

621.378.25

ИЗЛУЧЕНИЕ ОПТИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ ЛАЗЕРОВ

В. В. Лиханский, А. П. Напартович

(Филиал Института атомной энергии им. И. В. Курчатова,
г. Троицк, Московская обл.)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	101
1. Два связанных лазера	102
1.1. Основные уравнения (точечная модель). 1.2. Стационарные режимы в точечной модели. 1.3. Коллективные моды связанных неустойчивых резонаторов. 1.4. Устойчивость одномодовой генерации (точечная модель). 1.5. Численный анализ устойчивости одномодовой генерации лазеров с неустойчивыми резонаторами. 1.6. Динамика излучения двух оптически связанных лазеров. 1.7. Экспериментальные исследования фазовой синхронизации двух лазеров. 1.8. Нелинейная оптическая связь двух лазеров.	
2. Оптическая связь многих лазеров	123
2.1. Простейшие модели. Коллективные моды. 2.2. Схема синхронизации за счет эффекта Тальбо. 2.3. Эксперименты по фазированию многих лазеров. 2.4. Методы повышения яркости излучателя с синтезированной апертурой.	
Заключение.....	141
Список литературы	141

Введение. В последнее время живой интерес исследователей самых разных специальностей вызывает развитие теории нелинейных динамических систем с большим числом степеней свободы [1, 2]. К ним относятся, например, цепочки связанных нелинейных осцилляторов, спиновые и атомные цепочки, связанные джозефсоновские контакты и т. д. К этому же классу систем относятся ансамбли оптически связанных лазеров, к разработке которых в последние годы приступили во многих лазерных научных центрах. Практическое значение принципа модульного построения лазерных систем определяется возможностью решения проблемы получения мощного излучения высокого качества. В частности, на этот путь встали разработчики химического лазера для программы СОИ [3]. Модульная структура позволяет просто увеличивать мощность с сохранением высокого качества излучения, присущего одному модулю.

Конструкция набора и количество модулей в нем N определяются обычно типом лазера и технологией изготовления. Примеры: линейные и двумерные наборы полупроводниковых лазеров ($N \geq 10$) [4], наборы трубчатых или волноводных CO_2 -лазеров ($N \geq 50$) [5, 6], набор световолоконных Nd^+ -лазеров ($N=1300$) [7], наборы Nd -лазеров ($N=7$) [8], набор CO_2 -лазеров с неустойчивыми резонаторами ($N=6$) [9].

Когда лазерные модули дают некогерентное (несфазированное) излучение, максимальная плотность мощности на мишени в N раз больше плотности мощности, получаемой от отдельного модуля. Если сравнивать ее с плотностью мощности, получаемой от монолазера в $N^{1/2}$ раз большей апертуры, то, очевидно, модульная схема выигрывает в яркости, если расходимость излучения монолазера больше $N^{1/2}\theta_{\text{диф}}$, где $\theta_{\text{диф}}$ —дифракционный угол расходимости (по апертуре $N^{1/2}d$)

Когда излучение всех модулей когерентно, максимальная плотность мощности на мишени оказывается в N^2 раз больше, чем для отдельного модуля. Таким образом, чтобы модульная схема имела преимущество перед монолазером с расходимостью, превышающей $\theta_{\text{диф}}$, необходимо сфазировать излучение всех модулей (после решения этой проблемы остается задача наведения полей от N модулей на одну цель).

Можно выделить три способа частотной и фазовой синхронизации набора лазеров. Один из них основан на методах адаптивной оптики [10], синхронизация достигается путем сравнения сигнала каждого из лазеров с эталонным сигналом. При этом в качестве эталона может выступить лазер на другой активной среде и частоте. В этом случае привязка осуществляется с участием процессов смещения частоты.

Второй метод заключается в использовании сигнала лазера-эталона для инъекции во все лазеры набора [11, 12]. К этой схеме можно также отнести случай, когда сигнал инжектируется в набор усилителей. Метод инъекции эталонного сигнала в набор лазеров предполагает совпадение с высокой точностью собственных частот резонаторов управляемых лазеров с частотой излучения эталона.

Наконец, третий метод синхронизации, являющийся предметом рассмотрения настоящего обзора, основан на введении оптической связи между лазерами набора [6, 13]. При малом отличии свойств лазеров набора друг от друга они будут генерировать общее когерентное излучение. Как и для обычного резонатора, существуют собственные распределения поля, захватывающего объемы всех лазеров набора, обладающие высокой добротностью. Такие собственные распределения можно назвать супермодами или коллективными модами (для двух резонаторов распространено также название «моды составного резонатора»). Плотность спектра таких мод определяется общим объемом, доступным излучению. Он равен $NV_M + V_{\text{св}} \gg V_M$, где V_M — объем одного модуля, $V_{\text{св}}$ — объем, доступный излучению в каналах связи. Казалось бы, при такой высокой плотности состояний выделение одной моды, необходимое для полной когерентности излучения лазеров, составляет серьезную проблему. Однако сложная конфигурация усиливающей среды в наборе лазеров образует своеобразный пространственный фильтр для общего поля, что и приводит к выделению по потерям сравнительно небольшого числа мод. Если спектр и структура коллективных мод известны, возникает вопрос об их устойчивости и конкуренции между ними. Очевидно, что существенная информация в этом направлении может быть получена при рассмотрении простейшей системы из двух оптически связанных лазеров. Соответственно этому в обзоре сначала анализируются все свойства системы из двух лазеров, затем дается обзор эксперимента и теории для набора N лазеров и в конце рассматривается вопрос о качестве излучения набора в дальней зоне.

Заметим, что разработка специальных, управляемых внешним сигналом фазовых экранов для когерентного набора излучателей предоставляет возможность практически с любой скоростью и по любому закону управлять суммарным излучением. Появление таких источников может значительно расширить область применения лазерного излучения.

1. Два связанных лазера.

1.1. Основные уравнения (точечная модель). Два связанных лазера — простейший пример оптической связи. Изучение свойств этой системы имеет большое значение также для понимания свойств большого количества оптически связанных лазеров, к рассмотрению которых мы перейдем в разделе 2.

Насколько нам известно, впервые задача о генерации двух оптически связанных лазеров рассматривалась в теоретической работе [14].

Рассмотрена оптическая связь за счет дифракционного обмена излучением двух близко расположенных резонаторов с плоскими зеркалами. Величина коэффициента связи в [14] определялась с помощью численных расчетов по изменению собственных значений для мод пустых резонаторов в зависимости от расстояния между ними. При изучении устойчивости сфазированного режима генерации двух лазеров была предложена модель, обобщающая систему уравнений для одного оптического генератора на случай многих лазеров. Для двух лазеров эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{E}_1 + i(\omega - \omega_1)E_1 + \frac{\omega_1}{2Q_1}E_1 + \omega ME_2 &= -2\pi i \omega P_1, \\ \dot{E}_2 + i(\omega - \omega_2)E_2 + \frac{\omega_2}{2Q_2}E_2 + \omega ME_1 &= -2\pi i \omega P_2, \\ \dot{P}_k + \frac{P_k}{T_2} + i(\omega - \omega_0)P_k &= i \frac{|\mu|^2}{h} N_k E_k, \\ \dot{N}_k + \frac{1}{T_1}(N_k - N_{0k}) &= -\frac{i}{h}(E_k P_k^* - E_k^* P_k),\end{aligned}\tag{1.1}$$

где $k=1, 2$ относятся к характеристикам первого и второго лазера соответственно, $E_{1,2}$ —напряженность поля в лазере, $Q_{1,2}$ —добротность отдельного резонатора, ω_0 —частота перехода активной среды, ω_1 и ω_2 —собственные частоты резонаторов, предполагаемые близкими к ω_0 , P_k —поляризация активной среды, T_1 и T_2 —время продольной и поперечной релаксации среды, μ —матричный элемент дипольного перехода, N_1 —плотность активных частиц, N_{0k} —стационарная плотность активных частиц в отсутствие излучения. Параметр M характеризует величину оптической связи между генераторами.

Анализ устойчивости стационарного сфазированного режима генерации был проведен лишь для действительных значений параметра связи, хотя система (1.1) позволяет провести исследование в общем случае. Следует отметить, что результаты численных расчетов в работе [14] были неправильно интерпретированы. В действительности величина M в системе уравнений (1.1) комплексна, т. е. $M \sim f(d) \exp(i\psi(d))$, при этом $\psi(d)$ —функция более резкая, чем $f(d)$, d —расстояние между краями зеркал резонаторов.

Возможность управления спектром излучения и устойчивость режимов генерации в системе двух оптически связанных резонаторов, один из которых пассивный, а второй заполнен активной средой, рассматривались в работах [15, 16]. Приведен вывод динамических уравнений при связи через полупрозрачные зеркала и определены типы собственных колебаний двух связанных резонаторов Фабри—Перо в условиях, когда их моды имеют близкие частоты.

Наиболее цитируемой в литературе по данным вопросам (несмотря на то что опубликована значительно позже, чем [14—16]) является работа [17], где дан последовательный вывод (аналогичный [15]) динамических уравнений для амплитуд полей двух лазеров, связанных через полупрозрачное зеркало с коэффициентом отражения, близким к единице. В ряде работ [18—25] предпринята попытка дать более общий вывод динамических уравнений для связанных лазеров. В [19, 20] для вывода системы уравнений используется разложение полей по собственным типам отдельных резонаторов. Для вычисления коэффициента связи необходимо знать проекции коллективных мод на моды отдельных резонаторов. Для случая, когда два резонатора связаны через нерезонансный интерферометр с потерями, найдены выражения для коэффициентов связи. В [21] выведены динамические уравнения для амплитуд полей свя-

занных резонаторов при неизменной поперечной структуре мод в резонаторах. Метод получения динамических уравнений [21] хорошо известен в теории нелинейных волн (см., например, [27]).

Следуя указанной процедуре, можно получить эволюционные уравнения для полей двух лазеров. Наиболее простой вид эти уравнения имеют в случае малого коэффициента пропускания зеркал:

$$\begin{aligned}\frac{dE_1}{dt} &= \frac{c}{2L_1} [r_0 r_{11} \exp(i\varphi_1 + g_1 l_1) - 1] E_1 + \frac{c}{2L_1} M_{21} E_2, \\ \frac{dE_2}{dt} &= \frac{c}{2L_2} [r_3 r_{22} \exp(i\varphi_2 + g_2 l_2) - 1] E_2 + \frac{c}{2L_2} M_{12} E_1,\end{aligned}\quad (1.2)$$

где коэффициенты связи M_{12} и M_{21} выражаются через коэффициенты отражения и пропускания зеркал $M_{12}=t_{12}/r_{22}$, $M_{21}=t_{21}/r_{11}$. В приближении

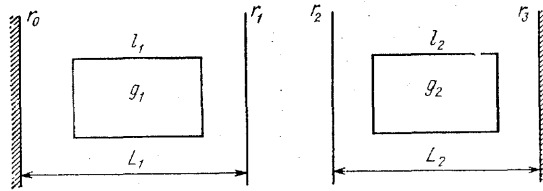


Рис. 1. Схема лазеров, связанных через полупрозрачные плоские зеркала

плоских волн для связи через интерферометр с коэффициентами отражения и прохождения зеркал r_1 , r_2 , d_1 , d_2 (рис. 1) выражения для r_{11} , r_{22} , t_{12} , t_{21} имеют вид

$$\begin{aligned}r_{11} &= r_1 + r_2 d_1^2 \exp(2i\psi) [1 - r_1 r_2 \exp(2i\psi)]^{-1}, \\ r_{22} &= r_2 + r_1 d_2^2 \exp(2i\psi) [1 - r_1 r_2 \exp(2i\psi)]^{-1}, \\ t_{12} &= t_{21} = d_1 d_2 \exp(i\psi) [1 - r_1 r_2 \exp(2i\psi)]^{-1}.\end{aligned}$$

Здесь $\varphi_{1,2} = 2(\omega/c)L_{1,2}$, $\psi = (\omega/c)l_c$ — фазовые набег в резонаторах и в канале связи, $l_{1,2}$ — длины активных сред, $g_{1,2}$ — коэффициенты усиления активных сред. При связи лазеров через интерферометр Фабри—Перо в приближении плоских волн и в отсутствие диссипации в канале связи произведение $M_{12}M_{21}$ является действительной отрицательной величиной. Если коэффициенты отражения r_1 , r_2 интерферометра связи равны, то $M_{12}=M_{21}$ и являются чисто мнимыми. При этом уравнения (1.2) переходят в аналогичные полученным в работе [17]. Совпадающие результаты дает рассмотрение мод двух резонаторов, разделенных барьером $U(x) = (\alpha + i\beta)\delta(x)$ (рис. 2). Если диссипация поля на барьере отсутствует, $\beta=0$, то коэффициенты связи между лазерами чисто мнимые, $M_{12}=M_{21}=i\alpha c/2\omega$. При поглощении ($\beta>0$) или усилении ($\beta<0$) поля на барьере коэффициент связи имеет как действительную, так и мнимую часть:

$$M_{12} = M_{21} = \frac{i\alpha - \beta}{\alpha^2 + \beta^2} \frac{c}{2\omega}.$$

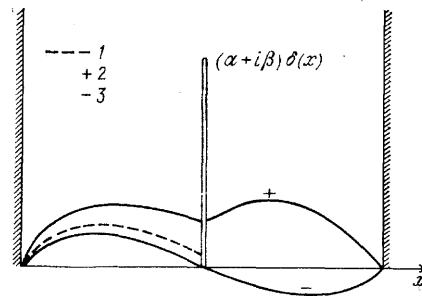
Как указывается в [21], во всех работах, использующих представление об индивидуальных модах отдельных резонаторов (будем называть их локальными модами), имеется недостаток, связанный с предположением о возможности представления полного поля в виде линейной комбинации полей локальных мод. Для случая, когда связь между резонаторами не мала, неполнота такого представления может оказаться важной.

В [22] предлагается подход, позволяющий устранить указанный недостаток. За основу взята задача расчета поля в резонаторе при наличии

инжектируемого извне сигнала. Такой подход позволяет учесть в явном виде выход преобразованного после обхода резонатора сигнала инжекции и приводит к перенормировке величин коэффициентов связи.

Следует отметить, однако, что во всех теоретических работах, посвященных получению динамических уравнений для локальных мод и расчету коэффициента связи, неявно предполагается, что деформация полей мод, обусловленная нелинейностью активной среды, не влияет на величину коэффициента связи. Очевидно, это предположение может нарушаться, особенно в тех случаях, когда поперечная структура поля неоднородна (примеры: дифракционная связь [14], связь через отверстие в зеркале [28], связь за счет дифракции на пространственном фильтре [29]).

Рис. 2. Схема связи лазеров через δ -функционный барьер. 1 — распределение поля в одном резонаторе в отсутствие связи, 2 — распределение поля в синфазной моде, 3 — распределение поля в антифазной моде



Альтернативный подход к выводу динамических уравнений основан на использовании в качестве базиса коллективных мод [23]. При этом необходимо уметь вычислять их характеристики, что непросто даже для простейшей задачи о двух резонаторах, связанных через полупрозрачное зеркало. Очевидно, возникающая проблема получения уравнений для амплитуд коллективных мод ничем принципиально не отличается от общей задачи для поля в обычном резонаторе с активной средой (см., например, [30]). Основная причина неустойчивости генерации коллективной моды (при условии, что без активной среды имеется одна мода с минимальными потерями) — неоднородное «выжигание» активной среды при наличии различных пространственных распределений полей коллективных мод.

Вопрос о величине и фазе коэффициента связи значительно усложняется при учете того, что поперечная структура полей в резонаторах неоднородна, а также в случае, когда коэффициенты отражения зеркал связи зависят от поперечной координаты.

1.2. СТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ В ТОЧЕЧНОЙ МОДЕЛИ. Рассмотрим собственные моды двух связанных лазеров в приближениях, соответствующих уравнениям (1.2). В отсутствие связи между лазерами собственные частоты мод и коэффициенты усиления активных сред определяются из выражений

$$\begin{aligned} |r_0 r_{11}| \exp [\operatorname{Re} (g_1 l_1)] &= 1, \\ |r_3 r_{22}| \exp [\operatorname{Re} (g_2 l_2)] &= 1, \\ \exp [i\varphi_1 + i \operatorname{Im} (g_1 l_1) + i \arg (r_0 r_{11})] &= 1, \\ \exp [i\varphi_2 + i \operatorname{Im} (g_2 l_2) + i \arg (r_3 r_{22})] &= 1. \end{aligned}$$

Наиболее простой случай реализуется при одинаковых параметрах активных сред (совпадают накачки и длины) и почти равных длинам резонаторов ($L_1 \approx L_2 \approx L$). Из всего спектра собственных мод ограничимся наиболее близкими к центру линии усиления. При малых расстройках

мод резонаторов, $|\Delta| \ll 1$ уравнения (1.2) можно переписать в виде [21, 25]

$$\begin{aligned} \frac{2L}{c} \frac{dE_1}{dt} &= \left[(g_1 l - k) + i \frac{\Delta}{2} \right] E_1 + M E_2, \\ \frac{2L}{c} \frac{dE_2}{dt} &= \left[(g_2 l - k) - i \frac{\Delta}{2} \right] E_2 + M E_1, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где $k = \ln(1/|r_0 r_{11}|)$, $M_{12} = M_{21} = M$,

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \left[(L_1 - L_2) - n \frac{\lambda}{2} \right], \quad \left| (L_1 - L_2) - n \frac{\lambda}{2} \right| \ll \frac{\lambda}{2},$$

n — целое число.

Решения (1.3) при фиксированном усилении $g_1 = g_2 = k/l$ можно искать в виде $E \sim \exp(\gamma i)$. При $\Delta = 0$ амплитуды полей в двух лазерах совпадают и собственные коллективные моды представляются синфазной $((E_1, E_2)_+ = E_0(1, 1))$ и антифазной $((E_1, E_2)_- = E_0(1, -1))$ суперпозициями полей с собственными значениями $\gamma_{\pm} = \pm M c / 2L$. Если расстройка длин резонаторов отлична от нуля, то амплитуды полей в лазерах различаются. В пренебрежении различием усиления активных сред ($g_1 = g_2$)

$$\begin{aligned} (E_1, E_2)_{\pm} &= E_0 \left[1, \pm \left(1 - \frac{\Delta^2}{4M^2} \right)^{1/2} - i \frac{\Delta}{2M} \right], \\ \gamma_{\pm} &= \pm \frac{c}{2L} \left(M^2 - \frac{\Delta^2}{4} \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

При значительных расстройках $|\Delta/2| \gg |M|$, коллективные моды связанных лазеров совпадают с модами отдельных лазеров, т. е. для одной моды энергия поля сосредоточена в первом лазере, а для второй моды — во втором лазере.

При мнимом коэффициенте связи $\gamma_{\pm}$ является мнимой величиной. В этом случае связь между лазерами приводит только к расщеплению частот. Если коэффициент связи имеет реальную часть, то $\gamma_{\pm}$ наряду с мнимой также содержит реальную часть.

Отличие реальных частей $\gamma_{\pm}$ указывает на различие добротностей синфазной и антифазной мод. На рис. 2 показаны две коллективные моды для резонаторов, связанных через дельта-функциональный потенциал. При наличии поглощения на потенциальном барьере большей добротностью обладает антифазная мода. Если на потенциальном барьере происходит усиление поля, то большая добротность у синфазной коллективной моды. Это связано с тем, что относительная величина поля на барьере для синфазной и антифазной мод различна и, как следствие, различны их потери. В реальных лазерных установках поля в резонаторах не являются плоскими волнами. Ниже мы приведем результаты исследований для лазеров с неоднородным распределением поля на примере двух неустойчивых резонаторов.

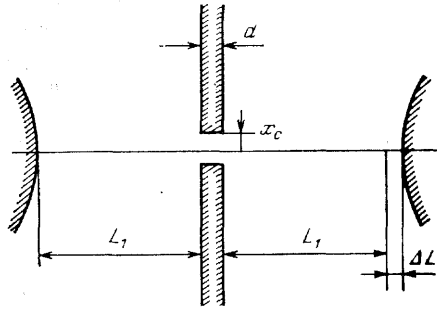


Рис. 3. Схема оптической связи двух лазеров с неустойчивыми резонаторами

1.3. Коллективные моды связанных неустойчивых резонаторов. Рассмотрение будем проводить для резонаторов с цилиндрической геометрией зеркал в соответствии со схемой, изображен-

ной на рис. 3. В численных исследованиях зеркала будем считать ограниченными, а аналитические исследования проведем в предположении бесконечных зеркал.

Интегральные уравнения для полей E_1, E_2 в плоскости зеркала связи при одинаковых радиусах кривизны зеркал и небольшой расстройке длин резонаторов ($\Delta L \ll L_1$) в условной записи имеют вид (см. [31, 32])

$$\gamma \begin{pmatrix} E_1(x) \\ E_L(x) \end{pmatrix} = \left(\frac{ik}{4\pi Lq} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} r(x) & d(x) \exp(2ik\Delta L) \\ d(x) & r(x) \exp(2ik\Delta L) \end{pmatrix} \int_{-\infty}^{\infty} H(x, y) \begin{pmatrix} E_1(y) \\ E_2(y) \end{pmatrix} dy, \quad (1.4)$$

где γ — собственное значение интегрального уравнения. Модуль γ определяет добротность, а фаза γ — частоту коллективной моды. Здесь $q = 1 + (L_1/R)$, R — радиус кривизны зеркал, $r(x)$ и $d(x)$ — коэффициенты отражения и прохождения (по амплитуде поля) зеркала связи, являющиеся, вообще говоря, комплексными функциями;

$$H(x, y) = \exp \left\{ i \frac{k}{2L_1} \left[\left(1 - \frac{1}{2q} \right) (x^2 + y^2) - \frac{xy}{q} \right] \right\}.$$

В общем случае получить решения задачи (1.4) не удастся. Полный анализ можно провести, когда зеркало связи полупрозрачное с коэффициентами прохождения и отражения, не зависящими от поперечной координаты x , а также в случае, когда оптическая связь между резонаторами осуществляется через малое отверстие.

При связи через полупрозрачное зеркало коллективная мода резонаторов представляется суперпозицией двух одинаковых собственных мод пустого неустойчивого резонатора ($E_1 \sim E_2$). Из (1.4) следует дисперсионное выражение, определяющее спектр собственных значений γ :

$$\gamma_{\pm}(n) = rm^{-n-1/2} \left\{ \frac{1 + \exp(2ik\Delta L)}{2} \pm \left[\left(\frac{1 + \exp(2ik\Delta L)}{2} \right)^2 + \frac{d^2}{r^2} \exp(2ik\Delta L) \right]^{1/2} \right\}, \quad (1.5)$$

где m — увеличение неустойчивого резонатора, $n=0, 1, 2, \dots$. Добротность коллективных мод определяется модулем собственных значений:

$$\begin{aligned} |\gamma_{\pm}(n)|^2 = m^{-1-2n} & \left\{ |r|^2 \frac{1 + \cos \varphi}{2} + \right. \\ & + \left[|r|^4 \left(\frac{1 - \cos \varphi}{2} \right)^2 + |d|^4 - |dr|^2 \cos \psi (1 - \cos \varphi) \right]^{1/2} \pm \\ & \left. \pm \left(|r|^2 \cos \frac{\varphi}{2} \left[\left| \frac{d}{r} \right|^2 \exp(2i\psi) - \sin^2 \frac{\varphi}{2} \right]^{1/2} + \text{к. с.} \right) \right\}, \quad (1.6) \end{aligned}$$

где введены обозначения $\varphi = k\Delta 2L$, $\psi = \arg(d/r)$.

Громоздкое выражение (1.6) значительно упрощается в некоторых частных случаях. Если разность длин резонаторов ΔL кратна целому числу длин волн излучения, $\varphi = 2\pi N$ ($N=0, 1, \dots$), то $|\gamma_{\pm}(n)| = m^{-1-2n} \times \times |r|^2 + |d|^2 \pm 2|dr| \cos \psi$. При $\varphi = 2\pi(N+1/2)$ добротности двух мод совпадают, $|\gamma_{\pm}(n)|^2 = (|r|^4 + |d|^4 - 2|dr|^2 \cos 2\psi)^{1/2}$. Отметим, что фаза ψ определяется независимо из решения задачи отражения от полупрозрачного зеркала. В отсутствие диссипации или усиления в канале связи $\psi = \pi/2$ и добротности коллективных мод совпадают.

Рассмотрим связь неустойчивых резонаторов через небольшое отверстие в общем зеркале. Если размер отверстия достаточно мал (x_0 много меньше размера эквивалентной зоны Френеля $\left(\frac{k}{2L} \frac{m^2 - 1}{4qm} \right)^{-1/2}$), то можно пользоваться теорией возмущений [33]. Выражение для собст-

венных значений низших по потерям мод в этом случае аналогично (1.5).

$$\gamma_{1,2} = m^{-1/2} \left\{ (1 - \beta) \frac{1 + e^{i\varphi}}{2} \pm \left[(1 - \beta)^2 \left(\frac{1 - e^{i\varphi}}{2} \right)^2 + \beta^2 e^{2i\psi - i\varphi} \right]^{1/2} \right\}, \quad (1.7)$$

где

$$\beta = x_0 \left(\frac{k}{\pi L} \frac{m^2 - 1}{qm} \right)^{1/2}.$$

Добротности двух коллективных мод для бесконечных резонаторов, определяемые модулем $\gamma_{1,2}$, совпадают при расстройке резонаторов $\varphi = \pi(2N+1)$ или при фазовом набеге в канале связи $\psi = \pi(N \pm 1/2)$.

Физические причины вырождения коллективных мод по потерям состоят в следующем. При $\varphi = \pm \pi$ частоты продольных мод в одном резонаторе располагаются точно посередине между частотами продольных мод второго резонатора. Вследствие симметрии поперечные распределения полей на зеркале связи при переходе от одной коллективной моды к другой отличаются тем, что поле в первом резонаторе заменяется на распределение поля во втором резонаторе и наоборот.

Чтобы понять, как зависят добротности коллективных мод от фазы в канале связи ψ , проще всего рассмотреть случай равных длин резонаторов. Коллективные моды в этом случае представляются четной и нечетной суперпозициями полей, имеющих одинаковую поперечную структуру. Поэтому собственное значение задачи для двух связанных через отверстие одинаковых резонаторов совпадает с решением для одного резонатора с фазовым выступом ψ (для четной суперпозиции полей) или $-\pi + \psi$ (для нечетной суперпозиции полей) вместо отверстия связи (рис. 4). Если отражениями от краев зеркал резонаторов можно пренебречь, то потери, связанные с рассеянием поля на фазовом выступе, являются периодической (с периодом 2π) и четной функцией фазового набега. Поэтому добротности коллективных мод совпадают при $\psi = \pi/2$.

В реальной ситуации существуют отражения полей от краев зеркал резонаторов. При этом наряду с расходящейся от оси резонатора волной появляется сходящаяся волна и собственные значения для собственных мод связанных резонаторов могут значительно измениться.

Численное исследование модовых структур связанных неустойчивых резонаторов проводилось в [33] на основе интегрирования системы параболических уравнений для пары встречных волн в каждом из резонаторов. Связь между полями учитывалась заданием соответствующих граничных условий на зеркале связи. Преобразования полей за проход между зеркалами резонаторов находились традиционным спектральным методом [34] или с помощью разностных схем (например, [35]) с использованием при этом алгоритма быстрого преобразования Фурье. Для определения собственных значений нескольких наиболее добротных коллективных мод в [33] применялся метод Прони (см. [36]).

Приведем результаты расчетов для определенных параметров резонаторов и в дальнейшем укажем, какие из них носят общий характер и какие определяются конкретными размерами. В расчетах параметры резонаторов выбирались близкими к экспериментальным условиям работы [28] со схемой установки, аналогичной рис. 3. Радиусы кривизны выпуклых зеркал составляли 10 м, размеры выпуклых зеркал 0,5 см. Расстояние между выпуклым зеркалом и зеркалом связи составляло 1 м. Плоское зеркало связи имело отверстие радиусом 0,23 см. Все расчеты проводились для излучения CO_2 -лазера с длиной волны $\lambda = 10^{-3}$ см.

Модули собственных значений для двух пар коллективных мод с одинаковыми длинами резонаторов ($\varphi = 0$) в зависимости от фазового набега ψ в канале связи показаны на рис. 5. Эта зависимость является периодической с периодом 2π , и добротности четной и нечетной коллективной

моды повторяют друг друга со сдвигом π . Такое поведение согласуется с аналитическим рассмотрением, проведенным для резонаторов с бесконечными зеркалами. Однако существенное различие проявляется в том, что добротности четной и нечетной мод не совпадают при $\psi = \pi/2$. Связано это с влиянием отраженных от краев зеркал волн, приводящих к различию потерь для моды резонатора (см. рис. 4) с фазовым выступом при изменении знака фазового набега.

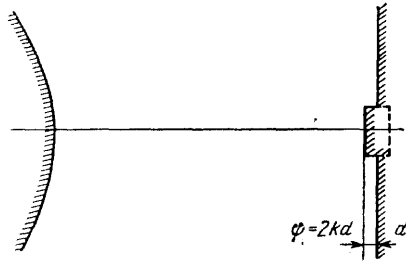


Рис. 4. Эквивалентная схема, используемая для расчетов собственных мод двух лазеров со связью через отверстие в общем зеркале

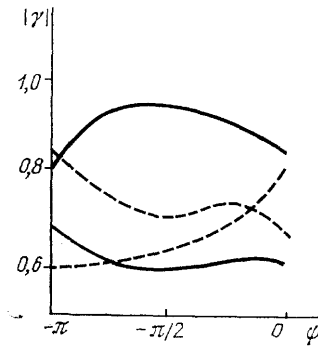


Рис. 5. Зависимости модулей собственных значений мод от фазы коэффициента связи ψ при равных длинах неустойчивых резонаторов

Зависимость модулей собственных значений двух коллективных мод от расстройки длин резонаторов ϕ представлена на рис. 6. Данная зависимость является периодической четной функцией ϕ . На интервале $(-\pi, 0)$ фазовый набег в канале связи составлял $\psi = 0$, на интервале $(0, \pi)$ — $\psi = 0,6\pi$. Совпадение добротностей коллективных мод, как и следует из

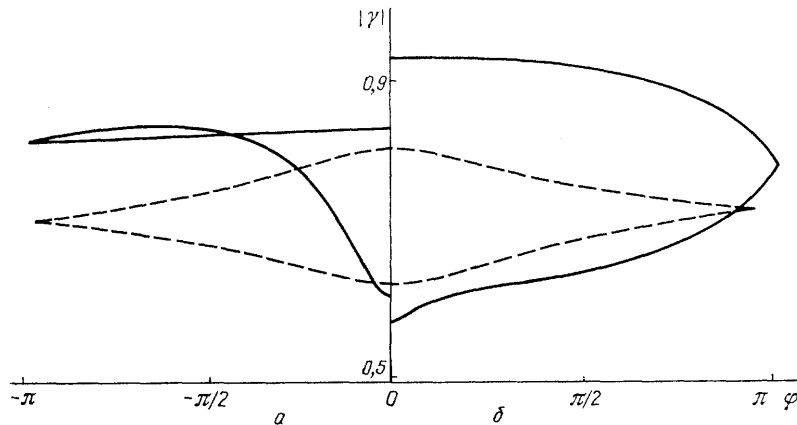


Рис. 6. Зависимости модулей собственных значений мод двух оптически связанных неустойчивых резонаторов от величины расстройки их длин. а — $\psi = 0$. б — $\psi = 0,6\pi$

аналитического выражения (1.6), происходит при $\phi = \pm\pi$ независимо от величины фазового набега ψ . Для сравнения на рис. 6 штриховой кривой приведена аналитическая зависимость $|\gamma|$ от ϕ для двух коллективных мод, построенная по формуле (1.7) при $\psi = 0,6\pi$.

Фаза собственного значения определяет частоту коллективной моды. Если ширина контура усиления активной среды сравнима с межмодовым интервалом, то различие частот коллективных мод может приводить к их дискриминации по добротности. На рис. 7 показана зависимость фаз собственных значений мод от величины расстройки длин резонаторов ϕ

при $\psi=0,6\pi$. Штриховой кривой представлена аналитическая зависимость фазы собственного значения, полученная из выражения (1.7).

Распределения полей на зеркалах зависят от величины расстройки длин резонаторов и фазового набег в канале связи. В отсутствие рассогласования длин распределения полей в обоих резонаторах совпадают.

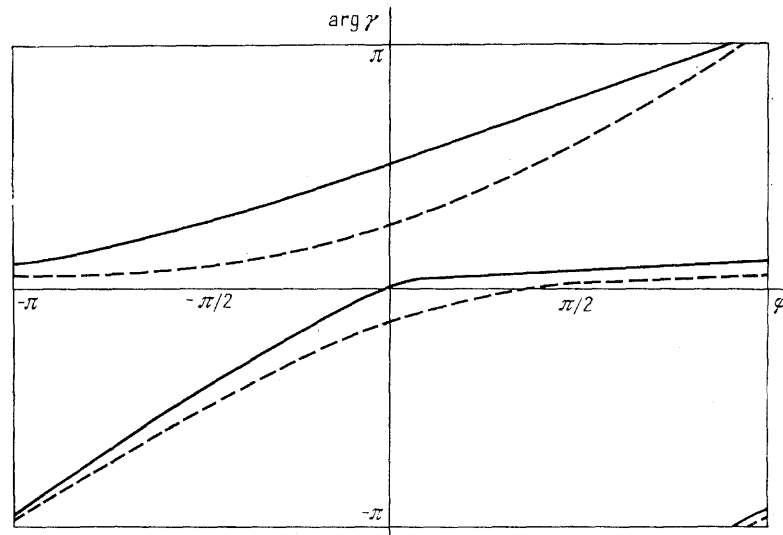


Рис. 7. Зависимость фаз собственных значений мод от величины расстройки длин резонаторов при $\psi=0,6\pi$. Сплошная кривая—расчет, штриховая—аналитическая зависимость

При фазовой расстройке $\varphi=\pm\pi$ распределения полей по сечению резонаторов существенно различны. В этом случае коллективные моды отличаются друг от друга лишь заменой распределения поля в одном резонаторе на распределение поля в другом.

Численные расчеты [33] показали, что для симметричных неустойчивых резонаторов с оптической связью через отверстие в общем зеркале свойства коллективных мод во многом аналогичны результатам аналитического рассмотрения, а именно, добротности ближайших коллективных мод совпадают при $\varphi=\pm\pi$ и распределения полей в них идентичны с точностью до перестановки.

Основное отличие от аналитических результатов состоит в существенном влиянии отраженных от краев зеркал волн на структуру полей в резонаторах и добротности мод. Поперечная структура собственных мод, определяется всеми параметрами резонаторов, размером отверстия и величиной фазового набег в канале связи. Расчеты собственных значений для мод пустых связанных резонаторов позволяют определить условия, при которых в припороговой области генерации будет осуществляться одномодовый режим.

Один из основных вопросов при изучении связанных лазеров состоит в определении параметров резонаторов и активной среды для реализации устойчивой одномодовой генерации. Результаты исследований по данному вопросу изложены в работах [14, 17, 24—26, 37—39].

1.4. Устойчивость одномодовой генерации (точечная модель). Рассмотрение модовой структуры и определение собственных значений для полей в пустых связанных резонаторах позволяет лишь приближенно выбрать область параметров для реализации одномодовой генерации. Основной причиной различия добротности коллективных мод в пустых резонаторах является разное пространственное распределение полей, которое приводит при наличии неоднородно распре-

деленного поглощения или рассеяния к селекции мод по потерям. Учет активной среды в лазерах может изменить как распределения полей, так и условия устойчивости одномодового режима работы.

Как отмечалось выше, впервые анализ устойчивости одномодовой генерации связанных лазеров проводился в работе [14] для действительных значений коэффициента связи. Результаты этого анализа были представлены авторами [14] в виде трех физических условий для синфазной генерации. Первое условие, $M < 0$ (см. (1.1)), состояло в том, что устойчивым является наиболее выгодный с энергетической точки зрения режим генерации. Второе условие $|\varphi| < 2|M|$ определяет максимально возможную расстройку собственных частот лазеров для сохранения сфазированного режима. Третье условие являлось условием самовозбуждения связанных генераторов.

Для случая слабой связи двух лазеров через полупрозрачное зеркало, когда коэффициент связи является чисто мнимой величиной, анализ устойчивости одномодового режима проводился в работе [17] численно. Аналитические выражения для зависимости полосы устойчивого захвата от параметров активной среды и коэффициента связи были приведены [17] в трансцендентном виде, достаточно сложном для анализа. В работах [24—26] определялись необходимые условия существования стационарного одномодового режима для однородно уширенной линии усиления активных сред в приближении малого различия интенсивностей полей в резонаторах. Определение полосы захвата (реализации одномодового режима) сводилось в [24—26] к определению области значений параметров, вне которой отсутствовали стационарные решения. Отметим также, что в [25, 26] анализ проводился с учетом линейного межрезонаторного поглощения (усиления) полей и обсуждались условия сфазированной многочастотной генерации двух лазеров [26]. В этих работах [24—26] коэффициент усиления среды считался функцией интенсивности в данный момент времени. Конечность времени отклика среды на вариацию интенсивности приводит к памяти в зависимости коэффициента усиления от поля. Учет динамики коэффициента усиления может расширить область неустойчивости, вследствие чего исследования [24—26] определяют верхнюю границу области существования одномодового режима. С другой стороны, не всегда развитие неустойчивости приводит к возникновению генераций на другой коллективной моде, и, следовательно, условия устойчивости стационарного решения дают нижнюю границу существования одномодового режима (достаточные условия).

Устойчивость стационарных одномодовых режимов генерации в приближении малого модуля коэффициента связи с учетом конечности времени релаксации активной среды была исследована в [37, 39]. При действительных значениях коэффициента связи и при $|\varphi| < 2|M|$ устойчивым является синфазный ($M < 0$) или антифазный ($M > 0$) режим генерации. В случае мнимого значения коэффициента связи область суще-

ствования одномодового режима [11] $|\varphi| < \frac{2g_0}{g_n} \frac{|M|^2}{(g_0 - g_n)l} (g_0 - \text{коэф-}$

фициент усиления слабого сигнала, g_n —пороговый коэффициент усиления, l —длина активной среды) не всегда совпадает с областью его устойчивости, определяемой системой неравенств [39]

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} &> \frac{c}{2L} \frac{4|M|^2}{(g_0 - g_n)l} |\sin \chi|, \\ \left(\frac{2L}{c} \right)^2 \frac{1}{\tau^2} \left\{ 1 - 4|M|^2 \left[\frac{g_0 \sin \chi}{g_n (g_0 - g_n) l} \right]^2 \right\} &> \\ &> \left[\frac{4|M \sin \chi}{(g_0 - g_n) l} \right]^2 \left[\cos^2 \chi - \left(\frac{g_0 \sin \chi}{g_n} \right)^2 \frac{2L}{c\tau} \frac{1}{(g_0 - g_n) l} \right], \end{aligned} \quad (1.8)$$

где τ —время релаксации инверсии активной среды,

$$\chi = -\arcsin \left[\frac{\varphi}{2|M|^2} \frac{(g_0 - g_n)l}{g_0/g_n} \right]$$

Диаграмма устойчивости одномодовой генерации в переменных $1/\tau$, φ при $g_0 l = 1,4$, $g_n l = 1$, $|M| = 0,3$ и $\psi = \pm\pi/2$ представлена на рис. 8. Вблизи порога генерации $((g_0 - g_n)l < M)$ и в пределе безынерционной активной среды ($\tau \rightarrow 0$) условие устойчивости одномодового режима генерации совпадает со случаем действительного коэффициента связи $|\varphi| < 2|M|$. Как отмечалось в разделе 2, для мнимого коэффициента связи добротности синфазной и антифазной мод равны. В этой ситуации, казалось бы, насыщение усиления активной среды должно дестабилизировать и ту и другую моду. Однако для полностью одинаковых лазеров ($\varphi=0$) распределения интенсивностей поля как для синфазной, так и для антифазной

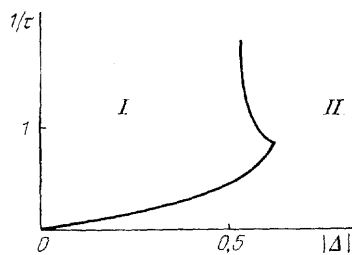


Рис. 8. Граница области устойчивой одномодовой генерации. I — устойчивая область, II — неустойчивая область

моды совершенно одинаковы. Именно это обстоятельство приводит к стабилизации как той, так и другой моды (осуществимость одного из двух возможных резимов определяется историей развития генерации). Действительно, малая примесь второй коллективной моды приведет к асимметричному распределению интенсивности в резонаторах, меняющемуся с частотой $(c/L)M$. Конечность времени релаксации активной среды приводит к демпфированию этих осцилляций и, как следствие, к затуханию поля второй моды. Следует отметить, что в данном случае насыщение активной среды и конечность времени релаксации приводят не к развитию многомодовой

структуры, что обычно реализуется в лазерах при различии пространственных распределений мод, а к стабилизации одночастотного режима. Следовательно, при $\varphi=0$ существует некоторый запас устойчивости одномодового режима, связанный с конечностью времени релаксации активной среды. При $\tau \rightarrow \infty$ одномодовый режим становится нейтрально устойчивым.

В полупроводниковых лазерах показатель преломления зависит от величины коэффициента усиления активной среды. В свою очередь коэффициент усиления определяется интенсивностью излучения. Линейный анализ устойчивости режимов синфазной и антифазной генераций двух полупроводниковых лазеров проведен в [40]. Найдена область устойчивого захвата фаз в переменных: ток накачки—коэффициент связи.

К неустойчивости одномодовой генерации могут приводить также хорошо известные [30] эффекты пространственного и спектрального «выедания» коэффициента усиления полем одномодового излучения. Условия развития близких продольных мод в связанных лазерах совпадают с аналогичными условиями для одного лазера [30]. Более сложным является вопрос о влиянии насыщения активной среды на устойчивость одномодовой генерации, если поперечная структура полей неоднородна. Такая ситуация реализуется в лазерах с оптически связанными неустойчивыми резонаторами.

1.5. Численный анализ устойчивости одномодовой генерации лазеров с неустойчивыми резонаторами. Для численного анализа устойчивости одномодового режима генерации в [37, 38] рассматривалась оптическая схема, аналогичная рис. 3. Поля в резонаторах представлялись комбинацией распространяющихся на-

встречу друг другу волн, амплитуды которых удовлетворяли системе параболических уравнений

$$\pm 2ik \frac{\partial E_{1,2}^{\pm}}{\partial z} + \frac{\partial^2 E_{1,2}^{\pm}}{\partial x^2} = ik g_{1,2} E_{1,2}^{\pm}; \quad (1.9)$$

здесь $E_{1,2}^+$ — амплитуды волн, распространяющихся вдоль оси z , $E_{1,2}^-$ — амплитуды встречных волн. Индексы 1, 2 указывают на соответствующий резонатор. В качестве модели активной среды была выбрана модель среды с однородно уширенной спектральной полосой усиления с зависимостью коэффициента усиления от интенсивностей $|E^{\pm}|^2$ (поля в резонаторах отнормированы на значение интенсивности насыщения среды):

$$g_{1,2} = g_{1,2}^0 (1 + |E_{1,2}^+|^2 + |E_{1,2}^-|^2)^{-1}, \quad (1.10)$$

где $g_{1,2}^0$ — коэффициент усиления слабого сигнала. Связь между полями осуществлялась на зеркалах и задавалась соответствующими граничными условиями [33]. В работе [37] предложена новая численная методика анализа устойчивости одномодовых режимов генерации связанных лазеров. Суть методики состоит в поочередном применении метода установления [34] и метода Прони (см. [36]). В качестве нулевого приближения выбиралось распределение поля определенной коллективной моды пустых резонаторов, амплитуда которой нормировалась на величину, оцениваемую по формуле Ригрода (см. [41, 42]). После этого проводилось несколько итераций методом установления. Число итераций выбиралось не менее числа проходов излучения в резонаторе, необходимого для формирования дифракционной структуры поля в резонаторе [43]. Далее при «замороженном» распределении коэффициента усиления, полученном на последнем шаге итераций в методе установления, методом Прони рассчитывались моды связанных резонаторов. Проекция распределения поля на заданную моду использовалась в качестве нового начального условия в методе установления. Если последующие итерации не давали сходимости с требуемой точностью, то распределение коэффициента усиления вновь «замораживалось» и методом Прони рассчитывалась и выделялась нужная мода и т. д.

Эта методика позволила рассчитать генерацию даже относительно низкодобротных мод. Физическим аналогом примененного в [37] метода являются резонаторы с дисперсионными элементами. Выделение отдельной моды в дисперсионном резонаторе может достигаться за счет дискриминации по потерям на дисперсионном элементе.

После расчета распределения поля и коэффициента усиления активной среды проводилось изучение устойчивости данного одномодового режима генерации. Для этого при заданном распределении коэффициента усиления численно решалась линейная задача по определению основных мод и их собственных значений. Очевидно, что модуль собственного значения для моды, на которой происходила генерация, равнялся единице. Если модули собственных значений всех остальных мод были меньше единицы, то найденный выше одномодовый режим генерации при заданных параметрах являлся устойчивым. В противном случае очевидно, что

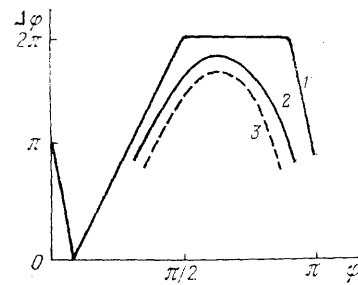


Рис. 9. Границы области устойчивой синхронизации двух лазеров при различных значениях коэффициента усиления слабого сигнала (в переменных ϕ , ψ). 1 — пустой резонатор, 2 — $g_0 = 1,5 g_{\text{пор}}$, 3 — $g_0 = 1,5 g_{\text{пор}}$, отверстие связи смещено относительно оптической оси

данный одномодовый режим неустойчив. Параметры расстройки резонаторов, при которых происходит пересечение модуля собственного значения одной из мод с единицей, определяют границу области устойчивой фазовой синхронизации лазеров.

На рис. 9 в координатах фазовой расстройки резонаторов φ и фазового набег в канале связи приведены границы области устойчивой фазовой синхронизации двух лазеров при различных значениях коэффициента усиления слабого сигнала. При малых превышениях порога область фазовой синхронизации такая же, как в пустых резонаторах. С ростом коэффициента усиления слабого сигнала возрастает неоднородность распределения коэффициента усиления и происходит сужение области устойчивой фазовой синхронизации. Область устойчивой синхронизации сужается также при небольшом смещении отверстия связи относительно оси резонаторов (штриховая линия на рис. 9).

Разработанный в [37] метод позволил численно обнаружить условия, когда стационарный режим генерации отсутствует. Для правильного описания генерации в этой области необходимо численно решать нестационарную задачу. Особенности нестационарной генерации оптически связанных лазеров можно исследовать на основе более простой точечной модели в том случае, если поперечная структура полей несущественна и коэффициент связи между лазерами не зависит от параметров активной среды.

1.6. Динамика излучения двух оптически связанных лазеров. На возможность достаточно сложного поведения динамической системы косвенным образом указывает существование мультистабильных режимов в системе. В работе [44] рассмотрены условия возникновения бистабильности в системе связанных резонаторов и показано существование катастрофы сборки [45] в системе уравнений для медленно меняющихся амплитуд полей. Анализ [44] проводился на основе уравнений, полученных в [15, 16] и аналогичных [14, 17], для условий, когда активная среда располагалась в одном из резонаторов и связь осуществлялась через полупрозрачное зеркало. Динамика излучения в двух связанных активных резонаторах исследовалась в [39].

Для описания эволюции полей двух связанных лазеров в области параметров, где стационарные режимы одномодовой генерации неустойчивы, будет исходить из точечной модели для амплитуд полей и коэффициентов усиления активных сред (записанные в переменных амплитуда — фаза):

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 &= \frac{1}{2} (g_1 - g_n) A_1 + M A_2 \cos(\psi - \chi), \\ \dot{A}_2 &= \frac{1}{2} (g_2 - g_n) A_2 + M A_1 \cos(\psi + \chi), \\ \dot{\chi} &= -\varphi + M \left[\sin(\psi - \chi) \frac{A_2}{A_1} - \sin(\psi + \chi) \frac{A_1}{A_2} \right], \\ \dot{g}_{1,2} &= \frac{g_0 - g_{1,2}}{\tau} - A_{1,2}^2 g_{1,2}; \end{aligned} \tag{1.11}$$

здесь $A_{1,2}$ — амплитуды полей в лазерах; $\chi = \chi_1 - \chi_2$ — разность фаз полей; g_0 — ненасыщенный коэффициент усиления за проход резонатора; $g_{1,2}$ и g_n — усиление и потери в первом и во втором лазерах соответственно. Безразмерная величина $\varphi = \frac{\Delta\omega 2L}{c}$ характеризует расстройку собственных частот резонаторов, а коэффициент оптической связи характеризуется амплитудой M и фазой связи ψ . Все величины размерности времени

τ (время релаксации) и A^{-2} (время вынужденного перехода) обезразмерены на время пролета светом одного из резонаторов $2L/C$.

Реализация различных динамических режимов зависит от многих параметров задачи: M , ψ , ϕ , τ , g_0 , g_n . Наиболее полные результаты по исследованию устойчивости стационарных режимов были приведены выше для значений фазы коэффициента связи $\psi=0$, π и $\psi=\pm\pi/2$. Мы приведем результаты исследования динамики генерации для данных значений фазы коэффициента связи в соответствии с работой [39].

В случае действительного значения коэффициента связи ($\psi=0, \pi$) стационарные решения существуют при $|\phi| \leq 2M$. Если $\psi=0$, устойчивым является синфазное, а при $\psi=\pi$ — антифазное распределение полей в лазерах. При расстройке резонаторов больше $2M$ генерация становится нестационарной. Наиболее добротным (в смысле максимального преобразования энергии активной среды в излучение) оказывается режим с одинаковой зависимостью от времени амплитуд полей. Система уравнений (1.11) в этом случае значительно упрощается:

$$\begin{aligned}\dot{A} &= \frac{1}{2}(g - g_n) \pm MA \cos \chi, \\ \dot{g} &= \frac{g_0 - g}{\tau} - A^2 g, \\ \dot{\chi} &= -\phi \mp 2M \sin \chi.\end{aligned}\tag{1.12}$$

Верхний знак соответствует фазе связи $\psi=0$, нижний — $\psi=\pi$. Анализ решения последнего из уравнений (1.12) показывает, что при $|\phi| > 2M \cos \chi(t)$ является периодической функцией времени с периодом

$$\frac{2\pi}{(\phi^2 - 4M^2)^{1/2}}.$$

Поэтому изучение динамики интенсивности излучения

свелось к задаче о генерации одного лазера с периодической модуляцией добротности. Подобные задачи подробно исследовались экспериментально и численно [46—50]. В этих работах было показано, что вблизи резонанса между периодом модуляции добротности и периодом собственных затухающих колебаний в лазерной системе с ростом амплитуды модуляции происходит усложнение динамики интенсивности лазерного излучения и возможен переход к хаотическому поведению системы. Аналогичная динамика интенсивности излучения двух лазеров с действительным коэффициентом связи была изучена численно в работе [39].

В случае мнимого значения коэффициента связи ($\psi=\pm\pi/2$) динамика интенсивности излучения исследовалась численно при параметрах, где стационарные решения неустойчивы или не существуют [37]. Обнаружены типичные для нелинейных динамических систем явления [46]. В качестве примера на рис. 10 приведены временные и спектральные зависимости интенсивности излучения одного из лазеров, соответствующие режиму учетверения периода. Основным периодом осцилляций определяется временем перекачки энергии из одного лазера в другой. При мнимом коэффициенте связи он зависит от фазовой расстройки резонаторов и амплитуды коэффициента связи,

$$T = \frac{2\pi}{(\phi^2 - 4M^2)^{1/2}}.$$

Расчетные фазовые портреты, соответствующие режимам удвоения и учетверения периода, показаны на рис. 11. В этих расчетах частоты перекачки энергии между лазерами выбирались близкими к частоте релаксационных колебаний интенсивности в лазере. При изменении параметров наблюдались также режимы, соответствующие утроению периода, и более сложные, соответствующие переходу системы к хаотическому поведению.

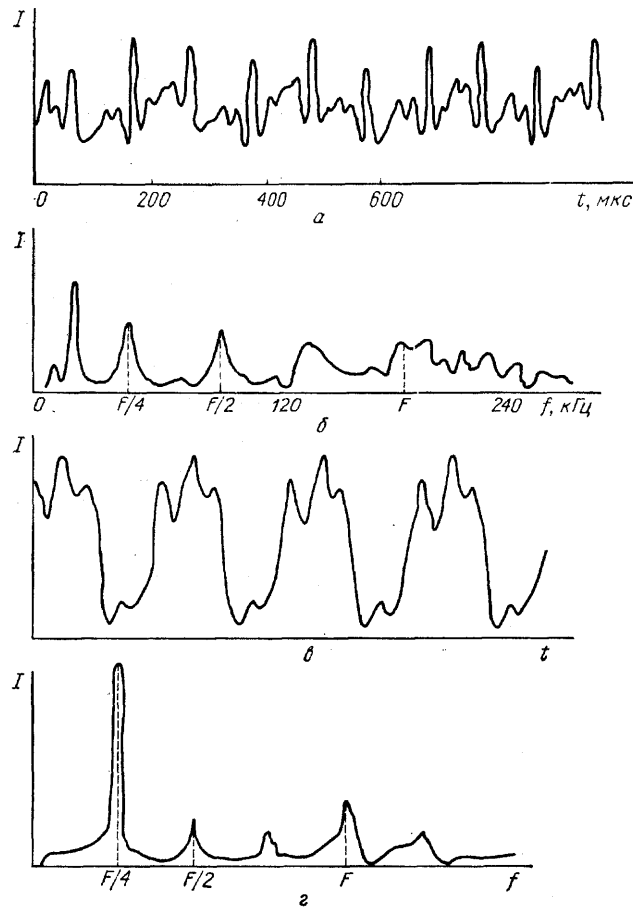


Рис. 10. Зависимость интенсивности излучения от времени (a —эксперимент, $в$ —расчет) и спектр при учетверении периода ($б$ —эксперимент, $г$ —расчет) [39]

1.7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФАЗОВОЙ синхронизации двух лазеров. Одной из первых экспериментальных работ по фазированию световых пучков двух CO_2 -лазеров с использованием оптической связи была работа [28]. Экспериментальная установка, близкая по схеме к изображенной на рис. 3, включала наряду с двумя полусимметричными неустойчивыми резонаторами систему пошаговой подвижки одного из выпуклых зеркал и оптическую схему регистрации интерференционной картины полей двух лазеров в дальней зоне. Связь между лазерами осуществлялась через полупрозрачное зеркало или через общее зеркало с отверстием, расположенным на оптической оси. Про-

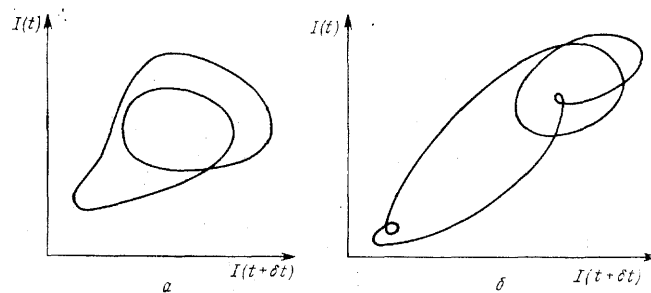


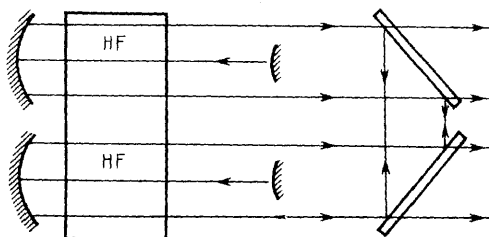
Рис. 11. Фазовый портрет режимов удвоения (a) и учетверения периода ($б$)

ведены измерения области устойчивой фазовой синхронизации лазеров в зависимости от величины расстройки частот резонаторов и от доли излучения, идущей на связь лазеров. Получено качественное согласие с результатами теоретической работы [17].

Возможность фазовой синхронизации полей двух кольцевых импульсных CO_2 -лазеров экспериментально продемонстрирована в работе [51]. Эффект фазировки полей регистрировался по видности полос интерференционной картины от двух лазерных пучков. Видность полос характеризовалась параметром $(I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$, который менялся от импульса к импульсу в пределах от 0,3 до 0,9. В этой работе никаких усилий по стабилизации оптических длин резонаторов и положений зеркал не предпринималось и, по-видимому, с этим связана невоспроизводимость результатов. Авторы работы [51] в дальнейшем предполагают провести более аккуратные исследования с определением области устойчивой фазовой синхронизации и с изучением качества лазерного пучка.

Подробные экспериментальные исследования по оптической связи двух непрерывных HF-лазеров проведены группой из США в работах [52—54], где изучалась возможность синхронизации лазерных полей в режимах многочастотной генерации. Упрощенная эквивалентная схема экспериментальной установки показана на рис. 12. Два одинаковых конфокальных неустойчивых резонатора с увеличением $m=1, 4$ и эквивалентным числом Френеля 4, 1 оптически связывались полупрозрачной пластиной из ZnSe. Доля инжектируемой энергии из лазера в лазер составляла 20%. Длины резонаторов и оптический путь в канале связи равнялись 1,5 м. В качестве активной среды использовался возбужденный HF, получаемый в сверхзвуковом диффузионном генераторе [55]. Максимальное усиление слабого сигнала в активной среде достигало $g_0 l = 1,8$. Генерация происходила одновременно на девяти переходах HF. Выходные световые пучки направлялись на два зеркала, представляющие синтезированную апертуру системы. В экспериментах изучались эффективность синхронизации лазеров при генерации на одном или нескольких переходах HF, модовый состав излучения и распределение поля в дальней зоне. Исследование эффективности синхронизации лазеров

Рис. 12. Эквивалентная схема оптической связи двух HF-лазеров [52—54]



производилось по регистрации интерференционной картины полей в ближней зоне двумя способами — с помощью теплового визуализатора и с помощью детектора излучения, расположенного за экраном с малым отверстием, на которое поступало излучение, отраженное от вращающегося зеркала. Качество синхронизации полей лазеров определялось по видности полос интерференционной картины. Наиболее важными с практической точки зрения оказались высокое значение параметра видности интерференционной картины (98% для генерации на одном переходе и 94% в случае многочастотной генерации) и слабая чувствительность видности полос к рассогласованию длин резонаторов. Эти результаты свидетельствуют о почти полной синхронизации полей в двух лазерах. Измерения разностных частот в спектре продольных мод показали, что в случае отдельного несвязанного лазера межмодовый интервал определяется длиной резонатора $c/2L$, а при оптической связи двух

лазеров преобладают спектральные компоненты, соответствующие бие-нию мод с частотным интервалом, определяемым полной оптической дли-ной системы (суммой двух длин резонаторов плюс длиной канала свя-зи). В работах [52—54] также продемонстрировано сужение пика интен-сивности в дальней зоне, которое составляло 2,5 для генерации на выде-ленном переходе HF и 2 в случае многочастотной генерации. Результаты данных измерений оказались чрезвычайно чувствительными к разности оптических путей выходных пучков, и требовалось устанавливать зерка-ла синтезированной апертуры с точностью $\lambda/10$. В [54] проведено срав-нение схем фазирования лазерных пучков на основе оптической связи лазеров и с использованием задающего генератора и нескольких усили-телей. Существенного различия в угловых распределениях полей не об-наружено, однако в обеих схемах требуется строго выравнивать оптиче-ские пути лазерных пучков.

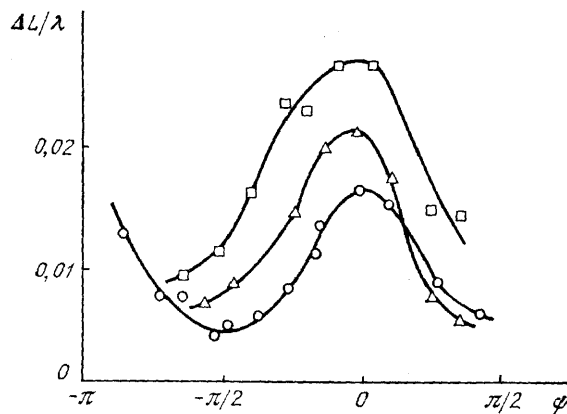


Рис. 13. Зависимость по- лосы устойчивой синхро- низации $\Delta L/\lambda$, от вели- чины фазового набег в канале связи (значки со- ответствуют экспери- ментам с различными от- верстиями связи) [38]

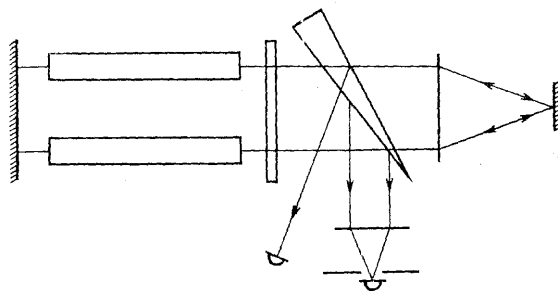


Рис. 14. Схема экспери- ментальной установки по исследованию динамики излучения двух оптиче- ски связанных CO_2 -лазе- ров

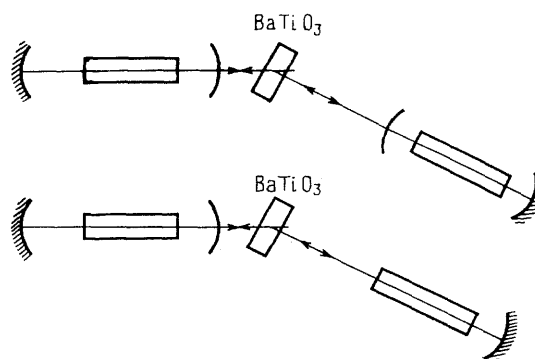
В работе [38] впервые изучено влияние фазового набег в канале связи на ширину полосы устойчивой синхронизации двух CO_2 -лазеров с неустойчивыми резонаторами. Граничные значения расстройки длин резонаторов от фазы в канале связи являются периодической функцией с периодом π (в экспериментах этот фазовый набег соответствовал изменению оптического пути в канале связи $\lambda/2$), и наиболее эффективно синхронизация лазеров происходит при длине оптического пути канала связи, кратной $\lambda/2$. Доля энергии излучения, идущая на связь лазеров, в экспериментах [38] варьировалась в пределах 10^{-2} — 10^{-3} для различ- ных размеров отверстия связи. При этом достигнута максимальная рас- стройка длин резонаторов, не нарушающая когерентности генерации, $\Delta L = \lambda/20$. Зависимость полосы устойчивой синхронизации лазеров $\Delta L/\lambda$

от величины фазового набег в канале связи ψ приведена на рис. 13. Периодическое поведение от ψ предельной расстройки длин резонаторов полностью согласуется с результатами теоретического анализа [33].

Динамика полей двух квазинепрерывных CO_2 -лазеров с взаимной инжекцией излучения впервые экспериментально исследовалась в работе [39]. Схема экспериментальной установки показана на рис. 14. Два волноводных CO_2 -лазера 1, 2 с резонаторами, образованными плоскими зеркалами 4, 5, возбуждались разрядом переменного тока с частотой 10 кГц. Оптическая связь между ними осуществлялась с помощью внешнего зеркала 3 и согласующей линзы 6, а величина связи (доля энергии излучения идущая на связь) $\sim 10^{-3}$ – 10^{-4} менялась с помощью калиброванных поглотителей. Интенсивность излучения регистрировалась фотоприемником цифровым осциллографом, и результаты обрабатывались на микро-ЭВМ. Расстройка собственных частот лазеров контролировалась по частоте биений суммарной интенсивности при устранении оптической связи. В зависимости от величины коэффициента связи, расстройки частот лазеров и коэффициента усиления активной среды обнаружены различные динамические режимы. Когда частота обмена энергией между лазерами приближалась к собственной частоте релаксационных колебаний, наблюдались динамические режимы удвоения, учетверения периода осцилляций, а также хаотическое поведение интенсивности излучения. В качестве примера на рис. 10 представлены временная зависимость интенсивности и спектр сигнала, соответствующие режиму учетверения периода. В спектре наблюдались также компоненты, соответствующие удвоенной частоте тока накачки активной среды, 20 кГц. Частоты релаксационных колебаний в лазерной системе предварительно измерялись и могли меняться в диапазоне 100–200 кГц с помощью изменения потерь резонаторов. Следует отметить удовлетворительное согласие экспериментальных и расчетных результатов, полученных на основе точечной модели связанных лазеров.

1.8. Нелинейная оптическая связь двух лазеров. Наряду с линейными способами связи лазеров изучаются схемы, использующие нелинейные оптические элементы [56–59, 61, 62, 64]. В экспериментах [56–59, 61, 64] связь между лазерами осуществлялась за счет эффекта вынужденного четырехволнового рассеяния. Фоторефрактивные кристаллы были использованы в качестве четырехволнового зеркала при связи диодных [56, 58] и аргон-ионных [57] лазеров относительно невысокой мощности. Используемый в этих экспериментах кристалл BaTiO_3 обладает большой константой нелинейности и малой релаксационной частотой ~ 1 Гц.

Рис. 15. Оптические схемы внерезонаторной связи лазеров на основе эффекта четырехволнового взаимодействия световых пучков



Оптические схемы внерезонаторной связи лазеров показаны на рис. 15. Для регистрации эффекта обращения волнового фронта отра-

женного от четырехволнового зеркала излучения в экспериментах [57] на пути излучения помещались транспаранты, искажающие волновой фронт. Изучались также спектральные характеристики при генерации связанных лазеров. Было показано, что связь лазеров на основе четырехволнового взаимодействия позволяет компенсировать фазовые искажения волнового фронта, и нелинейное взаимодействие в кристалле (перераспределение излучения из одного лазера в другой на движущихся дифракционных решетках в кристалле) приводит к затягиванию частот двух лазеров. Полная идентичность спектров наблюдалась в схеме, когда один из лазеров в отсутствие четырехволнового зеркала находился в подпороговом режиме (см. рис. 15, б). В [57] предлагалось использовать рассмотренные оптические схемы для фазирования наборов лазеров. Такие эксперименты были проведены в работе [58], где при нелинейной связи получена существенная перестройка поперечной модовой

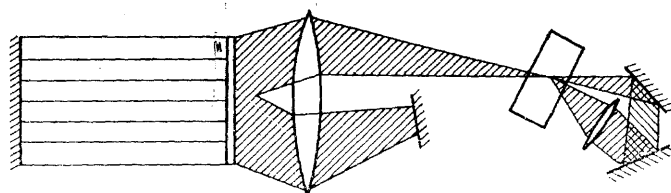


Рис. 16. Схема связи лазеров с самонакачивающимся ОВФ-зеркалом

структуры полей наборов диодных лазеров и по измерениям распределений интенсивности в дальней зоне зарегистрированы синфазное и антифазное распределения полей. В [58] проведены также эксперименты с дополнительным самонакачивающимся ОВФ-зеркалом (рис. 16). Коэффициент отражения от самонакачивающегося зеркала составлял 10% и приводил к изменению модовой структуры полей набора лазеров. Подробное рассмотрение свойств резонаторов с ОВФ-зеркалами приведено в обзоре [63].

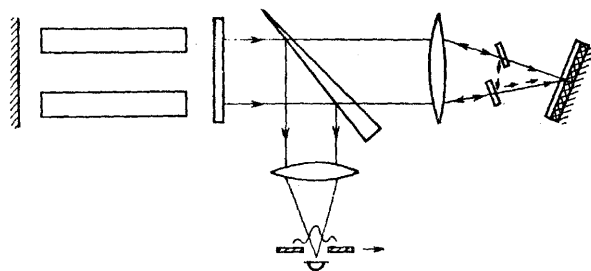


Рис. 17. Схема внутррезонаторной связи двух CO_2 -лазеров на нелинейной ячейке

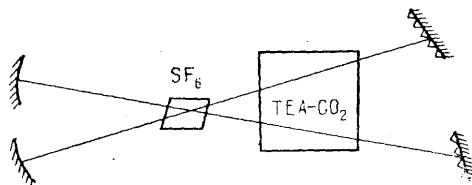
Фазовая синхронизация волноводных CO_2 -лазеров с использованием внерезонаторного четырехволнового зеркала получена в [59]. Схема экспериментальной установки, представленная на рис. 17, состояла из двух CO_2 -лазеров с мощностью излучения ~ 5 Вт и длительностью импульса до 50 мс.

При помощи согласующей линзы излучение сводилось в кювету, образованную плоскопараллельной пластиной из КС1 и плоскопараллельным металлическим зеркалом, нормальным к лучу одного из лазеров. В качестве нелинейной жидкости использовался толуол, обладающий слабой дисперсией коэффициента поглощения и достаточно высокой константой тепловой нелинейности [60]. С помощью клина из КС1

часть излучения отводилась на систему регистрации, которая состояла из фотоприемника и щели, сканируемой в области перекрытия пучков в фокусе линзы. Сканирование щели осуществлялось за время 0,5 мс с регулируемой временной задержкой относительно начала импульса генерации. В экспериментах [59] использовались две оптические схемы. В одной из них с помощью светоделительных пластин создавалась затравочная тепловая решетка, а в другой пластины отсутствовали и затравочная решетка не инициировалась. В обоих случаях через 2 мс после начала генерации наблюдалась когерентная работа двух лазеров. Были зарегистрированы распределения поля в дальней зоне, отвечающие синфазному и антифазному режимам генерации двух лазеров.

Заметное перерасcеяние излучения на тепловой решетке наблюдалось через 2—3 мс после начала генерации, и средний за импульс коэффициент перерасcеяния (доля энергии, инжектируемая из одного лазера в другой) составлял 3—4%. Для устойчивой синхронизации полей точность подстройки длин резонаторов составляла 10^{-4} см.

Рис. 18. Схема связи двух CO_2 -лазеров с внутрирезонаторной нелинейной ячейкой SF_6



Изучение режимов генерации двух неодимовых лазеров со связанными через динамическую голограмму резонаторами проведено в работе [61]. Оптическая схема была близка к использованным в [57, 59]. В качестве нелинейной среды применялись жидкости с тепловой нелинейностью — изопропиловый спирт или ацетон — в кювете толщиной 6 мм. Плотность лазерной энергии пучков в кювете не превышала 40 Дж/см².

Экспериментально показано, что при совместной генерации происходит согласование полей двух лазеров, а именно, временные поведения интенсивностей излучения в режиме развитой генерации совпадают, а поперечные распределения полей согласуются, что подтверждается результатами по регистрации полей в ближней и дальней зонах. Резонатор, содержащий в качестве одного из зеркал нелинейный элемент, неселективен по отношению к поперечной структуре генерируемых полей. Внесение дополнительных оптических неоднородностей (линз и пламени горелки) не меняло характера генерации. Аналитические исследования [61] условий стационарной генерации такой системы показали, что при увеличении коэффициентов усиления активных сред жесткие режимы возбуждения (где для развития генерации на начальном этапе требуется инжектировать внешний сигнал) переходят в мягкие. Определены области параметров, при которых реализуются эти режимы. Показано также, что в системе резонаторов, связанных через динамическую голограмму, возможна бистабильность.

Применение оптических схем с использованием нелинейных элементов внутри лазеров позволяет кроме взаимной инжекции полей добиваться нелинейной самоподстройки оптических длин резонаторов. Анализ возможности синхронизации лазеров на внутрирезонаторном нелинейном элементе с учетом четырехволнового взаимодействия световых пучков проведен в [62]. Рассмотренная схема связи двух лазеров [62] (рис. 18) совпадает со схемами, включающими в себя самонакачи-

вающееся ОВФ-зеркало [63]. В предположении безынерционной нелинейности и малой расстройки собственных частот резонаторов найдены нелинейные решения задачи [62]. В отличие от случая линейной связи лазеров при четырехволновой внутрирезонаторной фазировке число стационарных режимов увеличивается. Так, при нулевой расстройке частот резонаторов разность фаз полей может принимать значения $0, \pi, \pm\pi/2, \pm\pi/3, \pm 2\pi/3$. В первых четырех режимах интенсивности в обоих лазерах равны, для остальных режимов интенсивности различны. Анализ показал, что устойчивыми по отношению к малым возмущениям являются решения при $\Delta\omega=0$ с разностью фаз полей $0, \pi$. Одночастотный синхронизованный режим реализуется при условии компенсации фазовой расстройки длин резонаторов фазовым набегом в нелинейной среде, $|\Delta\phi|2L/c < 2kl$; $\chi = knc/2\pi\omega$ — коэффициент нелинейной поляризуемости нелинейной среды, l — размер области взаимодействия в нелинейной среде. Синхронизация частот двух ТЕА- CO_2 -лазеров при внутрирезонаторном четырехволновом взаимодействии световых пучков была реализована в работе [64]. В качестве нелинейной среды использовался газ SF_6 , помещенный в кювету длиной 25 см. Импульсы излучения состояли из мощного «пика» ~ 1 МВт с длительностью ~ 200 нс и пологого «хвоста» длительностью $\sim 1,5$ мкс, содержащего половину энергии

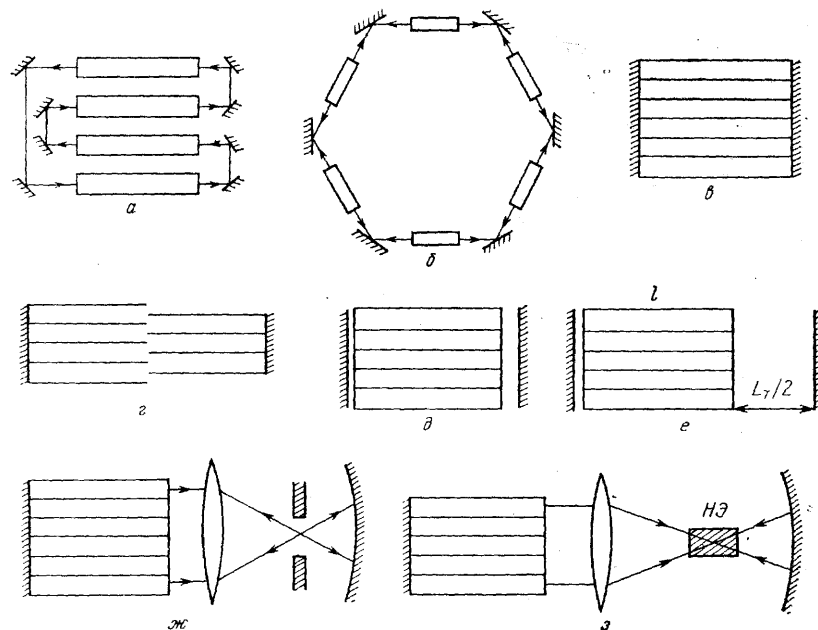


Рис. 19. Возможные схемы оптической связи наборов лазеров

импульса. Энергия генерации на основной моде составляла 0,5 Дж. Эксперименты проводились для различных вращательно-колебательных переходов CO_2 . Эффект синхронизации лазеров регистрировался по видности полос интерференционной картины от двух лазерных пучков. В отсутствие SF_6 генерация лазеров происходила независимо. При давлении $\text{SF}_6 \sim 2$ мм рт. ст. в отдельных импульсах была зарегистрирована синхронизация частот лазеров. Увеличение давления свыше 3 мм рт. ст. приводило к устойчивой синхронизации лазеров. Механизм синхронизации лазеров состоял в том, что при совпадении частот полей в ячейке SF_6 наводились решетки показателя преломления и поглощения,

приводившие к перерасеянию света из одного резонатора в другой. При несовпадении частот лазерных полей решетки показателя преломления и поглощения в SF_6 не образовывались из-за инерционности отклика среды. Синхронизованный режим генерации обладал дополнительным по сравнению с рассмотренным в [62] запасом устойчивости, что было связано с насыщающими свойствами коэффициентов поглощения SF_6 .

Синхронизация полей двух непрерывных лазеров на красителе за счет внутрирезонаторного четырехволнового взаимодействия световых пучков продемонстрирована в [65]. В качестве нелинейного элемента использовались пары Na при температуре 198°C . Частота резонансного перехода Na ($\lambda=5980 \text{ \AA}$) близка к частоте излучения. Схема взаимодействия световых пучков была выбрана аналогичной рис. 18. Угол между пучками не превосходил $0,5^\circ$. При интенсивностях излучения 7 и $3,5 \text{ кВт/см}^2$ наблюдалась устойчивая синхронизация полей двух лазеров в течение 1 мин.

В ряде работ [57—59, 62, 64] предлагалось использовать изученные схемы для синхронизации полей наборов лазеров.

2. Оптическая связь многих лазеров. Рассмотрение связи двух лазеров, проведенное в разделе 1, показывает, что основное условие режима устойчивой синхронизации заключается в требовании малости расстройки собственных частот резонаторов по сравнению с величиной связи. Очевидно, что подобное условие необходимо и для синхронизации большого числа лазеров.

С технологической точки зрения удобно создавать наборы лазеров с периодическим расположением элементов. При этом можно осуществлять связь как между ближайшими элементами, так и каждого лазера с каждым. Связь «ближайших соседей» в периодических наборах полупроводниковых и волноводных лазеров реализуется достаточно просто, если излучение из каждого волновода может проникать в соседние волноводы [66]. Оптическая связь может также осуществляться с помощью внешних зеркал [6, 67], ответвляющих небольшую долю излучения в соседние лазеры. Возможные схемы оптической связи лазеров приведены на рис. 19.

2.1. Простейшие модели. Коллективные моды. Простейшей моделью связанных лазеров может служить среда с периодическим распределением показателя преломления и коэффициента усиления, помещенная между зеркалами резонатора. Распространение излучения описывается системой параболических уравнений для двух встречных волн:

$$\pm 2ik_z \frac{\partial E_{\pm}}{\partial z} + \Delta_{\perp} E_{\pm} + \left(\frac{\varepsilon(x, y) \omega^2}{c^2} - k_z^2 \right) E_{\pm} = 0, \quad (2.1)$$

где $E_{\pm}$ — амплитуды полей встречных волн, $\Delta_{\perp} = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$. Сшивка полей должна производиться в плоскости зеркал резонатора с помощью соответствующих граничных условий к (2.1). Уравнение (2.1) является аналогом нестационарного уравнения Шрёдингера для движения квантовой частицы в периодическом потенциале. Если зависимость $\varepsilon(x, y)$ имеет вид периодических прямоугольных областей, то для каждого из направлений x и y задача факторизуется. Решение в этом случае можно свести к известному [68] для потенциала Кронига—Пени, откуда определяется спектр собственных значений (частот) и собственный мод (распределения полей). Как известно, спектр при этом имеет зонную структуру.

ру. Если предположить (а так обычно и бывает в периодических наборах полупроводниковых лазеров [69]), что области поглощения и усиления имеют периодическую структуру, то различные коллективные моды по разному усиливаются за проход резонатора. Наиболее добротными будут распределения полей, для которых функционал

$$\operatorname{Im} \int \varepsilon(x, y) |E(x, y)|^2 dx dy \left(\int |E(x, y)|^2 dx dy \right)^{-1} \quad (2.2)$$

достигает минимального значения. В (2.2) $\operatorname{Im} \varepsilon > 0$ соответствует поглощающей, $\operatorname{Im} \varepsilon < 0$ — усиливающей среде. Обычно области усиления расположены внутри волновода, а поглощение излучения частично происходит в участках среды, разделяющих отдельные лазеры. Очевидно, что минимум функционала (2.2) реализуется для антифазного распределения поля, соответствующего чередованию знака полей в соседних волноводах, т. е. верхнему краю зоны. При этом в поглощающей области между волноводами амплитуда поля зануляется, а внутри волновода в усиливающей области достигает своего максимального значения. Поэтому для идеальной прямоугольной периодической сборки лазеров со связью через стенки волноводов достаточно просто реализовать режим генерации на антифазной коллективной моде.

Расчеты генерации наборов полупроводниковых лазеров на различных коллективных модах проведены в работах [70—72]. В основном осуществлялись режимы генерации с распределением поля в дальней зоне, имеющим двугорбую структуру с угловым расстоянием между максимумами, определяемыми периодом набора.

В [73] предложена самосогласованная модель численного расчета структуры полей набора волноводных диодных лазеров с инжекцией внешнего сигнала. Получены зависимости интенсивности в дальней зоне от входного угла и длины волны инжектируемого излучения. При определенных параметрах излучения внешнего сигнала распределение в дальней зоне имеет одnogорбую структуру с угловой шириной, определяемой полной апертурой набора.

Близкими к задаче синхронизации лазеров являются исследования модовых структур и генерации лазеров, использующих ретрорефлекторные зеркала, собранные в виде периодических наборов уголкового отражателей или трипель-призм [74—76]. Генерация может происходить между любой парой отражателей. Два возможных хода лучей в резонаторе с зеркалом, составленным из уголкового отражателей, показаны на рис. 20. Такую систему можно рассматривать как набор отдельных лазеров, между которыми происходит связь за счет дифракции излучения при проходе между зеркалами. Распределение полей в лазере с ретрорефлекторным зеркалом теоретически исследовано в работе [77].

Модель набора связанных лазеров (2.1) напрямую может описывать полупроводниковые лазеры с внутренней связью за счет туннельной дифракции.

Более общей является модель, представляющая собой естественное обобщение модели (1.2) для двух связанных резонаторов:

$$\frac{2L}{c} \frac{\partial E_n}{\partial t} = E_n \left[(g_n - g_{\text{пор}}) l + i \cdot \frac{2L}{c} \Delta \omega_n \right] + \sum_m M_{nm} E_m, \quad (2.3)$$

где $2L/c$ — время циклического охода резонатора, $g_{\text{пор}}$ — пороговый коэффициент усиления, g_n — коэффициент усиления n -го канала, $\Delta \omega_n$ — отстройка собственной частоты отдельного лазера от частоты лазерного перехода, M_{nm} — матрица коэффициентов связи между каналами. Труд-

ности определения коэффициентов связи для реальных схем, обсужденные в разделе 1, сохраняются и для набора лазеров. При написании (2.3), в частности, предполагалось, что каждый лазер набора обладает одной модой. Считалось также, что E_n мало изменяется за время $2L/c$.

Обсудим вначале спектр и структуру коллективных мод в случае идеального набора лазеров, полагая $g_n = g_{\text{пор}}$, $\Delta\omega_n = 0$. Математически задача сводится к нахождению собственных чисел и векторов системы линейных уравнений:

$$\gamma^{(j)} E_n^{(j)} = \sum_m M_{nm} E_m^{(j)}, \quad (2.4)$$

где j — номер моды. Очевидно, количество коллективных мод равно N — числу лазеров.

Спектр мод существенно определяется структурой матрицы связи M_{nm} , которая в свою очередь зависит от геометрии набора и способа связи. На рис. 19 был изображен ряд схем оптической связи наборов лазеров, обсуждаемых в литературе. Практически во всех случаях матрицу можно считать зависящей только от разности индексов; $M_{nm} = M(n-m)$, где n, m — либо простые (для одномерных наборов), либо векторные (для двумерных наборов) индексы. Такие матрицы называются теплицевыми [78], и их свойства детально изучены. В частности, для большого $N \rightarrow \infty$ спектр собственных чисел легко находится:

$$\gamma(q) = M(q) = \sum_n e^{iqn} M(n), \quad (2.5)$$

при этом q для N большого, но конечного пробегает дискретные значения с шагом по порядку величины $\delta q \approx 2\pi/N^{1/2}$ для двумерного набора ($\delta q = 2\pi/N$ — для одномерного набора).

Как легко убедиться, коллективные моды $E_n(q) = c_q e^{iqn}$, если $\gamma(q)$ — невырожденный спектр. Если $M(n)$ — четная функция (например, симметричная связь двух ближайших соседей), то

$$E_n(q) = c_{q1} e^{iqn} + c_{q2} e^{-iqn}.$$

Отметим еще одно общее свойство решений системы (2.4) с разностной матрицей. Если второй момент матрицы $M(n)$ существует, т. е. $\sum n^2 M(n) < \infty$ при $N \rightarrow \infty$, то коллективные моды с собственными числами, соответствующими краям зоны ($j \ll N, N-j \ll N$), оказываются плавными функциями переменной, так что в уравнении (2.4) можно перейти к приближению Фоккера — Планка. При этом

$$\sum_m M(n-m) E_m \rightarrow M_0 E_n + U \frac{dE_n}{dn} + D \frac{d^2 E_n}{dn^2},$$

где

$$M_0 = \sum_n M(n), \quad U = \sum_n n M(n), \quad D = \frac{1}{2} \sum_n n^2 M(n).$$

В этом приближении задача нахождения коллективных мод для набора лазеров сводится к классической задаче на собственные значения для среды с диффузионно-конвективным переносом. Заметим, что как «скорость» U , так и «коэффициент диффузии» могут быть комплексными. Вопрос о постановке краевых условий в полученной задаче в пределе боль-

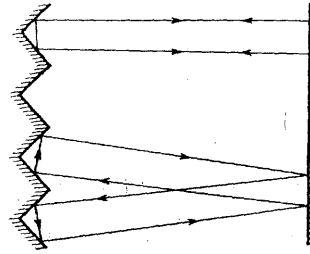


Рис. 20. Ход лучей в резонаторе с зеркалом, составленным из угловых отражателей

шого N решается (с точностью до членов порядка $1/N$) таким образом: на краю набора лазеров, если нет дополнительных связей, следует поле положить равным нулю.

Основываясь на указанных общих свойствах, рассмотрим несколько простых, достаточно распространенных случаев.

Для схемы (а) рис. 19 с односторонней связью имеем ($M_{n,m} = M\delta_{n,m-1}$)

$$\gamma(j) = M \exp \frac{2\pi i (j-1)}{N}, \quad E_n^{(j)} = \exp \frac{2\pi i (j-1)n}{N}. \quad (2.6)$$

Поскольку $E_n(i) \sim \exp(\gamma_n t) E_n$, то максимальной добротностью обладает мода с наибольшим $\text{Re } \gamma$. (Отсчет величины $\gamma(j)$ произволен, так как в этих выкладках условно взято $M(0)=0$. При подстановке реального значения $M(0)$, очевидно, будет выполняться условие $\text{Re } \gamma \leq 0$, если нет усиливающей среды.)

Для одномерного набора со связью ближайших соседей получаем (см. также [79])

$$\gamma(j) = 2M \cos \frac{2\pi (j-1)}{N}, \quad E_n^{(j)} = \sin \frac{2\pi nj}{N}, \quad (2.7)$$

где $M_{n,m} = M(\delta_{n,m} + \delta_{n,m+1})$. Легко убедиться в том, что решения (2.7) при $\ll N, N-j \ll N$ с точностью до членов $\sim 1/N$ могут быть получены с помощью приближения Фоккера — Планка.

Выделим еще один предельный случай: все лазеры попарно связаны друг с другом с одним и тем же коэффициентом связи [79]. При этом, как можно получить из (2.5), выделяется одно собственное число $\gamma(0)=NM$, тогда как остальные $\gamma(j) \equiv 0$. Генерируемая мода — синфазная с одной и той же интенсивностью во всех лазерах.

Пример более сложно организованной связи будет рассмотрен в следующем разделе 2.2.

Для набора лазеров вопрос об устойчивости когерентного режима и влиянии на эту устойчивость разбросов собственных частот отдельных резонаторов и нелинейности среды очень сложен и не имеет общего решения. Некоторые результаты, дающие хотя бы качественные представления о требованиях на параметры набора, можно получить в простейших моделях. Например, для схемы (рис. 19, а) последовательной связи лазеров с замыканием кольца связью $N \rightarrow 1$ легко получить нелинейное дисперсионное уравнение (взяв $E_j \sim \exp(i\Omega t)$)

$$\prod_{j=1}^N \left[(g_j - g_{\text{пор}}) l + i \Delta \omega_j \cdot \frac{2L}{c} \right] = \prod_{j=1}^N (-M_j), \quad (2.8)$$

где M_j — коэффициент связи $(j-1) \rightarrow j$. Пороговое усиление, длины резонаторов и длины активных сред предполагались равными для всех лазеров. При заданных значениях коэффициентов усиления из этого уравнения может быть найдена общая генерируемая частота Ω , так как $\Delta \omega_j = \omega_j - \Omega$. Подставляя найденную частоту в уравнения (2.3), получим уравнения

$$E_j = \frac{-M_j E_{j-1}}{(g_j - g_{\text{пор}}) l + i (2L \Delta \omega_j / c)}, \quad (2.9)$$

из которых можно последовательно вычислить все E_j , задав, например, E_1 . При этом в простейшем случае

$$g_j = \frac{g_{j0}}{1 + (|E_j|^2 / E_s^2)},$$

где E_s —амплитуда насыщающего поля. В частности, при $|E_j| = |E_{j-1}|$ получаем уравнения для g_j (пусть g_{j0} и M_j не зависят от j):

$$(g_j - g_{\text{нсп}})^2 l^2 + \frac{4L^2}{c^2} (\Delta\omega_j)^2 = |M|^2, \quad (2.10)$$

откуда следует, что стационарное решение существует лишь при $(2L/c)|\Delta\omega_j| \geq |M|$. Если один из лазеров цепочки не будет синхронизован, то с его выхода пойдет, вообще говоря, многочастотное излучение. Таким образом, для срыва когерентности поля всего набора здесь достаточно, чтобы хотя бы для одного из лазеров условие (2.10) не выполнялось. Если расстройки собственных частот резонаторов (или коэффициенты связи) по каким-либо причинам мало изменяются для близких лазеров, но полное изменение может накопиться большое, то для анализа удобно использовать упомянутое выше приближение Фоккера — Планка.

Поучительный пример, на котором удобно исследовать влияние разброса собственных частот резонаторов, дает модель связи «всех лазеров со всеми». Как уже отмечалось, в этом случае одна коллективная мода идеального набора оказывается выделенной (более добротной при условии $\text{Re } M > 0$). Как видно из уравнения (2.3), инжектируемое в каждый

лазер поле одно и то же $\left(\sum_{m=1}^N M_{nm} E_m = M \sum_m E_m \equiv M E_\Sigma \right)$. Стационарное решение системы (2.3) в этом случае находится сразу:

$$E_n = \frac{-M E_\Sigma}{(g_n - g_{\text{пор}}) l + i(\omega_n - \Omega) (2L/c)}, \quad (2.11)$$

где Ω — общая частота для всех лазеров.

Суммируя в (2.11) по n , получаем условие когерентной генерации

$$\sum_n \frac{M}{(g_n - g_{\text{пор}}) l + i(\omega_n - \Omega) (2L/c)} = -1, \quad (2.12)$$

При этом коэффициент усиления в отдельном лазере определяется по формуле

$$g_n = \frac{g_0}{1 + |E_n|^2 / E_s^2},$$

где E_s —амплитуда насыщающего поля; коэффициент слабого сигнала для простоты полагается одинаковым для всех лазеров, так же как и длины l, L . Для большого числа лазеров сумму в (2.12) можно переписать через интеграл, введя плотность вероятности определенного значения собственной частоты лазера $f(\omega)$ так, что $\int f(\omega) d\omega = 1$:

$$NM \int \frac{f(\omega) d\omega}{(g(\omega) - g_{\text{пор}}) l + i(\omega - \Omega) (2L/c)} = -1. \quad (2.13)$$

Приведем решение сформулированной задачи, взяв плотность вероятности в простейшем виде:

$$f(\omega) = \frac{1}{2\Delta}, \quad |\omega| \leq \Delta, \\ = 0, \quad |\omega| > \Delta.$$

(Напомним, что все частоты у нас отсчитываются от центра линии усиления, причем ширина линии усиления предполагается большой по сравнению с межмодовым интервалом.) Если $\Delta \ll NM$ (предполагается также, что M чисто вещественное), то

$$\begin{aligned} g(\omega) &= g_{st}(1 + \alpha\omega^2), \\ I(\omega) &= I_{st}(1 - \beta\omega^2), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} g_{st} &= g_n - \frac{MN}{l} \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta}{MN} \right)^2 \frac{NM + (g_n l - MN) \left(1 - \frac{g_n l - MN}{g_0 l} \right)}{NM + 2(g_n l - MN) \left(1 - \frac{g_n l - MN}{g_0 l} \right)} \right], \\ I_{st} &= I_s \left(\frac{g_0}{g_{st}} - 1 \right), \\ \beta &= \frac{1}{MN} \frac{1}{MN + 2g_{st}l[1 - (g_{st}/g_0)]}, \quad \alpha = \beta \left(1 - \frac{g_{st}}{g_0} \right). \end{aligned}$$

По смыслу полученных выражений g_{st} является пороговым коэффициентом усиления для коллективной генерации на частоте $\Omega=0$. В отсутствие разброса собственных частот $g_{st}=g_{\text{пор}}-(MN/l)$, а наличие разброса приводит к повышению порога. Для независимой генерации порог выше. Как можно убедиться прямым вычислением, при $\Delta < MN$ когерентный режим оказывается устойчивым в том смысле, что ни один из охваченных связью лазеров не может генерировать независимо при любом отношении g_0/g_{st} .

Обратим внимание на то, что при наличии разброса собственных частот, как следует из (2.11), фазы полей в отдельных лазерах, сохраняясь постоянными во времени, варьируются в соответствии с расстройкой резонатора.

Очевидно, связь «всех лазеров со всеми» при действительном и положительном M является идеалом, к которому следует стремиться. Эта схема наиболее стабильна по отношению к разбросу собственных частот резонаторов. Однако конструктивное исполнение такой схемы для большого числа лазеров весьма сложно. Некоторое приближение по свойствам к этой схеме может дать связь между лазерами набора, возникающая за счет дифракции излучения на диафрагме диаметра a в фокусе линзы, если $a \approx \lambda F/D$, где λ —длина волны, F —фокусное расстояние, D —общий диаметр набора. Аналогичный эффект дает плоское зеркало, удаленное на расстояние $z \approx d^2/\lambda$ от набора лазеров (d — период сборки). Следует заметить, что оба эти способа связи сопровождаются заметными потерями и повышением порога генерации.

Достаточно просто с технологической точки зрения использовать в качестве элемента оптической связи плоское зеркало, помещенное на некотором расстоянии от апертуры набора лазеров. Отраженное от зеркала излучение за счет дифракционного расплывания приводит к оптической связи между элементами. На первый взгляд, однако, эффективность такой связи представляется достаточно низкой. Для того чтобы увеличить долю излучения, попадающего из одного лазера в другой, необходимо отодвигать зеркало от апертуры. При этом за счет дифракции излучение «размазывается» по полной апертуре и возрастают потери в канале связи. Оказалось, что в случае периодического набора лазеров такое простое рассмотрение неверно в связи с тем, что не учитывается эффект воспроизведения периодической структуры монохроматического поля на определенном расстоянии. Если поместить зеркало связи на половине

расстояния воспроизведения периодической структуры, то изображения торцов каналов, если они излучают синфазно, проецируются точно на эти же торцы. В то же время, поскольку в изображение каждого пятна дает вклад излучение от многих каналов, связь между отдельными лазерами достаточно высока. В отсутствие синфазности излучения отдельных каналов дифракционное изображение разрушается и резко возрастают потери. Данный эффект, таким образом, приводит к селекции режима с фазовой синхронизацией. Учитывая высокую селективность и конструктивную простоту данного способа связи, мы приведем далее подробные результаты его исследования.

2.2. СХЕМА СИНХРОНИЗАЦИИ ЗА СЧЕТ ЭФФЕКТА ТАЛЬБО. Эффект воспроизведения периодической структуры поля на определенных расстояниях, открытый французским исследователем Тальбо полтора столетия назад [80] и объясненный впервые Рэлеем [81], неоднократно «переоткрывался» и оставался известным узкому кругу специалистов, поскольку до последних лет не находил какого-либо практического применения. Лишь относительно недавно эффект Тальбо стал использоваться при измерениях фазовых неоднородностей волнового фронта [82], при изучении модовых структур плоскопараллельных резонаторов с периодическим распределением коэффициента отражения и селекторов, выполненных в виде периодических структур [83, 84].

Приведем простейший вывод для расстояния воспроизведения для периодической структуры на примере одномерной решетки с периодом a . Пусть распределение поля при некотором $z=0$ (z —направление распространения излучения) имеет в поперечном направлении x вид

$$E(x, z=0) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(x-na) \equiv \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \alpha_m \exp\left(\frac{2\pi i}{a} mx\right). \quad (2.14)$$

В параксиальном приближении, учитывая монохроматичность сигнала, на расстоянии $z=L$ распределение поля преобразуется к виду

$$E(x, z=L) = \exp\left(i \frac{\omega_0}{c} L\right) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \alpha_m \times \\ \times \exp\left(\frac{2\pi i}{a} mx\right) \exp\left[-i \frac{c}{2\omega_0} \left(\frac{2\pi m}{a}\right)^2 L\right]. \quad (2.15)$$

Распределение поля с точностью до общего фазового множителя будет совпадать с исходным (2.14), если $L=(2a^2/\lambda)P$ (P —целое число). Данное расстояние носит название тальбовского для одномерной периодической структуры.

Распределение излучения в наборе лазеров с тальботовской связью можно разбить на две основные стадии. Одна—двойной проход по волноводам с активной средой, вторая — прохождение до зеркала связи и обратно. Относительно распространения излучения по волноводу естественно предположить, что оно характеризуется некоторым набором собственных поперечных мод и дискретным спектром собственных частот. Пусть выделена одна поперечная мода, описываемая на торце канала распределением поля $f(r)$. Функцию $f(r)$ без ограничения общности можно выбрать действительной и нормированной, так что

$$\int_S f^2(r) dr = 1,$$

где S —площадь торца канала. Поле в плоскости, совпадающей с торцами каналов, представляется в виде

$$E(\rho) = \sum_{m,n} C(R_{m,n}) f(\rho - R_{mn}), \quad (2.16)$$

где R_{mn} —координата центра канала с номером (m, n) , т. е. $R_{mn} = ma_1 + na_2$, a_1, a_2 —векторы трансляции решетки торцов, ρ —координата

Тип решетки	Векторы трансляции	Векторы обратной решетки	Число мод n в зависимости от расстояния до зеркала z_3
Треугольная	$a_1 = (1, 0) a$ $a_2 = (1/2, \sqrt{3}/2) a$	$b_1 = \frac{2}{a\sqrt{3}} (\sqrt{3}/2, -1/2)$ $b_2 = \frac{2}{a\sqrt{3}} (0, 1)$	Если $z_3 = mz_T/2$ (m —целое), то $n = 3m^2$
Прямоугольная с целым отношением периодов P	$a_1 = (Pa, 0)$ $a_2 = (0, a)$	$b_1 = (1/Pa, 0)$ $b_2 = (0, 1/a)$	Если $z_3 = mz_T/4$, то $n = m^2 P^2$

в плоскости, $C(R_{mn})$ —амплитуда огибающей поля. Векторы a_1, a_2 для разных типов решеток приведены в таблице. По прохождению расстояния z поле преобразуется:

$$E(z, \rho) = \frac{iK_0}{2\pi z} \exp(iK_0 z) \int E(\rho') \exp\left[\frac{iK_0}{2z} (\rho - \rho')^2\right] d\rho'. \quad (2.17)$$

Полагая, что на расстоянии $z/2$ от плоскости торцов каналов расположено плоское зеркало достаточно большой апертуры и проекция (2.17) на (2.16) воспроизводится с точностью до постоянного множителя, задачу о нахождении поля в резонаторе сведем к задаче на собственные значения системы линейных уравнений:

$$\gamma' C(R) = A \sum_R M(R, R') C(R'), \quad (2.18)$$

где

$$M(R, R') = \frac{iK_0}{2\pi z} \int d\rho d\rho' f(\rho - R) f(\rho' - R') \exp\left[\frac{iK_0}{2z} (\rho - \rho')^2\right]; \quad (2.19)$$

γ' —собственное значение, модуль которого определяет потери, а фаза—собственные частоты мод, A —константа, характеризующая полный набег фазы и изменение амплитуды в волноводах. В дальнейшем обозначим $\gamma = \gamma'/A$.

Когда расстояние от глухого зеркала до торцов волноводов равно $z/2$ —половине тальбовского, известно предельное решение системы (2.18) ($N \rightarrow \infty$), соответствующее полному воспроизведению эквивалентного распределения поля по элементам, $C(R) = \text{const}$. Выражения для z_T для решеток разных типов приведены в [85]. При этом $|\gamma| = 1$.

Убедиться в этом проще всего, переписав (2.17) для образов Фурье поля:

$$E(z, q) = E(0, q) \exp\left(-i \frac{zq^2}{2k_0}\right) \exp(ik_0 z), \quad (2.20)$$

и учтя, что $E(\rho)$ —периодическая функция, так что q кратно $2\pi b$, где b —вектор обратной решетки. При этом $b = mb_1 + nb_2$ (m, n —целые числа, векторы b_1 и b_2 приведены в таблице).

Поскольку $2\pi^2 z_T b^2 / k_0$ для всех b кратно 2π , фазовый множитель в (2.20) одинаков для всех фурье-компонент, что и означает эффект самовоспроизведения.

Кроме собственных мод, соответствующих эквифазному распределению поля, в периодических наборах возможны также другие самовоспроизводящиеся распределения полей. В случае бесконечной сборки лазеров собственные значения системы (2.18) легко находятся:

$$\gamma = M(q) = \sum_R M(R) \exp(-iqR), \quad (2.21)$$

так как матрица $M(R, R')$ разностная, $M(R, R') = M(R - R')$. Собственные векторы $C(R) = \exp(iqR)$ являются дискретным аналогом плоских волн. После вычисления $M(q)$ с учетом финитности и нормированности функции $f(r)$ легко убедиться, что $M(q=0)=1$ (для синфазной моды) и $|M(q)|=1$ также при $q=q_1=k_0 a_1/z_T$ и $q_2=k_0 a_2/z_T$.

Для треугольной решетки зона Брлюэна вместе с векторами q_1, q_2 показана на рис. 21. Фазы трех соседних излучателей при обходе по часовой стрелке для самовоспроизводящейся моды с $q=q_1$ сдвинуты друг относительно друга на величину $2\pi/3$, а для моды с $q=q_2$ — на величину $-2\pi/3$. Собственные значения этих мод совпадают, $M(q_1)=M(q_2)=\exp(-2\pi i/3)$, что означает вырождение собственных частот этих мод, отличающихся от частоты основной моды ($q=0$) на величину $c/6L_0$ (L_0 — расстояние между зеркалами резонатора).

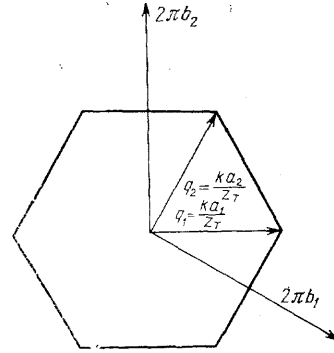


Рис. 21. Зона Бриллюэна для треугольного набора

В случае прямоугольной решетки бесконечная система (2.18) факторизуется. При этом наряду с синфазной модой существуют также моды с $q_1=k a_1/z_T$ и $q_2=k a_2/z_T$, отвечающие антифазному (знакопеременному) распределению полей в каналах. В отличие от треугольной решетки, где эффект самовоспроизведения полей возникает при минимальном расстоянии z_T , в квадратной решетке минимальным оказывается расстояние $z_T/4$. При этом воспроизводится одна мода с модуляцией фазы $(0, \pi)$, т. е. $C(n, m) = \exp[i\pi(n+m)]$.

Методы селекции мод мы рассмотрим ниже, а сейчас перейдем к изучению влияния конечности набора и точности юстировки зеркал.

При уменьшении числа излучателей дифракционное изображение ухудшается, что должно привести к росту потерь. Размер, на котором эффективно связываются лазеры, определяется углом расходимости излучения от одного канала $\theta_{\text{диф}} \sim \lambda/\delta$, где δ — внутренний радиус канала. При этом сильно связанными между собой оказываются $\sim a^2/\delta^2$ каналов. Если размер сборки больше a^2/δ , то следует ожидать, что структура основных мод исказится слабо. Будем искать решение (2.18) в виде

$$C(R) = \psi(R) \exp(iq_0 R), \quad q_0 = 0, \quad q_1, \quad q_2, \quad (2.22)$$

где q_0 соответствует одной из самовоспроизводящихся мод, $\psi(R)$ — функция с характерным размером апертуры набора. В этих предположениях систему (2.18) можно свести к уравнению для огибающей амплитуд полей:

$$(\gamma - \gamma_0) \psi = \gamma_0 D \Delta_{\perp} \psi, \quad (2.23)$$

где

$$\gamma_0 = \exp\left(-i \frac{z_T q_0^2}{2k_0}\right), \quad D = \left(\frac{z_T}{2k_0}\right)^2 \int (\nabla f(\rho))^2 d\rho - \frac{iz_T}{2k_0}. \quad (2.24)$$

Величину комплексного «коэффициента диффузии» можно оценить $\sim Aa^2(a/\delta)^2 - iBa^2$, где A и B —константы порядка единицы, зависящие от типа периодического набора и распределения поля в сечении волновода. В пределе малой скважности $a \gg \delta$ (2.23) сводится к хорошо известной краевой задаче диффузии.

К уравнению (2.23) необходимы краевые условия, позволяющие завершить постановку задачи. Вблизи края области, занятой излучателями, вследствие нескомпенсированного дифракционного ухода излучения амплитуда поля должна уменьшаться. Закон спада $\psi(R)$ к границе можно найти, решив систему (2.18) методом Винера—Хопфа для полубесконечного набора излучателей. Решение этой задачи проведено в работе [86], из которого следует, что краевое условие к (2.23) заключается в требовании, чтобы $\psi(R)$ обращалась в нуль на «экстраполированной» длине l , равной по порядку величины $l \approx a^2/\delta$.

Пусть излучатели занимают полосу $-L/2 \leq x \leq L/2$. Тогда решение (2.23) для низшей моды с условиями $\psi(\pm(L/2+l))=0$ (или эквивалентными в главном порядке по l/L «импедансными» условиями [85] $\partial\psi/\partial x \pm (\psi/l) = 0$ при $x = \pm L/2$) имеет вид

$$\psi_1(x) = \cos \frac{\pi x}{L+2l}. \quad (2.25)$$

При этом

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = 1 - \frac{\pi^2 D}{(L+2l)^2}.$$

В общем случае длина l —комплексная величина [86], но так как $|l| \ll L$, то для вычисления потерь, т. е. $|\gamma|$, достаточно ограничиться выражением

$$|\gamma| \approx 1 - \frac{\pi^2}{L^2} \operatorname{Re} D. \quad (2.26)$$

Здесь учтено также, что $a^2/L\delta$, $a/L \ll 1$.

Если сборка занимает круг радиуса L , низшая мода описывается функцией Бесселя

$$\psi_1(R) = J_0\left(\frac{|R|}{L+l} \mu_0\right), \quad (2.27)$$

при этом

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = 1 - \frac{\mu_0^2 D}{(L+l)^2},$$

где μ_0 —первый нуль функции J_0 . Потери коллективной моды возрастают, если расстояние от торцов каналов отличается от $z_\tau/2$. При малом отклонении $|\delta z| \ll z_\tau$ выражение для собственного числа можно получить в виде

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = \int |f(q)|^2 \exp\left(-i \frac{\delta z q^2}{2\mu_0}\right) \frac{dq}{(2\pi)^2}, \quad (2.28)$$

где $f(q)$ —образ Фурье функции $f(\rho)$. Оценка интеграла по порядку величины дает

$$\delta|\gamma| \approx -\left(\frac{\delta z}{z_\tau}\right)^2 \left(\frac{a^2}{2\pi\delta^2}\right)^2.$$

Отсюда следует, что при уменьшении скважности δ/a потери, связанные с продольной разъюстировкой положения зеркала, резко возрастают.

При небольшой угловой разъюстировке $\theta \ll \delta/z_r$ изменение добротности мод определялось в [85] по теории возмущений. По порядку величины эти изменения даются выражением

$$\delta|\gamma| \approx \frac{k_0^2 \theta^2 L^4}{D} \sim \left(\frac{\theta}{\theta_{\text{диф}}} \right)^2 \left(\frac{L}{a} \right)^4,$$

которое указывает на критичность угловой юстировки по мере увеличения размера сборки.

До сих пор рассматривались распределения полей без учета эффекта насыщения активной среды. Очевидно, что насыщение активной среды приведет к выхолаживанию поля основной моды в центральной части набора лазеров. При наличии активной среды в волноводах из уравнения (2.18) следует уравнение для огибающей поля

$$\left[\frac{\gamma}{\gamma_0} \exp(-gL_k) - 1 \right] \psi = D \Delta_{\perp} \psi, \quad (2.29)$$

где собственное число естественно представить в виде $\gamma = |\gamma| e^{i\nu} = \exp(g_n L_k + i\nu)$, g и g_n — коэффициент усиления и пороговый коэффициент усиления активной среды, L_k — длина канала со средой; ν — фазовый множитель, определяемый параметрами резонатора. В общем случае коэффициент усиления является убывающей функцией интенсивности $|\psi|^2$. Наиболее просто распределение поля находится в режиме припороговой генерации, когда $(g - g_n)L_k < 1$ и $g = g_0(1 - |\psi|^2/|\psi_s|^2)$, где g_0 — ненасыщенный коэффициент усиления, $|\psi_s|^2$ — значение насыщающей интенсивности. Воспользуемся приближенными краевыми условиями $\psi(\pm L_{\perp}/2) = 0$ для полосы шириной $L_{\perp}$. В данных предположениях уравнение (2.19) для основной моды сводится к уравнению для $|\psi|$:

$$\frac{d^2 |\psi|}{dx^2} + \beta \left(\frac{g_0 - g_n - g_0 |\psi|^2}{|\psi_s|^2} \right) |\psi| = 0, \quad (2.30)$$

где $\beta = L_k \operatorname{Re} D / |D|^2$. Это уравнение хорошо изучено, и его решение выражается через эллиптические функции Якоби (см. [87]). Порог генерации определяется условием

$$g_{\text{пор}} = g_n + \frac{\pi^2}{\beta L_{\perp}^2}.$$

При малом превышении порога $g_n + (\pi^2 / \beta L_{\perp}^2)$ генерации:

$$g_0 - g_n - \frac{\pi^2}{\beta L_{\perp}^2} < \frac{\pi^2}{\beta L_{\perp}^2},$$

распределение поля описывается формулой (2.25). При достаточно больших размерах сборки $L_{\perp}$, когда $g_0 - g_n \gg \pi^2 / \beta L_{\perp}^2$, распределение амплитуды имеет вид

$$|\psi| = |\psi_s| \left(\frac{g_0 - g_n}{g_0} \right)^{1/2} \frac{\operatorname{ch} \left(\kappa \frac{L_{\perp}}{2} \right) - \operatorname{ch}(\kappa x)}{\operatorname{ch} \left(\kappa \frac{L_{\perp}}{2} \right) + \operatorname{ch}(\kappa x)}, \quad \kappa = [2\beta(g_0 - g_n)]^{1/2}.$$

Полная мощность при этом определяется превышением усиления над порогом и вычисляется по формуле Ригрода (см. [41, 42]).

Близкой по идее использования эффекта Тальбо к описанной является схема, предложенная в [101]. В этой схеме (см. рис. 19, ж) удаленное от набора лазеров плоское зеркало заменяется на отражательный

телескоп с увеличением $M=-1$, который переносит изображения торцов элементов сами на себя. Этот прием позволяет избавиться практически от дифракционных потерь в плече связи. Собственно для связи можно использовать пространственный фильтр (ПФ), на котором рассеяние излучения отдельных лазеров приводит к их связи. На языке коллективных мод роль ПФ состоит в селекции определенных, выбранных заранее когерентных суперпозиций полей лазеров. Для эффективной селекции, очевидно, требуется, чтобы структура ПФ была согласована со структурой одной из коллективных мод и чтобы в месте расположения ПФ распределения полей разных коллективных мод различались. Эти условия выполняются, например, если в качестве фильтра взять диафрагму в фокусе телескопа [29], пропускающую излучение синфазной коллективной моды, обеспечивающей минимальный размер фокального пятна. Однако если торцы элементов образуют периодическую решетку, то внутри телескопа в определенных местах вследствие эффекта Тальбо возникнут дифракционные изображения этой решетки, несколько уменьшенные. Постановка в эти места ПФ в виде периодически затененной решетки позволяет выделить определенную коллективную моду. Задача нахождения собственных мод в описанной схеме также сводится (см. [101]) к решению системы вида (24) с M_{nm} —вещественной разностной матрицей. В [101] дана теоретическая и численная оценки спектра потерь собственных коллективных мод и определен допустимый разброс собственных частот отдельных лазеров.

В активных лазерных средах показатель преломления может зависеть от интенсивности излучения. Вопрос о влиянии этой зависимости на условия фазирования лазеров исследован в [88]. Оказалось, что при достаточно сильной нелинейности показателя преломления происходит подстройка частот лазеров и возможен синхронный режим генерации. Для модели одномерного набора N лазеров со связью между ближайшими «соседями» синхронный режим устанавливается при

$$\left| \frac{\partial n}{\partial I} k l \operatorname{Im} M \right| > \left| \frac{\partial g}{\partial I} \frac{2L}{c} \langle \Delta \omega^2 \rangle^{1/2} N^{3/2} \right|.$$

Условия устойчивости синфазного режима состоят в выполнении неравенств $\operatorname{Re} M > 0$ и $(\partial n / \partial I) \operatorname{Im} M < 0$. Физический смысл этих неравенств состоит в следующем. Если $\operatorname{Re} M > 0$, то потери излучения в канале связи минимальны для синфазного режима генерации. Изменения фаз полей в лазерах должны приводить к изменениям амплитуды сигнала в канале связи, вызывающим компенсирующие изменения показателя преломления. Поэтому необходимо наличие ненулевой мнимой части коэффициента связи, знак которой определяется знаком $\partial n / \partial I : \partial n / \partial I \operatorname{Im} M < 0$. Таким, образом, происходит «самоустойчивка» оптических длин резонаторов и возможна реализация синфазного режима генерации.

2.3. ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ФАЗИРОВАНИЮ МНОГИХ ЛАЗЕРОВ. Связь между полупроводниковыми лазерами за счет туннельной дифракции между отдельными элементами изучалась в экспериментах [66, 69]. Сложность получения одномодовой генерации при таком способе связи заключается в том, что параметры волноводов различались и зависели от величины тока накачки. Собственные частоты отдельных лазеров различались, и небольшая величина оптической связи не позволяла получать устойчивые сфазированные режимы генерации.

Для получения полей с постоянной фазой на выходной апертуре в [89] применялась оптическая «Y»-связь между двумя периодическими наборами полупроводниковых лазеров. Схема такой связи показана на рис. 22. В активных областях A и B излучение распространяется по от-

дельным, периодически расположенным волноводам, а в области C поле каждого волновода одного набора сопрягается с полями двух волноводов другого набора. Наименьшие потери при согласовании полей двух наборов лазеров реализуются в случае совпадения фаз.

Генерация на одной из коллективных мод в наборе волноводных CO_2 -лазеров получена в [90] за счет конструктивных особенностей волноводов, осуществляющих селекцию мод по потерям. Набор волноводов с активной средой состоял из двух частей (см. рис. 19, г), так что металлические стенки одной половины волноводов делили сечение каждого волновода другой половины на две равные части. Минимальными потерями в такой системе обладает распределение поля, меньше всего рассеивающееся на стыке двух частей волноводов. Это достигается, если распределения полей собственных мод в двух частях волноводов совпадают. Очевидно, что общими для этих волноводов являются коллективные моды, обращающиеся в нуль на металлических стенках обоих наборов. При таком способе селекции оптическая связь полей соседних волноводов достигает величины порядка единицы. Результирующее распределение поля представляет собой коллективную моду с периодом, совпадающим с поперечным размером одного волновода, и распределение поля антисимметрично относительно центра прямоугольного сечения каждого волновода. Интенсивность излучения в дальней зоне имеет в таком наборе лазеров двугорбую структуру.

Значительное сужение диаграммы направленности излучения двумерных наборов лазеров реализовано впервые в экспериментах [91]. В работе [91] для повышения яркости излучения импульсного многоэлементного полупроводникового лазера на сульфиде кадмия с накачкой электронным пучком использовалась схема с неустойчивым резонатором. Авторам [91] удалось уменьшить расходимость излучения до $30'$ (при отсутствии оптической связи между элементами расходимость составляла $\sim 10^\circ$) при выходной мощности 200 кВт и малом уменьшении КПД системы.

Сфазированная генерация большого числа (~ 60) волноводных CO_2 -лазеров, собранных в виде двумерного набора, имеющего в сечении форму треугольной периодической решетки, в [6] достигалась с помощью обычного зеркала, отнесенного от апертуры набора на небольшое расстояние. Отдельный лазер в [6] работал в квазинепрерывном режиме и представлял собой стеклянную трубку длиной 1,1 м с внешним и внутренним диаметрами соответственно 8,5 и 5,5 мм, возбуждение активной среды внутри которой производилось разрядом переменного тока. Средняя мощность излучения в непрерывном режиме от каждой трубки составляла ~ 10 Вт. Расстояние до зеркала связи от выходной апертуры набора выбиралось ~ 1 м, чтобы происходил обмен излучением между соседними трубками за счет дифракционного заплывания, но изменение потерь (из-за выхода излучения за апертуру каждого лазера) было невелико. В данном эксперименте удалось получить сфазированный режим генерации всех лазеров, однако он оказался нестабильным; повышение яркости излучения в дальней зоне достигнуто $\sim$ в 10 раз по сравнению с режимом независимой генерации.

Впервые синхронизация набора лазеров на основе эффекта самовоспроизведения периодической структуры поля реализована в [92]. Подробное исследование свойств излучения когерентного двумерного набора CO_2 -лазеров проведено в экспериментах [93]. Параметры многолу-

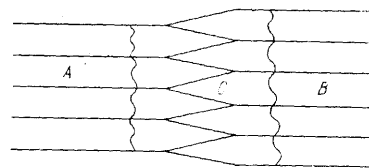


Рис. 22. «Y»-связь для двух наборов полупроводниковых лазеров

чевого CO_2 -лазера описаны в [94]. Выходным зеркалом резонатора служила германиевая плоскопараллельная пластина с коэффициентом отражения 0,5. Плоское металлическое зеркало, располагаемое на половине расстояния воспроизведения z , от торцов трубок (для $\lambda=10,6$ мкм, $z_T \approx 10$ м), заменено в [93] телескопом, состоящим из фокусирующей линзы и выпуклого медного зеркала, центр которого совпадал с фокусом линзы. Такая оптическая система эквивалентна плоскому зеркалу [95], отстоящему от торцов трубок на $z_T/2$ при выполнении условия $L_n \approx z_T/2 - f[(f/R)-1]$, где L_n —расстояние от торцов до линзы. Использование телескопа не только сократило габариты всего устройства, но и уменьшило его критичность к точности юстировки оптических элементов. Распределение поля в ближней и дальней зонах получали, сканируя лазерный луч с помощью вращающегося зеркала по диафрагмированным фотоприемникам.

Зависимость выходной мощности излучения от расстояния до плоского зеркала z показана на рис. 23. При увеличении z от 0 до 3,5 м мощность монотонно уменьшалась, что связано с ростом дифракционных внутрирезонаторных потерь. При дальнейшем возрастании z до $z_T/2 \approx 5$ м, что при использовании телескопа соответствовало $L_n \approx 20$ см, мощность излучения вновь нарастала. Изменение z вблизи $z_T/2$ сопровождалось также перестройкой спектрального состава лазерного излучения. Генерация происходила на колебательно-вращательных переходах молекул CO_2 так, что длина волны излучения лучше всего соответствовала заданному z для получения эффекта воспроизведения периодической структуры.

Экспериментальным доказательством когерентного режима работы всех лазеров служило появление интерференционных структур в дальней зоне, соответствующих трем основным супермодам в треугольном наборе. Когерентный режим генерации набора лазеров приводил также к перестройке распределения интенсивности не только в дальней, но и в ближней зоне. В случае независимой генерации ($z=0$) мощности лазеров совпадали. При сфазированной генерации ($z=z_T/2$) дифракционные потери крайних лазеров превышают потери лазеров, расположенных в центральной части набора, и распределение мощности становится неоднородным. В работе [93] были проанализированы основные физические причины (ограниченность числа элементов, угловая разъюстировка оптических элементов, различие собственных частот отдельных лазеров), приводящие к дополнительным потерям в наборах лазеров с тальбовской связью.

Увеличение яркости для сфазированного набора составляло 10 по сравнению с режимом независимой генерации.

Синхронизация полей одномерного набора диодных лазеров с использованием эффекта воспроизведения была экспериментально реализована в работе [96]. Используя периодический набор микролинз и зеркало связи, установленное на $z_T/2$, авторы получили синфазную генерацию семи AlGaAs-лазеров. Основной пик в дальней зоне содержал 82% выходной мощности излучения.

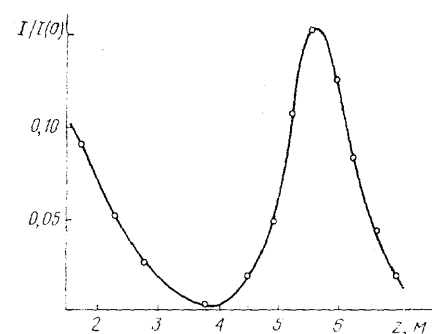


Рис. 23. Зависимость мощности излучения набора CO_2 -лазеров от расстояния до зеркала связи

Необходимость применения микролинз в [96] связана со значительными неоднородностями показателя преломления в сечении отдельного лазера. Это приводило к тому, что излучение отдельного лазера на выходной апертуре являлось расходящейся (волной с малым

радиусом кривизны. Микролинзы преобразовывали поле лазера в излучение с плоским фронтом.

В работе [101] предложена и экспериментально осуществлена новая схема фазовой синхронизации набора CO_2 -лазеров, кратко описанная в предыдущем разделе. Для достижения режима когерентной генерации набора лазеров в [101] использовался ПФ, располагающийся в одной из плоскостей самовоспроизведения или размножения периодической решетки излучателей. Этот метод позволил достичь надежной селекции различных коллективных мод с высокой степенью когерентности лазеров и малыми потерями мощности. Полная мощность набора (одномерного или квадратного в плоскости торцов) в когерентном режиме составляла до 0,6 от мощности при независимой генерации, тогда как при связи Тальбо (см. [92]) была достигнута мощность 0,2 от мощности при независимой генерации.

2.4. Методы повышения яркости излучателя с синтезированной апертурой. Оптическая связь не всегда приводит к селекции одной коллективной моды. Так, например, при использовании тальбовской связи возможно существование нескольких коллективных мод, слабо отличающихся по потерям. Кроме того, при недостаточном запасе устойчивости к многомодовости могут приводить эффекты частотной расстройки отдельных резонаторов и насыщение активной среды неоднородным полем излучения. Наиболее прост метод селекции мод с помощью угловых и пространственных фильтров. Данный способ селекции успешно применялся как в наборах лазеров, так и в лазере с ретрорефлекторными зеркалами [29]. При угловой селекции с помощью круглой диафрагмы, помещенной в фокусе линзы, минимальными потерями обладает синфазная мода.

При использовании эффекта воспроизведения периодической структуры поля для синхронизации набора лазеров роль пространственного фильтра выполняет апертура набора. Однако не всегда тальбовская связь приводит к выделению определенной коллективной моды. Использование периодических пространственных фильтров, установленных в плоскостях мультипликации [84], может приводить к дополнительной селекции мод.

В качестве примера рассмотрим одномерный набор лазеров с периодом a и зеркалом связи, расположенным на половине расстояния воспроизведения $L_T/2$. При этом возможны две коллективные моды — синфазная и антифазная. Для синфазной моды с распределением поля на апертуре $E(x, z=0) = \sum f(x-na)$ в плоскости зеркала связи распределение поля будет иметь вид $E(x, z=L_T/2) = \sum f(x-n/2-na)$, т. е. изображение сдвинуто относительно исходного на $a/2$. Для антифазной моды с распределением на апертуре $E(x, z=0) = \sum (-1)^n f(x-na)$ в плоскости $z=L_T/2$ изображение полностью совпадает с исходным. Если в плоскости зеркала поместить периодический поглощающий экран такой, чтобы эффективный коэффициент отражения зеркала был периодической функцией $R(x) = \sum \varphi((x-a/2)-na)$ с максимумами в точках $x=(a/2)+na$, то будет селектироваться синфазная мода. Для экрана, дающего коэффициент отражения зеркала $R(x) = \sum \varphi(x-na)$, большей добротностью обладает антифазная мода. Аналогичным образом можно селектировать моды двумерных наборов лазеров.

Синфазную моду можно выделить с помощью инжекции внешнего сигнала с плоским волновым фронтом [71, 73, 91]. Данный вопрос для наборов лазеров практически не исследован. По-видимому, требуемая

мощность внешнего сигнала для генерации синфазной моды может быть оценена так же, как в случае одного лазера [30].

При определенных способах оптической связи [66, 90] выделенной по добротности для периодических наборов оказывается одна антифазная мода. Используя фазовый экран, сдвигающий фазы полей соседних лазеров на π , можно получить распределение поля, аналогичное распределению для синфазной моды.

Обычно при формировании периодических наборов лазеров излучение не полностью заполняет площадь выходной апертуры. Поэтому даже при полной фазировке элементов энергия поля в дальней зоне распределена между различными порядками дифракционной структуры. На примере одномерного набора сфазированных лазеров приведем вывод характерных параметров излучения в дальней зоне. Пусть распределение поля в сфазированном наборе лазеров имеет вид

$$E(x) = \sum_n T(n) f(x - na),$$

где a — период набора, $T(n)$ — огибающая синфазной моды, $f(y)$ — распределение поля на выходе одного лазера. Распределение поля в дальней зоне определяется фурье-образом $E(x)$:

$$E(q) \sim \int E(x) \exp(iqx) dx = \sum_n T(n) \exp(iqna) f(q) = f(q) \sum_n T\left(q - \frac{2\pi n}{a}\right).$$

Таким образом, поле в дальней зоне состоит из ряда пиков $t(q)$ с шириной $\sim 2\pi/Na$, определяемой линейным размером Na набора и отстоящих в фурье-представлении на расстояниях $2\pi/a$ друг от друга. Число пиков определяется фурье-образом распределения поля на одном лазере $f(q)$. Размер $f(q) \sim 2\pi/\delta$, где δ — размер излучающей области одного лазера. Основная доля энергии в дальней зоне содержится в $\sim a/\delta$ дифракционных пиках.

Для двумерного набора доля энергии, содержащаяся в центральном пике, пропорциональна отношению площади, занятой излучением S_n , к полной площади апертуры S_a . Расширение сфазированных пучков на полную апертуру позволяет уменьшить долю энергии излучения, рассеянного в боковые порядки дифракции, и тем самым повысить осевую яркость.

Увеличения доли апертуры, занятой излучением, можно добиться с помощью профилированного зеркала. Сечение такого зеркала для одномерного периодического набора сфазированных излучателей с заданной скважностью показано на рис. 24. Разность оптических путей для двух соседних пучков должна быть кратной целому числу длин волн излучения, и для эффективной работы необходима высокая точность юстировки такого зеркала (разность оптических длин зависит от угла).

Красивое предложение по расширению поля от сфазированного набора лазеров на полную апертуру содержится в работе [97]. Основная идея [97] состоит в следующем. Если на пути периодической структуры электромагнитного поля, принимающего одно из двух значений, поместить линзу, то в фокальной плоскости распределение поля представляет фурье-образ исходной периодической структуры. Центральный пик отвечает нулевой фурье-

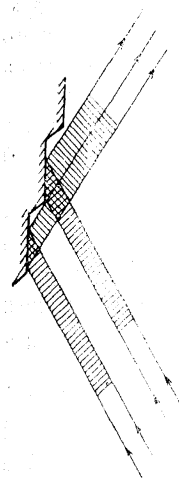


Рис. 24. Зеркало, увеличивающее степень заполнения полем апертуры одномерного периодического набора сфазированных излучателей

компоненте. Оказывается, что если произвести фазовый сдвиг нулевой Фурье-компоненты поля на определенную величину и снова применить линзовое преобразование, то выходное излучение может иметь постоянную по апертуре интенсивность и периодическое распределение фазы, принимающее одно из двух значений. Используя далее периодический фазовый экран, можно получить плоскую волну. Схема такой оптической системы показана на рис. 25. Приведем аналитическое обоснование метода, следуя работе [97].

Пусть распределение поля на апертуре периодического набора лазеров имеет вид

$$A(r) = A_0 + A_1(r),$$

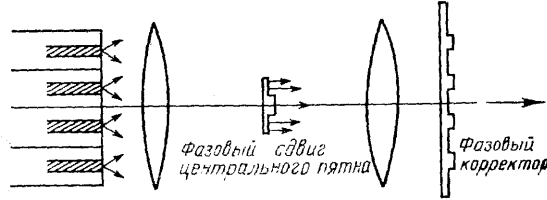
где A_0 —степень заполнения апертуры полем, $A_0 = S_n/S_a$; $A(r)$ —дополнение распределения до исходной структуры; $A_1(r) = 1 - A_0$ —в областях, занятых полем; $A_1(r) = -A_0$ —в областях, не занятых полем. Отметим, что $\int_s A_1(r) d^2r = 0$ и вклад в центральный пик в дальней зоне от

$A_1(r)$ отсутствует. После фазового сдвига на величину θ центральной части поля в дальней зоне на выходе телескопической системы

$$E_1(r) = A_0 \frac{\exp(i\theta)}{m} + A_2(r).$$

Периодическая структура $A_2(r)$ такой же симметрии, как и $A_1(r)$, но может быть сдвинута относительно исходной, так как телескопическое преобразование меняет распределение поля по закону $A_2(r) = A_1/m(-r/m)$, где m —увеличение телескопа.

Рис. 25. Оптическая схема, использованная в [97—99] для повышения яркости излучения периодического набора сфазированных излучателей



Амплитуда распределения поля будет постоянной, если величина фазового сдвига равна

$$\theta = \arccos \frac{2A_0 - 1}{2A_0},$$

что возможно при $S_n \geq S_a/4$. Выходное излучение при этом будет иметь периодическую структуру фазы с амплитудой

$$\Delta\psi = \operatorname{arccotg} \frac{A_0 - 1}{(4A_0 - 1)^{1/2}},$$

совпадающую в пространстве с распределением $A_1(r)$. Помещая на пути поля фазовый экран, получаем плоскую волну.

В [98] проведены эксперименты, в которых когерентное пятнистое поле формировалось излучением He—Ne-лазера, прошедшего через маску с отношением $S_n/S_a = 1/4$. Энергия в центральном пике после применения данного способа составляла 92% полной, прошедшей через маску. На основе результатов численного исследования в [98] также указывалось, что предлагаемый метод подавления боковых дифракционных порядков эффективен и для реального распределения поля в каждом лазере. Эксперименты по увеличению энергии в центральном пике для набора 10 диодных GaAlAs-лазеров с «Y»-связью проведены в [99].

Мощность набора диодных лазеров составляла 50 мВт. В основном дифракционном пике содержалось 51 % энергии. После расширения лазерных пучков на полную апертуру мощность в центральном пике составила 45 мВт (90%).

В [100] применялся метод повышения осевой яркости излучения, основанный на свойстве мультипликации изображений периодической структуры поля на определенных расстояниях. Периодическая структура поля

$$E(x, z=0) = \sum_n f(x-na) = \sum_m C_m \exp\left(\frac{2\pi i}{a} mx\right)$$

на расстоянии $z=L_T/4$ в соответствии с (2.15) преобразуется к виду

$$E(x, z=L_T/4) = \sum_k C_{2k} \left(\frac{2\pi i}{a} \cdot 2kx\right) + i \sum_k C_{2k+1} \exp\left[\frac{2\pi i}{a} (2k+1)x\right].$$

Первое слагаемое описывает синфазную структуру поля с периодом $a/2$, второе—антифазную структуру с периодом a . Синфазная и антифазная компоненты имеют относительную фазу $\pi/2$. На рис. 26 приведены распределения полей на входной апертуре и в плоскости мультипликации $z=L_T/4$. Число изображений для одномерной периодической структуры при $z=L_T/4$ удваивается. При малой доле площади, занятой

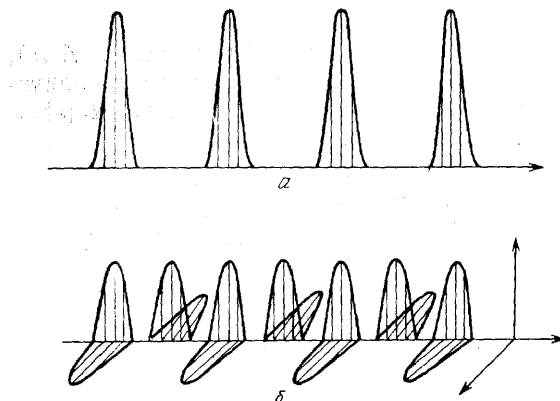


Рис. 26. Распределение полей.
а — На входной апертуре. б —
В плоскости мультипликации
 $L_T/4$

излучением ($S_n \ll S_a$), характерный масштаб изменения фурье-компонент C_m много больше единицы. В этом приближении $|C_m| - |C_{m+1}| \ll |C_{m+1}|$ и амплитуда суммарного поля при $z=L_T/4$ в $\sim \sqrt{2}$ раз меньше амплитуды поля на входной апертуре, а фазы полей соседних изображений отличаются на $\pi/2$. Помещая в плоскости мультипликации фазовый экран с периодом $a/2$ и амплитудой $\pi/2$, получаем периодическое синфазное распределение поля со степенью заполнения примерно в два раза больше исходной.

Аналогичного результата можно добиться, осуществив размножение изображений пятен каким-либо другим образом при соблюдении соответствующих фазовых соотношений.

Можно также указать на простейший по идее, но трудный для практического осуществления способ увеличения каждого из изображений периодической структуры пятен с помощью согласованного периодического набора телескопов.

Недавно в работах [102—104] экспериментально реализованы схемы, в которых использовался эффект самовоспроизведения периодической структуры поля для связи одномерных и двумерных наборов лазеров. Яркость излучения набора дополнительно увеличивалась в [104] путем использования фазового корректора, помещенного в одной из плоскостей размножения дифракционного изображения.

Заключение. Проведенные к настоящему времени исследования показывают перспективность использования оптической связи для фазовой синхронизации лазеров и повышения, таким образом, яркости излучения многомодульных систем. Достаточно полно изучена структура коллективных мод, установлены основные факторы, влияющие на их устойчивость. Предложен и осуществлен ряд методов эффективной оптической связи и селекции коллективных мод. Разработаны методы повышения осевой яркости излучателя с периодической структурой поля.

Однако целый ряд вопросов, имеющих как общефизический, так и практический интерес, остаются неизученными. К ним относятся, например, исследования динамики связанных генераторов. Как отмечалось в разделе 1.6, в системе двух оптически связанных лазеров наблюдалось сложное динамическое поведение интенсивности излучения. Интересными представляются расчетные и экспериментальные исследования по определению поведения осевой яркости излучения в различных динамических режимах и ее корреляции с такими параметрами, как фрактальная размерность, энтропия Колмогорова и т. д. Следует ожидать, что для большого числа лазеров динамика генерации и поведение яркости полей в зависимости от режимов существенно усложнятся. Система связанных лазеров при определенных условиях (мнимый коэффициент связи) аналогична системе связанных нелинейных осцилляторов [1, 2]. Поэтому наряду с режимами синхронизации многих лазеров возможны сложные хаотические режимы, для описания которых могут быть использованы статистические методы [105].

Поскольку коэффициент усиления и показатель преломления лазерных сред зависят от интенсивности излучения, то в системе лазеров с оптической связью могут проявиться различные нелинейные явления, известные в других оптических системах: бистабильность, гистерезисные явления [106, 107], образование поперечных периодических структур и движение волн переключения [107—110]. При организации оптической связи между элементами, соответствующей вращению поля вокруг оптической оси, можно ожидать появления нестационарных структур излучения с угловой симметрией, аналогичных наблюдавшимся в нелинейных интерферометрах с обратной связью [111].

Практически важным и до сих пор не изученным остается вопрос о влиянии статистического разброса параметров отдельных лазеров на эффективность синхронизации полей при различных методах оптической связи, а также на структуру устанавливающихся полей.

Актуальной представляется разработка управляемых фазовых транспарантов, что позволило бы управлять излучением системы сфазированных лазеров по заданному закону.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Заславский Г. М., Сагдеев Р. С. Введение в нелинейную физику.—М.: Наука, 1988.
2. Рабинович М. И.//УФН. **1978**. Т. 125. С. 123.
3. APS Study/Ed. D. Pines//Rev. Mod. Phys. 1987. V. 59, No. 3, pt. 2.
4. Голдобин И. С. и др.//КЭ. **1989**. Т. 16. С. 1957.
5. Козлов Г. И., Кузнецов В. А., Маслюков В. А.//Письма ЖЭТФ. 1978. Т. 4. С. 129.
6. Глова А. Ф., Дрейзин Ю. А.; Качурин О. Р. и др.//Письма ЖТФ. **1985**. Т. 11. С. 249.
7. Tajima H., Yamashita T., Mochizuki T.//CLEO'88: Technical Digest Series. **1988**. V. 7. P. 322.
8. Васильев А. Ф., Мак. А. Л., Мутькин В. М. и др.//ЖТФ. **1986**. Т. 56. С. 312.
9. Fender J., Fader W.; Palma G.//Proc. SPIE. 1986. V. 642. P. 42.
10. Wang C. P.//Appl. Opt. 1978. V. 17. P. 83.
- [11] Dunn R. W., Hendow S. T., Chow W. W. et al.//Opt. Lett. **1983**. V. 8. P. 319.
12. Burdet I. L., Mutter R. A., Mullot I. M. et al.//Appl. Phys. Ser. **B**. **1987**. V. 43P. 273.
13. Corcoran V. T., Crable T. A.//Appl. Opt. **1974**. V. 13. P. 1755.

14. Басов Н. Г., Беленое Э. М., Летохов В. С.//ЖТФ. **1965**. Т. 35. С. 1098.
15. Перель В. И., Рогова И. В.//Опт. и спектр. **1968**. Т. 25 С. 716
16. Перель В. И., Рогова И. В.//Ibidem. С. 943.
17. Spencer M. B., Lamb W. E, Jr.//Phys. Rev. Ser. A. 1972. V 5 p 893
18. Marcuse D.//IEEE J. Quantum Electron. **1985**. V. QE-21 P. 1819
19. Marcuse D.//Ibidem. **1986**. V. QE-22. P. 223.
20. Marcuse D. //Ibidem. 1985. V. QE-21. P. 154.
- [21] Lang R. J., Yariv A.//Phys. Rev. Ser. A. **1986**. V. 34. P. 2038
22. Lang R. J, Yariv A.//IEEE J. Quantum Electron. 1985. V. QE-21 P. 66
23. Chow W. W/Ibidem. 1986. V. QE-22. P. 1174
24. Chow W. W.//Opt. Lett. **1985**. V. 10. P. 442.
25. Mirels H.//Appl. Opt. **1986**. V. 25. P. 2130
26. Mirels H.//Ibidem. **1987**. V. 26. P. 47.
27. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах.—М.: Наука, 1973.
28. Palma G. E., Fader W. J.//Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. **1983**. V.440 P. 153.
29. Герасимов В. Б., Заика В. М., Иванов А. Е. и др.//КЭ. 1987. Т. 14. С. 912.
30. Хани Я. И. Квантовая радиофизика. Т. 2. Динамика квантовых генераторов.—М.: Сов. радио, 1975.
- [31] Fox A. G, Li T.//Proc. IEEE. **1963**. V. 51. P. 80.
32. Справочник по лазерам/Под ред. А. М. Прохорова. Т. 2.—М.: Сов. радио, 1978.
33. Елкин Н. Н., Коротков В. А., Лиханский В. В., Напартович А. П., Троциев В. Е.//КЭ. 1989. Т. 16. С. 100.
34. Sziklas E. A., Siegman A. E.//Appl. Opt. **1975**. V. 14. P. 1874.
35. Елкин Н. Н., Коротков В. А., Напартович А. П., Троциев В. Е.//КЭ. 1988. Т. 16. С. 4375.
36. Murphy W. D., Bernabe M. L.//Appl. Opt. 1978. V. 17. P. 2358.
37. Elkin N. N., Korotkov V. A., Likhanskii V. V., Napartovich A. P., Troshchiew V. E.//VIII Intern. Symposium on Gas Flow and Chemical Lasers.—Vienna, 1988.
38. Антюхов В. В., Даныщиков Е. В., Елкин Н. Н., Коротков В. А., Лебедев Ф. В., Лиханский В. В., Напартович А. П., Письменный В. Д., Троциев В. Е.//КЭ. **1989**. Т. 16. С. 2485.
39. Бондаренко А. В., Глова А. Ф., Козлов С. Н., Лебедев Ф. В., Лиханский В. В., Напартович А. П., Письменный В. Д., Ярцев В. П.//ЖЭТФ. 1989. Т. 95. С. 807.
40. Winful H. G., Wang S. S.//Appl. Phys. Lett. 1988. V. 53. P. 1984.
- [41] Rigrod W.//J. Appl. Phys. **1963**. V. 34. P. 2602.
42. Мэйтлэнд А., Дани М. Введение в физику лазеров.—М.: Наука, 1978.
43. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и проблемы расходимости лазерного излучения.—М.: Наука, 1979.
44. Васнецов М. В., Петропавловский А. И.//КЭ. **1987**. Т. 14. С. 1914.
45. Хакен Г. Синергетика: Иерархия неустойчивостей в самоорганизующих системах и устройствах.—М.: Мир, 1985.
46. Ораевский А. Н.//Тр. ФИАН СССР. **1986**. Т. 171. С. 3.
47. Arecchi F. T., Meucci R., Piccioni G., Tredicce J.//Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. P. 1277.
48. Dangoise D., Glorieux P., Hennequin D.//Phys. Rev. Ser. A. **1987**. V. 36. P. 4775.
49. Biswas D. J., Vas Dev, Chatterjee U. K.//Ibidem. V. 35. P. 456.
50. Ogawa T.//Ibidem. 1988. V. 37. P. 4286.
- [51] Holswade S., Riuere R., Calahan K; Clayton C., Huguley C. A.//Appl. Opt. **1987**. V. 26. P. 2290.
52. Bernard J. M., Chodzko R. A., Mirels H.//AIAA Paper. **1986**. No. 87. P. 1448.
53. Bernard J. M., Chodzko R. A., Mirels H.//Opt. Lett. **1987**. V. 12. P. 897.
54. Chodzko R. A., Bernard J. M., Mirels H.//[37].
55. Spencer D. J., Mirels H., Durran D. A.//J. Appl. Phys. 1972. V. 43. P. 151.
56. Gronin-Golomb M., Yariv A., Ury J.//Appl. Phys. Lett. **1986**. V. 48. P. 1240.
57. Sternklar S., Weiss S; Segev M., Fischer B.//Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 528.
58. Segev M., Weiss S., Fischer B.//Appl. Phys. Lett. 1987. V. 50. P. 1397.
59. Бондаренко А. В., Глова А. Ф., Лебедев Ф. В., Лиханский В. В., Напартович А. П., Письменный В. Д., Ярцев В. П.//КЭ. 1988. Т. 15. С. 877.
60. Бетин А. А., Жуков Е. А., Митропольский О. В.//КЭ. **1985**. Т. 12. С. 1890.
- [61] Герасимов В. Б., Голянов А. В., Лукьянчук А. П., Оглуздин В. Е., Рубцова И. Л., Сугробов В. А., Хижняк А. И.//КЭ. **1987**. Т. 14. С. 2216.
62. Лиханский В. В., Напартович А. П., Сухарев А. Г. //Ibidem. С. 1733.
63. Бельдюгин И. М., Зельдович Б. Я., Золотарев М. В., Шкунов В. В.//КЭ. **1985**. Т. 12. С. 2394.
64. Баранов В. Ю., Дядькин А. П., Лиханский В. В., Напартович А. П., Сухарев А. Г., Шпилюн О. В.//КЭ. 1988. Т. 15. С. 2335.
65. Gaeta C. J., Lind R. C., Brown W. P, Giullano C. R.//Opt. Lett. 1988. V. 13. P. 1094.
66. Ackley D. E., Engelmann R. W. H.//Appl. Phys. Lett. **1981**. V. 39. P. 27.
67. Wilcox J. Z, Jansen M., Yang J. et.al.//Ibidem. 1987. V. 51. P. 631.

68. Галицкий В. М., Карнаков Б. М., Коган В. И. Задачи по квантовой механике.— М.: Наука, 1981.
69. Twu Y., Chen K. L., Wang S., Whinnery J. R., Dienes A. // Appl. Phys. Lett. **1986**. V. 48. P. 16.
70. Kapon E., Katz J., Margalit S., Yariv A. // Appl. Phys. Lett. 1984. V. 45. P. 600.
- [71] Hardley G. R., Hohimer J. P., Owyong A. // Ibidem. 1986. V. 49. P. 684.
72. Syms R. R. A. // Appl. Opt. **1986**. V. 25. P. 2988.
73. Hadley G. R., Owyong A., Hohimer J. P. // Opt. Lett. **1986**. V. 11. P. 144.
74. Багдасаров З. Е., Вирник Я. З., Воротилин С. П. и др. // КЭ. **1981**. Т. 8. С. 2397.
75. Вирник Я. З., Герасимов В. Б., Сиваков А. Л., Трейвиш Ю. М. // КЭ. **1987**. Т. 14. С. 1638.
76. Gorton E. K., Parcell E. W. // Opt. Commun. 1983. V. 46. P. 112.
77. Бельдюгин И. М. // КЭ. **1981**. Т. 8. С. 2345.
78. Гренандер У., Сеге Г. Теплицевы формы и их приложения.— М.: ИЛ, 1961.
79. Fader W. J., Palma G. E. // Opt. Lett. 1985. V. 10. P. 381.
80. Talbot H. F. // Phil. Mag. 1836. V. 9. P. 401.
- [81] Lord Rayleigh // Ibidem. 1881. V. 11. P. 196.
82. Коряковский А. С., Марченко В. М. // КЭ. **1980**. Т. 7. С. 1048.
83. Марченко В. М., Махвиладзе Т. М., Прохоров А. М., Сарычев М. Е. // ЖЭТФ, **1978**. Т. 74. С. 872.
84. Марченко В. Г. // КЭ. **1981**. Т. 8. С. 1027.
85. Голубенцев А. А., Лиханский В. В., Напартович А. П. // ЖЭТФ. **1987**. Т. 93. С. 1199.
86. Голубенцев А. А., Лиханский В. В., Напартович А. П. // Изв. вузов СССР. Сер. «Радиофизика». 1989. Т. 32. С. 417.
87. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного.— М.: Наука, 1978.
88. Голубенцев А. А., Лиханский В. В., Напартович А. П. // КЭ. **1989**. Т. 16. С. 730.
89. Welch D. F., Gross P. S., Scifres D. R., Streifer W., Burnham R. D. // Appl. Phys. Lett. 1986. V. 49. P. 1632.
90. Hart R. A., Newman L. A., Cantor A. J., Kennedy J. T. // Appl. Phys. Lett. **1987**. V. 51. P. 1057.
- [91] Богданкевич О. В., Воробьев Н. Д., Зверев М. М. и др. // КЭ. **1985**. Т. 12. С. 151.
92. Антюхов В. В., Глова А. Ф., Качурин О. Р. и др. // Письма ЖЭТФ. **1986**. Т. 44. С. 63.
93. Качурин О. Р., Лебедев Ф. В., Напартович А. П. // КЭ. **1988**. Т. 15. С. 1808.
94. Антюхов В. В., Бондаренко А. И., Глова А. Ф. и др. // КЭ. **1981**. Т. 8. С. 2234.
95. Okayo A. // Proc. IEEE. **1963**. V. 51. P. 1033.
96. Leger J. R., Scott M. E., Veldkamp W. B. // Appl. Phys. Lett. 1988. V. 52. P. 1771.
97. Hohimer J. P., Hadley G. R., Owyong A. // Ibidem. **1986**. V. 48. P. 1504.
98. Swanson G. J., Leger J. R., Holz M. // Opt. Lett. 1987. V. 12. P. 245.
99. Leger J. R., Scott M. E., Veldkamp W. B. // Appl. Phys. Lett. 1988. V. 52. P. 1771.
100. Аблеков В. К., Марченко В. Г. // ЖПС. 1986. Т. 44. С. 25.
- [101] Голубенцев А. А., Качурин О. Р., Лебедев Ф. В., Напартович А. П. // КЭ. **1989**. Т. 16. С. 1431.
102. Leger J. R., Griswold M., Bundman P. // Proc. CLEO'89. **1989**. P. 420.
103. Jansen M., Yang I. J., Ou S. S. et al. // Ibidem. P. 420.
104. D'Amato F. X., Siebert E. T., Poychoudhury C. // Ibidem. P. 420.
105. Заславский Г. М. Стохастичность динамических систем.— М.: Наука, **1984**.
106. Abraham E., Smith S. D. // Rep. Prog. Phys. **1987**. V. 45. P. 815.
107. Gibbs H. M. Optical Bistability: Controlling Light with Light— Orlando: Academic Press, 1985.
108. Moloney J. V. // Phys. Rev. Ser. A. **1986**. V. 33. P. 4061.
109. Лиханский В. В., Напартович А. П. // Письма ЖТФ. 1987. Т. 13. С. 1034.
110. Розанов Н. Н. // ЖЭТФ. **1981**. Т. 80. С. 96.
111. Ахманов С. А., Воронцов М. А., Иванов В. Ю. // Письма ЖЭТФ. 1988. Т. 47. С. 611.