

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУКМЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

530.145

**ПРАВИЛО КВАНТОВАНИЯ БОРА—ЗОММЕРФЕЛЬДА
И КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА***А. С. Тарновский*

(Куйбышевский государственный педагогический институт им. В. В. Куйбышева)

В полуквантовой теории Бора для произвольного квазипериодического движения системы условие квантования имеет вид

$$\oint p \, dq = \int_0^t p \, dq = 2\pi n \hbar \quad (n = 0, 1, 2, \dots). \quad (1)$$

Для атома водорода и водородоподобных атомов теория Бора приводит к тем же спектрам излучения и поглощения, что и квантовая механика Гейзенберга—Шредингера. Но в квантовой механике обобщенная координата q и соответствующий ей обобщенный импульс p не могут одновременно иметь точных значений. Поэтому уравнение (1) теряет свой смысл.

В случае круговой орбиты и когда q — угловая переменная, условие (1) можно рассматривать как требование, чтобы на стационарной орбите электрона укладывалось целое число волн де Бройля, или как результат квантования момента импульса электрона. Но в случае произвольного квазипериодического движения и когда q не является угловой переменной, интерпретация условия (1) оказывается неясной.

В настоящее время не существует общепризнанного представления о статусе условия (1) даже в рамках теории Бора—Зоммерфельда. А. Мессиа в книге [1, с. 44] утверждает, что «определение правил квантования есть центральная проблема старой квантовой теории» и что эти правила постулируются на основании интуиции. В справочнике [2, с. 385] условие (1) включается в число постулатов Бора: «Второй постулат Бора (правило квантования орбит)» сводится к квантованию значений момента импульса для электрона, движущегося по круговой орбите.

Однако в физической энциклопедии [3, с. 153] уравнение (1) называется дополнительным условием квантования, которое «часто неправильно включают в число постулатов Бора».

Возникает вопрос, можно ли модифицировать условие (1) так, чтобы его смысл был ясен и в последовательной квантовой механике.

Введем «физическую величину»

$$f = \frac{1}{\psi} \hat{f} \psi, \quad (2)$$

где \hat{f} — квантомеханический оператор физической величины, ψ — функция состояния объекта. В собственном представлении (и в собственном

состояний) рассматриваемой физической величины, т. е. когда $\hat{f}\psi = f\psi$, введенная величина, как следует из (2), совпадает с физической величиной в обычном смысле.

Так, в q -представлении «физическая величина» q совпадает с обобщенной координатой частицы. То же самое будет относиться и к произвольной функции координат: соответствующая «физическая величина» будет совпадать с функцией $f(q)$.

В квазиклассическом приближении $\psi = \exp(iS/\hbar)$ обобщенный импульс в смысле (2) будет иметь вид $p = \partial S/\partial q$, который совпадает с известным выражением обобщенного импульса через действие S [3, с. 399].

Сказанное, по-видимому, оправдывает введение «физических величин» в смысле (2) и замену ими обычных физических величин в уравнении (1). Заменяя импульс p на выражение $-i\hbar \partial \ln \psi / \partial q$, получим

$$-i\hbar \int_0^l \frac{\partial}{\partial q} \ln \psi \, dq = n\hbar,$$

откуда найдем $\psi(l)/\psi(0) = 1$ или $\psi(l) = \psi(0)$ (3). В этом и заключается смысл правила квантования Бора—Зоммерфельда с точки зрения квантовой механики: для периодического по координате q в классическом смысле движения функция состояния объекта в начальной точке $q=0$ и в конце периода $q=l$ должна принимать одно и то же значение.

В частных случаях, например, движения точки по окружности и линейного осциллятора, можно убедиться, что «правило квантования» (3) действительно выполняется. Заметим также, что «правило» (3) можно принять за основу и, рассуждая в обратном порядке, получить условие (1), в котором, однако, в общем случае в качестве координаты и импульса следует понимать не обычные физические величины, а величины в смысле (2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мессиа А. Квантовая механика. Т. 1.—М.: Наука, 1978.
2. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике.—М.: Наука, 1985.
2. Физическая энциклопедия. Т. 1.—М.: Сов. энциклопедия, 1988.