

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

537.874.2

**ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА ОТ ДВИЖУЩЕГОСЯ ЗЕРКАЛА
И РОДСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ*****Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров***

(Физический институт им. П. Н. Лебедева АН СССР)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	155
1. Основные соотношения: исходные уравнения и граничные условия	161
2. Граничные условия для плоских волн. Фазовые инварианты	162
3. Отражение волн от движущегося зеркала, диэлектрика и бегущего параметра	167
4. Отражение и преломление электромагнитных волн на тангенциальном разрыве скорости	176
Заключение	179
Список литературы	179

Введение. Мы будем рассматривать электромагнитные поля в отсутствие их источников в движущихся средах при наличии границ раздела. Эти границы раздела представляют собой поверхности (в простейшем случае — плоские поверхности), по обе стороны от которых среда имеет различные электромагнитные свойства (т. е. разные значения диэлектрической и магнитной проницаемостей). При этом и граница раздела может перемещаться. Ниже мы будем считать, что обе среды и граница раздела между ними движутся с постоянными скоростями. В частном случае мы можем рассматривать границу, движущуюся в неподвижной среде. Простейшим примером может служить среда с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 , отделенная плоской границей от среды с диэлектрической проницаемостью ϵ_2 , причем обе эти среды покоятся, а граница раздела перемещается с постоянной скоростью. Системы такого типа называются системами с бегущим параметром или системами с волной параметра. В рассмотренном выше примере имеется бегущий скачок параметра — диэлектрической проницаемости. Задача о взаимодействии электромагнитных волн с бегущей волной параметра имеет много общего с граничными задачами электродинамики движущихся сред, и мы будем рассматривать как те, так и другие задачи.

Отражение и преломление волн на движущихся границах обладает целым рядом специфических особенностей, в силу которых это явление во многих отношениях отличается от взаимодействия волн с неподвижной границей раздела. Действительно, вспомним основные особенности хорошо изученного и многим знакомого явления — отражения и преломления плоских электромагнитных волн на неподвижной границе раздела двух покоящихся сред (задача Френеля). В этом случае, как хорошо известно, кроме падающей волны имеются еще две волны — отраженная, существующая в той же среде, что и падающая волна, и прелом-

ленная, прошедшая во вторую среду. Все три волны имеют одну и ту же частоту. Направление волновых векторов отраженной и преломленной волн определяется законом Декарта—Снеллиуса (угол падения равен углу отражения, а синусы углов падения и преломления относятся обратно пропорционально показателям преломления соответствующих сред)*). Амплитуды отраженной и преломленной волн определяются формулами Френеля и зависят от поляризации, угла падения и оптических свойств среды по обе стороны от границы.

Движение границы раздела приводит к ряду существенных отличий от только что рассмотренной картины. Прежде всего, частоты падающей, отраженной и преломленной волн все оказываются различными. Угол падения уже не равен углу отражения, и известный закон Декарта—Снеллиуса, определяющий направление распространения отраженной и преломленной волн, заменяется на более сложный. Связь между амплитудами падающей, отраженной и преломленной волн также оказывается более сложной, причем кроме зависимости от угла падения, поляризации и оптических свойств среды появляется еще зависимость от скорости перемещения как границы раздела, так и сред по обе стороны от границы. В некоторых случаях отраженная волна вообще может отсутствовать, и вместо нее по другую сторону от границы появляется вторая преломленная волна. Учет дисперсии среды может приводить к более сложной картине (появление нескольких отраженных или нескольких преломленных волн). Количественное рассмотрение всех этих явлений и составляет содержание настоящего обзора.

Иногда приходится встречаться с мнением, что аппарат электродинамики движущихся сред не является необходимым для расчета конкретных физических эффектов. Согласно этой точке зрения любая задача электродинамики движущихся сред может быть решена в системе координат, в которой среда покоится, а затем с помощью преобразования Лоренца пересчитана на случай движущейся среды. Для безграничных сред (см. [27, 29]) такая точка зрения в известной мере оправдана, хотя и здесь все определяется соображениями удобства вычислений. Иногда проще провести необходимые расчеты сразу для случая движущейся среды, чем сначала рассматривать задачу в покоящейся среде, а затем проводить необходимые преобразования. Если же рассматривать движущиеся среды при наличии границ раздела, то нередко применение аппарата электродинамики движущихся сред дает единственно возможный путь решения. В качестве примера рассмотрим две движущиеся среды, разделенные плоской границей раздела, причем скорости движения сред различны по обе стороны от границы. Простейшим примером является тангенциальный разрыв скоростей, известный еще из гидродинамики, когда скорости потоков по обе стороны от границы раздела лежат в плоскости границы и различны по величине или по направлению. Можно указать и на нормальный разрыв скорости, который осуществляется, например, в ударной волне. В этих случаях вообще не существует такой системы координат, в которой бы и граница, и разделяемые ею среды одновременно покоились. Этот круг задач также будет рассмотрен в настоящем обзоре. Отметим здесь, кстати, одно интересное свойство взаимодействия электромагнитных волн с тангенциальным разрывом скоростей. Как будет показано ниже, в этом случае отражение и преломление волн сопровождается поворотом плоскости поляризации, причем угол поворота пропорционален относительной скорости движения сред.

Указанные выше особенности взаимодействия волн с движущимися границами представляют интерес для ряда практических применений.

*) Относительно учета групповой скорости в задаче Френеля см. [1].

К числу этих применений относится преобразование частоты и усиление электромагнитных волн при отражении и преломлении на движущейся границе раздела. Отметим еще возможность использования переходного излучения на движущейся границе раздела для ускорения заряженных частиц. Эта возможность связана с обращением потерь на переходное излучение в случае движущейся границы раздела: если на покоящейся границе заряд теряет энергию на переходное излучение, то на движущейся границе при определенных условиях возможно увеличение энергии заряда.

Другое возможное применение заключается в том, что по свойствам отраженной и преломленной волн оказывается возможным судить о свойствах границы, а также сред по обе стороны от нее. Таким путем можно определить, например, скорость границы раздела, а также скорости движения и оптические свойства сред по обе стороны от границы. Эти возможности представляют определенный интерес, в частности, для проблемы диагностики плазменных потоков (как в лабораторных условиях, так и в околоземном и в космическом пространстве).

Коснемся теперь вкратце истории вопроса. Первая граничная задача электродинамики движущихся сред в рамках релятивистской теории была рассмотрена А. Эйнштейном в знаменитой работе 1905 г., в которой были сформулированы основы специальной теории относительности [2].

В этой работе в качестве иллюстрации, показывающей применение развитого им аппарата, была решена задача об отражении плоской электромагнитной волны, наклонно падающей на движущееся зеркало. Были определены как кинематические (фазовые) соотношения между волновыми векторами и частотами отраженной и падающей волны, так и амплитудные соотношения. В дальнейшем (1929) Еропкин [3] получил фазовые соотношения на движущейся границе диэлектрика при нерелятивистских скоростях движения границы и среды (формулы первого порядка по отношению u/c — скорости движения обеих сред и границы раздела к скорости света в вакууме). В 1952 г. Ландекер [4] рассмотрел отражение электромагнитных волн, падающих нормально на резкий передний фронт движущегося навстречу волне пучка релятивистских электронов. Он указал на возможность заметного увеличения частоты и амплитуды отраженного сигнала при релятивистских скоростях движения границы. Однако эксперимент, который был теоретически рассмотрен Ландекером, в то время трудно было осуществить, поскольку для этого необходимы были достаточно плотные пучки релятивистских электронов, а таких пучков в то время еще не было. В 1956 г. Ламперт [5] обратил внимание на то, что для получения релятивистских эффектов увеличения частоты и амплитуды при отражении волн необходимо движение границы со скоростью, близкой к скорости света в пустоте. Ламперт отметил, что для наблюдения релятивистских эффектов при отражении волн от движущихся границ раздела могут быть использованы так называемые замедляющие системы, фазовая скорость распространения волн в которых может быть сделана намного меньше, чем скорость распространения волн в пустоте. Примерами таких замедляющих систем могут служить волноводы с частичным диэлектрическим заполнением, диафрагмированные и спиральные волноводы, а также различные гребенчатые и штыревые структуры. В этих системах степень приближения к релятивистскому движению определяется не отношением u/c , где u — скорость движения границы раздела, а c — скорость света в вакууме, а отношением u/c' , где c' — фазовая скорость волн в замедляющей системе. Последнее отношение может быть сделано порядка единицы при значительно меньших скоростях движения среды или границы раздела.

В своей работе Ламперт рассмотрел задачу об отражении волны, нормально падающей на движущуюся границу в замедляющей системе. Им были вычислены частоты и амплитуды прошедшей и отраженной волн. Оказалось, что в случае, когда скорость движения границы раздела превышает фазовую скорость волн в замедляющей системе, отраженная волна отсутствует, а вместо нее позади границы раздела появляется еще одна преломленная волна.

Почти одновременно с работой Ламперта появились исследования Тотаро [6], в которых было рассмотрено отражение и преломление волн на движущихся границах раздела двух сред. Одна из сред (та, в которой была падающая волна) предполагалась покоящейся, а другая среда и граница раздела — движущимися с равной скоростью. Тотаро получил формулы для амплитуд, частот и волновых векторов отраженной и преломленной волн. При выводе автор рассматривал преломленную волну в системе покоя границы и одной из сред, а затем применял преобразования Лоренца. Полученные им формулы имеют громоздкий вид и затрудняют физический анализ результатов. Как будет показано в обзоре (см. ниже), в данном случае более простой и ясный результат может быть получен с помощью аппарата электродинамики движущихся сред.

Идеи, аналогичные тем, которые были рассмотрены в работе Ламперта, были позднее подробно проанализированы в работах Я. Б. Файнберга [7] и его сотрудников*). Им же принадлежит идея о повышении эффективности преобразования частоты и амплитуды при отражении волн от движущейся границы за счет многократного отражения. Один из вариантов этой идеи заключается в том, что волна, отраженная от движущейся границы и испытавшая увеличение частоты и амплитуды, «заворачивается» обратно с помощью неподвижного зеркала и снова падает на ту же движущуюся границу. При втором отражении от движущейся границы происходит снова увеличение частоты и амплитуды. Процесс этот может быть повторен многократно.

В последующие годы появилось значительное количество теоретических работ, посвященных отражению и преломлению волн на движущихся границах и на покоящихся границах, разделяющих движущиеся среды (Болотовский и Столяров [8], Мергелян [9], Столяров [10, 11]). Результаты, полученные в этих работах, повторяются и частично дополняются в ряде последующих работ, как правило, не содержащих ссылок на предшествующие; см. [12—17]). В этих работах получены фазовые, амплитудные и энергетические соотношения, имеющие место при взаимодействии электромагнитных волн с границами раздела для различного рода движущихся сред или же с бегущей волной параметра в покоящейся среде [18].

Полученные теоретические соотношения проверялись в ряде экспериментов. В опытах Хэя, Пинсона и Смита [19] наблюдался сдвиг частоты электромагнитных волн, отраженных от фронта распространяющейся в аргоне ударной волны. Малая скорость ударной волны обусловила малое относительное изменение частоты (порядка $10^{-3}\%$). Несмотря на столь малое значение изменения частоты (и, следовательно, на малость отношения u/c скорости фронта ударной волны к скорости света), экспериментальная методика позволила с хорошей точностью измерять скорость ударной волны. Кроме того, оказалось возможным следить за изменением скорости ударной волны при ее прохождении в ударной трубке. Изменение частоты при однократном отражении рассматривалось также в экспериментах Загородного, Файнберга и Егорова [20]. Отражающей поверхностью служил фронт плазмы, движущейся

*) Значительная часть результатов, опубликованных в работе [7], была получена авторами в 1955 г. и изложена в отчете ФТИ АН УССР № 1021. Работа М. Ламперта [5] была опубликована годом позже.

со скоростью порядка 10^7 см/с. Опыты проводились в замедляющей системе (в спиральном волноводе), где скорость электромагнитных волн составляла примерно $1/200$ от скорости света в пустоте. Относительный сдвиг частоты в этом случае составляет примерно 20%, что и было подтверждено измерениями. Следует здесь отметить, что при достижимых в то время плотностях плазмы она обладала высокой прозрачностью. Коэффициент отражения от движущейся плазмы был малым, и поэтому не наблюдалось релятивистского увеличения амплитуды при отражении.

Изменение частоты при многократном отражении от движущейся плазмы исследовалось в ряде экспериментов. В опытах Линхарта и Орнштейна [21] измерялся рост частоты при многократном отражении волны от сближающихся стенок вакуумной полости, созданной в плазме. В экспериментах Загородного, Файнберга, Егорова и Болотина [22] рассматривалось изменение частоты при многократном отражении электромагнитной волны, запертой между зеркальной стенкой и надвигающимся фронтом плазмы. Вся система была заключена в волновод, а роль зеркальной стенки играло соединение этого волновода с запертым волноводом меньшего диаметра. Первичная волна не могла пройти в этот запертый волновод, и сам факт появления в нем волны свидетельствовал об увеличении частоты. В эксперименте было достигнуто увеличение частоты более чем в два раза (2,3 раза). Скорость плазменного поршня была равна $2 \cdot 10^7$ см/с. Учитывая, что при однократном отражении относительное изменение частоты в этих экспериментах имело порядок $u/c \approx 0,7 \cdot 10^{-3}$, приходим к заключению, что в этих опытах электромагнитная волна испытала порядка тысячи отражений.

Из-за уже упоминавшегося обстоятельства (малой плотности и, следовательно, большой прозрачности потоков плазмы) эксперименты по многократному отражению оказываются более сложными, поскольку при каждом отражении от движущейся плазмы амплитуда волны заметно уменьшается.

Мы не упоминали здесь многочисленных теоретических и экспериментальных исследований, посвященных рассеянию электромагнитных волн на отдельных заряженных частицах. В этом случае изменение частоты волны при рассеянии описывается известными формулами из теории комптон-эффекта. Если пренебречь отдачей частицы при рассеянии электромагнитной волны, то рассмотрение становится чисто классическим, и мы получаем для частот и волновых векторов падающей и рассеянной волн точно такое же соотношение, как и в случае отражения волны от движущейся границы раздела. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Пусть на заряженную частицу с импульсом \mathbf{p}_1 и энергией E_1 падает фотон с импульсом $\hbar \mathbf{k}_1$ и энергией $\hbar \omega_1$ (\mathbf{k}_1 — волновой вектор, ω_1 — частота падающего фотона). После рассеяния возникает фотон с импульсом $\hbar \mathbf{k}_2$ и энергией $\hbar \omega_2$ и при этом импульс и энергия частицы принимают значение \mathbf{p}_2 и E_2 . Запишем законы сохранения энергии и импульса в этом процессе:

$$\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 = \hbar (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1), \quad E_1 - E_2 = \hbar (\omega_2 - \omega_1).$$

Умножим первое из этих равенств скалярно на скорость частиц \mathbf{v} . Мы получим

$$(\mathbf{v}, \Delta \mathbf{p}) = -\hbar (\Delta \mathbf{k}, \mathbf{v}),$$

где $\Delta \mathbf{p} = (\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)$ — изменение импульса частицы при рассеянии волн, а $\hbar \cdot \Delta \mathbf{k} = \hbar (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)$ — изменение импульса фотона. Если изменение импульса частицы достаточно мало, так что можно считать ее движение

равномерным, то можно воспользоваться формулой

$$(\mathbf{v}, \Delta \mathbf{p}) = \Delta E,$$

где $\Delta E = (E_2 - E_1)$ — изменение энергии заряженной частицы при рассеянии волны. С учетом этой формулы из законов сохранения вытекает следующая связь между частотами и волновыми векторами падающей и рассеянной волн:

$$(\mathbf{k}_1, \mathbf{v}) - \omega_1 = (\mathbf{k}_2, \mathbf{v}) - \omega_2.$$

Как мы увидим ниже, точно такое же соотношение выполняется при отражении или преломлении электромагнитной волны на движущейся с постоянной скоростью v плоской границе раздела. Однако уже в амплитудных соотношениях проявляются резкие различия между этими двумя случаями. Различие это заключается в следующем. Рассмотрим моноэнергетический поток быстрых электронов, на который падает плоская монохроматическая волна. Пусть длины падающей и рассеянной волн в системе покоя пучка малы по сравнению со средним расстоянием между частицами пучка $N^{1/3}$ в той же системе (N — плотность пучка). Тогда отдельные частицы в потоке рассеивают независимо, и полная интенсивность рассеянной волны равна сумме интенсивностей волн, рассеянных каждой отдельной частицей, т. е. интенсивность рассеянной волны пропорциональна плотности потока с концентрацией частиц N . Мы имеем в этом случае совокупность независимо рассеивающих частиц. О среде можно говорить в том случае, если среднее расстояние между частицами в пучке мало по сравнению с длиной падающей или рассеянной волны. В этом случае возникает когерентное рассеяние — частицы, заключенные в некотором объеме, рассеивают в фазе. Поэтому амплитуда рассеянной волны пропорциональна числу частиц N в единице объема, а интенсивность пропорциональна квадрату плотности N^2 . Именно такое положение имеет место при отражении и преломлении электромагнитных волн на движущейся границе раздела [42].

Упомянем также некоторые работы, посвященные трансформации волн в средах с бегущим параметром. Теоретические и экспериментальные исследования этих явлений проводились в работах горьковской школы радиофизиков. Примером среды с бегущим параметром может служить среда с нелинейными свойствами, по которой распространяется с постоянной скоростью уединенный импульс сильного поля (солитон). Поскольку в нелинейной среде диэлектрическая или магнитная проницаемости зависят от величины поля, то в области сильного поля, т. е. там, где в данный момент находится импульс сильного поля, значение диэлектрической или магнитной проницаемости отлично от тех же величин в окружающем пространстве. Если на такой импульс падает слабая электромагнитная волна, то уравнения поля относительно этой слабой волны могут быть линеаризованы [18, 23, 24]. Мы, таким образом, приходим к задаче о трансформации (отражении или преломлении) электромагнитной волны на волне параметра, причем последняя не меняется в процессе взаимодействия и ее поэтому можно рассматривать как заданную. Другим примером среды с волной параметра могут служить линии передачи, представляющие собой цепочки контуров RLC (или линии, характеризующиеся погонными значениями R , L или C на единицу длины). В такой линии волна параметра может быть создана либо внешним воздействием (изменением параметров R , L или C по заданному закону, в частности по закону бегущей волны), либо при наличии в линии нелинейности — путем возбуждения в ней сильной волны [18, 24]. Движущийся фронт ионизации в газе дает еще один пример волны параметра. По обе стороны от движущегося фронта среды покоятся, причем проводимость среды перед фронтом равна нулю, а позади фрон-

та имеется ионизованный газ [25]. В работе Дауме и Фрейдмана [26] экспериментально исследовано отражение слабой электромагнитной волны от сильной волны подмагничивания в феррите. Скорость сильной волны была порядка 10^9 см/с. В случае, если слабая электромагнитная волна распространяется навстречу этой сильной волне, происходит отражение слабой волны от движущегося скачка намагничивания. При этом частота отраженной волны должна увеличиться примерно на 5–6%, что и было подтверждено измерениями. Мощность отраженной волны составляла 0,01% мощности падающей волны, что объясняется сильным поглощением отраженной волны в феррите.

В заключение можно сказать следующее. Хотя теоретические представления, лежащие в основе рассмотренных выше экспериментов, не вызывают сомнения, на практике еще не удалось получить большого изменения частоты и амплитуды волн при их отражении от движущейся границы раздела. Это связано либо с малой скоростью перемещения границы раздела, либо с малой плотностью (а следовательно, большой прозрачностью) отражающей среды, в качестве которой в эксперименте используются релятивистские пучки электронов или плазменные потоки. По-видимому, основные надежды на более эффективное увеличение частоты и амплитуды следует связывать с прогрессом в сильноточных электронных и плазменных ускорителях.

Представление о современных экспериментальных возможностях дают работы [48, 49]. В опытах [48] было получено шестикратное увеличение частоты и удвоение энергии волны при отражении от фронта электронного пучка с током порядка 2кА и с энергией электронов порядка 1 МэВ. Падающая волна имела частоту 9,3 ГГц (что соответствует длине волны $\lambda \sim 3$ мм). Аналогичные результаты получены в работе [49].

Перейдем к количественному рассмотрению задач трансформации волн на движущихся границах раздела.

1. Основные соотношения: исходные уравнения и граничные условия [30]. Уравнения Максвелла в однородной изотропной среде, движущейся с постоянной скоростью \mathbf{u} , записываются в виде

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0;$$

здесь \mathbf{E} и \mathbf{H} — электрическое и магнитное поля, \mathbf{D} и \mathbf{B} — электрическая и магнитная индукции, ρ и \mathbf{j} — плотность сторонних зарядов и токов.

Система уравнений (1.1) дополняется материальными уравнениями Минковского, в которые явным образом входит скорость перемещения среды \mathbf{u} :

$$\mathbf{D} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}, \mathbf{H}] = \varepsilon \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}, \mathbf{B}] \right\},$$

$$\mathbf{B} - \frac{1}{c} [\mathbf{u}, \mathbf{E}] = \mu \left\{ \mathbf{H} - \frac{1}{c} [\mathbf{u}, \mathbf{D}] \right\},$$

где ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости, измеренные в системе покоя среды. Уравнения (1.1) и (1.2) позволяют полностью определить поле в однородной движущейся среде.

Рассмотрим теперь две среды, отделенные друг от друга некоторой поверхностью раздела. Пусть одна из этих сред характеризуется пара-

метрами ϵ_1 и μ_1 и скоростью движения \mathbf{u}_1 . Поля в этой среде будем обозначать индексом 1: $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1, \mathbf{V}_1, \mathbf{D}_1)$. Вторая среда характеризуется постоянными ϵ_2 и μ_2 и скоростью движения \mathbf{u}_2 . Поля в этой среде будем обозначать индексом 2: $(\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2, \mathbf{V}_2, \mathbf{D}_2)$. Скорость границы раздела между этими двумя средами обозначим через \mathbf{v} . Мы будем предполагать, что скорость границы раздела \mathbf{v} , вообще говоря, не совпадает со скоростями \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 сред по обе стороны от границы.

При наличии границ раздела систему уравнений (1.1) и (1.2) необходимо дополнить граничными условиями для полей и индукций. В книге [47] эти граничные условия получены в предположении, что граница раздела и среды по обе стороны от нее движутся с одинаковой скоростью. Тогда граничные условия могут быть получены простым пересчетом (преобразованием Лоренца) известных граничных условий из системы координат, в которой и граница и среды покоятся. В общем случае, когда скорости границы и сред по обе стороны от нее различны, подробный вывод граничных условий проведен в работе [31]. Оказывается, что в граничные условия входит только скорость границы раздела, но не скорость сред. В результате оба вывода приводят к одинаковым граничным условиям, которые в отсутствие поверхностных зарядов и токов принимают вид

$$[\mathbf{n}, \mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1] = \frac{v_n}{c} (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1), \quad (1.3)$$

$$[\mathbf{n}, \mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1] = -\frac{v_n}{c} (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1),$$

где v_n — проекция скорости границы раздела на направление \mathbf{n} нормали к ней.

Проекции этих векторных равенств на оси координат дают шесть граничных условий. В частности, условия непрерывности нормальных компонент векторов \mathbf{B} и \mathbf{D} получаются, если взять проекции на нормаль к границе раздела.

Следует иметь в виду, что если поверхность раздела не является плоской, то граничные условия (1.3) носят локальный характер, поскольку направление нормали к границе раздела \mathbf{n} в разных точках различно. Это затрудняет решение граничных задач в общем случае. В следующих параграфах мы, как правило, будем рассматривать трансформацию волн на плоских границах раздела.

2. Граничные условия для плоских волн. Фазовые инварианты. Рассмотрим две однородные движущиеся среды, изотропные в системе покоя. Скорость первой среды обозначим через \mathbf{u}_1 , а ее диэлектрическую и магнитную проницаемости в системе покоя — через ϵ_1 и μ_1 . Аналогичные величины для второй среды обозначим соответственно через ϵ_2 , ϵ_2 и μ_2 . Пусть эти две среды разделены плоской границей, причем эта граница, оставаясь параллельной самой себе, перемещается с постоянной скоростью \mathbf{v} , направленной перпендикулярно плоскости границы раздела.

Пусть на границу раздела из среды ϵ_1 , μ_1 , \mathbf{u}_1 — в дальнейшем для краткости будем называть ее первой средой — падает плоская электромагнитная волна

$$\mathbf{E}_{\text{in}} = \mathbf{E}_0 \exp [i (\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t)]. \quad (2.1)$$

Тогда поле в первой среде представляется в виде суммы падающей волны (2.1) и отраженной волны,

$$\mathbf{E}_{\text{r}} = \mathbf{E}_{1,1} \exp [i (\mathbf{k}_{1,1} \mathbf{r} - \omega_{1,1} t)]. \quad (2.2)$$

Полное поле E_1 в первой среде, таким образом, записывается в виде

$$E_1 = E_0 \cdot \exp[i(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t)] + E_{1,1} \exp[i(\mathbf{k}_{1,1} \mathbf{r} - \omega_{1,1} t)]. \quad (2.3)$$

Сам факт представления поля в первой среде в виде только двух волн, падающей и отраженной, не является очевидным. Действительно, при наличии пространственной дисперсии даже в покоящейся среде может существовать более чем одна отраженная волна. Мы здесь, однако, для простоты считаем, что обе среды по обе стороны от границы раздела не обладают пространственной дисперсией в системе покоя. В этом случае, как будет видно из дальнейшего, по каждую сторону от границы раздела существует не более двух волн. Поэтому поле E_2 во второй среде можно представить в виде

$$E_2 = E_{2,1} \exp[i(\mathbf{k}_{2,1} \mathbf{r} - \omega_{2,1} t)] + E_{2,2} \exp[i(\mathbf{k}_{2,2} \mathbf{r} - \omega_{2,2} t)], \quad (2.4)$$

где $E_{2,i}$ — амплитуда волны i -го номера ($i=1,2$), а $\omega_{2,i}$ и $\mathbf{k}_{2,i}$ — частоты и волновые векторы этих волн.

Некоторые из амплитуд $E_{1,1}$, $E_{2,1}$ и $E_{2,2}$, вообще говоря могут быть равны нулю в зависимости от физических условий. В частности, может равняться нулю амплитуда $E_{1,1}$ отраженной волны при неравных нулю амплитудах прошедших волн $E_{2,i}$. И наоборот, одна из амплитуд $E_{2,i}$ прошедших волн может быть равной нулю при отличной от нуля амплитуде $E_{1,1}$ отраженной волны. Условия, при которых реализуется то или иное решение, будут подробно рассмотрены ниже. Поля (2.3) и (2.4) должны удовлетворять граничным условиям (1.3). Для этого необходимо, чтобы все «сшиваемые» волны в каждой точке границы раздела имели одну и ту же фазу.

Запишем уравнение движущейся плоскости, содержащей границу раздела:

$$(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = vt, \quad (2.5)$$

где \mathbf{n} — нормаль к поверхности раздела, а v — величина скорости границы в направлении нормали к ней. Предполагается, что в начальный момент времени $t = 0$ движущаяся плоскость проходит через начало координат.

Рассмотрим теперь плоскую монохроматическую волну

$$\exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]. \quad (2.6)$$

Запишем волновой вектор \mathbf{k} в виде векторной суммы двух слагаемых, из которых одно, \mathbf{k}_t , параллельно плоскости границы раздела, а другое, \mathbf{k}_n , перпендикулярно ей. Очевидно, можно написать

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}_t + \mathbf{k}_n = \mathbf{k}_t + k_n \mathbf{n}. \quad (2.7)$$

Подстановка этого равенства в (2.7) с учетом (2.5) дает фазу плоской волны на движущейся границе раздела

$$\exp[i(\mathbf{k}_t, \mathbf{r}_t)] \exp[i(k_n(\mathbf{n}, \mathbf{v}) - \omega)t] = \exp[i(\mathbf{k}_t, \mathbf{r}_t)] \exp[i(\mathbf{k}, \mathbf{v}) - \omega)t], \quad (2.8)$$

где \mathbf{r}_t — вектор, лежащий в плоскости поверхности раздела.

Представляя в таком виде фазы всех «сшиваемых» волн на границе раздела и требуя равенства их фаз на границе, получим

$$\mathbf{k}_0 t = \mathbf{k}_{1,1} t = \mathbf{k}_{2,1} t = \mathbf{k}_{2,2} t = \mathbf{l} t. \quad (2.9)$$

Это условие выражает факт равенства тангенциальных компонент волновых векторов всех сопрягаемых волн на границе раздела, и

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_1 = (\mathbf{k}_0, \mathbf{v}) - \omega_0 = (\mathbf{k}_{1,1}, \mathbf{v}) - \omega_{1,1} = \\ = (\mathbf{k}_{2,1}, \mathbf{v}) - \omega_{2,1} = (\mathbf{k}_{2,2}, \mathbf{v}) - \omega_{2,2}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Это условие выражает равенство частот всех сопрягаемых волн в системе координат, в которой граница раздела покоится. В этом легко убедиться, положив в формулах (2.10) скорость границы равной нулю.

Отметим, что в этой системе координат обе среды, вообще говоря, могут перемещаться с различными скоростями. Отсюда ясно, что трансформация частот на движущихся границах связана исключительно с движением самой границы раздела, а не с движением сред по обе стороны от нее. В частности, трансформация частоты будет иметь место и в том случае, когда по покоящейся среде перемещается волна какого-либо параметра среды (плотности, намагниченности и т. д. [18, 24]).

Если задана падающая волна, т. е. считаются известными частота ω_0 и компоненты волнового вектора \mathbf{k}_0 , то соотношения (2.9) и (2.10) позволяют определить частоты и волновые векторы всех остальных волн. Для этой цели кроме этих соотношений нужно использовать дисперсионные уравнения в каждой из движущихся сред. Рассмотрим, например, дисперсионные уравнения для волн в первой среде [30]:

$$\mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\kappa_1}{c^2} \frac{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{u}_1)^2}{1 - (u_1^2/c^2)} = 0. \quad (2.11)$$

При заданной падающей волне в этом уравнении известны тангенциальная компонента волнового вектора $\mathbf{k}_t = \mathbf{I}_t$ и комбинация $I_1 = (k_n v - \omega)$, где $\mathbf{k}_n = (\mathbf{k}, \mathbf{v})$, а \mathbf{n} — единичный вектор нормали к поверхности раздела, который мы считаем направленным из первой среды во вторую. Подставив в уравнение (2.11) $\mathbf{k}_t = \mathbf{I}_t$ и $k_n = (\omega + I_1)/v$, получим квадратное уравнение для частоты ω , решение которого имеет вид

$$(\omega_1)_{1,2} = (-I_1) \frac{[1 + \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_{1n}) (\beta_{1n} + \beta (\beta_{1t}, \mathbf{d}))] \pm \beta Q_1^{1/2}}{[(1 - \beta^2) - \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_{1n})^2]}, \quad (2.12)$$

$$Q_1 = \{[1 + \kappa_1 \gamma_1^2 (1 - \beta_{1n}^2)] - d^2 [(1 - \beta^2) - \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_{1n})^2] + \kappa_1 \gamma_1^2 (\mathbf{d}, \beta_{1t}) [2(1 - \beta \beta_{1n}) + (1 - \beta^2) (\mathbf{d}, \beta_{1t})]\},$$

где

$$\mathbf{d} = c \frac{\mathbf{I}_t}{I_1}, \quad \kappa_1 = (\epsilon_1 \mu_1 - 1), \quad \beta = \frac{v}{c}, \quad \beta_{1n} = \frac{u_{1n}}{c};$$

$$\beta_{1t} = \frac{u_{1t}}{c}, \quad \gamma_1 = \frac{1}{(1 - \beta_{1n}^2)^{1/2}}, \quad \beta_1^2 = \frac{u_1^2}{c^2} = \beta_{1n}^2 + \beta_{1t}^2,$$

а u_{1n} и u_{1t} — это соответственно нормальная и тангенциальная к границе раздела компоненты скорости движения первой среды.

Формула (2.12) дает два значения для частоты в первой среде, выраженные через инварианты I_1 и \mathbf{I}_t , через параметры среды (ϵ_1 , μ_1 , \mathbf{u}_1) и скорость границы раздела v . Одно из этих значений ω определяет частоту падающей волны, а другое — частоту отраженной волны. Зная частоты $(\omega_1)_{1,2}$, из (2.10) можно получить соответствующие значения нормальной компоненты волнового вектора

$$(\mathbf{k}_{1n})_{1,2} = [(\omega_1)_{1,2} + I_1] v^{-1} = \frac{(-I_1) [\beta + \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_{1n}) (1 + (\beta_{1t}, \mathbf{d}))] \pm Q_1^{1/2}}{c [(1 - \beta^2) - \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_{1n})^2]}. \quad (2.13)$$

Таким образом, соотношения (2.9), (2.10), (2.12) и (2.13) полностью определяют значения частоты и волнового вектора для волн в первой среде. Точно такой же вид имеют соотношения для волн во второй среде с соответствующей заменой ϵ_1 на ϵ_2 , μ_1 на μ_2 , \mathbf{u}_1 на \mathbf{u}_2 .

При заданных значениях инвариантов I_1 и \mathbf{I}_t дисперсионные уравнения для каждой из соприкасающихся сред имеют только два решения

(напомним, что это имеет место в пренебрежении дисперсией движущихся сред). Этот факт оправдывает представление полного поля по обе стороны от границы раздела в виде суперпозиции двух волн (2.3) и (2.4).

До сих пор при выводе соотношений (2.12) и (2.13) для частот и компонент волновых векторов мы предполагали, что скорости сред \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 по обе стороны от границы раздела ориентированы произвольным образом. Столь общая постановка вопроса приводит к очень сложным выражениям не только для частот и волновых векторов, но и для амплитуд поля. Физические особенности отражения и преломления волн на границе двух движущихся сред можно уяснить на примере двух частных случаев, которые, по существу, чаще всего и рассматриваются.

В случае нормального разрыва, скорости сред, лежащих по обе стороны от границы раздела, направлены по нормали к плоскости границы. Этот случай мы будем называть случаем нормального разрыва скорости. Он, например, реализуется в ударных волнах. В этом случае роль границы раздела играет фронт ударной волны, а скорость границы раздела v есть скорость фронта. При этом скорость u_1 может быть принята за скорость вещества перед фронтом ударной волны, а скорость u_2 — за скорость вещества позади фронта. Конечно, все эти скорости должны быть такими, чтобы выполнялось условие непрерывности потока вещества через границу. Другим примером нормального разрыва можно считать распространение импульса сильного поля по нелинейной покоящейся среде. В этом случае роль движущейся границы играет фронт импульса. В силу нелинейности среды ее электромагнитные свойства различны по обе стороны от фронта импульса.

При нормальном разрыве скорости выражения для частот и волновых векторов упрощаются. Эти выражения можно получить из формул (2.12) и (2.13), полагая в них $\beta_{1t} = 0$. Тогда получим для первой среды

$$\begin{aligned} (\omega_1)_{1,2} &= (-I_1) \frac{[1 + \kappa_1 \beta_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_1)] \pm \beta Q_1^{1/2}}{(1 - \beta^2) - \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_1)^2}, \\ Q_1 &= \{(1 + \kappa_1) - d^2 [(1 - \beta^2) - \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_1)^2]\}, \quad d = c \frac{I_t}{I_1}, \\ (k_{1n})_{1,2} &= \frac{(-I_1)}{c} \frac{[\beta + \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_1)] \pm Q_1^{1/2}}{[(1 - \beta^2) - \kappa_1 \gamma_1^2 (\beta - \beta_1)^2]}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Эти формулы дают значение частоты и компоненты волнового вектора k_{1n} для двух возможных волн в первой среде. Они выражены через инварианты I_1 и I_t и параметры первой среды и границы раздела. Если в формулах (2.14) выбрать перед корнем знак плюс, то мы получаем частоту и волновой вектор падающей волны. Выбор знака минус дает частоту и волновой вектор отраженной волны (напомним, что тангенциальная компонента волнового вектора отраженной волны совпадает с тангенциальной компонентой волнового вектора падающей).

Соответствующие формулы, определяющие частоты и волновые векторы двух волн во второй среде, получаются из формул (2.14) заменой величин κ_1 , β_1 и γ_1 на величины κ_2 , β_2 и γ_2 .

В дальнейшем мы на нескольких частных случаях подробно разберем полученные выражения для частоты и волнового вектора отраженной и преломленных волн. Предварительно следует обсудить вопрос об определении амплитуд $E_{1,1}$, $E_{2,1}$ и $E_{2,2}$. Эти амплитуды определяются из граничных условий. Если для простоты предположить, что на границе раздела не возникает поверхностных зарядов и токов, то эти граничные условия определяются формулами (1.3). Ниже мы для определенности будем считать, что граница раздела является плоской, а скорость ее

перемещения направлена по нормали к поверхности раздела. Предположим далее, что скорости перемещения сред по обе стороны от границы раздела также направлены по нормали к поверхности раздела. Наконец, будем для простоты рассматривать случай нормального падения волн, т. е. предположим, что векторы \mathbf{k}_0 , $\mathbf{k}_{1,1}$, $\mathbf{k}_{2,1}$ и $\mathbf{k}_{2,2}$ все перпендикулярны плоскости раздела. Этот сравнительно простой случай рассмотрен в [18] и [32]. Ниже мы будем следовать проведенному в этих работах анализу.

Пусть плоская волна с амплитудой E_0 падает из среды 1 навстречу движущейся границе. Из анализа фазовых соотношений мы знаем, что в среде 1 может существовать отраженная волна, а в среде 2 — две преломленных. Чтобы определить амплитуды этих волн, необходимо воспользоваться граничными условиями (1.3). В рассматриваемом случае (нормальное падение плоскости волны) граничные условия (1.3) дают только 2 независимых уравнения. Чтобы в этом убедиться, следует рассмотреть уравнения Максвелла (1.1) в отсутствие зарядов и токов:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad (2.15)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$

для плоских монохроматических волн вида (2.6). Отсюда для векторных амплитуд \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{H} и \mathbf{D} получаем

$$\mathbf{B} = \left[\frac{c\mathbf{k}}{\omega}, \mathbf{E} \right], \quad (\mathbf{k}, \mathbf{D}) = 0, \quad (2.16)$$

$$\mathbf{D} = -\left[\frac{c\mathbf{k}}{\omega}, \mathbf{H} \right], \quad (\mathbf{k}, \mathbf{B}) = 0.$$

Подставим эти значения \mathbf{B} и \mathbf{D} в граничные условия (1.3). Мы получим условия непрерывности для следующих двух величин:

$$(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) \frac{E_t}{\omega} \quad \text{и} \quad (\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) \frac{H_t}{\omega}. \quad (2.17)$$

Напомним, что эти условия непрерывности справедливы в частном случае, когда волновой вектор \mathbf{k} перпендикулярен границе раздела.

Поскольку величина $(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})$ имеет одно и то же значение для всех сопряженных на границе волн, то мы получаем отсюда условия непрерывности величин E_t/ω и H_t/ω при переходе через границу раздела. Таким образом, в случае нормального падения плоской волны мы получаем для определения трех волн $E_{1,1}$, $E_{2,1}$ и $E_{2,2}$ всего два условия. Поэтому для того, чтобы задача имела решение, необходимо привлечение дополнительных соображений. Одним из них, позволяющим в ряде случаев однозначно решить граничную задачу, является условие излучения. Согласно этому принципу [1] следует выбирать те из возможных отраженных и преломленных волн, которые уносят энергию от движущейся границы. Если одна из вторичных волн (отраженная или преломленная) не удовлетворяет этому требованию (т. е. не отводит энергию от границы), то граничная задача становится однозначно определенной. Такая ситуация осуществляется в двух крайних случаях.

В первом из них, который мы в дальнейшем будем называть досветовым, скорость границы раздела меньше, чем групповые скорости волн в обеих средах. Тогда из двух преломленных волн $E_{2,1}$ и $E_{2,2}$ следует ос-

тавить ту, у которой групповая скорость направлена от границы. Следовательно, в досветовом случае имеются одна отраженная волна и одна преломленная.

Во втором случае (в дальнейшем мы будем называть его сверхсветовым) скорость границы превышает групповые скорости волны в обеих средах. При этом мы предполагаем, что граница движется навстречу падающей волне. В сверхсветовом случае отраженной волны нет, но зато позади границы раздела имеются две преломленные волны.

Промежуточный случай, когда скорость границы раздела заключена между групповыми скоростями в обеих средах, оказывается более сложным. Для решения граничных задач в этом случае необходимо привлечение не только условий излучения, но и дополнительных предположений о структуре границы раздела, об устойчивости границы раздела, о роли нелинейности и т. п. [23—25, 32, 33]. Учет этих обстоятельств может, в частности, привести к тому, что по обе стороны от границы раздела необходимо учитывать оба возможных решения. Таким образом, по одну сторону раздела полное поле будет состоять из падающей и отраженной волны, а по другую — из двух преломленных волн.

Выше при определении частоты и волнового вектора для отраженной и преломленной волн мы считали, что величины ϵ и μ являются постоянными, не зависящими от частоты ω и волнового вектора \mathbf{k} . Иными словами, мы пренебрегали дисперсией. При учете дисперсии число решений уравнения (2.11) с заданными инвариантами I_1 (2.9) и I_2 (2.10), вообще говоря, может оказаться больше двух. Чтобы определить амплитуды этих новых волн, необходимы некоторые дополнительные граничные условия, ибо граничных условий (1.3) в этом случае, вообще говоря, недостаточно.

Если волна падает наклонно на движущуюся границу раздела, то и в этом случае все приведенные выше соображения остаются справедливыми. При этом только следует иметь в виду, что понятия «досветовой» случай, «сверхсветовой» случай и т. д. определяются на этот раз не абсолютными значениями групповых скоростей, а их проекциями на нормаль к границе раздела.

3. Отражение волн от движущегося зеркала, диэлектрика и бегущего параметра. Задача об отражении света от движущегося зеркала впервые была рассмотрена в знаменитой работе А. Эйнштейна 1905 г. [2], где были сформулированы основы специальной теории относительности. В этой работе решение указанной задачи производилось в два этапа. Сначала характеристики падающей электромагнитной волны (частота, угол падения и амплитуда) пересчитывались в систему координат, где зеркало покоилось, и в этой системе определялись величины, относящиеся к отраженной волне. Затем производился обратный переход в лабораторную систему координат. Изложенная в предыдущих разделах методика позволяет легко решить эту задачу прямо в лабораторной системе координат без пересчета величин из одной инерциальной системы в другую.

Рассмотрим зеркало, которое движется в вакууме с постоянной скоростью v , причем эта скорость направлена перпендикулярно плоскости зеркала. Введем декартову систему координат (x, y, z) таким образом, чтобы в этой системе ось z была направлена по нормали к плоскости зеркала. Будем считать, что зеркало движется в отрицательном направлении оси z со скоростью v . Таким образом, положение зеркала в момент времени t определяется уравнением $z = -vt$ (см. рис. 1). Пусть на это зеркало падает плоская электромагнитная волна (2.1)

$$E_{in} = \text{Re} \{ F_0 \exp [i(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t)] \}. \quad (3.1)$$

Здесь знак Re означает действительную часть от выражения, стоящего после этого знака. Таким образом, поле \mathbf{E}_{in} может быть записано в виде

$$\mathbf{E}_{\text{in}} = \frac{1}{2} \{ \mathbf{E}_0 \exp [i(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t)] + \mathbf{E}_0^* \exp [-i(\mathbf{k}_0 \mathbf{r} - \omega_0 t)] \}.$$

Выберем оси x и z декартовой системы так, чтобы вектор \mathbf{k}_0 лежал в плоскости (x, z) , которую будем в дальнейшем называть плоскостью падения (см. рис. 1). В случае идеально отражающего зеркала прошедшая волна отсутствует. Поэтому для решения краевой задачи достаточно учесть лишь отраженную волну, которую мы запишем в виде

$$\mathbf{E}_r = \text{Re} \{ \mathbf{E}_1 \exp [i(\mathbf{k}_1 \mathbf{r} - \omega_1 t)] \}. \quad (3.2)$$

Из граничных условий (2.9) следует, что волновой вектор \mathbf{k}_1 отраженной волны лежит в плоскости падения (x, z) .

Определим сначала волновой вектор \mathbf{k}_1 и частоту ω_1 отраженной волны. Это можно сделать с помощью следующих соотношений:

$$k_0 = \frac{\omega_0}{c}, \quad k_1 = \frac{\omega_1}{c}, \quad (3.3)$$

$$I_t = k_0 \sin \vartheta_0 = k_1 \sin \vartheta_1, \quad (3.4)$$

$$(-I_1) = (\omega_0 + k_0 v \cos \vartheta_0) = (\omega_1 - k_1 v \cos \vartheta_1); \quad (3.5)$$

здесь угол ϑ_0 — угол падения, а угол ϑ_1 — угол отражения (см. рис. 1). Соотношения (3.3) являются дисперсионными уравнениями для распространения света в вакууме. Они следуют из уравнения (2.11) при $\epsilon_1 = \mu_1 = 1$ ($\kappa_1 = 0$). Соотношения (3.4) есть следствия (2.9), а соотношение (3.5) вытекает из равенств (2.10).

С помощью соотношений (3.3) — (3.5) можно выразить частоту отраженной волны ω_1 и угол отражения ϑ_1 через ω_0 и ϑ_0 *):

$$\omega_1 = \omega_0 \frac{[1 + (v^2/c^2)] + 2(v/c) \cos \vartheta_0}{1 - (v^2/c^2)}, \quad (3.6)$$

$$\sin \vartheta_1 = \frac{\omega_0}{\omega_1} \sin \vartheta_0 = \frac{[1 - (v^2/c^2)] \sin \vartheta_0}{1 + (v^2/c^2) + 2(v/c) \cos \vartheta_0}. \quad (3.7)$$

Полученные формулы интересны не только в связи с рассматриваемой задачей отражения волн от движущегося зеркала, но дают представление о свойствах отраженных волн для более сложных случаев. В частности, как мы увидим в дальнейшем, эти формулы в известном смысле справедливы и для тех случаев, когда волна частично проходит через движущуюся границу раздела или когда зеркало движется в преломляющей среде. В последнем случае под величиной c нужно понимать скорость света в этой среде.

Обсудим формулы (3.6) и (3.7). Если зеркало движется навстречу падающей волне ($v > 0$), как следует из формулы (3.6), частота отраженной волны ω_1 превышает частоту ω_0 падающей волны. Если падающая волна догоняет зеркало ($v < 0$), то частота отраженной волны всегда меньше частоты падающей. Особенно простой вид формула (3.6) приобретает в случае нормального падения ($\vartheta_0 = 0$):

$$\omega_1 = \omega_0 \frac{1 + (v/c)}{1 - (v/c)}. \quad (3.8)$$

Из формул (3.6) и (3.8) видно, что при релятивистских скоростях движения зеркала отражение связано с заметным изменением частоты.

*) Отметим, что в переводе работы [2] (т. 1, с. 29) формула (3.6) содержит опечатку.

Формула (3.8) может быть получена из простых физических соображений. Действительно, пусть на движущееся зеркало падает волна

$$\exp[i(k_0 z - \omega_0 t)], \quad k_0 = \frac{\omega_0}{c}.$$

В точке $z = -vt$, где находится зеркало, фаза этой волны имеет вид

$$-(k_0 v + \omega_0)t = -\omega_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)t.$$

Это означает, что поле на поверхности зеркала осциллирует с частотой

$$\omega' = \omega_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right).$$

Таким образом, зеркало представляет собой движущийся осциллятор, частота колебаний которого равна ω' . Такой осциллятор излучает вперед волну, частота которой смещена относительно ω' в соответствии с формулами эффекта Доплера [34]

$$\omega_1 = \frac{\omega'}{1 - (v/c)} = \omega_0 \frac{1 + (v/c)}{1 - (v/c)}.$$

Это соотношение совпадает с (3.8). Это же соотношение может быть получено с помощью преобразования Лоренца из обычной задачи об отражении света от покоящегося зеркала. Действительно, если электромагнитная волна

$$\exp[i(kz - \omega t)]$$

падает по нормали на покоящееся зеркало, то образуется отраженная волна, пропорциональная

$$\exp[-i(kz + \omega t)];$$

поскольку частоты падающей и отраженной волн в этом случае равны, направления распространения противоположны. Рассмотрим теперь эту же картину в системе координат, движущейся со скоростью v в положительном направлении оси z . В этой системе скорость зеркала равна $(-v)$, а частоты падающей и отраженной волн равны соответственно

$$\omega'_1 = \frac{\omega - kv}{[1 - (v^2/c^2)]^{1/2}} \quad \text{и} \quad \omega'_2 = \frac{\omega + kv}{[1 - (v^2/c^2)]^{1/2}}.$$

Поэтому отношение частот падающей ω'_1 и отраженной ω'_2 волн в системе, где зеркало движется навстречу падающей волне со скоростью v , равно

$$\frac{\omega'_1}{\omega'_2} = \frac{\omega - kv}{\omega + kv} = \frac{1 - (v/c)}{1 + (v/c)},$$

так как $k = \omega/c$. Эта формула совпадает с формулой (3.8).

Угловая зависимость отраженного излучения определяется формулой (3.7). Если зеркало движется навстречу падающей волне ($v > 0$), то угол отражения θ_1 всегда меньше угла падения θ_0 . При этом независимо от величины угла падения θ_0 угол θ_1 стремится к нулю по мере того, как скорость движения зеркала приближается к скорости света. Если же зеркало движется в ту же сторону, что и падающая волна ($v < 0$), то угол отражения θ_1 всегда больше угла падения. В этом случае ($v < 0$) существует такая область углов падения θ_0 и скоростей движения зеркала v , для которой угол отражения θ_1 превышает $\pi/2$. Для того чтобы в этом убедиться, запишем выражение для $\cos \theta_1$, которое

вытекает из формулы (3.7) для $\sin \vartheta_1$ при $v < 0$:

$$\cos \vartheta_1 = \frac{(1 + \beta^2) \cos \vartheta_0 - 2\beta}{(1 + \beta^2) - 2\beta \cos \vartheta_0}, \quad (3.9)$$

где $\beta = v/c > 0$. Знаменатель в этом выражении всегда положителен, а числитель меняет знак при $\cos \vartheta_0 = 2\beta/(1 + \beta^2)$. Если угол падения ϑ_0 становится больше, чем $\arccos[2\beta/(1 + \beta^2)]$, то, как видно из (3.9), угол отражения ϑ_1 становится больше $\pi/2$. При этом оказывается, что волновой вектор отраженной волны составляет острый угол с направлением скорости зеркала. Отраженная волна распространяется вслед за уходящим зеркалом, но не догоняет его. Действительно, проекция фазовой скорости отраженной волны на нормаль к плоскости зеркала (на ось z) в этом случае ($\cos \vartheta_1 < 0$) равна $c|\cos \vartheta_1|$ (рис. 1). С помощью (3.9) нетрудно убедиться в том, что при выполнении неравенства

$$\beta \leq \cos \vartheta_0 \leq \frac{2\beta}{1 + \beta^2} \quad (3.10)$$

имеем

$$v - c|\cos \vartheta_1| \geq 0, \quad (3.11)$$

т. е. проекция фазовой и групповой (поскольку рассматриваются волны в свободном пространстве, фазовая скорость равна групповой) скорости отраженной волны на направление движения зеркала положительна и

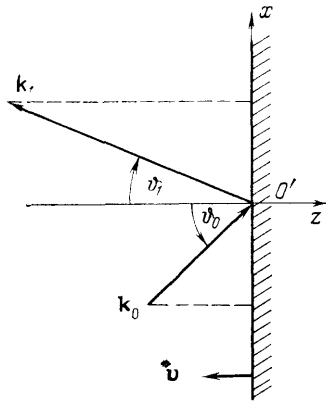


Рис. 1

по абсолютной величине меньше, чем скорость зеркала. Это означает, что отраженная волна по-прежнему отводит энергию от движущегося зеркала.

Левая часть неравенства (3.10) означает, что падающая волна подводит энергию к уходящему от нее зеркалу ($c \cos \vartheta_0 \geq v$), как это и должно быть.

Перейдем теперь к вычислению амплитуды отраженной волны. Рассмотрим два случая:

а) Электрический вектор падающей волны перпендикулярен плоскости падения, т. е. $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_y$, где \mathbf{e}_y — единичный вектор в направлении оси y (см. рис. 1). Тогда и отраженная волна будет иметь ту же поляризацию, т. е. $\mathbf{E}_1 = E_1 \mathbf{e}_y$. Воспользуемся первым из

граничных условий (1.3), выразив в нем магнитную индукцию \mathbf{B} через поле \mathbf{E} из уравнений Максвелла (2.16) для плоских монохроматических волн. Если первое граничное условие (1.3) спроецировать на нормаль к границе раздела, то мы получим

$$\frac{k_{0x}}{\omega_0} E_0 + \frac{k_{1x}}{\omega_1} E_1 = 0. \quad (3.12)$$

Если теперь взять проекцию того же граничного условия на плоскость зеркала, то мы получим

$$\frac{\omega_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{v}}{\omega_0} E_0 + \frac{\omega_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{v}}{\omega_1} E_1 = 0. \quad (3.13)$$

Эти соотношения можно упростить, воспользовавшись тем, что $(\omega_0 - \mathbf{k}_0 \mathbf{v}) = (\omega_1 - \mathbf{k}_1 \mathbf{v})$ и $k_{0x} = k_{1x}$ (см. выражения (2.9) и (2.10) для инвариантов I_1 и I_t). Поэтому оба соотношения (3.12) и (3.13) дают одно со-

отношение, из которого можно определить амплитуду отраженной волны

$$\frac{E_1}{\omega_1} = - \frac{E_0}{\omega_0}. \quad (3.14)$$

Из этого соотношения следует, что амплитуды падающих и отраженных волн относятся как соответствующие частоты. С помощью формулы (3.6) легко получить, что

$$E_1 = - \frac{\omega_1}{\omega_0} E_0 = - \frac{(1 + \beta^2) + 2\beta \cos \vartheta_0}{1 - \beta^2} E_0. \quad (3.15)$$

Напомним, что скорость зеркала $v = c\beta$ считается положительной в том случае, если зеркало движется навстречу волне.

б) Магнитный вектор падающей волны перпендикулярен плоскости падения, т. е. $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{e}_y$ (см. рис. 1). В этом случае второе граничное условие (1.3) позволяет получить два соотношения, которые получаются из (3.12) и (3.13) заменой E_0 на H_0 и E_1 на H_1 . Из этих соотношений можно получить амплитуду H_1 магнитного вектора отраженной волны:

$$H_1 = - \frac{(1 + \beta^2) + 2\beta \cos \vartheta_0}{1 - \beta^2} H_0. \quad (3.16)$$

Соотношения (3.15) и (3.16) похожи друг на друга, хотя и относятся к случаям различной поляризации падающей волны. Это неудивительно, поскольку в вакууме амплитуды электрического и магнитного полей в плоской монохроматической волне равны друг другу.

Как видно из формул (3.6), (3.14) — (3.16), при отражении электромагнитной волны от движущегося в вакууме зеркала ее частота и амплитуда преобразуются по одному и тому же закону.

Мы рассмотрели законы отражения от движущегося идеального зеркала. Если позади движущейся границы раздела вместо идеального металла имеется прозрачный диэлектрик, то формулы для частот и направлений распространения отраженной волны остаются без изменения. Однако выражения для амплитуд отраженной волны будут отличаться от формул (3.15) и (3.16). В простейшем случае, когда волна падает на границу раздела по нормали, а движущаяся среда позади границы раздела не имеет дисперсии, в выражения (3.15) и (3.16) для амплитуды отраженной волны входит дополнительный множитель, равный френелевскому коэффициенту отражения от покоящегося диэлектрика. При наклонном падении эти формулы принимают более сложный вид [32].

Выше (см. Введение) мы упоминали о системах с волной параметра, бегущей по покоящейся среде. Скорость перемещения волны параметра может быть любой, в частности, она может быть больше скорости света в среде и даже в вакууме. Чтобы пояснить такую возможность, рассмотрим в качестве примера линию передачи, представляющую собой цепочку, составленную из ячеек с заданными значениями параметров, например емкости, сопротивления и индуктивности. Такая линия передачи характеризуется определенной скоростью бегущего вдоль нее сигнала. Параметры каждой из ячеек могут изменяться с помощью внешнего воздействия. Рассмотрим простейший случай, когда линия передачи составлена из ячеек с одинаковыми параметрами, например, емкость каждой ячейки равна C_0 . В некоторый начальный момент времени изменим емкость первой ячейки с C_0 до C_1 а емкость всех остальных ячеек оставим без изменения. Через промежуток времени Δt вернем значение емкости в первой ячейке к первоначальному значению C_0 , а емкость второй ячейки в то же время изменим от C_0 до C_1 . Через тот же промежуток времени Δt вернем емкость второй ячейки к первоначальному значению C_0 , а емкость следующей, третьей ячейки изменим от C_0 до C_1 и т. д. Очевидно, что по линии передач побегит волна параметра, в данном случае

волна емкости. Скорость этой волны может быть любой, в частности, при Δt , стремящемся к нулю, скорость волны параметра стремится к бесконечности, ибо в этом случае емкость всех ячеек в линии меняется одновременно. Очевидно, что волну параметра можно создать не только в линии передач, но и в сплошной среде, например, меняя показатель преломления среды с помощью эффекта Керра в сильном внешнем электромагнитном поле.

Любая плоская монохроматическая волна, распространяющаяся в покоящейся среде с бегущим параметром, будет трансформироваться на бегущем скачке параметра, частично проходя через него, частично отражаясь. Для некоторых частных законов изменения бегущего параметра получены формулы для амплитуд трансформированных волн [32]. Не разбирая эти формулы подробно, рассмотрим одну существенную особенность преобразования волн на скачке бегущего параметра. Если скорость перемещения параметра меньше, чем скорость распространения волн в покоящейся среде, то по одну сторону от скачка параметра имеются две волны — падающая и отраженная, а по другую сторону — только одна, прошедшая волна. Частоты и компоненты волновых векторов в отраженной и в прошедшей волнах определяются из формул (2.12) и (2.13) для отраженной волны и аналогичных формул — для прошедшей волны (см. замечание после формулы (2.13)). Для прошедшей волны формулы типа (2.12) и (2.13) дают два возможных решения. Из них следует выбирать то, которое соответствует отводу энергии от движущегося скачка параметра. Обычно это решение имеет вид волны, распространяющейся в том же направлении, что и падающая волна. Амплитуды отраженной и прошедшей волн можно определить из условий непрерывности выражений (2.17) на движущемся скачке параметра.

В том случае, когда скорость перемещения скачка параметра превышает скорость волн в обеих средах, описанный выше выбор решений является неправильным. Пусть скачок параметра движется навстречу падающей волне и его скорость v больше скорости света c/n_1 в покоящейся среде перед ним и скорости c/n_2 в покоящейся среде позади его. Поскольку фазовая скорость света c/n_1 меньше скорости параметра v , то отраженная волна не может отводить энергию от скачка параметра, ибо она не может обогнать этот скачок. С другой стороны, в покоящейся среде позади движущегося скачка параметра обе возможные волны, определяемые решениями типа (2.12) и (2.13), отводят энергию от скачка параметра, ибо его скорость v больше фазовой скорости c/n_2 каждой из них (они не могут догнать движущуюся границу раздела). Поэтому структура решения такова. По одну сторону от скачка параметра имеется только падающая волна, а по другую сторону — две прошедшие волны. Отраженной волны в данном случае нет.

Если скорость v бегущего параметра больше, чем фазовая скорость света в одной среде, и меньше, чем фазовая скорость света в другой (например, $c/n_1 < v < c/n_2$ или $c/n_2 < v < c/n_1$), то выбор решений по обе стороны от скачка существенно усложняется [33]. В частности, для случая, когда $c/n_1 < v < c/n_2$, по обе стороны от скачка параметра следует оставить только по одному решению: перед скачком — падающую волну, а за скачком — уходящую от него прошедшую волну. Отраженная волна и вторая прошедшая волна не отводят энергию от движущегося скачка параметра и поэтому отбрасываются. В результате мы получаем переопределенную задачу: нужно определить амплитуду только одной прошедшей волны, а для этого имеются два независимых уравнения (граничные условия (2.17)). В этом случае, как показал Л. А. Островский [33], скачок параметра становится неустойчивым.

В другом случае, когда $c/n_1 > v > c/n_2$, задача становится недоопределенной. Действительно, в этом случае по одну сторону от скачка па-

раметра наряду с падающей волной существует и отраженная волна, ибо она отводит энергию от границы раздела ($c/n_1 > v$). По другую сторону от скачка обе возможные волны также отводят энергию от движущегося скачка параметра, ибо скорость скачка v превосходит скорость c/n_2 обеих волн, и, таким образом, эти волны не могут догнать скачок. Таким образом, существуют три волны — одна отраженная и две прошедшие. Для определения их амплитуд имеются всего два граничных условия (2.17). Этим условиям недостаточно и они должны быть дополнены еще одним, выбираемым из физических соображений [33].

Задача о трансформации волн на скачке параметра, бегущего со сверхсветовой скоростью, связана с задачей о трансформации волн в однородной резко нестационарной среде. Действительно, пусть покоящаяся среда в области перед скачком параметра имеет показатель преломления n_1 , а позади него — показатель преломления n_2 . В этом случае, когда $v > c/n_1$ и $v > c/n_2$, как уже было сказано, перед скачком имеется одна, падающая, волна, а позади скачка — две прошедшие. Если теперь скорость скачка устремить к бесконечности, то мы фактически получаем мгновенное изменение показателя преломления во всем пространстве от первоначального значения n_1 до значения n_2 . Отсюда, в частности, следует, что при таком скачке одна плоская монохроматическая волна расщепляется на две плоские монохроматические волны (другой частоты), бегущие в двух противоположных направлениях [35, 36].

Вернемся теперь к задаче отражения от движущегося зеркала. Зная законы отражения для монохроматических волн, мы можем рассмотреть отражения волнового пакета. Пусть на движущееся зеркало падает волновой пакет, электрическое поле в котором записывается в виде

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 f\left(t - \frac{z}{c}\right). \quad (3.17)$$

Мы здесь для простоты предполагаем, что пакет распространяется вдоль оси z со скоростью c навстречу движущемуся зеркалу; вектор \mathbf{E}_0 перпендикулярен оси z . Функция $f(\xi)$ определяет форму пакета. Разложим волновой пакет (3.17) в интеграл Фурье по плоским монохроматическим волнам

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega f(\omega) \exp\left[-i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right]. \quad (3.18)$$

Каждая из компонент разложения Фурье представляет собой волну с частотой ω и с амплитудой $f(\omega)\mathbf{E}_0$. Приведенные выше формулы позволяют для каждой из таких волн найти отраженную волну

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(z, \omega_1) \exp\left[-i\omega_1\left(t + \frac{z}{c}\right)\right] &= \\ &= \frac{1+\beta}{1-\beta} f(\omega) \mathbf{E}_0 \exp\left[-i\omega \frac{1+\beta}{1-\beta} \left(t + \frac{z}{c}\right)\right]. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Напомним, что в нашем случае $\omega_1(\omega) = \omega(1+\beta)/(1-\beta)$. Суммируя отраженные волны по всем частотам, получим выражение для отраженного от зеркала волнового пакета

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(z, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega_1 \mathbf{E}_1(z, \omega_1(\omega)) \exp\left[-i\omega_1(\omega)\left(t + \frac{z}{c}\right)\right] = \\ &= \frac{1+\beta}{1-\beta} \mathbf{E}_0 \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega f(\omega) \exp\left[-i\omega \frac{1+\beta}{1-\beta} \left(t + \frac{z}{c}\right)\right] = \\ &= \frac{1+\beta}{1+\beta} \mathbf{E}_0 f\left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \left(t + \frac{z}{c}\right)\right). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Таким образом, отраженный волновой пакет можно получить из падающего следующим образом. Пусть распределение поля в падающем пакете в какой-то момент времени описывается функцией $f(z)$. Тогда распределение поля в отраженном пакете будет описываться выражением $\alpha f(\alpha z)$, где $\alpha = (1+\beta)/(1-\beta)$. Отсюда, в частности, следует, что если зеркало движется навстречу падающему пакету, пространственные размеры которого по порядку величины равны l , то у отраженного пакета пространственный размер уменьшается в $\alpha = (1+\beta)/(1-\beta)$ раз и во столько же раз возрастает величина поля в объеме пакета. Как видно из формулы (3.20), изменение пространственных размеров пакета связано с преобразованием частот при отражении. Из этих формул, в частности, видно следующее. Выберем какую-нибудь точку z и будем измерять длительность прохождения волновых пакетов через эту точку. Тогда если время прохождения падающего пакета равно τ , то время прохождения отраженного пакета равно $\tau/\alpha = \tau(1-\beta)/(1+\beta)$, т. е. в рассматриваемом случае (зеркало движется навстречу пакету) длительность отраженного сигнала в $1/\alpha$ раз меньше длительности падающего сигнала.

Мы для простоты ограничились случаем нормального падения волн (и пакетов) на зеркало. Легко рассмотреть также случай и наклонного падения. При этом все сделанные выше качественные выводы останутся без изменения. Что же касается количественных соотношений, то под величиной α нужно понимать не отношение $(1+\beta)/(1-\beta)$, а величину $\alpha(\theta_0) = [1+\beta^2+2\beta \cos \theta_0]/(1-\beta^2)$.

Формально с помощью этих рассуждений можно прийти к выводу, что, увеличивая скорость зеркала, можно создавать импульсы сколь угодно малой длительности. Следует, однако, иметь в виду, что импульсы малой длительности содержат высокочастотные составляющие, для правильного описания которых необходим учет дисперсии. Известно, например, что если зеркало является идеальным для оптических частот, то начиная с мягкого рентгена оно становится все более и более прозрачным.

Вопрос о получении коротких импульсов света при отражении от ускоренно движущегося зеркала был рассмотрен в работах Л. А. Островского [33, 37]. Заметим, что и в этом случае остается ограничение на дисперсию зеркала в области высоких частот.

В нашем рассмотрении мы считаем, что граница раздела является идеально резкой, т. е. что размер переходного слоя много меньше всех характерных длин в задаче. В том случае, когда зеркало движется навстречу падающей волне, в релятивистском пределе длина отраженной волны может стать очень малой, т. е. может стать сравнимой или даже меньше размера переходного слоя. В крайнем случае, когда длина отраженной волны становится много меньше размера переходного слоя, коэффициент отражения становится экспоненциально малым [38, 39].

Из того, что при отражении меняется частота и амплитуда волны, следует, что поток и плотность энергии в отраженной волне отличаются от соответствующих величин в падающей волне. Это, в свою очередь, означает, что между полем излучения и зеркалом происходит обмен энергией. Если при отражении энергия волны увеличивается, это означает, что зеркало совершает работу над полем. В противном случае поле совершает работу над зеркалом. Обмен энергией невозможен, конечно, без соответствующего обмена импульсом, поэтому, строго говоря, зеркало должно испытывать ускорение. Однако мы предполагаем, что изменение скорости зеркала пренебрежимо мало либо потому, что масса зеркала достаточно велика, либо потому, что существует какой-то механизм, компенсирующий изменение энергии зеркала (например, зеркало

приводится в движение некоторой внешней силой, за счет работы которой поддерживается постоянство скорости).

Энергетический баланс при взаимодействии движущегося зеркала с падающим на него излучением может быть уяснен с помощью закона сохранения энергии для электромагнитного поля. Из системы уравнений Максвелла (1.1), записанных для вакуума ($\mathbf{D}=\mathbf{E}$, $\mathbf{B}=\mathbf{H}$), следует, что для произвольного объема V , ограниченного поверхностью σ , имеет место соотношение

$$\frac{d}{dt} \left[\int_V \frac{E^2 + H^2}{8\pi} dV \right] = - \int_V (\mathbf{j}, \mathbf{E}) dV - \frac{c}{4\pi} \oint_{\sigma} ([\mathbf{E}, \mathbf{H}], d\sigma). \quad (3.21)$$

В качестве поверхности σ выберем две плоскости, параллельные плоскости зеркала и расположенные по разные стороны от него.

Рассмотрим соотношение (3.21) для части объема, соответствующей единице поверхности зеркала. Напомним, что позади зеркала электрическое и магнитное поля равны нулю. При этих условиях, очевидно, левая часть равенства (3.21) равна $-vW$, где v — скорость зеркала, W — плотность электромагнитной энергии:

$$W = \frac{1}{4\pi} (E_0^2 + E_1^2) \quad (3.22)$$

(напомним, что E_0 — амплитуда падающей волны, E_1 — амплитуда отраженной). Второе слагаемое в правой части (3.21) обозначим S_z (мы считаем, что векторный элемент поверхности $d\sigma$ направлен по внешней нормали). Мы, таким образом, получаем

$$- \int_V (\mathbf{j}, \mathbf{E}) dV = -vW - S_z. \quad (3.23)$$

В левой части формулы (3.23) величина \mathbf{j} — это плотность поверхностных токов, индуцированных на зеркале падающей волной. Таким образом, объемный интеграл, стоящий в левой части (3.23), по существу является поверхностным. Кроме того, на поверхности зеркала выполняется соотношение

$$\mathbf{E}_t = - \frac{1}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{H}]_t, \quad (3.24)$$

вытекающее из того обстоятельства, что в системе покоя зеркала на его поверхности тангенциальная составляющая электрического поля обращается в нуль. Подставляя последнее соотношение в левую часть (3.23), получаем

$$- \int_V (\mathbf{j}, \mathbf{E}) dV = \left(\mathbf{v}, \int_{\sigma} \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}] d\sigma \right) = (\mathbf{v}, \mathbf{F}_л) = pv, \quad (3.25)$$

где поверхность интегрирования σ совпадает с поверхностью зеркала, а положительное направление скорости \mathbf{v} показано на рис. 1. В формуле (3.25) введено обозначение

$$\mathbf{F}_л = \frac{1}{c} \int_{\sigma} [\mathbf{j}, \mathbf{H}] d\sigma. \quad (3.26)$$

Величина $\mathbf{F}_л$ есть сила Лоренца, действующая со стороны магнитного поля волны на токи, протекающие по поверхности зеркала. Как видно из (3.25), проекция силы $\mathbf{F}_л$ на скорость перемещения зеркала \mathbf{v} равна световому давлению на движущееся зеркало:

$$F_л = p. \quad (3.27)$$

С учетом (3.25) и (3.27) соотношение (3.23) принимает вид

$$pv = -S_z - vW. \quad (3.28)$$

Формула (3.28) является аналитическим выражением того утверждения, что работа pv , совершаемая единицей поверхности зеркала за единицу времени против сил поля, состоит из двух частей: работы $(-S_z)$, идущей на изменение потока энергии в волне при отражении, и работы $(-vW)$, связанной с изменением объема, занимаемого полем.

4. Отражение и преломление электромагнитных волн на тангенциальном разрыве скорости. Рассмотрим две движущиеся среды, разделенные плоской поверхностью раздела. Если скорости движения сред по обе стороны от границы параллельны поверхности раздела, то, очевидно, скачок скорости при переходе через границу имеет только тангенциальную составляющую. Примеры тангенциальных разрывов скорости встречаются в гидро- и аэродинамике (морские течения и воздушные потоки), а также в физике плазмы (ионосферные потоки и струи в лабораторной плазме). Во всех этих примерах мы будем считать, что поверхности раздела покоятся, т. е. нормальные составляющие скоростей их перемещения равны нулю.

Пусть теперь в одной из движущихся сред распространяется плоская монохроматическая электромагнитная волна, которая падает на поверхность тангенциального разрыва. Требуется определить характеристики отраженной и преломленной волн. Направим ось z по нормали к границе раздела этих сред (см. рис. 2). Пусть среда в полупространстве $z < 0$ имеет в системе покоя диэлектрическую проницаемость ϵ_1 и магнитную проницаемость μ_1 . Аналогичные характеристики для среды, расположенной при $z > 0$, в системе ее покоя равны ϵ_2 и μ_2 . Обозначим скорости движения сред соответственно через \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 . Очевидно, что эти векторы лежат в плоскости (x, y) . Мы можем всегда выбрать такую систему отсчета, в которой одна из сред, например среда с ϵ_1 , μ_1 и \mathbf{u}_1 , покоится. Тогда другая среда (с ϵ_2 , μ_2 и \mathbf{u}_2) будет обязательно двигаться, т. е. как бы «скользить» по покоящейся среде. Поэтому для решения задачи об отражении и преломлении волн на такой границе принципиально необходимо применять аппарат электродинамики движущихся сред. Ниже для простоты мы будем считать, что среда с ϵ_1 и μ_1 , в которой имеются падающая и отраженная волны, покоится, а среда с ϵ_2 и μ_2 , в которой имеется прошедшая волна, движется со скоростью \mathbf{u} в плоскости поверхности раздела, т. е. $\mathbf{u} = u_x \mathbf{e}_x + y_y \mathbf{e}_y$, где $\mathbf{e}_{x,y,z}$ — единичные векторы. Пусть волновой вектор \mathbf{k}_0 падающей волны расположен в плоскости (x, z) и составляет с осью z угол φ_0 (угол падения). Тогда из предыдущего рассмотрения (см. соотношение (2.9)) следует, что волновые векторы отраженной \mathbf{k}_1 и прошедшей \mathbf{k}_2 волн также лежат в плоскости (x, z) , т. е. в плоскости падения. Частоты падающей ω_0 , отраженной ω_1 и прошедшей ω_2 волн также оказываются равными друг другу. Это следует из соотношений (2.10), в которых скорость поверхности раздела в нашем случае равна нулю. Введенные ранее инварианты I_1 и I_2 принимают в данном случае вид

$$I_1 = k_{0x} = k_{1x} = k_{2x}, \quad I_2 = -\omega_0 = -\omega_1 = -\omega_2 = -\omega. \quad (4.1)$$

Подставляя эти значения в соотношение (2.12) и (2.13), получаем следующие выражения для компонент k_{1z} и k_{2z} волновых векторов соответственно в отраженной и прошедшей волнах:

$$k_{1z} = - \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1 \mu_1 - k_{0x}^2 \right)^{1/2} = -k_{0z},$$

$$(k_{2z})_{1,2} = \pm \frac{\omega}{c} \left[\left(1 - \frac{c^2 k_{0x}^2}{\omega^2} \right) + \kappa_2 \gamma^2 \left(1 - \frac{k_{0x}}{\omega} u_x \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.2)$$

где

$$\kappa_2 = \varepsilon_2 \mu_2 - 1, \quad \gamma^{-2} = (1 - \beta_t^2), \quad \mathbf{c}\beta_t = \mathbf{u}_t = u_x \mathbf{e}_x + u_y \mathbf{e}_y.$$

Для получения этих формул из (2.12) и (2.13) нужно учесть, что в рассматриваемом случае $\beta = 0, \beta_{1n} = 0, \beta_{2n} = 0, \beta_{1t} = 0$, а $\beta_{2t} = \mathbf{u}/c$. Из двух возможных знаков перед корнем в выражении для k_{2z} нужно выбирать тот, который соответствует волне с групповой скоростью, направленной от границы раздела [1, 40].

Зная компоненты волновых векторов в падающей, отраженной и прошедшей волнах, можно определить углы отражения и преломления:

$$\operatorname{tg} \vartheta_0 = \frac{k_{0x}}{k_{0z}}, \quad \operatorname{tg} \vartheta_1 = \frac{k_{1x}}{k_{1z}} = -\operatorname{tg} \vartheta_0, \quad \operatorname{tg} \vartheta_2 = \frac{k_{2x}}{k_{2z}}. \quad (4.3)$$

Отсюда видно (см. рис. 2), что угол падения ϑ_0 равен углу отражения ϑ_1 , а угол преломления ϑ_2 можно определить с помощью формул (4.3) и (4.2). Мы, таким образом, определили волновые векторы отраженной и преломленной волн.

Векторные амплитуды $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$ отраженной волны и $(\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2)$ преломленной волны выражаются через векторные амплитуды $(\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0)$ падающей волны с помощью граничных условий (1.3). Соответствующие вычисления и окончательные формулы [9, 11, 41, 43] оказываются довольно громоздкими. Поэтому мы не будем приводить эти результаты в полном виде, а ограничимся некоторыми простыми частными случаями. Предварительно отметим одну существенную особенность, отличающую задачу отражения и преломления на тангенциальном разрыве от аналогичной задачи для покоящихся сред.

В задаче об отражении и преломлении света на границе раздела двух покоящихся сред (классическая задача Френеля)

раздельно рассматриваются два основных случая. В одном из них электрический вектор падающей волны лежит в плоскости падения (плоскость x, z на рис. 2), а магнитный вектор перпендикулярен плоскости падения. При этом оказывается, что электрические векторы отраженной и преломленной волн также лежат в плоскости падения, а магнитные векторы перпендикулярны ей. В другом случае электрические векторы всех трех волн — падающей, отраженной и преломленной — перпендикулярны плоскости падения, а магнитные векторы лежат в ней. Таким образом, расположение векторов поля относительно плоскости падения есть свойство, инвариантная для всех трех волн в отмеченном выше смысле. Иная ситуация имеет место при отражении и преломлении волн на тангенциальном разрыве скоростей двух сред. Например, если электрический вектор падающей волны перпендикулярен к плоскости падения, то электрические векторы отраженной и преломленной волн уже не перпендикулярны плоскости падения, т. е. имеют отличные от нуля (и, вообще говоря, различные) проекции на плоскость падения. Можно сказать, что при отражении и преломлении волн на границе тангенциального разрыва происходит поворот плоскости поляризации в отраженной и преломленной волнах. Угол поворота плоскости поляризации зависит от оптических параметров сред, от скачка скорости на танген-

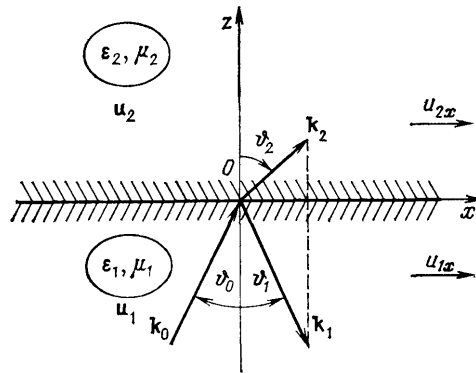


Рис 2

циальном разрыве и от угла падения. Поэтому, измеряя этот угол поворота, можно получить дополнительную информацию о параметрах сред.

Для иллюстрации сказанного приведем простой пример [11]. Пусть плоская монохроматическая волна падает из вакуума на границу раздела с движущейся средой, причем скорость среды лежит в плоскости границы раздела. Все расположение изображено на рис. 2, но только следует иметь в виду, что в данном случае $u_1=0$, $\epsilon_1=\mu_1=1$, $u_2=u=u_x e_x + u_y e_y$, $\mu_2=1$, $\epsilon_2=\epsilon$. Рассмотрим случай, когда электрический вектор \mathbf{E}_0 падающей волны перпендикулярен плоскости падения (плоскости x, z), т. е. $\mathbf{E}_0 = E_{0y} \mathbf{e}_y$. Тогда с помощью граничных условий (1.3), дисперсионного уравнения (2.11) и соотношений (4.1) можно получить выражения для компонент электрических векторов отраженной (\mathbf{E}_1) и преломленной (\mathbf{E}_2) волн [11]:

$$\begin{aligned} E_{1y} &= \left\{ \frac{k_{0z} - k_{2z}}{k_{0z} + k_{2z}} + \frac{\kappa \beta_y^2}{1 - \beta^2} \frac{k_{0z}}{(k_{0z} + k_{2z})} \frac{2k_{0z}}{k_{2z} + (\kappa + 1)k_{0z}} \right\} E_{0y}, \\ E_{2y} &= \frac{2k_{0z}}{k_{0z} + k_{2z}} \left\{ 1 + \frac{\kappa \beta_y^2}{1 - \beta^2} \frac{k_{0z}}{k_{2z} + (\kappa + 1)k_{0z}} \right\} E_{0y}, \\ E_{1x} = E_{2x} &= \frac{\kappa \beta_y [\beta_x - (ck_{0x}/\omega)]}{1 - \beta^2} \frac{k_{0z}}{(k_{0z} + k_{2z})} \frac{2k_{0z}}{k_{2z} + (\kappa + 1)k_{0z}} E_{0y}, \\ E_{0x} &= 0, \end{aligned} \quad (4.4)$$

где $\kappa = (\epsilon - 1)$, $\beta^2 = (\beta_x^2 + \beta_y^2)$, $\mathbf{u} = c\boldsymbol{\beta} = c\beta_x \mathbf{e}_x + c\beta_y \mathbf{e}_y$, $k_{0x} = (\omega/c) \sin \theta_0$, $k_{0z} = (\omega/c) \cos \theta_0$, а выражение для k_{2z} можно получить из формул (4.2). Компоненты E_{1z} и E_{2z} определяются с помощью соотношения

$$(\mathbf{k}, \mathbf{E}) + \kappa \frac{\omega - (\mathbf{k}, \mathbf{u})}{c(1 - \beta^2)} (\mathbf{u}, \mathbf{E}) = 0, \quad (4.5)$$

которое в покоящейся среде эквивалентно условию поперечности электрических векторов \mathbf{E} . Для отраженной волны, распространяющейся в вакууме, это условие имеет вид $(\mathbf{k}_1, \mathbf{E}_1) = 0$.

Проанализируем приведенные формулы. Из них видно, что если в падающей волне \mathbf{E}_0 была только одна компонента E_{0y} , то в отраженной и преломленной волнах появляются все три компонента электрического вектора. Это и означает, что электрические векторы отраженной (\mathbf{E}_1) и преломленной (\mathbf{E}_2) волн не перпендикулярны плоскости падения, т. е. они повернуты относительно вектора \mathbf{E}_0 в падающей волне. Как видно из формул (4.4), компоненты $E_{1x} = E_{2x}$, определяющие поворот векторов \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 относительно вектора \mathbf{E}_0 , пропорциональны компоненте β_y скорости среды в направлении вектора \mathbf{E}_0 . При $\beta_y = 0$ имеем $E_{1x} = E_{2x} = 0$, т. е. векторы \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 параллельны вектору \mathbf{E}_0 и явление поворота плоскости поляризации не имеет места. Отметим также, что $E_{1x} = E_{2x}$ обращается в нуль при $\kappa = 0$, ибо в этом случае нет границы раздела, а также и при $\beta_x = ck_{0x}/\omega$. За подробностями читатель может обратиться к работам [9, 11, 41].

Отметим еще одну интересную возможность, связанную с трансформацией волн на тангенциальном разрыве. Пусть плоскость $z=0$ разделяет две среды (рис. 3), одна из которых, расположенная в области $z > 0$, движется со скоростью u вдоль оси x , а другая среда при $z < 0$ покоится. Из покоящейся среды с ϵ_1 и μ_1 на границу раздела падает волна, зависимость которой от координат и времени выражается множителем $\exp i(k_{0z}z + k_{0x}x - \omega t)$. При $z=0$ поле на границе раздела принимает вид $\exp i(k_{0x}x - \omega t)$. Это означает, что вдоль границы раздела распространяется возбуждение, созданное падающей волной. Скорость

этого возбуждения равна ω/k_{0x} . Если показатель преломления покоящейся среды $n_1 = (\epsilon_1 \mu_1)^{1/2}$ достаточно велик, то в некоторой области углов падения возбуждение распространяется вдоль границы со скоростью, значительно меньшей скорости света в вакууме. В этом случае (см. рис. 3) скорость движущейся среды может оказаться больше скорости возбуждения $u > \omega/k_{0x} = c/(n_1 \sin \vartheta_0)$, т. е. среда обгоняет возбуждение, бегущее вдоль границы раздела. Если скорость перемещения среды относительно возбуждения превышает фазовую скорость света в этой среде в системе ее покоя, отраженная волна уносит от границы раздела большую энергию, чем приносит падающая волна. Возникает усиление волны при отражении. Необходимую энергию дает движущаяся среда, которая при этом тормозится. Это явление, на возможность которого впервые обратил внимание Г. А. Лупанов [44], аналогично обращенному эффекту Вавилова — Черенкова [45, 46].

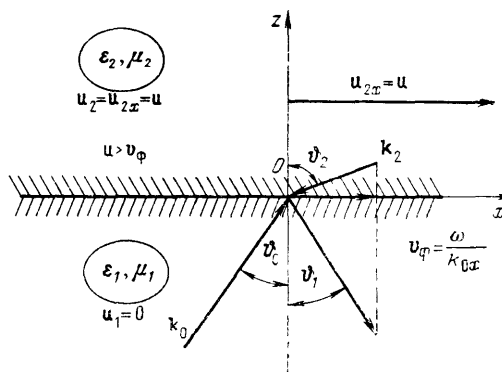


Рис. 3

Заключение. В заключение мы хотели бы отметить следующее обстоятельство. В работе Эйнштейна 1905 г. [2] была изложена в практически законченном виде специальная теория относительности. За более чем 80 лет, прошедших с того времени, к этой работе ничего не было добавлено, если говорить об основах специальной теории относительности. Это относится не только к идейному содержанию работы, но и ко всем использованным в ней формулировкам и введенным в ней понятиям. В ряде областей физики, например, при проектировании ускорителей заряженных частиц, специальная теория относительности стала основой инженерных расчетов. Рассмотренные в настоящем обзоре примеры трансформации волн на движущихся границах раздела по существу вытекают из одной частной задачи, рассмотренной А. Эйнштейном в своей знаменитой работе 1905 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Мандельштам Л. И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике.—М.: Наука, 1972.—С. 435.
2. Эйнштейн А. Собрание научных трудов.—М.: Наука, 1965.—Т. 1. С. 7—35 115—125.
3. Egorkin D. I.//Zs. Phys. 1929. Bd 58. S. 268.
4. Landecker K.//Phys. Rev. 1952. V. 86. P. 852; перевод://Миллиметровые и субмиллиметровые волны.—М.: ИЛ, 1959.—С. 179
5. Lampert M. A.//Phys. Rev. 1956. V. 102. P. 299; перевод, как в [4], с. 145.
6. Totaro C.//Boll. Union Math. Ital. 1957. V. 12. P. 658.
7. Файнберг Я. Б., Ткалич В. С.//ЖТФ. 1959. Т. 29. С. 491.
8. Болотовский Б. М., Столяров С. Н.//Изв. вузов СССР. Сер. «Радиофизика». 1961. Т. 4. С. 1171.
9. Мергелян О. С.//ДАН АрмССР. 1962. Т. 34, № 2. С. 65.
10. Столяров С. Н.//Изв. вузов СССР. Сер. «Радиофизика». 1962. Т. 5. С. 671.
- [11] Столяров С. Н.//ЖТФ. 1963. Т. 33. С. 565.
12. Ryati V. P.//J. Appl. Phys. 1967. V. 38. P. 652.
13. Ramasastri J., Chiu G. Y.//Electron. Lett. 1967. V. 3. P. 479.
14. Shiozawa T., Hazama K., Kumagai N.//J. Appl. Phys. 1967. V. 38. P. 4459.
15. Shiozawa T., Hazama K.//Radio Sci. 1968. V. 3. P. 569.

16. Yeh C.//*Jour. Appl. Phys.* 1965. V. 36. P. 3513.
17. Yeh C.//*Phys. Rev.* 1968. V. 167. P. 875.
18. Островский Л. А., Степанов Н. С.//*Изв. вузов СССР. Сер. «Радиофизика»*, 1971. Т. 14. С. 489.
19. Heu J. S., Pinson J. T., Smith P.//*Nature.* 1957. V. 179. P. 1184.
20. Загороднов О. Г., Файнберг Я. Б., Егоров А. М.//*ЖЭТФ.* 1960. Т. 38. С. 7.
- [21] Linhart J. G., Ornstein L. Th. M.//*IVth Intern. Conference on Ionization Phenomena in Gases.— Uppsala, Sweden, 1959.— V. 2. P. 774.*
22. Загороднов О. Г., Файнберг Я. Б., Егоров А. М., Болотин Л. И.//*ЖТФ.* 1961. С. 31. С. 297.
23. Гапонов А. В., Фрейдман Г. И.//*Изв. вузов СССР. Сер. «Радиофизика»*, 1960. Т. 3. С. 79.
24. Гапонов А. В., Островский Л. А., Фрейдман Г. И.//*Ibidem.* 1967. Т. 10. С. 1376.
25. Фрейдман Г. И.//*ЖЭТФ.* 1961. Т. 41. С. 226.
26. Дауме Э. Я., Фрейдман Г. И.//*ЖЭТФ.* 1962. Т. 43. С. 1102.
27. Тамм И. Б. Основы теории электричества.— М.: Наука, 1976.
28. Зоммерфельд А. Механика деформируемых сред.— М.: ИЛ, 1954.
29. Зоммерфельд А. Электродинамика.— М.: ИЛ, 1958.
30. Болотовский Б. М., Столяров С. Н.//*УФН.* 1974. Т. 114. С. 569; *Эйнштейновский сборник*, 1974.— М.: Наука, 1976.—С. 179.
- [31] Costen R. C., Adamson D.//*Proc. IEEE.* 1965. V. 53. P. 1181; перевод://*ТИИЭР.* 1965. Т. 53. С. 1341.
32. Столяров С. Н.//*Эйнштейновский сборник*, 1975—1976.— М.: Наука, 1978.— С. 152.
33. Островский Л. А.//*УФН.* 1975. Т. 116. С. 315.
34. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля.— М.: Наука, 1973.
35. Morgenthaler F. R.//*IEEE Trans. Microwave Theory and Techn.* 1958.— V. MTT-6. P. 167.
36. Столяров С. Н.//*Кр. сообщ. физ., ФИАН СССР.* 1974. № 1. С. 26.
37. Островский Л. А., Соломин Б. А.//*Изв. вузов СССР. Сер. «Радиофизика»*, 1967. Т. 10. С. 1183.
38. Столяров С. Н.//*Письма ЖТФ.* 1976. Т. 2. С. 880.
39. Столяров С. Н.//*Изв. вузов СССР. Сер. «Радиофизика»*, 1978. Т. 21. С. 174.
40. Болотовский Б. М., Столяров С. Н.//*Эйнштейновский сборник*, 1977.— М.: Наука, 1980.—С. 73.
- [41] Столяров С. Н.//*Изв. АН АрмССР. Сер. «Физика»*, 1975. Т. 10, вып. 1. С. 22.
42. Столяров С. Н.//*КЭ.* 1977. Т. 4. С. 763.
43. Столяров С. Н.//*Proc. of VIII Intern. Conference on Phenomena in Ionized Gases. Wien, August 27 — September 2, 1967.—Wien, 1967.—P. 442.*
44. Лупанов Г. А.//*Изв. вузов СССР. Сер. «Радиофизика»*, 1975. Т. 18. С. 1711.
45. Тамм И. Е. *Собрание научных трудов.*— М.: Наука, 1975. Т. 1. С. 77—99.
46. Болотовский Б. М., Столяров С. Н.//*Изв. вузов СССР. Сер. «Радиофизика»*, 1964. Т. 7. С. 442.
47. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Электродинамика сплошных сред.*— М.: Физматгиз, 1957.— § 57.
48. Pasour J. A., Granatstein V. L., Parker R. K.//*Phys. Rev. Ser. A.* 1977. V. 16. P. 2441.
49. Buzzzi J. M., Doucer H. J., Etlicher V. et al.//*IEEE Trans.* 1977. V. MTT-25. P. 559.