

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

530 12 53151

ПРОБЛЕМА КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ *)

С. Вайнберг

(Лекции имени Мориса Леба по физике
в Гарвардском университете 2, 3, 5 и 10 мая 1988 года)

As I was going up the stair,
I met a man who wasn't there.
He wasn't there again today,
I wish, I wish he'd stay away.

Hughes Mearns

Астрономические наблюдения указывают, что космологическая постоянная на много порядков меньше значения, которое может быть получено в современных теориях элементарных частиц. После краткого обзора истории этой проблемы описываются пять различных подходов к ее решению.

1. Введение. Физика процветает на кризисах. Все мы помним об огромном прогрессе, достигнутом в результате поисков решения многочисленных кризисных проблем в прошлом: неудавшейся попытки измерить скорость движения Земли через эфир, открытия непрерывного спектра бета-распада, τ — θ проблемы, проблемы ультрафиолетовых расходимостей в электромагнитных и слабых взаимодействиях и т. д. К сожалению, в последнее время нам стало не хватать кризисов. Так называемая «Стандартная модель» электрослабых и сильных взаимодействий в настоящее время не имеет ни внутренних противоречий, ни противоречий с данными опыта. Конечно, в ней достаточно незавершенности—мы не знаем никаких причин, почему кварки и лептоны имеют те массы, которые они имеют, однако мы также не знаем и причины, почему бы эти массы должны были быть иными.

Возможно, из-за потребности в кризисе, о котором можно было бы беспокоиться, интерес все больше концентрируется на настоящем кризисе, состоящем в том, что теоретические ожидания для величины космологической постоянной примерно на 120 порядков превышают ограничения, получаемые из наблюдений **). В этих лекциях я сначала сде-

*) Weinberg S. S. The cosmological constant problem (Moris Loeb lectures in physics, Harvard University. May 2, 3, 5, and 10, 1988): UTG-12-88 — Перевод М. Б. Волошина. — Опубликовано: //Rev. Mod. Phys. 1989. V. 61. P. 1–23.

Стивен Вайнберг работает в Теоретической группе физического факультета Техасского университета в Остине, Техас, США.

**) Хорошее нематематизированное описание проблемы космологической постоянной см. в работе Аббота (1988).

© Steven Weinberg 1988

© Перевод на русский язык

Издательство «Наука». Главная редакция
физико-математической литературы.
«Успехи физических наук», 1989

лаю обзор истории данной проблемы, а затем — различных попыток ее решения.

2. Ранняя история. После завершения формулировки общей теории относительности в 1915—1916 гг. Эйнштейн (1917) предпринял попытку применить свою новую теорию ко всей Вселенной как целому. Руководящим принципом он считал статичность Вселенной: «Наиболее важный факт, который мы выводим из нашего опыта, заключается в том, что относительные скорости звезд очень малы по сравнению со скоростью света». Никакого статического решения его первоначальных уравнений нельзя было найти (так же как и для ньютоновской гравитации), поэтому он изменил уравнения, добавив новое слагаемое, содержащее свободный параметр λ — космологическую постоянную*):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R - \lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu}. \quad (2.1)$$

Теперь, при $\lambda > 0$, существовало статическое решение для Вселенной, заполненной пылевидной материей, обладающей нулевым давлением и плотностью массы

$$\rho = \frac{\lambda}{8\pi G}. \quad (2.2)$$

Это решение имеет геометрию сферы S с инвариантной длиной окружности $2\pi r$, где

$$r = (8\pi G)^{-1/2}, \quad (2.3)$$

так что полная масса Вселенной при этом составляет

$$M = 2\pi^2 r^2 \rho = \frac{\pi}{4} \lambda^{-1/2} G^{-1}. \quad (2.4)$$

В некоторых легкомысленных изложениях истории причинной, приведшей Эйнштейна к отказу от предложенной им космологической постоянной, представляется открытие Хабблом расширения Вселенной. Действительная история более сложна и более интересна.

Первое разочарование пришло практически немедленно. Эйнштейн придавал большое значение возникавшей в его модели связи между плотностью массы и геометрией вселенной, так как, следуя Маху, он ожидал, что распределение масс во вселенной должно определять инерциальные системы координат. Тем более досадным для него оказалось то, что его хороший знакомый де Ситтер, с которым Эйнштейн поддерживал связь и во время войны, в том же 1917 г. предложил другую, с виду явно статическую, космологическую модель, вовсе не содержащую вещества (de Sitter, 1917)! Инвариантный интервал в этой модели имеет вид (здесь используется та же система координат, что и у де Ситтера, но обозначения несколько иные)

$$d\tau^2 = \frac{1}{\cosh^2 Hr} [dt^2 - dr^2 - H^{-2} \tanh^2 Hr \cdot (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)], \quad (2.5)$$

где константа H связана с космологической постоянной соотношением

$$H = \left(\frac{\lambda}{3}\right)^{1/2}, \quad (2.6)$$

а плотность и давление вещества равны нулю. Стало очевидным, что вещество не является необходимым для порождения свойства инерции.

*) Здесь используются те же обозначения для метрики, кривизны и т. п., что и в книге Вайнберга (1972).

Примерно в это же время Слайфером было обнаружено красное смещение спектров удаленных объектов. В период с 1910 г. до середины 20-х годов включительно Слайфер (1924) установил, что галактики (известные также как спиральные туманности) имеют красное смещение, значения которого $z \equiv \Delta\lambda/\lambda$ составляют до 6%, и что всего лишь несколько галактик имеют синее смещение. В 1923 г. Вейль указал на то, что в модели де Ситтера должно существовать такое красное смещение, увеличивающееся с расстоянием, так как хотя метрика в координатной системе де Ситтера не зависит от времени, пробные тела в ней не находятся в покое — имеется ненулевая компонента аффинной связности

$$\Gamma'_{tt} = -H \operatorname{sh} Hr \cdot \operatorname{th} Hr, \quad (2.7)$$

которая приводит к красному смещению, пропорциональному расстоянию

$$z \approx Hr \text{ при } Hr \ll 1. \quad (2.8)$$

В книге, оказавшей в свое время значительное влияние, Эддингтон (1924) интерпретировал обнаруженные Слайфером красные смещения спектров галактик в рамках «статической» вселенной де Ситтера.

Разумеется, однако, что хотя космологическая постоянная необходима для статической вселенной, она вовсе не необходима для вселенной расширяющейся. Фридман (1922) описал класс космологических моделей, в которых линейный элемент имеет вид (в современных обозначениях)

$$d\tau^2 = dt^2 - R^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right]. \quad (2.9)$$

Здесь метрика записана в сопутствующих координатах — вселенная расширяется или сжимается соответственно тому, увеличивается или уменьшается $R(t)$, галактики же имеют фиксированные значения координат r, θ, φ . Зависимость от времени космического масштабного фактора определяется уравнением сохранения энергии

$$\left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = -k + \frac{1}{3} R^2 (8\pi G\rho + \lambda). \quad (2.10)$$

Модель де Ситтера является не более чем частным случаем этого решения при $k=0$ и $\rho=0$. Чтобы линейный элемент (2.5) привести к более общему виду (2.9), следует ввести новые координаты

$$\begin{aligned} t' &= t - H^{-1} \ln \operatorname{ch} Hr, \\ r' &= H^{-1} \exp(-Ht) \operatorname{sh} Hr, \\ \theta' &= \theta, \quad \varphi' = \varphi \end{aligned} \quad (2.11)$$

и затем убрать штрихи. Однако в данном классе легко также найти расширяющиеся решения с $\lambda=0$ и $\rho>0$. Пайс (1982) цитирует письмо Эйнштейна Вейлю, датированное 1923 годом, передающее его реакцию на открытие расширения вселенной: «Если не существует квазистатического мира, то долой космологический член!».

3. Формулировка проблемы. К сожалению, не так легко попросту отбросить космологическую постоянную, так как любой вклад в энергию вакуума действует в точности как космологическая постоянная. Лоренц-инвариантность подсказывает нам, что в вакууме тензор энергии-импульса должен иметь вид

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = -\langle \rho \rangle g_{\mu\nu} \quad (3.1)$$

(знак минус появляется здесь потому, что мы используем метрический тензор, который в плоском пространстве-времени имеет $g_{00} = -1$). Сравнение с соотношением (2.1) показывает, что наличие плотности энергии вакуума эквивалентно добавлению слагаемого $8\pi G \langle \rho \rangle$ к эффективной космологической постоянной

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda + 8\pi G \langle \rho \rangle. \quad (3.2)$$

Альтернативно можно сказать, что эйнштейновский космологический член дает вклад, равный $\lambda/8\pi G$, в полную эффективную энергию вакуума

$$\rho_V = \langle \rho \rangle + \frac{\lambda}{8\pi G} = \frac{\lambda_{\text{eff}}}{8\pi G}. \quad (3.3)$$

Грубая оценка экспериментальной верхней границы для λ_{eff} или ρ_V дается измерениями космологического красного смещения как функции расстояния. Программа таких измерений была начата Хабблом в конце 20-х годов. Сегодняшняя оценка значения скорости расширения в современную эпоху составляет

$$\left(\frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \right)_{\text{сейчас}} \equiv H_0 \approx 50-100 \text{ км/с} \cdot \text{Мпс} \approx \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \cdot 10^{-10} \text{ год}^{-1}.$$

Кроме того, мы не видим значительных эффектов кривизны вселенной, откуда очень грубо можно оценить

$$|k| R_{\text{сейчас}}^{-2} \leq H_0^2.$$

Наконец, обычная, не вакуумная, плотность массы во вселенной, во всяком случае, не намного больше, чем ее критическое значение

$$|\rho - \langle \rho \rangle| \leq \frac{3H_0^2}{8\pi G}.$$

Следовательно, из соотношения (2.10) можно заключить, что

$$|\lambda_{\text{eff}}| \leq H_0^2,$$

или, в единицах, используемых физиками,

$$|\rho_V| \leq 10^{-29} \text{ г/см}^3 \approx 10^{-47} \text{ ГэВ}^4. \quad (3.4)$$

Более точное наблюдательное ограничение будет обсуждаться в разделе 5, однако и эта оценка достаточно хороша для наших целей.

Общеизвестная проблема состоит в том, что плотность энергии пустого пространства по всем ожиданиям должна быть несравнимо больше, чем 10^{-47} ГэВ^4 . Начать хотя бы с того, что суммирование вакуумных нулевых колебаний поля массы m с обрезанием по волновому числу колебательных мод при $\Lambda \gg m$ дает плотность энергии вакуума (в системе единиц $\hbar = c = 1$)

$$\langle \rho \rangle = \int_0^\Lambda \frac{4\pi k^2 dk}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{2} (k^2 + m^2)^{1/2} \approx \frac{\Lambda^4}{16\pi^2}. \quad (3.5)$$

Если мы верим в то, что общая теория относительности справедлива при энергиях до планковского масштаба, то мы должны были бы положить $\Lambda \approx (8\pi G)^{-1/2}$, что дало бы

$$\langle \rho \rangle \approx 2^{-10} \pi^{-4} G^{-2} = 2 \cdot 10^{71} \text{ ГэВ}^4. \quad (3.6)$$

Как обсуждалось, величина $|\langle \rho \rangle + (\lambda/8\pi G)|$ составляет меньше, чем примерно 10^{-47} ГэВ^4 , поэтому два слагаемых в ней должны сокращать-

ся с точностью, лучшей 118 десятичных знаков! Даже если учесть энергию вакуумных колебаний в одной только квантовой хромодинамике, то мы могли бы ожидать величины $\langle \rho \rangle$ порядка $\Lambda_{\text{кхд}}^4/16\pi^2$, или 10^{-6} ГэВ⁴, что уже само по себе требовало бы точности около 41 десятичного знака в сокращении с $\lambda/8\pi G$ *).

Кажется весьма удивительным, что физики долгое время не испытывали беспокойства по поводу этой проблемы несмотря на то, что эффект Казимира продемонстрировал реальность энергии вакуумных колебаний **). Поскольку космологическая верхняя граница на величину $|\langle \rho \rangle + (\lambda/8\pi G)|$ несравнимо меньше, чем любое значение, которое можно было ожидать из теории элементарных частиц, работающие в этой области теоретики просто полагали, что по неизвестным причинам эта величина равна нулю. Космологи же были не столь догматичны и продолжали анализировать данные наблюдений в рамках моделей с возможно отличной от нуля космологической постоянной.

Насколько мне известно, первое опубликованное в научной литературе обсуждение вклада квантовых флуктуации в эффективную космологическую постоянную было инициировано астрономическими наблюдениями. Во второй половине 60-х годов казалось, что наблюдается преобладающий избыток квазаров со значениями красного смещения, группирующимися около $z=1,95$. Так как величина $1+z$ есть отношение значений космологического масштабного фактора $R(t)$ в настоящее время и в момент, когда наблюдаемый сейчас свет был испущен, такой избыток можно было бы объяснить, если вселенная задержалась на некоторое время при значении $R(t)$, равном $1/2,95$ современного значения масштабного фактора. Целым рядом авторов (Petrosian, Salpeter and Szekers, 1967; Shklovsky, 1967; Rowan-Robinson, 1968) было высказано предположение, что подобную задержку масштабного фактора около некоторого значения можно приписать модели, предложенной Леметром (1927, 1931). В этой модели имеются положительная космологическая постоянная λ_{eff} и положительная кривизна $k=+1$, точно так же, как и в статической модели Эйнштейна, а масса вселенной выбрана близкой к эйнштейновскому значению (2.4). Масштабный фактор $R(t)$ увеличивается от значения $R=0$, но когда плотность массы падает до величины, близкой к эйнштейновской (2.2), вселенная некоторое время ведет себя как статический мир Эйнштейна, пока не разовьется присущая статической модели неустойчивость, после чего вселенная вновь начинает расширяться. Чтобы на основе этой идеи описать преобладание значений красного смещения около $z=1,95$, плотность энергии вакуума ρ_v должна в $(2,95)^3$ раза превышать современное значение невакуумной плотности массы ρ_0 .

Эти рассуждения привели Зельдовича (1967) к попытке объяснить ненулевую энергию вакуума за счет квантовых флуктуации. Как мы видели, сами нулевые колебания дают слишком большую величину $\langle \rho \rangle$, поэтому Зельдович предположил, что эта энергия сокращается членом $\lambda/8\pi G$, а остается лишь вклад эффектов высших порядков, в частности,

*) Здесь автор имеет в виду непертурбативный, т. е. не описываемый теорией возмущений, дополнительный вклад в энергию вакуума в квантовой хромодинамике. Что касается пертурбативной энергии вакуума, то для нее в квантовой хромодинамике также справедлива оценка, отличающаяся лишь численным коэффициентом от (3.5) — (3.6), и при $\Lambda \sim (8\pi G)^{1/2} \gg \Lambda_{\text{кхд}}$ этот вклад на много порядков превышает непертурбативный. (Примеч. пер.)

**) Казимир (1948) показал, что квантовые флуктуации в пространстве между двумя плоскими проводящими пластинками, расположенными на расстоянии d друг от друга, приводят к появлению силы притяжения между ними, равной на единицу площади $\hbar c \pi^2/240 d^4$, или $1,30 \cdot 10^{-18}$ дин·см²/д⁴. Этот эффект был измерен (Sprague, 1957) и найдена сила на единицу площади, равная $(1-4) \cdot 10^{-18}$ дин·см²/д⁴, когда d менялось в пределах от 2 до 10 мкм.

за счет гравитационной силы между частицами в вакуумных флуктуациях. (На языке фейнмановских диаграмм это соответствует отбрасыванию однопетлевых вакуумных диаграмм и учету вклада двухпетлевых.) Для Λ^3 -частиц с энергией Λ , находящихся в единичном объеме, плотность энергии гравитационного самодействия составляет по порядку величины

$$\langle \rho \rangle \approx \frac{G\Lambda^2}{\Lambda^{-1}} \Lambda^3 = G\Lambda^6. \quad (3.7)$$

Без какого-либо ясного основания Зельдович принял параметр обрезания Λ составляющим около 1 ГэВ; это дает плотность $\langle \rho \rangle \approx 10^{-38}$ ГэВ⁴, что много меньше, чем получается из энергии самих нулевых колебаний, но все еще примерно на девять порядков больше, чем ограничение из наблюдений (3.4) на величину $|\langle \rho \rangle + (\lambda/8\pi G)|$. Ни сам Зельдович, ни кто-либо другой не чувствовали энтузиазма развивать далее эти идеи.

Начало настоящего беспокойства по поводу энергии вакуума восходит, по-видимому, к успеху идеи спонтанного нарушения симметрии в электрослабой теории. В этой теории потенциал скалярного поля имеет вид

$$V = V_0 - \mu^2 \phi^+ \phi + g(\phi^+ \phi)^2 \quad (3.8)$$

(при этом $\mu^2 > 0$ и $g > 0$). Значение потенциала в минимуме составляет

$$\langle \rho \rangle = V_{\min} = V_0 - \frac{\mu^4}{4g}. \quad (3.9)$$

Очевидно, некоторым теоретикам казалось, что V должно равняться нулю при $\phi=0$, что давало бы $V_0 = 0$ и означало бы, что величина $\langle \rho \rangle$ строго отрицательна*). В электрослабой теории в этом случае мы бы имели $\langle \rho \rangle \approx -g(300 \text{ ГэВ})^4$, что даже при значении g столь малом, как α^2 , дало бы $|\langle \rho \rangle| \approx 10^6$ ГэВ⁴ — в 10^{53} раз больше, чем ограничение на ρ_v . Разумеется, мы не знаем никаких причин, почему V_0 или λ должны равняться нулю, и вполне возможно, что V_0 или λ сокращает член $-\mu^4/4g$ (и поправки высших порядков), но этот пример ярко показывает, сколь неестественно получить достаточно малую эффективную космологическую постоянную. Кроме того, в ранней вселенной зависящий от температуры эффективный потенциал имеет положительный коэффициент при члене $\phi^+ \phi$, так что при этом минимум потенциала находится при $\phi \neq 0$, где $V(\phi) = V_0$. Поэтому, чтобы иметь нулевую космологическую константу сегодня, мы вынуждены смириться с ее огромным значением во время, предшествовавшее фазовому переходу вакуума электрослабой теории. (Это не находится в противоречии с экспериментом. Действительно, фазовый переход происходит при температуре T порядка $\mu/g^{1/2}$, поэтому плотность энергии имеющегося при этом чернотельного излучения составляет порядка μ^4/g^2 , что на множитель $1/g$ превышает энергию вакуума (Bludman and Ruderman, 1977).) В еще более ранние моменты времени происходили другие фазовые переходы, а это значит, что существовали эпохи с еще большими значениями эффективной космологической постоянной. Существование таких эпох теперь считается положительным свойством модели — большая космологическая посто-

*) Вельтман (1975) приписывает эту точку зрения Линде (1974), самому себе («будет опубликовано») и Драйтляйну (1974). Мне однако, не кажется, что в работе Линде занята такая позиция. В работе Драйтляйна высказывается предположение, что соотношение (3.9) могло бы дать приемлемо малое значение $\langle \rho \rangle$ при значении $\mu/g^{1/2}$, фиксированном фермиевской константой слабого взаимодействия, если μ очень мало — порядка 10^{-27} МэВ. В работе Вельтмана приводятся основанные на экспериментальных данных аргументы против такой возможности.

янная приводила к раздуванию ранней вселенной, что решает несколько давних проблем космологии (Guth, 1981; Albrecht and Steinhardt, 1982; Linde, 1982). Мы хотим понять, почему эффективная космологическая постоянная мала сейчас, а не почему она всегда была мала.

Прежде чем закончить этот раздел, я хотел бы затронуть один весьма своеобразный аспект проблемы космологической постоянной. Появление этой постоянной делает невозможным найти решение уравнений Эйнштейна, в котором метрика $g_{\mu\nu}$ совпадала бы с постоянным тензором $\eta_{\mu\nu}$ пространства Минковского. Тем самым, исходная симметрия общей ковариантности, которая всегда разрушается в любой заданной метрике $g_{\mu\nu}$, не может быть без «тонкой подстройки» нарушена так, чтобы сохранилась подгруппа пространственно-временных сдвигов.

Эта ситуация необычна. Обычно если теория инвариантна относительно преобразований некоторой группы G , то не требуется «тонкой подстройки» параметров теории, чтобы найти вакуумные решения, сохраняющие любую заданную подгруппу $H \subset G$. Например, в электрослабой теории имеется конечная область параметров, в которой сколько угодно дублетных скалярных полей приобретают вакуумные средние, сохраняющие $U(1)$ подгруппу исходной симметрии $SU(2) \times U(1)$. Почему же данное свойство не выполняется для подгруппы трансляций группы общих координатных преобразований? Предположим, что мы ищем решение полевых уравнений, которое сохраняет трансляционную инвариантность. Когда все поля постоянны, уравнения для материи и гравитации имеют вид

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_i} = 0, \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g_{\mu\nu}} = 0. \quad (3.11)$$

В случае N полей ψ эта система содержит $N+6$ уравнений для $N+6$ неизвестных, поэтому на первый взгляд можно ожидать существование решения и без «тонкой подстройки». Проблема, однако, состоит в том, что, когда удовлетворяются уравнения (3.10), зависимость лагранжиана $\mathcal{L}$ от $g_{\mu\nu}$ становится слишком простой, чтобы допускать существование решения уравнения (3.11). Если все поля положены пространственно-временными константами, то в качестве остатка общей ковариантности выживает $GL(4)$ -симметрия. При преобразованиях группы $GL(4)$

$$g_{\mu\nu} \rightarrow A^\rho_\mu A^\sigma_\nu g_{\rho\sigma}, \quad (3.12)$$

$$\psi_i \rightarrow D_{ij}(A) \psi_j \quad (3.13)$$

лагранжиан преобразуется как скалярная плотность:

$$\mathcal{L} \rightarrow \text{Det } A \cdot \mathcal{L}. \quad (3.14)$$

Если выполнены уравнения (3.10), то $\mathcal{L}$ преобразуется согласно (3.14) под действием одного только преобразования (3.12). Отсюда зависимость от метрики после того, как выполнены уравнения (3.10), определяется однозначно:

$$\mathcal{L} = c (\text{Det } g)^{1/2}, \quad (3.15)$$

где c не зависит от $g_{\mu\nu}$. При таком виде лагранжиана уравнение (3.11) не имеет решений, если только по какой-либо причине коэффициент c не обращается в нуль при условии, что выполнены уравнения (3.10).

Теперь, когда проблема поставлена, мы обратимся к ее возможному решению. В следующих пяти разделах будут описаны пять направлений, в которых шли попытки решить проблему космологической постоянной.

4. Суперсимметрия, супергравитация, суперструны. Вскоре после начала развития полевых теорий с глобальной суперсимметрией Зумино (1975) заметил, что суперсимметрия в таких теориях, если она не нарушена, требует обращения в нуль энергии вакуума. Доказательство этого очень простое. Генераторы суперсимметрии Q_α удовлетворяют соотношению антикоммутации

$$\{Q_\alpha, Q_\beta^+\} = (\sigma_\mu)_{\alpha\beta} P^\mu, \quad (4.1)$$

где α и β — двухкомпонентные спинорные индексы, σ_1, σ_2 и σ_3 — матрицы Паули, $\sigma_0 = 1$, а P^μ — оператор четырехвектора энергии-импульса. Если суперсимметрия не нарушена, то вакуумное состояние $|0\rangle$ удовлетворяет соотношениям

$$Q_\alpha |0\rangle = Q_\alpha^+ |0\rangle = 0, \quad (4.2)$$

и из равенств (4.1) и (4.2) мы заключаем, что вакуум имеет нулевые энергию и импульс:

$$\langle 0 | P^\mu | 0 \rangle = 0.$$

Этот результат также можно получить, рассматривая потенциал $V(\phi, \phi^*)$ киральных скалярных полей теории с глобальной суперсимметрией:

$$V(\phi, \phi^*) = \sum_i \left| \frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi^i} \right|^2, \quad (4.3)$$

где $W(\phi)$ — так называемый суперпотенциал. (Калибровочные степени свободы здесь оставлены в стороне, так как они не влияют на доказательство.) Условие того, чтобы суперсимметрия не была нарушена, состоит в требовании стационарности W по ϕ , что означает, что V принимает наименьшее возможное значение,

$$\langle \rho \rangle = V_{\min} = 0. \quad (4.4)$$

Квантовые эффекты не меняют этого вывода, так как в силу бозе-ферми-симметрии фермионные и бозонные петли взаимно сокращаются.

Неудовлетворительность данного результата заключается в том, что в реальном мире суперсимметрия нарушена, и в этом случае из соотношения (4.1) или (4.3) видно, что энергия вакуума положительно определена. Если бы эта энергия являлась единственным вкладом в эффективную космологическую постоянную, то роль суперсимметрии свелась бы к превращению проблемы космологической постоянной из кризиса в катастрофу, поскольку энергия вакуума предсказывалась бы строго положительной и большой.

К счастью, это еще не вся история. Невозможно определить величину эффективной космологической постоянной, пока в теорию явно не введена гравитация. Любая глобально суперсимметричная теория, включающая гравитацию, неизбежно является также и локально суперсимметричной теорией супергравитации. В такой теории эффективная космологическая постоянная также определяется вакуумной величиной потенциала, однако сам потенциал при этом определяется следующим выражением (Cremmer et al., 1978, 1979; Witten and Bagger, 1982; Barbieri et al., 1982):

$$V(\phi, \phi^*) = \exp(8\pi GK) [D_i W (\mathcal{G}^{-1})^i_j (D_j W)^* - 24\pi G |W|^2], \quad (4.5)$$

где $K(\phi, \phi^*)$ — вещественная функция и известная как кэлеровский потенциал $D_i W$ — определенного вида ковариантная производная:

$$D_i W \equiv \frac{\partial W}{\partial \phi^i} + 8\pi G W \frac{\partial K}{\partial \phi^i}, \quad (4.6)$$

а $(\mathcal{G}^{-1})^i_j$ — матрица, обратная метрике $\mathcal{G}^i_j$ в пространстве полей:

$$\mathcal{G}^i_j \equiv \frac{\partial^2 K}{\partial \phi^{i*} \partial \phi^j}. \quad (4.7)$$

Условие того, что суперсимметрия остается ненарушенной, теперь имеет вид $D_i W = 0$. Данное условие и в этом случае выделяет стационарную точку потенциала, но теперь в этой точке значение V , вообще говоря, отрицательно. Более того, если бы с помощью «тонкой подстройки» мы добились, чтобы существовала такая суперсимметричная стационарная точка, в которой $W=0$ и, следовательно, $V=0$, то такое решение, вообще говоря, не отвечало бы состоянию с наименьшей энергией, хотя и было бы стабильным (Coleman and de Luccia, 1980; Weinberg, 1982). Следует, однако, заметить, что если существует набор значений полей, при которых равенства $W=0$ и $D_i W=0$ для всех i справедливы в низшем порядке теории возмущений, то теория имеет суперсимметричную равновесную конфигурацию, в которой равенство $V=0$ выполняется во всех порядках теории возмущений, хотя это свойство не обязательно справедливо вне рамок теории возмущений (Grisaru, Siegel and Rocek, 1979). Считается, что такое поведение имеет место и в суперструнной теории возмущений (Friedan, Martinec and Shenker, 1986; Martinec, 1986; Dine and Seiberg, 1986; Morozov and Perelomov, 1987; Attic, Moore and Sen, 1987).

Без «тонкой подстройки» можно, вообще говоря, найти не суперсимметричный набор скалярных полей, для которого $V=0$ и $D_i W \neq 0$, но, как правило, это не будет стационарной точкой для V . Таким образом, в супергравитации проблема космологической постоянной уже не катастрофична, а является просто столь же кризисной, как и в не суперсимметричных теориях.

С другой стороны, теории с супергравитацией если и не решают проблемы космологической постоянной, то дают возможность несколько изменить контекст этой проблемы. Было замечено (Cremmer et al., 1983), что существует класс кэлеровских потенциалов и суперпотенциалов, которые в широком диапазоне параметров дают равновесную конфигурацию скалярных полей, для которой $V=0$, даже если при этом суперсимметрия и нарушена. Приведем несколько обобщенный вариант такого класса теорий. Кэлеровский потенциал имеет вид

$$K = -3 \ln |T + T^* - h(C^a, C^{a*})| (8\pi G)^{-1} + \tilde{K}(S^n, S^{n*}), \quad (4.8)$$

а суперпотенциал записывается в виде

$$W = W_1(C^a) + W_2(S^n), \quad (4.9)$$

здесь T , C^a , S^n — киральные скалярные поля. На функции $h(C^a, C^{a*})$, $\tilde{K}(S^n, S^{n*})$, $W_1(C^a)$ и $W_2(S^n)$ не налагается никаких ограничений, за исключением того, что h и $\tilde{K}$ вещественны и что все функции зависят лишь от явно указанных полей, в частности, суперпотенциал не должен зависеть от одного кирального скаляра T .

При этих условиях потенциал (4.5) принимает вид

$$V = \exp(8\pi G \tilde{K}) \left[\frac{1}{3(T + T^* + h)^2} \left(\frac{\partial W}{\partial C^a} \right) (\mathcal{V}^{-1})^a_b \left(\frac{\partial W}{\partial C^b} \right)^* + \right. \\ \left. + (D_n W) (\mathcal{G}^{-1})^n_m (D_m W)^* \right], \quad (4.10)$$

где $(\mathcal{N}^{-1})^a_b$ — матрица, обратная

$$\mathcal{N}^a_b \equiv \frac{\partial^2 h}{\partial C^a \partial C^b}. \quad (4.11)$$

Матрицы $\mathcal{N}^a_b$ и $\mathcal{G}^n_m$ с необходимостью положительно определенные, ввиду их роли в кинетической части лагранжиана скалярных полей:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{kin}} &= -\mathcal{G}^i_j \frac{\partial \phi^{i*}}{\partial x^\mu} \frac{\partial \phi^j}{\partial x_\mu} = \\ &= -\frac{3}{(T+T^*+h)^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x^\mu} + \frac{\partial h}{\partial C^a} \frac{\partial C^a}{\partial x^\mu} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial x_\mu} + \frac{\partial h}{\partial C^b} \frac{\partial C^b}{\partial x_\mu} \right)^* - \\ &\quad - \frac{3}{|T+T^*+h|} \mathcal{N}^a_b \frac{\partial C^{a*}}{\partial x^\mu} \frac{\partial C^b}{\partial x_\mu} - \mathcal{G}^n_m \frac{\partial S^{n*}}{\partial x^\mu} \frac{\partial S^m}{\partial x_\mu}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Следовательно, выражение (4.10) неотрицательно, и поэтому без дальнейшей «подстройки» можно ожидать, что оно имеет стационарную точку, в которой $V=0$, выделяемую условиями

$$\frac{\partial W}{\partial C^a} = D_n W = 0. \quad (4.13)$$

Однако такая конфигурация необязательно суперсимметрична, так как в ней

$$D_a W \equiv \frac{\partial W}{\partial C^a} + 8\pi G \frac{\partial K}{\partial C^a} W = -\frac{3}{|T+T^*+h|} \frac{\partial h}{\partial C^a} W, \quad (4.14)$$

и это выражение необязательно равно нулю. (Заметим, однако, что для того, чтобы суперсимметрия нарушалась, существенно, чтобы суперпотенциал действительно зависел от всех киральных скаляров S^n , так как в противном случае условия $D_n W=0$ одновременно требуют и равенства $W=0$, откуда следует, что и $D_a W=0$.)

Суперпотенциал W зависит от C^a и S^n и не зависит от T . Поэтому условия (4.13), вообще говоря, фиксируют значения C^a и S^n в минимуме потенциала V , а T остается неопределенным. Поле T входит в потенциал только в общем масштабном множителе при члене, зависящем от C^a , поэтому такие модели называются безмасштабными («no-scale»). Интенсивное исследование феноменологии таких моделей проводилось в ЦЕРН в течение нескольких лет после 1983 г. (Ellis et al., 1984a, 1984b; Barbieri et al., 1985).

Разумеется, эти модели не решают проблему космологической постоянной, так как ни соотношение (4.8), ни соотношение (4.9) не диктуются каким-либо известным физическим принципом. В частности, для того чтобы сократилось второе слагаемое в (4.5), существенно, чтобы коэффициент при логарифме в первом слагаемом в (4.8) составлял явно произвольную величину $-3/8\pi G$.

Этим обусловлен тот большой интерес, который возник, когда в одной из работ по физическим приложениям теории суперструны было обнаружено, что компактификация шести из десяти исходных измерений дает четырехмерную супергравитацию с кэлеровским потенциалом и суперпотенциалом вида (4.8) и (4.9) соответственно. В частности, Виттен (1985) нашел кэлеровский потенциал вида (4.8) с функцией h , квадратичной по полям C^a , $\tilde{K} = -\ln(S+S^*)/8\pi G$, и суперпотенциалом, зависящим только от полей S . Используя идею о конденсации калибровочных фермионов, Дайн и др. (1985) смогли придать суперпотенциалу зависимость от полей S (впрочем, они не рассматривали зависимость кэлеровского потенциала и суперпотенциала от полей C^a). В этой ра-

боте поле S являлось комплексной функцией (теперь ее часто называют Y) полей дилатона и аксиона в четырех измерениях, в то время как поле T представляло масштаб компактного 6-мерного многообразия. В этих моделях множитель 3 в соотношении (4.8) возникает из-за того, что имеет место компактификация на комплексное многообразие комплексной размерности $(10-4)/2=3$ (Chang et al., 1988).

Как бы ни были интригующи эти результаты, их никто (включая авторов) не рассматривал всерьез как решение проблемы космологической постоянной. Проблема в том, что никто не ожидает, что простые структуры вида (4.8), (4.9) сохранятся в высших порядках теории возмущений, потому что эти структуры не гарантируются какой-либо симметрией, выживающей при доступных энергиях.

Недавно Мур (1987a, 1987b) попытался атаковать эту проблему со специфически струнных позиций. В ранних работах (Rohm, 1984; Polchinski, 1986) было показано, что при вычислении вакуумной плотности энергии сумма по нулевым энергиям мод колебаний может быть преобразована в интеграл определенного вида по комплексному «модулярному параметру» τ . (В струнных теориях двумерная конформная симметрия приводит к занулению энергии вакуума на древесном уровне.) Мур заметил, что при определенных видах компактификации имеется дискретная симметрия пространства модулей, известная как симметрия Аткина — Ленера, в силу которой интеграл по τ равняется нулю, несмотря на отсутствие пространственно-временной суперсимметрии. В известных до сих пор примерах, где это происходит, требуется компактификация до двух, а не до четырех измерений, однако не кажется исключенным, что можно найти и четырехмерные примеры. Более серьезное препятствие состоит в том, что, похоже, симметрия Аткина — Ленера принципиально связана с рассмотрением на однопетлевом уровне.

В самом деле, очень трудно понять, каким образом свойства супергравитации или суперструны могли бы сделать космологическую постоянную достаточно малой. Недостаточно, чтобы энергия вакуума сокращалась в низшем порядке или в любом конечном порядке теории возмущений — даже непертурбативные эффекты, такие как инстантоны в квантовой хромодинамике, дают слишком большой вклад в эффективную космологическую постоянную, если только он не сокращается каким-либо другим механизмом. Согласно нашим современным теориям такие свойства элементарных частиц, как приближенное сохранение барионного и лептонного чисел, диктуются калибровочными симметриями стандартной модели, выживающими при достижимых энергиях. Нам неизвестна подобная симметрия (оставляя в стороне нереалистичский пример ненарушенной суперсимметрии), которая удерживала бы эффективную космологическую постоянную на приемлемо малом уровне. Можно себе представить, что в супергравитации свойство обращения в нуль эффективной космологической постоянной все же сохраняется при низких энергиях, несмотря на отсутствие симметрии, которая это свойство обеспечивает, но такое положение находилось бы в противоречии со всем нашим опытом в теоретической физике.

5. Антропное рассмотрение. Теперь я обращусь к совершенно иному подходу к проблеме космологической постоянной, основанному на том, что Картер (1974) назвал антропным принципом*). Кратко, антропный принцип утверждает, что мир таков, каков он есть, по меньшей мере частично потому, что в противном случае некому было бы спра-

*) Недавнее обсуждение антропного принципа содержится в книгах (Davies, 1982) и (Barrow and Tipler, 1986), а также в статьях (Carter, 1983; Page, 1987) и (Rees, 1987).

шивать о том, почему мир именно такой. Существует целый ряд различных версий этого принципа, начиная от столь слабых, что они являются тривиальными, до столь сильных, что они превращаются в абсурд. На мой взгляд, заслуживают того, чтобы быть выделенными здесь, три из этих версий:

1) В одной весьма слабой версии антропный принцип сводится просто к тому, что наше существование принимается как еще один экспериментальный факт. Вспомните, например, шутку М. Гольдхабера о том, что «мы знаем своими костями», что время жизни протона превышает примерно 10^{16} лет, так как в противном случае мы не смогли бы выжить из-за ионизирующих частиц, рождаемых при распаде протонов в организме. Никто не может оспаривать эту версию, но она не помогает нам объяснить что-либо, в частности, *почему* протон живет так долго. Она также не дает нам особенно полезной экспериментальной информации — экспериментаторы (и Гольдхабер в их числе) дали нам гораздо лучшие ограничения на время жизни протона.

2) В другой весьма сильной версии антропный принцип утверждает, что законы природы, исходно неполные, становятся полными при требовании, что должны осуществиться условия, позволяющие возникновение разумной жизни. В качестве обоснования приводится то, что наука (и квантовая механика в частности) не имеет смысла без наблюдателей. Я не знаю, как достичь какого-то решения в таких материях, и поэтому просто выскажу свое мнение, что хотя наука и невозможна без ученых, совсем не ясно, что вселенная невозможна без науки.

3) Умеренная версия, иногда называемая «слабым антропным принципом», сводится к объяснению того, в какой стадии эволюции вселенной и ее части мы живем, путем вычисления, в каких стадиях эволюции и частях вселенной мы могли бы жить. Примером может служить первое, как я думаю, применение антропных аргументов в современной физике, использованное Дики (1961) в связи с проблемой, поставленной Дираком (1937). Суть этой проблемы в том, что, как заметил Дирак, комбинация фундаментальных констант, имеющая размерность времени, составляет величину порядка современного возраста Вселенной:

$$\frac{\hbar}{Gm_{\pi}^3} = 4,5 \cdot 10^{10} \text{ лет.} \quad (5.1)$$

(Имеется много разных форм записи подобного соотношения, отличающихся заменой m_{π} на разные комбинации масс элементарных частиц и введением степеней величины $e^2/\hbar c$. Оригинальный вариант совпадения «больших чисел» у Дирака эквивалентен использованию (5.1) в качестве формулы для возраста Вселенной с заменой m_{π} на $(137m_p m_e^2)^{1/3} = 183 \text{ МэВ}$. На самом деле существует столько разных возможностей, что позволительно усомниться в том, есть ли вообще совпадение чисел, которое требует объяснения.) Дирак рассудил, что если в подобном соотношении есть смысл, то, поскольку возраст вселенной растет (линейно) со временем, некоторые константы в левой части (5.1) должны меняться во времени. Его догадка состояла в том, что изменяется как $1/t$ величина G . В ответ Дики указал, что вопрос о возрасте Вселенной может возникнуть, только когда имеются подходящие условия для существования жизни. Конкретно, вселенная должна быть достаточно старой, чтобы некоторые звезды закончили свою эволюцию на главной последовательности с тем, чтобы произвести тяжелые элементы, необходимые для жизни, и она должна быть достаточно молодой, чтобы некоторые звезды все еще давали энергию за счет ядерных реакций. Оказывается, что как верхняя, так и нижняя границы на возраст все-

ленной, при котором может существовать жизнь, грубо (очень грубо!) совпадают как раз с величиной (5.1). Следовательно, нет необходимости предполагать, что какие-либо из фундаментальных констант меняются со временем, для того, чтобы объяснить приближенное согласие величины (5.1) с современным возрастом Вселенной.

Именно этот «слабый антропный принцип» используется в настоящем разделе. Уместность его применения обусловлена тем фактом, что в некоторых современных космологических моделях у вселенной есть такие части в пространстве или такие стадии развития во времени, в которых космологическая постоянная может принимать различные значения в широком диапазоне. Вот несколько примеров:

1. Энергия вакуума может зависеть от вакуумного среднего скалярного поля, которое медленно меняется при расширении вселенной, как это имеет место в модели Бэнкса (1985).

2. В модели Линде (1986, 1987, 1988b) флуктуации скалярных полей порождают экспоненциально расширяющиеся области вселенной, внутри которых последующие флуктуации порождают следующие расширяющиеся области — «подвселенные» и т. д. Так как подвселенные возникают из флуктуации полей, они имеют разные значения всевозможных «универсальных констант».

3. Вселенная может пройти через большое число фазовых переходов первого рода, при которых образуются пузырьки, заполненные фазой с меньшей энергией, внутри которых затем образуются пузырьки с фазой, имеющей еще меньшую энергию, и так далее. Такое поведение может осуществляться, если потенциал некоторого скалярного поля имеет много невысоких локальных максимумов, как в модели Аббота (1985), либо если стенки пузырей являются элементарными мембранами, взаимодействующими с калибровочным потенциалом $A_{\mu\nu}$, являющимся 3-формой, как это имеет место в модели Брауна и Тейтельбойма (1987a, b).

4. Вселенная могла начать эволюцию с квантового состояния, в котором космологическая постоянная не имела определенного значения. Любое «измерение» свойств вселенной дает распределение возможных значений космологической постоянной с априорными вероятностями, определяемыми начальным состоянием (Hawking, 1987a). Пример такой ситуации встретится нам в разделе 8

В моделях перечисленных типов вполне разумно применить антропное рассмотрение, чтобы выяснить, какую стадию эволюции или какую часть Вселенной мы могли бы заселять и, следовательно, какую величину космологической постоянной мы могли бы при этом наблюдать.

Большая космологическая постоянная препятствовала бы возникновению жизни за счет различных механизмов, зависящих от знака λ_{eff} . При большом *положительном* значении λ_{eff} вселенная очень рано входит в режим экспоненциального расширения, который затем длится вечно. Экспоненциальное расширение препятствует образованию гравитационно связанных сгустков материи, но если такой сгусток образуется, его дальнейшая эволюция не зависит от величины космологической постоянной. Мы, конечно, не знаем, сколь странные формы может принимать жизнь, но трудно вообразить, что она могла бы вообще развиться без гравитационной конденсации вещества из изначально гладкой однородной вселенной. Поэтому антропный принцип весьма твердо предсказывает, что λ_{eff} должна быть достаточно мала, чтобы допускать образование достаточно больших гравитационно связанных сгустков (Weinberg, 1987).

Этот вопрос был исследован количественно, однако основной результат можно понять без детальных вычислений. Мы знаем, что в на-

шей Вселенной гравитационная конденсация началась уже при красном смещении $z_c \geq 4$. В это время плотность энергии превышала современную плотность массы ρ_{M_0} на множитель $(1+z_c)^3 \geq 125$. Космологическая постоянная не оказывает заметного влияния, пока невакуумная плотность энергии превышает ρ_V . Поэтому можно заключить, что плотность энергии вакуума ρ_V , не превышающая, скажем, $100 \rho_{M_0}$, достаточно мала, чтобы не препятствовать гравитационной конденсации вещества. (Количественное рассмотрение (Weinberg, 1987) показывает, что при $k=0$ плотность энергии вакуума, не превышающая $\pi^2(1+z_c)^3 \rho_{M_0}/3$, не препятствует гравитационной конденсации при красном смещении z_c , что дает $410 \rho_{M_0}$ при $z_c=4$.)

Из этого результата можно с достаточным основанием заключить, что если именно антропный принцип объясняет малость космологической постоянной, то мы могли бы ожидать существования плотности энергии вакуума $\rho_V \sim (10-100) \rho_{M_0}$, так как нет никаких антропных причин, по которым эта величина должна быть меньше.

Допускают ли такую большую плотность энергии вакуума наблюдательные данные? Существует целый ряд различных типов астрономических данных, которые дают различающиеся ответы на этот вопрос.

5.1. Плотность массы. Если, как часто предполагается, вселенная сейчас имеет пренебрежимо малую пространственную кривизну, то

$$\Omega_V + \Omega_{M_0} = 1, \quad (5.2)$$

где Ω_V и Ω_{M_0} — отношения современных значений плотности энергии вакуума и плотности массы к критической плотности:

$$\Omega_V \equiv \frac{8\pi G \rho_V}{3H_0^2} = \frac{\lambda_{\text{eff}}}{3H_0^2}, \quad \Omega_{M_0} \equiv \frac{8\pi G \rho_{M_0}}{3H_0^2}. \quad (5.3)$$

Исследование динамики галактических скоплений, по-видимому, указывает, что Ω_{M_0} лежит в диапазоне 0,1–0,2 (Кнарр, 1987), что при сделанном предположении (5.2) означает, что отношение ρ_V/ρ_{M_0} составляет от 4 до 9. Если не принимать в расчет это указание из динамики галактических скоплений, то величина Ω_{M_0} может быть меньше, вплоть до 0,02 (Кнарр, 1987), что соответствует $\rho_V/\rho_{M_0} \approx 50$. (См. также: Bahcall et al, 1987.)

5.2. Оценки возраста вселенной. Возраст вселенной, в которой основную роль играет пылевидное вещество, при $k=0$ и $\rho_V=0$ составляет $t_0 = 2/3 H_0$. Если $H_0 = 100$ (км/с)/Мпс, то эта формула дает $7 \cdot 10^9$ лет, что заметно меньше, чем обычно оцениваемый возраст шаровых скоплений (Renzini, 1986). С другой стороны, во вселенной, заполненной пылевидной материей, при $k=0$ и $\rho_V \neq 0$ современный возраст объекта, образовавшегося при красном смещении z_c , составляет

$$t_0(z_c) = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{\rho_{M_0}}{\rho_V} \right)^{1/2} H_0^{-1} \times \\ \times \left\{ \text{sh}^{-1} \left(\frac{\rho_V}{\rho_{M_0}} \right)^{1/2} - \text{sh}^{-1} \left[\left(\frac{\rho_V}{\rho_{M_0}} \right)^{1/2} (1+z_c)^{-3/2} \right] \right\}. \quad (5.4)$$

Например, при $z_c=4$ и $\rho_V/\rho_{M_0}=9$ (что соответствует $\Omega_{M_0}=0,1$) эта формула дает возраст $1,1 H_0^{-1}$ вместо $(2/3) H_0^{-1}$. Такая оценка уже не вступает в противоречие с возрастом шаровых скоплений, даже если постоянная Хаббла составляет около 100 (км/с)/Мпк.

Подобное рассмотрение возраста вселенной и плотности энергии привело целый ряд астрономов к предположению о существовании довольно большой положительной космологической постоянной, соответствующей $\rho_v > \rho_{M_0}$ (de Vaucouleurs, 1982, 1983; Peebles, 1984, 1986, 1987; Turner, Steigman and Krauss, 1984). Однако недавно появился сильный аргумент против такой точки зрения.

5.3. Подсчет числа объектов. Лохи и Спиллар (1986) исследовали зависимость числа галактик от их красного смещения, которая затем была проанализирована Лохом (1986). Для класса объектов, равномерно распределенных и достаточно ярких, чтобы быть наблюдаемыми до значений красного смещения $z_{\max}$, число объектов, наблюдаемых при красном смещении, меньшем чем $z \leq z_{\max}$, во вселенной с пылевидным веществом и $k=0$ составляет

$$N(<z) \propto \int_{(1+z)^{-3/2}}^1 ds s^{4/3} \left(1 + \frac{\rho_v s^2}{\rho_{M_0}}\right)^{-1/2} \times \\ \times \left[\int_s^1 ds' s'^{-2/3} \left(1 + \frac{\rho_v s'^2}{\rho_{M_0}}\right)^{-1/2} \right]^2. \quad (5.5)$$

Разумеется, в реальном мире всегда существуют объекты, слишком слабые, чтобы быть видимыми. В анализе Лоха было учтено неизвестное распределение по светимости, относительно которого предполагалось лишь, что его форма не меняется со временем. При этом предположении он нашел, что энергия вакуума должна быть весьма малой, а именно

$$\frac{\rho_v}{\rho_{M_0}} = 0,1_{+0,2}^{-0,4}.$$

Эта величина лежит более чем на три порядка ниже антропной верхней границы, обсуждавшейся выше. Если эффективная космологическая постоянная действительно так мала, то мы будем вынуждены заключить, что антропный принцип не объясняет, почему она столь мала. (Имеются, однако, причины отнестись с осторожностью к этому выводу. В работе Бакала и Тремайна (1988) проведен новый анализ данных Лоха и Спиллара с использованием правдоподобной модели эволюции галактик, в которой форма распределения объектов по светимости изменяется со временем. При этом рассмотрен лишь случай $\rho_v=0$, а неопределенной величиной считалось Ω_{M_0} . В результате найдено, что учет эволюции галактик в использованной модели может увеличить или уменьшить извлекаемое подобным образом значение Ω_{M_0} на величину, достигающую единицы. Возможно, такой учет столь же сильно скажется и на оценках величины отношения ρ_v/ρ_{M_0} , если считать, что сумма $\Omega_{M_0} + \Omega_v$ равна единице. Кроме того, данные Лоха и Спиллара по красным смещениям получены фотометрическим методом и потому менее точны, чем получаемые в результате измерения смещений отдельных спектральных линий.)

Рассмотрим теперь случай, когда космологическая постоянная имеет обратный знак, $\lambda_{\text{эф}} < 0$. В этом случае космологическая постоянная не препятствует гравитационной конденсации. Наоборот (при $k=0$ или $k=+1$), вся вселенная коллапсирует в сингулярность за конечное время T . Антропное ограничение состоит при этом в том, что эволюция вселенной длится достаточно долго, чтобы успела возникнуть жизнь (Barrow and Tipler, 1986), скажем, $T \geq 0,5 H_0^{-1}$, где H_0^{-1} — хаббловское вре-

ма в нашей Вселенной. Для вселенной, заполненной пылевидным веществом, при $k=0$ имеем

$$T = \pi (8\pi G |\rho_V|)^{1/2}, \quad H_0^{-1} = \left(\frac{8\pi G \rho_{M_0}}{3} \right)^{1/2}, \quad (5.6)$$

поэтому антропное ограничение просто означает, что

$$|\rho_V| \leq \rho_{M_0}. \quad (5.7)$$

В этом случае антропный принцип может объяснить, почему космологическая постоянная столь мала, как найдено Лохом, но не намного меньше этого ограничения. С другой стороны, отрицательная космологическая постоянная не может помочь нам в проблеме космологической плотности массы и проблеме возраста вселенной.

Прежде чем закончить этот раздел, позвольте мне упомянуть об одной возможности, которая может возникнуть через несколько лет. Предположим, что будет подтверждено, как это предполагается рассмотрением возраста вселенной и плотности массы, что действительно существует космологическая постоянная, соответствующая величине ρ_V порядка ρ_{M_0} . Будет ли у нас тогда альтернатива антропному объяснению такого значения ρ_V ? Плотность массы вещества ρ_M изменяется со временем, поэтому без антропного рассмотрения будет очень нелегко объяснить, почему постоянное значение ρ_V должно равняться именно тому значению ρ_{M_0} , которое плотность массы имеет в настоящее время. Но, может быть, ρ_V на самом деле не постоянно. Например, Пиблс и Ратра (Peebles and Ratra, 1987; Ratra and Peebles, 1987) рассмотрели модель, в которой энергия вакуума зависит от скалярного поля, изменяющегося при расширении вселенной. Чтобы играть роль энергии вакуума, необходимо лишь, чтобы плотность энергии ρ_V существовала наряду с давлением $p_V = -\rho_V$, значение же ρ_V может изменяться, если вакуум обменивается энергией с веществом и излучением. При этом закон сохранения энергии связывает изменение ρ_V с изменением плотности вещества (имеющего нулевое давление, $p_M = 0$) и излучения (имеющего $p_R = \rho_R/3$):

$$\frac{d}{dt} \rho_V + R^{-3} \frac{d}{dt} (R^3 \rho_M) + R^{-4} \frac{d}{dt} (R^4 \rho_R) = 0. \quad (5.8)$$

В работе Фриза и др. (1987) рассмотрена возможность, что происходит обмен энергией между вакуумом и веществом либо между вакуумом и излучением таким образом, что одно из отношений ρ_V/ρ_M или ρ_V/ρ_R остается постоянным. (См. также: Reuter and Wetterich, 1987.) Для того чтобы вакуум передавал энергию обычному веществу таким образом, чтобы величина ρ_V/ρ_M оставалась постоянной и при этом сохранялся барионный заряд, необходимо, чтобы барион-антибарионные пары рождались с достаточно большой скоростью. Это, однако, привело бы к возникновению фона гамма-квантов, который может оказаться неприемлемо велик. С другой стороны, если вакуум передает энергию излучению так, что отношение ρ_V/ρ_R остается постоянным, и если ρ_V сравнимо с современной плотностью массы ρ_{M_0} , то отношение ρ_V/ρ_R должно быть весьма велико, что полностью изменяет результаты рассмотрения космологического нуклеосинтеза.

Еще одна возможность, не рассмотренная Фризом и др., состоит в том, что вакуум передает энергию излучению, избавляя нас, таким образом, от проблемы с аннигиляцией барионов и антибарионов, но так, что фиксированным остается отношение ρ_V/ρ_M , а не ρ_V/ρ_R . Однако и этот

вариант не годится. При $\rho_v = c\rho_m$ и постоянном $R^3\rho_m$ уравнение (5.8) дает

$$\rho_R = \rho_{R_0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^4 + 3c\rho_{M_0} \left[\left(\frac{R_0}{R} \right)^3 - \left(\frac{R_0}{R} \right)^4 \right] \xrightarrow{R \ll R_0} \xrightarrow{R \ll R_0} (\rho_{R_0} - 3c\rho_{M_0}) \left(\frac{R_0}{R} \right)^4. \quad (5.9)$$

Чтобы не вступать в конфликт с расчетами космологического нуклеосинтеза, необходимо, чтобы выполнялось соотношение

$$\rho_R \approx \rho_{R_0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^4,$$

из которого следует, что

$$\frac{|\rho_v|}{\rho_m} \equiv |c| \leq \frac{\rho_{R_0}}{3\rho_{M_0}} \ll 1. \quad (5.10)$$

Таким образом, даже если мы захотим предположить, что энергия вакуума меняется со временем, похоже, что плотность энергии вакуума, сравнимую с современной плотностью массы, будет очень не просто объяснить из соображений, не связанных с антропным принципом.

6. Механизмы подстройки. Теперь я обращусь к мысли, посещавшей практически каждого, кого волновал вопрос о космологической постоянной. (См., например, Dolgov, 1982; Wilczek and Zee, 1983; Wilczek, 1983, 1984; Peccei, Sola and Wetterich, 1987; Bar and Hochberg, 1988.) Предположим, что существует скалярное поле, источник которого пропорционален следу тензора энергии-импульса

$$\square^2 \phi \propto T^\mu{}_\mu \propto R. \quad (6.1)$$

(Здесь $T^{\mu\nu}$ — полный тензор энергии-импульса, включающий также и возможный вклад космологического члена $-\lambda g^{\mu\nu}/8\pi G$.) Предположим также, что $T^\mu{}_\mu$ зависит от ϕ и обращается в нуль при некотором значении поля ϕ_0 . Тогда поле ϕ будет эволюционировать до тех пор, пока не придет к равновесному значению ϕ_0 , в котором $T^\mu{}_\mu = 0$, и уравнения Эйнштейна имеют решением плоское пространство.

Разумеется, мы не наблюдаем такого скалярного поля, но для объяснения этого можно выбрать взаимодействие поля ϕ сколь угодно слабым. Слабая связь попросту означает, что равновесное значение ϕ_0 очень велико. В этом отношении скаляр ϕ похож на аксион, в особенности в его последнем, «невидимом», варианте (Kim, 1980; Dine, Fischler and Srednicki, 1981).

Поле ϕ , хотя имеет очень слабое взаимодействие, могло бы приводить к интересным эффектам, так как оно должно иметь очень малую массу. Если масса m_ϕ отлична от нуля, то при энергиях, меньших m_ϕ , можно работать с эффективным лагранжианом, в котором поле ϕ «отинтегрировано» и поэтому не входит в него явно. Но безмассовые поля, такие как гравитационное и электромагнитное, входят в этот лагранжиан явно, и их вакуумные флуктуации будут давать вклад в эффективную космологическую постоянную. Чтобы иметь $\rho_v < 10^{-48}$ ГэВ⁴, необходимо, чтобы подстройка скалярного поля сокращала вклад флуктуации гравитационного и электромагнитного полей с частотами выше 10^{-12} ГэВ, для чего необходимо иметь $m_\phi c < 10^{-12}$ ГэВ. Поле с такой массой приводит к силам, имеющим макроскопический радиус действия $\hbar/m_\phi c \gtrsim 0,01$ см.

К сожалению, невозможно, по-видимому, построить теорию одного или нескольких скалярных полей, обладающих необходимыми свойствами. Это можно показать в весьма общем виде. То, что мы хотим, — это найти равновесное решение полевых уравнений, в котором $g_{\mu\nu}$ и все поля материи ψ_n (как возможные тензорные поля, так и скалярные) постоянны в пространстве и времени. Для таких постоянных полей уравнения Эйлера — Лагранжа имеют простой вид

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g_{\mu\nu}} = 0, \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_n} = 0. \quad (6.3)$$

Как мы видели в разделе 3, проблема состоит в том, чтобы удовлетворить следу гравитационного полевого уравнения. Чтобы сделать решение не требующим «тонкой подстройки», потребуем, чтобы след левой части (6.2) был линейной комбинацией уравнений для ψ_n , т. е. чтобы выполнялось соотношение

$$g_{\lambda\nu} \frac{\partial \mathcal{L}(g, \psi)}{\partial g_{\lambda\nu}} = \sum_n \frac{\partial \mathcal{L}(g, \psi)}{\partial \psi_n} f_n(\psi) \quad (6.4)$$

в том случае, когда все поля $g_{\mu\nu}$ и ψ_n постоянны. Это условие можно переформулировать как требование симметрии. Для постоянных полей лагранжиан должен быть инвариантен по отношению к преобразованию

$$\begin{aligned} \delta g_{\lambda\nu} &= 2\varepsilon g_{\lambda\nu}, \\ \delta \psi_n &= -\varepsilon f_n(\psi). \end{aligned} \quad (6.5)$$

Если при этом условии мы найдем решение $\psi^{(0)}$ уравнений Эйлера — Лагранжа для ψ_n :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_n} = 0 \text{ при } \psi_n = \psi_n^{(0)}, \quad (6.6)$$

то автоматически будет удовлетворяться след уравнения для $g_{\mu\nu}$.

Проблема заключается в том, что при этих предположениях невозможно (без «тонкой подстройки» лагранжиана) найти решение полевых уравнений (6.3) для ψ_n . Чтобы убедиться в этом, заменим N полей ψ_n $N-1$ полем σ_a (поля σ_a не обязательно являются скалярными) и одним скаляром ϕ таким образом, чтобы преобразования симметрии (6.5) приобрели вид

$$\delta g_{\lambda\nu} = 2\varepsilon g_{\lambda\nu}, \quad \delta \sigma_a = 0, \quad \delta \phi = -\varepsilon. \quad (6.7)$$

(Чтобы перейти к такому базису в пространстве полей, следует определить «трансверсальную» поверхность S уравнением $T(\psi) = 0$, где $T(\psi)$ — любая функция полей, для которой величина $\sum_n (\partial T / \partial \psi_n) f_n(\psi)$

не обращается в нуль. В качестве σ_a можно выбрать любой набор координат на этой $(N-1)$ -мерной поверхности и далее определить $\psi_n(\sigma, \phi)$ как решение обыкновенного дифференциального уравнения $d\psi_n/d\phi = f_n(\psi)$, удовлетворяющее тому условию, что при $\phi = 0$ поля ψ_n находятся на поверхности S в точке с координатами σ . Условие трансверсальности поверхности S гарантирует, что по крайней мере в конечной области в пространстве полей любая точка ψ_n лежит ровно на одной выходящей из поверхности траектории, описываемой указанным дифференциальным уравнением.) Симметрия (6.7) означает, что лагран-

жиан может зависеть от $g_{\lambda\nu}$ и ϕ только в комбинации $e^{2\phi}g_{\lambda\nu}$. Тогда из общих аргументов, приведенных в разделе 3, следует, что когда удовлетворены уравнения для полей σ , лагранжиан должен принять вид

$$\mathcal{L} = e^{4\phi} (\text{Det } g)^{1/2} \mathcal{L}_0(\sigma). \quad (6.8)$$

Отсюда видно, что источником ϕ является след тензора энергии-импульса

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = T^\mu_\mu (\text{Det } g)^{1/2}, \quad (6.9)$$

$$T^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} e^{4\phi} \mathcal{L}_0(\sigma). \quad (6.10)$$

Отсюда находим, что действительно, если бы существовало значение ϕ , при котором $\mathcal{L}$ стационарно по ϕ , то след уравнений Эйнштейна автоматически удовлетворялся бы в этой точке, однако очевидно, что такого значения поля не существует (если только не использовать «тонкой подстройки» лагранжиана $\mathcal{L}_0$ с тем, чтобы он обращался в нуль в своей стационарной точке). Другими словами, так как $\mathcal{L}$ зависит только от ϕ и $g_{\mu\nu}$ и только от комбинации $\hat{g}_{\mu\nu} \equiv e^{2\phi} g_{\mu\nu}$ (и от производных ϕ и $g_{\mu\nu}$), можно переопределить метрический тензор и использовать $\hat{g}_{\mu\nu}$ вместо $g_{\mu\nu}$. В этом случае ϕ будет обычным скалярным полем, взаимодействующим только через производные и, очевидно, не сможет помочь нам в нашей проблеме*).

В качестве примера одной из многочисленных неудавшихся попыток реализации обсуждаемой схемы рассмотрим предложение, выдвинутое Печчеи, Сола и Веттерихом (1987). Авторы заметили, что симметрия (6.5) или (6.7) может нарушаться конформными аномалиями, подобными той, которая ответственна за возникновение β -функции в квантовой хромодинамике, таким образом, что эффективный лагранжиан приобретает вид**)

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = (\text{Det } g)^{1/2} (e^{4\phi} \mathcal{L}_0(\sigma) + \phi \theta^\mu_\mu), \quad (6.11)$$

где θ^μ_μ представляет вклад конформной аномалии. Источником поля теперь является

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = (T^\mu_\mu + \theta^\mu_\mu) (\text{Det } g)^{1/2}, \quad (6.12)$$

где $T^{\mu\nu}$ — прежний тензор энергии-импульса (6.10). Теперь можно найти равновесное решение для поля ϕ , отвечающее значению ϕ_0 такому, что

$$4e^{4\phi_0} \mathcal{L}_0 + \theta^\mu_\mu = 0. \quad (6.13)$$

Трудность, однако, состоит в том, что это уравнение не определяет решение для метрики, соответствующее плоскому пространству. Уравнение Эйнштейна при постоянной метрике имеет вид

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{eff}}}{\partial g_{\mu\nu}} \propto e^{4\phi} \mathcal{L}_0 + \theta^\mu_\mu, \quad (6.14)$$

*) Это замечание принадлежит Дж. Польчинскому (частное сообщение).

**) Соотношение, по существу эквивалентное (6.11), было приведено в препринтном варианте работы Печчеи, Сола и Веттериха (1987). Из опубликованного журнального варианта это соотношение было исключено и было признано, что «тонкая подстройка» все же необходима для того, чтобы добиться обращения в нуль космологической постоянной. Однако в промежутке между выходом препринта и публикацией в журнале это соотношение было приведено в работе Эллиса, Цамиса и Волошина (1987), в которой в основном обсуждаются наблюдаемые следствия существования легкого скаляра в этой модели.

что не то же самое, что (6.13). Суть заключается в том, что включение в (6.11) аномального члена θ_μ^μ не делает его слагаемым в следе тензора энергии-импульса, взаимодействующего с $g_{\mu\nu}$. Этот вывод неудивителен, так как лагранжиан (6.11) не обладает симметрией (6.7). Невозможно, чтобы одновременно выполнялись два требования — либо мы сохраняем симметрию и при этом не существует равновесного решения для ϕ , либо мы нарушаем симметрию и в этом случае равновесное решение не означает решения с постоянной метрикой.

В слегка отличной версии из этого общего класса моделей можно попытаться ввести взаимодействие скалярного поля таким образом, чтобы его непосредственным источником служила скалярная кривизна R , а не след тензора энергии-импульса. (См., например: Dolgov, 1982; Ford, 1987; Barr, 1987.) Например, можно было бы выбрать лагранжиан в виде

$$\mathcal{L} = g^{1/2} \left(-\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{\lambda}{8\pi G} - \frac{1}{16\pi G} R - U(\phi) R \right). \quad (6.15)$$

В этом случае имеется решение с плоским пространством-временем, в котором $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ и $\phi = \phi_0 = \text{const}$, при условии, что

$$U(\phi_0) = \infty. \quad (6.16)$$

Однако, как заметили указанные авторы, эффективная гравитационная постоянная в этой теории определяется выражением

$$G_{\text{eff}} = \frac{G}{1 + 16\pi G U(\phi_0)} = 0. \quad (6.17)$$

В этом нет большого прогресса, так как мы всегда знали, что ненулевая энергия вакуума не запрещает плоского пространства-времени, если гравитационная постоянная равна нулю.

Доказанную в этом разделе «по-го» теорему не следует рассматривать как перечеркивающую все надежды найти решение на этом пути. Такие теоремы имеют свойство основываться на предположениях явно технического характера*), из которых впоследствии находятся исключения, представляющие огромный физический интерес. (Знаменитым примером является теорема Коулмена — Мандулы**.) Более чем любая теорема обескураживает тот факт, что многие теоретики пытались изобрести механизмы подстройки, чтобы сократить космологическую постоянную, но пока без какого-либо успеха.

7. Модификация теории гравитации. В работах ряда авторов предлагалось изменить правила классической общей теории относительности таким образом, чтобы космологическая постоянная входила как кон-

*) Например, мы предполагаем, что в решении с плоским пространством-временем все поля постоянны, но может оказаться, что такое решение сохраняет лишь некоторую комбинацию трансляционной и калибровочной инвариантности. В этом случае некоторые калибровочно неинвариантные поля могут изменяться в зависимости от пространственно-временного положения. (Именно такое поведение имеет место в модели калибровочного поля, являющегося 3-формой, обсуждаемой в конце раздела 7 и в разделе 8.) Также возможно, что расщепление пространства полей на слои, которое позволяет нам заменить поля ψ_n на σ_n и ϕ , не работает во всем пространстве полей.

**) Теорема Коулмена — Мандулы утверждает, что в любой теории поля, в которой существует рассеяние, сохраняющиеся операторы могут быть только лоренцевыми векторами, а единственным сохраняющимся тензором второго ранга является тензор энергии-импульса. Сохраняющиеся же токи с другими значениями лоренцева спина невозможны. Доказательство этой теоремы включает рассмотрение коммутаторов сохраняющихся токов и становится неприменимым для спинорных генераторов суперсимметрии, свойства которых определяются антикоммутационными соотношениями. Поэтому в суперсимметричных теориях «в обход» теоремы Коулмена — Мандулы имеются спин-векторные сохраняющиеся токи. (Примеч. пер)

станта интегрирования, не связанная с какими-либо параметрами в действии (Weinberg, 1983; Wilczek and Zee, 1983; Buchmuller and Dragon, 1988a, b). Такой подход не решает проблему космологической постоянной, но изменяет саму суть этой проблемы, что порождает надежды на ее решение.

Я опишу один из вариантов этой идеи, в котором сохраняется общая ковариантность, но формализм изменяется таким образом, что детерминант метрического тензора не является динамическим полем. Любая теория может быть записана в виде, формально являющимся общековариантным, поэтому, используя известную аргументацию, действие для гравитации и вещества можно выбрать в виде

$$I[\psi, g] = \frac{-1}{16\pi G} \int d^4x g^{1/2} R + I_M[\psi, g], \quad (7.1)$$

где ψ — поля материи, входящие в действие для вещества I_M . (I_M включает также возможный космологический член $-\lambda \int g^{1/2} d^4x / 8\pi G$.) Вариационная производная действия (7.1) по метрике составляет

$$\frac{\delta I}{\delta g_{\mu\nu}} = \frac{1}{8\pi G} \left(R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R \right) + T^{\mu\nu}, \quad (7.2)$$

где, как обычно, $T^{\mu\nu}$ есть вариационная производная I_M по $g_{\mu\nu}$. В обычной общей теории относительности все компоненты метрического тензора являются динамическими полями, поэтому вариация (7.2) должна обращаться в нуль при всех значениях μ и ν , что дает обычные полевые уравнения Эйнштейна. Однако тот факт, что мы пользуемся общековариантным формализмом, отнюдь не заставляет нас считать все компоненты метрики динамическими полями. Например, все мы в детстве научились записывать уравнения ньютоновской механики в общей криволинейной пространственной системе координат, вовсе не предполагая при этом, что трехмерная метрика должна удовлетворять каким-либо уравнениям.

В частности, если детерминант g не является динамической переменной, то действие должно быть стационарно лишь по отношению к таким вариациям метрики, которые оставляют детерминант неизменным, т. е. для которых $g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} = 0$. Следовательно, лишь бесследовая часть вариации (7.2) должна равняться нулю, что дает следующие полевые уравнения:

$$R^{\mu\lambda} - \frac{1}{4} g^{\mu\nu} R = -8\pi G \left(T^{\mu\nu} - \frac{1}{4} g^{\mu\nu} T^\lambda{}_\lambda \right). \quad (7.3)$$

Эти уравнения являются не чем иным, как бесследовой частью уравнений Эйнштейна, и потому, очевидно, они содержат меньше информации, чем эйнштейновские, но, как мы увидим, лишь ненамного меньше. Так как весь формализм общековариантен, тензор энергии-импульса удовлетворяет обычному закону сохранения

$$T^{\mu\nu}{}_{;\mu} = 0, \quad (7.4)$$

и, разумеется, по-прежнему выполняется тождество Бианки

$$\left(R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R \right)_{;\mu} = 0. \quad (7.5)$$

Полные уравнения Эйнштейна автоматически согласуются с равенствами (7.4) и (7.5), однако в случае использования лишь бесследовой части эйнштейновских уравнений требование этих равенств приводит к нетривиальному условию согласованности. Взяв ковариантную производную

обеих частей уравнения (7.3) по x^μ , получаем

$$\frac{1}{4} \partial_\mu R = 8\pi G \cdot \frac{1}{4} \partial_\mu T^\lambda_\lambda,$$

что, другими словами, означает, что величина $R - 8\pi G T^\lambda_\lambda$ должна быть постоянной, которую мы обозначим -4Λ :

$$R - 8\pi G T^\lambda_\lambda = -4\Lambda (= \text{const}). \quad (7.6)$$

Из (7.3) и (7.6) находим

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R - \Lambda g^{\mu\nu} = -8\pi G T^{\mu\nu}. \quad (7.7)$$

Тем самым, мы воспроизвели уравнения Эйнштейна, содержащие, однако, космологическую постоянную, которая не имеет отношения к какому-либо членам в действии или к вакуумным флуктуациям, а появляется просто как постоянная интегрирования. Иными словами, уравнение (7.3) не содержит космологической постоянной, и вклад вакуумных флуктуаций автоматически сокращается в правой части (7.3). Поэтому данное уравнение имеет решения, отвечающие плоскому пространству-времени в отсутствие вещества и излучения. Проблема, которая остается в этой формулировке, заключается в том, почему мы должны выбрать из всех возможных именно это плоское решение.

Прежде чем продолжить обсуждение этой теории, я должен сделать отступление и упомянуть, что она тесно связана *) с предложением, высказанным Эйнштейном много лет назад (Einstein, 1919). После формулировки общей теории относительности и ее приложения к космологии Эйнштейн обратился к старой проблеме полевой теории вещества. В статье, озаглавленной «Играют ли гравитационные поля существенную роль в структуре элементарных частиц материи?», он предложил заменить исходное уравнение гравитации следующим:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{4} g_{\mu\nu} R = -8\pi G t_{\mu\nu}. \quad (7.8)$$

Это уравнение самосогласовано только в том случае, если $t_{\mu\nu}$ не имеет следа, но Эйнштейн взял в качестве $t_{\mu\nu}$ не полный тензор энергии-импульса вещества и излучения, а лишь один только бесследовый тензор для излучения. Этот тензор сохраняется, разумеется, лишь вне вещества. В таких областях нет различия между уравнениями (7.8) и (7.3), поэтому с помощью таких же выкладок, как были приведены здесь, Эйнштейн воспроизвел уравнение (7.7) с величиной Λ , являющейся постоянной интегрирования. Однако внутри вещества уравнение (7.8) отличается от (7.3). Различие состоит в том, что правая часть (7.3) содержит бесследовую часть тензора энергии-импульса вещества. Следствием этого различия является то, что согласно (7.8) внутри заряженного вещества величина R является неопределенной функцией, относительно которой можно лишь утверждать, что она постоянна вдоль мировых линий частиц вещества.

Я также воспользуюсь этим отступлением, чтобы прокомментировать связь между описанной здесь формулировкой и подходом Зи (1983) и Бухмюллера и Дрэгона (1988а, б). Эти авторы в качестве исходного пункта используют предположение, что действие инвариантно не по отношению к полной группе преобразований координат, а только по отношению к подгруппе таких преобразований вида $x^\mu \rightarrow x'^\mu$, для которых $\text{Det}(\partial x^\mu / \partial x'^\mu) = 1$. В действительности это не противоречит изложенной

*) На такую связь указал мне один из слушателей этих лекций в Гарварде. Я благодарен за эту интересную историческую ссылку.

здесь формулировке —общая ковариантность величины (7.1) была достигнута ценой введения метрики, которая частично не является динамической (точно таким же образом мы могли бы сделать ньютоновскую механику формально лоренц-инвариантной введением нединамической величины — скорости системы отсчета). Однако отказ от общей ковариантности может привести к теории, содержащей произвольные элементы. При преобразованиях, для которых $\text{Det}(\partial x'/\partial x) = 1$, определитель метрики g ведет себя, просто как и любое другое скалярное поле, поэтому можно ввести в разные члены в действии произвольные функции g . В этом нет ничего плохого, но такая возможность не является необходимой, а также не отличается от введения в теорию нового скалярного поля.

Вернемся теперь к теории, описываемой полевыми уравнениями (7.3). На мой взгляд, ключевым пунктом при выяснении, может ли такая модель служить в качестве правдоподобной классической теории гравитации, является вопрос о том, можно ли ее получить как классический предел какой-либо физически удовлетворительной квантовой теории гравитации. Чтобы продвинуться в решении этого вопроса и заодно проиллюстрировать обсуждение предыдущих абзацев, рассмотрим простую модель (Teitelboim, 1982), которая имеет много общих черт с обсуждаемой здесь схемой теории гравитации.

Рассмотрим свободную релятивистскую частицу, пространственно-временная траектория которой $x^\mu(s)$ параметризована переменной s . Чтобы действие было инвариантно по отношению к произвольной репараметризации $s \rightarrow s'(s)$, мы должны ввести «айнбайн» —одномерный репер — $g(s)$ с законом преобразования

$$g(s) \rightarrow g'(s') = g(s) \left(\frac{ds'}{ds} \right)^{-1}. \quad (7.9)$$

Тогда действие можно записать в виде

$$I[x, g] = \frac{1}{2} \int ds g^{-1}(s) \frac{dx^\mu(s)}{ds} \frac{dx_\mu(s)}{ds} - \frac{m^2}{2} \int ds g(s). \quad (7.10)$$

Условия того, что I стационарно по отношению к вариациям $x^\mu(s)$ и $g(s)$, имеют соответственно вид

$$\frac{dp^\mu}{ds} = 0, \quad (7.11)$$

$$p^\mu p_\mu = -m^2, \quad (7.12)$$

где p_μ — переменная, канонически сопряженная к x^μ :

$$p_\mu(s) = g^{-1}(s) \frac{dx_\mu(s)}{ds}. \quad (7.13)$$

Однако тот факт, что мы решили записать действие в виде, инвариантном относительно репараметризации, не обязательно означает, что мы должны рассматривать $g(s)$ как динамическую величину. Если считать динамической переменной $x^\mu(s)$, а не $g(s)$, то мы получим уравнение (7.11), но не получим непосредственно (7.12). Разумеется, из (7.11) следует, что величина $p^\mu p_\mu$ постоянна (точно так же, как из (7.3) следует постоянство $R - 8\pi G T^\lambda_{\lambda}$, и если хотим, мы можем назвать эту постоянную $-m^2$, но в этом случае она является всего лишь постоянной интегрирования, не связанной с какими-либо членами в исходном действии.

Перейдем теперь к квантованию. Гамильтониан в рассматриваемой модели есть

$$H(s) = p_\mu \frac{dx^\mu}{ds} - L = \frac{1}{2} g(p^\mu p_\mu + m^2), \quad (7.14)$$

и, таким образом, в квантовой механике мы вычисляем амплитуды с помощью функционального интеграла

$$A = \int [dx] [dp] [dg] \exp \left\{ i \int ds \left(p_\mu(s) \frac{dx^\mu(s)}{ds} - H(s) \right) \right\}. \quad (7.15)$$

Величина $g(s)$ не имеет канонически сопряженного импульса и входит здесь только лишь как множитель Лагранжа, интегрирование по которому дает множитель

$$\prod_s \delta(p^\mu p_\mu + m^2). \quad (7.16)$$

Возможно, теорию, в которой $g(s)$ не является динамической переменной, можно получить как классический предел квантовой теории, в которой мы не берем интеграл по $g(s)$ и, следовательно, не получаем множитель (7.16). Однако тогда ничто не заставляет вектор p^μ быть временноподобным. Эта теория настолько тривиальна, что трудно ожидать, что в ней что-то не так по физике дела, однако можно предвидеть, что в менее тривиальных теориях каждый раз необходимо поле, играющее роль лагранжева множителя для каждой степени свободы с отрицательной нормой, подобной p_0 . Такая ситуация имеет место, например, в струнных теориях, где необходимо интегрирование по метрикам на мировом листе для того, чтобы обеспечить выполнение условий Вирасоро для физических состояний.

Квантовая теория гравитации может быть приведена к аналогичной форме. Согласно формализму Арновитта — Дезера — Мизнера (1962), амплитуды вычисляются с помощью функционального интеграла:

$$Z = \int [dh_{ij}] [d\pi^{ij}] [d\tilde{N}] [dN^i] \times \\ \times \exp \left\{ i \int \left[\pi^{ij} \frac{\partial h_{ij}}{\partial t} - (\tilde{\mathcal{H}} - 2\lambda) \tilde{N} - \mathcal{H}_i N^i \right] d^4x \right\}. \quad (7.17)$$

Здесь h_{ij} , $\tilde{N}$ и N^i параметризуют 4-метрику так, что элемент длины записывается в виде

$$d\tau^2 = (h^{-1}\tilde{N}^2 - N^i N^i h_{ij}) dt^2 - 2h_{ij} N^i dx^j dt - h_{ij} dx^i dx^j, \quad (7.18)$$

$$h \equiv \text{Det } h_{ij}. \quad (7.19)$$

π^{ij} — импульсы, канонически сопряженные к h_{ij} , а $\tilde{\mathcal{H}}$ и $\mathcal{H}_i$ — функции переменных h_{ij} , π^{ij} и их пространственных производных следующего вида:

$$\tilde{\mathcal{H}} = \frac{1}{2} \mathcal{G}_{ij,kl} \pi^{ij} \pi^{kl} - {}^{(3)}R, \quad (7.20)$$

$$\mathcal{H}_i = -2h_{ij} \nabla_k \pi^{jk}, \quad (7.21)$$

где ${}^{(3)}R$ — скаляр кривизны, а ∇_k — ковариантная производная, вычисляемые по трехмерной метрике h_{ij} , и

$$\mathcal{G}_{ij,kl} \equiv h_{ik} h_{jl} + h_{il} h_{jk} - h_{ij} h_{kl}. \quad (7.22)$$

Мы видим, что $\tilde{N}$ и N^i играют роль лагранжевых множителей для $\tilde{\mathcal{H}}$ и $\mathcal{H}_i$ соответственно. Также из (7.18) мы видим, что $\tilde{N}^2$ является как раз той величиной, статус которой здесь поставлен под вопрос, а именно

*) Чтобы получить этот результат, я определил $\tilde{\mathcal{H}}$ и $\tilde{N}$ несколько иначе, чем определяются обычные $\mathcal{H}$ и N , переместив множитель $h^{1/2}$ из N в $\mathcal{H}$.

детерминантом четырехмерной метрики *)

$$\tilde{V} = (\text{Det } g_{\mu\nu})^{1/4}. \quad (7.23)$$

Таким образом, точно так же, как интегрирование по $g(s)$ налагало связь $p^\mu p_\mu = -m^2$, интегрирование по определителю метрики налагает связь

$$\tilde{\mathcal{H}} = 2\lambda. \quad (7.24)$$

Эти два условия очень похожи. Подобно тому, как $\eta_{\mu\nu}$ имеет сигнатуру $+++ -$, величина (7.22), рассматриваемая как матрица 6×6 , имеет сигнатуру $++++ -$. Следовательно, интегрирование по $\text{Det } g_{\mu\nu}$ устраняет одну степень свободы с отрицательной нормой для каждого x ($\pi^{ij} \propto (h^{-1})^{ij}$) так же, как интеграл по $g(s)$ позволяет исключить переменную p_0 . Однако в гравитации в $\tilde{\mathcal{H}}$ есть «потенциальное» слагаемое, пропорциональное трехмерной кривизне, и мне не вполне ясно, следует ли действительно налагать ограничение, чтобы $\tilde{\mathcal{H}}$ было постоянно. На сегодняшний день вопрос о том, необходимо ли интегрировать по $\text{Det } g_{\mu\nu}$, должен быть оставлен открытым.

Прежде чем закончить этот раздел, я должен заметить, что Виттен (1983) выдвинул слегка иное предложение, которое также результативно превращает космологическую постоянную из функции параметров в константу движения. Он предложил добавить к действию слагаемое

$$I_F = -\frac{1}{48} \int d^4x g^{1/2} F_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu\rho\sigma}, \quad (7.25)$$

где $F_{\mu\nu\rho\sigma}$ — внешняя производная калибровочного поля $A_{\nu\rho\sigma}$, являющегося 3-формой:

$$F_{\mu\nu\rho\sigma} = \partial_{[\mu} A_{\nu\rho\sigma]}, \quad (7.26)$$

а $g \equiv -\text{Det } g_{\mu\nu}$. Так как $F^{\nu\rho\sigma}$ — полностью антисимметричный тензор, его можно записать как

$$F^{\mu\nu\rho\sigma} = c \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} g^{1/2}, \quad (7.27)$$

где $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ — тензорная плотность Леви — Чивита, у которой $\varepsilon^{0123} = 1$, а c — скалярное поле. Полевое уравнение для A имеет вид

$$F^{\mu\nu\rho\sigma}{}_{;\mu} = 0, \quad (7.28)$$

поэтому, используя (7.27), находим

$$\frac{\partial c}{\partial x^\mu} = 0. \quad (7.29)$$

Но при этом действие (7.25) принимает вид

$$I_F = +\frac{1}{2} c^2 \int d^4x g^{1/2}. \quad (7.30)$$

Другими словами, что бы ни давало вклад в космологическую постоянную, в ней есть слагаемое, которое зависит от постоянной интегрирования c :

$$\lambda_F = 4\pi G c^2. \quad (7.31)$$

Эта схема также не решает проблему космологической постоянной, но она изменяет источник ее возникновения.

8. Квантовая космология. Последний из обсуждаемых в этих лекциях подходов к проблеме космологической постоянной основан на

применении квантовой механики ко всей вселенной как целому. В 1984 году Хоукинг (1984b) описал, каким образом в квантовой космологии может возникнуть распределение вероятности различных значений космологической постоянной, имеющее чудовищный пик при $\lambda_{\text{eff}}=0$. Совсем недавно этот подход был возрожден в захватывающей статье Коулмена (1988b), в которой используется новый механизм генерации распределения значений космологической постоянной (который, в свою очередь, частично основан на других работах Хоукинга и Коулмена) и обнаруживается, что пик в этом распределении должен быть еще более острым. Близкие идеи обсуждались также в работе Бэнкса (1988). Прежде чем описать работы Коулмена и Хоукинга, я должен рассказать о квантовой космологии вообще.

Большинство подходов к квантовой космологии основано на «волновой функции вселенной», являющейся функционалом $\Psi[h, \phi]$ трехмерной метрики и полей материи на пространственноподобной поверхности. (Трехмерную метрику h_{ij} удобно определить выбором пространственновременных координат таким образом, что рассматриваемая пространственноподобная поверхность соответствует постоянному t и четырехмерная метрика $g_{\mu\nu}$ записана в виде (7.18).) Эта волновая функция удовлетворяет аналогу уравнения Шрёдингера, известному как уравнение Уилера-де Витта (deWitt, 1967; Wheeler, 1968):

$$\left(\frac{1}{2h^{1/2}} \frac{\delta}{\delta h_{ij}} h^{1/2} g_{ij,kl} \frac{\delta}{\delta h_{kl}} - {}^{(3)}R - 2\lambda - 8\pi G T_{00} \right) \Psi = 0, \quad (8.1)$$

где все используемые обозначения соответствуют введенным в разделе 7 (отличие состоит лишь в том, что здесь включена плотность энергии материи T_{00} , в которой импульс, канонически сопряженный полю материи Φ , следует заменить на $\delta/\delta\Phi$). Для дальнейшего очень важным является то, что решение этого уравнения мы записываем через функциональный интеграл в евклидовом пространстве:

$$\Psi \propto \int [dg] [d\Phi] \exp(-S[g, \Phi]), \quad (8.2)$$

где интегрирование ведется по всем четырехмерным метрикам $g_{\mu\nu}$ с евклидовой сигнатурой и полями материи Φ , определенным на четырехмерном многообразии M_4 , имеющем границу трехмерное многообразие $M_3[h, \phi]$ с метрикой h_{ij} и полями материи ϕ . (Уравнение Уилера-де Витта является уравнением связи, получаемым в результате обсуждения в разделе 7 интегрирования по множителю Лагранжа $\tilde{N}$.) Величина S в (8.2) — евклидово действие *) :

$$S = \frac{1}{16\pi G} \int_{M_4} g^{1/2} (R + 2\lambda) + (\text{вклад материи}) + (\text{поверхностные члены}). \quad (8.3)$$

Так как (8.1)—это дифференциальное уравнение в пространстве бесконечной размерности (пространство значений $h_{ij}(x)$ и $\phi(x)$ при всех x), оно имеет бесконечное множество решений. Конкретное решение может быть определено заданием у четырехмерного многообразия, по которому ведется интегрирование в (8.2), других границ, помимо многообразия $M_3[h, \phi]$, на котором заданы трехмерная метрика и поля материи—аргументы волновой функции. Хартль и Хоукинг (1983) высказали предположение, что космологические начальные условия таковы, что у многообразия M_4 не должно быть других границ, кроме

*) Евклидово действие S противоположно по знаку тому, что мы получили бы, заменив в действии I в (7.1) метрику $g_{\mu\nu}$ на имеющую сигнатуру $+++-$. Знак S выбран таким образом, чтобы материя давала в S положительный вклад.

$M_3[h, \phi]$. Мы увидим далее, что для подхода Коулмена (1988b) выбор начальных условий не является критичным.

С этим формализмом связан ряд проблем технического характера. Одна из них состоит в неоднозначности выбора порядка действия операторов—можно разными способами определять*) порядок, в котором стоят поля h_{ij} и операторы $\delta/\delta h_{ij}$ в (8.1), и каждый раз получать решение в виде интеграла (8.2), в котором, однако, при этом по-разному должна быть определена мера $[dg][d\Phi]$ (Hawking and Page, 1986). Другая проблема, потенциально вызывающая большее беспокойство, состоит в том, что для гравитации евклидово действие (8.3) не ограничено снизу. Гиббоне, Хоукинг и Перри (1978) предложили развернуть контур интегрирования по общему масштабному множителю четырехмерной метрики параллельно мнимой оси. Нам, однако, не придется вникать здесь в эти технические подробности, так как окажется, что достаточно будет рассматривать эффективное действие лишь около его равновесной точки.

Проблема, имеющая более непосредственное отношение к нашему обсуждению, связана с вероятностной интерпретацией волновой функции Ψ и евклидовых функциональных интегралов, подобных (8.2). Хоукинг предложил (1983a, 1984a) считать величину $\exp(-S[g, \Phi])$ пропорциональной вероятности данной истории метрики и полей материи. Что это означает, не вполне ясно, так как если даже предположить, что мы обладали бы божественной способностью измерять гравитационные поля и поля материи во всем пространстве-времени, то все равно это пространство-время имело бы лоренцеву, а не евклидову сигнатуру. Однако так как мы можем (иногда!) переходить из одной сигнатуры в другую с помощью комплексного преобразования координат, может быть, что евклидову историю $g_{\mu\nu}(x)$, $\Phi(x)$ можно интерпретировать в терминах корреляторов скалярных величин, как если бы пространство-время было лоренцевым. Во многих работах Хоукинга (см., например, Hawking, 1979) эти вопросы обходились за счет того, что данный формализм использовался лишь для вычисления вероятности того, что в пространственно-временной истории Вселенной существовала трехмерная поверхность с данной метрикой $h_{ij}(x)$ и данными полями материи $\phi(x)$. Например, приняв начальные условия Хартля—Хоукинга, мы могли бы проинтегрировать по всем четырехмерным многообразиям, которые содержат такую трехмерную поверхность. Если эта поверхность является сечением четырехмерного многообразия, то ее можно рассматривать как границу двух половин этого многообразия, поэтому данный интеграл есть (с некоторыми доопределениями) как раз квадрат волновой функции (8.2). Тем не менее все же возникают вопросы относительно вероятностной интерпретации Ψ , в частности, в отношении нормировки. Если $|\Psi[h, \phi]|^2$ —это плотность вероятности того, что существует *какая-то* трехмерная поверхность, на которой метрика равняется $h_{ij}(x)$, а поля принимают значения $\phi(x)$, тогда мы не можем просто положить равным единице интеграл от $|\Psi[h, \phi]|^2$ по *всем* $h_{ij}(x)$ и $\phi(x)$, поскольку с помощью функционального интеграла суммируются вероятности взаимно не исключающих событий. Если вселенная имеет некоторые $h_{ij}(x)$ и $\phi(x)$ на одной трехмерной поверхности, то она может иметь другие $h'_{ij}(x)$ и $\phi'(x)$ на другой трехмерной поверхности. В конце концов, не ожидаете же вы, что вероятность того, что вы подкинете один раз монетку и выпадет «орел», и вероятность того,

*) Включение множителей $h^{-1/2}$ и $h^{1/2}$ в (8.1) соответствует одному из возможных способов упорядочения операторов, выбранный способ позволяет вывести уравнение сохранения (8.8).

что вы подкинете другой раз монетку и выпадет «решка», суммируются в единицу.

Я хотел бы предложить интерпретацию того, что означает рассмотрение $|\Psi[h, \phi]|^2$ как плотности вероятности, которая, как мне кажется, неявно подразумевается в том, что пишет Хоукинг (и, возможно, уже сформулирована явно где-нибудь в литературе). Как признается всеми, данная проблема относится к роли времени в квантовой гравитации. Поднятые здесь вопросы не возникают в асимптотически плоских пространствах, так как в таких задачах имеется естественное определение времени, и мы обычно интересуемся вероятностью того, что поля имеют то или иное значение в определенное время. Здесь же, однако, время является координатой, не имеющей какой-либо объективной выделенности, более того, это координатное время мнимо! Августин предупреждал (Augustine, 398): «Я не должен позволять моему разуму настаивать, что время является чем-то объективным»^{*}). Следуя этому предупреждению, предположим, что мы выбрали в качестве «хранителя времени» некоторое поле $a(x, t)$ (например, след тензора энергии-импульса) и используем его значение для определения локального времени α . Каждое значение α определяет трехмерную поверхность, на которой координатное время t является функцией $t(x, \alpha)$, определенной неявно соотношением

$$a(x, t(x, \alpha)) \equiv \alpha. \quad (8.4)$$

Далее мы должны задать вопрос о том, какова вероятность компонент метрики в касательном пространстве и всем полям материи, за исключением $a(x, t)$, иметь определенные значения на этой поверхности. Обозначив эти величины $b_n(x, t)$, запишем вероятность того, что $b_n(x, t)$ имеют значения $\beta_n(x)$ в локальное время α , в виде

$$P_\alpha[\beta] = N \int_{M_4} [dg] [d\Phi] \exp(-S[g, \Phi]) \prod_{n,x} \delta(b_n(x, t(x, \alpha)) - \beta_n(x)), \quad (8.5)$$

где N — нормировочный множитель, определяемый условием, что вероятность найти *какое-нибудь* значение $b_n(x)$ в локальное время α должна равняться единице:

$$1 = \int P_\alpha[\beta] [d\beta] = N \int_{M_4} [dg] [d\Phi] \exp(-S[g, \Phi]). \quad (8.6)$$

(Как правило, определяемая этим условием величина N является функцией α , так как в (8.5) и (8.6) мы интегрируем только по тем историям материи и метрики, для которых уравнение (8.4) выполняется на некоторой трехмерной поверхности. Существуют, однако, граничные условия, при которых данное условие выполняется автоматически, и тогда N не зависит от α .) В тех случаях, когда поверхность постоянного α рассекает четырехмерное пространство на две части, $P_\alpha[\beta]$ можно записать как величину, пропорциональную квадрату волновой функции $\Psi[\alpha, \beta]$, но при условии, что α постоянно на трехмерной поверхности.

^{*}) Эта цитата не просто демонстрация бесполезной эрудиции. Книга XI «Исповедей» Августина содержит известное обсуждение природы времени и, похоже, стало традицией приводить цитаты из этой главы в работах по квантовой космологии. Так, Хоукинг (1979) цитирует «Что делал Бог до того, как он создал Небо и Землю? Я не отвечаю, как некто, с весельем: «Он готовил а для тех, кто задает такие вопросы». Ибо не было такого времени, до которого Бог ничего не делал, ибо само время было создано им». Коулмен же цитирует — «Прошлое есть память настоящего». К этому я могу добавить еще одну очень уместную цитату: «Я признаюсь тебе, Господь, что я все еще не знаю, что есть время. Да, я признаюсь также и в том, что я знаю, что говорю это во времени, что я попусту рассуждал о времени долгое время...».

Коулмен (1988b) уходит от многих проблем, возникающих при попытке придать вероятностную интерпретацию евклидову функциональному интегралу, используя такие интегралы только для вычисления средних значений. Именно, среднее значение произвольного скалярного поля $A_{g,\Phi}(x)$ (которое может зависеть от полей метрики и материи и от их производных) записывается в виде

$$\langle A \rangle = \frac{\int [dg] [d\Phi] A_{g,\Phi}(x) \exp(-S[g, \Phi])}{\int [dg] [d\Phi] \exp(-S[g, \Phi])}. \quad (8.7)$$

Общая ковариантность теории гарантирует, что $\langle A \rangle$ не зависит от x . В действительности необходимо подчеркнуть, что средние такого рода включают усреднение по времени в истории вселенной. С другой стороны, обсуждавшаяся выше вероятность $P_\alpha[\beta]$ является средним нелокального оператора — дельта-функции в (8.5) — и относится к определенному моменту локального времени α .

(Я должен упомянуть о том, что существует весьма отличный от изложенного и, по-видимому, не связанный с ним подход к проблеме придания вероятностной интерпретации волновой функции Ψ . Уравнение Уилера — де Витта (8.1) несколько похоже на уравнение Клейна — Гордона для частицы в скалярном потенциале и непосредственно приводит к весьма похожему закону сохранения

$$0 = \frac{\delta}{\delta h_{ij}(x)} \left[h^{1/2}(x) \mathcal{G}_{ij,kl}(x) \operatorname{Im}(\Psi^*[h]) \frac{\delta}{\delta h_{kl}(x)} \Psi[h] \right] \quad (8.8)$$

(сейчас рассматриваем случай чистой гравитации). С самого начала существовала надежда, что этот закон сохранения можно применить для построения подходящей плотности вероятности (de Witt, 1967). Обычно соотношение (8.8) рассматривается в контексте мини-суперпространства, в котором $h_{ij}(x)$ зависит лишь от конечного числа параметров. Так как $\mathcal{G}_{ij,kl} h^{kl} = -h_{ij}$, естественно считать общий масштаб метрики h_{ij} подходящей глобальной временной координатой и принять в качестве плотности вероятности соответствующую компоненту сохраняющегося «тока» в (8.8). Я хочу отметить здесь, что такая конструкция не ограничивается какой-либо конкретной модельной формулировкой теории в мини-суперпространстве, но может быть построена и в общем случае. Выберем Ψ зависящей от «глобального времени»

$$T[h] = \left[\int d^3x h^{1/2}(x) \right]^{1/2} \quad (8.9)$$

и от произвольного (в действительности бесконечного) числа параметров $\xi_n[h]$, причем все ξ_n независимы от общего масштаба $h_{ij}(x)$:

$$0 = \int d^3x h^{1/2}(x) h_{kl}(x) \frac{\delta \xi_n[h]}{\delta h_{kl}(x)}. \quad (8.10)$$

Мы также введем якобиан $J(\xi, T)$ и запишем меру в функциональном пространстве в виде

$$[dh] = J[d\xi] dT. \quad (8.11)$$

Умножая (8.8) на $\delta(T[h] - T)$ и интегрируя по x и $h_{ij}(x)$, мы легко находим условие постоянства вероятности

$$0 = \frac{d}{dT} \int J[d\xi] \operatorname{Im} \left(\Psi^* \frac{d\Psi}{dT} \right). \quad (8.12)$$

Проблема здесь, конечно, та же, что и при придании вероятностной интерпретации уравнению Клейна — Гордона, — подынтегральное выраже-

ние в (8.12), вообще говоря, не положительно. Были рассмотрены (Banks, Fischler and Susskind, 1985; Vilenkin, 1986, 1988) модели минисуперпространства, в которых Ψ является комплексной с возрастающей фазой, в которых подынтегральное выражение в (8.12) положительно определено, однако это свойство не выполняется в общем случае, в частности, оно не имеет места при граничных условиях Хартля — Хоукинга.)

Теперь я хотел бы дать упрощенное описание предлагавшегося (Hawking, 1984b) решения проблемы космологической постоянной, используя для этой цели отдельные части анализа Коулмена (1988b). Для того чтобы превратить космологическую постоянную в динамическую переменную, Хоукинг вводит калибровочное поле $A_{\mu\nu}$, являющееся 3-формой, аналогичное описанному в разделе 7. В соответствии с общими идеями евклидовой квантовой космологии распределение вероятности для скаляра $c(x)$, определенного соотношением (7.27), в произвольной точке $x = x_1$ описывается формулой

$$P(c) = \langle \delta(c(x_1) - c) \rangle \propto \int [dA] [dg] [d\Phi] \delta(c(x_1) - c) \exp(-S[A, g, \Phi]). \quad (8.13)$$

Хорошо известно, что такие функциональные интегралы могут быть выражены в виде экспоненты эффективного действия в стационарной точке*). В данном случае имеем

$$P(c) \propto \exp(-\Gamma[A_c, g_c, \Phi_c]), \quad (8.14)$$

где $\Gamma[A, g, \Phi]$ — полное действие (сумма всех одночастично неприводимых графиков, в которых внешние линии заменены на поля A, g, Φ), а индекс «с» означает, что эта величина должна быть вычислена в точке, в которой Γ стационарна по отношению ко всем вариациям $A_{\mu\nu}(x)$, $g_{\mu\nu}(x)$ и $\Phi(x)$, оставляющим фиксированным $c(x_1) = c$. Среди всех возможных стационарных точек Γ существует одна, которую можно найти, зная лишь эффективное действие для больших четырехмерных многообразий. В этом случае удобно положить все поля, кроме $A_{\mu\nu}$ и $g_{\mu\nu}$, равными их стационарным значениям (зависящим от A и g), при этом эффективное действие можно разложить в ряд по обратным степеням размера многообразия**):

$$\Gamma_{\text{eff}}[A, g] = \frac{\lambda}{8\pi G} \int g^{1/2} d^4x + \frac{1}{16\pi G} \int g^{1/2} R d^4x - \frac{1}{48} \int d^4x g^{1/2} F_{\mu\nu\lambda\rho} F^{\mu\nu\lambda\rho} + \dots, \quad (8.15)$$

*) Обычное доказательство для случая, когда подынтегральное выражение не содержит дельта-функций, проводится с помощью добавления к действию слагаемого $\int J\Omega$, где Ω обозначает различные поля, а J — набор соответствующих токов. Тогда

функциональный интеграл равен $\exp(-W(J)) = \int d\Omega \exp(-S - \int J\Omega)$. Эффективное дей-

ствие определяется с помощью преобразования Лежандра: $\Gamma(\Omega) = W(J_\Omega) - \int J_\Omega \Omega$, где J_Ω — ток, порождающий заданное среднее значение $\Omega = \delta W / \delta J$. Условием обращения тока в нуль является требование стационарности $\Gamma(\Omega)$ по отношению к Ω , и в этой точке $\Gamma(\Omega) = W(0)$. С дельта функцией в (8.13) удобно обращаться, записав ее в виде интеграла $\int d\omega \exp(i\omega[c(x_1) - c])$. При этом можно описанным выше методом вычислить функциональный интеграл до интегрирования по ω , уже без каких-либо ограничений на $c(x)$, а о конце взять интеграл по ω .

**) Такое эффективное действие можно использовать в качестве исходного в вычислениях, в которых включается квантовый вклад только от виртуальных безмассовых частиц со значениями q , не превышающими некоторого параметра обрезания

отброшенные члены содержат более двух производных g и/или A . Как мы видели в разделе 7, условием того, что это выражение стационарно по $A_{\mu\nu}$ (при вариациях, оставляющих фиксированным $c(x_1)$), служит равенство нулю ковариантной производной напряженности $F_{\mu\nu\lambda\rho}$, откуда следует, что величина c в соотношении (7.27) постоянна, и, следовательно,

$$\Gamma_{\text{eff}} = \frac{\lambda(c)}{8\pi G} \int g^{1/2} d^4x + \frac{1}{16\pi G} \int g^{1/2} R d^4x + \dots, \quad (8.16)$$

где

$$\lambda(c) = \frac{c^2}{2} + \lambda. \quad (8.17)$$

Условием стационарности величины (8.16) по $g_{\mu\nu}$, разумеется, является требование, чтобы $g_{\mu\nu}$ было решением полевых уравнений Эйнштейна с космологической постоянной $\lambda(c)$. Для любого такого решения $R = -4\lambda(c)$, поэтому в стационарной точке имеем

$$\Gamma_{\text{eff}} = -\frac{\lambda(c)}{8\pi G} \int g^{1/2} d^4x. \quad (8.18)$$

Для случая граничных условий Хартля — Хоукинга решением эйнштейновских уравнений при $\lambda(c) > 0$ является 4-сфера с инвариантной длиной окружности $2\pi r$, где

$$r = \left(\frac{3}{\lambda(c)} \right)^{1/2}, \quad (8.19)$$

что дает плотность вероятности, пропорциональную

$$\exp(-\Gamma_{\text{eff}}) = \exp \frac{3\pi}{G\lambda(c)}. \quad (8.20)$$

С другой стороны, при $\lambda(c) < 0$ решения можно сделать компактными, наложив условия периодичности, но все такие решения имеют $\Gamma_{\text{eff}} > 0$. Вывод Хоукинга состоит в том, что плотность вероятности имеет бесконечно высокий пик при $\lambda(c) \rightarrow 0+$, и, следовательно, после введения нормировки вероятности P ,

$$P(c) = \delta(c - c_0), \quad (8.21)$$

где c_0 — такое значение c (если таковое существует), для которого $\lambda(c) = 0$.

Важно, что величина $\lambda(c)$ — это истинная эффективная космологическая постоянная, которую мы обозначали λ_{eff} и которая измеряется в поведении гравитации на больших расстояниях*). Постоянная в (8.15) включает все эффекты других, отличных от $g_{\mu\nu}$ и $A_{\mu\lambda}$ полей вместе со всеми квантовыми флуктуациями. Следовательно, результат (8.21), если имеет место, действительно решает проблему космологической постоянной.

Можно проверить, что этот результат не нарушается опущенными в (8.16) членами. Для большого радиуса r выписанные в (8.16) члены имеют порядок $\lambda r^4/G$ и r^2/G соответственно, тогда как члены, содержащие $D \geq 4$ производных, дают вклад в Γ_{eff} порядка $(mr)^{4-D}$, где m — некоторая комбинация массы Планка и масс элементарных частиц.

Λ. Этот вклад, разумеется конечен, а его зависимость от Λ должна компенсироваться приданием соответствующей зависимости от Λ коэффициентам в Γ_{eff} . (Эта точка зрения описана в работе Weinberg, 1979). Чтобы избежать генерации за счет таких квантовых эффектов неприемлемо большой космологической постоянной, параметр обрезания Λ следует выбирать очень малым.

*) Это свойство выполняется и в потребовавшем большого воображения решении проблемы космологической постоянной, предложенном Линде (1988a).

При $\lambda(c) \ll m^2$ учет этого вклада сдвигает радиус сферы на величину

$$\frac{\delta r}{r} \approx G\lambda(c) \left(\frac{\lambda(c)}{m^2} \right)^{(D-4)/2} \ll 1,$$

а изменение стационарного значения действия при этом составляет

$$\delta\Gamma_{\text{eff}} \approx \left(\frac{\lambda(c)}{m^2} \right)^{(D-4)/2} \leq 1,$$

поэтому такие члены с высшими производными не влияют на сингулярность (8.20).

Коулмену (1988b) не потребовалось вводить калибровочное поле $A_{\mu\nu}$; вместо этого, чтобы сделать космологическую постоянную динамической переменной, он рассматривает эффекты, возникающие из-за топологических объектов, известных как «кротовые норы»^{*}). Явный пример «кротовой норы» дает метрика (Hawking, 1987b, 1988)

$$ds^2 = \left(1 + \frac{b^2}{x^\mu x^\mu} \right)^2 dx^\mu dx^\mu. \quad (8.22)$$

Эта метрика, на первый взгляд, имеет сингулярность при $x^\mu = 0$, однако элемент длины инвариантен относительно преобразования

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = \frac{x^\mu b^2}{x^\nu x^\nu}, \quad (8.23)$$

и поэтому область $x^\mu x^\mu < b^2$ на самом деле имеет такую же геометрию, как и $x^\mu x^\mu > b^2$. Описываемое метрикой (8.22) пространство состоит из двух асимптотически плоских четырехмерных пространств, соединенных трехмерной поверхностью $x^\mu x^\mu = b^2$ — 3-сферой, называемой «дочерней вселенной». Данная 4-метрика не является решением классических уравнений Эйнштейна (хотя и имеет $R = 0$), но это не суть важно, так как действие для нее составляет

$$S = \frac{3\pi b^2}{G}, \quad (8.24)$$

так что фактор $\exp(-S)$ подавляет вклад всех «кротовых нор», за исключением имеющих планковский размер или меньших, для которых квантовые эффекты, несомненно, важны. (Чтобы существовали классические «кротовые норы», необходимо, чтобы тензор Риччи имел отрицательные собственные значения. Такая модель, основанная на аксионе, описываемом полем 2-формы, была предложена Гиддингсом и Стремминджером, 1987).)

Если «кротовые норы» планковского размера могут соединять асимптотически плоские 4-пространства, то они могут соединять и любые 4-пространства, размер которых велик по сравнению с планковским масштабом. Это приводит нас к рассмотрению вкладов в евклидов функциональный интеграл от больших 4-пространств (подобных 4-сфере в теории Хоукинга (1984b)), соединенных сами с собой и друг с другом «кротовыми норами» планковского размера. Каждую такую «нору» можно рассматривать как рождение и последующее уничтожение дочерней вселенной (подобной 3-сфере инвариантного радиуса $4\pi b$ в модели «кротовой норы» Хоукинга (1987b, 1988)), а также такие дочер-

^{*}) Важная роль квантовых флуктуации в топологии пространства — времени на малых масштабах подчеркивалась много лет назад Уилером (см., например, Wheeler, 1964) и в более недавнее время в работах Хоукинга (1978) и Стремминджера (1984). Такая «пространственно-временная пена» рассматривалась в качестве механизма сокращения космологической постоянной Хоукингом (1983b).

ние вселенные могут составлять часть границы четырехмерного многообразия.

Каковы же эффекты, вызываемые «кротовыми норами» и дочерними вселенными? На масштабах, намного превышающих размеры дочерних вселенных, их рождение и уничтожение может проявиться лишь в виде появления в функциональном интеграле локальных операторов. Различные типы дочерних вселенных могут быть классифицированы в соответствии с видом этих локальных операторов. Таким образом, эффект рождения и уничтожения произвольного числа дочерних вселенных всех типов может быть выражен добавлением соответствующего слагаемого в действие:

$$\tilde{S} = S + \sum_i (a_i + a_i^\dagger) \int d^4x O_i(x), \quad (8.25)$$

где a_i и $a_i^\dagger$ — операторы уничтожения и рождения дочерней вселенной типа i , а $O_i(x)$ — соответствующий локальный оператор. (Этот вывод был впервые сформулирован Хоукингом (1987b). Операторы рождения и уничтожения дочерних вселенных использовались ранее в работе Стремиджера (1984). Доказательство формулы (8.25) см. в работах Коулмена (1988a) и Гиддинга и Стремиджера (1988).) Функциональный интеграл по всем четырехмерным многообразиям с заданными граничными условиями следует вычислять по формуле

$$\int [dg] [d\Phi] e^{-S} = \int_{\text{No}} [dg] [d\Phi] \langle B | e^{-\tilde{S}} | B \rangle, \quad (8.26)$$

где «No» означает, что «кротовые норы» и дочерние вселенные исключены, а $|B\rangle$ — нормированное состояние дочерних вселенных, зависящее от граничных условий. Например, для граничных условий Хартля — Хоукинга $|B\rangle$ — пустое состояние:

$$a_i |B\rangle = 0. \quad (8.27)$$

Обсуждаемые дочерние вселенные приводят к важным эффектам даже в том случае, когда ни одна из них не является частью границы четырехмерного многообразия, как это, например, имеет место при граничных условиях Хартля — Хоукинга. Хоукинг (1987b, 1988) выдвинул предположение, что поскольку дочерние вселенные ненаблюдаемы, они приводят к потере квантовой когерентности. (См. также: Hawking, 1982; Teitelboim, 1982; Strominger, 1984; Лаврелашвили, Рубаков, Тиняков, 1987; Giddings and Strominger, 1987. Противоположная точка зрения высказывалась в работе Гросса (1984).) Недавно Коулмен (1988a) привел доводы (на мой взгляд, убедительные) в пользу иной интерпретации. (См. также: Giddings and Strominger, 1988.) Состояние $|B\rangle$ в (8.26) можно разложить по собственным состояниям операторов $a + a_i^\dagger$:

$$|B\rangle = \int f_B(\alpha) \prod_i d\alpha_i |\alpha\rangle, \quad (8.28)$$

$$(a_i + a_i^\dagger) |\alpha\rangle = \alpha_i |\alpha\rangle, \quad (8.29)$$

$$\langle \alpha' | \alpha \rangle = \prod_i \delta(\alpha'_i - \alpha_i). \quad (8.30)$$

Функция $f_B(\alpha)$ зависит от граничных условий. Например, для условий Хартля — Хоукинга $|B\rangle$ удовлетворяет условию (8.27), и поэтому

$$f_B(\alpha) = \prod_i \pi^{-1/4} \exp\left(-\frac{\alpha_i^2}{2}\right). \quad (8.31)$$

(В случае, если на границе 4-пространства имеются n дочерних вселенных, это выражение умножается на многочлен Эрмита степени n .) В состоянии $|\alpha\rangle$ эффект рождения и уничтожения дочерних вселенных сводится к замене действия S на

$$S_\alpha = S + \sum_i \alpha_i \int \mathcal{O}_i(x) d^4x. \quad (8.32)$$

Это означает, что константа связи, стоящая множителем перед каждым возможным локальным выражением $\int \mathcal{O}_i d^4x$, изменяется на величину α_i . Как только мы начинаем делать какие-либо измерения, состояние вселенной распадается на некогерентную суперпозицию состояний $|\alpha\rangle$, каждое из которых появляется с априорной вероятностью $|f_B(\alpha)|^2$, но для каждого члена этой суперпозиции мы имеем обычную квантовую теорию, свободную от «кратовых нор» с зависящим от α действием (8.32).

Если все, чего мы хотели добиться, — это объяснить, почему космологическая постоянная не превышает на много порядков допустимый предел, то нашу работу можно считать по существу законченной. Эффективная космологическая постоянная является функцией α_i как потому, что среди операторов $\mathcal{O}_i$ есть простейший оператор $\mathcal{O}_1 = g^{1/2}$, коэффициент при котором дает вклад, равный $8\pi G\alpha_1$ в λ , так и потому, что энергия вакуума $\langle\rho\rangle$ зависит от констант связи всех взаимодействий, каждое из которых получает добавку, пропорциональную одному из α_i . В общем случае состояние дочерних вселенных $|B\rangle$ будет содержать компоненты $|\alpha\rangle$, в которых $\lambda_{\text{eff}}(\alpha)$ очень мала, а также такие компоненты, в которых эта величина огромна. Приведенные в разделе 6 рассуждения, основанные на антропном принципе, убеждают нас, что ученые, интересующиеся величиной космологической постоянной, могут жить только в тех компонентах $|\alpha\rangle$, в которых λ_{eff} весьма мала, так как в противном случае галактики и звезды никогда не смогли бы образоваться (при $\lambda_{\text{eff}} > 0$) либо не хватило бы времени для развития жизни (при $\lambda_{\text{eff}} < 0$).

Однако представляет огромный интерес вопрос, является ли эффективная космологическая постоянная в точности равной нулю или она просто достаточно мала, чтобы удовлетворить антропным ограничениям, и в последнем случае может проявиться в наблюдениях. Вероятность иметь то или иное конкретное значение величин α_i и, тем самым, вероятность найти некоторое значение $\lambda_{\text{eff}}(\alpha)$ определяются не просто функцией $|f_B(\alpha)|^2$, возникающей из граничных условий, но также зависят от величины функционального интеграла.

При вычислении этой зависимости Коулмен (1988b) обнаружил, что хотя мы интегрируем только по связным многообразиям, на масштабах, много превышающих масштаб «кратовых нор», многообразия, которые кажутся не связанными друг с другом, в действительности соединены «кратовыми норами». Следовательно, при любом способе определения плотности вероятности или средние значения будут содержать в качестве множителя сумму по несвязным многообразиям, состоящим из произвольного числа замкнутых связных компонент*). Так же как и для фейнмановских диаграмм, эта сумма равна экспоненте вклада одного связного многообразия

$$F(\alpha) = \exp\left(\int_{CC} [dg] \exp(-S_\alpha[g])\right), \quad (8.33)$$

*) В действительности эта сумма содержит вклад многообразий, которые на самом деле не соединены ни «кратовыми норами», ни чем-либо еще, однако данный вклад сводится к безобидному мультипликативному фактору, который в любом случае сократится при введении нормировки вероятности $P(\alpha)$.

где SS означает, что интеграл берется лишь по связным замкнутым многообразиям, $S_\alpha[g]$ — действие (8.32), в котором все поля, кроме $g_{\mu\nu}(x)$, «отинтегрированы».

Функциональный интеграл в (8.33) можно вычислить тем же методом, который был описан выше в связи с моделью Хоукинга (1984b) (и именно этот метод использован Коулменом (1988b)). Результат состоит в том, что плотность вероятности для значений λ_{eff} содержит множитель (при $\lambda_{\text{eff}} > 0$)

$$F = \exp \left[\exp \left(\frac{3\pi}{G\lambda_{\text{eff}}} + \mathcal{O}(1) \right) \right]. \quad (8.34)$$

То обстоятельство, что этот множитель теперь является экспонентой экспоненты, не слишком существен для решения проблемы космологической постоянной (однако данный факт важен для фиксации других констант, как обсуждается в конце этого раздела). Так или иначе, распределение вероятности имеет бесконечно высокий пик при $\lambda_{\text{eff}} \rightarrow 0+$, что после приведения к нормировке, в которой полная вероятность равна единице, означает, что $P(\alpha)$ содержит множитель

$$P(\alpha) \propto \delta(\lambda_{\text{eff}}(\alpha)). \quad (8.35)$$

Как и в случае модели Хоукинга, из описанного вычисления F ясно, что рассматриваемая константа λ_{eff} является именно той постоянной, которая входит в эффективное действие для чистой гравитации после того, как произведено интегрирование с учетом всех петель по массивным частицам, и, следовательно, это и есть космологическая постоянная, которая обсуждается в связи с астрономическими наблюдениями.

Решена ли проблема космологической постоянной? Возможно, что да, однако некоторые вопросы все еще вызывают беспокойство в связи с подходом Коулмена и предшествовавшей работой Хоукинга. Вот краткий перечень наших сомнений.

1) Имеет ли евклидова квантовая космология какое-либо отношение к действительному миру? Как для Хоукинга, так и для Коулмена существенно, что функциональный интеграл определяется стационарной точкой евклидова варианта действия — все выводы полностью разрушились бы, если бы вместо $\exp(3\pi/G\lambda_{\text{eff}})$ мы получили $\exp(3\pi i/G\lambda_{\text{eff}})$! Некоторые технические и концептуальные трудности евклидовой квантовой космологии обсуждались в начале этого раздела.

2) Каковы граничные условия? Вполне возможно, что существенная сингулярность в $\exp(\exp(3\pi/G\lambda(\alpha)))$ сокращается за счет соответствующе быстрого обращения в нуль априорной вероятности $|f_B(\alpha)|^2$. Этого, однако, не происходит в случае граничных условий Хартля — Хоукинга, в которых $|f_B(\alpha)|^2$ есть просто гауссовское распределение. Так же, как показал в своей теории Коулмен (1988b), такое обращение в нуль устраняется практически любым возмущением граничных условий. Тем самым, вместо того чтобы неестественным было иметь нулевую космологическую постоянную, теперь в высшей степени неестественно иметь ее ненулевой. И все же проблема граничных условий вызывает беспокойство, так как она напоминает нам о том, что квантовая космология не является завершенной полной теорией.

3) Реальны ли «кротовые норы»? Вычисление Коулмена основывается на существовании четкого разделения между очень большими четырехмерными многообразиями, для которых длинноволновое эффективное действие стационарно (и к тому же велико по абсолютной величине и отрицательно), и очень маленькими «кротовыми норами», вклад которых в действие составляет порядка единицы (и, вообще говоря, положителен). Также «кротовые норы» предполагаются далеко разнесен-

ными друг от друга, так что можно пренебречь их взаимодействием («приближение разреженного газа»). Не исключено, что можно построить теорию, в которой масштаб «кратовых нор» (величина типа b в формуле (8.22)) в какой-то мере превышает планковский масштаб длины и достаточно велик, чтобы позволить вычислять метрику «кратовых нор» классически. Однако возможность построения такой теории остается под вопросом. Хоукингу (1984b) нет необходимости беспокоиться о «кратовых норах», но откуда мы знаем, что калибровочное поле, являющееся 3-формой, действительно существует? Общий вопрос к обоим авторам: если даже предположить, что существует стационарная точка для действия, в которой $\Gamma_{\text{eff}} = -3\pi/\lambda G$, то откуда мы знаем, что эта стационарная точка является доминирующей?

4) Какова роль следующих членов в эффективном действии? Предположим, например, что мы учли член с шестью производными *):

$$\Gamma_{\text{eff}} = \int d^4x g^{1/2} \left(\frac{\lambda(\alpha)}{8\pi G(\alpha)} + \frac{R}{16\pi G(\alpha)} + \xi(\alpha) G(\alpha) R_{\mu\nu}{}^{\lambda\rho} R_{\lambda\rho}{}^{\sigma\tau} R_{\sigma\tau}{}^{\mu\nu} \right), \quad (8.36)$$

где $\xi(\alpha)$ — безразмерный коэффициент, который так же, как и λ и G , зависит от параметров α , состояния дочерних вселенных. Хоукинг и Коулмен нашли стационарную точку этого действия, в которой $\Gamma_{\text{eff}} \rightarrow -\infty$, когда $\lambda(\alpha) G(\alpha) \rightarrow 0$, но для этого вывода существенно, что в данном пределе $\xi(\alpha)$ остается ограниченной. (Вспомните, что в нашем предыдущем обсуждении вклада членов с высшими производными в Γ_{eff} предполагалось, что коэффициент m^{4-D} при членах с $D \geq 4$ производными меньше, чем $\lambda^{(D-4)/2}$ при $\lambda \rightarrow 0$.) Но если мы можем допустить, что $1/\lambda G$ устремляется к бесконечности, то почему нельзя допустить, что ξ также стремится к бесконечности? В частности, почему бы не использовать размерный множитель $1/\lambda(\alpha)$ вместо $G(\alpha)$ в последнем слагаемом в (8.36)? Это сделало бы неприменимым анализ сингулярности в плотности вероятности $P(\alpha)$ и вполне могло бы полностью устранить эту сингулярность.

Последнее из перечисленных сомнений ведет к некоторым интересным возможностям. Пусть мы все же предполагаем, что по каким-то причинам такие константы, как $\xi(\alpha)$ в (8.36), все же ограничены. Тогда эффекты «кратовых нор» приводят не только к тому, что $\lambda(\alpha)$ фиксируется на нулевом значении, но также и к тому, что все остальные константы фиксируются на их нижнем или верхнем значениях. (Я думаю, что это правильная интерпретация того, что Коулмен (1988b) называет «большой фиксацией».) Например, при $\xi(\alpha)$ ограниченном и $|\lambda(\alpha) G(\alpha)| \ll 1$ действие (8.36) стационарно на сфере с инвариантной длиной окружности $2\pi r$, где

$$r^2 = \frac{3}{\lambda} - \frac{64\xi\pi G^2\lambda}{3}, \quad (8.37)$$

на которой эффективное действие принимает значение

$$\Gamma_{\text{eff}} = -\frac{3\pi}{G\lambda} - \frac{128\xi G\lambda\pi^2}{3}. \quad (8.38)$$

Таким образом, распределение вероятности $\exp(\exp(-\Gamma_{\text{eff}}))$ не только имеет бесконечно высокий пик при $\lambda(\alpha) = 0$, но также содержит

*) Сюда не включены члены, содержащие тензор Риччи $R_{\mu\nu}$ или его след R , так как учет их сводится просто к переопределению метрического тензора, см., например, Weinberg, 1979a. Слагаемое с четырьмя производными $R_{\mu\lambda\rho} R^{\mu\nu\lambda\rho}$ не включено потому, что его можно скомбинировать с членами, содержащими $R_{\mu\nu}$ и R , в топологический инвариант, и следовательно оно является физически неизмеримым в случае фиксированной топологии на больших расстояниях.

$$\text{множитель} \exp\left(\frac{128\xi G\lambda\pi^2}{3} \exp\frac{3\pi}{G\lambda}\right). \quad (8.39)$$

При $G\lambda \rightarrow 0$ величина $G\lambda \exp(3\pi/G\lambda)$ становится бесконечной, и поэтому нормированная вероятность будет иметь дельта-функциональный пик при значении $\xi(\alpha)$, равном ее верхнему пределу. Все константы в эффективном действии для гравитации, включая слагаемые с любым числом производных, могут быть вычислены таким способом*), но все они должны быть ограничены в пределе $\lambda(\alpha)G(\alpha) \rightarrow 0$, чтобы данное рассмотрение имело смысл.

Не исключено, что ограничения (если таковые существуют) на параметры, такие, как $\xi(\alpha)$, возникают за счет подробностей физики «кратовых нор», и в этом случае приведенные замечания не будут полезны для численных оценок в течение некоторого времени. Однако существует другая, более вдохновляющая возможность, что этими ограничениями являясь унитарные пределы, которые можно вычислить, работая лишь в рамках эффективной низкоэнергетической теории. Конечно, маловероятно, что мы сможем измерить параметры, подобные $\xi(\alpha)$, но все же было бы хорошо, если бы мы умели их вычислять, так как до сих пор единственной по-настоящему неудовлетворительной чертой квантовой теории гравитации была явная произвольность бесконечного набора параметров.

9. Обсуждение. Все пять подходов к проблеме космологической постоянной, рассмотренных в разделах 4–8, продолжают вызывать интерес. В настоящее время пятый из них, основанный на квантовой космологии, кажется наиболее обещающим. Однако если «кратовые норы» (или калибровочное поле — 3-форма) в действительности генерируют распределение значений космологической постоянной, не имеющее бесконечного пика при $\lambda_{\text{eff}} = 0$, то мы вынуждены будем вернуться к антропному принципу, чтобы объяснить, почему λ_{eff} не превосходит на много порядков значение, допустимое наблюдениями. С другой стороны, не исключено, что может быть найдена такая модификация теории гравитации, подобная обсуждавшейся в разделе 7, которая создает распределение значений λ_{eff} . Подходы, основанные на суперсимметрии и механизмах подстройки, описанные в разделах 4 и 6, представляются в настоящее время наименее обещающими, но это положение может измениться.

Все пять подходов имеют одну общую черту. Они показывают, что любое решение проблемы космологической постоянной, весьма вероятно, окажет гораздо более широкое воздействие на другие области физики или астрономии. Нет необходимости объяснять потенциальную важность теории супергравитации и суперструн. Легкий скаляр, подобный тому, который необходим для механизма подстройки, может проявиться на макроскопическом уровне в виде «пятой силы». Изменение

*) В той степени, в какой окажется возможным вычислять такие функции как $\lambda(\alpha)$, $G(\alpha)$, $\xi(\alpha)$ и т. п., через параметры исходной фундаментальной теории, такой как теория струны, положение дельта-функциональных пиков в распределении F может позволить делать выводы о значениях величин α , и параметров исходной теории. Однако, не располагая такой исходной фундаментальной теорией, невозможно использовать вычисления величин λG , ξ и т. д. для того, чтобы делать какие либо выводы о наблюдаемых параметрах некоторой промежуточной теории, такой как стандартная модель. Происходит это потому, что в добавок к зарядам, массам и подобным параметрам стандартная модель также неявно включает параметры λ_0 , G_0 , ξ_0 , ..., входящие в эффективное действие для гравитации. Проинтегрировав по полям кварков, лептонов, калибровочных и хиггсовских бозонов, мы получим новые значения λ , G , ξ и т. д., но эти новые значения зависят не только от зарядов и масс, но и от точно такого же числа неизвестных λ , G , ξ и т. д.

теории гравитации путем превращения $\text{Det } g_{\mu\nu}$ в нединамическую величину заставило бы нас переосмыслить наши квантовые теории гравитации, а «кратовые норы» могут сместить все константы в этих теориях к их предельным границам. Наконец, и это представляет огромный интерес для астрономии, если лишь антропные ограничения удерживают эффективную космологическую постоянную в эмпирических пределах, то эта постоянная должна быть достаточно велика, чтобы проявиться в астрономических наблюдениях в обозримом будущем.

Благодарности. При подготовке этого обзора мне принесли огромную пользу обсуждения с моими коллегами. Перечислю здесь некоторых из них, кому я особенно благодарен. Раздел 2 — Дж. Холтон; раздел 3 — Э. Виттен; раздел 4 — С. де Алвис, Дж. Польчинский, Э. Виттен; раздел 5 — П. Дж. Е. Пиблс, П. Шапиро и Е. Вишняк; раздел 6 — Дж. Польчинский; раздел 7 — К. Тейтельбойм, Ф. Вильчек; раздел 8 — Л. Аббот, С. Коулмен, Б. де Витт, В. Фишлер, С. Гиддингс, Л. Сасскинд, К. Тейтельбойм, Ф. Вильчек. Разумеется, они не несут никакой ответственности за все, что я, может быть, неправильно понял.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Abbot L//1985 Phys Lett Ser B V 150 P 427, 1988 Scientific American May 1988. P 106
 Albrecht A, Steinhardt P J//1982 Phys Rev Lett V 48 P 120
 Arnowitt R, Deser S, Misner C//1962 Gravitation An introduction to Current Research/Ed by L Witten — New York Wiley, 1962
 Atick J, Moore G, Sen A 1987 Institute for Advanced Studies preprint — Princeton
 Augustine 398 Confessions/Transl by R S Pine-Coffin — Harmondsworth, Middlesex Penguin Books, 1961 — Book XI
 Bahcall J, Piran T, Weinberg S, Eds 1987 — Dark Matter in the Universe: 4th Jerusalem Winter School for Theoretical Physics — Singapore World Scientific
 Bahcall S R, Tremaine S//1988 Astrophys J V 326 P L1
 Banks T//1985 Nucl Phys Ser B V 249 P 332, 1988 Santa Cruz preprint SCIPP 88/09
 Banks T, Fischler W, Susskind L//1985 Nucl Phys Ser B V 262 P 159
 Barbieri R, Cremmer E, Ferrara S//1985 Phys Lett Ser B V 163 P 143.
 Barbieri R, Ferrara S, Nanopoulos D V, Stelle K S//1982 Ibidem. V 113 P 219
 Barr S M//1987 Phys Rev Ser D V 36 P 1691
 Barr S M, Hochberg D 1988 Bartol preprint BA 88-18
 Barrow J D, Tipler J D 1986 The Anthropic Cosmological Principle — Oxford: Clarendon Press
 Bernstein J, Feinberg G 1986 Cosmological Constants — New York Columbia University Press
 Bludman S A, Ruderman M//1977 Phys Rev Lett V 38 P 255
 Brown J D, Teitelboim C//1987a Phys Lett Ser B V 195 P 177, 1987b Nucl. Phys Ser B V 297 P 787
 Buchmuller W, Dragon N 1988a Hannover preprint ITP UH 1/88, 1988b Hannover preprint ITP-UH2/88
 Carter B//1974 Symposium 63 Confrontation of Cosmological Theories with Observational Data/Ed by M S Longair — Dordrecht, Holland D Reidel P 191, 1983 The Constants of Physics/Ed by W H McCrea, M J Rees — London The Royal Society
 Casimir H B G//1948 Proc Kon Ned Acad V 51 P 635
 Chang N-P, Li D-X, Perez-Mercader J//1988 Phys Rev Lett V 60 P 882.
 Coleman S, de Luccia F//1980 Phys Rev Ser D V 21 P 3305
 Coleman S 1988a Harvard preprint HUTP 88/A008; 1988b Harvard preprint HUTP-88/A022
 Cremmer E, Ferrara S, Kounnas C, Nanopoulos D V//1983 Phys Lett Ser B V 133 P 61
 Cremmer E, Julia B, Scherk J, Ferrara S, Girardello L, van Nieuwenhuizen P//1978 Phys Lett Ser B V 79 P 231, 1979 Nucl Phys. Ser B V 147 P 105

- Davies P C W//1982 The Accidental Universe — Cambridge Cambridge University Press — (Перевод Девис П Случайная вселенная — М Мир, 1985)
- De Sitter W//1917 Mon Not RAS V 78 P 3, reprinted //(Bernstein and Feinberg, 1986)
- De Vaucouleurs G//1982 Nature V 299 P 303, 1983 Astrophys J V 268 P 468 Appendix B
- De Witt B//1967 Phys Rev V 160 P 1113
- Dicke R H//1961 Nature V 192 P 440
- Dine M, Fishler W, Srednicki M//1981 Phys Lett Ser B V 104 P 199
- Dine M, Rohm R, Seiberg N, Witten E//1985 Ibidem V 156 P 55
- Dine M, Seiberg N//1986 Phys Rev Lett V 57 P 2625
- Dirac P A M//1937 Nature V 139 P 323
- Dreitlein J//1974 Phys Rev Lett V 34 P 777
- Dolgov A D//1982 The Very Early Universe Proceedings of the 1982 Nuffield Workshop at Cambridge/Ed by G W Gibbons, S W Hawking, S T C Siklos — Cambridge Cambridge University Press — P 499
- Eddington A S 1924 The Mathematical Theory of Relativity — 2nd ed — London Cambridge University Press 1924 — (Перевод Эддингтон С А Теория Относительности — М, Л — ОНТИ, 1934)
- Einstein A//1917 Sitzungber Preuss Akad Wiss Bd 1 S 142 — (Перевод Эйнштейн А Собрание научных трудов — М Наука, 1965 — Т 1 С 601), 1919. Ibidem S 349 — (Перевод Эйнштейн А Собрание научных трудов — М Наука, 1965 — Т 1 С 664)
- Ellis J, Lahanas A B, Nanopoulos D V, Tamvakis K//1984a Phys Lett. Ser B V 134 P 429
- Ellis J, Kounnas C, Nanopoulos D V//1984b Nucl Phys Ser B V 247 P 373
- Ellis J, Tsamis N C, Voloshin M B//1987 Phys Lett Ser B V 194 P 291.
- Ford L H//1987 Phys Rev Ser D V 35 P 2339
- Freese K, Adams F C, Frieman J A, Mottola E//1987 Nucl Phys Ser B V 287 P 797
- Friedan D, Martinec E, Shenker S//Ibidem V 271 P 93
- Friedmann A//1922 Zs Phys 1924 Bd 21 S 326 — (Перевод //УФН 1963 Т 80. С 447)
- Gibbons G W, Hawking S W, Perry M J//1978 Nucl Phys Ser B V 138 P 141
- Giddings S B, Streminger A 1987 Harvard preprint HUTP 88/A067, 1988 Harvard preprint HUTP 87/A006
- Grisaru M, Siegel W, Rocek M//1979 Nucl Phys Ser B V 159 P 429
- Gross D J//1984 Ibidem V 236 P 349
- Guth A H//1981 Phys Rev Ser D V 23 P 347
- Hartle J B, Hawking S W//1983 Ibidem V 28 P 2960
- Hawking S W//1978 Nucl Phys Ser B V 144 P 349, 1979 Three Hundred Years of Gravitation/Ed by S W Hawking, W Israel — Cambridge Cambridge University Press, 1982 Comm Math Phys V 87 P 395, 1983a Relativity, Groups and Topology II, Les Houches 1983 Summer School — Amsterdam Elsevier, 1984 — P 336, 1983b Phil Trans Roy Soc London Ser A V 310 P 303, 1984a Nucl Phys Ser B V 239 P 257, 1984b Phys Lett Ser B V 134 P 403, 1987a Замечания, цитируемые в Gell Mann M//Phys Scripta 1987 V 15 P 202, 1987b Phys Lett Ser B V 195 P 337, 1988 Phys Rev Ser D V 37 P 904
- Hawking S, Page D//1986 Nucl Phys Ser B V 264 P 185
- Kim J//1979 Phys Rev Lett V 43 P 103
- Knappe G R Kormendy J Eds 1987 — Dark Matter in the Universe I A U Symposium No 117 — Dordrecht, Holland D Reidel
- Лавренташвили Г В, Рубаков В А, Тиняков П Г//1987 Письма ЖЭТФ Т 46 С 20
- Lemaître G//1927 Ann Soc Sci Brux Ser A T 47 P 49, 1931 Mon Not RAS V 91 P 483
- Линде А Д//1974 Письма ЖЭТФ Т 19 С 320, 1982 Phys Lett Ser B V 129 P 389, 1986 Ibidem V 175 P 395, 1987 Phys Scripta V 15 P 169, 1988a Phys. Lett Ser B V 200 P 272, 1988b Ibidem V 202 P 194
- Loh E D, Spillar E J//1986 Astrophys J V 303 P 154
- Loh E D//1986 Phys Rev Lett V 57 P 2865

- Martinez E//1986 Phys Lett Ser B V 171 P 189
 Moore G//1987a Nucl Phys Ser B V 923 P 139, 1987b Institute of Advanced Study preprint IASSNS HEP 87/59, будет опубликовано в «Proceedings of the Cargèse School on Nonperturbative Quantum Field Theory»
 Morozov A, Perelomov A//1987 Phys Lett Ser B V 199 P 209
- Page D//1987 The World and I (будет опубликовано)
 Pais A 1982 Subtle is the Lord The Science and the Life of Albert Einstein — New York Oxford University Press
 Peccei R D, Sola J, Wetterich C//1987 Phys Lett Ser B V 195 P 183
 Peebles P J E//1984 Astrophys J V 284 P 439, 1986 Proceedings of the 1986 Snowmass SSC Summer Study — Argonne, II Argonne Nat Lab, 1987, 1987 Review for Publ A S P
 Peebles P J E, Ratra B 1987 Princeton preprint, submitted to «Astrophys J Lett»
 Petrosian V, Salpeter E E, Szekeres P//1967 Astrophys J V 147 P 1222
 Polchinski J//1986 Comm Math Phys V 104 P 37
- Ratra B, Peebles P J E 1987 Princeton preprint, submitted to «Phys Rev Ser D»
 Rees M J//1987 New Scientist August 6 1987 P 43
 Renzini A//1986 Galaxy Distances and Deviations from Universal Expansion/Ed by B F Madore R B Tully — Dordrecht Holland D Reidel — P 117
 Reuter M, Wetterich C//1987 Phys Lett Ser B V 188 P 38
 Rohm R//1984 Nucl Phys Ser B V 237 P 553
 Rowan Robinson M//1968 Mon Not RAS V 141 P 445
- Shklovsky I//1967 Astrophys J V 150 P L1
 Slipher V M//1924 — Таблица в (Eddington 1924) — P 162
 Spornay M J//1957 Nature V 180 P 334
 Strominger A//1984 Phys Rev Lett V 52 P 1733
- Teitelboim C//1982 Phys Rev Ser D V 25 P 3159
 Turner M S, Steigman G, Krauss L M//1984 Phys Rev Lett V 52 P 2090
- Veltman M//1975 Ibidem V 34 P 777
 Vilenkin A//1986 Phys Rev Ser D V 33 P 3560, 1988 Ibidem V 37 P 888
- Weinberg S 1972 Gravitation and Cosmology — New York Wiley — (Перевод Вайнберг С Гравитация и космология М Мир, 1975) //1979a Three Hundred Years of Gravitation/Ed by S W Hawking, W Israel — Cambridge Cambridge University Press, 1979b Physica Ser A V 96 P 327, 1982 Phys Rev Lett V 48 P 1776 1983 — Неопубликованные замечания на рабочем совещании Problems in Unification and Supergravity La Jolla Institute, January 13—16, 1983, 1987 Phys Rev Lett V 59 P 2607
 Wheeler J A//1964 Relativity Groups and Topology/Ed by B DeWitt C DeWitt — New York Gordon and Breach, //1968 Battelle Rencontres/Ed by C DeWitt, J A Wheeler — New York Benjamin
- Wilczek F Zee A 1983 Неопубликованная работа, цитируемая в (Zee, 1983)
 Wilczek F 1983 How Far Are We from the Gauge Forces //Proceedings of the 1983 Erice Conference/Ed by A Zichichi — New York Plenum 1985 — P 208, 1984 Phys Rep V 104 P 143
- Witten E//1983 Proceedings of the 1983 Shelter Island Conference on Quantum Field Theory and the Fundamental Problems of Physics/Ed by R Jackiw, N N Khuri, S Weinberg E Witten — Cambridge The M I T Press — P 273, 1985 Phys Lett Ser B V 155 P 151
 Witten E Bagger J//1982 Ibidem V 115 P 202
- Zee A//1983 High Energy Physics Proceedings of the 20th Annual Orbis Scientiae/Ed by S L Mintz A Perlmutter — New York Plenum 1985
 Зельдович Я Б//1967 Письма ЖЭТФ 1 6 С 883
 Zuminov B//1975 Nucl Phys Ser B V 89 P 535