

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

524.1

**О ВОЗМОЖНОЙ ГЕНЕРАЦИИ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ  
В ПЛАЗМЕННЫХ ПИНЧАХ****Б.А. Трубников**

(Институт атомной энергии им. И. В. Курчатова, Москва)

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение .....	167
2. Полезная аналогия — дробление струи воды на капли.....	168
3. Основные сведения о космических лучах .....	169
4. Существующие теории рождения космических лучей .....	170
5. Формирование двойных слоев и пинчей в космической плазме .....	172
6. Поле, возникающее при обрыве тока, окруженного плазмой .....	176
7. Электродинамический механизм ускорения частиц в пинче .....	178
8. Газодинамический механизм ускорения частиц в пинче .....	179
9. Возмущения на релятивистском скиннированном пинче .....	181
10. Разложение спонтанных возмущений по «мультиполям» .....	183
11. Спектр ускоренных частиц .....	184
Список литературы .....	185

**1. Введение.** В космических лучах наблюдаются частицы с энергиями до  $10^{20}$  эВ. Частицы с энергиями меньше  $10^{10}$  эВ рождаются на Солнце, и их спектр резко меняется во время солнечных вспышек. Частицы с энергиями больше  $10^{10}$  эВ имеют, по-видимому, галактическое происхождение. Их спектр является стабильным, хотя в последнее время обнаружены его малые вариации в области энергий  $10^9$ — $10^{11}$  эВ, что, по-видимому, указывает на какие-то взрывные процессы в Галактике. В области энергий  $10^{10}$ — $10^{15}$  эВ спектр галактических космических лучей (ГКЛ) имеет степенной вид  $dN/dE = CE^{-\nu}$ , где  $C$ —постоянная, а показатель с хорошей точностью можно считать равным  $\nu_0 = 2,74$  (см. [9]), однако существующие теории [1, 2] рождения не дают *однозначно* такого спектра, требуя дополнительных гипотез. При энергии порядка  $2 \cdot 10^{15}$  эВ в спектре наблюдается «излом», и в области энергий  $10^{15}$ — $10^{17}$  эВ показатель спектра примерно равен  $\nu_0 = 3,1$ , а в области  $10^{17}$ — $10^{19}$  эВ вновь имеем  $\nu_0 = 2,7$  (см. рис. 1, взятый нами из работы [35]). Отметим, что электронная компонента космических лучей также имеет степенной спектр с показателем  $\nu_e = 2,7$  (см. [35]).

В статье сделано предположение, что в космических плазменных туманностях или в плазменной атмосфере звезд типа пульсара или черной дыры могут возникать электрические разряды типа «бесшумных космических молний», при которых формируются цилиндрические плазменные пинчи, подобные лабораторным пинчам. Поскольку в последних наблюдаются ускоренные частицы [3], то можно предположить, что таким же путем, за счет неустойчивости типа перетяжек [4], рождаются и ГКЛ.

Наличие различных токовых плазменных пинчей в космосе предсказывает и модель так называемой «плазменной Вселенной», предложенная Х. Альвенем [5]. В ней важная роль приписывается именно токам космических масштабов (вплоть до тока порядка  $10^{19}$  А). Различные аспекты этой модели обсуждались, в частности, на Международной рабочей группе по плазменной космологии 20—22 февраля 1989 г. в Ла-

Джолла, Калифорния, чему посвящен специальный выпуск журнала «Plasma Science» (см. [36]).

Плодотворность этой модели проявляется, например, в том, что наблюдаемая в некоторых галактиках спиральная структура магнитных полей, расположенных в галактической плоскости, явно должна быть обусловлена спиральными токами в той же плоскости, и далее разумно предположить, что эти токи продолжают уже непосредственно не видимыми токами, расходящимися от галактики вдоль оси вращения и образующими сферическую замкнутую токовую цепь (см. ниже рис. 3).

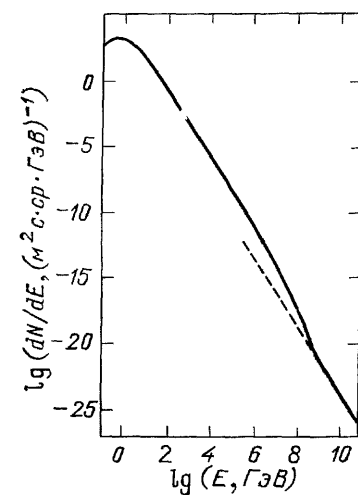


Рис 1 Спектр галактических космических лучей

Предполагается, что вблизи полюсов такой структуры на осевых пинчах спорадически образуются двойные электрические слои [29], где ускоряются ионы и электроны. Последние и дают два облака плазмы типа «крыльев бабочки» с мощным синхротронным излучением, как это имеет место в радиогалактике Лебедь А. В [29] (см. также [38]) предполагается, что на пинчах сходного типа, возможно, вблизи звезд, могут возникать не только двойные слои, но и перетяжки пинчей. Ниже показано, что в струях плазмы, выдавливаемых из перетяжки на релятивистском скинированном пинче, возникает спектр  $\sim E^{-\nu}$  с показателем  $\nu = 1 + \sqrt{3} = 2,732$ , весьма близким к наблюдаемому  $\nu_0 = 2,74$  и притом *однозначным*, что усиливает правдоподобность такой гипотезы. Спектр после «излома», по-видимому, формируется другим — индукционным — механизмом ускорения, который также должен возникать в процессе обрыва тока, но после него.

**2. Полезная аналогия—дробление струи воды на капли.** Хорошо известно, что струя воды, спокойно вытекающая из крана, дробится на отдельные капли под действием сил поверхностного натяжения, как это видно на приводимой схеме (рис. 2). Чтобы исключить нарастание случайных возмущений, в опытах [6] струя подвергалась внешнему воздействию звука от громкоговорителя с определенной длиной волны звука, которая и определяет длину периода затравочных возмущений, которые затем нарастают. В приближении длинных волн  $\lambda \gg a$ , где  $a(x, t)$  — радиус струи, можно считать, что поверхностное натяжение с коэффициентом  $\sigma_0$  создает в струе давление  $p = \sigma_0/a$ , так что в перетяжке с малым радиусом  $a$  давление возрастает и выдавливает воду из перетяжки, что и является здесь причиной неустойчивости.

Эта картина вполне аналогична той, какую мы далее хотим рассчитать для плазменного  $z$ -пинча с продольным током, и здесь важно заметить, что если бы принудительное внешнее периодическое воздействие отсутствовало, то на струе нарастали бы случайные «спонтанные» локальные возмущения, вначале не взаимодействующие между собой и обрыв струи ранее всего возник бы на месте наиболее крупной локаль-

ной затравочной перетяжки, которую и следует считать *наиболее типичным* видом возмущений при отсутствии внешних воздействий.

При выдавливании воды из перетяжек в капли, частицы воды, вначале покоившиеся (в системе координат, движущейся со струёй, формально можно считать, что они не двигались в момент времени  $t = -\infty$ ), затем приобретают определенную продольную скорость « $v$ », так что можно рассчитать и функцию распределения частиц по скоростям или по энергиям, называемую «энергетическим спектром». Аналогичный

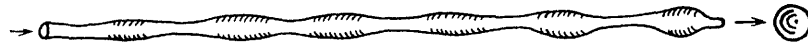


Рис. 2. Дробление струи воды на капли (из альбома [6])

спектр можно найти и для частиц плазмы, выдавливаемых из перетяжек плазменного пинча, который, как мы полагаем, и может являться источником космических лучей.

**3. Основные сведения о космических лучах [7—9].** Космические лучи, открытые В. Ф. Гессом в 1912 г., около Земли на 90% состоят из протонов, на 7% из  $\alpha$ -частиц и на 1% —из более тяжелых ядер. Их интегральный спектр имеет вид  $I \sim E^{-\mu}$  с показателем  $\mu=1,7$  при  $E=10^{10}—10^{15}$  эВ,  $\mu=2,2$  в области  $E=10^{15}—10^{17}$  эВ и вновь  $\mu=1,7$  при  $E=10^{17}—10^{20}$  эВ (см. рис. 1). Считается, что частицы с максимально наблюдаемой энергией  $E=10^{19}—10^{20}$  эВ имеют внегалактическое происхождение. По сравнению со средним содержанием элементов во Вселенной в КЛ относительно больше легких (Li, Be, B) и тяжелых ядер с  $Z \sim 20$ . Предполагают, что обогащение КЛ тяжелыми ядрами является следствием более эффективного их ускорения в источнике, а большее содержание Li, Be, B связано с расщеплением тяжелых ядер при их столкновениях с ядрами атомов межзвездной среды.

КЛ сравнительно слабо взаимодействуют с веществом нашей Галактики, которая включает центральное ядро, тонкий диск и гало и содержит полную массу  $M_G=10^{11} M_\odot=2 \cdot 10^{44}$  г в объеме  $V_G=10^{68}$  см<sup>3</sup>. Основная часть вещества в виде звезд, облаков межзвездного газа и пыли сосредоточена в диске Галактики, имеющем размеры 0,5 кпс  $\times$  30 кпс (1 пс=3 световых года).

Полная энергия КЛ в Галактике равна  $E_{кл}=10^{68}$  эВ= $10^{56}$  эрг и с хорошей точностью совпадает с полной энергией хаотического магнитного поля Галактики, имеющего среднюю напряженность  $H_G=3 \cdot 10^{-6}$  Гс. Соотношение  $E_{кл}=V_G H_G^2 / 8\pi$  указывает на равновесие между магнитным полем и движением КЛ.

Источниками КЛ считаются вспышки сверхновых звезд 1-го типа (старые звезды вблизи центра Галактики) и 2-го типа (массивные молодые звезды). Кинетическая энергия разлетающихся оболочек этих звезд оценивается как  $K_1=10^{49}$  эрг для 1-го типа и  $K_2=10^{52}$  эрг для 2-го типа. Сверхновые вспыхивают в Галактике примерно раз в 10—30 лет= $(3—10) \cdot 10^8$  с, и поэтому мощность генерации КЛ примерно составляет  $W=10^{40}$  эрг/с для звезд 1-го типа и  $W=10^{43}$  эрг/с—для 2-го типа. Поскольку характерное время выхода частиц КЛ из Галактики за счет диффузии в неоднородных магнитных полях составляет примерно  $T=10^8$  лет= $3 \cdot 10^{15}$  с, то мощность всех источников КЛ должна равняться  $W_{кл}=E_{кл}/T=10^{56}$  эрг/ $3 \cdot 10^{15}$  с= $3 \cdot 10^{40}$  эрг/с. Как видим, мощность вспышек сверхновых звезд как раз такова ( $10^{41}$  эрг/с), что они могут обеспечить генерацию КЛ. При этом роль звезд типа Солнца (масса  $M_\odot=2 \cdot 10^{33}$  г) незначительна, поскольку Солнце генерирует малоэнергич-

ные нерелятивистские КЛ с мощностью порядка  $W_{\odot} = 10^{23}$  эрг/с, а поскольку в Галактике содержится  $10^{11}$  звезд типа Солнца, то их общая мощность  $10^{34}$  эрг/с мала по сравнению со вкладом сверхновых.

Максимальная энергия КЛ, которые могут рождаться в оболочках сверхновых, определяется возможностью удержания частицы магнитным полем сверхновой, имеющим порядок  $10^{-3}$  Гс при радиусе оболочки 1 пс, так что максимальная энергия оценивается по формуле  $E_{\max} = eHR_{\odot} = 2 \cdot 10^6$  эрг  $= 10^{18} - 10^{19}$  эВ, тогда как аналогичные оценки для Солнца дают значения  $H_{\odot} = 1$  Гс,  $R_{\odot} = 1$  млн км  $= 10^{11}$  см, так что  $E_{\odot}^{\max} = 10^{13}$  эВ. Для Галактики с радиусом  $R_G = 5 \cdot 10^{22}$  см и средним магнитным полем  $H_G = 2 \cdot 10^{-6}$  Гс найдем значение  $E_G^{\max} = 10^{19}$  эВ. Поэтому считают, что протоны с энергией  $10^{19} - 10^{20}$  эВ приходят из Метагалактики.

Интенсивное образование и эволюция звезд имели место на ранней стадии развития Галактики ( $T_1 = 10^9$  лет), и образовавшиеся тогда «реликтовые» КЛ должны были бы уйти из Галактики вследствие диффузии по закону  $N = N_0 \exp(-T_G/T_d)$ , где  $T_G = 10^{10}$  лет — возраст Галактики, а  $T_d = 10^8$  лет — время диффузии, так что  $N = N_0 e^{-100}$ . Эта оценка показывает, что наблюдаемые КЛ являются не «реликтовыми», а «непрерывно возобновляемыми» частицами.

Наконец, рассмотрим процессы, определяющие время жизни КЛ в Галактике. Прямые столкновения со звездами при их концентрации  $n = 10^{11}$  звезд/ $10^{68}$  см<sup>3</sup>  $= 10^{-57}$  см<sup>-3</sup> и типичном радиусе  $R_{\odot} = 10^{11}$  см происходят за время столкновений  $T_{\text{ст}} = 10^{24}$  с  $= 3 \cdot 10^{16}$  лет, что существенно превышает возраст Галактики, так что этот процесс не осуществляется. Столкновения с межзвездным газом, на 90% состоящим из водорода и имеющим полную массу порядка  $10^9 M_{\odot} = 10^{42}$  г и концентрацию атомов  $n_{\text{ат}} = 10^{-2}$  см<sup>-3</sup>, происходят за времена  $T_{\text{яд}} = 1/n_{\text{ат}} \sigma_{\text{яд}}$  с  $= 10^{17}$  с  $= 3 \cdot 10^9$  лет; здесь  $\sigma_{\text{яд}} = 3 \cdot 10^{-26}$  см<sup>2</sup> — сечение ядерных взаимодействий с водородом. Как видим, это время  $T_{\text{яд}}$  сравнимо с возрастом Галактики, но превышает время ухода из-за диффузии на неоднородностях магнитного поля. Столкновения КЛ с пылинками космической пыли можно оценить, если учесть, что полная масса пыли составляет примерно 0,01 массы газа и равна  $10^{40}$  г. Радиус пылинки  $r_{\text{п}} = 4 \cdot 10^{-5}$  см (лед, аммиак, метан), плотность 1 г/см<sup>3</sup>, масса  $m = 3 \cdot 10^{-13}$  г, так что полное число пылинок равно  $10^{40}/3 \cdot 10^{-13} = 10^{53}$ , а их концентрация  $n_{\text{п}} = 10^{53}/10^{68} = 10^{-15}$  см<sup>-3</sup>. Среднее время столкновений КЛ с пылинками равно  $T_{\text{п}} = (n_{\text{п}} \pi r_{\text{п}}^2 c)^{-1} = 3 \cdot 10^5$  лет, однако КЛ почти свободно пронизывают эти малые пылинки, и нужно примерно  $10^6$  столкновений с пылинками, чтобы протон КЛ испытал ядерное взаимодействие с ядрами атомов пылинки, для чего потребуется  $10^{11}$  лет, что превышает возраст Галактики, так что этот процесс также несуществен.

Закручиваясь в магнитном поле, протоны КЛ могут терять энергию на циклотронное излучение, однако время убывания энергии в два раза составляет примерно  $2 \cdot 10^{12}$  лет, так что этот процесс также можно не учитывать.

Основным процессом потерь является уход из-за диффузии на неоднородностях магнитного поля. Характерный масштаб неоднородностей равен  $L = 3 \cdot 100$  пс  $= 10^{19} - 10^{20}$  см, и коэффициент диффузии на них равен  $D = cL = 10^{30}$  см<sup>2</sup>/с, так что уход на длину Галактики  $R_G = 4 \cdot 10^{22}$  см происходит за время  $T = R_G^2/D = 10^{15}$  с  $= 10^8$  лет, что и определяет время жизни КЛ.

**4. Существующие теории рождения космических лучей.** Удивительная закономерность спектра ГКЛ позволяет предположить наличие некоторого определенного механизма рождения этих частиц, однако ни

одна из существующих теорий не дает *однозначно* спектра с показателем  $\nu=2,7$ . Опишем эти теории.

I. БЕТАТРОННОЕ УСКОРЕНИЕ частиц должно иметь место в оболочках взрывающихся звезд вследствие турбулентной генерации магнитного поля в плазме. При этом должен сохраняться адиабатический инвариант  $J=p^2/B$ , так что нарастание поля  $B$  сопровождается увеличением импульса частицы  $p$ .

II. МЕХАНИЗМ ФЕРМИ предполагает, что КЛ сталкиваются с движущимися облаками плазмы, которые несут в себе «вмороженное магнитное поле». Отдельное облако с таким «каркасом» можно рассматривать как своеобразную макрочастицу, упруго отражающую своим магнитным полем заряженные частицы КЛ. Тогда по законам хаоса в этой совокупности макро- и микрочастиц, как и в газе из разных молекул, должна проявляться тенденция к установлению равнораспределения по энергиям всех членов ансамбля, участвующих в упругих столкновениях, так что микрочастица стремится приобрести энергию, равную энергии облака, что и порождает КЛ со сверхвысокой энергией.

III. МЕХАНИЗМ квазилинейной диффузии по импульсам основан на уравнении (см. [10—12])

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p} \left( \hat{D} \frac{\partial f}{\partial p} \right); \quad (4.1)$$

здесь  $f(p)$  — функция распределения частиц по импульсам, а  $\hat{D}$  — тензор диффузии частиц в импульсном пространстве, обусловленной столкновениями частиц с плазменными волнами различного типа, пропорциональный интенсивности этих волн. Сами волны, например, лэнгмюровские, альвеновские или магнитно-звуковые, возбуждаются какими-либо космическими взрывами, или, скажем, вращением магнитной звезды типа пульсара. Если  $\hat{D} > 0$ , то даже холодные вначале частицы с нулевым импульсом  $p=0$  будут затем диффузионным образом расплываться по импульсному пространству, так что со временем частицы могут приобрести большие импульсы и энергии.

IV. Турбулентные пульсации [37] космической плазмы также могут приводить к диффузии по импульсам, описываемой уравнением (4.1), поскольку они могут играть такую же роль, какую в предыдущем случае выполняли «регулярные» плазменные волны.

V. В последние годы пользуется популярностью гипотеза о генерации КЛ ударными волнами, распространяющимися в облаках космической плазмы, и вызванных какими-либо взрывами звезд. Здесь однократное прохождение фронта ударной волны, даже весьма интенсивной, не дает сильного приращения энергии частиц. Поэтому авторы [2] (см. и цитированную там литературу) добавляют в уравнение кинетики диффузионный член с диффузией частиц по обычному—координатному—пространству, полагая, что такая диффузия происходит на островах локальной неоднородности магнитного поля. Эти острова как бы вкраплены в основную плазму, и некоторая часть хаотически рассеивающихся на них частиц может вновь оказаться впереди фронта ударной волны, а затем фронт вновь настигнет эти частицы. При многократном повторении таких миграций некоторая малая доля частиц может приобрести большие энергии.

Рассмотрим этот процесс более подробно. В системе координат, где фронт ударной волны покоится в плоскости  $x=-\theta$ , запишем функцию распределения в виде  $f=f_0+f_1 \cos \theta$ , где второй член учитывает неізотропность. Тогда для изотропной части можно получить уравнение

$$v \frac{\partial f_0}{\partial x} + \langle \dot{p} \rangle \frac{\partial f_0}{\partial p} = D \frac{\partial^2 f_0}{\partial x^2}, \quad (4.2)$$

следует решить в двух областях—перед фронтом и за ним, и затем сшить оба решения на фронте; здесь  $v=v_{1,2}$ —скорость среды,  $D$  — упомянутый выше коэффициент диффузии по координатам, и наконец  $\langle \dot{p} \rangle$ —эффективная сила, ускоряющая частицу на фронте. Можно показать, что она равна

$$\langle \dot{p} \rangle = \frac{1}{3} p (v_1 - v_2) \delta(x), \quad (4.3)$$

так что решение уравнения (4.2) можно искать в виде разделяющихся переменных  $f_0 = \alpha(x)\beta(p)$ . Поскольку  $\langle \dot{p} \rangle \sim p$ , то для  $\beta$  получим степенной спектр  $\beta \sim p^{-\nu}$  в области за фронтом. При этом показатель спектра оказывается равным  $\nu = 3\sigma/(\sigma-1)$ , где  $\sigma = \rho_2/\rho_1 = v_1/v_2$  — степень сжатия в ударной волне, определяемая адиабатой Ренкина — Гюгонио

$$\sigma = (\gamma + 1) \text{Ma}_1^2 [(\gamma - 1) \text{Ma}_1^2 + 2]^{-1}; \quad (4.4)$$

здесь  $\gamma = c_p/c_v$  — показатель обычной адиабаты, а  $\text{Ma}_1 = v_1/c_1$  — число Маха перед фронтом. Для предельно интенсивной волны имеем  $\text{Ma}_1 \gg 1$ , и тогда  $\sigma = (\gamma+1)/(\gamma-1)$ . Для одноатомного газа-плазмы это приводит к показателям  $\gamma=5/3$ ,  $\nu\sigma=4$  и  $\nu=4$  для спектра за фронтом. При этом предполагается, что перед фронтом функция монохроматична и имеет вид  $\beta \sim \delta(p-p_0)$ . Тот факт, что за фронтом получается степенной спектр с показателем  $\nu$ , не зависящим от значения коэффициента диффузии  $D$  и тем самым достаточно универсальным, и делает этот механизм «регулярного ускорения на ударных волнах» весьма привлекательным для объяснения рождения ГКЛ и их спектра. Но все же и этот механизм не дает *однозначно* показателя  $\nu=2,7$ , который наблюдается, по крайней мере, в области энергий  $10^{10}$ — $10^{15}$  эВ. Поэтому рассмотрим иные механизмы, продолжив список.

### 5. Формирование двойных слоев и пинчей в космической плазме.

Помимо ударноволновой гипотезы в последние годы интенсивно обсуждается возможность ускорения частиц космических лучей в так называемых «двойных слоях», которые могут возникать в токнесущей плазме (см., в частности, обзор [29]).

Теория двойного слоя весьма близка к теории лэнгмюровского диода, в котором текут ионный ток  $j_i = en_i v_i$  и электронный ток  $j_e = -en_e v_e$ , так что для электростатического потенциала  $\phi(x)$  имеем уравнение Пуассона

$$\begin{aligned} \phi''_{xx} &= 4\pi \left( \frac{j_e}{|v_e|} - \frac{j_i}{v_i} \right) = \\ &= \frac{4\pi}{c} \left\{ j_e \frac{1 + \xi_e}{[\xi_e (2 + \xi_e)]^{1/2}} - j_i \frac{1 + \xi_i}{[\xi_i (2 + \xi_i)]^{1/2}} \right\}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Здесь движение частиц считается релятивистским, и поэтому использованы законы сохранения энергий  $\varepsilon = mc^2\gamma + e\phi = \text{const}$ , где  $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ . Считается, что ионы с нулевой скоростью выходят из левого электрода-анода при  $x=0$ , имеющего потенциал  $\phi_0$ , и приходят на катод при  $x=d$  с нулевым потенциалом, так что в уравнении (5.1) введены обозначения

$$\xi_i = \frac{e(\phi_0 - \phi)}{m_i c^2}, \quad \xi_e = \frac{e\phi}{m_e c^2} \quad (e > 0). \quad (5.2)$$

Умножив (5.1) на  $\phi'_x$  и интегрируя, получим закон сохранения

$$e^{-1} (j_i p_i + j_e p_e) - \frac{E^2}{8\pi} = C_* = \text{const}, \quad p = mv\gamma, \quad (5.3)$$

Где  $E = -\phi'_x$  — электрическое поле, а  $p_\alpha$  — импульсы частиц. Этот закон

означает требование однородности суммарного давления частиц и поля по пространству промежутка  $0 < x < d$ . Если далее потребовать обращения в нуль поля  $E$  на обоих концах при  $x=0, d$ , то найдем соотношение токов

$$\frac{j_e}{j_i} = \left( \frac{2m_i c^2 + e\varphi_0}{2m_e c^2 + e\varphi_0} \right)^{1/2}. \quad (5.4)$$

В нерелятивистском случае  $e\varphi_0 \ll 2m_e c^2 = 10^6$  эВ имеем  $j_e/j_i = (m_i/m_e)^{1/2} \gg 1$ , тогда как в ультрарелятивистском пределе  $e\varphi \gg 2m_p c^2 = 2 \cdot 10^9$  эВ отношение токов примерно равно  $j_e/j_i = 1 + (m_i c^2/e\varphi_0)$ . С учетом граничных условий из (5.3) имеем

$$\frac{E^2}{8\pi} = \frac{c}{e} [j_i m_i [\xi_i (2 + \xi_i)]^{1/2} - j_e m_e \{[\xi_e^0 (2 + \xi_e^0)]^{1/2} - [\xi_e (2 + \xi_e)]^{1/2}\}], \quad (5.5)$$

где  $\xi_e^0 = e\varphi_0/m_e c^2$ . При ультрарелятивистских электронах, когда  $\xi_e^0 \gg \xi_e \gg 1$ , получим

$$\frac{E^2}{8\pi} = \frac{m_i c}{e} \{j_i [\xi_i (2 + \xi_i)]^{1/2} - j_e \xi_i\}, \quad (5.6)$$

если же и ионы являются ультрарелятивистскими  $\xi_i \gg 1$ , имеем

$$\frac{E^2}{8\pi} = \frac{\varphi m_i j_i c}{e\varphi_0}, \quad \varphi'_x = 4A\varphi, \quad A = \frac{2\pi c m_i j_i}{e\varphi_0}, \quad (5.7)$$

и тогда интегрирование приводит к результату

$$\varphi(x) = (\varphi_0^{1/2} - xA^{1/2})^2, \quad \varphi_0 = \left[ \pi d^2 (j_e + j_i) \frac{m_i c}{e} \right]^{1/2}. \quad (5.8)$$

Важно подчеркнуть, что в лабораторных диодах ток возникает как результат приложенного напряжения  $\varphi_0$ , однако, в космических условиях считается, что причина и следствие меняются местами, и ток поддерживается постоянным за счет огромной внешней индуктивности, а формула (5.8) определяет разность потенциалов, возникающую при образовании на токовом канале разрыва в виде двойного слоя. В обзоре [29] для оценки принимается, что длина возникающего промежутка  $d$  примерно равна радиусу пинча-филамента, который, следовательно, несет полный ток  $I_0 = \pi d^2 (j_i + j_e)$ , так что 5.8 принимает вид

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= (I_0 m_p c / e)^{1/2}, \\ E_{\max} &= Ze\varphi_0 = Z (I_0 c e m_p)^{1/2}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

где  $E_{\max}$  — максимальная энергия ускоренных частиц с зарядом  $Z$ . Например, при токе  $3 \cdot 10^{17}$  А, принятом в [29], для нашей Галактики получим  $E_p^{\max} = 10^{14}$  эВ, но поскольку в ГКЛ встречаются и более энергичные частицы, то в [29] отмечается, что ускорение в двойных слоях, по-видимому, может дать частицы с энергиями  $10^{14} - 10^{16}$  эВ, а для больших энергий нужны какие-то иные механизмы.

Как показано далее, более высокие энергии частицы могут приобретать в переменном индукционном поле, возникающем при обрыве тока  $I_0$ . Оценки приводят здесь к максимальной энергии порядка  $E_{\max} = I_0 e/c$ ,

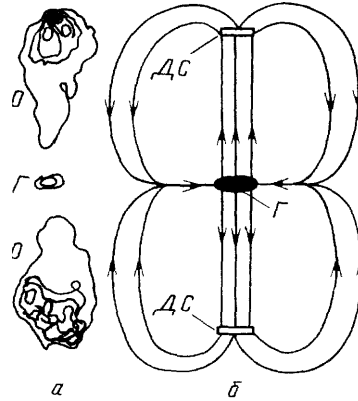


Рис. 3. а — Изофоты радиолактики Лебедь А. б — Схема токов [5]

что при токе  $3 \cdot 10^{17}$  А дает  $E=10^{19}$  эВ, и это на пять порядков превышает оценку по теории двойного слоя. Возникает, однако, вопрос: где именно в космосе могут формироваться пинчи с большими токами?

В этой связи привлекательной представляется модель «плазменной Вселенной» с множеством токов, предложенная Х. Альвенем в [5]. Так, на рис. 3, взятом нами из [5], изображена схема токов, обозначенных стрелками, позволяющая объяснить картину наблюдаемых изофот двух плазменных облаков  $O$  с мощным синхронным излучением электронов в радиогалактике Лебедь А, предположительно ускоренных в двойных



Рис 4 Структура плазменных волокон вблизи центра нашей Галактики, полученная на радиотелескопе с длиной волны 20 см

слоях  $ДС$ . Сама галактика  $G$ , действующая как униполярный индуктор, расположена посередине между радиоисточниками. По мнению автора, наиболее убедительное свидетельство существования токов в космосе приведено в [30] на примере той же радиогалактики Лебедь А с токами до  $10^{19}$  А, а в [31] перечислены возможные случаи с токами Биркеланда от  $10^5$  до  $10^{19}$  А при размерах токовых волокон от  $10^2$  до  $10^{21}$  м в космосе. Привлекательность модели «плазменной Вселенной» для проблемы генерации ГКЛ усиливается тем, что ускоренные частицы наблюдаются и в лабораторных пинчах, что, в частности, приводит к рождению нейтронов в дейтерии [17]. В качестве прямого аналога можно указать молнии длиной до 1000 км, наблюдавшиеся на Юпитере космическим аппаратом «Вояджер». Несомненно, более мощные токи и пинчи возникают в солнечных протуберанцах и вспышках. В работе [29] считается, что в солнечных вспышках текут токи  $I=10^{10}$ — $10^{12}$  А, и в них возникают двойные слои с потенциалами до  $5 \cdot 10^{10}$  В, где и ускоряются частицы.

Более мощные пинчи могут формироваться в плазменных облаках галактических размеров. Так, на рис. 4, взятом из [32], приведено изображение центра нашей Галактики, полученное на радиотелескопе с длиной волны 20 см из области с размерами 300 св. лет. Многочисленные волокна здесь имеют диаметр порядка 0,3 пс при длине 10—50 пс. Сходные волокна у других галактик приведены в работе [33].

Внешне похожими на пинчи можно считать астрономические объекты, названные джетами, т. е. струями. Их радиоизлучение, по-видимому, обусловлено пучками холодных электронов, ускоренных в двойных слоях [34]. Наиболее крупные джеты наблюдаются в радиогалактиках и, как правило, состоят (см. [13]) из двух тонких длинных струй плазмы, выбрасываемых симметрично из центрального источника. Так, на рис. 5 в разных масштабах показана структура изофот джета радиогалактики NGC 6251, имеющего длину порядка 1 Мпс (примерно на таком расстоянии от нас находится Туманность Андромеды). Радиоизлучение джетов имеет синхротронную природу [14] и является поляризованным. По этой поляризации можно судить о направлении магнитного поля, которое может быть направлено и вдоль, и поперек струи. Струя не является



однородной, в ней можно различить отдельные «пятна» и «узлы». Как правило, в узлах магнитное поле перпендикулярно направлению струи, так что «узлы» весьма сходны с перетяжками на лабораторных пинчах. Джеты наблюдаются и вблизи некоторых звезд. Так двойная звезда SS 433, являющаяся либо пульсаром, либо черной дырой, дает струю-джет, движущуюся со скоростью 80 тыс. км/с. Две искривленные струи обнаружены и вблизи центра нашей Галактики.

По нашему мнению, однако, самым простым и наиболее часто возникающим процессом формирования цилиндрических плазменных пинчей в космосе может быть процесс разбиения плоских пинчей на набор цилиндрических в результате так называемой тиринг-неустойчивости. В лабораторных условиях плоские пинчи, называемые также «нейтральными токовыми слоями», изучались в работах [15, 16], где на скоростных фотографиях виден процесс разбиения их на ряд токовых нитей. Отдельная нить представляет собой, по существу, отдельный цилиндрический Z-пинч. В космических условиях плоские пинчи должны возникать всякий раз при столкновении двух плазменных сгустков, несущих в себе «вмороженные» магнитные поля противоположных или, по крайней мере, несопадающих направлений. При этом на границе раздела формируется «нейтральный токовый слой», в неустойчивости которого легко убедиться, если заменить его набором бесконечно тонких проводников с массой  $m_1$  на единицу длины и током  $I_1$  в каждом. Уравнение движения  $n$ -го тока

$$m_1 \ddot{x}_n = I_1 c^{-1} B, \quad B = B_y(x = x_n) = 2I_1 c^{-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (x_k - x_n)^{-1} \quad (5.10)$$

в случае длинноволновых возмущений системы можно заменить двумя уравнениями гидродинамического типа. Для этого считаем, что в равновесии расстояние между соседними проводниками равно  $a_0$ . Далее введем функцию  $n(x, t)$  — число проводников на единицу длины вдоль оси  $x$ . Если теперь ввести безразмерную «эффективную плотность»  $\rho = na_0$ , то из (5.10) найдем

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = g \hat{H} \rho, \quad (5.11)$$

$$\hat{H} \rho(x) = \frac{1}{\pi} \int \frac{\rho(x') dx'}{x' - x},$$

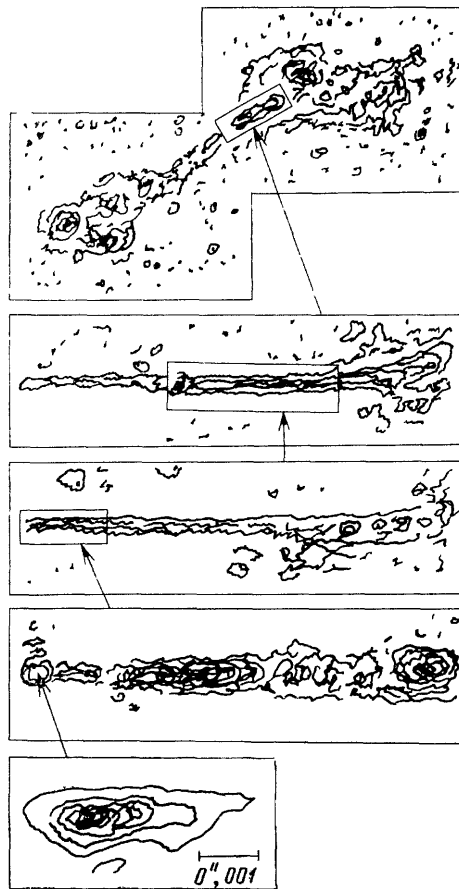


Рис 5. Джет в радиогалактике NGG 6251 [13]

где  $g = 2\pi I_1^2 / m_1 c^2 a_0 = \text{const}$  — параметр с размерностью ускорения,  $a$ ,  $H$  — интегральный оператор Гильберта, в котором интеграл берется в смысле главного значения. В линейном приближении полагаем  $\rho = 1 + \rho_1$ . Для  $v, \rho_1 \ll 1$  тогда имеем

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\frac{\partial v}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = g \hat{H} \rho_1, \quad v = C \exp(\gamma t) \sin(kx), \quad (5.12)$$

$$\gamma = (kg)^{1/2},$$

что и указывает на неустойчивость токового слоя, стремящегося разбиться на набор цилиндрических пинчей (рис. 6). Неустойчивость цилиндрического пинча по отношению к перетяжкам впервые рассмотрена в работах [4, 17], где показано, что мгновенный обрыв тонкого тока  $I$

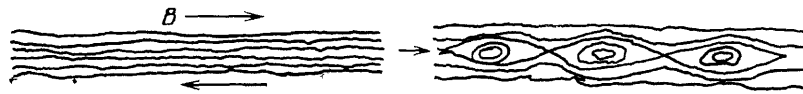


Рис. 6. Схема образования  $z$ -пинчей из токового слоя

порождает цилиндрически расходящуюся волну с полем  $E = 2Ic^{-1}(c^2 t^2 - r^2)^{-1/2}$ , которое и ускоряет частицы. Это решение для бесконечно тонкого провода, по существу, является функцией Грина для решения задачи об обрыве любого распределенного тока. Если в плоскости  $x, y$  не мгновенно обрывающийся ток распределен с плотностью  $j(t, x, y)$ , то поле, порождаемое при обрыве, будет равно

$$E(t, x, y) = \int dE = \iint j(t', x', y') G dx' dy', \quad (5.13)$$

$$G = \frac{2}{c} [c^2(t - t')^2 - (x - x')^2 - (y - y')^2]^{-1/2},$$

где  $G$  — функция Грина. Отсюда, как показано в [18], можно в частности, найти решение Буланова—Сыроватского [19] для случая, когда в бесконечно тонком плоском пинче образуется равномерно расширяющийся участок «выключаемых» токов. Этот случай имитирует одиночный разрыв токового слоя с удаляющимися концами, убегаящими от « $X$ -точки», вдоль оси которой, как предполагается, и должны ускоряться частицы, поскольку на « $X$ -линиях» магнитное поле отсутствует и не препятствует ускорению. Однако в опытах [15] плоский пинч дробился сразу на много токовых нитей. В этих условиях ускорение должно происходить не вдоль « $X$ -линий», а вдоль « $O$ -линий», как это происходит и просто в одиночном  $z$ -пинче.

Оригинальная модель образования  $z$ -пинча из взлетающей над фотосферой Солнца дуги силовых магнитных линий, перемыкающихся на некоторой высоте и дающих отдельную петлю с осью в виде  $z$ -пинча была предложена в работе [20].

**6. Поле, возникающее при обрыве тока, окруженного плазмой.** Описанная выше модель «вакуумного диода» должна быть исправлена учетом плазмы, окружающей пинч. Далее мы покажем, что эта задача сводится к уравнению вида  $\Delta\psi = C\psi$ , которое можно назвать «уравнением экранировки».

Любопытно, что это уравнение встречается в нескольких плазменных задачах. Например, при  $C = D^{-2}$ , где  $D$  — радиус Дебая, оно описывает дебаевскую экранировку заряда. Если имеем точечный заряд  $q$ , то

решением будет  $\varphi = (q/r)\exp(-r/D)$ . Если же в плазму поместить бесконечно тонкий провод с зарядом  $q_1$  на единицу длины, то создаваемый им потенциал будет равен

$$\varphi = 2q_1 K_0(x), \quad x = \frac{r}{D}, \quad K_0(x \ll 1) = \ln \frac{2}{\gamma x},$$

$$K_0(x \gg 1) = \left(\frac{\pi}{2x}\right)^{1/2} e^{-x},$$
(6.1)

где  $\gamma=1,78$ , а  $K_0$ —модифицированная функция Бесселя. Экранировка слабого переменного тока также описывается уравнением вида  $\Delta A = CA$ , где  $A$ —векторный потенциал поперечной волны, а  $C=\delta^{-2}$ ,  $\delta=c/\omega_0$ —длина «вакуумного скин-слоя». В плоском случае его решение  $A \sim \exp(-x/\delta)$  описывает проникновение низкочастотной радиоволны в плоский слой ионосферной плазмы с последующим отражением, что обеспечивает возможность радиосвязи на Земле. Если же в плазме имеется бесконечно тонкий провод со слабым переменным током  $I_1(t) \sim \cos \Omega t$ , меняющимся с частотой  $\Omega$ , которая мала по сравнению с плазменной частотой  $\omega_0 = (4\pi n e^2 / m)^{-1/2}$ , то имеем решение

$$A = a(t) K_0(x), \quad x = \frac{r}{\delta}, \quad a(t) = 2I_1(t) c^{-1}.$$
(6.2)

Множитель  $a(t)$  определен здесь из того требования, чтобы при малых  $r \rightarrow 0$  потенциал (6.2) давал бы магнитное поле  $B=2I_1(t)/cr$ . Далее можно найти индукционное электрическое поле вблизи провода со слабым переменным током:

$$E = E_z = -c^{-1} \frac{\partial A}{\partial t} = -2\dot{I}_1(t) c^{-2} K_0(x).$$
(6.3)

Рассмотрим теперь задачу, которая интересует нас в наибольшей степени, считая, что пинч можно уподобить бесконечнотонкому проводу с током вида  $I=I_0+I_1(t)$ , где  $I_0$ —постоянная составляющая, а  $I_1(t)$ —малая переменная добавка. Можно считать, что в процессе постепенного сгребания пинча «основное магнитное поле»  $B_0=2I_0/cr$  успело проникнуть в «периферийную плазму», окружающую пинч. Для общности будем считать ее плотность равной  $n_* = C_* r^{-s}$  и попытаемся определить в ней индукционное электрическое поле волны, порождаемой переменной добавкой тока  $I_1(t)$ . Эту задачу можно назвать «задачей об экранировке тока замагниченной плазмой».

Для ее решения используем известный закон дисперсии

$$N^2 = \xi - \eta^2 \xi^{-1}, \quad N = \frac{ck}{\omega}, \quad \xi = 1 - \sum_{e,i} \frac{\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_B^2},$$

$$\eta = - \sum_{e,i} \frac{\omega_0^2 \omega_B}{(\omega^2 - \omega_B^2) \omega}$$
(6.4)

для волны, распространяющейся в плазме поперек магнитного поля. Здесь  $\xi$ ,  $\eta$ —компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы, состоящей из ионов массы  $m_i$  и электронов с массой  $m_e$ . В пределе  $m_i \rightarrow \infty, m_e \rightarrow 0$ , когда вкладом ионов можно пренебречь, а электроны испытывают лишь электрический дрейф со скоростью  $v=cE/B_0$ , величины  $\xi$ ,  $\eta$  оказываются равными  $\xi=1$ ,  $\eta = \omega_{0e}^2 / \omega \omega_{Be}$ , так что закон дисперсии (6.4) дает соотношение  $\omega^2 = c^2 k^2 + (\omega_{0e}^2 / \omega_{Be})^2$ , весьма сходное с обычным соотношением для поперечной волны  $\omega^2 = c^2 k^2 + \omega_{0e}^2$  в немагнитной

плазме. В последнем случае, как известно, при  $\omega \ll ck$  получается соотношение  $-k^2 = (\omega_{0e}/c)^2$ , которое и дает уравнение  $\Delta A = A\delta^{-2}$ , рассмотренное ранее. Теперь же для замагниченной плазмы при  $\omega \ll ck$  получим  $-k^2 = (\omega_{0e}^2 / c\omega_{Be})^2$ , что эквивалентно уравнению

$$\Delta A = \frac{\partial}{r \partial r} \left( r \frac{\partial A}{\partial r} \right) = \left( \frac{4\pi n e}{B_0} \right)^2 A = \left( \frac{r}{R} \right)^{2-2s} R^{-2} A, \quad (6.5)$$

$$R = \left( \frac{I_0}{2\pi C_* e c} \right)^{1/(2-s)}.$$

Здесь мы подставили плотность периферийной плазмы  $n = C_* r^{-s}$  и поле  $B_0 = 2I_0/cr$ . Если теперь ввести  $\lambda = r/R$  и новый аргумент  $x = \lambda^{2-s}/(2-s)$ , то получим уравнение и его решение

$$\frac{\partial}{x \partial x} \left( x \frac{\partial A}{\partial x} \right) = A, \quad A = a(t) K_0(x), \quad a(t) = \frac{2}{2-s} I_1(t) c^{-1}. \quad (6.6)$$

Здесь множитель  $a(t)$  вновь, как и в решении (6.2), определен так, чтобы в пределе  $r \rightarrow 0$  потенциал (6.6) давал бы магнитное поле  $B_1 = \partial A / \partial r = 2I_1(t)/cr$ , обусловленное поправкой к току  $I_1(t)$ . Наконец, из (6.6) находим электрическое поле

$$E = E_z(t, r) = -\frac{\partial A}{c \partial t} = -\frac{2}{2-s} c^{-2} \dot{I}_1(t) K_0(x), \quad (6.7)$$

которое, как показано ниже, может эффективно ускорять ионы.

### 7. Электродинамический механизм ускорения частиц в пинче [21].

Найденное выше поле (6.7) ускоряет ионы в соответствии с уравнением  $\dot{p} = eE$ . Чтобы его проинтегрировать, заметим, что, хотя при выводе (6.7) мы считали поправку  $I_1(t)$  малой, далее, однако, мы будем предполагать, что ток в пинче обрывается фактически полностью, так что за время обрыва поправка  $I_1$  меняется от  $I_1(0) = 0$  до значения  $I_1^{\max} = -I_0$ , которое не является малым. Игнорируя неточность такого расчета, можно считать, что ионы толчком приобретают импульс

$$p = p_0 K_0(x), \quad p_0 = \frac{2eI_0}{(2-s)c^2}, \quad (7.1)$$

который, таким образом, определяется координатой « $r$ », т. е. положением иона до ускорения. Это обстоятельство позволяет найти функцию распределения ионов по импульсам.

Для этого замечаем, что в кольцевом слое толщины  $dr$  и высоты  $L = dz$  содержится число частиц, равное

$$dN = n \cdot 2\pi r dr dz = 2\pi LC_* r^{1-s} dr = \frac{LI_0}{ce} dx = F(p) dp, \quad (7.2)$$

где  $x$  — аргумент модифицированной функции Бесселя, так что обратив формулу (7.1), найдем функцию распределения

$$F(p) = \frac{dN}{dp} = N_0 \frac{dx}{dp} = \frac{N_0}{p} e^{-p/p_0}, \quad N_0 = \frac{LI_0}{ce}, \quad (7.3)$$

которая пригодна и в релятивистском случае. В нерелятивистском приближении формулу (7.3) удобно переписать в виде распределения по энергии  $E = p^2/2M$ :

$$F(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{N_0}{2E} \exp \left[ - \left( \frac{E}{E_0} \right)^{1/2} \right], \quad E_0 = \frac{2e^2 I_0^2}{Mc^4 (2-s)^2}. \quad (7.4)$$

Любопытно, что эти формулы, по существу, не содержат плотность «пе-

риферийной» плазмы  $n=C_*r^{-s}$ , хотя вывод поля (6.7) основан на предположении об ее существовании. Наиболее важным, однако, является то, что нерелятивистское выражение (7.4) весьма хорошо описывает спектры частиц, ускоренных в лабораторных пинчах (рис. 7). Поэтому можно было бы ожидать, что релятивистская формула (7.3) окажется применимой и для космических лучей, если бы они рождались подобным образом. Однако, фигурирующий в (7.3) параметр  $p_0$  содержит длину перетяжки  $L$  и обрываемый ток  $I_0$ , которые известны в каждом лабораторном опыте с пинчем, но неизвестны для космических условий, что затрудняет применение формулы (7.3) к ГКЛ. Далее, однако, мы рассмотрим еще один «пинч-механизм» ускорения частиц.

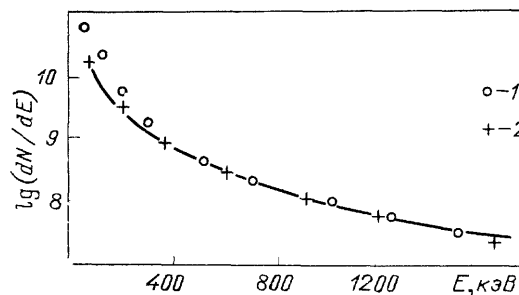


Рис. 7. Спектр дейтронов, ускоренных в лабораторном пинче [28]  $I=0,48$  МА. 1 — по (8.13), 2 — по (7.4)

**8. Газодинамический механизм ускорения частиц в пинче [21].** Наряду с ускорением в поле (6.7) возможно ускорение непосредственно в процессе выдавливания плазмы из перетяжек. В простейшем нерелятивистском варианте этот процесс можно рассчитать, если предполагать пинч полностью скинированным и описывать плазму внутри пинча уравнениями газодинамики

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \mathbf{v} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\rho^{-1} \nabla p, \quad p = p_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^s. \quad (8.1)$$

Для сравнения полезно также вернуться к описанной ранее задаче о струе несжимаемой жидкости, дробящейся на капли под действием сил поверхностного натяжения  $\sigma_0$ . Эта задача описывается системой уравнений

$$\text{div } \mathbf{v} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\rho_0^{-1} \nabla p, \quad (8.2)$$

более простых, чем (8.1). Однако обе системы трудно решить в трехмерном варианте, и поэтому мы заменим их приближенными одномерными, используя в обоих случаях известное «приближение узкой струи или канала» (ПУСК), когда все величины считаются постоянными по сечению  $S=\pi a^2$ , где  $a=a(t,x)$  — радиус канала. В этом приближении уравнение сохранения массы для несжимаемой струи приобретает вид  $S'_t + (Sv)'_x = 0$ , а для сжимаемого пинча  $(Sp)'_t + (Spv)'_x = 0$ . Если в обоих случаях ввести безразмерную «погонную плотность»  $\rho_* = \rho S / \rho_0 S_0$  на единицу длины, то оба уравнения запишутся в виде

$$\rho_{*t}' + (\rho_* v)'_x = 0. \quad (8.3)$$

В приближении ПУСК рассматриваются лишь длинноволновые возмущения с  $\lambda \gg a$ , так что в уравнении движения достаточно учесть лишь одну — продольную —  $x$ -компоненту. Тогда давление поверхностного натяжения в струе жидкости будет равно  $p = \sigma_0 / a = p_0 (a_0 / a) = p_0 \rho_*^{-1/2}$ , и урав-

нение движения принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial t} v + v \frac{\partial}{\partial x} v = -2c_0^2 \frac{\partial \rho_*^{-1/2}}{\partial x}, \quad c_0^2 = \frac{p_0}{2\rho_0}. \quad (8.4)$$

В случае же скинированного пинча считаем, что по нему течет постоянный ток  $I_0$ , создающий на границе  $r=a(t, x)$  магнитное поле  $B=2I_0/ca$ , давление которого  $B^2/8\pi=p_0(a_0/a)^2$  уравнивает давление плазмы  $p=p_0(\rho/\rho_0)^s$ , так что  $(a_0/a)^2=(\rho/\rho_0)^s$ . Нетрудно проверить, что с учетом этого соотношения уравнение движения пинча принимает вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -c_0^2 \frac{\partial \rho_*^{-1}}{\partial x}, \quad c_0^2 = \frac{sp_0}{(s-1)\rho_0}. \quad (8.5)$$

Таким образом, обе задачи описываются одной системой вида

$$\dot{\rho}_* + (\rho_* v)_x = 0, \quad \dot{v} + v v_x = mc_0^2 (\rho_*^{1/m})'_x \quad (8.6)$$

и отличаются лишь значением «азимутального числа»  $s$  для струи и  $m=-1$  для пинча, а также значениями постоянного параметра  $c_0$ . В работах [22—24] показано, что указанная «квазичаплыгинская» система (8.6) описывает около 50 различных «квазигазовых» неустойчивых сред в длинноволновом приближении и, что самое важное, допускает полное решение.

Для решения системы (8.6) вводим новые безразмерные функции  $r=\rho_*^{1/2m}$ ,  $z=v/2mc_0$ , которые удобно рассматривать как цилиндрические координаты в некотором «фазовом» трехмерном пространстве  $r, \varphi, z$ . Для них найдем уравнения

$$c_0^{-1} r \dot{t} + r z'_x + 2mz r'_x = 0, \quad c_0^{-1} z \dot{t} - r r'_x + 2mz z'_x = 0. \quad (8.7)$$

Если далее ввести обратные функции  $t c_0 = T(r, z)$ ,  $x = X(r, z)$ , а также фиктивный «потенциал»  $\psi = r^m T \cos(m\varphi)$ , то получим

$$\begin{aligned} X'_r &= r T'_z + 2mz T'_r, & X'_z &= -r T'_r + 2mz T'_z, \\ T''_{zz} + T''_{rr} + \frac{2m+1}{r} T'_r &= 0 \end{aligned} \quad (8.8)$$

и уравнение Лапласа для потенциала

$$\Delta \psi(r, \varphi, z) = \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0, \quad (8.9)$$

которое для наглядности можно рассматривать как уравнение электростатики. Это уравнение может иметь много различных решений, описывающих возмущения, однако наибольший интерес представляют особые решения «спонтанного» типа, описывающие возмущения, исчезающие в обратном пределе времени  $t \rightarrow -\infty$ , когда система, по предположению, находилась в невозмущенном состоянии. Отсутствие возмущений означает  $\rho_* = 1$ ,  $v = 0$ , что в трехмерном фазовом пространстве  $r, \varphi, z$  соответствует окружности единичного радиуса  $r = 1$ ,  $z = 0$ , на которой и следует расположить фиктивные «заряды»  $\rho_{\text{эф}}$  порождающие потенциал

$$\psi(r, \varphi, z) = \int |\mathbf{R}' - \mathbf{R}|^{-1} \rho_{\text{эф}}(\mathbf{R}') dV', \quad (8.10)$$

определяемый интегралом Пуассона. Этот потенциал можно разложить в ряд по мультиполям, и тогда можно показать, что первый—«кулоновский»—член разложения описывает возмущения, периодические по длине системы, в нашем случае—по длине  $x$  пинча. Важно подчеркнуть, что для таких возмущений нужны периодические «затравки», вносимые в систему каким-либо внешним фактором. Если же такой фактор отсут-

стует, то кулоновский член следует считать равным нулю, и тогда главную роль будет играть следующий—«дипольный»—член разложения, который описывает не периодическое, а местное локальное возмущение. Набор таких локальных возмущений и следует считать наиболее типичной картиной развития неустойчивости в указанных «квазичаплыгинских средах». При этом ясно, что разрыв среды наступает в первую очередь там, где расположено наиболее крупное локальное возмущение, которое можно рассмотреть отдельно. Для пинча простейшим локальным решением является

$$T = L_0 \left( 1 - \frac{1+r^2+z^2}{\kappa} \right) (1-r^2-z^2+\kappa)^{1/2}, \quad (8.11)$$

$$\kappa = [(1+r^2+z^2)^2 - 4r^2]^{1/2}.$$

Это спонтанное решение описывает горб, расположенный между двумя перетяжками на пинче. В пределе  $t \rightarrow -\infty$  возмущение отсутствует, затем нарастает, и в момент  $t=0$  перетяжки обрываются, а горб принимает вид плоского «блина», в котором и сосредоточены частицы, выдавленные из перетяжек. В этот момент функцию распределения частиц по импульсам можно найти, если учесть, что на длине  $dx$  находится число частиц

$$dN = n\pi a^2 dx = N_1 \rho_* dx = F_1(p) dp, \quad N_1^1 = \pi a^2 n_0 \quad (8.12)$$

Используя приведенные выше формулы, отсюда находим функцию

$$F(p) = \left( \frac{dN}{dp} \right)_{t=0} = \frac{N_1}{p_0} \left[ (T_r'^2 + T_z'^2) \frac{1}{rT_r'} \right]_{r=0} = \frac{2N_0}{\pi p_0} (1+z^2)^{-2}, \quad (8.13)$$

где  $N_0 = 2\pi\sqrt{2}L_0N_1$ —полное число частиц, вовлеченных в «блин». При  $z = v/2c_0 \gg 1$  получаем асимптотический спектр  $dN/dE \sim E^{-2.5}$ , который, как и «электродинамическая» формула (7.4) тоже весьма хорошо описывает частицы, ускоренные в лабораторных пинчах, как это показано на рис. 7. Качественно близкие спектры получаются и в численных расчетах [25]. Любопытно, что зависимость  $\sim E^{-2.5}$  близка и к спектру ГКЛ, которые, однако, являются ультрарелятивистскими в интересующей нас области энергий. Поэтому ниже мы рассмотрим релятивистский пинч.

### 9. Возмущения на релятивистском скинированном пинче [26, 27].

Внутренность пинча будем описывать уравнениями релятивистской газодинамики без магнитного поля, которые в ковариантной записи имеют вид

$$\frac{\partial(nu^i)}{\partial x^i} = 0, \quad \omega u^k \frac{\partial u_i}{\partial x^k} = \frac{\partial p}{\partial x^i} - u_i u^k \frac{\partial p}{\partial x^k}. \quad (9.1)$$

Здесь в четырехмерном пространстве  $x^0=ct$ ,  $x^1=x$ ,  $x^2=y$ ,  $x^3=z$  вводится 4-скорость с компонентами

$$u^i = (\gamma, \gamma\bar{\beta}), \quad u_i = (\gamma, -\gamma\bar{\beta}), \quad (9.2)$$

$$\bar{\beta} = \frac{\bar{v}}{c}, \quad \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2},$$

а величины  $n$ ,  $\omega$ ,  $p$  являются скалярами и означают плотность числа частиц, плотность энтальпии и давление, взятые в «собственной» системе координат, движущейся вместе с жидкостью. Считая плазму в этой системе нерелятивистской, используем для них нерелятивистские соотношения  $\omega = nM_0c^2$ ,  $p_0 = p_0(n/n_0)^s$ ,  $s = c_p/c_v$ . Далее вновь, как и в нереляти-

вистском случае (8.1) заменим трехмерные уравнения (9.1) на одномерные в «приближении узкой струи или канала» (ПУСК).

При этом вновь удобно ввести безразмерную погонную плотность на единицу длины  $\rho_* = nS/n_0S_0$ , и тогда получим уравнения

$$\begin{aligned} (\gamma \rho'_*)'_t + c (u \rho'_*)'_z &= 0, \\ u'_t + \frac{c}{\gamma} u u'_z &= -\varepsilon \left( c\gamma \frac{\partial}{\partial z} + u \frac{\partial}{\partial t} \right) \rho_*^{-1}, \end{aligned} \quad (9.3)$$

где  $\varepsilon = sp_0/(s-2)n_0M_0c^2$  — постоянная. При этом мы вновь считаем, что давление « $p$ » равно магнитному давлению  $B^2/8\pi$ , создаваемому постоянным во времени током  $I_0$ , текущим лишь по поверхности пинча и поддерживаемым за счет внешней индуктивности той части пинча, где локальная перетяжка отсутствует.

В нерелятивистском приближении из (9.3) получаются уравнения

$$\begin{aligned} \rho'_* t + (v \rho'_*)'_z &= 0, \quad v'_t + v v'_z = -c_0^2 (\rho_*^{-1})'_z, \\ c_0^2 &= \frac{sp_0}{(s-1)\rho_0}, \end{aligned} \quad (9.4)$$

которые совпадают с рассмотренными ранее уравнениями (8.5).

Для решения релятивистской системы (9.3) вводим новые функции  $x(t, z)$ ,  $y(t, z)$ , полагая  $\rho_* = \varepsilon/x$ ,  $u = \text{sh } y$ , а затем вводим обратные функции  $ct = T(x, y)$ ,  $z = Z(x, y)$ , для которых получим

$$T'_y + Z'_x = (T'_x + Z'_y) \text{th } y, \quad Z'_y - x T'_x = (T'_y - x Z'_x) \text{th } y. \quad (9.5)$$

Если теперь записать введенные обратные функции в виде

$$T = (\psi \text{sh } y - \varphi \text{ch } y) x e^{-x}, \quad Z = (\psi \text{ch } y - \varphi \text{sh } y) x e^{-x}, \quad (9.6)$$

то для  $\varphi(x, y)$  и  $\psi(x, y)$  получим два уравнения

$$\varphi'_y = \psi'_x + \frac{1}{x} \psi, \quad \psi'_y = x(\varphi - \varphi'_x), \quad (9.7)$$

условие совместности которых удобно записать в операторной форме

$$\Delta^* \varphi = 0, \quad \Delta^* \varphi = \varphi''_{yy} - 2\varphi + \hat{L}\varphi, \quad \hat{L}\varphi = x\varphi''_{xx} + (2-x)\varphi'_x. \quad (9.8)$$

Здесь собственными функциями оператора  $\hat{L}$  являются ортонормированные полиномы Лагерра  $\lambda_n = L_n^1(x)$  с верхним индексом 1, определяемые соотношениями

$$\hat{L}\lambda_n = -n\lambda_n, \quad \int_0^\infty \lambda_m \lambda_n \omega dx = \delta_{mn}, \quad \omega = x e^{-x}, \quad (9.9)$$

$$\lambda_n = \frac{\omega^{-1} d^n}{n! (n+i)^{1/2} dx^n} (\omega x^n),$$

и поскольку набор  $\lambda_n(x)$  является полным, то по нему можно разложить любую функцию, так что общее решение имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n(x) f_n(y), \quad \frac{d^2 f_n}{dy^2} = (n+2) f_n, \\ f_n &= C_n \exp[-|y|(n+2)^{1/2}], \end{aligned} \quad (9.10)$$



где коэффициенты  $C_n$  следует найти из определенных граничных условий, как это проделано ниже.

**10. Разложение спонтанных возмущений по «мультиполям».** Для определения коэффициентов  $C_n$  в (9.10) заметим, что стадии развития перетяжек на пинче в естественных условиях космоса должна предшествовать стадия сравнительно спокойного сгребания плазмы и формирования самого пинча, на котором лишь впоследствии будут нарастать перетяжки, из которых интенсивно выдавливается плазма в виде струй.

В нашей модели мы не можем рассмотреть эту предварительную стадию, но, имитируя ее, введем требование отсутствия возмущений в обратном пределе времени  $t \rightarrow -\infty$ . Отсутствие возмущений означает, что  $\rho_* = 1, v = 0$ . В наших переменных это соответствует «точке»  $x = \varepsilon, y = 0$ , в которой первая формула (9.6) принимает вид  $T = -\varphi e^{-\varepsilon}$ , так что предел  $t \rightarrow -\infty$  означает, что в указанной точке «потенциал» имеет особенность  $\varphi \rightarrow +\infty$ . Иными словами, потенциал должен порождаться точечными «зарядами», расположенными в этой точке, и поэтому более правильно записать уравнение (9.8) в виде уравнения Пуассона

$$\Delta^* \varphi = -4\pi \rho, \quad \rho(x, y) = \int_0^\infty dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \rho(x', y') \delta(x' - x) \delta(y' - y), \quad (10.1)$$

и искать его решение в виде интеграла

$$\varphi(x, y) = \int_0^\infty dx' \int_{-\infty}^{+\infty} dy' \rho(x', y') G(x, y; x', y'). \quad (10.2)$$

Тогда, используя формулы

$$\delta(x' - x) = w(x') \sum_{n=0}^\infty \lambda_n(x) \lambda_n(x'), \quad \delta(y' - y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \exp[ik(y' - y)] dk, \quad (10.3)$$

нетрудно найти функцию Грина в виде суммы

$$G = 2\pi w(x') \sum_{n=0}^\infty (n+2)^{-1/2} \lambda_n(x) \lambda_n(x') \exp[-|y - y'| (n+2)^{1/2}], \quad (10.4)$$

и интеграл (10.2) дает общее решение уравнения (10.1) при произвольном распределении «зарядов»  $\rho$ . Далее, однако, мы учтем, что наши заряды расположены лишь в точке  $x = \varepsilon, y = 0$ , и поэтому целесообразно перейти к новым переменным  $x_1, y_1$ , полагая  $x' = \varepsilon + x_1, y' = -y_1$ . Вводя обозначения

$$\rho_{\text{eff}} = 2\pi w \rho, \quad S(\varepsilon, y) = \sum_{n=0}^\infty \frac{\lambda_n(x)}{(n+2)^{1/2}} \lambda_n(\varepsilon) Y^{(n+2)^{1/2}}, \quad (10.5)$$

$$Y = e^{-|y|},$$

перепишем общее решение (10.2) в более адекватном виде

$$\varphi(x, y) = \iint \rho_{\text{eff}}(x_1, y_1) S(\varepsilon + x_1, y + y_1) dx_1 dy_1. \quad (10.6)$$

Поскольку величины  $x_1, y_1$  считаются малыми, разложим последнюю сумму в ряд Тейлора

$$S(\varepsilon + x_1, y + y_1) = S(x; \varepsilon, y) + \left( x_1 \frac{\partial S}{\partial \varepsilon} + y_1 \frac{\partial S}{\partial y} \right) + O(x_1^2, y_1^2) + \dots \quad (10.7)$$

Тем самым получим разложение «потенциала»  $\varphi$  в ряд по «мультиполям», где первый член оказывается равным

$$\varphi^0 = QS(x; \varepsilon, y), \quad Q = \iint \rho_{\text{eff}}(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \quad (10.8)$$

и будет отличен от нуля только тогда, когда отличен от нуля «полный заряд системы»  $Q$ . Однако при этом, как и в нерелятивистском случае (8.10), можно показать, что решения с  $Q \neq 0$  описывают возмущения, периодические по длине пинча, а для таких возмущений нужны соответствующие периодические «затравки», которые, как мы предполагаем, не могут возникнуть в естественных условиях космоса. Поэтому «кулоновские» решения с  $Q \neq 0$  мы будем считать *нереализующимися*.

Последующие члены разложения описывают не периодические, а лишь локальные возмущения. Простейшим из них будет «дипольное решение» вида

$$\varphi^1 = D \frac{\partial S}{\partial \varepsilon} = D \sum_n \frac{\lambda_n(x)}{(n+2)^{1/2}} Y^{(n+2)1/2} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \lambda_n(\varepsilon), \quad (10.9)$$

$$D = \iint x_1 \rho_{\text{eff}} dx_1 dy_1.$$

Поскольку  $\lambda_0=1$  и  $\partial \lambda_0 / \partial \varepsilon = 0$ , то сумма здесь начинается с члена  $Y^{\sqrt{3}}$ , который, как показано ниже, и дает «космический спектр».

**11. Спектр ускоренных частиц.** Для определения спектра замечаем, что на длине  $dz$  число частиц равно  $dN = \pi a^2 n \gamma dz = F(u) du$ . Обозначив  $N_0 = \pi a_0^2 n_0$ , из приведенных выше формул найдем искомую функцию

$$F(u) = \left( \frac{dN}{du} \right)_t = N_0 \frac{\varepsilon}{\gamma} e^{-x} [(\varphi - \psi'_y)^2 + x(\psi - \varphi'_y)^2] [\varphi - \psi'_y + x(\psi - \varphi'_y) \text{th } y]^{-1}, \quad (11.1)$$

которая и дает спектр ускоренных частиц в произвольный момент времени. Далее, однако, учтем, что типичное локальное возмущение имеет вид диска, расположенного между двумя нарастающими перетяжками, которые обрываются в момент  $t=0$ . В этот же момент времени диск сплющивается в плоский «блин», в котором и содержатся частицы, выведенные из перетяжек.

В таком блине  $\rho_* \rightarrow \infty, x \rightarrow 0$ . Поскольку при малых « $x$ » из формул (9.7) можно получить разложения потенциалов

$$\varphi = \varphi_0(y) + x\varphi_1(y) + x^2\varphi_2(y) + \dots, \quad \psi = \frac{x}{2}\varphi'_0(y) + \frac{x^2}{3}\varphi'_1(y) + \dots \quad (11.2)$$

то в пределе  $x \rightarrow 0$ , соответствующем моменту полного обрыва перетяжки, функция распределения оказывается равной  $F_0 = N_0 \varepsilon \varphi_0(y) / \gamma$ . В частности, для решения (10.9) найдем

$$\varphi_0(y) = D \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{k+1}{k+2} \right)^{1/2} Y^{(k+2)1/2} \frac{d\lambda_k(\varepsilon)}{d\varepsilon}, \quad (11.3)$$

$$F_0(y \gg 1) = CE^{-(1+\sqrt{3})}.$$

Последняя асимптотика справедлива для всех «дипольных» локальных возмущений и совпадает с наблюдаемым для энергий  $E=10^{10}-10^{15}$  эВ спектром ГКЛ, что, по нашему мнению, делает рассмотренный «пинч-

механизм» весьма правдоподобным. Разумно предположить, что этот механизм выдавливания может ускорять ионы до такой максимальной энергии, при которой ларморовский радиус иона равен радиусу пинча, что в ультрарелятивистском случае соответствует энергии  $E_{(эв)}^{\max} = 60I_A$ . Например, энергия  $10^{15}$  эВ достигается при токе  $2 \cdot 10^{13}$  А.

При более высоких энергиях  $E=10^{15}$ — $10^{17}$  эВ показатель наблюдаемого спектра примерно равен  $\nu_0=3,1$ , и здесь, по-видимому, действует другой механизм ускорения. В рамках нашей модели можно предположить, что «включается» следующий—третий «квадрупольный»—член разложения (10.7), который должен давать показатель  $\nu=1+\sqrt{4}=3$ , близкий к наблюдаемому. Вторая возможность состоит в предположении, что наиболее энергичные ГКЛ порождаются индукционным «электродинамическим» механизмом, дающим спектр вида (7.3), где в экспоненте фигурирует параметр  $p_0$ , зависящий от тока  $I_0$ . Нам, однако, неизвестна статистика токов в космосе, что затрудняет процедуру усреднения по токам и сравнение с наблюдаемым спектром. Наконец, третья возможность состоит в предположении, что в области энергий  $10^{18}$ — $10^{20}$  эВ мы наблюдаем частицы внегалактического происхождения с механизмом типа (11.3), вновь дающим показатель  $\nu=1+\sqrt{3}$  в пинчах, предполагаемых на рис. 3. Тогда область энергий  $10^{15}$ — $10^{17}$  эВ можно рассматривать просто как переходную область от галактических к внегалактическим частицам (см. рис. 1).

Автор благодарен С. К. Жданову и В. П. Власову за сотрудничество по затронутым проблемам.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гинзбург В. Л., Сыроватский С. И. Происхождение космических лучей. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
2. Бережко Е.Г. и др. Генерация космических лучей ударными волнами/Под ред. А.И. Кузьмина.—Новосибирск, Наука, 1988.
3. Филиппов Н. В.//ЖЭТФ. **1979**. Т. 76. С. 1547.
4. Трубников Б.А.//Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Т. 1.—М.: Изд-во АН СССР, 1958—С. 289.
5. Альвен Х. Космическая плазма.—М.: Мир, 1983.
6. Ван-Дайк М. Альбом течений жидкости и газа.—М.: Мир, 1987.
7. Гинзбург В.Л.//УФН. **1978**. Т. 124. С. 307; УФН, **1988**. Т. 155—185.
8. Дорман Л.И. Экспериментальные и теоретические основы астрофизики космических лучей.—М.: Наука, 1975.
9. Мурзин В.С. Введение в физику космических лучей.—М.: Изд-во МГУ, 1968.
10. Романов Ю. А., Филиппов Г. Ф.//ЖЭТФ. **1961**. Т. 40. С. 123.
- [11]. Веденов А.А., Велихов Е.П., Сагдеев Р.З.//Яд. синтез. **1962**. Приложение. 3. С. 465.
12. Drummond W.E., Pines D.//Nucl. Fusion, **1962**. Suppl. 3. P. 1049.
- 13 Сучков А.А. Галактики знакомые и загадочные. М.: Наука, 1988.
14. Трубников Б.Л.//ДАН СССР. **1958**. Т. 118. С. 913.
15. Фадеев В.М., Кварцхава И.Ф., Комаров Н.Н.//Яд. синтез. **1965**. Т. 5. С. 202.
16. Сыроватский С.И., Франк А.Г., Ходжаев А.З.//ЖТФ. **1973**. Т. 43. С. 912.
17. Трубников Б. Л.//[4].—Т. 4. С. **87**.
18. Трубников Б.А.//Физ. плазмы. **1986**. Т. 12. С. 468.
19. Буланов С.В., Сыроватский С.Я.//Тр. ФИАН СССР. **1974**. Т. 74. С. 88.
20. Розанова Г.А. Численное моделирование плазмы на заключительной стадии сжатия пинча.—Автореферат диссертации ... канд. физ.-мат. наук.—М.: ИАЭ, 1989.
- [21] Troubnikov B.A., Vlasov V.P., Zhdanov S.K.//Proc. of 1989 Intern. Conference on Plasma Physics—New Delhi, 1989.—V. 1. P. 297 (rept. 75).
22. Жданов С. К., Трубников Б.Л.//Письма ЖЭТФ. **1986**. Т. 43. С. 178.
23. Trubnikov B. A., Zhdanov S.K.//Phys. Rep. **1987**. V. 155. P. 137.
24. Trubnikov B.A., Zhdanov S.K.//Proc. of the Intern. Workshop on Plasma Physics and Turbulence. V. 2.—Kiev, 1967 — P. 329.
25. Ананин С.И., Вихрев В.В. Препринт ИАЭ-3299/6.—Москва, 1980.
- 26 Власов В.П., Жданов С.К., Трубников Б.А. Препринт ИАЭ № 4828/6.— Москва, 1989.

27. Власов В.П., Жданов С.К., Трубников Б.А.//Письма ЖЭТФ. **1989**. Т. 49. С. 581.
28. Hirano K. et al.//Proc. of the 11th Intern. Conference on Plasma Physics and Controlled. Nuclear Fusion Research. Kyoto'86.— IAEA-CN-47/D-IV-5-1.
29. Raadu. M. A.//Phys. Rep. **1989**. V. 178. P. 25.
30. Peratt A. L.//IEEE Trans. Plasma Sci. **1990**. V. PS-18.—P. 26.
- [31] Peratt A. L. //Ibidem. **1986**. V. PS-14. P. 639.
32. Yusef-Zadeh F., Morris M., Chance D.//Nature, London. **1984**. V. 310. P. 557.
33. Beck R.//IEEE Trans. Plasma Sci. **1990**. V. PS-18. P. 33.
34. Benford G.//Mon. Not. RAS **1978**. V. 183. P. 29.
35. Грайзен К. Физика космических рентгеновских лучей, гамма-лучей и частиц высокой энергии.— М.: Мир, 1976.
36. IEEE Trans. Plasma Sci. **1990**. V. PS-18, № 1.
37. Fedorenko V.N. On the cosmic-ray-generated magnetohydrodynamic turbulence.— Препринты № 1441, 1442—Л.: ФТИ АН СССР, 1990.
38. Troubnikov B.A.//Proc. of Workshop on Plasma Astrophysics. Telavi, Georgia, USSR, 1990.—ESA SP-311.—P. 121.

