

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

539.122.2

**ИЗЛУЧЕНИЕ ЧАСТИЦ В СРЕДАХ С НЕОДНОРОДНОСТЯМИ  
И КОГЕРЕНТНОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ**

***К. Ю. Платонов, И. Н. Топтыгин, Г. Д. Флейшман***

(Ленинградский политехнический институт,  
Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе АН СССР, Ленинград)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Когерентные механизмы излучения релятивистских частиц в среде .....	59
2. Теория тормозного излучения в средах с неоднородностями плотности .....	62
3. Обратное комптоновское рассеяние лэнгмюровских волн в плазме.....	67
4. Переходное излучение как когерентное поляризационное тормозное излучение .....	68
5. Заключение .....	69
Список литературы .....	69

**1. Когерентные механизмы излучения релятивистских частиц в среде.** Хорошо известно [1, 2], что релятивистский электрон, движущийся в монокристалле, генерирует когерентное тормозное излучение, причем когерентность связана в данном случае с упорядоченностью расположения атомов. В идеальном бесконечном монокристалле имеется так называемый «дальний порядок», т. е. положения атомов строго коррелированы на произвольно больших расстояниях.

В плазме и некристаллических конденсированных средах также возможны ситуации, когда имеется упорядоченность в положениях частиц на макроскопических расстояниях. Такая упорядоченность может осуществляться, если в среде имеются случайные неоднородности плотности (например, турбулентность в плазме), распространяются акустические волны (в жидкости или твердом теле) или искусственно созданы структуры (стопка пластинок из различных материалов). В этих случаях, однако, корреляция имеет иной, чем в монокристалле, статистический характер, а упорядоченность положений частиц является локальной (в пределах соответствующей длины корреляции).

Оказывается, что макроскопические неоднородности среды могут существенно повлиять на формирование тормозного излучения релятивистскими частицами и привести к тому, что кроме известного некогерентного излучения Бете—Гайтлера появится добавочное когерентное тормозное излучение (КТИ). Это имеет место несмотря на то, что длина излучаемой волны мала по сравнению с масштабами неоднородностей среды, и связано с малостью продольного импульса, передаваемого среде излучающей релятивистской частицей. Вследствие этого излучение частоты  $\omega$  формируется на длине порядка  $l_c \approx (c\gamma^2 / \omega) [1 + (\omega_p^2 \gamma^2 / \omega^2)] (\gamma - \text{лоренц-фактор частицы, } \omega_p - \text{плазменная частота), которая может до-}$

стигать макроскопических значений. При наличии в среде неоднородностей плотности такого же или меньшего масштаба, в которых положения электронов и ядер коррелированы, и возникает дополнительный вклад в тормозное излучение релятивистских частиц — КТИ.

Следует отметить, что упорядоченность расположения частиц среды — не единственная причина, вызывающая когерентное излучение быстрой частицы в веществе. Эффект когерентности может проявляться в аморфной среде при движении частицы со сверхсветовой скоростью. Возникающее при этом излучение — это хорошо известное излучение Вавилова — Черенкова (ИВЧ). Фактором, обуславливающим когерентность, является в случае ИВЧ сама налетающая частица: электромагнитное поле движущейся частицы можно представить в виде суперпозиции волн, распространяющихся со скоростью  $c/n$  ( $n$  — показатель преломления среды). В направлении, образующем угол  $\theta$  со скоростью частицы  $v$ , последовательность испускаемых волн будет иметь одинаковые фазы, если  $v, n, \theta$  связаны соотношением

$$\frac{c}{n} = v \cos \theta. \quad (1)$$

Распространяющиеся в фазе волны обуславливают излучение в направлении  $\theta$  — излучение Вавилова — Черенкова.

Чтобы лучше понять физическую природу когерентности в тормозном излучении, излучении Вавилова—Черенкова и излучении среды под действием поля налетающей частицы (последний процесс в [3], называется переходным рассеянием либо переходным тормозным излучением, а в [4] — поляризационным тормозным излучением), рассмотрим эти процессы микроскопически. Диаграммы Фейнмана, отвечающие трем указанным процессам, приведены на рис. 1—3.

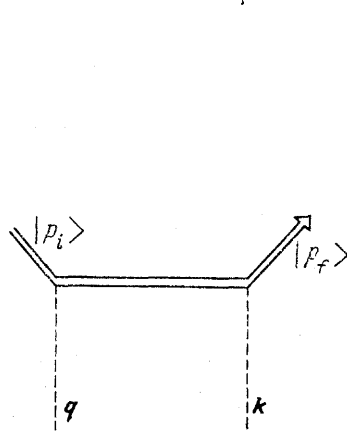


Рис. 1

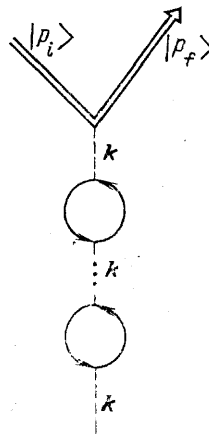


Рис. 2

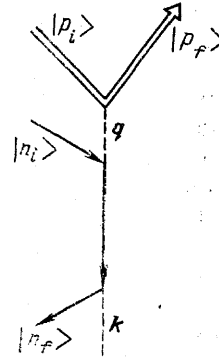


Рис. 3

При тормозном излучении быстрая частица обменивается со средой виртуальным фотоном, имеющим импульс  $q$ , и испускает квант с импульсом  $k$  (см. рис. 1). В неупорядоченной среде это дает известное некогерентное излучение Бете—Гайтлера. Но если в среде имеются неоднородности с масштабом  $l$ , то при  $q_{\parallel} \approx l_c^{-1} \sim 2\pi l^{-1}$  квадрат фурье-компоненты электромагнитного поля виртуального фотона содержит вклад, пропорциональный квадрату числа частиц (см. п. 2). Это означает, что частицы среды упорядоченно воздействуют своими полями на движение быстрой частицы, что и вызывает когерентное тормозное излучение.

В процессе излучения частица переходит из состояния  $|p_i\rangle$  в состояние  $|p_f\rangle$  отличное от  $|p_i\rangle$ . Что касается среды, то ее переход в другое квантовое состояние необязателен. Более того, можно рассматривать среду как объект, не имеющий динамических степеней свободы и создающий лишь внешнее поле, которое воздействует на частицу.

При поляризационном тормозном излучении частица также обменивается со средой виртуальным фотоном с импульсом  $\mathbf{q}$ , но в данном случае квант света излучают электроны среды (см. рис. 3). Поэтому учет степеней свободы среды обязателен, хотя квантовое состояние среды может и не изменяться: возможен как упругий по отношению к среде процесс  $|n_f\rangle = |n_i\rangle$ , так и неупругие процессы  $|n_f\rangle \neq |n_i\rangle$ . Что касается когерентных эффектов при поляризационном тормозном излучении, то они могут быть двух типов. В области частот  $\omega \ll c/R$ , где  $R$ —радиус экранирования (радиус атома или радиус Дебая в плазме) все электроны атома или дебаевской сферы излучают когерентно [3]. Но если в среде есть макроскопические неоднородности масштаба  $l$ , то при  $|\mathbf{q}-\mathbf{k}| \sim 2\pi l^{-1}$  возникает еще один когерентный эффект. Он будет рассмотрен в п. 4. Отметим, что в обоих случаях—как обычного, так и поляризационного тормозного излучения—среда получает или отдает отличный от нуля импульс.

При излучении Вавилова—Черенкова взаимодействие быстрой частицы со средой отличается от рассмотренных выше случаев. Виртуальный фотон, испускаемый быстрой частицей, рассеивается средой на нулевой угол, при этом состояние среды не изменяется и импульс среде не передается. Процесс упругого рассеяния виртуального фотона изображен на рис. 2 с помощью поляризационного оператора. В результате многократного перерассеяния виртуального фотона происходит изменение его закона дисперсии («одевание» фотона в среде). При определенных  $\mathbf{k}$ , удовлетворяющих условию (1), «одетый» виртуальный фотон выходит на массовую поверхность и превращается в реальный, так возникает излучение Вавилова—Черенкова. Поскольку в процессе формирования излучения не происходит передачи импульса среде, излучение Вавилова—Черенкова нельзя интерпретировать как излучение частиц среды, возбуждаемых налетающей частицей. Это обстоятельство было подчеркнуто еще в основополагающей работе Тамма и Франка [5]. Интенсивность излучения Вавилова—Черенкова определяется только величиной показателя преломления, и никакие другие детали структуры среды на ней не сказываются. Более того, излучение Вавилова—Черенкова возникло бы и в вакууме при сверхсветовой скорости заряженной частицы, если бы движение со сверхсветовой скоростью было возможно.

Ниже в этой работе мы «не будем больше обсуждать» когерентные свойства излучения Вавилова—Черенкова, но проанализируем когерентные эффекты в излучении налетающей релятивистской частицы или возбуждаемых ею частиц среды, вызванные наличием макроскопических неоднородностей (см. также [6]). В некоторых ситуациях когерентное тормозное излучение должно приводить к заметным наблюдаемым эффектам, которые ранее в литературе не отмечались; в других случаях оно сводится к уже известным эффектам: обратному комптоновскому рассеянию ленгмюровских волн в электромагнитные и переходному излучению. В последнем случае речь идет о когерентности в поляризационном тормозном излучении, которое интенсивно исследуется в последние годы [4]. Эти эффекты, как оказывается, можно рассматривать не только макроскопически, но и как результат когерентного сложения полей излучения, связанных с отдельными микрочастицами (атомами или электронами среды). Такое рассмотрение имеет не только методическое преимущество, но и позволяет выяснить условия, при которых эффекты когерентности в излучении оказываются существенными.

**2. Теория тормозного излучения в средах с неоднородностями плотности.** Спектрально-угловая плотность энергии  $\mathcal{E}_{n,\omega}$  излучаемой частицей с зарядом  $e$  за все время движения, может быть представлена в виде

$$\frac{d^2\mathcal{E}_{n,\omega}}{d\omega d\Omega} = \frac{\omega}{(2\pi)^2} \left| \mathbf{k} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} \mathbf{j}_{fi}(\mathbf{k}; t) dt \right|^2, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}}{k}, \quad (2)$$

где  $\omega$ ,  $\mathbf{k}$ —частота и волновой вектор излучаемых электромагнитных волн, связанные законом дисперсии в среде,  $\Omega$ — телесный угол излучения;  $\mathbf{j}_{fi}(\mathbf{k}, t)$ — матричный элемент тока перехода между начальным состоянием  $i$  и конечным  $f$ :

$$\mathbf{j}_{fi}(\mathbf{k}, t) = \langle f | \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{r}; t) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} | i \rangle. \quad (3)$$

Энергия взаимодействия релятивистской частицы со средой много меньше ее кинетической энергии. Будем вычислять волновую функцию налетающей частицы по теорий возмущений. В нулевом приближении, когда волновая функция представляет собой плоскую волну, выражение (2) дает интенсивность излучения Вавилова—Черенкова, если выполнено условие (1). Рассмотрим область более высоких частот, где  $n(\omega) < 1$ . Учитывая влияние частиц среды на движение налетающей частицы, в первом порядке теории возмущений из (2) можно получить известное выражение для спектральной плотности тормозного излучения [1]:

$$\begin{aligned} d\mathcal{E}_{\omega} = & \frac{e^4}{4\mathcal{E}^2 V (4\pi)^2} \frac{dq_0 d\mathbf{q} d\mathbf{k}}{(2\pi)^6} \frac{|\zeta(\mathbf{q}, q_0)|^2}{\kappa_1^2 \kappa_2^2} \left[ -2\kappa_1 \kappa_2 \frac{q^2}{m^2} \left( \frac{4\mathcal{E}^2}{m^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \kappa_1 + \kappa_2 - \frac{q^2}{m^2} - 2 \right) + (\kappa_1^2 + \kappa_2^2) \left( \kappa_1 \kappa_2 + \frac{2q^2}{m^2} \right) - \frac{8\mathcal{E}^2}{m^2} (\kappa_1 + \kappa_2)^2 \right] \times \\ & \times \delta(\omega - q_0 - (\mathbf{k} - \mathbf{q}) \mathbf{v}), \quad q = (q_0, \mathbf{q}), \quad p = (\mathcal{E}, \mathbf{p}), \quad (4) \end{aligned}$$

где  $\mathcal{E}$ ,  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $m$ —энергия, импульс, скорость и масса релятивистской частицы (электрона),  $\kappa_1 = 2k(p+q-k)/m^2$ ,  $\kappa_2 = -2kp/m^2$ ,  $\mathbf{q}$  и  $q_0$ —передаваемые при столкновении импульс и энергия,  $V$ —нормировочный объем (в (4) положено  $\hbar=1$  и  $c=1$ ), а  $\zeta(\mathbf{q}, q_0)$ —временная компонента 4-потенциала электромагнитного поля, создаваемого всеми частицами плазмы при их истинном движении. Для обычных сред и нерелятивистской плазмы излучение зависит только от скалярного потенциала  $\zeta(\mathbf{q}, q_0)$  и не зависит от векторного потенциала  $\Lambda(\mathbf{q}, q_0)$ . Суммируя вклады всех электронов и ионов плазмы, для  $|\zeta(\mathbf{q}, q_0)|^2$  находим:

$$\begin{aligned} |\zeta|^2 = & \frac{(4\pi e)^2}{q^2} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \exp[-iq_0(t-t')] \times \\ & \times \left\langle \sum_{a=1}^{ZN} \sum_{b=1}^{ZN} \exp[i\mathbf{q}(\mathbf{r}_a(t) - \mathbf{r}_b(t'))] + \right. \\ & \left. + Z^2 \sum_{A=1}^N \sum_{B=1}^N \exp[i\mathbf{q}(\mathbf{R}_A(t) - \mathbf{R}_B(t'))] - \right. \\ & \left. - Z \sum_{a=1}^{ZN} \sum_{B=1}^N \exp[i\mathbf{q}(\mathbf{r}_a(t) - \mathbf{R}_B(t'))] - \right. \\ & \left. - Z \sum_{A=1}^N \sum_{b=1}^{ZN} \exp[-i\mathbf{q}(\mathbf{R}_A(t) - \mathbf{r}_b(t'))] \right\rangle, \quad (5) \end{aligned}$$

где  $e$ ,  $Ze$ —заряды электрона и иона,  $\mathbf{r}_{a,b}$ ;  $\mathbf{R}_{A,B}$ —их радиус-векторы,  $N$ —полное число ионов в системе.

Аналогичное суммирование для сред, состоящих из нейтральных атомов, дает следующее выражение:

$$|\zeta|^2 = \frac{(4\pi e)^2 Z^2}{(q^2 + R^{-2})^2} \int dt \int dt' \exp[-iq_0(t-t')] \times \\ \times \left\langle \sum_{A=1}^N \sum_{B=1}^N \exp[-iq(\mathbf{R}_A(t) - \mathbf{R}_B(t'))] \right\rangle, \quad (6)$$

где  $R$ —радиус атома,  $\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B$  — радиус-векторы ядер. Интересно, что (5) можно привести к виду (6), если в плазме отсутствуют колебания, нарушающие ее квазинейтральность (такие, как ленгмюровские волны), тогда как магнитозвуковые и ударные волны могут присутствовать. Это соответствует представлению об экранировании кулоновских полей ядер электронными дебаевскими шубами, причем  $R$  в (6) имеет смысл дебаевского радиуса экранирования.

Если положения различных частиц среды совершенно случайны, то при усреднении двойной суммы в (6) (структурного фактора среды), ненулевой вклад дадут лишь члены с  $A=B$ , и излучение будет описываться известной формулой Бете—Гайтлера для некогерентного тормозного излучения.

Однако, если в среде распространяются волны (например, акустические), созданы структуры или имеются случайные неоднородности плотности, то положения частиц могут быть коррелированы на достаточно больших расстояниях, что приведет к отличию двойной суммы в (6) от  $N$ . Соответствующие добавки в  $w_a$  описывают через посредство формулы (4) генерацию когерентного тормозного излучения, которое в ряде случаев может быть достаточно интенсивным и доминирующим в определенных частотных интервалах.

При наличии в среде неоднородности плотности усреднение в (6) удобно проводить с помощью соответствующих корреляционных функций, отделив в сумме автокорреляционные члены ( $A=B$ ) от парных корреляций ( $A \neq B$ ):

$$\left\langle \sum_{A=1}^N \sum_{B=1}^N \exp[iq(\mathbf{R}_A(t) - \mathbf{R}_B(t'))] \right\rangle = \\ = \frac{N}{V} \int f(\mathbf{p}) w_a(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau) \exp[iq(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 + \\ + \frac{N(N-1)}{V^2} \int f^{(2)}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau) \exp[iq(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2, \quad (7)$$

где  $f(\mathbf{p})$  — функция распределения частиц среды по импульсам, нормированная на единицу,  $w_a$  — автокорреляционная функция, описывающая вероятность изменения координаты и импульса отдельной частицы от значений  $\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1$  до  $\mathbf{r}_2, \mathbf{p}_2$  за время  $\tau$ ,  $f^{(2)}$ —двухчастичная функция распределения:

$$f^{(2)} = f(\mathbf{p}_1) f(\mathbf{p}_2) + g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau), \quad (8)$$

которая содержит двухчастичную корреляционную функцию  $g$ , а  $V$ —объем системы. В (7) учтено, что в статистически однородной в пространстве и во времени среде корреляционные функции  $w_a$  и  $g$  зависят только от разностей времен и координат.

Вычисление  $f(\mathbf{p})$  и  $w_a$  позволяет с помощью (7) отыскать поправки к обычному тормозному излучению, связанные с учетом движения частиц среды. Это движение, однако, слабо скажется на излучении ультрарелятивистской частицы и в дальнейшем обсуждаться не будет. Член  $f(\mathbf{p}_1) f(\mathbf{p}_2)$  в (8) не дает вклада в излучение, так как его фурье-образ

содержит  $\delta$ -функцию  $\delta(\mathbf{q})$ , соответствующую излучению волны с бесконечной длиной. С учетом сделанных замечаний (7) преобразуется к виду

$$\left\langle \sum_{A=1}^N \sum_{B=1}^N \exp [i\mathbf{q}(\mathbf{R}_A(t) - \mathbf{R}_B(t'))] \right\rangle = N + \frac{N(N-1)}{V} G(\mathbf{q}, \tau), \quad (9)$$

где

$$G(\mathbf{q}, \tau) = \frac{|\Delta N(\tau)|_{\mathbf{q}}^2}{N^2} = \int \mathbf{g}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \tau) \exp [i\mathbf{q}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] d(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 \quad (10)$$

— спектр неоднородностей концентрации среды, причем в (10) можно пренебречь зависимостью от времени  $\tau$ , если скорость распространения неоднородностей в среде мала по сравнению со скоростью света.

Подставив (9) в (6), (6) в (4), устранив  $\delta$ -функции и проинтегрировав по углам, как описано в [1], получим (явно выписывая  $c$  и  $\hbar$ ):

$$I_{\omega} = I_{\omega}^{\text{BH}} + \frac{4e^6 Z^2 \omega}{\mathcal{E}^2 c^2 \gamma^2} \int_0^{mc/\hbar} q_{\perp} dq_{\perp} \int_{q_{\min}}^{mc/\hbar} dq_{\parallel} \frac{|\Delta N|_{\mathbf{q}}^2}{(q^2 + R^2)^2} \times \\ \times \frac{q_{\perp}^2}{q_{\parallel}^2} \left( 1 + \frac{2q_{\min}}{q_{\parallel}} + \frac{2q_{\min}^2}{q_{\parallel}^2} \right), \quad (11)$$

где  $\mathcal{E}$  — энергия релятивистской частицы,

$$q_{\min}(\omega) = \frac{\omega}{2c\gamma^2} \left( 1 + \frac{\omega_p^2 \gamma^2}{\omega^2} \right) = l_c^{-1} \quad (12)$$

— обратная длина когерентности.

При учете процессов возбуждения электрона в атоме вид  $q_{\min}(\omega)$  изменится, что приведет к изменению частотной зависимости составляющей излучения, связанной с неупругими процессами. Обычно для учета этих процессов множитель  $Z^2$  в формуле Бете — Гайтлера заменяют на  $Z(Z+A)$ , где  $A \approx 1$ . На самом деле  $A$  не является константой, а зависит от частоты излучения. Остановимся на наиболее простом случае — рассмотрим среду, состоящую из атомов водорода. Тогда минимальное значение переданного импульса с учетом возбуждения атома на первый уровень определится как

$$q_{\min}(\omega) = \frac{\Delta E^{01}}{c\hbar} + \frac{\omega}{2c\gamma^2} \left( 1 + \frac{\omega_p^2 \gamma^2}{\omega^2} \right), \quad (13)$$

где  $\Delta E^{01}$  — энергия возбуждения на первый уровень. Подставляя (13) в интенсивность излучения (11), получим  $A$  в виде

$$A(\omega) = \frac{1}{1 + \{2\Delta E^{01} \gamma^2 / \hbar \omega [1 + (\omega_p^2 \gamma^2 / \omega^2)]\}}. \quad (14)$$

Таким образом, неупругие процессы дают вклад в диапазоне частот  $\omega > 2\Delta E^{01} \gamma^2 / \hbar$ . Отметим, что для неупругих процессов экранировочный форм-фактор имеет вид, несколько отличный от  $(1 + R^2 q^{-2})^2$  (другие показатели степени [7]). Это приводит к некоторому изменению аргумента под знаком логарифма в формуле Бете — Гайтлера, что меняет интенсивность излучения на несколько процентов.

В случае многоэлектронного атома процессы возбуждения отдельных электронов дают аддитивный вклад в интенсивность излучения, и спектр имеет вид, показанный на рис. 4, где  $\Delta E_{\sigma}$  — энергия возбуждения

различных уровней. В дальнейшем мы будем рассматривать только упругую составляющую интенсивности излучения, так как когерентные эффекты проявляются на более низких частотах, чем  $2\gamma^2 \Delta E_{0f} / \hbar$ .

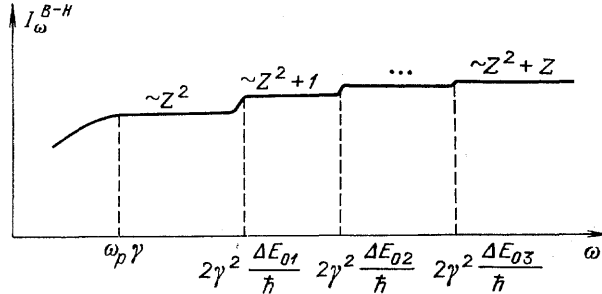


Рис. 4

Если неоднородности распределены в веществе в среднем изотропно, то соответствующий спектр

$$|\Delta n|_{\mathbf{q}}^2 = \frac{|\Delta N|_{\mathbf{q}}^2}{V^2} \quad (15)$$

будет зависеть только от модуля вектора  $\mathbf{q}$ . Переходя от переменных  $q_{\perp}, q_{\parallel}$  к переменным  $q, \theta$  и интегрируя по углу, найдем

$$I_{\omega} = I_{\omega}^{\text{BH}} + \frac{16}{3} \frac{e^2 Z^2 r_0^2}{1 + (\omega_p^2 \gamma^2 / \omega^2)} \int_{q_{\min}}^{mc/\hbar} \frac{|\Delta n|_{\mathbf{q}}^2 q^2 dq^2}{(q^2 + R^{-2})^2}, \quad (16)$$

где  $r_0$  — классический радиус электрона.

Сравнение некогерентной и когерентной частей в (16) показывает, что последняя всегда мала по сравнению с первой, так как содержит малый фактор  $(R/l_c)^4$ . Формально это обстоятельство связано с тем, что в (11) вносят основной вклад большие значения  $q \sim q_{\perp} \sim R^{-1}$ , тогда как  $q_{\parallel} \ll q_{\perp}$ . При этом коррелятор  $|\Delta n|_{\mathbf{q}}^2$ , входящий в (16), отличен от нуля на существенно больших длинах  $l \sim l_c \gg R$ , а при  $l \sim R$  практически обращается в нуль.

Из проведенного рассмотрения ясно, что когерентное тормозное излучение может иметь заметную величину только при существенной анизотропии спектра неоднородностей. Оно достигнет наибольшей величины, если продольная корреляционная длина будет порядка или больше когерентной длины  $l_c$ , а поперечная — порядка радиуса экранирования  $R$ . Именно такой случай реализуется в монокристаллах [1], вследствие чего когерентная часть излучения в определенных направлениях велика. Но усреднение интенсивности излучения по углам ориентации кристалла относительно скорости частицы приводит к тому, что когерентная часть излучения оказывается малой по сравнению с некогерентным излучением Бете—Гайтлера. Этот хорошо известный результат [1] полностью соответствует полученному выше выводу о пренебрежимо малой интенсивности когерентного тормозного излучения в среде с изотропными макроскопическими неоднородностями.

При одномерном распределении неоднородностей (стопка пластинок, перпендикулярно которой движется релятивистская частица)

$$|\Delta n|_{\mathbf{q}}^2 = \langle \Delta n^2 \rangle \delta(\mathbf{q}_{\perp}) K(q_{\parallel}) \quad (17)$$

когерентное тормозное излучение в точности обращается в нуль из-за

наличия множителя  $\delta(q_{\perp})$  (хотя существует когерентное излучение электронов среды—переходное излучение). Если же рассмотреть ту же стопку пластинок, расположенную под углом к скорости частицы, то когерентное тормозное излучение возможно. Для простейшего случая синусоидальной модуляции плотности

$$n = n_0 + \Delta n \sin(\mathbf{k}_0 \mathbf{r}), \quad (18)$$

интенсивность когерентного излучения имеет вид

$$I_{\omega}^{\text{coh}} = \frac{2Z^2 e^6 \omega (\Delta n)^2}{\pi \mathcal{E}^2 c} \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{R^4}{(1 + k_0^2 R^2 \sin^2 \alpha)^2} \times \\ \times \left( 1 + \frac{2}{k_0 l_c \cos \alpha} + \frac{2}{k_0^2 l_c^2 \cos^2 \alpha} \right) \theta(k_0 \cos \alpha - l_c^{-1}), \quad (19)$$

$$k_0 = |\mathbf{k}_0|,$$

где  $\alpha$  — угол между  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{v}$ ,  $\theta$  — ступенчатая функция Хэвисайда. Излучение достигает наибольшей интенсивности при  $\cos \alpha \approx 1/k_0 l_c \ll 1$ , что отвечает почти скользящему падению частицы на стопку пластинок (предполагается, что  $k_0^{-1} \ll l_c$ ). Оценка интенсивности имеет вид

$$I_{\omega}^{\text{coh}} \approx I_{\omega}^{\text{BH}} \left( \frac{\Delta n}{n} \right)^2 (n R^2 l_c) (k_0^2 R^2), \quad (20)$$

а отношение  $I_{\omega}^{\text{coh}}$  к интенсивности переходного излучения на стопке пластинок при наклонном падении  $I_{\omega}^p$  есть

$$\frac{I_{\omega}^{\text{coh}}}{I_{\omega}^p} \approx \frac{R^4 k_0^4 l_c \omega}{[1 + (\omega_p^2 \gamma^2 / \omega^2)] c}. \quad (21)$$

Из (21) следует, что в рассмотренной ситуации когерентное тормозное излучение может быть основным механизмом на частотах, превышающих  $\omega_p \gamma$  при выполнении условия  $k_0 R > \gamma^{1/2}$ .

Когерентное тормозное излучение также возможно, если рассматриваемая среда ограничена в поперечном направлении достаточно малым размером  $d$ . В этом случае множитель  $\delta(q_{\perp})$  заменится на другую функцию  $\Psi(q_{\perp})$ , имеющую максимум в области  $q_{\perp} \sim d^{-1}$ . Такая ситуация может осуществляться в практически важном случае распространения электрона (или их пучка) в плазменном канале. В этом случае характерные длины в продольном и поперечном направлениях существенно различны. Предполагая, что спектр неоднородностей вдоль канала описывается степенной зависимостью  $|\Delta n|_q^2 \sim q_{\parallel}^{-\nu}$  для спектра неоднородностей получим

$$|\Delta n|_q^2 = \frac{1}{2} (\nu - 1) \langle \Delta n^2 \rangle \frac{k_0^{\nu-1}}{q_{\parallel}^{\nu}} \frac{J_1^2(q_{\perp} d)}{q_{\perp}^2} \left( 1 - \frac{n_{\text{out}}}{n_{\text{ch}}} \right)^2, \quad (22)$$

где  $L_0 = 2\pi/k_0$  — основной масштаб турбулентности,  $n_{\text{out}}$ ,  $n_{\text{ch}}$  — концентрации частиц вне и внутри канала, а  $\langle \Delta n^2 \rangle$  — средний квадрат неоднородностей в масштабах  $l \approx L_0$ . Отметим также, что вместо скачка плотности возможен скачок радиуса экранирования, эффект когерентности при этом сохраняется. Подставляя  $|\Delta n|_q^2$  в (11) и интегрируя по  $dq_{\perp}$  и  $dq_{\parallel}$ , получим выражение для спектра когерентного тормозного излучения в канале:

$$I_{\omega}^{\text{coh}} = \frac{(\nu - 1)(5\nu^2 + 19\nu + 16)}{(\nu + 1)(\nu + 2)(\nu + 3)} \frac{e^6 Z^2 \omega}{\mathcal{E}^2 c} \frac{\langle \Delta n^2 \rangle k_0^{\nu-1} R^3}{q_{\text{min}}^{\nu+1}(\omega) d} \left( 1 - \frac{n_{\text{out}}}{n_{\text{ch}}} \right)^2. \quad (23)$$



Его отношение к излучению Бете—Гайтлера есть

$$\frac{I_{\omega}^{\text{coh}}}{I_{\omega}^{\text{BH}}} \approx \frac{\langle \Delta n^2 \rangle}{n^2} \left( \frac{l_c}{L_0} \right)^{\nu-1} \frac{R}{d} (nR^2 l_c). \quad (24)$$

Это отношение может существенно превышать единицу, В частности, при  $l_c(\omega_p \gamma) \approx L_0$ ,  $d/R \approx 1$ ,  $n \sim 10^{12} - 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $\gamma = 10^4$ ,  $R \sim 10^{-3} \div 10^{-5} \text{ см}$  получаем на частоте  $\omega_{\text{max}} = \omega_p \gamma$ :

$$\frac{I_{\omega_p \gamma}^{\text{coh}}}{I_{\omega_p \gamma}^{\text{BH}}} \sim 5 \cdot (10^6 - 10^8) \frac{\langle \Delta n \rangle^2}{n^2}, \quad (25)$$

причем  $\omega_{\text{max}} \sim 10^{15} - 10^{17} \text{ с}^{-1}$ , а требуемая ширина канала  $d \approx 10^{-3} \div 10^{-5} \text{ см}$ . Требуемый поперечный размер канала, как нетрудно видеть, становится больше в более разреженных плазмах. В экспериментах по прохождению сильноточных пучков через плазму когерентное излучение не наблюдалось, так как размеры пучка и канала существенно превышали  $R$  [8].

Анизотропные квазиодномерные распределения в некоторых случаях могут осуществляться и в конденсированных средах. Сюда относятся, в частности, материалы из линейных полимерных молекул, уложенных параллельно друг другу.

**3. Обратное комптоновское рассеяние лэнгмюровских волн в плазме.** Рассмотрим когерентное тормозное излучение релятивистского электрона, распространяющегося в плазме с возбужденными в ней лэнгмюровскими волнами, причем спектр лэнгмюровских волн может быть произвольным. Для вычисления интенсивности излучения в этом случае рассмотрим исходное выражение (5), которое содержит четыре двойных суммы. Поскольку лэнгмюровские волны связаны с колебаниями только электронной компоненты плазмы, двухчастичные корреляции, связанные с лэнгмюровскими волнами, будут присутствовать только в электронной сумме

$$\begin{aligned} \left\langle \sum_{a \neq b}^{ZN} \sum_{a \neq b}^{ZN} \exp [i\mathbf{q}(\mathbf{r}_a(t) - \mathbf{r}_b(t'))] \right\rangle = \\ = \frac{ZN(ZN-1)}{V} g_{\mathbf{q}}(\tau) = \frac{ZN(ZN-1)}{V} \frac{|\Delta n|_{\mathbf{q}}^2}{n^2} e^{i\omega_p \tau}. \end{aligned} \quad (26)$$

С другой стороны, из уравнения Максвелла  $\text{div } \mathbf{E} = 4\pi\rho$  получаем (для изотропно распределенных волновых векторов):

$$|\Delta n|_{\mathbf{q}}^2 = \left( \frac{q}{4\pi e} \right)^2 |E^l|_{\mathbf{q}}^2, \quad (27)$$

где  $|E^l|_{\mathbf{q}}^2$  — фурье-спектр поля лэнгмюровских волн. Подставляя (26), (27) в (5), получаем

$$|\xi|_{\mathbf{q}, q_0}^2 = \frac{|E^l|_{\mathbf{q}}^2}{q^2} \delta(q_0 - \omega_p). \quad (28)$$

Несложно видеть, что (28) есть потенциал поля лэнгмюровских волн, и излучение электрона, движущегося в таком потенциале, и есть (по определению) обратное комптоновское рассеяние лэнгмюровских волн в электромагнитные [3]. Интересно, что этот результат получен здесь путем когерентного сложения тормозных излучений релятивистского электрона при его столкновениях с отдельными тепловыми электронами, колеблющимися в лэнгмюровских волнах.

**4. Переходное излучение как когерентное поляризационное тормозное излучение** [9]. Как известно, формула Беге—Гайтлера описывает только часть полного тормозного излучения частиц в среде. Другая его часть есть некогерентное излучение частиц среды, возбуждаемых релятивистской частицей, называемое переходным тормозным излучением [3] или поляризационным тормозным излучением [4].

Выше было показано, что при определенных условиях, наряду с обычным тормозным излучением в периодической или случайно-неоднородной среде, генерируется когерентное тормозное излучение. Здесь же мы рассмотрим соответствующий когерентный эффект для поляризационного тормозного излучения. При этом оказывается, что когерентное поляризационное тормозное излучение совпадает с переходным излучением релятивистской частицы в пространственно-неоднородной среде.

Пусть релятивистская частица движется равномерно и прямолинейно в пространственно-периодической среде с периодически меняющейся в пространстве концентрацией атомов

$$n(z) = n_0 + \frac{\Delta n}{2} \sin k_0 z, \quad k_0 R \ll 1, \quad (29)$$

где  $z$ —координата вдоль скорости частицы. Поляризационное тормозное излучение описывается выражением [4]

$$I_{\omega, n}^p = \frac{4\pi r_0^2 e^2 Z^2}{(2\pi)^2 cV} \int d^3 k'_{\perp} \frac{k'_{\perp}{}^2 + (\omega^2/v^2\gamma^4) - [nk' - nv(\omega/c^2)]^2}{\{k'_{\perp}{}^2 + (\omega^2/v^2)[(1/\gamma^2) + (\omega_p^2/\omega^2)]\}^2} \times \\ \times \frac{\left\langle \sum_{A=1}^N \sum_{B=1}^N \exp [i(k - k')(R_A - R_B)] \right\rangle}{[1 + (k - k')^2 R^2]^2}, \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{k}}{k}, \quad k'_z = \frac{\omega}{v}, \quad (30)$$

в котором структурный фактор должен быть вычислен с учетом пространственной модуляции плотности среды (16). Скорость релятивистской частицы  $v \approx c$ . В данном случае, аналогично (7), (9), получаем

$$\left\langle \sum_{A=1}^N \sum_{B=1}^N \exp [i(k - k')(R_A - R_B)] \right\rangle = N + \frac{N(N-1)}{V^2} \times \\ \times \int \Delta f(z_1) \Delta f(z_2) \exp [i(k - k')(r_1 - r_2)] dr_1 dr_2 = \\ = N + \frac{N(N-1)}{V} \delta(\mathbf{k}_{\perp} - \mathbf{k}'_{\perp}) \left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 \delta(k_z - k'_z - k_0), \quad (31)$$

где обозначено  $\Delta f(z) = \Delta n \sin(k_0 z)/2n$ .

После подстановки (31) в (30) интегрирование в (30) с учетом  $\delta$ -функции по  $d^2 k'_{\perp}$  и углам вектора  $\mathbf{n}$  выполняется тривиально. Спектр когерентного поляризационного тормозного излучения оказывается следующим:

$$I_{\omega}^{p \text{ coh}} = \frac{e^2 \omega_p^4}{16(2k_0 c)^2} \left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2 \frac{1}{c\omega} \left(\frac{2k_0 c}{\omega} - \frac{1}{\gamma^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right), \quad (32) \\ k_0 c \leq \omega \leq 2k_0 c \gamma^2.$$

Полученное выражение, как несложно проверить [3], совпадает с интенсивностью переходного излучения в среде с периодической концентрацией (29). Такое же совпадение имеет место и в том случае, когда в среде присутствуют случайные неоднородности плотности, в том числе с изотропным распределением по волновым векторам [10]. Это означает, что переходное рассеяние [3] поля релятивистской частицы на макроскопических неоднородностях плотности среды совпадает с когерентной суммой соответствующих рассеяний на отдельных частицах

среды с учетом их пространственно-неоднородного распределения. Поскольку при этом когерентно излучают электроны среды, последовательно возбуждаемые пролетающей релятивистской частицей, то когерентное (т. е. переходное) излучение имеет узкую угловую направленность вдоль скорости частицы в отличие от некогерентного поляризационного тормозного излучения, угловое распределение которого почти изотропно.

Ситуация в данном случае аналогична рассмотренной в предыдущем разделе, относящемся к обратному комптоновскому рассеянию лэнгмюровских волн в плазме. И в том, и в другом случае в формировании излучения существенную роль играют электроны среды, но не ионы. Поэтому в одном случае некомпенсированным оказывается макроскопическое электрическое поле колеблющихся электронов, а в другом — электронный поляризационный ток.

В случае же тормозного излучения электрона в среде с неоднородностями, не нарушающими ее квазинейтральности, для возникновения заметного излучения требуется осуществление специальных условий, речь о которых шла в разделе 2.

Отметим, что проведенное в этом разделе рассмотрение, основанное на суммировании микроскопических полей отдельных частиц среды, позволяет решать более широкий класс задач, чем традиционный макроскопический подход. Наш метод применим, в частности, и для микроскопических неоднородностей, когда параметр  $k_0R$  не мал.

**5. Заключение.** Из рассмотрения, выполненного в этой работе, следует, что в общем случае для формирования когерентного тормозного излучения требуется в первую очередь достаточно высокая степень анизотропии спектра флуктуаций плотности частиц среды, свойственная монокристаллу, узкому плазменному каналу и некоторым другим системам. Что касается дальнего порядка, то достаточно иметь его на расстояниях порядка когерентной длины излучения.

Экспериментальное исследование когерентного тормозного излучения в указанных специальных случаях крайне желательно, так как оно позволит существенно расширить наши представления об излучении релятивистских частиц в плазме и твердых телах.

Кроме того, в работе прослежена тесная связь между различными механизмами излучения. Показано, в частности, что когерентное тормозное излучение в плазме с возбужденными в ней лэнгмюровскими волнами совпадает с обратным комптоновским рассеянием этих волн в электромагнитные, а когерентное поляризационное тормозное излучение совпадает с переходным излучением (рассеянием) на тех же неоднородностях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тер-Микаэлян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях.— Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969.
2. Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф. //УФН. **1982**. Т. 137. С. 560.
3. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние.— М.: Наука, 1984.
4. Поляризационное тормозное излучение частиц и атомов/Под ред. В. Н. Цытовича, И. Н. Ойрингеля.—М.: Наука, 1987.
5. Тамм И. Е., Франк И. М. //ДАН СССР. **1937**. Т. 14. С. 107.
6. Платонов К. Ю., Топтыгин И. Н., Флейшман Г. Д. Препринт ФТИ АН СССР № 1307.—Ленинград, 1988.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика.—М.: Физматгиз, 1963.—С. 665.
8. Киселев В. А., Березин Л. К.; Файнберг Я. Б. //ЖЭТФ. **1976**. Т. 46. С. 193.
9. Вопросы когерентности поляризационного тормозного излучения в кристаллических средах обсуждались в дипломной работе К. Ю. Платонова (Ленинград, 1986) и в устном докладе М. Я. Амусьи, М. Ю. Кучиева и А. В. Соловьева на рабочей группе по поляризационному тормозному излучению (Сочи, 1987).
10. *Toptygin I. N., Fleishman G. D. //Astrophys. and Space Sci. 1987. V. 132. P. 213.*