

При  $t \rightarrow 0$  интенсивности всех линий стремятся к нулю, так как начальное состояние РП является синглетным. Интересный результат получается при сравнительно малых  $\omega_1 t, \omega_1 t \ll 1$ . Тогда

$$J \approx J' \approx \frac{\Delta\omega^2}{8R^2 \sin^2(Rt)} (\omega_1 t) \omega_1.$$

Интенсивности всех линий совпадают. Здесь первый множитель задает вероятность РП перейти в триплетное состояние, а  $\omega_1 t$  — угол нутации. Такого типа результат можно было ожидать, так как СВЧ поле действует только на триплетные состояния РП.

Для РЦ с разной ориентацией величины  $\Delta\omega$ ,  $B$ , а значит, и  $R$  разные. Поэтому при  $t > \langle \Delta R^2 \rangle^{-1/2}$  можно положить  $\langle \cos(2Rt) \rangle \approx 0$ . Тогда

$$J \approx \omega_1 \frac{\Delta\omega^2}{16R^2} \frac{\sin(2\omega_1 t \sin \varphi)}{2 \sin \varphi}$$

и

$$J' \approx \omega_1 \frac{\Delta\omega^2}{16R^2} \frac{\sin(2\omega_1 t \cos \varphi)}{2 \cos \varphi}.$$

Интенсивности всех линий меняются с  $\omega_1$  и временем, причем две линии  $\sim J$ , а две другие  $\sim J'$ .

Норрисом, Турнауэр и др. было предложено объяснение равенства интенсивностей линий спектра ЭПР РЦ на основе соображений населенностей уровней РП и схемы переходов между уровнями. В докладе показано, что такой подход в пределе линейного отклика оправдан, если разброс значений  $R$  успевает быстро разрушить когерентность состояний РП. Для этого должно быть  $t > \langle \Delta R^2 \rangle^{-1/2}$ .

Автор благодарен Д. Штелику, Дж. Норрису за обсуждение этой проблемы.

См. по этому вопросу книгу: *Salikhov K. M., Molin Yu. N., Sagdeev R. Z., Buchachenko A. L. Spin Polarization and Magnetic Effects in Radical Reactions.*—Amsterdam: Elsevier; Budapest: Akademie Kiado, 1984.

530-182(048)

**И. С. Арансон, К. А. Горшков, А. С. Ломов, М. И. Рабинович.** Нелинейная динамика локализованных состояний многомерных полей. Примеры двумерных и трехмерных локализованных состояний (частицеподобных структур) нелинейных полей или сред хорошо известны. Это вихри в атмосфере, ринги в океане, различного рода дефекты в кристаллах и регулярных волновых решетках, локализованные волны зарядной плотности, плазменные шнуры в установках для управляемого ядерного синтеза, локализованные спирали в жидких кристаллах и др. Возможно, что и элементарным частицам соответствуют локализованные «свободные от сингулярности» решения нелинейных многомерных уравнений поля.

Пространственные характеристики локализованных состояний весьма универсальны. Они не зависят не только от физической природы исследуемого поля (среды), но и от того, идет ли речь о диссипативных неравновесных средах (например, конвективные течения), гамильтоновских полях («частицы») или статистических системах (кристаллические решетки). Подобная универсальность объясняется тем, что во всех этих ситуациях локализованные состояния есть результат спонтанного нарушения симметрии системы и потому они подчиняются общим топологическим законам.

Для физики неравновесных сред основной интерес представляет нелинейная динамика локализованных состояний (перенос зарядов, взаи-

модействие «частиц» в теории поля, взаимодействие вихрей в турбулентности и т. д.). При этом первоочередной представляется проблема построения таких базовых моделей теории, в рамках которых существовали бы устойчивые локализованные состояния многомерных полей, например, устойчивые трехмерные солитоны. Как известно, однако, традиционные модели представляют нам примеры лишь неустойчивых стационарных «частиц» (одномерный случай—счастливое исключение). Модели, в рамках которых устойчивые многомерные «частицы» существуют, были предложены недавно в работах авторов [1]. Обсуждению этих моделей и построению на их основе теории взаимодействия локализованных состояний, включающей в себя образование решеток, «планетарных систем», рождение динамического пространственно-временного хаоса и др. посвящен данный доклад.

При анализе стационарных локализованных состояний естественно рассматривать одновременно уравнения диссипативных неравновесных сред и гамильтоновых полей. Это удобно сделать на примере потенциальных полей, стационарные состояния которых удовлетворяют уравнению  $\delta F / \delta u = 0$ , где  $u$ —физическая переменная, а  $F$  имеет смысл лагранжиана (потенциальной энергии и т. д.) для гамильтоновского поля, и свободной энергии—для диссипативной неравновесной среды. Устойчивая локализованная структура находится из условий равенства нулю первой вариации,  $\delta F = 0$ , и положительности второй,  $\delta^2 F > 0$  (это отвечает минимуму потенциала). Динамические уравнения имеют соответственно вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\delta F \{u\}}{\delta u} \quad (1)$$

для диссипативной среды и

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\delta F \{u\}}{\delta u} \quad (2)$$

—для гамильтоновского поля. Стационарные структуры полей (1) и (2), очевидно, тождественны. Число их может быть сколь угодно велико—мультистабильность. В рамках градиентной модели (1) стационарные состояния самопроизвольно устанавливаются при  $t \rightarrow \infty$  в результате эволюции системы, в случае же гамильтоновой модели (2) их нужно угадать (что невероятно), либо воспользоваться подсказкой системы (1).

Чтобы раскрыть правые части (1) или (2), представим плотность энергии

$$\mathcal{F} (\mathbf{F} = \int \mathcal{F} \, d\mathbf{r})$$

вблизи точки потери устойчивости тривиального однородного состояния в виде разложения по степеням поля и степеням градиента поля:

$$\mathcal{F}_1 = \alpha u^2 + \beta u^3 + \gamma u^4 + \xi (\nabla u)^2 + \zeta (\nabla^2 u)^2 + \dots \quad (3)$$

В результате получим уравнение, которое естественно назвать обобщенным уравнением Свифта-Хоенберга (коэффициенты опущены)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u (1 - \beta u + u^2) - (k_0^2 + \nabla^2)^2 u. \quad (4)$$

Как показывают прямые компьютерные эксперименты, в этой модели действительно существуют устойчивые локализованные состояния с различной топологией (они соответствуют различным локальным минимумам  $F$ ). Это «шар», «тор» и «бейсбол»—структура, подобная рисунку на теннисном мяче (рис. 1). Принципиальным отличием этих «час-

тиц» от традиционных солитонов является характер спадания поля на периферии структуры—в нашем случае поле экспоненциально спадает и осциллирует. Благодаря этому подобные структуры могут образовывать чрезвычайно разнообразные устойчивые связанные состояния—цепочки, решетки, планетарные системы с дискретным (бесконечным) набором орбит и т. д. (что и подтверждается компьютерными экспериментами).

Все эти стационарные состояния существуют и устойчивы и в гамильтонном аналоге модели (4)—

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (k_0^2 + \nabla^2)^2 u + u(1 - \beta u + u^2) = 0. \quad (5)$$

В градиентной модели (4) все предельные (при  $t \rightarrow \infty$ ) состояния поля (среды) — статические. В системе же (5) возможны взаимные вращения «частиц», образование осциллирующих (периодически, квазипериодически и хаотически) кластеров, распространение волн по решеткам и т. п. В предположении, что взаимодействие частиц слабое, для описания их динамики может быть построена асимптотическая теория (малым параметром здесь служит отношение поля на «хвосте» одной частицы к полю в максимуме других).

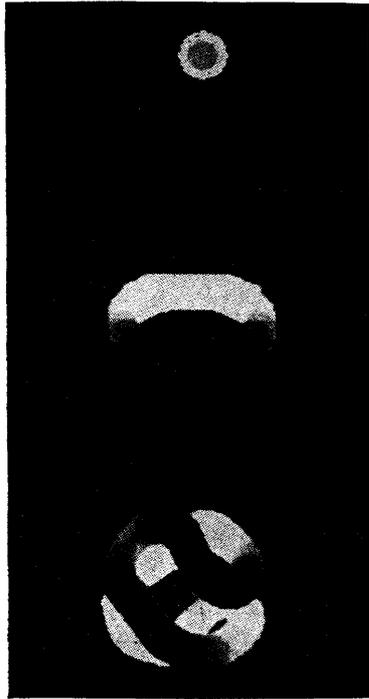


Рис. 1

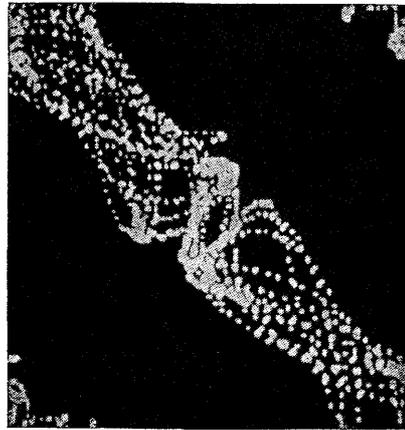


Рис. 2

Например, для координат центров масс взаимодействующих шаров получается система уравнений, подобная уравнениям ньютоновской механики:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}_{0i}}{dt} &= \mathbf{v}_i, \\ \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} &= \nabla_{\mathbf{r}_{0i}} \sum_{j \neq i} \operatorname{Re} \frac{\exp(i\mathbf{k} \cdot |\mathbf{r}_{0i} - \mathbf{r}_{0j}|)}{|\mathbf{r}_{0i} - \mathbf{r}_{0j}|} \quad (\mathbf{k} = \mathbf{k}' + i\mathbf{k}''), \end{aligned} \quad (6)$$

отличающаяся от классических уравнений лишь характером потенциала. В рамках этой системы удастся описать взаимные вращения (периодические и квазипериодические) локализованных состояний, наблюдавшиеся в прямых компьютерных экспериментах с уравнением (5), а также образование разнообразных связанных состояний.

Замечательно, что в рамках моделей типа (5) удастся разобраться в механизмах рождения пространственно-временного беспорядка в чисто динамических моделях поля. Один из основных таких механизмов — возникновение локализованных состояний и их случайные блуждания в пространстве (в результате взаимодействия с другими «частицами» или регулярными полями). Так, при определенных начальных условиях динамика системы

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (k_0^2 + v^2)u + u(1 - \beta u + u^2) + uv = 0, \quad (7)$$

$$\Delta v + v = 0$$

может рассматриваться как взаимодействие одной «частицы» с периодически неоднородным полем  $v$ . В частности, для двумерного пространства уравнение (6) при этом примет вид

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_0}{dt^2} = -\nabla U(X, Y), \quad \mathbf{r}_0 = \{X, Y\}, \quad (8)$$

где  $X$  и  $Y$ —координаты центра масс локализованного состояния. Системы, подобные (8), как известно [2], описывают случайные блуждания частицы в  $X, Y$ -пространстве. Именно такие случайные блуждания были обнаружены и в прямых экспериментах с системой (7) (рис. 2).

Рассмотрение, подобное проведенному для действительных скалярных полей, возможно, и для комплексных полей. При этом аналогично (3) имеем

$$\mathcal{F}_2 = \alpha |u|^2 + \beta |u|^4 + \gamma |u|^6 + |(k_0^2 + v^2)u|^2 + \dots \quad (9)$$

(здесь учтена независимость энергии от фазы поля—калибровочная инвариантность). Соответственно, уравнение имеет вид

$$(i\kappa + \nu) \frac{\partial u}{\partial t} = -u(1 - \beta |u|^2 + |u|^4) - (k_0^2 + v^2)u. \quad (10)$$

Случай  $\kappa=0$  отвечает градиентной (диссипативной системе),  $\nu=0$ —гамильтоновой.

В рамках модели (10) удалось обнаружить локализованные двумерные и трехмерные спирали (в случае 3Д—это тороидальные свитки), исследовать их связанные состояния и описать хаотические блуждания.

Среди нерешенных проблем в первую очередь следует упомянуть необходимость исследования сильных взаимодействий «частиц», при которых одни структуры трансформируются в другие, аннигилируют и т. д. По-видимому, с помощью подобных рассмотренных моделей возможен последовательный переход от динамических систем к системам статистической механики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ломов А. С., Рабинович М. // Письма ЖЭТФ. **1988**. Т. 48. С. 598.  
Gorshkov K. A., Lomov A. S., Rabinovich M. // Phys. Lett. Ser. A. **1989**. V. 137. P.250.  
Aranson I. S., Gorshkov K. A., Rabinovich M. // Phys. Rev. Lett. **1990**.
2. Hemon M., Heiles C. // Astron. J. **1964**. V. 60. P. 73.  
Лихтенберг А., Либман М. Регулярная и стохастическая динамика.—М.: Мир, 1984.