1.32), определяются выражением (1.31). Расчет показывает [55, 56], что при $\varphi \ge 0,2$ функции $\Phi_F(E)$ отличаются от максвелловского распределения менее чем на 10%.

При $T \leq 500$ К можно пренебречь скоростью λ_{01} , и выражение для λ_c упрощается:

$$\lambda_{\rm c}^{-1} = \left(\frac{qC_{\rm d}}{\lambda_{\rm dt}C_{\rm t}} + \frac{0.75}{\lambda_{\rm 10}C_{\rm t}} + \frac{1}{\lambda_{\rm dt\mu}C_{\rm d}}\right)\frac{1}{\varphi} \,. \tag{1.36}$$

Эта формула используется для обработки экспериментальных данных.

В качестве примера эксперимента по исследованию мюонного катализа ядерных реакций синтеза в dt_{μ} -молекуле приведем эксперимент, выполненный в Дубне [81], где впервые и было наблюдено явление катализа реакции синтеза в этой мю-молекуле. Этот эксперимент замечателен и тем, что впервые в СССР была опробована методика работы с большим количеством трития.

Эксперимент был выполнен на мюонном лучке синхрофазотрона ОИЯИ. Пучок мюонов с начальным импульсом 130 МэВ/с с помощью мезонного тракта выводился в малофоновую лабораторию, где располагалась основная часть аппаратуры — газовая мишень вместе с системой газообеспечения и детекторы. Схема расположения мишени и детекторов на мюонном пучке приведена на рис. 6.

Мюоны регистрировались мониторными счетчиками 1-3 (пластический сцинтиллятор), замедлялись в замедлителе *6*, детектировались счетчиком *4* и попадали в мишень *8*. Часть мюонов останавливалась в

мишени и вызывала реакцию (1.1). Нейтроны, возникающие в этой реакции регистрировались с помощью расположенных вокруг мишени детекторов N_{1-4}^{*} , а электроны от µ-распада — с помощью расположенных попарно детекторов E_{1-8} . Основная идея эксперимента, позволявшая значительно уменьшить

Основная идея эксперимента, позволявшая значительно уменьшить фон случайных совпадений и фон, связанный с остановками мюонов в стенках мишени, заключалась в последовательной регистрации в течение интервала 10 мкс («ворот») после влета мюона в мишень сначала



Рис. 6. Схема экспериментальной установки. 1—3 — мониторные счетчики с пластическим сцинтиллятором, 4 — счетчик с кристаллом CsI(Tl), 5, 7 — коллиматоры, 6 фильтр, 8 — газовая мишень, 9 — вакуумный кожух, N — детекторы для регистрации нейтронов Е — детекторы для регистрации электронов

нейтрона из реакции (1.1) и затем электрона от μ -распада, т.е. в использовании задержанных совпадений мюон — нейтрон — электрон. Остановка мюона в веществе стенок мишени (железо) приводит либо к ядерному захвату мюона с вылетом нейтрона (нет электрона), либо к μ -распаду (нет нейтрона); поэтому использование критерия n — есовпадений позволило обеспечить малый уровень фона в этих экспериментальных условиях, когда число остановок мюонов в стенках мишени было в сотни раз больше, чем в газе. Кроме того, уменьшение уровня фона достигалось также использованием счетчика 4 со стинтиллятором CsI(Tl) (\emptyset 110×1 мм²), расположенным после замедлителя непосредственно перед мишенью.

Основную часть экспериментальной установки составляла газовая дейтерий-тритиевая мишень. При разработке ее конструкции были учтены следующие требования: 1) максимальное давление 55 атм; 2) диапазон рабочих температур от —196 до 400° С; 3) достаточно малая величина газовыделения со стенок внутрь рабочего объема мишени ($<10^{-4}$ торр/ч), что необходимо для сохранения чистоты газовой смеси $D_2 + T_2$ на уровне $<10^{-6}$ объемных долей; 4) обеспечение безопасности при работе с большими количествами трития (5000 Ku). Корпус мишени представлял собою цилиндрический сосуд \emptyset 130×250 мм², изготовлен-

ный из нержавеющей стали. Объем мишени составлял 3,25 л, а толщина стенок 3 мм.

Для обеспечения безопасности сама мишень, а также соединенные с ней манометр и вентили были заключены в вакуумно-плотный кожух, соединенный с баластным резервуаром. Общий объем кожуха и резервуара, составляющий 130 л, был достаточно велик для того, чтобы при случайной разгерметизации мишени общее давление газовой смеси в нем не превышало 0,6 атм.

Нагревание мишени осуществлялось с помощью проволочной спирали, пропущенной внутри медной трубки, припаянной к корпусу мишени, а охлаждение — путем продува паров азота через другую медную трубку. Температура мишени измерялась с помощью двух термопар. Точность измерений температуры составляла ±3°C.

С помощью системы газообеспечения мишень заполнялась сверхчистым дейтерием и тритием. Требования на степень чистоты используемых изотопов водорода определялись соотношением между известными значениями скорости перехвата (λ_z) мюона от мю-атомов водорода к ядрам (*Z*) возможных примесей (N_2 , O_2 , CO_2) и ожидаемыми значениями величин λ_{dt} и $\lambda_{dt\mu}$. Для того чтобы вклад фона от перехвата на примеси не превышал 1%, необходимо выполнение условий $\lambda_Z c_Z / \lambda_{dt} c_t < 0,01$ и $\lambda_Z c_Z / \lambda_{dt\mu} c_d < 0,01$, где c_Z —относительное содержание примесей. Используя значения $\lambda_Z^{\nu} = \lambda_Z / \varphi = 5 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$, $\lambda_{dt\mu}^0 = 10^8 \text{ c}^{-1}$ и $\lambda_{dt}^0 = 3 \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}$, получим условие $c_Z < 10^{-6}$.

Очистка дейтерия осуществлялась непосредственно в ходе заполнения им мишени с помощью трех соединенных последовательно цеолитовых адсорберов, помещенных в жидкий азот. В качестве источника трития использовался тритид титана TiT₂, помещенный внутрь ампулы изнержавеющей стали объемом 100 см³. Диссоциация TiT₂, т. е. выделение газообразного трития, эффективно происходит при температуре 750— 800°С. Важно, что при этой температуре TiT₂ активно сорбирует газы различных химических веществ, в том числе кислород, азот и окислы углерода; в результате остаточное содержащие их в тритии не превышает 10^{-5} . Относительное содержание трития в этих опытах не превышало 10%, поэтому указанная чистота трития соответствует вышеприведенному условию.

Необходимо было не только осуществить очистку дейтерия и трития перед заполнением ими мишени, но и обеспечить сохранение их чистоты на требуемом уровне (10⁻⁶) в течение продолжительных экспозиций (200 ч), т. е. исключить загрязнение газовой смеси за счет выделения газов других веществ из стенок мишени и коммуникаций. С этой целью проводилась вакуум-термическая тренировка мишени и коммуникаций, которая осуществлялась в течение 3 суток перед заполнением мишени. Для контроля параметров системы газообеспечения несколько раз осуществлялось заполнение мишени дейтерием, после чего проверялась его чистота. Результаты этих анализов свидетельствуют о том, что степень чистоты газа была не хуже чем 2·10⁻⁷.

Мишень сначала заполнялась тритием. Количество его в мишени определялось исходя из известного объема мишени и парциального давления трития, измеряемого с помощью мановакууметра. Максимальное давление трития при температуре $TiT_2 800^{\circ}$ С составляло 480 торр. Точность в определений содержания трития в мишени была не хуже 1%. После того как мишень была заполнена тритием, осуществлялось его поглощение титаном из подводящих коммуникаций, а затем мишень заполнялась дейтерием до требуемого давления. По окончании сеанса измерений газовая смесь D_2+T_2 , находившаяся в мишени, поглощалась в адсорберах, заполненных титаном марки THT-4. Сорбционная емкость

каждого адсорбера составляла 360 л при нормальных условиях. Остаточное давление газа в мишени и коммуникациях после поглощения смеси было не более 10⁻³ торр.

Для регистрации электронов от распада мюонов, останавливающихся в мишени использовались сцинтилляционные детекторы E_{1-8} . В этих детекторах использовался пластический сцинтиллятор с размерами $340 \times 200 \times 10$ мм³ и фотоэлектронные умножители типа ФЭУ-30. Для уменьшения фона случайных совпадений детекторы электронов попарно включались на совпадение, образуя четыре телескопа. Геометрическая эффективность всех детекторов для электронов, вылетающих из объема мишени, составляла 60%.

Нейтроны из реакции (1.1) регистрировались четырьмя высокоэффективными детекторами N_{1-4} с жидким сцинтиллятором NE-213. В детекторах нейтронов использовались фотопластиковые безоконные кюветы \emptyset 100×95 мм² и ФЭУ типа 56 AVP (у фотокатода \emptyset 110 мм). Кюветы прижимались непосредственно к входному окну ФЭУ без каких-либо промежуточных прозрачных сред. Использование детектора такой конструкции позволило в полтора раза улучшить амплитудное разрешение по сравнению с обычно используемыми конструкциями нейтронных детекторов со стеклянными кюветами.

Опишем упрощенно блок-схему эксперимента. Блок отбора полезных событий «Мастер» пропускал сигналы *E*- и *N*-детекторов на преобразователи время — код и заряд — код в течение импульса ворот длительностью 10 мкс, запускавших импульсом от совпадения сигналов с детекторов 2 и 3. Для подавления «мгновенного» фона, связанного с остановками мюонов в сцинтилляторах *N*- и *E*-детекторов и стенках мишени, использовались «быстрые» (100 нс) антисовпадения 23 ($\sum E + \sum N$). Увеличение эффективности отбора «нейтронных» событий достигалось введением «быстрых» антисовпадений ($N\overline{E}$).

Для дискриминации фона от ү-квантов, регистрируемых *N*-детекторами, осуществлялось п—ү-разделение по форме сцинтилляционного импульса. С этой целью использовался блок аналогового коммутатора, на вход которого поступали сигналы от *N*-детектора, а на его выходе формировались два сигнала, амплитуды которых были пропорциональны интенсивности быстрой (БК) и медленной (МК) компонент сцинтилляционного импульса. Разделение нейтронов и ү-квантов проводилось путем анализа амплитуд сигналов БК и МК.

Информация о событии, включающая в себя время появления сигнала от N- и E-детекторов, амплитуды сигналов БК и МК и номер детектора, передавалась для анализа в ЭВМ при выполнении ряда условий. Требовалось наличие сигналов от детекторов E и N в течение всей длительности «ворот» и сигнала от счетчика 4 в течение 0,4 мкс от начала запуска «ворот», а также отсутствие сигнала от счетчика 1 (второго мюона) в интервале длительностью 5 мкс до начала «ворот» и 10 мкс после начала «ворот» мониторные счета записывались в счетные регистры. Информация из них периодически передавалась в ЭВМ.

Всего на пучке мюонов было выполнено 14 экспозиций, условия проведения которых отличались температурой газовой смеси D_2+T_2 или содержанием в ней дейтерия и трития. В каждой экспозиции измерялись временные и амплитудные характеристики событий, зарегистрированных *N*- и *E*-детекторами.

Предварительная обработка экспериментальной информации осуществлялась непосредственно в ходе сеанса измерений и заключалась в выделении нейтронных и электронных событий и в построении раздельно для каждого класса событий временных и амплитудных распределений. Электронные события регистрировались в электронных экспозициях. Нейтронными событиями считались такие, которые были зарегистрированы в нейтронных экспозициях и которые принадлежали нейтронной области на двумерных распределениях, построенных по амплитудам БК и МК- При отборе нейтронных событий с целью подавления фона от реакции синтеза $dd\mu \rightarrow {}^{3}He+n+\mu$ (энергия нейтронов $E_{n}=2,5$ МэВ) использовался критерий $E_{n}>3$ МэВ. Кроме того, для дискриминации фона случайных совпадений и фона от остановок мюонов в стенках мишени требовалось наличие в течение 10 мкс («ворот») электрона после нейтрона.

На первом этапе анализа сравнивались относительные значения экспериментального выхода нейтронов $Y = N_n/N_e$, найденные в различных экспозициях. При этом было установлено следующее. Во-первых, относительный выход нейтронов не изменяется в широком интервале температур T=93-613 К. Зависимость выхода нейтронов от температуры смеси D₂+T₂ приведена на рис. 7.

Во-вторых, величина Y практически не меняется при изменении только содержания трития в мишени. Наоборот, при изменении только содержания трития в смеси выход нейтронов меняется пропорционально его содержанию. Характер временных распределений нейтронов, полученных в различных экспозициях, также согласуется с выражением (1.32).



Рис. 7. Зависимость экспериментального выхода нейтронов в относительных единицах от температуры газовой мишени

Полный анализ заключался в сравнении по методу наименьших квадратов экспериментальных данных по выходу и временным распределениям нейтронов, полученных в каждой экспозиции, с ожидаемыми теоретическими выражениями. Выход нейтронов аппроксимировался в виде

$$\overline{Y}_{n} = \frac{N_{n}}{N_{n}} = \varepsilon_{n} Y_{n} (\lambda_{dt\mu}, \lambda_{dt}),$$

где Y_n — абсолютный выход нейтронов, а величина ε_n — эффективность регистрации нейтронов.

Величина ε_n найдена расчетным путем (по методу случайных испытаний). При ее определении учитывалось взаимодействие нейтронов не только со сцинтилляторами детекторов, но также и с всеми промежуточными средами на пути от точки вылета из мишени до сцинтиллятора (стенки мишени, кожуха и детекторов, элементы систем нагрева и охлаждения). При рассмотрении взаимодействий нейтронов с веществом сцинтиллятора NE-213 учитывались как однократные, так и двухкратные рассеяния на ядрах водорода и углерода.

Представляется очевидным, что выход и временное распределение всех нейтронов отнюдь не отражают полноту информации о процессе по-

МЮОННЫЙ КАТАЛИЗ

следовательного мюонного катализа. Можно дополнительно измерять временное распределение «первых», «вторых» и т. д. нейтронов и их выход или выход одиночных, двойных и т. д. нейтронов. Оказывается [82— 86], что при использовании такого рода дополнительной информации отпадает необходимость в априорном знании є (может быть найдена из экспериментальных данных (см. приложение)). Найденные в ходе анализа оптимальные значения величин $\lambda_{dt\mu}$ и λ_{dt} составили

 $\lambda_{dtu} > 10^8 \text{ c}^{-1}$ (на 90%-ном уровне достоверности),

 $\lambda_{dt} = (2,9 \pm 0,4) \cdot 10^8 \text{ c}^{-1}.$

Большинство последующих экспериментов проводилось по экспериментальной методике, изложенной выше. Приведем основные результаты таких исследований.





Рис. 8. Зависимость $\lambda_{dt\mu}^{D_2}$ и $\lambda_{dt\mu}^{DT}$ от температуры смеси D_2+T_2 [26, 87]

Рис. 9. Зависимость $\lambda_{dt\mu}^{D_2}$ от плотности смеси $D_2 + T_2$ [26, 87]

Результаты экспериментов, выполненные в лаборатории Лос-Аламоса [26, 87], показали, что, как и в случае образования ddµ-молекул, имеется сильная температурная зависимость скоростей образования dtµмолекул (рис. 8). Была обнаружена квадратичная зависимость скорости образования dtµ-молекул $\lambda_{dt\mu}^{D_2}$ от плотности смеси D_2+T_2 (рис. 9), что, по-видимому, объясняется вкладом тройных столкновений в процесс образования dtµ-молекул (1.26). Этот вывод, впрочем, не однозначен, так как точность теоретических и экспериментальных значений коэффициента $q \equiv q_{1s} (C_t, \varphi, T)$ невысока (~ 50%). Эксперимент [25, 62, 88] (рис. 17 из обзора С. С. Герштейна и др. в этом номере «УФН») подтверждает вывод о существенно нелинейной зависимости скорости цикла от плотности смеси. Видно, что при $\varphi > 0,2$ скорость цикла λ_c квадратично зависит от φ , а при $\varphi < 0,2$ зависимость от φ становится еще более резкой, что объясняется, по-видимому, эффектами, связанными с термализацией tµ-атомов.

Рассмотренное выше квазистационарное приближение неприменимо при $t \leq \tau_T$, когда происходят процессы установления квазистационарного равновесия. Изучение кинетики µ-катализа в таком переходном режиме, отчетливо наблюдаемом в эксперименте при малых плотностях смеси $\phi \leq 0,1$, представляет значительный интерес в связи с тем, что в этом режиме можно измерить многочисленные характеристики мюонного ката-

ВЫП. 8]

лиза, например сечения упругого рассеяния мю-атомов и скорость спинфлипа.

Существование переходного режима наглядно иллюстрируется рис. 10 и 11. На рис. 10 изображен временной спектр первых зарегистрированных нейтронов от реакции синтеза в dt_{μ} -молекуле в жидкой дейтерий-тритиевой смеси ($\varphi \sim 1,2$) при T=23 К, $C_t = 0,36$, взятый из эксперимента [62, 88]. Из этого спектра видно, что временное распределение нейтронов описывается одной экспонентой с показателем $\lambda = \lambda_0 + W\lambda_c$ на всем экспериментально наблюдаемом интервале времени, т. е. осуществляется квазистационарный режим. На рис. 11 изображен временной





Рис. 10. Временной спектр первых зарегистрированных нейтронов из реакции синтеза в dtµ-молекуле в жидкой дейтерий-тритиевой смеси [25, 62, 88]



спектр нейтронов, в газообразной дейтерий-тритиевой смеси при T==300 K, C_t = 0,9 и φ =0,01 [62, 88]. Ясно видны две временные области ($0 \le t \le 1$ мкс и $t \ge 1$ мкс), в которых временное распределение нейтронов описывается двумя различными экспонентами, соответствующими переходному и квазистационарному режимам. На этом же рисунке кривыми 1 и 2 изображены результаты решения кинетических уравнений по методу Монте-Карло [56]. Для всех параметров взяты теоретические значения. Кривая 1 соответствует теоретическим сечениям упругого рассеяния. Уменьшение этих сечений в два раза (кривая 2) существенно изменяет спектр dN/dt. Разумеется, по этим кривым нельзя еще судить о величине сечений рассеяния, так как задача является многопараметрической и требует дальнейшего изучения.

Увеличение времени термализации $\tau_{\rm T}$ при малых φ существенно изменяет и основную величину, относящуюся к квазистационарному режиму— скорость цикла λ_c (см. рис. 17 из обзора С. С. Герштейна и др. в этом номере «УФН»), которая в экспериментах определяется из наклона медленной экспоненты в dN_n/dt . Это видно из двухгруппового приближения, когда $t\mu$ -атомы разделены на две группы — «быстрые» и «медленные»:

$$\lambda_{\rm c}^{-1} = \frac{qC_{\rm d}}{\lambda_{\rm dt}} + \frac{1}{\lambda_{\rm M}} \left(1 - \frac{\lambda_{\rm G} \left(N_{\rm G}^0 + qC_{\rm d}N_{\rm M}^0\right)}{\tau^{-1} + \lambda_{\rm G}} \right),$$

где $\lambda_{\rm M}$, λ_6 — скорости образования мю-молекул dtµ из медленных и быстрых tµ-атомов, $N_{\rm M}^0$, $N_6^0 = 1 - N_{\rm M}^0$ — начальные доли этих атомов сразу после процессов каскада. Согласно [21, 22] N_6^0 возрастает при уменьшении φ ; *q* также увеличивается (см. рис. 1).

Из приведенного в данном разделе анализа следует, что при $\varphi \leq 0,1$ процесс термализации мю-атомов следует учитывать при всех *t*, а значит, и при расчете интегрального выхода продуктов синтеза.

2. Эффективный коэффициент прилипания мюонов к продуктам ядерной реакции синтеза.

2.1. Вероятность прилипания мюона к продуктам реакции синтеза в мю-молекуле. Эффективный коэффициент ω_s (вероятность) прилипания мюонов к α -частицам в реакции ($E_t = 17,6 \text{ МэВ}$)

$$(\mathrm{dt}\,\mu)_{Jv} \xrightarrow{\omega_{\mathrm{s}}} \xrightarrow{\mu + n} + E_{\mathrm{f}}, \qquad (2.1)$$

определяющий верхнюю границу для числа циклов ($x_c \leq 1/\omega_B$), равен [89,90]

$$\omega_{\rm s} = \omega_{\rm s}^{\rm o} \, (1 - R_{\rm o}). \tag{2.2}$$

В (2.2) ω_s^0 — начальная вероятность захвата мюонов во все ридберговские связанные состояния (*n*, *l*, *m*) иона $\alpha\mu$, R_0 — вероятность стряхивания мюонов из тормозящихся в веществе $\alpha\mu$ -ионов в процессах соударения с ядрами b = d, t, p:

$$(\alpha\mu)_{nlm} + b \xrightarrow{\sigma_{\mu}} \alpha + b + \mu,$$
 (2.3)

$$p \sigma_n \longrightarrow \alpha + (b\mu)_{n'l'm'},$$
 (2.4)

где $\sigma_{\mathbf{n}}$, $\sigma_{\mathbf{n}} = \sigma_{\mathbf{n}} + \sigma_{\mathbf{n}}$ — сечения ионизации, перезарядки и разрушения $\alpha \mu$ -иона в состоянии с v = (n, l, m).

Расчет ω_s^0 [91] аналогичен известной задаче об ионизации атома при внезапном ударе по ядру [11]:

$$\omega_{\rm s}^{\rm o} = \sum_{\rm v} \omega_{\rm v}, \tag{2.5}$$

где суммирование распространяется только на связанные состояния, ω_v — вероятность захвата мюона в *v*-е состояние $\alpha\mu$ -иона:

$$\omega_{\nu} = (2J+1)^{-1} \sum_{M_J} |C_{\nu}|^2, \qquad (2.6)$$

$$C_{\nu} = \langle \nu | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_{0}} | i \rangle = \int \Psi_{\nu}^{*}(\mathbf{r}_{0}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} \Phi_{i}(\mathbf{r}_{0}) d^{3}r_{0}, \qquad (2.7)$$

$$q = \frac{Km_{\mu}}{m} = m_{\mu} \{2E_{f}M_{n} [m_{\alpha\mu}(m_{\alpha\mu} + M_{n})]^{-1}\}^{1/2},$$

$$\Phi_{i}(\mathbf{r}_{0}) = N\Psi_{vJM_{J}}(\mathbf{r}_{0}, 0), \quad N^{-2} = \int |\Psi_{vJM_{J}}(\mathbf{r}_{0}, 0)|^{2} d^{3}r_{0}.$$
(2.8)

Расчет ω_s^0 по формулам (2.5)—(2.8) дает [91]

для J = 0, v = 1 $\omega_s^0 = 0,00848,$ (2.9)

для
$$J = 0$$
, $v = 0$ $\omega_s^0 = 0,00845$.

Для состояния с J=0, v=1 в таблице приведены величины ω_v при различных квантовых числах v. Вероятность захвата на уровень с n=5равна 0,000242. Для состояния с J=v=0 величины ω_v отличаются от (2.9) незначительно.

v	15	2s	2p	3s	3р	3d	4s	4p
ω _ν , 10 ⁻²	0,6526	0,0937	0,0239	0,0285	0,0086	0,0003	0,0122	0,0038

Согласно [89] в приближении Борна— Оппенгеймера (адиабатическое приближение $M_0/m_{\mu} = \infty$) $\omega_s^0 = 0,01164$, т. е. неадиабатические эффекты снижают ω_s на 27%. Результат (2.9) совпадает с расчетом ω_s^0 [92] по методу Монте-Карло.

При сближении ядер в мю-молекуле dt_{μ} в состояниях с $J \neq 0$ момент всей молекулы передается мюону, который оказывается в состоянии с моментом J в поле объединенного ядра. Вероятность ω_s° для таких состояний чрезвычайно мала. Так, для J=1 в dtµ $\omega_s^0 (J=1)/\omega_s^0 (J=0) \sim \omega_{2p}$ $(J=0)/\omega_{1s}$ (J=0)=0,037. Отсюда и из (2.9) получаем оценку $\omega_s^0(J=1)$ ~ ~ 3·10⁻⁴. Казалось бы, если «отключить» механизмы девозбуждения мю-молекулы, понижая плотность до $\phi \leqslant 10^{-4}$, то реакции синтеза будут происходить в состоянии (1, 1), где $\omega_s^0 \approx 0$, что сулит увеличение X_c . Эти надежды не оправданы по нескольким причинам. Во-первых, малы скорость образования мю-молекул при низкой плотности φ , а также скорость реакции синтеза $\lambda_p(L=0)$ состояниях с J=1, которая идет из S-волны. Вклад от f-волны увеличивает λ_t : $\lambda_t(J=1) = \lambda_t(L=0) + \lambda_t(L=1)$. В состоянии с J=1, L=1 при слиянии ядер мюон оказывается главным образом в ls-состоянии объединенного атома, в котором существенно возрастает ω_s . Таким образом, скорость λ_t может возрасти по сравнению с прежней оценкой, но одновременно увеличивается и ω_s^0 до величины (2.9).

Для ddµ в состояниях с J=v=1 и J=1, v=0для начального коэффициента прилипания в канале с образованием ³Не получено значение [93]

 $\omega_d^0 = 0,133.$ (2.10)

Эффективная вероятность прилипания равна $\beta \omega_{d}^{0}$, поскольку в канале с образованием тритона $\omega_{d}^{0} \approx 0$, что объясняется меньшим зарядом частиц в этом канале и их большей скоростью.

2.2. Вероятность стряхивания мюона в процессе торможениямю-ионов μ^{3} Не и μ^{4} Не в холодном водороде. Зависимости сечений процессов разрушения и ионизации (2.3), (2.4) из основного 1s-состояния $\alpha\mu$ -ионов и эффективного торможения κ $\alpha\mu$ -ионов в молекулярной смеси $D_{2}+T_{2}$ от энергии $E \alpha\mu$ -ионов приведены на рис. 12. Для κ использовано обобщение экспериментальных данных по торможению протонов в водороде [94, 95]. Сечения ионизации и разрушения вычислялись по формулам

$$\sigma_{\mu}(v) = \widetilde{\sigma}_{\mu}(v) \left(\frac{m_{\rm e}}{m_{\mu}}\right)^2, \quad \sigma_{\rm p}(v) = \widetilde{\sigma}_{\rm p}(v) \left(\frac{m_{\rm e}}{m_{\mu}}\right)^2, \quad (2.11)$$

где о — сечения аналогичных электронных процессов, хорошо известные

из экспериментов [96—98] по разрушению ионов гелия протонами. Сечения перезарядки и различных неупругих процессов в возбужденных состояниях (n, l, m) вычислялись по формулам из [99]. При торможении $\alpha\mu$ -ионов происходит также их девозбуждение в результате радиационных и оже-процесов.





Для расчета вероятности стряхивания мюонов R_{0} необходимо решить систему уравнений для населенностей N_{ν} связанных уровней мюиона $\alpha \mu$ и континуума N_{κ} с учетом всех возможных переходов мюона:

$$\frac{dN_{\nu}}{dt} = -\left(\lambda_{\nu \kappa} + \sum_{\nu'} \lambda_{\nu \nu'}\right) N_{\nu} + \sum_{\nu'} \lambda_{\nu' \nu} N_{\nu'},$$

$$\frac{dN_{\kappa}}{dt} = \sum_{\nu} \lambda_{\nu \kappa} N_{\nu},$$

$$\frac{dE}{dt} = -N\nu\kappa, R_{0} = N_{\kappa} (\nu = 0);$$
(2.12)

здесь $\lambda_{vv'}$ — скорости соответствующих процессов $v \rightarrow v'$, $v = (2E/m_{\alpha\mu})^{1/2}$. Начальные условия имеют вид $N_{\kappa}(0) = 0$, $N_{\nu}(0) = B\omega_{\nu}$, $E(0) = E_0$,

$$B = \left(\sum_{\nu} \omega_{\nu}\right)^{-1}$$

— нормировочный коэффициент, E_0 — начальная энергия мю-иона. В частности, для реакции d+t и d+d E_0 = 3,5 и 0,8 МэВ соответственно.

Вероятности стряхивания R_0 в различных приближениях, принимаемых в (2.12), вычислялись в [89—91, 95, 100—102]. Для dtµ наиболее совершенный расчет [95] дает $R_0 = 0.35$ при $\varphi = 1$. Стряхивание мюонов происходит главным образом из ls-состояния, населенность которого велика. Весьма существенны также процессы ступенчатой ионизации $(\alpha \mu)_{1s} \rightarrow (\alpha \mu)_n \rightarrow \alpha + \mu$ [100, 102], из-за которых ω_s медленно уменьшается с ростом φ . Пренебрегая этим процессом, т. е. учитывая только ls-состояние $\alpha \mu$ -иона, из (2.12) получаем [89]

$$R_0 = 1 - e^{-P}, \quad P = \int_0^{E_0} \delta(E) \, dE, \quad \delta(E) = \frac{\sigma_p(E)}{\kappa(E)}.$$
 (2.13)

В этом приближении $R_0 = 0,27$ [95].

Теоретические [95, 102] и экспериментальные [25, 26, 62, 103] значения ω_s приведены на рис. 13. Расхождение между экспериментами объясняется приближением $q_{1s} = 1$, принятым в [26] при обработке данных по формуле типа (1.35) — (1.36).

Для мю-молекулы $dd\mu$ [89, 93, 100] $R_0 \approx 0,09$ при $\varphi = 1$, поэтому из (2.2) и (2.10) находим $\omega_d = 0,12$ ($\varphi = 1$). Экспериментальное значение

[104] $\omega_d = 0,124 \pm 0,004$ ($\varphi = 0,1$), пересчитанное по формулам из [100] к $\varphi = 1$, равно $\omega_d = 0,118 \pm 0,004$ ($\varphi = 1$).

Сечения σ электронных процессов измерялись по методу скрещенных пучков с незначительной погрешностью. Имеющееся расхождение в ω_s между теорией [95] и экспериментом [25, 103] (см. рис. 13) не удается устранить путем изменения сечений σ в пределах ошибок эксперимента (изменение сечений других процессов в пределах ошибок теории еще меньше влияет на ω_s). Основная причина расхождения заключается



Рис. 13. Зависимость коэффициентов прилипания мюонов в реакции $dt\mu \rightarrow \mu^4$ Не+ +п от плотности DT-смеси. Эксперименты: [26] — $I(\bullet)$ [62] — 2. Теория: [102] — 3, [95] — 4 линия



Рис. 14. Сечение разрушения ионов αμ в 1s-состоянии в зависимости от скорости столкновения с ядрами дейтерия. Кривая 1— формула (2.11), 2— пробное сечение, принятое при расчете ω_s

в неточности самих формул (2.11). Они опираются на описание движения ядер в реакциях (2.3), (2.4) классическими и при том прямолинейными траекториями. Это приближение верно для электронных процессов, но оно несправедливо для интересующих нас реакций в случае малых скоростей столкновения $v \le v_{max} \approx 1.6$ а. е., где $\tilde{\sigma}_p(v_{max}) = \max$ [6]. Хотя при таких скоростях движение ядер остается квазиклассическим, оно в значительной степени зависит от состояния квантовой подсистемы мюона [105].

Проследим за зависимостью от массы *m* легкой частицы (мюона) сечения σ_p . Наиболее общая формула имеет вид $\sigma_p = (\hbar^2/me^2)^2 F(m/M, \hbar v/e^2)$, где $M^{-1} = M_a^{-1} + M_b^{-1}$ или в атомных единицах $\sigma_p = m^{-2}F(m/M, v)$. Для электронного процесса $\tilde{\sigma}_p \approx m_e^{-2}F(0, v)$. Для мюонного при большой скорости столкновения $\sigma_p \approx m_{\mu}^{-2}F(0, v)$, т. е. справедлива формула (2.11). Однако при малой скорости $v \sim (m_{\mu}/M)^{1/2}$, т. е. $Mv^2 \sim m_{\mu}$, аргументом m/M в функции F нельзя пренебрегать, поэтому формула (2.11) нарушается. Какие-то более определенные теоретические утверждения о σ_p при малых энергиях без численного расчета сделать трудно.

Из экспериментов [25, 103] следует, что при малых скоростях столкновения сечение разрушения $\alpha\mu$ -иона больше (кривая 2 на рис. 14), чем определяемое по формуле (2.11) (кривая 1). Рассчитывая вероятность стряхивания R_0 с таким сечением, удается согласовать теорию с экспериментом. (Авторы благодарны В. А. Шакирову за ознакомление с ре-

[T. 160

зультатами такого расчета.) Для полного разъяснения этого вопроса необходимо провести расчет, видимо, по методу Фаддеева сечения перезарядки (2.4) из ls-состояния, дающей основной вклад в σ_p при $v \leq v_{max}$.

3. Мюонный катализ в плазме. В предыдущем разделе указано, что $\omega_s \approx 0,005$, поэтому в молекулярной DT-смеси число циклов не превышает ~ 150. Единственная реальная возможность уменьшения ω_s заключается в использовании кинетической энергии $\alpha\mu$ -ионов для увеличения вероятности стряхивания мюонов— R_0 , т. е. в выборе условий, при которых $R_0 \sim 1$. Такие условия существуют в плазме с $T \sim 100-200$ эВ [5], поскольку при такой температуре заметно уменьшается сила трения, действующая на тормозящиеся $\alpha\mu$ -ионы. Как следствие увеличивается число столкновений с ядрами (2.3), (2.4), в результате которых $\alpha\mu$ -ионы теряют мюоны. Это обстоятельство указывает на то, что многообразные мюонные процессы в плазме заслуживают более детального изучения, которое начато в [5—7, 106, 107].

3.1. Механизмы образования мю-атомов в плазме. Мю-молекулы образуются главным образом из мю-атомов в ls-состояниях. Действительно образование мю-молекул из возбужденных мю-атомов крайне маловероятно, так как мало время каскада. Кроме того, из-за больших размеров возбужденных мю-молекул скорости ядерных реакций в них пренебрежимо малы; велики скорости их разрушения в столкновениях с ядрами и электронами (см. раздел 3.2), переходы $(dt\mu)^* \rightarrow (dt\mu)_{J_D} + \gamma$ маловероятны по сравнению с диссоциативными $(dt\mu)^* \rightarrow t\mu + d + \gamma$ и $(dt\mu)^* \rightarrow d\mu + t + \gamma$.

Таким образом, нас интересует суммарная скорость $\lambda_{\text{мев}}$ процессов $\mu \rightarrow (t\mu)_{18}$, в результате которых образуется мю-атом в ls-состоянии. В этих процессах условно можно выделить три стадии: 1) образование связанного состояния $t + \mu + X \rightarrow (t\mu)_n + X'$, 2) диффузия по ридберговским уровням $(t\mu)_n + X \rightarrow (t\mu)_{n'} + X'$, 3) радиационные переходы на нижнихуровнях $(t\mu)_n \rightarrow (t\mu)_{18} + \gamma$; здесь X=e, t, p, d — третье тело. Время $\tau_{\text{мез}} = \lambda_{\text{мез}}^{-1}$ всего процесса определяется наиболее длительной стадией-диффузией по уровням с энергией связи мю-атома $|\varepsilon| \sim T$, которая происходит за время $\sim \tau$ (см. ниже).

Оценим скорость λ_{Me3}^X процесса образования мю-атомов с третьим телом вида X, исходя из известной модели Томпсона. При одном столкновении мю-атома с частицей X, несущей энергию ~T, энергия мю-атома $\varepsilon_{\mu} = p^2/(2m_a) - r_a^{-1}$ (здесь и далее $e = \hbar = m_e = 1$, $m_a^{-1} = m_{\mu}^{-1} + M_t^{-1}$, $\mathbf{p} = (M_t \mathbf{p}_{\mu} - m_{\mu} \mathbf{p}_t)/m_{t\mu}$ – импульс в с. ц. и. мю-атома) изменяется на величину $|\Delta \varepsilon_{\mu}| \sim \eta T$. Таким образом, для прохождения диффузионной области $|\varepsilon_{\mu}| \sim T$ требуется ~ $1/\eta$ столкновений (в соответствующем уравнении Фоккера – Планка слагаемые, описывающие подвижность и диффузию, одного порядка). Для электронов $\eta = m_e/m_{\mu} \equiv \eta_e$, для столкновений с ядрами $\eta = m_{\mu}/m_n \sim m_{\mu}/M_t \equiv \eta_n$. Мюоны с кинетической энергией $\varepsilon_{\mu} \leq \eta T$, оказавшиеся от ядер на расстояниях $r_a < r_{\kappa p} \sim 1/\eta T$, после столкновения с частицей X с вероятностью порядка единицы оказываются в связанном состоянии, образуя с ядром (для определенности тритоном) возбужденный мю-атом с энергией связи $|\varepsilon_{\mu}| \sim \eta T$. Концентрация таких мюонов $N'_{\mu} \sim W N_{\mu}$, где $W = W_4 W_2 \sim N_t T^3 \sim N_1 T^{-3}$, $W_1 \sim r_{\kappa p}^3 N_t$ — вероятность мюону оказаться в области $r_a < r_{\kappa p}$, $W_2 \sim \eta^3$ -доля мюонов с энергией $\sim \eta T$, N_t , N_{μ} – числа тритонов и мюонов в 1 см³.

Отметим два интересных обстоятельства: 1) возбужденные мю-атомы образуются из медленных мюонов ($\varepsilon_{\mu}/T \sim \eta \ll 1$); 2) детали этого процесса несущественны, так как параметр η выпадает из W. Плотность мю-атомов в ls-состояниях увеличивается по закону $dN_{t\mu}/dt \sim N_{\mu}'/\tau = \lambda_{Me3}N_{\mu}$. Отсюда и из оценки $\tau \sim 1/(\eta_X V_{X\mu}\sigma_{X\mu}) \sim T^{3/2}\mu_{X\mu}//(\eta N_1)$ (здесь $V_{X\mu} \sim (T/\mu_{X\mu})^{1/2}$ — относительная скорость X и μ , $\mu_{x\mu}$ — их приведенная масса, $\sigma_{X\mu} \sim 1/T^2$ —сечение рассеяния X на μ) для искомой скорости образования мю-атомов получаем оценку $\lambda_{Me3}^X \sim \eta N_1^2 (\mu_{X\mu})^{-1/2} T^{-9/2}$. В частности, для электронного механизма (X=e)

$$\lambda_{\rm Me3}^{3\pi} \sim N_{\rm i}^2 m_{\mu}^{-1} T^{-9/2}. \tag{3.1}$$

Из (3.1) следует, что отношение скоростей электронного и ядерного (X = d, t, p) механизмов порядка $\lambda_{Me3}^{3,n}/\lambda_{Me3}^{8,d} \sim (m_e/m_{\mu})^{1/2} (M_t/m_{\mu}) \sim 1$,однако фактически $\lambda_{Me3}^{3,n} \gg \lambda_{Me3}^{8,d}$. Действительно, приведенные выше оценки соответствуют приближению классических траекторий, что не выполняется для мюонов, совершающих квантовые переходы под действием медленно движущихся ядер. Параметр Месси для таких переходов велик $\zeta \sim \Delta \varepsilon_{\mu} r_{\mu}/v_{ng} \sim (M_t/m_{\mu})^{1/2} \gg 1$, где $\Delta \varepsilon \approx m_{\mu}/n^3$ – разность соседних уровней энергии, $m_{\mu}/n^2 \sim T$, т. е. $n \sim (m_{\mu}/T)^{1/2}$; $r_{\mu} \sim a_{\mu}n^2 = n^2/m_{\mu}$ — размер орбиты мюона, $V_{RR} \sim (T/M_t)^{1/2}$ —скорость ядер. Таким образом, переходы мюонов адиабатически маловероятны, т. е. столкновения с ядрами практически не приводят к диффузии мю-атомов по уровням (в действительности такие переходы, оставаясь маловероятными, все же происходят вблизи пересечений мюонных термов [21, 22]).

На основании приведенных оценок заключаем, что в плазме мю-атомы образуются главным образом по электронному механизму (X=e). Теория многоквантовой электрон-ионной рекомбинации, применимая в нашем случае, позволяет получить строгое выражение для $\lambda_{\text{мез}} \approx \lambda_{\text{мез}}^{3\pi}$. Согласно этой теории [108—110]

$$\lambda_{\text{Me3}} = \lambda_{\text{d}\mu} + \lambda_{\text{f}\mu} = \alpha N, \ \alpha = \left(\frac{\pi}{T}\right)^{3/2} (2J)^{-1}, \ J = \int_{0}^{\infty} \varepsilon^{5/2} e^{-\varepsilon/T} \left(B\left(\varepsilon\right)\right)^{-1} \, \mathrm{d}\varepsilon, \ (3.2)$$

где $\varepsilon = |\varepsilon_{\mu}|$, $B(\varepsilon) = \langle (\Delta \varepsilon_{\mu})^2/2\delta t \rangle$, $1/\delta t$ — частота столкновений, усреднение проводится по всем возможным столкновениям (см. далее). Плотность и температура плазмы в рассматриваемом случае высоки, поэтому $T_e \approx \pi_1 \equiv T$ (равновесие), $N_e \approx N_1 \equiv N$ (квазинейтральность, полная ионизация). Предположим (в ходе расчета это подтвердится), что основной вклад в $B(\varepsilon)$ дают столкновения электронов с мю-атомом с большими прицельнымипараметрами $\eta \gg r_{\mu} \sim 1/|\varepsilon_{\mu}|$. Поскольку скорость мюона в мю-атоме мала ($v_{\mu} \ll v_e$), то при столкновении с электроном мюон можно считать неподвижным. Следовательно $\Delta \varepsilon_{\mu} \approx [(\mathbf{p} + \Delta \mathbf{p})^2 - p_{\mu}^2]/2m_{\mu}$, $\Delta \mathbf{p} = \int F dt = 2\mathbf{p}/v_e \rho^2$, \mathbf{F} — сила кулоновского отталкивания между электроном и мюоном. Отсюда $B(\varepsilon) = (1/2)N_e v_e \int d^2 \rho (\Delta \varepsilon_{\mu})^2 = (8/3) (2\pi/T)^{4/2}$ (ε/m_{μ}) $\Lambda_D(\varepsilon)N$, где $\Lambda_D(\varepsilon)\ln(\rho_{max}/\rho_{min}) \approx \ln(r_D/r_{\mu}) = \ln(r_D\varepsilon)$, $r_D = (T/8\pi N)^{1/2}$ — дебаевский радиус. Окончательно получаем [5] (ср. с. (3.1))

$$\lambda_{\rm Me3} = \frac{16 \sqrt{2} \pi^{3/2} N^2}{9 m_{\rm u} T^{9/2}} \Lambda_{\rm D} (T) \, \text{a. e.} = 2 \cdot 10^9 \varphi^2 \widetilde{T}^{-9/2} \, \text{c}^{-1};$$
(3.3)

здесь и далее используется приведенная температура $\tilde{T} = T$ (эВ)/100. Выражения (3.2) получаются в результате решения уравнения Фоккера — Планка [110]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial \varepsilon_{\mu}} = 0, \quad S = -Bf_0 \frac{\partial}{\partial \varepsilon_{\mu}} \left(\frac{f}{f_0} \right),$$

мюонный катализ

$$f_{0} = \frac{1}{2} e^{-\epsilon_{\mu}/T} \left(\frac{\pi}{T}\right)^{3/2} |\epsilon_{\mu}|^{-5/2}, \qquad (3.4)$$

из которых определяется функция распределения $f(\varepsilon_{\mu}, t)$ мю-атомов по энергиям связи $\varepsilon = |\varepsilon_{\mu}|, f(\varepsilon_{\mu}) d\varepsilon_{\mu}$ —вероятность обнаружения мю-атома в состоянии с энергией связи в интервале ($\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon$). Пусть при t=0 $f(\varepsilon_{\mu}, 0) = \delta(\varepsilon_{\mu} - \varepsilon_{0})$, т. е. мю-атом образовался в состоянии с энергией ε_{0} . Вероятность образования мю-атома (рекомбинации) равна очевидно,

$$W_{\text{per}} = -\int_{0}^{\infty} S(\varepsilon_{0} - 0, t) \, \mathrm{d}t.$$

Интегрируя (3.4) по t в пределах (0, $+\infty$) и решая полученное уравнение, находим

$$W_{\text{per}}(\varepsilon_0) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\varepsilon_0/T} x^{3/2} e^{-x} \mathrm{d}x.$$
(3.5)

Из (3.5) видно, что $W_{pek} \ll 1$ при $|\varepsilon_0| \ll T$ и $W_{pek} \sim 1$ при $|\varepsilon_0| \sim T$.

Отсюда, а также из выражения (3.2), в котором основной вклад в J дают $\varepsilon \sim T$, заключаем, что наиболее медленной, лимитирующей стадией рекомбинации является диффузия по уровням с $\varepsilon \sim T$, как и предполагалось ранее. По сравнению с электронным механизмом радиационная рекомбинация $\mu + t = t\mu + \gamma$ маловероятна, поэтому далее ее не рассматриваем (как и ядерный механизм).

3.2. Механизмы образования мю-молекул в плазме. В плазме мю-молекулы образуются в трехчастичных столкновениях [5]. В зависимости от вида третьей частицы, уносящей избыток энергии, возможны следующие механизмы образования:

электронный

$t \mu + d + e \rightarrow (dt \mu)_{Jv} + e',$	(3.6)
$t\mu$ +D+e \rightarrow ($dt\mu$)e+e',	(3.7)

$$t\mu + d + X \rightarrow dt\mu + X', \qquad (3.8)$$

$$t\mu + D + X^{+} \rightarrow (dt\mu)e + (X^{+})', \qquad (3.9)$$

ион-ионный

$$t\mu + d + X^{+} \rightarrow dt\mu + (X^{+})', \qquad (3.10)$$

нейтрал-нейтральный

$$t\mu + D + X \rightarrow (dt\mu)e + X'. \tag{3.11}$$

Кроме того, если имеются молекулы, то следует учесть механизм Весмана (см. раздел 1.3).

При повышении температуры становится существенным разрушение образовавшихся мю-молекул в реакциях, обратных реакциям (3.6) — (3.11). Наблюдаемая (эффективная) скорость образования равна

$$\lambda_{\rm dt\mu} = \lambda_{\rm obp} \omega_{\rm f'}, \tag{3.12}$$

где $\tilde{\lambda}_{obp}$ — скорость прямых реакций, $\omega_t = \tilde{\lambda}_t / (\tilde{\lambda}_t + \lambda_p)$ — вероятность ядерной реакции в образовавшейся мю-молекуле (ср. с разделом 1.3), λ_p — скорость обратных реакций (разрушения) $\tilde{\lambda}_t = \lambda_{\text{девоз6}} + \lambda_t$ — скорость опустошения верхнего уровня мю-молекулы (см. раздел 1.4). Выполняется принцип детального равновесия ($\hbar = 1$)

$$\frac{\lambda_{\text{odp}}}{\lambda_{\text{p}}} = (2J+1) N_{\text{d}} \cdot \left(\frac{2\pi}{\mu_{\text{a}}T}\right)^{3/2} e^{|\varepsilon_{J_{v}}|/T} \equiv K.$$
(3.13)

Из (3.12) и (3.13) заключаем, что

$$\widetilde{\lambda}_{dt\mu} \leqslant K \widetilde{\lambda}_{f},$$
 (3.14)

причем $\lambda_{dt\mu} \rightarrow K \tilde{\lambda}_{t}$ при $\lambda_{p} / \tilde{\lambda}_{t} \rightarrow \infty$. Ниже мы убедимся, что все перечисленные механизмы обеспечивают $\lambda_{p} / \tilde{\lambda}_{t} \ge 1$, поэтому в (3.14) можно поставить знак равенства.

Из-за малых размеров мю-молекулы в нижних состояниях (J, v) скорости λ_{o5p} для них малы $(\lambda_{o6p} \sim 1/|\epsilon_{Jv}|; \text{ см. ниже})$, поэтому мю-молекулы ddµ и dtµ в реакциях (3.6) —(3.11), как и по механизму Весмана, образуются главным образом в слабосвязанных состояниях J=v=1. Далее в формулах (3.13) поэтому положим J=v=1. Отсюда и из (3.13), (3.14) получаем $K \approx 4 \cdot 10^{-4} \varphi T^{-3/2} \exp(0.64/T)$.

$$\widetilde{\lambda}_{\text{dt}\mu} \sim 4 \cdot 10^8 \, \text{\phi} T^{-3/2} e^{0.64/T},$$
(3.15)

где T— в эВ. В частности, при $\varphi \sim 5$ (такова плотность вещества в каплях, сжатых давлением плазмы; см. раздел 4) из (3.15) следует, что

$$\lambda_{dt\mu} \ge 10^9$$
 при $T \le 2$ эВ. (3.16)

Таким образом, достаточно рассмотреть температуры $T \leq 2$ эВ — при больших температурах $\lambda_{dt\mu}$ невелика.

Рассчитаем λ_{odp} для электронного механизма. Проще всего определить λ_{odp} из (3.13), вычислив предварительно скорость λ_p обратной реакции $e + dt\mu \rightarrow e' + t\mu + d$.

Ниже убедимся, что основной вклад в λ_p дают $R \sim 1/\varkappa$, поэтомуприменимо приближение для ВФ мю-молекулы (1.19), (1.21), $\chi_b \approx 0$, т. е. мю-атом можно считать точечным. Начальная и конечная ВФ имеют вид

$$\Psi_{i} = \Psi_{\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r}) \Psi_{j}(\mathbf{R}), \quad \Psi_{j}(\mathbf{R}) = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/2} \hat{\mathbf{R}}_{j} \chi_{\mathbf{a}}(R) R^{-1},$$

$$\Psi_{\mathbf{f}} = e^{i\mathbf{p}\mathbf{R}} \Psi_{\mathbf{k}'}^{(-)}(\mathbf{r}), \qquad (3.17)$$

где **R** —координаты tµ-атома, отсчитанные от дейтона, **r** — координаты электрона, отсчитанные от ц. м. dtµ, $\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{R}/R$, j = x, y, z, $\Psi^{(\pm)}$ — кулоновские функции электрона в поле заряда Z = +1 точечной мю-молекулы [11], **K**, **K**' —импульсы электрона в начальном и конечном состояниях, **p** — относительный импульс tµ и d. Оператор перехода определен в (1.9), причем $\mathbf{d} \approx -\beta \mathbf{R}$ ($\mathbf{r}_0 \approx \mathbf{R}/2$), $\vec{\mathscr{E}} = \mathbf{r}/r^3$, $\beta = M_{t\mu}/(M_{t\mu} + M_d)$, где мы воспользовались малостью размера мю-молекулы: $R/r \ll 1$.

По теории возмущений, справедливой вследствие R/r << 1, получаем

$$\lambda_{\rm p} = N_{\rm e} \frac{\beta^2 C_{\rm a}^2}{12\pi^3 \varkappa^2} \int x^{1/2} \frac{3x^2 + 2x + 3}{(x+1)^4} \left\langle K'\theta\left(\frac{K^2}{2} - \omega\right)Q \right\rangle dx, \qquad (3.18)$$

где $\varepsilon_{\rm p} = p^2/(2\mu_{\rm a}), \ x = \varepsilon_{\rm p}/|\varepsilon_{\rm ii}|, \ \omega = \varepsilon_{\rm p} + |\varepsilon_{\rm ii}| = |\varepsilon_{\rm ii}| (1+x), \ K' = (K^2 - 2\omega)^{1/2}, \ Q = \int |(\mathbf{r}/r^3)_{\mathbf{K'K}}|^2 d\Omega_{\mathbf{K'}}$. В (3.18) угловыми скобками обозначено усреднение по максвелловскому распределению электронов.

Величина Q, выражающаяся через гипергеометрическую функцию, в представляющем наибольший интерес случае $K \ll 1$ (напомним, что $T \ll 2$ эВ), $|\mathbf{K}' - \mathbf{K}| / \mathbf{K}^2 \gg 1$, имеет вид [111] $Q = 2^6 \pi^4 / \sqrt{3} \mathbf{K}' \mathbf{K}$.

Функция θ в (3.18) указывает на то, что после столкновения с мюмолекулой электрон остается в непрерывном спектре и движется с импульсом **К**'. Возможны, однако, переходы в квазиконтинуум ридбергов-

ВЫП.8]

ских состояний. С учетом этих переходов реакцию разрушения мю-молекул электронами записываем в виде

$$t\mu + d + e, \qquad (3.19)$$

$$dt \mu + e \longrightarrow t\mu + D^*. \tag{3.20}$$

Образование возбужденных атомов D* приближенно учитывается, если в выражении (3.18) опустить θ-функцию:

$$\lambda_{\rm p} \approx N_{\rm e} \, \frac{20\pi^2 \beta^2 C_{\rm a}^2}{3\,\sqrt{3}\,x^2} \left< \frac{1}{K} \right> = N_{\rm e} \, \frac{20\pi^2 \beta^2 C_{\rm a}^2}{3\,\sqrt{3}\,x^2} \left(\frac{2}{\pi T}\right)^{1/2}. \tag{3.21}$$

По поводу выбора Ψ_{f} в (3.17) необходимо сделать следующее замечание. Рассматриваемый процесс является нерезонансным, однако, как и в разделе 1.3, в качестве ВФ системы $t\mu + d$ достаточно взять плоскую волну. Дипольный переход из состояния J = 1 возможен только в S- и D-волну. При J = 0 и J = 2 мю-молекула $dt\mu$ не имеет слабосвязанных состояний, поэтому парциальные амплитуды рассеяния невелики: $f_{L=0} \sim f_{L=2} \sim a_{\mu}$. Это означает, что в области $R \sim 1/\varkappa \sim 20a_{\mu}$, дающей основной вклад в матричный элемент, можно для точной ВФ $\Psi_{P}^{(-)}(\mathbf{R})$, которую следовало бы использовать в действительности, взять асимптотику $\Psi_{P}^{(-)}(\mathbf{R}) \approx \exp(i\mathbf{p}\mathbf{R}) + f(\theta) \exp(i\mathbf{p}\mathbf{R})/R$ и при этом опустить малые слагаемые $f_{L=0}/R \sim f_{L=2}/R \ll 1$. Это и означает, что с самого начала можно взять плоскую волну ехр ($i\mathbf{p}\mathbf{R}$).

Скорости реакций (3.6) и (3.7) приблизительно одинаковы, поэтому суммарная скорость этих реакций, т. е. электронного механизма, согласно (3.13) и (3.21) равна

$$\lambda_{\rm obp} = \alpha_{\rm R} \varphi^2 C_{\rm d} \lambda_{\rm obp}^{(0)},$$

$$\lambda_{\rm obp}^{(0)} = N_0^2 \frac{80\pi^3 \beta^2 C_{\rm a}^2}{\sqrt{3} \,\mu^{3/2} \varkappa^2 T^2} \, e^{|\varepsilon_{\rm tr}|/T} {\rm a.} \, {\rm e.} \approx 2 \cdot 10^{10} e^{0.64/T} \, \frac{1}{T^2} \, {\rm c}^{-1}, \qquad (3.22)$$

где α_{π} — степень ионизации, $N_e = N_1 = \alpha_{\pi}N$, $N = \varphi N_0$ — плотность ядер. В последней формуле в (3.22) T — в эВ. Дейтерий в реакциях (3.6) и (3.7) может быть атомом, ионом, входить в состав молекулярного иона или молекулы. Скорости электронных механизмов во всех этих случаях различаются незначительно — точности нашего расчета вполне достаточно для анализа кинетики мюонного катализа (см. раздел 4).

Из-за малой степени ионизации вещества капель (см. далее) наиболее существенным трехчастичным механизмом является нейтрал-нейтральный (3.11), который будем теперь рассматривать. Обратная реакция происходит по схеме

$$(dt \mu) e + X \longrightarrow t\mu + D + X', \qquad (3.23)$$

 $t \to t \mu + (DX)^*$, (3.24) где (DX)*—молекула DX в возбужденном вращательно-колебательном состоянии (ср. с (3.19) и (3.20)). Оператор перехода определяется формулой (1.9) (ср. с разделом 1.3), в которой согласно теореме Гельмана— Фейнмана [112, 113] $\mathcal{F} = \nabla_r U(r) = \hat{\mathbf{r}} dU(r)/dr$, где теперь r — расстояние между X и ц. м. $dt\mu$, $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/r$, U(r) —потенциальная энергия взаимодействия атомов (молекулярный терм), которая с точностью до несущественных изотопических эффектов совпадает с термом молекулы H₂.

Энергия U(r) зависит от суммарного спина электронов S, при S = 1 атомы отталкиваются (рис. 15). Реакции (3.23), (3.24) при этом адиабатически маловероятны, так как велик параметр Месси $\zeta = |\varepsilon_{11}| r_2/\hbar v;$ здесь r_2 — минимальное расстояние, на которое сближаются атомы (точка остановки), v — скорость столкновения. Аналогично маловероятны процессы ион+ион (3.10), нейтрал+молекула и молекула + молекула, которые по этой причине не рассматриваем. Исключение составляют случаи, в которых эти молекулы находятся в возбужденных колебательных состояниях, когда атомы могут сближаться на малые расстояния. Мы не будем далее рассматривать сложные реакции с участием возбужденных молекул, но следует помнить, что при $T \sim 1$ эВ, когда таких молекул много, эти реакции дают в $\lambda_{обр}$ вклад, сравнимый с вкладом от механизма нейтрал+нейтрал.





При S = 0 расстояние остановки мало ($r_1 \approx r_0 \approx 0,7$ а. е.), а скорость, которую приобретают ядра, велика ($\sim v_0 = (2U_0/M)^{1/2}, M^{-1} = M_{dt\mu}^{-1} + m_X^{-1}$), поэтому мю-молекула разрушается со значительной вероятностью. При $\mathcal{F} \leq \mathbb{B}$ справедлива оценка

$$\lambda_{\rm p}(T) \sim \eta N_x \left\langle v \sigma_{\rm 3axB}(v) W_{\rm p}(v) \right\rangle, \tag{3.25}$$

где проводится усреднение по v. Множитель $\eta = 1/4$ — вероятность движения по притягивающему терму, соответствующему S = 0. В формуле

(3.25) σ_{3axb} сечение захвата атомов X на траектории, приближающиеся к (dtµ)е, $W_p(v)$ —вероятность разрушения мю-молекулы при лобовом столкновении, т. е. при нулевом прицельном параметре и орбитальном моменте. В случае вандерваальсова взаимодействия $U(r) = -c/r^6$ ($r \ge 3$), c=6,5,

$$\sigma_{\rm sake}(E) \approx \pi \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3} \left(\frac{3c}{E}\right)^{1/3}, \quad E = \frac{1}{2} M v^2.$$
 (3.26)

Выполняется условие $|\varepsilon_{11}| \ll E + U_0$, поэтому для движения ядер справедливо приближение классической траектории r = r(t), в рамках которого и по теории возмущений (применима, так как $R/r \sim 0.15 \ll 1$) вероятность разрушения мю-молекулы определяется выражением

$$W_{p}(E) = \frac{1}{3} \int d^{2}(\varepsilon_{p}) |F(\omega)|^{2} \frac{d^{3}p}{(2\pi)^{3}} = \frac{\beta^{2}C_{a}^{2}}{\pi \varkappa^{2}} \int_{0}^{\infty} x^{1/2} \frac{3x^{2} + 2x + 3}{(x+1)^{4}} |F(\omega)|^{2} dx, \quad (3.27)$$

где d(e_p) — дипольный момент перехода в µ-молекуле,

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) e^{-i\omega t} dt, F(t) = -\frac{dU(t)}{dr}, r = r(t).$$

Аппроксимируем U(r) потенциалом Морса $U(r) = U_0(e^{-2\alpha x} - 2e^{-\alpha x})$, где $x = r - \rho_0$, $\rho_0 = 1,4$, $U_0 = 4,5$ эВ = 0,17, $\alpha = 1,1$ (здесь и далее обозначение

мюонный катализ

ВЫП. 8]

а. е. опускаем). Ядра движутся по закону

$$t = \frac{1}{\alpha V} \ln \frac{1+\tau}{1-\tau}, \quad \tau = \left(\frac{e^{\alpha x} - z_{-}}{e^{\alpha x} + z_{+}}\right)^{1/2}, \quad z_{\pm} = (y^{2} + y)^{1/2} \pm y, \quad \forall y = \frac{U_{0}}{E}.$$

Отсюда получаем

$$F(\omega) = \frac{2\pi M\omega}{\alpha} \frac{\operatorname{ch}(2\xi\Psi)}{\operatorname{sh}(\pi\xi)}, \qquad (3.28)$$
$$\Psi = \operatorname{arctg}\left[y^{1/2} + (1+y)^{1/2}\right], \quad \xi = \frac{\omega}{\alpha v}.$$

Рассмотрим важный предельный случай формулы (3.28):

$$F(\omega) \approx \frac{\pi M \omega}{\alpha \sinh (\pi \xi/2)}, \quad y \ll 1.$$
 (3.29)

Выражение (3.29) совпадает с $F(\omega)$ для потенциала $U = U_0 \exp(-2\alpha x)$. Отсюда заключаем, что при $y \ll 1$ основной вклад в $F(\omega)$ дает область вблизи точки поворота $r = r_1$ (см. рис. 1.5). В этой области, однако, потенциал Морзе неприменим, поэтому аппроксимируем U(r) более точным выражением $U(r) = r^{-1} - r_0^{-1}$, которому соответствует

$$F(\omega) = P_0 E_0, \quad P_0 = \pi \omega \,(\widetilde{v})^{-2} \, H_{iv}^{(1)}(iv), \quad E_0 = e^{-2\pi v}, \quad (3.30)$$
$$v = \frac{\omega}{M\widetilde{v^3}}, \quad \widetilde{v^2} = v^2 + \frac{2}{r_0 M}.$$

В дальнейшем для экспоненциального множителя E_0 используем более точное выражение [5, 11]

$$E_{0} = \exp \operatorname{Im} \int (K(r) - K'(r)) dr \approx \exp(-\omega M^{1/2} \tau(E)), \qquad (3.31)$$

$$\underline{\tau}(E) = \int (2[(U(r) - E))^{-1/2} dr,$$

где U(r) —точная потенциальная энергия атомов. В формуле (3.31) использовано соотношение $\omega \sim |\varepsilon_{11}| \ll E + U_0$ и введены обозначения $K(r) = [2M(E-U)]^{1/2}$, $K'(r) = [2M(E'-U)]^{1/2}$, $E' = E - \omega$. Значения $\tau(E)$ приведены в [5]. В качестве U(r) использованы результаты расчетов [114, 115].

Итак, при $E \sim U_0$ вероятность разрушения мю-молекулы $W_p(E)$ определяется выражениями (3.27), (3.30) и (3.31), а при низких энергиях $E \leq U_0$ — выражениями (3.27) и (3.28). Значения $W_p(E)$ и $\lambda_p(E) =$ $= \eta N_0 v \sigma_{\text{захв}}(v) W_p(E)$ приведены на рис. 16 и 17. При $E \sim U_0$, произведена интерполяция. При $E \ge 0,5$ а. е. формула (3.27) приводит к бессмысленному результату $W_p \ge 1$, т. е. теория возмущений становится неприменимой. В этом случае в действительности $W_p \approx 1$.

Согласно (3.13) и (3.25) скорость образования мю-молекул по механизму нейтрал + нейтрал (3.11) определяется выражениями

$$\lambda_{\text{odp}} (T) = \alpha_{\mu}^{2} \varphi^{2} C_{d} \lambda_{\text{odp}}^{(0)}, \qquad (3.32)$$
$$\lambda_{\text{odp}}^{(0)} = 3N_{0} \left(\frac{2\pi}{\mu_{a}T}\right)^{3/2} e^{|\varepsilon_{n}|/T} \langle \lambda_{p} (E) \rangle,$$

где α_{π} — вероятность того, что атом не входит в состав молекулы (степень диссоциации), т. е. плотность атомов равна $\alpha_{\pi}N = \alpha_{\pi}N_{\oplus}\phi$. Интересной особенностью механизма (3.11) является то обстоятельство, что из-за резкого возрастания $W_{\rm p}(E)$ уже при $T \ge 1$ эВ основной вклад в $\lambda_{\rm p}(T)$, а значит, и в $\lambda_{\rm 05p}(T)$, дают столкновения с большой энергией $E \sim 10$ эВ. Аналогичным образом вычисляется скорость образования мю-молекул по механизму ион + нейтрал (3.8), (3.9), которая записывается в виде

$$\lambda_{\text{obp}}(T) = \alpha_{\text{H}} \left(1 - \alpha_{\text{H}} \right) \varphi^2 C_d \lambda_{\text{obp}}^{(0)}(T), \qquad (3.33)$$

$$\lambda_{\text{obp}}^{(0)}(T) = 6N_{0} \left(\frac{2\pi}{\mu_{a}T}\right)^{3/2} \langle \lambda_{p}(E) \rangle, \qquad (3.34)$$

где $\lambda_{p}(E) \sim \eta N_{0} v \sigma_{aaxb}(v) W_{p}(E)$, $\eta = 1/2$ —вероятность движения по притягивающему g-терму, $\sigma_{aaxb}(v) = 2\pi v^{-1} (\alpha/M)^{1/2}$ — сечение захвата поляризационными силами $U(r) = -\alpha/(2r^{4})$, $\alpha = 4,5$. В формулу (3.33) введен



дополнительный множитель 2, учитывающий возможность образования мю-молекул в двух реакциях (3.8) и (3.9). Значения $\tau(E)$, соответствующие H_2^+ -иону, приведены в [5]. Потенциальная энергия U(r) (1so-терм H_2^+ -иона) взята из [116]. Вероятность $W_p(E)$ и скорость разрушения мю-молекул $\lambda_p(E)$ приведены на рис. 16 и рис. 17.

Приведенные скорости $\lambda_{00}^{(0)}(T)$ для рассмотренных механизмов образования мю-молекул представлены на рис. 18.

На рис. 19 представлена наблюдаемая скорость процесса нейтрал+ + нейтрал при различных ф, вычисленная из (3.12), (3.13) и (3.32). Для степени диссоциации использовано известное выражение

$$\alpha_{\pi} = \left[1 + K_{\pi} (1 + \alpha_{\pi})\right]^{-1/2},$$

$$K_{\pi} = \pi^{3/2} \rho_0^2 N_0 \varphi \left(\frac{2T}{K}\right)^{1/2} e^{D/T},$$
(3.35)

где $D \approx 4,5$ эВ— энергия диссоциации, $\rho_0 = 14$ а. е., K=0,62 а. е.— «коэффициент жесткости» молекулы; при $\rho \approx \rho_0 U(\rho) \approx K(\rho - \rho_0)^2/2$. Слева и справа от максимума $\lambda_{dt\mu}$ на рис. 19 «включаются» механизмы Весмана (см. рис. 2 и рис. 3), ион-нейтральный и электронный. Отсюда заключаем, в частности, что при $\varphi \sim 5$ и $T \leq 2$ эВ $\lambda_{dt\mu} \geq 2 \cdot 10^9$, а при $T \sim 0,3$ эВ скорость максимальна $\lambda_{dt\mu} \sim 10^{10}$ [5—7]. В заключение данного раздела обсудим мю-катализ в дейтерии. В случае $dd\mu$ -молекул наиболее существенен механизм нейтрал + нейтрал, для которого $\lambda_p = 0.8 \cdot 10^9 \varphi \alpha_{\pi}^2$ [5],

$$\widetilde{\lambda}_{\rm dd\mu} \approx \frac{4.7 \cdot 10^5 \varphi^2 \alpha_{\rm fl}^2}{T^{3/2} (1 + 1.7 \varphi \alpha_{\rm fl}^2)} e^{1.97/T}, \tag{3.36}$$

где T— в эВ. Из (3.35) и (3.36) заключаем, что скорость $\lambda_{dd\mu}$ вравновесных условиях мала, что объясняется малостью скорости ядерной реакции в ней λ_t^{dd} . Для достижения $\lambda_{dd\mu} \sim 10^9$ необходимо создать неравновесные условия с высокой степенью диссоциации молекул. В частности, при $\varphi = 5$ и T = 0,4 эВ должно быть $\alpha_{\pi} \ge 0,1$ (в равновесии $\alpha_{\pi} \sim 2 \cdot 10^{-3}$). Отметим, однако, что даже если и окажется возможным создать такие условия, мю-катализ в дейтерии неперспективен из-за большой начальной вероятности прилипания в дейтерии (2.10).



Рис. 18. Приведенные скорости $\lambda_{oop}^{(0)}$ образования мю-молекул dtµ в тройных столкновениях. 1—3 соответственно скорости процессов: электронного (3.6), (3.7), нейтрал+нейтрал (3.11), и суммарная скорость реакций (3.8) и (3.9)



Рис. 19. Эффективная (наблюдаемая) скорость $\lambda_{dt\mu}$ образовання мю-молекул dtµ по механизму нейтрал+нейтрал (3.11). $\phi=0,2$ (1), 1 (2), 2 (3) и 5 (4). Штриховая кривая — механизм Весмана для $\phi=5$ (см. рис. 2)

3.3. Вероятность стряхивания мюонов из $\alpha\mu$ -ионов в плазме. При повышении температуры плазмы ее тормозная способность к падает [117, 118], поэтому согласно (2.13) вероятность стряхивания увеличивается. Для полностью ионизованной плазмы [118] (е= $\hbar = m_e = 1$)

$$\varkappa(E) = -4\pi\Lambda(v)\frac{\mathrm{d}\Psi(v)}{\mathrm{d}v}, \qquad (3.37)$$

$$\Psi(v) = \int \frac{f(\mathbf{v}_{\mathrm{e}})}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}_{\mathrm{e}}|} \,\mathrm{d}^{3}v_{\mathrm{e}},$$

где $f(\mathbf{v}_e)$ — функция распределения электронов по скоростям \mathbf{v}_e , $\int f(\mathbf{v}_e) d^3 \mathbf{v}_e = 1$, $\Lambda(v) = \ln (2r_0/e_0^{1/2})$, $e_0 = 2,718$... Выражение (3.37) проще всего получить, исходя из формулы Резерфорда, вычисляя в системе покоя $\alpha\mu$ -иона импульс, переданный ему в единицу времени электронами.

ВЫП. 8]

Учитывая изотропность $f(\mathbf{v}_{e})$, представим (3.37) в виде

$$\varkappa(E) = 16\pi^{2}\Lambda(v) v^{-2} \int_{0}^{v} v_{e}^{2} f(v_{e}) dv_{e} = 4\pi\Lambda(v) v^{-2} \mu\left(\frac{v}{(2T)^{1/2}}\right), \qquad (3.38)$$

где

$$\mu(x) = 4\pi^{-1/2} \int_{0}^{x} y^{2} e^{-y^{2}} \mathrm{d}y.$$

Из (3.38) заключаем, что вследствие специфики кулоновского взаимодействия, ненулевой вклад в \varkappa дают только электроны с $v_e < v$. Следовательно, при достаточно высокой температуре плазмы ($T \ge 100 \Rightarrow B$), когда тепловая скорость электронов велика ($v_{\text{те}} \ge v$), торможение $\alpha \mu$ -ионов заметно падает (рис. 20).





T. 160

Рис. 20. Зависимость эффективного торможения аµ-ионов от их скорости при различных температурах плазмы (указаны в эВ у кривых)



На рис. 21 приведены зависимости от энергии $\alpha\mu$ -иона величины $\delta(E)$ из выражения (2.13). Сечение σ_p соответствует кривой 2 на рис. 14. Видно, что при повышении температуры плазмы мюоны стряхиваются главным образом в конце тормозного пути. Поскольку при этом $\sigma_{\pi} \ll \sigma_{\pi}$, то с наибольшей вероятностью (~0,9) осуществляется перезарядка (2.4), т. е. мюон из $\alpha\mu$ -иона сразу переходит на ядра DT смеси, минуя стадию образования мезоатома и последующего его девозбуждения. Эта выводы остаются справедливыми и для кривой 1 (см. рис. 14).

Вероятность R_0 стряхивания мюонов в плазме, рассчитанная в [6] из уравнений (2.12) и (3.38) с сечением 2 (см. рис. 14), приведена на рис. 22 и 23. Отметим [6], что в плазме процесс ступенчатой ионизации $(\alpha\mu)_{1s} \rightarrow (\alpha\mu)^* \rightarrow \alpha + \mu$ оказывается более существенным, чем в молекулярной среде.

4. Мюонный катализ ядерных реакций синтеза в неоднородной DT-плазме.

4.1. Общая схема процессов. Эффективный коэффициент прилипания. Как видно из рис. 19, 22 и 23, в однородной плазме нельзя добиться заметного увеличения числа циклов X_c , поскольку не существует интервала температур, в котором одновременно малы ω_s и $1/\lambda_{dt,\mu}$.

Если горячая ($T \ge 100$ эВ) дейтериевая плазма содержит сравнительно холодные плотные капли из DT-смеси, в которых $T \le 2$ эВ, $\varphi \equiv$ $\equiv \varphi_{\rm M} \ge 1, C_{\rm t} \sim 0.1 - 0.3$, то в такой неоднородной плазме можно добиться увеличения $X_{\rm c}$ по сравнению с молекулярной DT смесью на порядок [5-7], т. е. до $X_{\rm c} \sim 1000 - 1500$ [7]. Здесь и далее $\varphi_{\rm M}$ – плотность вещества капель.

При диаметре d = 2R капель, меньшем или порядка длины торможения $\alpha\mu$ -ионов в молекулярной DT-смеси $1_{\alpha\mu}$ (см) ~ 0,03/ ϕ_{M} , ядерные реакции происходят в каплях, а $\alpha\mu$ -ионы тормозятся в плазме. Как показано было в предыдущем разделе, стряхивание мюонов в плазме происходит главным образом в конце тормозного пути при энергии $\alpha\mu$ ионов



Рис. 22. Температурная зависимость вероятности стряхивания мюонов в DT плазме при $\varphi = 1$ (сплошная кривая), штриховая — расчет с сечением 1 (см. рис. 14)



Рис. 23. Зависимость вероятности стряхивания мюонов от плотности DT-плазмы при различных ее температурах

 $\leq 0,5$ МэВ. При движении по молекулярному веществу капли $\alpha \mu$ ионы также теряют мюоны с вероятностью $R_{\rm M}$. Учитывая эти замечания, заключаем, что эффективный коэффициент прилипания в неоднородной плазме равен

$$\omega_{\rm s} \approx \omega_{\rm s}^{\rm M} (1 - R_{\rm o}), \tag{4.1}$$

где $\omega_s^M = \omega_s^0 (1 - R_M)$, R_0 — вероятность стряхивания при торможении в плазме. Согласно рис. 22 и 23

$$R_0 \approx 0.6, \ 0.7, \ 0.8, \ 0.87 \tag{4.2}$$

при температурах T=100, 150, 200, 250 эВ соответственно (принято $\varphi \sim ~0.05-0.1-$ см. ниже).

Учитывая, что $d \leq 1_{\alpha\mu}$ и что для молекулярного вещества $\delta(E) \approx \approx \text{const}$ [89], находим

$$\omega_{c}^{M} \sim 0,006$$
 при $\phi_{M} \sim 1,$ (4.3)

$$\omega_{\rm s}^{\rm M} \sim 0.004$$
] при $\phi_{\rm M} \sim 5$, (4.4)

Уменьшение ω_s^M с ростом ϕ_M объясняется процессами ступенчатой ионизации [100—102].

Вычисленный по формулам (4.1) — (4.4) эффективный коэффициент прилипания в плазме приведен на рис. 24. Из сравнения рис. 24 и рис. 13 видно, что эффективный коэффициент прилипания мюонов в неоднородной плазме на порядок ниже, чем в молекулярной DT-смеси. Для этого, как мы видели, существует несколько приблизительно равноправных причин: 1) эффект Беляева—Будкера (уменьшение \varkappa с ростом *T*); 2) большая величина сечения стряхивания мюонов при низких энергиях вследствие неадиабатических эффектов; 3) сжатие вещества капель до $\phi_{M} \sim 5$ под действием статического давления плазмы $p \sim 10^6$ атм (см. раздел 4.2); 4) значительная роль процессов ступенчатой ионизации $\alpha\mu$ ионов; 5) стряхивание мюонов в плазме происходит в конце тормозного пути αμ-ионов.

Таким образом, в неоднородной плазме предположительно можно достичь $X_c \sim 1/\omega_s \sim (1-2) \cdot 10^3$, что и показано в разделах 4.3 и 4.4.

Попав в каплю (механизмы достижения капель обсуждаются в разделах 4.3 и 4.4), мюон катализирует в ней за время

$$r_{\rm M} \approx (\omega_{\rm s}^{\rm M} \lambda_{\rm dt} \mu)^{-1} \sim (0, 2 - 1) \cdot 10^{-7} \, {\rm c}$$
(4.5)

порядка $1/\omega_s^M$ ядерных реакций. После этого мюон вылетает из капли и составе $\alpha \mu$ -иона, в плазме высвобождается из него со значительной вероятностью R_0 и вновь попадает в каплю.

4.2. Время жизни капель. Число циклов X_c , достигаемое в неоднородной плазме, существенно зависит от времени испарения капель $\tau_{\text{исп}}$ [5—7,106] (далее следуем работе [106]).



Рис. 24. Эффективный коэффициент прилипания мюонов к α -частицам (dt $\mu \rightarrow \mu^4$ He+n) в неоднородной плазме при различной плотности ϕ_M вещества капель (указана цифрами у кривых)

Рассмотрим сначала случай, когда тепловой поток $S_{\mathfrak{sn}}$, переносимый на каплю электронами, велик по сравнению с тепловым потоком $S_{\mathfrak{sn}}$, обусловленным тормозными фотонами: $S_{\mathfrak{sn}} \ll S_{\mathfrak{sn}}$. В интересующем нас случае плотной плазмы $T_{\mathfrak{sn}} \ll T_{\mathfrak{sm}} \ll R$, где $R \sim 3 \cdot 10^{-3}$ см — радиус капель (см. ниже), плазма квазинейтральна и применимо приближение одножидкостной гидродинамики (см., например, [119]). При достаточно низкой температуре плазмы ($T \ll 1$ кэВ — [106]) осуществляется квазистационарный режим испарения, при котором тепло, подводимое электронами, уносится испаряющимся из капли веществом:

$$\kappa(T)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\approx 2C_{\mathrm{p}}JNv,\tag{4.6}$$

$$4\pi r^2 N v = J = \text{const}; \tag{4.7}$$

здесь J — число ядер, уходящих в единицу времени с поверхности капли, v — средняя скорость вещества, r — расстояние до центра капли, N плотность ядер, из масса — M, $C_p = 5/2$, $\varkappa(T) = 2 \cdot 10^{25} \tilde{T}^{5/2}$ — электронная теплопроводность плазмы (здесь и далее — единицы СГС), $\tilde{T} = T$ (эВ)// /100.

Известно [119], что при степенной зависимости $\varkappa(T)$ внутрь капли распространяется тепловая волна (при $T \ge 1$ кэВ $\upsilon \sim C_s = (T/M)^{1/2}$, поэтому тепловая волна, по-видимому, переходит в ударную [106] и реализуется режим абляции), так что $T \approx 0$ при r < R(t), где R(t) — уменьшающийся из-за испарения радиус капли; $T = T(r, t) \neq 0$ при r > R(t); $T \rightarrow T_0$ при $r \rightarrow \infty$, где T_0 — температура плазмы вдали от капли:

$$4\pi R^2(t) N_{\rm M} \frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = -J, \qquad (4.8)$$

где *N*_м — концентрация ядер в капле.

В этой связи заметим, что здесь и далее будет рассматриваться наиболее интересный случай, когда капли занимают малую долю объема

МЮОННЫЙ КАТАЛИЗ

плазмы и мала доля вещества $\omega_{\rm M}$, находящегося в каплях: $\omega_{\rm M} \ll 1$. Выполнение этого условия необходимо для того, чтобы $\alpha \mu$ -ионы тормозились в плазме, а не в каплях. Точнее, при этом условии конец тормозного пути $\alpha \mu$ -иона, где главным образом стряхиваются мюоны в плазме (см. раздел 3.3), находится внутри плазмы, а не в капле. Считаем, что давление в каплеуравновешено (P_0 = const), поскольку в реальных условиях время нарастания давления в плазме (время влета капли в плазму или время создания плазмы в аэрозоле) велико по сравнению с характерным временем уравновешивания давления $\sim R/c_{\rm M}$, где $c_{\rm M}$ —скорость звука в капле.

Из (4.6) - (4.8) и граничного условия $T(\infty) = T_0$ получаем

$$\varkappa(T_{0}) - \varkappa(T) = \frac{5C_{p}J}{4\pi r}, \qquad (4.9)$$

$$J = \frac{4\pi R}{5C_{\rm p}} \varkappa \left(T_{\rm q}\right),\tag{4.10}$$

$$\tau_{\mu c \pi} = \frac{5C_{\rm p} N_{\rm m} R^2}{2\kappa} = \frac{25N_{\rm m} R^2}{4\kappa} , \qquad (4.11)$$

где $\varkappa \equiv \varkappa(T_{o}), R \equiv R_{o}$ — начальный радиус капли. Далее будем писать T вместо T_{o} .

В интересующем нас случае мю-катализа в плазме диаметр капли должен быть меньше длины торможения аµионов: $N_{\rm M}R \leq 7 \cdot 10^{20}$ см⁻². Давление в плазме велико ($P \sim 10^6$ атм), поэтому капли сжаты: $N_{\rm M} \sim 2 \cdot 10^{23}$ см⁻³, т. е. $\varphi_{\rm M} \sim 5$ (эту оценку нетрудно получить, исходя из закона взаимодействия молекул $U \approx U_0 \exp(-2\eta R)$, $U_0 = 250$ эВ, $\eta = 0.85$ а. е. [70]. Отсюда и из (4.11) получаем

$$R \sim 3 \cdot 10^{-3}, \quad \tau_{\rm HCH} \approx \frac{0.7 \cdot 10^{-6}}{\widetilde{T}^{5/2}},$$
 (4.12)

Физический смысл формулы (4.11) состоит в следующем. В единицу времени на каплю приходит тепло $Q_{\mathfrak{sn}} \sim 4\pi R^2 S_{\mathfrak{sn}}$, где $S_{\mathfrak{sn}} = \varkappa |\nabla T| \sim \varkappa T/R$. Испаряющееся вещество уносит в единицу времени энергию $Q_{\mathfrak{ucn}} \sim 2C_p TJ$. Из условия квазистационарного равновесия $Q_{\mathfrak{ucn}} \approx Q_{\mathfrak{sn}}$ получаем оценки (4.10) и (4.11). Отсюда очевидно, что с учетом тормозного излучения

$$\tau_{\rm HCII} \approx \frac{25N_{\rm M}R^2}{4\left(\varkappa + S_{\rm p}\frac{R}{T}\right)},\tag{4.13}$$

где $S_{\phi} \approx 10^{21} d_{\pi} \varphi^2 \tilde{T}^{1/2}$, d_{π} — характерный размер плазмы (диаметр пинча). Обсудим зависимости *N*, v и давления *P* от *r* [106]. При r = R N =

 $=N_{\rm M}, v=0, P=P_0$. При увеличении *r* плотность *N* быстро падает до плотности горячей плазмы. Скорость вещества *v* сначала увеличивается, потом согласно (4.7) начинает уменьшаться, стремясь к нулю при $r \rightarrow \infty$. Давление сначала немного уменьшается, а затем на размере $\sim R$ растет до давления окружающей плазмы Р. Из-за реактивных сил, возникающих при испарении вещества (эффект абляции), давление в капле немного выше, чем в плазме:

$$\frac{P_0 - P}{P} \sim 0.01 \tilde{T}^2. \tag{4.14}$$

Часть тормозных фотонов проникает внутрь капли, поглощается в процессе фотоионизации и нагревает ее толщу. Время нагрева капли указанного выше радиуса до $T \sim T_{\rm M} \sim 2$ эВ, когда образование мезо-

молекул прекращается, порядка [7]

$$\tau_{\rm H} \sim 10^{-11} \widetilde{T}^{1/4} \varphi^{-2} d_{\rm n}^{-1} e^{3.7 \widetilde{T}^{3/4}}.$$
(4.15)

При выводе (4.15) использовано сечение фотоионизации атома водорода, приведенное, например, в [120], и учтен частотный спектр тормозных фотонов.

Время, в течение которого в капле происходят ядерные реакции (время жизни капли), определяется, очевидно, выражением

$$\tau_{\rm K} = \min(\tau_{\rm HCE}, \tau_{\rm H}).$$

(4.16)

Отметим, что в области $\varphi \sim 0,05-0,1$, в которой X_c максимально (см. ниже), $\tau_{\kappa} \approx \tau_{\kappa c \pi}$.

Рождающиеся в ядерных реакциях α -частицы также нагревают капли, оставляя в них долю своей энергии $\zeta \sim 1/2$. При повышении температуры до $\sim T_{\rm M}$ с учетом диссоциации молекул на каждый атом затрачивается энергия ~5 эВ. Отсюда легко получить, что в капле может произойти не более $n_{\rm f} \sim 10^{14}$ реакций синтеза. По этой причине, в частности, для капель с $R \sim 3 \cdot 10^{-3}$ см не может быть достигнут положительный баланс энергии только на реакциях синтеза, т. е. такая неоднородная плазма может служить только источником нейтронов. Имеется, правда, не исследованная нами подробно возможность уменьшить ζ , уменьшая радиус капель. Согласно (4.13) при этом резко уменьшается $\tau_{\rm исл}$, что делает условия мю-катализа более жесткими.

4.3. Испарение капель в сильном магнитном поле. Следуя [106], вычислим $\tau_{\text{исп}}$ в магнитном поле пинчей $H \sim 10^6 - 10^7$ Гс, в котором электроны замагничены, а ионы — нет:

$$\omega_{\rm e}\tau_{\rm e} \sim 0.3 \widetilde{H} \widetilde{T}^{3/2} \varphi^{-1} \gg 1,$$

$$\omega_{i}\tau_{i} \sim 0.8 \cdot 10^{-2} \widetilde{H} \widetilde{T}^{3/2} \varphi^{-1} \ll 1,$$
(4.17)

где ω_e , ω_1 — циклотронные частоты электронов и ионов, τ_e , τ_1 — времена свободного пробега, $\hat{H} = H$ (Γc)/10⁷. Согласно (4.14) испаряющееся вещество вносит малое возмущение в давление плазмы. Учитывая, что в пинче выполняется условие Беннета

$$\frac{H^2}{8\pi} \sim 2NT \equiv P, \tag{4.18}$$

заключаем, что магнитное поле мало искажается испаряющимся веществом: $H(r) \approx \text{const.}$

В разделе 4.2 показано, что при $T \ll 1$ кэВ время испарения можно вычислить из рассмотрения только квазистационарной области, т. е. исходя из уравнений баланса частиц и энергии, которые в магнитном поле имеют вид [110, 121]

$$\nabla \mathbf{j} = \mathbf{0},\tag{4.19}$$

$$2C_{p}T\mathbf{j} = \varkappa_{\perp}\nabla_{\perp}T + \varkappa_{\parallel}\nabla_{\parallel}T + \frac{5CNT}{2eH^{2}}[\mathbf{H}\nabla T]; \qquad (4.20)$$

здесь **ј** — плотность потока ядер, *ж*₁ ≈ *ж*, *ж* — теплопроводность в отсутствие магнитного поля (см. предыдущий раздел):

$$\varkappa_{\perp} = \frac{4.66NT}{m_{\rm e}\omega_{\rm e}^2\tau_{\rm e}},$$

$$\varkappa_{\perp} \sim (\omega_{\rm e}\tau_{\rm e})^{-2};$$
(4.21)

ВЫП. 8]

знаки || и ⊥ в (4.20), (4.21) соответствуют параллельному (ось Z) и перпендикулярному к магнитному полю направлениям.

Последнее слагаемое в (4.20) можно опустить, так как оно описывает несущественный для дальнейшего азимутальный бездиссипативный поток тепла.

Согласно (4.17), (4.18) и (4.21) $\varkappa_{\perp} \ll \varkappa_{\parallel}$, поэтому в качестве нулевого приближения разумно рассмотреть случай $\varkappa_{\perp} = 0$. В этом приближении $j_{\perp} = 0, j_{\parallel} \neq 0$, т. е. испаряющееся вещество движется в обе стороны вдоль оси Z внутри «трубы», в которую вложена капля с T = 0. В таком случае имеется единственный характерный размер — длина трубы L, поэтому $|\nabla T| \sim T_0/L$. С ростом H эффективная длина трубы L увеличивается (см. ниже), поэтому $S_{a\pi} = \varkappa |\nabla T|$ падает, а $\tau_{всп}$ растет.

Из (4.19) и (4.20) следуют соотношения (р-расстояние до оси трубы)

$$j_{\parallel} = \varkappa_{\parallel} (2C_{\rm p}T)^{-1} \frac{\partial T}{\partial z}, \qquad (4.22)$$

$$j_{\perp} = \varkappa_{\perp} (2C_{\rm p}T)^{-1} \frac{\partial T}{\partial \rho}, \qquad (4.23)$$

$$\frac{\partial j_{\parallel}}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho j_{\perp}}{\partial \rho} = 0.$$
(4.24)

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\varkappa_{\parallel}}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\rho \varkappa_{\perp}}{T} \frac{\partial T}{\partial \rho} \right) = 0.$$
(4.25)

При $|z| \sim L$, где $T \sim T_0/2$, очевидно $\partial T/\partial z \sim T/L$, $\partial T/\partial \rho \sim T/\rho$, поэтому из (4.22) —(4.25) получаем

$$L \sim R \left(\frac{\varkappa_{\parallel}}{\varkappa_{\perp}}\right)^{1/2} \gg R, \tag{4.26}$$

$$\frac{j_{\perp}}{j_{\parallel}} \sim \left(\frac{\varkappa_{\perp}}{\varkappa_{\parallel}}\right)^{1/2} \ll 1, \tag{4.27}$$

$$j_{\parallel} \sim j \left(\frac{\varkappa_{\perp}}{\varkappa_{\parallel}}\right)^{1/2} \ll j, \tag{4.28}$$

где $j \sim \varkappa/2C_p R$ — плотность потока испаряющегося вещества при H=0 (см. предыдущий раздел).

Из (4.21), (4.27) и (4.28) видно, что в сильном магнитном поле время испарения увеличивается пропорционально *H*. Объединяя этот результат с (4.13), получаем следующее интерполяционное выражение

$$\tau_{\rm HCII} \approx \frac{25N_{\rm M}R^2}{4\left[\varkappa + (S_{\phi}R/T)\right]} \left[1 + (\omega_{\rm e}\tau_{\rm e})^2\right]^{1/2}.$$
(4.29)

Вследствие малости ларморова радиуса электронов $(r_{\mu} \ll d_{\pi})$ неоднородность магнитного поля несущественна.

Итак, в данном разделе показано, что в сильном магнитном поле меняется характер движения испаряющегося вещества. Это приводит к уменьшению потока тепла из плазмы, т. е. к увеличению времени испарения. При типичных условиях плазменного мю-катализа (см. ниже) и магнитном поле из (4.18) $\tau_{исп}$ увеличивается в -3-10 раз.

Интересно, что, несмотря на анизотропию задачи, нормальная компонента плотности тока j_n на поверхности капли оказывается постоянной, т. е. при испарении капля остается сферической. В этом проще всего убедиться, решая уравнение (4.25) в простом случае $\varkappa_{\perp}(\mathbf{r}) = \text{const}$, $\varkappa_{\parallel}(\mathbf{r}) = \text{const}$. После переопределения переменной $\mathbf{z} = \mathbf{z}' (\varkappa_{\parallel}/\varkappa_{\perp})^{\frac{1}{2}}$ уравнение (4.25) совпадает с уравнением Лапласа, описывающем поле заряженного проводящего эллипсоида вращения.

Добавим еще, что вследствие того, что между каплей и плазмой существует плазменный слой испаряющегося вещества, электростатический плавающий потенциал капли близок к нулю.

4.4. Нестационарный режим мюонного катализа в плазме. В нестационарном режиме [7] (далее — НР) реакции синтеза прекращаются по мере испарения или нагрева неподвижных капель. В этом случае мюон попадает из плазмы в каплю только в составе мюатома. Дело в том, что коэффициент диффузии заряженных мюонов D_{μ} в плазме мал — в ~ $(m_{\mu}/m_{e})^{1/2}$ раз ниже, чем у электронов, т. е. электроны добираются до капель в ~15 раз быстрее, чем мюоны. При каждом попадании в каплю электрон отдает ей энергию ~ *T*. В результате капли испаряются раньше, чем до них успевает добраться заряженный мюон. Отсюда заключаем, что обязательным звеном мю-катализа в НР является образование мезоатомов в плазме. Скорость этого процесса определяется из (3.3).

Скорость диффузии мю-атомов к каплям определяется выражением [7]:

$$\lambda_{\rm D}^{\rm a} = \min\left(4\pi D_{\rm a}N_{\rm K}R, \,\pi R^2 N_{\rm K}v_{\rm Me3}\right) \approx 0.7 \cdot 10^8 \omega_{\rm M} \widetilde{T}^{1/2} \min\left(1, 10 \,\varphi\right),\tag{4.30}$$

где $D_a \approx (3N\sigma_{\text{мез}})^{-1} v_{\text{мез}}$ — коэффициент диффузии мезоатомов в плазме (в приближении Чепмена — Энскога), $\sigma_{\text{мез}} \sim 0.5 \cdot 10^{-19}$ см² — сечение рассеяния мезоатомов на ядрах при энергии $\sim 3T/2 \ge 150$ эВ [28], $v_{\text{мез}} \approx$ $\approx 10^7 \tilde{T}^{1/2}$ — тепловая скорость мезоатомов, $N_{\text{к}}$ — число капель в 1 см³. В (4.30) учтено, что при $\phi \le 0,1$ длина пробега мезоатомов ($N\sigma_{\text{мез}}$)⁻¹ становится больше диаметра капель.

Число циклов в НР определяется выражением [7]

$$X_{c} = \frac{\lambda_{D}^{a} \lambda_{Me3}}{\omega_{s}^{M} (\lambda_{2} - \lambda_{1})} \left[\frac{1 - \exp(-\lambda_{1} \tau_{K})}{\lambda_{1}} - \frac{1 - \exp(-\lambda_{2} \tau_{K})}{\lambda_{2}} \right], \qquad (4.31).$$

где $\lambda_1 = \lambda_0 + (1 - R_0) \lambda_0^a$, $\lambda_2 = \lambda_0 + \lambda_{\text{мев}}$. При выводе (4.31) пренебрегли временем τ_M (4.5) пребывания мюонов в каплях, которое в НР мало по сравнению со скоростями других процессов. Учтен также перехват мюонов при перезарядке (2.4) (см. раздел 2). Из (3.3.), (4.1), (4.2), (4.4), (4.15), (4.16), (4.18), (4.29) – (4.31) заключаем, что максимальное в НР число циклов [6, 7]

$$X_{\rm c} \approx 500 \tag{4.32}$$

достигается при условиях

$$T \approx 100 \ \Im B, \quad \omega_{\rm M} \approx 0.2, \quad \varphi \approx 0.08, \quad d_{\rm n} \approx 0.1 \ {\rm cm}.$$
 (4.33)

Время жизни $\tau_{\pi\pi}$ плазмы должно быть достаточно большим ($\tau_{\pi\pi} \ge 1, 5/\lambda_{12}$, $\lambda_{12} = \min(\lambda_1, \lambda_2)$). При условиях (4.33)

$$\tau_{\pi\pi} \ge 2 \cdot 10^{-7} \text{ c.}$$
 (4.34)

Вопрос об удержании αчастиц, αμ-ионов, пионов и мюонов в плазме разобран в разделе 5.4.

4.5. Ста ц ион арный режим мюонного катализа в плазме. Для дальнейшего повышения X_{c} необходимо понизить ω_{s} , т. е. увеличить температуру плазмы (см. рис. 24). При этом время жизни капель τ_{r} уменьшается и число циклов в HP (4.31) снижается. Рассмотрим квазистационарный режим [7] (КР), когда капли жидкой или твер-

дой DT-смеси с большой скоростью $v_{\kappa} \sim 10^6$ см/с (см ниже) инжектируются в плазму, либо сама плазма движется по аэрозолю. В этом случае испарившиеся капли заменяются новыми.

Очевидно, должно выполняться условие

$$\tau_{\rm M} \leqslant \frac{d_{\rm m}}{v_{\rm K}} \,, \tag{4.35}$$

в противном случае мюоны, попав в капли, будут выноситься вместе с ними за пределы пинча. При $T \sim 200$ зВ, $\phi \leq 0,1$ длина пробега $\alpha \mu$ -ионов в плазме (≥ 1 см) больше диаметра пинча $d_{\pi} \sim 0,1$ см, а ларморов радиус их траекторий в магнитном поле пинча — меньше, поэтому, во-первых, αμ-ионы, вылетевшие из капель, удерживаются пинчом (см. ниже), а во-вторых, они равномерно перемешиваются по объему пинча.

Необходимо также потребовать, чтобы капли проникали в толщу пинча:

$$\tau_{\kappa} \geqslant \frac{d_{\pi}}{v_{\kappa}} \,. \tag{4.36}$$

Из (4.35) и (4.36) следует требование $\tau_{M} \leq \tau_{\kappa}$, откуда при $\lambda_{dt\mu} \sim 10^{10}$ (см. рис. 19) заключаем, что $\tau_{\kappa} \geq 2 \cdot 10^{-8}$ с. Это дает ограничение на возможные температуры плазменного мю-катализа: *Т*≤400 эВ.

Из-за движения капель в скорости диффузии мюонов и мезоатомов к каплям появляется дополнительное слагаемое (использовано соотношение (4.36))

$$\lambda_{\rm D}^{\mu} = \pi R^2 N_{\kappa} v_{\kappa} \approx \frac{50 d_{\rm \Pi} \varphi \omega_{\rm M}}{\tau_{\kappa}} . \tag{4.37}$$

В отличие от НР в КР сами мюоны, очевидно, диффундируют к каплям со скоростью [5]

$$\lambda_{\rm D}^{\kappa} = 4\pi D_{\mu} R N_{\kappa} \approx 10^6 \omega_{\rm M} \widetilde{T}^{5/2}, \tag{4.38}$$

где D_{μ} — коэффициент диффузии мюонов в плазме. Число циклов в КР определяется выражением [7]

$$X_{c}^{-1} = \omega_{s}^{M} \left(1 - \left[R_{0} + \eta\right)\left(1 + \gamma\right), \qquad (4.39)$$
$$\eta = \frac{\lambda_{0}}{\lambda_{D}^{a} + \lambda_{D}^{\kappa}} \left(1 + \frac{\tau_{M}}{\tau_{\kappa}}\right), \quad \gamma = \frac{\lambda_{0}}{\lambda_{Mes} + \lambda_{D}^{\mu} + \lambda_{D}^{\kappa}}.$$

Сравнивая (3.3) и (4.38), заключаем, что при $T \ge 200$ эВ в КР мюоны попадают в капли раньше, чем образуются мю-атомы. Далее, при ф≪ $\leq 0,1$ (1— R_0)/ $\eta \sim 70\phi$, поэтомупри $\phi \geq 0,02$ в (4.39) можно положить $\eta =$ = 0. При $\phi \leq 0.02$ число циклов уменьшается пропорционально ϕ .

Из (4.39) и полученных выше оценок скоростей и времен следует вывод, что в КР достигается число циклов [7, 106]

$$X_c \sim 1000 - 1500 \tag{4.40}$$

при условиях

$$T \sim 200 - 250 \text{ }\text{$>B$}, \quad \varphi \sim 0.03 - 0.05,$$

$$\omega_{\text{M}} \sim 0.1 - 0.2, \quad v_{\text{K}} \sim 10^6 - 10^7 \text{ }\text{cm/c},$$

$$d_{\pi} \sim 0.1 - 0.5 \text{ }\text{cm}, \quad \tau_{\pi\pi} \leq 3 \cdot 10^{-7} \text{ }\text{c}.$$
(4.41)

Таким образом число циклов, достигаемое в плазме, на порядок :выше, чем в молекулярной *DT*-смеси.

5. Возможные эксперименты по определению основных характеристик мюонного катализа в плазме. Исследованиями процессов мюонного катализа в настоящее время занимаются экспериментальные группы: ОИЯИ (Дубна), ЛИЯФ (Ленинград), Los-Alamos (США), TRIUMF (Канада), PSI (Швейцария), КЕК (Япония), Резерфордская лаборатория (Англия). К настоящему времени выполнено уже достаточное количество экспериментов, посвященных данной тематике. Основные результаты этих исследований следующие:

а) эффективный коэффициент прилипания мюона ω_s к заряженным продуктам реакции синтеза в dt μ — молекуле равен $(0,45\pm0,05)\cdot10^{-2}$;

б) скорость цикла мюонного катализа возрастает с ростом температуры смеси $D_2 + T_2$ и составляет ~1,5 · 10⁸ с⁻¹ при T = 600 К (предельное значение скорости цикла в настоящее время не установлено из-за трудности создания мишеней, работающих при температурах смеси D_2+T_2 больших, чем 600 К);

в) число циклов X_c в исследованных диапазонах температур и давлений смеси D, + T, не может быть больше ~200.

Полученные к настоящему времени результаты свидетельствуют, по-видимому, о невозможности практического использования этого явления с целью получения энергии. Вместе с тем красота физики мюонных процессов, протекающих в холодном водороде, еще долгое время, будет стимулировать исследования как физиков теоретиков, так и экспериментаторов.

На наш взгляд в настоящее время наиболее перспективными являются исследования процессов мюонного катализа в плазме, что представляет собой совершенно неизученную и интересную область, находящуюся на стыке различных наук.

Рассмотрим эксперименты, которые можно осуществить на мезонной фабрике с накопительным кольцом (например, на строящейся мезонной фабрике в Троицке (ИЯИ) или на существующих ускорителях в Лос-Аламосе, КЕК и Резерфордской лаборатории) с использованием установок — генераторов сверхвысоких электрических мощностей — СВЭМ [122], предназначенных для получения плазмы с требуемыми параметрами (например, установки, представляющей собою модернизированный модуль «Ангара-5-1» (Троицк) и сильноточных электронных и ионных ускорителей). С рассмотрения таких установок мы и начнем этот раздел (авторы благодарны С. Л. Недосееву за разъяснение этого вопроса).

5.1. Техника генерирования и концентрации сверхвысоких электрических мощностей (СВЭМ). Хорошо развитая техника генерирования и концентрации сверхвысоких электрических мощностей — СВЭМ, (мощность— $W > 10^{12}$ Вт, длительность фронта импульса тока— $\tau_{\phi} \sim 0, 1-0, 3$ мкс, энергия — $E \sim (0, 1-0, 5) \cdot 10^6$ Дж) наилучшим образом подходит для создания сред с давлением $p \sim NT$ масштаба мегабар в диапазоне плотностей и температур $10^{19} \leq N \leq 10^{23}$ см⁻³, $1 \leq T \leq 10^3$ эВ.

Генерация СВЭМ осуществляется с помощью мегавольтных формирующих линий. Энергоносителем, воздействующим на среду, может быть электронный или ионный пучок, сильноточный электрический самосжатый разряд — Z-пинч ($\ell \sim 1-10$ MA), лайнер малой массы, ускоряемый магнитным полем тока, или поток мягкого рентгеновского излучения с энергией квантов ~0,1-0,3 кэВ, $W \sim 10^{12}$ Вт. Большинство из указанных энергоносителей удобны для создания сред в виде цилиндров большого удлинения $1/d \ge 10$ (см. ниже).

При короткоимпульсном воздействии на исходную конденсированную среду ($N \sim N_0$) вполне возможно образование гетерогенных состояМЮОННЫЙ КАТАЛИЗ

ний, содержащих одновременно горячую плазму $(T \sim 10^2 \text{ эB}, N \sim 10^{19} - 10^{21} \text{ см}^{-3})$ и «капельную» высокоплотную составляющую $(T \sim 0, 1 \text{ эB}, N \sim 10^{23} \text{ см}^{-3})$. Соотношение масс этих составляющих, по-видимому, можно будет изменять в весьма широких пределах в зависимости от начальных условий эксперимента и длительности процесса.

На сооруженном в ОИРП ФИАЭ комплексе «Ангара-5-1» [122] ($W \sim 6 \cdot 10^{12}$ Вт, $I \leq 4$ МА, $\tau_{\phi} \sim 0.03 - 0.1$ мкс, $E \sim 0.1 - 0.4$ МДж) в настояшее время проводятся экспериментальные исследования по программе инерционного термоядерного синтеза на основе сжимающихся излучающих лайнеров ($E_{\pi_{3,7}} \sim 10^5$ Дж) и по дейтериевым Zнинчам ($Y \sim 10^{12}$ N/ /импульс). Достигнутые в Z-пинчах на «Ангаре-5-1» параметры плазмы

$$T \sim 10^3 \, \mathrm{sB}, \ N_{\mathrm{i}} \ge 10^{20} \, \mathrm{cm^{-3}}, \ l \sim 1 \, \mathrm{cm}, \ \frac{l}{d} \sim 10$$

вполне соответствуют требованиям, сформулированным в разделе 4 и ниже. Длительность процесса в несколько раз меньше требуемой. «Капельная» фаза отсутствовала из-за того, что сжималась струя газообразного дейтерия.

В программе «Ангара-5» предполагается модернизация комплекса путем создания нового модульного генератора СВЭМ с *W*~5 ТВт с тем, чтобы повысить полную мощность восьмимодульного генератора «Ангара-5-1» до 40 ТВт. Создаваемый новый модуль мог бы стать энергетической основой эксперимента по созданию гетерогенной среды.

Для постановки экспериментов с нагревом мишени до $T \sim 1$ эВ можно использовать сильноточный электронный ускоритель типа «Тритон» (ФИАЭ) со следующими характеристиками: энергия электронов ~1 МэВ, длительность импульса ~30 нс, средний ток ~100 кА, полная энергия электронного пучка 2 кДж. Предлагаемые эксперименты рассмотрены в [107].

5.2. Эксперимент по определению скорости цикла мюонного катализа при температурах смеси ~1 эВ. Обсуждавшиеся в разделе 1.5 конструкции дейтерий-тритиевых мишеней не годятся для проведения измерений $\lambda_{dt\mu}$ в области $T\sim0,1-2$ эВ и $\varphi\sim0,1-1$. Из-за высоких давлений и температур такие измерения можно осуществить только на короткоживущих мишенях ($\tau\sim1$ мкс).

Вычисленная скорость образования мюонных молекул dt μ (см. раздел 3.2) превышает 10° с⁻¹ при температурах смеси $T \leq 2$ эВ. Для детального исследования этих реакций необходимо провести измерения скорости образования мю-молекул в широких интервалах температур и плотностей смеси DT (0,1 < T < 2 эВ, 0,1 $\leq \phi \leq 1$). Для этого предлагается создать дейтерий-тритиевую мишень, с нагревом сильноточным электронным пучком до температуры 0,1–2 эВ при плотности смеси $5 \cdot 10^{21} \leq N \leq 5 \cdot 10^{22}$ см⁻³ и с рабочим объемом 0,1–0,5 см³. Концентрация примесей (N₂, O₂, CO₂ и т. д.) в смеси D₂+T₂ не должна превышать 10⁻⁶ объемных долей.

Перечислим основные процессы и укажем их характерные времена. Пучок электронов, попадая в замороженную или жидкую дейтерийтритиевую мишень объемом порядка 0,1 ом³ и плотностью $\varphi \sim 1$, равномерно прогревает ее до температуры 1 эВ за время ~30 нс. Далее через мишень пропускается пучок мюонов (длительность— $\Delta t < 300$ нс, энергия мюонов— $E_{\mu} = 60$ МэВ, полное число мюонов в импульсе, падающих на мишень— $1 > 10^3$), поступающий из накопительного кольца мезонной фабрики, либо с ускорителей типа КЕК или сооруженного в Резерфордской лаборатории ($\Delta t \sim 50$ нс, $I \sim 10^4$ на площадь мишени — 0,2 см²). В объеме мишени останавливается ~ 10^{-3} I мюоноов, которые в свою очередь в реакциях синтеза генерируют $\sim 10^{-3}$ I— $10^2 = 10^{-4}$ I нейтронов,

[T. 160

т. е. при приведенных интенсивностях мюонного пучка, за один импульс мюонов будет генерироваться порядка 10^3 нейтронов. При эффективности регистрации нейтронов ~10% будет регистрироваться ~ 100 нейтронов за импульс, что достаточно для набора приемлемой статистики. Эксперимент можно провести и на холодной мишени, что позволит произвести калибровку аппаратуры.

Отметим, что нейтронный фон возникает лишь при остановках мюонов в стенках сосуда, окружающего мишень, и его легко можно дискриминировать.

5.3. Эксперимент по определению числа циклов X_c и эффективного коэффициента прилипания мюонов ω_s при экстремальных значениях величины плотности смеси D_2+T_2 . В этом эксперименте измеряются $\lambda_{dt\mu}$ и X_c в стационарном режиме мю-катализа при $T \sim 1$ эВ и $\varphi \sim 5$. Для достижения указанной плотности вещества твердую каплю либо цилиндр из DT смеси следует сжать Z-пинчем на установке типа «Ангара-5-1». Давление в Z-пинче достигает $\sim 10^6$ атм, поэтому (см. раздел 4.2) смесь сжимается до $\varphi \sim 5$. Вычисленная эффективная скорость образования мю-молекулы приведена на рис. 19.

5.4. Эксперимент по определению эффективного коэффициентаприлипания ω_s и числа циклов X_c в неоднородной плазме. Для исследования зависимости ω_s и X_c от температуры и плотности неоднородной плазмы необходимо создать экспериментальную установку с нагревом плазмы от 50 до 250 эВ в объеме 0,01—0,03 см³ при плотности плазмы $5 \cdot 10^{20} \le N \le 10^{22}$ см⁻³. Длительность существования плазменного столба $\ge 3 \cdot 10^{-7}$ с. Поджиг плазмы должен быть синхронизован с работой накопительного кольца с точностью $5 \cdot 10^{-8}$ с.

Плазменный столб с указанными параметрами (Z-пинч) создается при сжатии лайнера, представляющего собой сборку из твердотельных дейтериевых нитей общей массой ~600 мкг и длиной ~1—5 см, под действием протекающего через него тока порядка 3—5 МА. В центре лайнера необходимо поместить нить длиной ~2 см, диаметром 0,02 см из твердой DT-смеси с массой 100 мкг. Отметим, что тритий содержится только в этой нити и общая масса его ~20—50 мкг.

Масса сборки определялась из соотношения Беннета $J^2 = \pi c^2 N_i T d_{\pi}^2$, из которого фактически находится диаметр пинча, поскольку *J*, N_i и *T* заданы. Сила тока $J \sim 3-5$ MA, в частности, определяется из условия удержания в пинче образующихся пионов и мюонов (см. ниже).

Вначале на центральную нить подается предварительный импульс напряжения, разрывающий ее на -10^3 осколков, которые и образуют капли требуемого размера. Далее, на лайнер подается основной импульс, разгоняющий его до скорости $v \sim 5 \cdot 10^7$ см/с. Схлопывание Z-пинча происходит в тот момент, когда осколки нити занимают цилиндрическую область диаметром порядка 0,1 см. При схлопывании в центре кинетическая энергия лайнера переходит в тепловую за время $3 \cdot 10^{-8}$ с. Таким образом, получается плазма с требуемыми параметрами. Далее вдоль оси пинча пропускается протонный пучок из накопительного кольца мезонной фабрики. Длительность импульса пучка ~200—300 нс, число протонов в импульсе (3–6)·10¹³, их энергия — 600 МэВ. Ларморов радиус протонов с указанной энергией в магнитном поле пинча велик по сравнению с его диаметром, поэтому протонный пучок войдет в пинч. Отметим, что протоны не разрушают капли, нагревая их лишь на ~50 К. МЮОННЫЙ КАТАЛИЗ

Сечение рождения отрицательных пионов при столкновениях протонов с ядрами составляет при указанной энергии $-2 \cdot 10^{-27}$ см², поэтому в пинче с плотностью $N_1 \sim 3 \cdot 10^{21}$ и длиной ~3 см рождается за импульс ~10⁹ отрицательных пионов, которые в свою очередь распадаются на мюоны. Из-за малости ларморова радиуса пионов и мюонов в магнитном поле пинча с током ~5 МА, вероятность их торможения в веществе пинча велика [107], в результате чего число остановившихся мюонов в плазме составляет ~10⁹. Для увеличения числа остановок мюонов в плазме желательно, чтобы пинч имел форму веретена с отношением длины к наибольшему диаметру

$$\frac{l}{d_{\rm n}} \ge 10. \tag{5.1}$$

Действительно, вероятность удержания рожденной в Z-пинче частицы зависит главным образом от параметра (масса частицы *m*, скорость v, $\gamma = [1 - (v^2/c^2)]^{-1/2}$)

$$\xi = \frac{r_{\Pi}}{r_{H}} = \frac{2eJ}{mc^{2}\gamma v}, \qquad (5.2)$$

который представляет собой отношение радиуса пинча r_{π} к ларморову радиусу r_{π} орбиты частицы. Частицы уходят главным образом с концов пинча. Для удержания частиц отношение длины пинча l к его диаметру должно быть достаточно большим [107]:

$$\frac{l}{d_{\pi}} \ge 0,14e^{(7,5/\xi)}.$$
(5.3)

Из (5.2) и (5.3) следует вывод, что при условии (5.1) рожденные π^- и μ^- -мезоны удерживаются пинчом. Этот вывод подтверждается численным расчетом [107]. Требуемая форма пинча достигается при специальном распределении масс лайнера (легкие концы).

Сжатие лайнера для получения плазмы с вышеуказанными свойствами может быть осуществлено с помощью быстрой конденсаторной батареи с энергозапасом 100—200 кДж, I = 3-5 МА, $\tau_{\phi} = 0,6$ мкс [123, 124].

Указанный эксперимент труден и требует проведения предварительных исследований. Необходимо измерить время жизни капель в плазме. Ключевым вопросом в указанной схеме является время существования пинча, которое должно составлять >3.10⁻⁷ с. Это время согласуется с экспериментами (см. работы [125, 126] и ссылки, содержащиеся в них), согласно которым время существования пинча (т. е. тока в пинче) $\tau \sim kd_{\pi}/c_{s}$, где $k \sim 10-100$ — безразмерный коэффициент. При указанных выше параметрах $\tau \sim 0,5-1$ мкс, что превышает требуемое время существования пинча. Отметим однако, что законченной теории, объясняющей столь большое время жизни пинча до сих пор нет.

Важным вопросом является выделение нейтронов (~ $10^{11}-10^{12}$), являющихся продуктами реакции синтеза в мю-молекулах dt μ , из фона нейтронов, создаваемых собственно пинчом, ожидаемое число которых при температуре $T \sim 100-200$ эВ составляет $10^{10}-10^{11}$ [125, 127]. Отметим, что этот фон может быть значительно уменьшен при включении магнитного поля, направленного вдоль оси пинча, препятствующего развитию перетяжек в пинче.

Для измерения X_c в нестационарном режиме мю-катализа (см. раздел 4.5) необходимо создать установку с пинчом, движущимся по аэрозолю со скоростью $10^6 - 10^7$ см/с. Заключение. Таким образом, механизмы мюонных процессов в холодном водороде в основном изучены. На основании полученных результатов можно сделать вывод [128], что достижимого в традиционном мюонном катализе числа циклов $X_c \sim 150$ недостаточно для применения этого явления в энергетике (противоположное мнение изложено в [129]). В любом варианте — молекулярном или плазменном — энергетическая установка, основанная на мю-катализе, неперспективна по сравнению с токамаками, так как может использовать только схемы с бриддингом, что плохо в смысле экологии, не говоря уже о сложности самой схемы. Недостатком является также большое количество трития, необходимое для молекулярного варианта.

Если говорить о практических приложениях, то мю-катализ можно применить как одну из возможностей при создании мощного импульсного источника нейтронов с интенсивностью $\sim 10^{16} - 10^{19}$ нейтронов за импульс длительностью $\sim 10^{-7} - 10^{-8}$ с [130].

Из применений результатов теории и экспериментов по мю-катализу в молекулярной среде можно отметить, например, возможность измерения поправок к уровням энергии мю-молекулы, связанных с эффектами поляризации e^-e^+ -вакуума [3, 4]. Наиболее реальный кандидат для этого — молекула dd µ, поскольку в этом случае влияние побочных эффектов наименьшее (см. раздел 1.3) и, как следствие, достигается наилучшее согласие между теорией и экспериментом.

Интересные и совершенно неизученные области физических исследований, находящиеся на стыке различных наук, открываются при изучении процессов, происходящих при остановках мюонов в плазме, где может быть достигнуто $X_c \sim 1500$ (см. разделы 2—5). Интересна возможность использования резкой зависимости скоростей образования мюатомов в плазме от температуры (см. раздел 3.1) для диагностики плазмы при $T \sim 100 \Rightarrow B$.

Следует отметить, что создание и исследование гетерогенной плазмы в Z- и Θ -пинчах может представлять и самостоятельный интерес, так как поведение неоднородной плазмы может прояснить суть физических процессов, происходящих в линче при его формировании.

Из сказанного следует, что экспериментальное изучение рассмотренных процессов весьма актуально и несомненно представляет большой интерес как с теоретической, так и с практической точек зрения.

Приложение. Последовательно регистрируемые события процесса множественного мюонного катализа. При экспериментальном исследовании процессов множественного мюонного катализа реакций синтеза ядер изотопов водорода возникает задача анализа интегральных выходов и временных распределений последовательно регистрируемых событий реакций:

$$d + d \xrightarrow{\rightarrow} t + p + 4 M_{\vartheta}B, \qquad (\Pi.1)$$

$$\xrightarrow{3} He + n + 3, 3M_{\vartheta}B,$$

$$t + t \rightarrow {}^{4}He + 2n + 11,3 M \Rightarrow B,$$
 (П. 2)

$$d+t \rightarrow {}^{4}He+n+17,6 M \Rightarrow B.$$
 (II. 3)

Характерной чертой этих процессов является их множественность — один и тот же мюон может вызвать много циклов указанных реакций. (Под циклом мы будем понимать совокупность процессов, приводящих к интересующей нас реакции синтеза, продукты которой регистрируются.)

На рис. 25 приведена общая схема процесса множественного мюонного катализа. Мюон последовательно вызывает периодически повторя-

ющуюся цепочку процессов (циклов), оканчивающихся интересующей нас реакцией синтеза. В результате реакции (в конце цикла) образуются продукты синтеза, а сам мюон с вероятностью (1---ω) освобождается и вызывает новый цикл мю-катализа. Это обстоятельство наводит на мысль, что если регистрировать также и временные распределения первых, вторых и т. д. событий, то эта дополнительная экспериментальная



Рис. 25. Схема последовательных циклов реакции мюонного катализа



Рис. 26. Схема последовательного мюонного катализа реакций синтеза в ddu-молекуле

информация позволит более полно определить характеристики процесса мюонного катализа, чем при регистрации только всех событий. В данном разделе будет рассмотрена кинетика мюонного катализа в чистом дейтерии (рис. 26), т. е. будут найдены аналитические выражения для выходов и временных распределений первых, вторых и т. д. событий реакций мюонного катализа, регистрируемых с эффективностью $\varepsilon < 1$.

Кинетика мюонного катализа в чистом дейтерии является простейшим случаем, когда весь процесс мю-катализа характеризуется только двумя параметрами: скоростью образования мюонных молекул и вероятностью прилипания мюона к одному из продуктов реакции, а именно, к [°]He. Теоретически кинетика мю-катализа рассмотрена нами ранее, где получены выражения для выходов и временных распределений продуктов реакций синтеза в мюонных молекулах. Например, временное распределение актов катализа реакции, а именно выход нейтронов из реакции (П. 1) (мы здесь пренебрегаем эффектами, связанными со сверхтонкойструктурой dµ-атома):

$$d\mu + d \rightarrow dd\mu \rightarrow {}^{3}He + n + \mu \tag{(\Pi. 4)}$$

имеет вид (далее вместо $\tilde{\lambda}$ пишем для краткости λ):

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = \beta \lambda_{\mathrm{dd}\mu} \exp\left[-\left(\lambda_0 + \beta \omega_{\mathrm{d}} \lambda_{\mathrm{dd}\mu}\right) t\right],\tag{\Pi.5}$$

а их средняя множественность

$$\overline{n} = \frac{\beta \lambda_{\rm dd\mu}}{\lambda_0 + \beta \omega_{\rm d} \lambda_{\rm dd\mu}} \,. \tag{\Pi.6}$$

Выражения (П. 5), (П. 6) нормированы на число мюонов, инициировавших реакции. При выводе этих выражений учтено, что ядерная реакция (d+d) протекает мгновенно, т. е. ее скорость $\lambda_f^{dd} \gg \lambda_p$, λ_{ddu} . В реальных экспериментальных условиях продукты реакций мюонного катализа регистрируются с эффективностью $\varepsilon < 1$. Легко показать, что временное распределение всех (т. е. полученных без введения дополнительных критериев отбора) зарегистрированных актов катализа будет иметь вид

$$\frac{\mathrm{d}n^{\mathfrak{s}\kappa c\pi}}{\mathrm{d}t} = \varepsilon \beta \lambda_{\mathrm{dd}\mu} \exp\left[-\left(\lambda_0 + \beta \omega_{\mathrm{d}} \lambda_{\mathrm{dd}\mu}\right) t\right],\tag{\Pi.7}$$

а их выход («экспериментальная множественность»)

$$\overline{n}^{\mathfrak{sken}} = \frac{\mathfrak{s}\beta\lambda_{dd\mu}}{\lambda_0 + \beta\omega_d\lambda_{dd\mu}}, \qquad (\Pi.8)$$

т. е. с точностью до нормировочного множителя совпадают с «физическими» выражениями (П. 5) и (П. 6). Как можно видеть из выражений (П. 7), (П. 8), использование их в анализе экспериментальных данных позволяет найти только произведения $\beta \omega_d \lambda_{dd\mu}$ и $\beta \epsilon \lambda_{dd\mu}$, т. е. для независимого определения ω_d и $\beta \lambda_{dd\mu}$ необходимо знать эффективность регистрации ϵ . Непосредственное определение ϵ представляется сложной задачей. Как правило, в подобных случаях эффективность рассчитывается методом Монте-Карло с учетом параметров исследуемого процесса и геометрии экспериментальной установки. Покажем, что для независимого определения ω_d и $\beta \lambda_{dd\mu}$ достаточно использовать только данные о выходе и временном распределении «первых» и о выходе «вторых» зарегистрированных нейтронов.

Схема последовательного мюонного катализа реакции (П. 1) приведена на рис. 26. Мюон, освобождаемый в реакции (П. 4) мгновенно ($\lambda_a \gg \lambda_0, \lambda_{dd\mu}$) образует dµ-атом, а затем со скоростью $\beta \lambda_{dd\mu}$ —ddµ-молекулу. Обозначим число dµ-атомов, сохраняющихся к *i*-му акту реакции синтеза, через N_i . Функции удовлетворяют системе уравнений

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda N_1,$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda N_2 + (1 - \omega_d) \beta \lambda_{dd\mu} N_1,$$

$$\frac{dN_i}{dt} = -\lambda N_i + (1 - \omega_d) \beta \lambda_{dd\mu} N_{i-1},$$

1 1 7

где $\lambda \equiv \lambda_0 + \beta \lambda_{dd\mu}$. Решения этой системы для граничного условия $N_1(0) = 1$ имеют вид

$$N_i(t) = \left[(1 - \omega_d) \beta \lambda_{dd\mu} \right]^{i-1} t^{i-1} e^{-\lambda t} \frac{1}{(i-1)!}$$

Так как скорость реакции (П. 1) $\lambda_{f}^{dd} \gg \lambda_{dd\mu}$, λ_{0} , то временное распределение нейтронов из *i*-го акта

$$f(t) = \frac{dn_i}{dt} = \beta \lambda_{dd\mu} N_i(t) = \beta^i \lambda_{dd\mu}^i (1 - \omega_d)^{i-1} e^{-\lambda t} [(i-1)!]^{-1}.$$
(II.9)

Выход нейтронов от *i*-го акта

$$n_i = \int_{0}^{\infty} f_i(t) dt = (1 - \omega_d)^{i-1} \left(\frac{\lambda_{dd\mu}}{\lambda}\right)^i. \tag{\Pi.10}$$

С помощью выражения (П. 10) можно получить также соотношения для

выходов однократных, двухкратных и т. д. реакций:

$$n(i) = n_i - n_{i-1} = (1 - \omega_d)^{i-1} \beta^i \lambda_{dd\mu}^i (\lambda_0 + \omega_d \lambda_{dd\mu}) \frac{1}{\lambda^{i+1}} . \tag{\Pi.11}$$

Легко показать, что временное распределение всех актов совпадает с выражением (П. 5), а выход всех актов реакций синтеза

$$n = \sum_{i=1}^{\infty} n_i = \int_{0}^{\infty} n(t) dt = \frac{\beta \lambda_{dd\mu}}{\lambda_0 + \beta \omega_d \lambda_{dd\mu}}$$

с выражением (П. 6).

Теперь учтем конечную эффективность регистрации $\varepsilon < 1$. При этом возникает возможность того, что первым будет зарегистрирован нейтрон от *i*-го акта катализа при условии, что нейтроны от предыдущих *i*-1 актов реакции не будут зарегистрированы. С учетом этого временное распределение первых зарегистрированных нейтронов может быть представлено в виде суммы:

$$f_{1}^{\mathfrak{secn}}(t) = \varepsilon f_{1}(t) + (1 - \varepsilon) \{\varepsilon f_{2}(t) + (1 - \varepsilon) [\varepsilon f_{3}(t) + \dots] \} =$$

= $\varepsilon [f_{1}(t) + (1 - \varepsilon) f_{2}(t) + (1 - \varepsilon)^{2} f_{3}(t) + \dots] =$
= $\varepsilon \sum_{i=1}^{\infty} (1 - \varepsilon)^{i-1} f_{i}(t). \quad (\Pi.12)$

Подставляя сюда выражение (П. 9) для $f_i(t)$, получаем в явном виде

 $f_{1}^{5\kappa c\pi}(t) = \varepsilon \beta \lambda_{dd\mu} \exp \{- [\lambda_{0} + (\varepsilon + \omega_{d} - \varepsilon \omega_{d}) \beta \lambda_{dd\mu}] t \}.$ (II.13)

Выход первых зарегистрированных нейтронов

$$n_{1}^{\beta \kappa c \pi} = \int f_{1}^{\beta \kappa c \pi}(t) \, \mathrm{d}t = \varepsilon \beta \lambda_{\mathrm{dd}\mu} \left[\lambda_{0} + (\varepsilon + \omega_{\mathrm{d}} - \varepsilon \omega_{\mathrm{d}}) \, \beta \lambda_{\mathrm{dd}\mu} \right]^{-1}. \tag{\Pi.14}$$

Это же выражение может быть получено с помощью формулы (П.6), если в нее вместо $f_i(t)$ подставить n_i согласно соотношению (П. 11).

При выводе выражения для выхода вторых зарегистрированных актов реакции следует учитывать, что могут детектироваться нейтроны из следующих пар актов катализа:

$$(1, 2), (1, 3), \dots (1, i); (2, 3), (2, 4), \dots, (2, i); \dots$$

Соответственно выход

$$n_{2}^{\mathfrak{SKCI}} = \mathfrak{e}^{2} n_{2} + \mathfrak{e}^{2} (1-\mathfrak{e}) n_{3} + \ldots + \mathfrak{e}^{2} (1-\mathfrak{e})^{i-2} n_{i} + \ldots + \mathfrak{e}^{2} (1-\mathfrak{e}) n_{3} + \ldots =$$

$$= \mathfrak{e}^{2} [n_{2} + 2 (1-\mathfrak{e}) n_{3} + 3 (1-\mathfrak{e})^{2} n_{4} + \ldots + (i-1) (1-\mathfrak{e})^{i-2} n_{i} + \ldots] =$$

$$= \mathfrak{e}^{2} (1-\omega_{d}) \left(\frac{\lambda_{\mathrm{dd}} \mu}{\lambda}\right)^{2} \sum \left[(1-\mathfrak{e}) (1-\omega_{d})^{-1} \left(\frac{\beta \lambda_{\mathrm{dd}} \mu}{\lambda}\right)^{-1}\right]^{i-2} (i-1) =$$

$$= \mathfrak{e}^{2} \beta^{2} \lambda_{\mathrm{dd}}^{2} (1-\omega_{d}) [\lambda_{0} + (\mathfrak{e} + \omega_{d} - \mathfrak{e}\omega_{d}) \beta \lambda_{\mathrm{dd}}]^{-2}. \qquad (\Pi.15)$$

Заметим, что выражение (П. 15) можно вывести и с помощью соотношения, аналогичного (П. 11) для i = 1:

$$n_1^{_{9KC\Pi}} - n_2^{_{9KC\Pi}} = n^{_{9KC\Pi}} (1),$$
 (П.16)

где $n^{{}_{\mathfrak{S}^{\mathfrak{K}\mathfrak{C}\mathfrak{n}}}}(1)$ — выход однократных зарегистрированных событий. В самом деле, формулу для выхода *m*-событий можно записать в виде

$$n^{\mathfrak{SKC\Pi}}(m) = \sum_{i=1}^{\infty} n(i) P_i^m, \qquad (\Pi.17)$$

где P_i^m — биноминальная вероятность регистрации *m* событий из *i*:

$$P_i^m = C_i^m \cdot \varepsilon^m (1 - \varepsilon)^{i-m}, \qquad (\Pi.18)$$

а C_{i}^{m} — биноминальные коэффициенты.

Подставив в формулу (П. 17) выражения для *n*(*i*) согласно (П. 11) и для P_i^m согласно (П. 18), получим

$$n^{\mathfrak{skcn}}(m) = \mathfrak{e}^{m} (1 - \omega_{\mathrm{d}})^{m-1} \frac{(\lambda_{0} + \omega_{\mathrm{d}}\beta\lambda_{\mathrm{dd}\mu})\beta\lambda_{\mathrm{dd}\mu}^{m}}{[\lambda_{0} + (\varepsilon + \omega_{\mathrm{d}} - \varepsilon\omega_{\mathrm{d}})\beta\lambda_{\mathrm{dd}\mu}]^{m+1}}.$$
 (П.19)

Для m=1

$$n^{\mathfrak{skcn}}\left(1\right) = \frac{\varepsilon\beta\lambda_{dd\mu}\left(\lambda_{0} + \omega_{d}\beta\lambda_{dd\mu}\right)}{\left[\lambda_{0} + \left(\varepsilon + \omega_{d} - \varepsilon\omega_{d}\right)\beta\lambda_{dd\mu}\right]^{2}} \,. \tag{\Pi.20}$$

Подставляя в формулу (П. 16) выражения (П. 20) и (П. 14), получаем для $n_2^{\text{эксп}}$ соотношение (П. 15). Выражений (П. 13) — (П. 15) и (П. 19) вполне достаточно для ис-

пользования в анализе экспериментальных данных в целях независимого определения ω_d и βλ_{ddµ}. Представляется наиболее удобным применить следующий алгоритм.

1. Из анализа временного распределения первых зарегистрированных событий (П. 13) определяется

 $a \equiv \lambda_0 + (\omega_d + \varepsilon - \varepsilon \omega_d) \beta \lambda_{dd\mu}.$

2. Используя измеренные значения $a, n_1^{\mathfrak{skcn}}$ и $n_2^{\mathfrak{skcn}}$ с помощью соотношения $n_1^{\mathfrak{skcn}}(\lambda_0 + \omega_d\beta\lambda_{dd\mu})/a = n^{\mathfrak{skcn}}(1) = n_1^{\mathfrak{skcn}} - n_2^{\mathfrak{skcn}}$, получаем

 $b \equiv \lambda_0 + \omega_d \beta \lambda_{dd\mu}$

3. Из соотношения

$$1 - \omega_{\mathrm{d}} = \frac{n_2^{\mathrm{skch}}}{(n_1^{\mathrm{skch}})^2}$$

определяется ω_d.

3. Подставляя это значение в выражение для уже известной величины $b = \lambda_0 + \omega_d \beta \lambda_{ddu}$, находим $\beta \lambda_{ddu}$.

Таким образом, искомые ω_d и βλ_{ddμ} могут быть найдены без использования эффективности регистрации. Очевидно, и сама эффективность также может быть получена исходя из проведенного анализа, что представляет самостоятельный интерес. Этот метод определения мю-молекулярных констант катализа в дейтерии был использован при обработке экспериментальных данных, полученных в работе [132].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Геритейн С. С., Зельдович Я. Б.//УФН. 1960. Т. 71. С. 581.
 Gerstein S. S., Ponomarev L. I.//Muon Physics./Eds V. W. Hughes, C. S. Wu.-London: Academic Press, 1975. V. III. P. 141.
 Bracci L., Fiorentini G.//Phys. Rep. 1982. V. 86. P. 175.
 Ponomarev L. I., Fiorentini G.//Muon Catal. Fusion. 1987. V. 1. P. 3.
 Меньшиков Л. И. Процессы мюонного катализа в плотной низкотемпературной плазме. Препринт ИАЭ № 4589/2. Москва, 1988.
 Меньшиков Л. И., Шатров В. А.//ЖЭТФ. 1989. Т. 95. С. 458.
 Меньшиков Л. И.//Физ. плазмы. 1990. Т. 16. С. 386.
 Frank F. C.//Nature., London. 1947. V. 160. P. 525.
 Lattes G. M. G., Occhialini G. P. S., Powell C. F.//Ibidem. P. 453.
 Аlvarez L. W., Brander H., Crawford F. S.//Phys. Rev. 1957. V. 105. P. 1127.
 Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974.

- 12 Bethe H. A.//Ann. d Phys. 1930. Bd 5. S. 325.
- 13. Wightman A. S.//Phys. Rev. 1950. V. 77. P. 521. 14 Balashov V. V., Dolinov V. K., Korenman G. Ya.//Muon Catal. Fusion. 1988. V. 2. P. 105.

- Bethe H. A., Leon M.//Phys. Rev. 1962. V. 127. Р. 636.
 Меньшиков Л. И., Пономарев Л. И.//Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 39. С. 542.
 Меньшиков Л. И., Пономарев Л. И. Квазирезонансная перезарядка мезоатомов изотопов водорода в возбужденных состояниях.— Препринт ИАЭ № 4006/12.— Москва, 1984.
- 18. Men'shikov L. I., Ponomarev L. I.//Zs, fur Phys. KL. D. 1986. Bd 2. S. 1. 19 Меньшиков Л. И., Пономарев Л. И.//Письма ЖЭТФ. 1985. Т. 42. С. 12. 20. Бухвостов А. П., Попов Н. П.//ЖЭТФ. 1982. Т. 82. С. 23.

- [21] Меньшиков Л. И. Кинетика мезоатомов изотопов водорода в возбужденных со-
- Меньшаков Л. И. Кинетика мезоатомов изотопов водорода в возоужденных со-стояниях. Препринт ИАЭ № 4531/2. Москва, 1987.
 Men'shikov L. I.//Muon Catal. Fusion. 1988. V. 2. Р. 173.
 Kravtsov A. V., Mayorov A. Yu., Mikhailov A. I., Popov N. P., Soloviev E. A. Quasiresonant Charge excharge of the Excited Mesic Hydrogen in the Mixture of Hydrogen Isotopes. Preprint of Leningrad Inst. Nuclear Research No. 1272.— Leningrad, 1987
- Conobbes E. A.//ЯΦ. 1986. T. 43. C. 784.
 Breunlich W. H., Cargnetli M., Marton J., Kammel P. Muon catalyzed Fusion.— Preprint Lawrence Laboratory. University of California No. 21174.— Berkeley, Ca. 1986.
- 26. Jones S. E., Anderson A. N., Gaffrey A. J.//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 588. 27. Виницкий С. И., Пономарев Л. И.//Физ. ЭЧАЯ. 1982. Т. 13. С. 1336.
- Bubak M., Faifman M. P. Cross section for Hydrogen Muonic Atomic processes in Two-level Approximation of the Adiabatic Frame-work.— Preprint JINR 28. E4-87-464.— Dubna, 1987.
- 29. Матвеенко А. В., Пономарев Л. И.//ЖЭТФ. 1970. Т. 59. С. 1953.
- 30. Беляев В. Б., Герштейн С. С., Захарьев В. Н., Ломнев С. П.//ЖЭТФ. 1959. Т. 37. C. 1652.
- [31] Кравцов А. В., Михайлов А. И., Попов Н. П. Muonic Atoms Scattering on Atoms Препринт ЛИЯФ АН СССР № 1037.– Ленинград, 1985.
 32. Adamczak A., Melezhik V. S., Men'shikov L. I.//Zs. Phys. Kl. D. 1986. Bd 4. S. 153.
 33. Adamczak A., Melezhik V. S.//Phys. Lett. Ser. A. 1986. V. 118. P. 181.

 - 34. Adamczak A. Mesic Atomic scattering on Diatomic Molecules.- Preprint of Uppsa-
 - 34. Adamczak A. Missie Atomic scattering on Diatomic Molecules. Пертис от сурка la University No. 964.—Uppsala, 1988.
 35. Melezhik V. S.//Muon Catal. Fusion. 1987. V. 1. Р. 205.
 36. Меньшиков Л. И. Рассеяние мезоатомов изотопов водорода на молекулах изо-изотопов водорода на молекулах изо-

 - меньшиков Л. И. Гассеяние мезоатомов изотопов водорода на молекулах изотопов водорода. Препринт ИАЭ № 3811/12. Москва, 1983.
 Пономарев Л. И., Файфман М. П.//ЖЭТФ. 1976. Т. 71. С. 1669.
 Весман Э. А.//Письма ЖЭТФ. 1967. Т. 5. С. 113.
 Виницкий С. И., Пономарев Л. И., Пузынин И. В., Пузынина Т. П., Сомов Л. Н., Файфман М. П.//ЖЭТФ. 1978. Т. 74. С. 849.
- 40. Меньшиков Л. И.//ЯФ. 1985. Т. 42. С. 1184.
- [41] Faifman M. P., Men'shikov L. I., Strizsh T. Л.//Миоп Catal. Fusion. 1989. V. 4. Р. 1. 42. Меньшиков Л. И., Файфман М. П. Вычисление скоростей образования мезомолекул с учетом экспериментальных данных по фотоионизации молекул водорода. – Препринт ИАЭ № 3849/12. – Москва, 1983.

- рев Л. И. ц-захват в жидком водороде. Препринт ОИЯИ Р4-82-633. Дубна, 1982.
- 47. Gerstein S. S., Ponomarev L. I.//Phys. Lett. Ser. B. 1977. V. 72. P. 80. 48. Островский В. Н., Устимов В. И.//ЖЭТФ. 1980. Т. 79. С. 1228.

- 49. Lane A. M.//Phys. Lett. Ser. A. 1983. V. 98. P. 337.
 50. Men'shikov L. I., Faifman M. P. A Scheme for Calculating of Decay Rates of Quasi-stationary States of Molecular Complexes.— Preprint IAE No. 4180/12.— Moscow, 1985.
- [51] Меньшиков Л. И., Файфман М. П.//ЯФ. 1986. Т. 43. С. 650.
- 52. Меньшиков Л. И., Пономарев Л. И., Стриж Т. А., Файфман М. П.//ЖЭТФ. 1987. T. 92. C. 1173.

- 53. Переломов В. М., Попов В. С., Терентьев М. В.//ЖЭТФ. 1966. Т. 50. С. 1393.
 54. Меньшиков Л. И.//ЯФ. 1985. Т. 42. С. 1449.
 55. Меньшиков Л. И., Сомов Л. П., Файфман М. П.//ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 6.
- 56. Somov L. N.//Muon Catal. Fusion. 1988. V. 3. P. 465. 57. Faifman M. P.//Ibidem. V. 2. P. 247.
- 58. Меньшиков Л. И., Пономарев Л. И.//Письма ЖЭТФ. 1987. Т. 45. С. 471.

- 59. Faifman M, P., Men'shikov L. I., Ponomarev L. I.//Muon Catal Fusion 1988 V 2 P. 285.
- 60. Breunlich W. H., Cargnelli M., Kammel P.//Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 1137. Н. Сверхтонкая структура уровней энергии мезоатома dµ и мезомо-[61] Сомов Л. лекулы ddu и кинетика мезомолекулярных процессов в дейтерии.— Препринт ОИЯИ Р4-81-851.— Дубна, 1981.
- 62. Breunlich W. H, Cargnelli M., Marion I.//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 329. 63. Faifman M. P., Men'shikov L. I., Ponomarev L. I., Puzunin I. V., Strizsh T. A.//Zs. Phys. Kl. D. 1986. Bd 1. S. 79.
- 64. Men'shikov L. I., Ponomarev L. I.//Phys. Lett. Ser. B. 1986. V. 167. P. 141.
- 65. Петров Ю. В. Влияние конечного времени жизни мезомолекулярного комплекса на резонансный механизм его образования. – Препринт ЛИЯФ АН СССР № 1058 — Ленинград, 1985. 66. *Меньшиков Л. И.*//Физ. ЭЧАЯ. 1988. Т. 19. С. 1349. 67. *Меп'shikov L. I.*//Миоп Catal. Fusion. 1988. V. 2. Р. 273. 68. *Собельман И. И.* Введение в теорию атомных спектров. — М.: Физматгиз, 1963,

- 69. Алексеев В. А., Андреева Т. А., Собельман И. И.//ЖЭТФ. 1972. Т. 62. С. 614. 70. Радциг А. А., Смирнов Б. М. Справочник по атомной и молекулярной физике-М.: Атомиздат. 1980.
- [71] Галицкий В. М. Собрание научных трудов. М.: Наука. 1981.
- 72. Cohen S., Judd D. L., Riddel R. T.//Phys. Rev. 1960. V. 119. P. 384. 73. Зельдович Я. Б., Сахаров А. Д.//ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 947.
- 74. Богданова Л. Н., Маркушин В. Е., Мележик В. С., Пономарев Л. И.//ЖЭТФ
- Bozodnoba J. H., Mapkyuun D. E., Meleshik D. C., Hensinger H. E., 1982. T. 83. C. 1615.
 Bogdanova L. N., Markushin V. E., Meleshik V. S., Ponomarev L. I.//Phys. Lett. Ser. B. 1982. V. 115. P. 171.
 Breunlich W. H., Cargnelli M., Kammel P., Marton J., Nagele N., Werner J., Zmesterkin L. D. With L. Chowa K. Kurah I. Sharman R. H. Bossy H.
- Блешнен И., П., Сагднен И., Кантег Г., Манон Ј., Раден N., Werner J., Zmes-kal J., Petitjean C., Bistirlich J., Crowe K., Kurch J., Sherman R. H., Bossy H., Hartmann F. J., Neuman W., Smidt G.//Muon Catal. Fusion. 1981. V. 1. P. 121.
 Виницкий С. И., Пономарев Л. И., Файфман М. П.//ЖЭТФ. 1982. Т. 82. С. 985.
 Бакалов Д. Д., Мележик В. С., Меньшиков Л. И., Файфман М. П.//ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 61.
 Н. И. Интерсия

- 79. Меньшиков Л. И. Ионно-молекулярные реакции, индуцированные мюонами в смеси изотопов водорода. – Препринт ИАЭ № 3810/12. – Москва, 1983.
- 80. Адьясевич Б. П., Антоненко В. Г., Брагин В. Н.//ЯФ. 1982. Т. 33. С. 1167.
 [81] Быстрицкий В. М., Джелепов В. П., Ершова З. В., Зинов В, Г., Капышев В. К., Мухамет-Галиева С. М., Надеждин В. С., Ривкис Л. А., Руденко А. И., Сатаров В. И., Сергеева Н. В., Сомов Л. Н., Столупин В. А., Фильченков В. В.//Письма ЖЭТФ. 1980. Т. 31. С. 249.
 82 Зинов В. Г. Сомов Л. Н. Филисисса В. Р. Об одгорододски разволять сторода. С. В. С., Самарина В. С., Сомов Л. Н., Столупин В. А., Сомов Л. Н., Столупин В. А., Сомов Л. Н., Столупин В. А., Сомов В. В.//Письма ЖЭТФ. 1980. Т. 31. С. 249.
 - 82. Зинов В. Г., Сомов Л. Н., Фильчеков В. В. Об определении параметров процесса мюонного катализа из анализа экспериментальных временных распределений последовательно регистрируемых событий реакций синтеза. – Препринт ОИЯИ Р1-81-853 — Дубна, 1983.

 - 83. Зинов В. Г., Сомов Л. Н., Фильченков В. В.//АЭ. 1985. Т. 58. С. 190.
 84. Bubak M., Bystritsky V. M., Gula A.//Acta Phys. Polon. Ser. B. 1985. V. 16. P. 575.
 85. Filchenkov V. V., Somov L. N., Zinov V. G.//Nucl. Instr. and Meth. Ser. A. 1984. V. 228. P. 174.
 - 86. Зинов В. Г., Сомов Л. Н., Фильченков В. В. Методика определения параметров процесса множественного мюонного катализа. — Препринт ОИЯИ Р15-82-478. — Дубна. 1982.
 - Caffrey A. J., Anderson A. N., van Siclen C., Watts K. D., Bradbury J. N., Gram P. A. M., Leon M., Maltrud H. R., Paciolti A., Jones S. E.//Muon Catal. Fusion. 1987. V. 1. P. 53.
 - 1987. V. I. P. 53.
 88. Breunlich W. H., Cargnelli M., Kammel P., Marton J., Nagele N., Pawlek P., Scrinzi A., Werner J., Zmeskal J., Bistirlich J., Crowe K. M., Justice M., Kurck J., Petitjean C., Sherman R. H., Bossy H., Daniel H., Hartman F. J., Neumann W., Schmidt A., Von Egidi T.//Ibidem. P. 67.
 89. Геритейн С. С., Петров Ю. В., Пономарев Л. И., Попов Н. П., Пресняков Л. И., Сомов Л. Н.//ЖЭТФ. 1981. Т. 80. С. 1690.
 90. Втасай L. Fiorentrin G. (Nucl. Phys. Ser. A. 1081, V. 264, P. 383)
- 90. Bracci L., Fiorentini G.//Nucl. Phys. Ser. A. 1981. V. 364. P. 383.
 [91] Bogdanova L. N., Bracci L., Fiorentini G., Gershtein S. S., Markushin V. E., Melezhik V. S., Men'shikov L. I., Ponomarev L. I.//Nucl. Phys. Ser. A. 1986. V. 454. P.653.
- 22. Ceperly D., Alder B. J.//Phys. Rev. Ser. A. 1985. V. 31. P. 1999.
 23. Bogdanova L. N., Markushin V. E., Melezhik V. S., Men'shikov L. I., Ponoma-rev L. I.//Phys. Lett. Ser. B. 1985. V. 161. P. 1.
- 94. Brice D. K.//Phys. Rev. 1972. V. 6. P. 1791. 95. Fesenko G. A., Shablov V. L., Shakirov V. A.//Muon Catal. Fusion. 1988. V. 3. P. 439
- 96. Watt E., Dunn K. F., Gilbody H. B.//J. Phys. Ser. B. 1986. V. 19. P. 355.
- 97. Mitchel J. B., Dunn K. P., Angel G. C.//Ibidem. 1987. V. 10. P. 1897.

- 98. Peart B., Grey R., Dolder K. T.//Ibidem. 1977. V. 10. Р. 2675. 99. Вайнштейн Л. А., Собельман И. И., Юков К. А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. — М.: Наука, 1979. 100. Menshikov L. I. The Muon streaping Probability at Processes of aµ-Atom Decele-
- ration and Excitation in Substance.-Preprint IAE No. 4206/12.-Moscow, 1985.
- [101] Cohen J. S.//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 1407.
 102. Меньшиков Л. И., Пономарев Л. И.//Письма ЖЭТФ. 1985. Т. 41. С. 511.
 103 Breunlich W. H., Cargnelli M., Marion J., Kammel P., Petitjean C.//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 329.
 - 104. Балин Д. В., Воробьев А. А., Воробьев Ан. А., Ильин А. Е., Маев Е. М., Малеев В. П., Марков А. А., Медведев В. И., Петров Г. Е., Петров Л. Б., Семенчук Г. Г., Смирении Ю. В.//Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 40. С. 318.
 105. Меньшиков Л. И.//ЖЭТФ. 1983. Т. 85. С. 1159.
 106. Меньшиков Л. И. Физ. плазмы. 1990. Т. 16. С. 726.

 - 107. Меньшиков Л. И., Сомов Л. Н.//АЭ. 1990. Т. 69. С. 398.
- 107. Меньшаков Л. И., Сомов Л. П.//А. 1990. 1. 09. С. 398.
 108. Беляев С. Т., Будкер А. Н.//Физика плазмы и проблемы управляемых термо-ядерных реакций.—М.: Изд-во АН СССР, 1958.—Т. 3. С. 41.
 109. Питаевский Л. П.//ЖЭТФ. 1962. Т. 42. С. 1326.
 110. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика.— М.: Наука, 1979.

- [111] Бете Г., Солпитер Е. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. – М.: Физматгиз, 1960.
 - 112. Гельман Г. Г. Квантовая химия М.: ОНТИ, 1937. 113. Feinman R. P.//Phys. Rev. 1939. V. 56. P. 340.

 - 114. Kolos W, Wolnievicz L.//J. Chem. Phys. 1964. V. 41. P. 3663.

 - 115. Kolos W., Wolnievicz L.//Ibidem. 1965. V. 43. P. 2429. 116. Ponomarev L. I., Puzynina T. P. Tables of the Effective Potentials for the Threebody Problem with the Coulomb Interaction in the Adiabatic Representation.— Preprint JINR E4-83-778.—Dubna, 1983.

 - 117. Беляев С. Т., Будкер А. И.//ДАН СССР. 1956. Т. 107. С. 807. 118. Трубников Б. А.//Вопросы теории плазмы. Вып. 1.— М.: Госатомиздат, 1963.
- 119. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
 120. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. М.: Наука, 1968.
- [121] Брагинский С. И. Явления переноса в плазме.//[118].— С. 183. 122. Grabovsky E. V., Nedoseev S. L., Oleynik G. M., Smirnov V. P., Tsarfin V. Ya.// Proc. of the 7th Intern. Conference on High Power Particle Beams (Beams-88).— Karlsruhe, FRG, 1988—EC-5. Р. 333.
 123. Бакит Р. Б.//Эмиссионная сильноточная электроника./Под ред. Г. А. Месяца.—
 - Новосибирск: Наука, 1984.
 - 124. Бакшт Р. Б., Дацко И. М., Лоскутов В. В., Федюнин А. В. Субкиловольтное из-лучение быстрых лайнеров.— Препринт ИСЭ СО АН СССР № 34.— Томск, 1988.
 125. Вихрев В. В.//Физ. плазмы. 1986. Т. 12. С. 454.
 - 126. Дьяченко В. Ф., Имшенник В. С.//Вопросы теории плазмы.— М.: Атомиздат. 1974.— Вып. 8. С. 164.
 - 127. Трубников Б. А.//Физ. плазмы. 1986. Т. 12. С. 468.
- 128. Орлов В. В., Шаталов Г. Б., Шерстнев К. Б.//АЭ. 1983. Т. 55. С. 391. 129. Petrov Yu. V.//Nature, London. 1980. V. 285. Р. 466. 130. Меньшиков Л. И., Недосеев С. Л., Смирнов В. П., Сомов Л. Н. О возможности получения высокоэнергичных электронных и ионных колец в сжимающихся лай-
- получения высокозпертичных электронных и понных колец в склышениен лан нерах. Препринт ИАЭ № 5077/6. Москва, 1990.
 Быстрицкий В. М., Джелепов В. П., Петрухин В. И., Руденко А. И., Сомов Л.Н., Суворов В. М., Фильченков В. В., Хемниц Г., Хованский Н. Н., Хоменко Б. А., Хорват Д.//ЖЭТФ. 1979. Т. 76. С. 460.
 Виликийски И. М. Dzhalanov, V. P. Filchenkov, V. V. Somov, I. N. Stolupin A. V//
 - 132. Bystritsky V. M., Dzhelepov V. P., Filchenkov V. V., Somov L. N., Stolupin A. V.// Proc. of Muon Catalyzed Fusion Workshop.— Sanibal Island. Fl., USA, 1989.— P. 17.