

538.7

**ГИДРОМАГНИТНАЯ ДИАГНОСТИКА  
И ГЕОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ РАЗВЕДКА****А. В. Гульельми**

(Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта АН СССР)

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение . . . . .	6 0 5
1.1. Геомагнитные пульсации. 1.2. Метод гидромагнитной диагностики. 1.3. Магнитотеллурическое зондирование.	
2. Колебания и волны в магнитосфере . . . . .	6 0 8
2.1. Лучевая теория. 2.2. МГД-волноводы. 2.3. Колебания магнитных оболочек. 2.4. Формула Ритова.	
3. Плотность магнитосферной плазмы . . . . .	6 1 9
3.1. Диагностика по периоду повторения сигналов 3.2. Диагностика по спектру колебаний.	
4. Электропроводность земной коры . . . . .	6 2 2
4.1. Градиент поверхностного импеданса. 4.2. Уравнение импеданса. 4.3. Сейсмомагнитные волны.	
5. Феноменология магнитных бурь . . . . .	6 2 7
5.1. О прогнозировании магнитных бурь. 5.2. Стохастический эквивалент модели RBM. 5.3. Источники и стоки.	
6. Феноменология магнитных пульсаций . . . . .	6 3 1
6.1. Автогенератор или фильтр? 6.2. Черный ящик без входа. 6.3. Диагностические приложения.	
7. Заключительные замечания . . . . .	6 3 4
Список литературы . . . . .	6 3 5

**1. Введение.**

**1.1. Геомагнитные пульсации.** Геомагнитными пульсациями называют колебания электромагнитного поля Земли в верхней части общего диапазона геомагнитных вариаций. Диапазон пульсаций простирается от миллигерц до нескольких герц [1]. Ниже расположен диапазон бурь, бухт и других аperiodических вариаций магнитного поля, а выше — радиодиапазон.

Границы диапазона условны, т. е. зависят от соглашения. Например, можно расширить диапазон до  $10^{-3}$ — $10^3$  Гц, если исходить из определения геомагнитных пульсаций как гидромагнитных и ионно-циклотронных волн в магнитосфере [2].

Вот уже более ста лет геомагнитные пульсации привлекают внимание исследователей красотой форм, сложным и загадочным поведением. Они дают пример самосогласованного взаимодействия волн и частиц в плазме, доставляют информацию об удаленных областях околоземного пространства, влияют на ход магнитосферных процессов, определяя даже отдельные элементы крупномасштабной структуры магнитосферы. В них заключен целый мир разнообразных свойств и сами они являются существенной частью доступного нам мира.

В настоящее время используется классификация пульсаций, принятая на XIII Генеральной ассамблее Международного союза геодезии и

геофизики (см. [1–3]). Различным видам пульсаций были присвоены специальные сокращенные названия (см. таблицу). Виды разделены на два класса — Pc (Pulsations continuous) и Pi (Pulsations irregularities). Морфологически колебания Pc в целом характеризуются квазисинусоидальностью и большой продолжительностью; Pi — это, как правило, короткие цуги колебаний, шумовые всплески или широкополосные излучения с нестационарным спектром.

Установлено, что пульсации возбуждаются в результате неустойчивостей плазмы в магнитосфере, а также в ионосфере и в солнечном ветре [2]. Этим прежде всего определяется общенаучное значение исследования пульсаций.

Классификация геомагнитных пульсаций

Вид	Диапазон периодов, с
Pc1	0,2–5
Pc2	5–10
Pc3	10–45
Pc4	45–150
Pc5	150–600
Pi1	1–40
Pi2	40–150

Действительно, неустойчивость и связанная с ней нелинейность являются наиболее существенными свойствами плазмы. Наблюдение пульсаций дает возможность в космических масштабах детально исследовать эти свойства.

Морфология и физика пульсаций обогатились за 20 лет, прошедших после опубликова-

ния на страницах УФН обзора [3]. Но даже краткое описание достижений в этой области увело бы нас далеко в сторону от темы. Поэтому укажем только на два новых результата, имеющих прямое отношение к гидромагнитной диагностике:

а) Установлено, что наиболее распространенный вид пульсаций — так называемые Pc3 — возбуждаются не в магнитосфере, как считалось ранее [3, 4], а в солнечном ветре, точнее — перед фронтом околоземной ударной волны [5, 6]. На этой основе был предложен метод диагностики межпланетного магнитного поля по наземным наблюдениям Pc3 [7, 8].

б) Независимо от того, возбуждаются пульсации внутри или вне магнитосферы, их свойства на поверхности Земли существенно зависят от того, насколько близка частота пульсаций к частоте альвеновских колебаний магнитной оболочки, проходящей через пункт наблюдения. При совпадении частот возникает резонанс. В основополагающих работах [9, 10] установлена структура поля пульсаций в окрестности резонанса. Знание этой структуры позволяет предложить эффективный метод диагностики магнитосферы (см. ниже).

**1.2. Метод гидромагнитной диагностики.** Гидромагнитная диагностика представляет собой научный метод, дающий в распоряжение геофизика или другого заинтересованного потребителя качественные и количественные основания для суждения о состоянии и возможных направлениях эволюции околоземной среды по результатам наблюдения геомагнитных пульсаций, а также дающий основания в случае необходимости для принятия тех или иных решений, доступных для исполнения. Исследования по диагностике, как официально признанная деятельность, впервые появились для удовлетворения прежде всего нужд самого геомагнетизма. Хотя методы и техника подхода к таким вопросам были известны и раньше, однако систематическое и широкое применение гидромагнитная диагностика получила начиная с середины 60-х годов в работах сотрудников Геофизической обсерватории Борок ИФЗ АН СССР [11] (см. также монографии [1, 12] и библиографический указатель [13]).

Физической основой гидромагнитной диагностики служат закономерности возбуждения и распространения МГД-волн в околоземной плазме. Эти закономерности известны нам отчасти из теоретического анализа упрощенных моделей, отчасти из эксперимента, и известны далеко не полно. Поясним, как при такой неопределенности следует понимать задачу гидромагнитной диагностики. Для этого напомним общую классификацию задач, которые решаются в электродинамике.

К первому классу относятся прямые задачи, или задачи анализа. Это известные внутренние и внешние задачи, в которых заданы источники, а по ним нужно найти структуру волнового поля в среде, свойства которой считаются известными. Ко второму классу относятся задачи синтеза. Это более специальные задачи, в которых нужно найти источники, возбуждающие в среде заданное поле. Наконец, к третьему классу относятся так называемые обратные задачи. В них по известным источникам и полям нужно найти структуру среды.

Казалось бы, задача гидромагнитной диагностики относится к классу обратных задач. Но выше мы специально подчеркнули, что нам не известны достоверно ни источники, ни поля. Обычно кое-что известно о среде, а кое-что — о поле и его источниках. Поэтому задачу гидромагнитной диагностики следует отнести к смешанным задачам. Представление о таких задачах и подход к их решению даны Краснушкиным в теории распространения сверхдлинных радиоволн (СДВ). Приведем цитату из монографии [14], поясняющую существо дела: «В нашем случае свойства среды заданы неполностью, поэтому приходится решать так называемую смешанную задачу, когда по известным и достоверным, но неполным данным о среде, а также по известным дополнительным данным о волновом поле определяются неизвестные данные о среде и остальное поле». Мы считаем, что теория СДВ дает нам пример и тот уровень, к которому следует стремиться при разработке методов гидромагнитного диагноза.

Воспользуемся еще одной цитатой из [14], чтобы определенно выразить наш скептицизм в отношении перспективности использовать для целей диагностики различного рода «эмпирические закономерности» поведения геомагнитных пульсаций: «Для того чтобы теория была полезной для практиков, функциональные связи между полем и средой должны быть выделены из уравнений поля и материальных уравнений среды, а не непосредственно из опытных данных».

Но желаемый уровень еще не достигнут. Пока что постановка диагноза есть своего рода искусство, причем искусство довольно тонкое. Для него нет готовых рецептов. И все же это искусство рациональное, основанное на методическом проведении нескольких важнейших операций. Короче, у него есть своя собственная логика, которую лучше всего продемонстрировать на конкретных примерах. При выборе примеров помимо новизны мы учитывали также их простоту.

**1.3. Магнитотеллурическое зондирование.** Геомагнитные пульсации используют не только при диагностике магнитосферы, но и в геоэлектрике при исследовании земной коры методом магнитотеллурического зондирования. Сущность магнитотеллурического зондирования состоит в оценке вертикального распределения электропроводности коры по частотной зависимости поверхностного импеданса [15, 16]. Поверхностный импеданс определяют по наблюдениям геомагнитных пульсаций (подробнее см. в [17, 18]).

В данном обзоре проводится идея общности гидромагнитной диагностики и геоэлектрической разведки методом магнитотеллурического зондирования. Ранее эти направления развивались независимо друг от друга: при диагностике магнитосферы не принималась во внимание ин-

формация об электропроводности земной коры, а при магнитотеллурическом зондировании фактически никак не учитывалась волновая структура индуцирующего поля. Исключение составляет цикл работ, обобщенных в монографии [19]. Земная кора моделируется в [19] горизонтально однородным проводящим полупространством. В отличие от этого, в данном обзоре сделан акцент на приближенном учете горизонтальной неоднородности земной коры.

Реализовать идею общности нам поможет асимптотическая теория скин-эффекта [20]. Теория [20] до недавнего времени не была известна в геоэлектromагнетизме. На нее обращено внимание в [21], где подчеркнуто, что полезно использовать результаты [20] при геоэлектрической разведке методом магнитотеллурического зондирования. В дальнейшем было обнаружено, что одна из формул теории [20] (формула Рытова) может найти разнообразные применения не только в геоэлектрике [22, 23], но и в гидромагнитной диагностике [24–26].

План дальнейшего изложения следующий. В разделе 2 изложены необходимые сведения о колебаниях и волнах в магнитосфере. Разделы 3 и 4 посвящены приложениям теории Рытова [20] к диагностике магнитосферы и георазведке. В разделах 5 и 6 рассмотрены вопросы феноменологического моделирования геомагнитных возмущений с акцентом на анализе флуктуационных и критических явлений.

## 2. Колебания и волны в магнитосфере.

**2.1. Лучевая теория.** Лучевая теория распространения МГД-волн, т. е. геометрическая оптика для МГД-волн, или точнее — геометрическая магнитогидродинамика, базируется на соответствующем локальном законе дисперсии, понимаемом как уравнение типа Гамильтона—Якоби. В теории волн его называют уравнением эйконала. Характеристики уравнения эйконала удовлетворяют каноническим уравнениям Гамильтона и являются лучами (траекториями), вдоль которых распространяется энергия МГД-возмущений, если в окрестности каждой точки семейства лучей выполнены довольно жесткие условия применимости лучевого приближения.

Ограничимся рассмотрением монохроматических волн. Это значит, что возмущения зависят от времени как  $\exp(-i\omega t)$ . Среда считается неоднородной, но стационарной. Другими словами,  $\omega(\mathbf{k}, \mathbf{x})$  зависит от координат  $\mathbf{x}$ , но не от времени. Тогда волновой вектор  $\mathbf{k}$  изменяется вдоль луча так, что  $\omega(\mathbf{k}(t), \mathbf{x}(t)) = \text{const}$ . Лучевые уравнения имеют вид [27]

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}}, \quad \frac{d\mathbf{k}}{dt} = -\frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{x}}. \quad (2.1)$$

Очевидно, что цели и методы геометрической магнитогидродинамики и геометрической оптики (акустики, сейсмологии и т. д.) совпадают, а отличие касается лишь предмета, который задается конкретным видом закона дисперсии и, конечно, приложений.

Простейшие законы дисперсии

$$\omega = Ak \quad (2.2)$$

для магнитозвуковых волн и

$$\omega = Ak_{\parallel} \quad (2.3)$$

для альвеновских волн получаются из линеаризованных уравнений магнитной гидродинамики в пренебрежении давлением и диссипативными процессами [28]. Здесь  $A = V/(4\pi\rho)^{1/2}$  — альвеновская скорость,  $k_{\parallel} = |\mathbf{k}\mathbf{V}|/V$ ,  $\mathbf{V}$  — внешнее магнитное поле,  $\rho$  — плотность плазмы.

Формально (2.2) не отличается от закона дисперсии для звуковых волн или для света в изотропной среде. Следовательно, все хорошо известные результаты из оптики и акустики, относящиеся к расчету лучей [27, 29–32], без всяких изменений переносятся на этот случай. Например,

$$R = -A(N\nabla A)^{-1}, \quad (2.4)$$

где  $R$  — радиус кривизны луча,  $N$  — единичный вектор главной нормали к лучу. Это значит, что магнитозвуковой луч изгибается в сторону уменьшения альвеновской скорости подобно тому, как луч света изгибается в сторону увеличения показателя преломления.

Можно сказать, что с формальной точки зрения (2.2) не обладает никакой «магнитогидродинамической» спецификой. Напротив, закон дисперсии альвеновских волн (2.3) предельно специфичен. Из (2.3) следует, что групповая скорость  $\mathbf{v} = \partial\omega/\partial\mathbf{k}$  всегда параллельна или антипараллельна  $\mathbf{B}$  [28]. Это значит, что лучи альвеновских волн совпадают с силовыми линиями магнитного поля, т. е. форма лучей полностью определяется заданием поля  $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ . Остается рассчитать с помощью второго уравнения (2.1) рефракцию, т. е. изменение  $\mathbf{k}$  вдоль луча. Эта задача решается в квадратурах [2].

Однако простота такого описания получена ценой далеко идущей идеализации. В результате из (2.3) следует, например, вывод об отсутствии простых каустик для альвеновских волн. В самом деле, пусть существует простая каустика. Тогда вблизи нее через каждую точку освещенной части пространства проходят два луча — уже коснувшийся и еще не коснувшийся каустики. Но это невозможно, поскольку силовые линии магнитного поля пересечься не могут.

Обсудим другой взгляд, соответствующий другой постановке задачи. Пусть имеется точечный источник альвеновских волн. Все лучи, выходящие из источника, совпадают с одной и той же силовой линией магнитного поля. Эта линия является каустикой (огибающей семейства лучей). Других лучей, кроме каустического, нет, т. е. все пространство, за исключением силовой линии, проходящей через источник, находится в каустической тени.

Эта необычная картина неприемлема по многим соображениям и, в частности, потому, что не обладает структурной устойчивостью. Учет в (2.3) сколь угодно слабой зависимости от поперечной компоненты волнового вектора полностью изменяет характер распространения: появляется девиация, т. е. отклонение луча от силовой линии, и частично восстанавливается нормальная структура каустик.

В холодной плазме слабая зависимость  $\omega$  от  $k_{\perp}$  (поперечная дисперсия) возникает у альвеновских волн вследствие гиротропии среды и (или) инерции электронов. Эффект гиротропии доминирует при малых, а эффект инерции при больших  $k_{\perp}$ . В горячей плазме зависимость  $\omega$  от  $k_{\perp}$  возникает еще и вследствие пространственной дисперсии, которая проявляется в данном случае как эффект ларморовского радиуса ионов.

Интересно, что, несмотря на девиацию альвеновских лучей, связанную с поперечной дисперсией, они никогда не поворачивают назад (рис. 1, а). Другими словами, альвеновские каустики ни в одной точке пространства не касаются поверхностей, ортогональных силовым линиям магнитного поля. Это свойство «незаворотности» оказывается очень прочным. Оно не исчезает ни при учете гиротропии, ни при других модификациях закона дисперсии.

На первый взгляд, таким же свойством обладают и свистящие атмосферерики. По формуле Стори

$$\omega = \alpha k_{\parallel} k \quad (2.5)$$

направление их групповой скорости отклоняется от направления внешнего магнитного поля не более чем на  $19^\circ$  [33]. (Здесь  $\alpha = cB/4\pi eN$ ,  $N$  — концентрация электронов.) Однако на самом деле (2.5) следует заменить на (2.2), если  $k_{\parallel} \rightarrow 0$ . В результате луч свистящего атмосферика в



Рис. 1. Лучевые траектории альвеновской волны (а) и свистящего атмосферика (б). Штрихами показаны силовые линии магнитного поля

отличие от альвеновской волны может повернуть назад, как показано на рис. 1, б.

**2.2. МГД-волноводы.** Применим лучевую теорию для описания волноводов в околоземной плазме.

Рефракционный волновод, направляющий магнитозвуковые волны поперек силовых линий геомагнитного поля, изображен на рис. 2 [34].

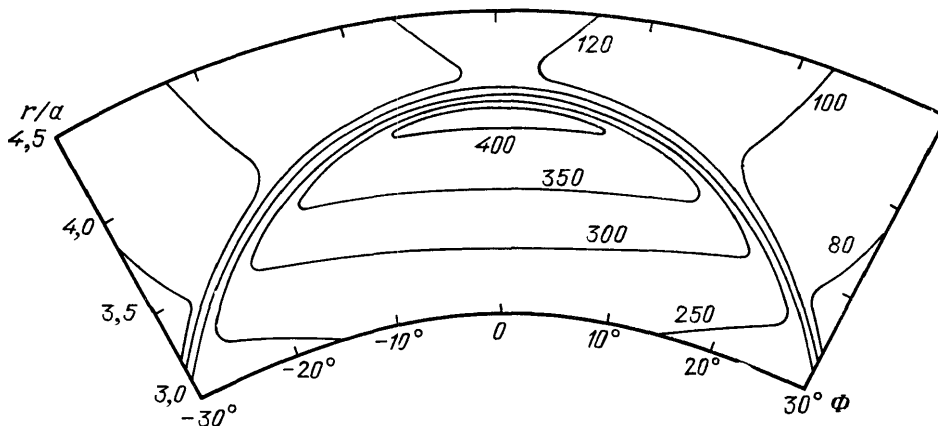


Рис. 2. Изолинии показателя преломления  $n=c/v$  в плоскости геомагнитного меридиана. Плазмопауза расположена на магнитной оболочке с параметром  $L=4$ ,  $a$  — радиус Земли

Если отвлечься от аксиальной несимметрии магнитосферы, то ось волновода совпадает с экватором магнитной оболочки, расположенной под плазмопаузой. Здесь  $A$  увеличивается с удалением от оси по любому направлению — к северу, югу и к Земле — за счет увеличения  $B$ , а от Земли — за счет резкого уменьшения  $\rho$  в плазмопаузе\*). Согласно (2.4) магнитозвуковые лучи загибаются в сторону уменьшения  $A$ , что и приводит к их канализации вдоль оси волновода.

В волноводе происходит самовозбуждение волн на высоких номерах гармоник гирочастоты ионов [35]. Для таких волн (2.2) выполняется только при  $k_{\parallel} = 0$ . Даже при небольшом отклонении направления распространения от поперечного закон дисперсии принимает вид (2.5). (Напомним, что обе формулы аппроксимируют различные участки одной и той же дисперсионной кривой [33].) Есть общая формула, описываю-

\*) Если пренебречь толщиной плазмопаузы, то получится нечто вроде шепчущей галереи.

шая магнитозвуковую ветвь, но весьма громоздкая и неудобная для анализа лучевых траекторий. Поэтому употребительна интерполяционная формула [36]

$$\omega = \alpha k (k_{01}^2 + k_{\parallel}^2)^{1/2}, \quad (2.6)$$

переходящая в (2.2) и (2.5) в соответствующих предельных случаях; здесь  $k_{01} = \omega_{01}/c$ ,  $\omega_{01}$  — плазменная частота для ионов.

Введем в окрестности плазмопаузы ортогональные координаты ( $s$ ,  $x$ ,  $y$ ) так, чтобы координатные линии  $x = \text{const}$ ,  $y = \text{const}$  совпали с силовыми линиями геомагнитного поля. Пусть ось  $y$  направлена вдоль, а  $x$  — поперек магнитных оболочек. Выберем  $y$  в качестве маршевой переменной. Тогда из (2.1), (2.6) с помощью первого интеграла  $\omega(\mathbf{k}(t), \mathbf{x}(t))$  получаются канонические уравнения

$$\frac{dp}{dy} = \frac{\partial H}{\partial q}, \quad \frac{dq}{dy} = -\frac{\partial H}{\partial p} \quad (2.7)$$

с гамильтонианом

$$H = [\omega^2 (a + bk_s^2)^{-1} - fk_s^2 - hk_x^2]^{1/2},$$

где  $p = (k_s, k_x)$ ,  $q = (s, x)$ ,  $a = A^2/g_y$ ,  $b = \alpha^2/g_s g_y$ ,  $f = g_y/g_s$ ,  $h = g_y/g_x$ ,  $g_i$  — ненулевые (диагональные) компоненты метрического тензора.

Пренебрежем теперь слабой зависимостью  $H$  от  $y$  и перейдем к переменным «действие — угол». Тогда, выбрав модель среды (т. е. зависимость  $a$ ,  $b$ ,  $f$ ,  $h$  от  $s$ ,  $x$ ), можно исследовать (2.7) методами теории автономных динамических систем. Ограничимся указанием на характер единственной особой точки системы, которая определяется из равенства нулю правых частей (2.7). В дипольной магнитосфере с «гирочастотным» распределением плазмы вдоль силовых линий ( $N(s) \propto B(s)$ ) координаты особой точки равны  $k_s = 0$ ,  $k_x = 0$ ,  $s = 0$ ,  $x = x_0$ , причем  $x_0$  определяется как решение уравнения

$$N^{-1} \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{8}{L_p}; \quad (2.8)$$

здесь  $s$  отсчитывается от плоскости экватора,  $x$  — от плазмопаузы (к Земле),  $L_p$  — расстояние от центра Земли до экватора плазмопаузы. Особая точка будет притягивающей, если в ней

$$\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} < 0. \quad (2.9)$$

Условия (2.8), (2.9) выполняются около плазмопаузы (ближе к Земле).

Заметим, что аналогичный волновой канал с осью на геомагнитном экваторе существует в ионосфере вблизи максимума слоя F2. Показатель преломления магнитозвуковых волн уменьшается с удалением от оси к северу и к югу за счет увеличения магнитного поля, а вверх и вниз — за счет уменьшения концентрации плазмы.

Перейдем к описанию продольных волноводов. Их роль в распространении МГД-волн типа Pc1 из одного полушария в другое впервые отмечена в [37, 38]. Из последних работ укажем на [39—41].

Существует представление, что альвеновские волны канализируются «лучше», чем магнитозвуковые (см., например, [42]). При квазипродольном распространении это неверно. Оказывается, что условия продольной канализации обеих волн одинаковы. Более того, уравнения, описывающие форму лучей как магнитозвуковых, так и альвеновских волн, сводятся к лучевому уравнению для волн в изотропной среде [39].

Таким образом, в квазипродольном приближении лучи альвеновских волн не обладают никакой спецификой. Они не отличаются от магнито-

звуковых лучей и вообще от лучей любых волн в изотропной среде. Этот вывод имеет важное методическое значение, так как позволяет непосредственно использовать известные результаты геометрической оптики изотропных сред.

Вместо уравнений Гамильтона (2.1) удобно взять уравнение эйконала

$$(\nabla\varphi)^2 = n^2. \quad (2.10)$$

Здесь  $\varphi$  — эйконал,  $n$  — показатель преломления, найденный из локального дисперсионного уравнения и зависящий в общем случае от частоты, локального волнового вектора  $\mathbf{k} = (\omega/c)\nabla\varphi$  и координат [30].

При квазипродольном распространении в холодной плазме для альвеновских (верхний знак) и магнитозвуковых (нижний знак) волн

$$n^2 = \frac{1}{4} [\mathcal{L}(1 \pm |\sec\theta|)^2 + \mathcal{R}(1 \mp |\sec\theta|)^2], \quad (2.11)$$

где  $\mathcal{L} = \varepsilon + g$ ,  $\mathcal{R} = \varepsilon - g$ ;  $\theta$  — угол между  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{k}$ ;  $\varepsilon$  и  $g$  — компоненты тензора диэлектрической проницаемости, причем  $g$  учитывает гиротропию среды [1, 43]. В двухкомпонентной плазме

$$\varepsilon = \frac{\omega_{0i}^2}{\Omega_i^2 - \omega^2}, \quad g = \frac{\omega}{\Omega_i} \varepsilon,$$

где  $\Omega_i$  — гирочастота ионов. Применимость (2.11) ограничена неравенствами

$$\sin^4\theta \ll \left(\frac{2\omega}{\Omega_i}\right)^2 \cos^2\theta, \quad \omega^2 \ll \Omega_i\Omega_e. \quad (2.12)$$

Если  $\omega^2 \ll \Omega_i^2$ , то из (2.12) следует  $\theta^2 \ll 1$ , и (2.11) можно записать так:

$$n^2 = (\varepsilon \pm g) \left(1 + \frac{\theta^2}{2}\right). \quad (2.13)$$

Это справедливо и в более широком диапазоне частот, если условие  $\theta^2 \ll 1$  считать независимым.

Теперь учтем, что  $\theta \approx k_{\perp}/k_{\parallel}$ , обозначим  $\varepsilon \pm g = n_{\pm}^2$  и перепишем (2.13) следующим образом:

$$\frac{c^2}{\omega^2} \left(k_{\parallel}^2 + \frac{k_{\perp}^2}{2}\right) = n_{\pm}^2. \quad (2.14)$$

Сделаем масштабное преобразование  $\mathbf{x}_{\perp} \rightarrow \mathbf{x}_{\perp}/\sqrt{2}$ ,  $\mathbf{k}_{\perp} \rightarrow \sqrt{2}\mathbf{k}_{\perp}$ , где  $\mathbf{x}_{\perp}$  — координаты на поверхностях, ортогональных силовым линиям внешнего магнитного поля. Тогда вместо (2.14) имеем

$$n^2 = n_{\pm}^2(\omega, \mathbf{x}). \quad (2.15)$$

В таком виде показатель преломления, как и в случае изотропной среды, зависит от координат и частоты, но не от ориентации волнового фронта.

Данный подход позволяет единообразно и экономно описывать довольно широкий круг явлений распространения МГД-волн в продольных волноводах на языке геометрической оптики изотропных сред. По существу, можно сразу использовать почти все результаты этой хорошо развитой теории, если отождествить  $n$  с  $n_{+}$  или  $n_{-}$ , сделать масштабное преобразование и проследить за условиями применимости (2.11). Например, для плоских приосевых лучей уравнение, описывающее откля-



нение лучей от геомагнитной силовой линии, имеет вид [39]

$$\frac{d^2x}{ds^2} = -\frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial x}, \quad U = \kappa(s)x - \ln n_{\pm}(x, s); \quad (2.16)$$

здесь  $\kappa$  — кривизна осевой линии. Спецификой МГД-лучей является лишь то, что потенциал  $U$  в два раза меньше, чем в изотропном случае (см. [44]).

Известно, что для космической плазмы характерна слоистая и волнообразная структура со слоями и волокнами, вытянутыми вдоль силовых линий магнитного поля [45]. В магнитосфере эта структура образует систему рефракционных волноводов, по которым электромагнитные волны распространяются из одного полушария в другое. При анализе МГД-волн особенно интересен волновод, пролегающий вдоль силовых линий под сводом плазмосферы. В нем возбуждаются волны на частотах  $\sim 1$  Гц в результате циклотронной неустойчивости распределения протонов радиационного пояса [2], причем инкремент максимален при  $\theta=0$ , т. е. выполнены условия применимости (2.16) по крайней мере в области генерации (в приэкваториальной зоне). Пользуясь указанной выше аналогией, можно применить к (2.16) метод адиабатического инварианта [46], чтобы относительно простым путем найти шаг осцилляции луча по  $s$ , условия захвата в канал и выхода из канала и т. д. [39].

Луч, захваченный в продольный волновод, движется к Земле и достигает ионосферных высот. Здесь волна частично поглощается, а частично отражается обратно в магнитосферу. Отраженная волна, судя по наблюдениям, может попасть в тот же волновод, снова быть усилена в радиационном поясе и достичь ионосферы в противоположном полушарии [1]. Но для нас сейчас важнее то обстоятельство, что часть волновой энергии попадает в так называемый ионосферный волновод и распространяется горизонтально вдоль поверхности Земли на большие расстояния (до 10 тыс. км) от места вторжения луча в ионосферу. Хотя это и благоприятно для наблюдения МГД-сигналов от удаленных источников, но с этим связана необходимость определять пеленг сигналов при осуществлении гидромагнитной диагностики.

Представление об ионосферном МГД-волноводе ввели Тепли и Ландшоф на основе наблюдений Pc1 и модельных расчетов [47]. Последующее развитие теории базировалось в основном на численном решении уравнений для низкочастотных волн в ионосферных слоях (см. [12] и указанную там литературу).

**2.3. Колебания магнитных оболочек.** В диапазоне Pc3–5 (2–100 мГц) длины МГД-волн соизмеримы с размерами магнитосферы, так что геометрическая оптика, вообще говоря, неприменима. Однако известен подход, при котором эйконал зависит от двух, а не от трех координат, как предполагалось выше. Другими словами, лучевая картина используется по двум пространственным направлениям, а по третьему сохраняется волновая (модовая) структура поля. В подводной акустике при этом говорят о горизонтальных лучах и вертикальных модах [48]. По причине, ясной из дальнейшего, мы будем говорить о поперечных лучах и продольных модах.

Рассмотрим колебания магнитных оболочек. Возьмем уравнения Максвелла

$$\text{rot} \mathbf{E} = i \left( \frac{\omega}{c} \right) \mathbf{b}, \quad \text{rot} \mathbf{b} = -i \left( \frac{\omega}{c} \right) \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{E} \quad (2.17)$$

с тензором диэлектрической проницаемости вида  $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \text{diag}(\eta, \varepsilon, \varepsilon)$ . Введем криволинейные координаты  $(x^1, x^2, x^3)$  так, чтобы ось анизотропии

в каждой точке совпала с касательной к координатной линии  $x^1$ . Пусть для простоты  $\hat{\varepsilon}$  не зависит от  $x^3$ . Тогда для тороидальной моды  $\mathbf{b} = (0, 0, b_3)$ ,  $\mathbf{E} = (E_1, E_2, 0)$  из (2.17) имеем [49]

$$\frac{\partial}{\partial x^1} \frac{g_{22}}{\varepsilon g^{1/2}} \frac{\partial b_3}{\partial x^1} + \frac{\partial}{\partial x^2} \frac{g_{11}}{\eta g^{1/2}} \frac{\partial b_3}{\partial x^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{g^{1/2}}{g_{33}} b_3 = 0, \quad (2.18)$$

где  $g_{ik}$  — метрический тензор,  $g = \det g_{ik}$ .

В холодной плазме в низкочастотном пределе ( $\omega \ll \Omega_i$ ) имеем [50]  $\varepsilon = \omega_{0i}^2 / \Omega_i^2$ ,  $\eta = -\omega_{0e}^2 / \omega^2$ , и соответственно (2.18) приобретает вид

$$\frac{\partial}{\partial s} E \frac{\partial \psi}{\partial s} + \omega^2 \left( F \psi - \frac{\partial}{\partial x} G \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = 0; \quad (2.19)$$

здесь  $s = x^1$ ,  $x = x^2$ ,  $\psi = b_3$ . Коэффициенты (2.19) зависят от  $x$ ,  $s$  и равны

$$E = \frac{A^2 g_{22}}{g^{1/2}}, \quad F = g_{33}^{1/2}, \quad G = \frac{g_{11}}{k_{0e}^2 g^{1/2}}.$$

В (2.19) учтена поперечная дисперсия, возникающая за счет инерции электронов. При  $k_{0e} \rightarrow \infty$  (2.19) переходит в известное уравнение Данжи [51].

Уравнение (2.19) обладает интересной особенностью: малый параметр содержится только в поперечном операторе. На языке геометрической оптики движение луча является быстрым по  $s$  и медленным по  $x$ . Это подсказывает путь решения (2.19). Так как малый параметр входит в старшие производные неоднородно, то здесь переход к коротковолновой асимптотике не сопровождается, вообще говоря, переходом к высокочастотному пределу. Возникает возможность исследовать низкочастотные колебания, используя вычислительные преимущества коротковолнового приближения [49].

Для большей ясности вместо (2.19) рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial s} \frac{E}{\omega^2} \frac{\partial \psi}{\partial s} + \mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \psi = 0. \quad (2.20)$$

Оно сохраняет основные черты и всю сложность уравнения (2.19), но удобнее для анализа. Кроме того, (2.20) позволяет на качественном уровне учесть тепловое движение частиц. Для этого нужно положить  $\mu = -1/k_{0e}^2$  в холодной и  $\mu \approx r_i^2$  в горячей плазме и для единообразия в обоих случаях считать  $k_{\perp}^2 |\mu| \ll 1$  (здесь  $r_i$  — гирорадиус тепловых ионов).

Дополним (2.20) идеализированным граничным условием на ионосфере

$$\frac{\partial \psi}{\partial s} \Big|_{s=\pm s_0} = 0. \quad (2.21)$$

Еще одним ограничением, теперь уже полностью определяющим спектр, является условие отсутствия экспоненциального роста поля при  $x \rightarrow \pm \infty$ .

Желая сохранить модовую структуру поля по  $s$  и тем самым не переходить к высокочастотному пределу, попытаемся использовать для отыскания собственных частот один вариант теории возмущений [49]. В основе его лежит разбиение системы на быструю и медленную подсистемы [52].

Вначале находим решение задачи Данжи

$$-\frac{\partial}{\partial s} E(s, x) \frac{\partial \varphi_n}{\partial s} = \lambda_n \varphi_n, \quad \frac{\partial \varphi_n}{\partial s} \Big|_{s=\pm s_0} = 0, \quad (2.22)$$

где  $\varphi_n(s, x)$  и  $\lambda_n(x)$  — собственные функции и собственные значения продольного оператора, параметрически зависящие от медленной переменной  $x$ . Решение исходной задачи (2.20), (2.21) ищем в виде разложения по  $\varphi_n$ . Далее применяем метод последовательных приближений. Уравнение нулевого приближения для коэффициентов разложения  $\psi$  по  $\varphi_n$  есть

$$\mu \frac{d^2 a_n}{dx^2} + \left(1 - \frac{\lambda_n}{\omega^2}\right) a_n = 0.$$

Это уравнение типа Шрёдингера. Следуя [50], находим его квазиклассические решения и определяем спектр из условия квантования [49]

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\mu^{1/2}} \left(1 - \frac{\lambda_n(x)}{\omega^2}\right)^{1/2} = \pi \left(\nu + \frac{1}{2}\right). \quad (2.23)$$

Точки поворота  $x_{1,2}$  находятся из условия обращения в нуль подкоренного выражения, причем между точками поворота оно должно быть положительным. Отсюда следует, что собственные альвеновские колебания существуют и имеют при этом дискретный спектр  $\omega_{n\nu}$ ,  $n=1, 2, \dots$ ,  $\nu=0, 1, \dots$ , только в том случае, если  $\mu \neq 0$  и спектр Данжи  $\lambda_n$  как функция  $x$  имеет максимум ( $\mu < 0$ ) или минимум ( $\mu > 0$ ) [55].

Если  $\mu=0$ , то согласно [53, 54] собственных колебаний нет (см. также [1]). Иногда в данном контексте встречается утверждение о существовании собственных колебаний с непрерывным спектром [55, 56], но оно противоречит представлению о собственных колебаниях как таковых, у которых частота определяется самой системой и не внешним воздействием [57]. Ясно, что все это определенным образом связано с патологическим поведением альвеновских лучей при  $\mu=0$ , о котором упоминалось выше.

Наметим вывод (2.23) другим путем, используя представление о лучах и модах в почти слоистой среде.

Почти слоистой называют среду, свойства которой быстро изменяются с изменением какой-либо одной координаты [48]. Может показаться, что в нашем случае это координата  $x$ , поскольку плазма легко растекается вдоль силовых линий магнитного поля. На самом же деле это координата  $s$ . Своеобразный поворот на  $\pi/2$  направления стратификации связан с влиянием малого параметра  $\mu$  в (2.20). Все это становится очевидным, если ввести новые координаты, в которых расстояния по  $x$  растянуты в  $\mu^{1/2}$  раз:  $\xi = x/\mu^{1/2}$ . Тогда альвеновская скорость  $A(s, \mu^{1/2}\xi)$  будет зависеть от поперечной координаты только через комбинацию  $\mu^{1/2}\xi$ , а малый параметр перед поперечным оператором в (2.20) исчезнет.

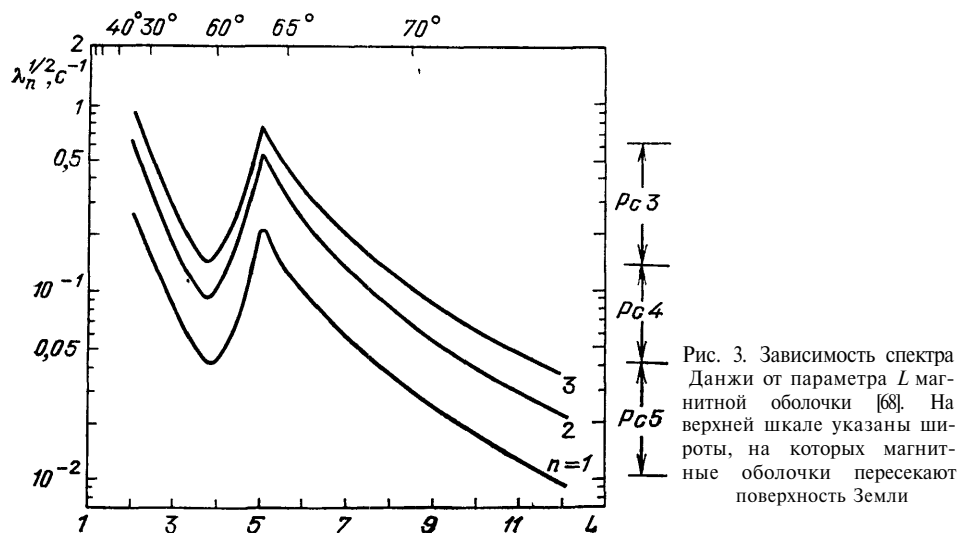
Установив этот факт, можно построить асимптотическую теорию поперечных лучей и продольных мод, почти дословно повторяя аналогичное построение в подводной акустике [48]. В нулевом приближении получается уравнение эйконала, из которого следует (2.23).

На рис. 3, заимствованном из [58], изображена зависимость от  $L$  спектра Данжи. Характерный изгиб кривых связан с переходом от плотной к разреженной плазме при пересечении плазмопаузы, которая в данном случае расположена на  $L=4$  (см. также [1, 12]). В окрестности плазмопаузы предположительно  $\mu > 0$ , так что собственные колебания, по-видимому, сосредоточены вблизи минимумов кривых на оболочке  $L=4$ .

Вне этой области собственных колебаний нет, но существуют так называемые альвеновские резонансы — несобственные колебания магнитных оболочек. Резонансы возбуждаются объемными (магнитозвуковыми) волнами, проникающими в магнитосферу из межпланетной сре-

ды, поверхностными волнами, распространяющимися по магнитопаузе, а также внутримангнитосферными источниками.

Представление об альвеновских резонансах введено Хасегавой, Ченом [9] и Саусвудом [10]. Его часто используют при гидромагнитной диагностике. В то же время это представление нельзя считать простым. Оно затрагивает концептуальные вопросы теории распространения волн. Неудивительно, что широкое использование представления о резонансе силовых линий иногда приводит к неточностям и недоразумениям.



Это мотивирует поиск методических средств, способных внести ясность в картину резонанса силовых линий. Мы проведем аналогию с задачей Фёстерлинга о наклонном падении электромагнитной волны на слой изотропного диэлектрика. Анализ общих и отличительных черт двух задач позволяет устранить малейшую неясность в вопросе о резонансе силовых линий [59].

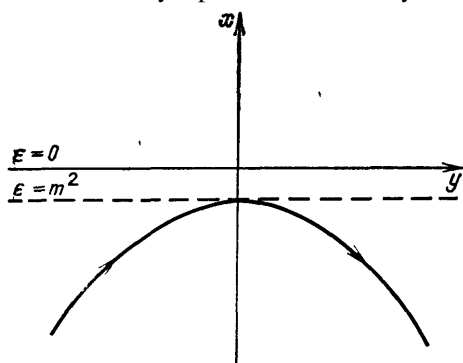


Рис. 4. Падение магнитозвуковой волны на слой неоднородной плазмы

Указанная аналогия имеет эвристическое значение, поскольку задача Фёстерлинга богата физическим содержанием и хорошо изучена [29, 33].

Рассмотрим МГД-волны в плоскостной среде. Введем декартовы координаты так, как показано на рис. 4. Силовые линии внешнего магнитного поля перпендикулярны плоскости чертежа. Плазма неоднородна по  $x$ , причем  $A(x)$  — монотонная функция, плавно переходящая в константу при  $x \rightarrow -\infty$ . Тогда собственные колебания отсутствуют, однако возможно особое вынужденное колебание силовых линий, частота которого задается внешней силой, а локализация по  $x$  определяется положением альвеновского резонанса.

Зададим падающее поле в виде плоской магнитозвуковой волны, распространяющейся снизу вверх. Проекция луча на плоскость  $x, y$  в случае, когда  $A(x)$  — растущая функция, показана на рис. 4. Выберем следующую зависимость от  $y$  и  $z$  в падающей волне:  $\exp(ik_{\parallel}z + imy)$ . В силу однородности среды по  $y$  и  $z$  такую же зависимость будет иметь

полное поле, например

$$b_z = \psi(x) \exp(ik_{\parallel}z + imy).$$

Уравнение для  $\psi$  имеет вид

$$\varepsilon \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\varepsilon} \frac{d\psi}{dx} \right) + (\varepsilon - m^2) \psi = 0, \quad (2.24)$$

где  $\varepsilon = (\omega/A)^2 - k_{\parallel}^2$ . Поперечные компоненты магнитного поля выражаются через продольную по формулам

$$b_x = i \frac{k_{\parallel}}{\varepsilon} \frac{\partial b_z}{\partial x}, \quad b_y = -\frac{k_{\parallel} m}{\varepsilon} b_z. \quad (2.25)$$

С точностью до обозначений (2.24) совпадает с аналогичным уравнением известной задачи Фёстерлинга о падении  $H$ -волны на слой изотропного диэлектрика. Это позволяет сразу дать решение (2.24).

В области  $\varepsilon(x) > m^2$  поле описывается геометрически и имеет вид суперпозиции падающей и отраженной магнитозвуковых волн. Отражающая поверхность  $\varepsilon(x) = m^2$  является каустикой. Обычно в каустической тени ( $\varepsilon(x) < m^2$ ) поле экспоненциально убывает с удалением от каустики. Здесь же на фоне общего убывания возникает особенность при  $\varepsilon(x) = 0$ . Эта особенность и есть альвеновский резонанс.

В резонансе происходит поглощение энергии падающей волны при сколь угодно малой неконсервативности среды. В рамках задачи Фёстерлинга эффект обнаружен в [60]. С тривиальными изменениями он переносится на магнитогидродинамическую задачу.

Следующее рассуждение мы целиком почерпнули из монографии [33], воспользовавшись указанной выше аналогией.

Пусть  $\omega$  и  $k_{\parallel}$  фиксированы, а  $m$  изменяется\*). При  $m=0$  особенность в точке  $\varepsilon=0$  исчезает. Это очевидно, так как  $m=0$  соответствует нормальному падению на слой. При увеличении  $m$  особенность поля рано или поздно также исчезнет. Это связано с ростом расстояния между точкой отражения  $\varepsilon=m^2$  и точкой резонанса  $\varepsilon=0$ , экспоненциальным ослаблением поля за точкой отражения и наличием в реальной системе поглощения, пусть даже весьма малого. Поэтому естественно ожидать, что резонанс проявится наиболее сильно при некотором промежуточном значении  $m$ , не очень большом, но и не очень малом.

Для отыскания зависимости альвеновского резонанса от  $m$  не требуется решать магнитогидродинамическую задачу. Аналогичное решение найдено [33], и в нем нужно только сделать необходимые переобозначения [59].

При описании одного из методов диагностики магнитосферы нам потребуется явное выражение для поля в окрестности резонанса. Положим  $\varepsilon = -ax$ ,  $a > 0$ . Координата точки отражения  $x_0 = -m^2/a$ . Тогда при  $x \rightarrow +0$

$$b_x = -ib_z \frac{k_{\parallel} m^2}{a} \ln(mx), \quad b_y = b_z \frac{k_{\parallel} m}{a} \frac{1}{x}, \quad (2.26)$$

где  $b_z$  берется при  $x=0$ . Если  $x \rightarrow -0$ , то в (2.26) нужно сделать замену  $\ln x \rightarrow \ln|x| - i\pi$  в соответствии с принципом предельного поглощения. Неконсервативность можно учесть введением эффективного параметра  $\Delta$ :  $x \rightarrow x - i\Delta$ . Параметр  $\Delta$  имеет смысл расстояния, на котором  $|b_y|^2$  спадает вдвое при удалении от резонанса.

---

\*Если переформулировать задачу в терминах физики магнитосферы, то  $m$  — азимутальное число.

**2.4. Формула Рытова.** При решении задач гидромагнитной диагностики граничные условия на поверхности Земли обычно берут в виде  $\mathbf{E}_t=0$ ,  $b_n=0$ , где  $\mathbf{E}_t(b_n)$  — касательная (нормальная) проекция электрического (магнитного) поля колебаний, т. е. считают Землю идеальным проводником [1, 3]. Мы же, напротив, будем здесь явно учитывать конечную проводимость Земли и, более того, приближенно учтем ее горизонтальную неоднородность. Для этого воспользуемся теорией скин-эффекта [20], одна из формул которой гласит:

$$b_n = -\frac{c}{i\omega} \text{Div}(\zeta \mathbf{b}_t); \quad (2.27)$$

здесь  $\zeta$  — поверхностный импеданс Земли,  $\text{Div}$  — поверхностная дивергенция.

Простая идея лежит в основе разнообразия применений (2.27) в геоэлектромагнетизме. Считаем одни величины, входящие в (2.27), известными из опыта, а другие — неизвестными, подлежащими определению. Тогда формула (2.27) либо позволит сразу вычислить неизвестные величины, либо наложит на них определенные ограничения. Другими словами, мы будем использовать различные варианты «прочтения» формулы (2.27). Разумеется, для реализации этой программы нам придется вводить дополнительные предположения, о чем будет сказано ниже.

Дадим элементарный вывод (2.27). Пусть для простоты земная поверхность плоская и пусть на ней выполняются приближенные граничные условия Леонтовича [29]

$$E_x = \zeta b_y, \quad E_y = -\zeta b_x. \quad (2.28)$$

(Здесь и ниже ось  $z$  направлена вниз.) Из уравнения индукции

$$\text{rot} \mathbf{E} = i \frac{\omega}{c} \mathbf{b}$$

следует

$$b_z = \frac{c}{i\omega} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right).$$

Подставляя сюда (2.28), получим (2.27) в форме

$$b_z = i \frac{c}{\omega} [(\mathbf{b}_t \nabla \zeta) + \zeta \text{Div} \mathbf{b}_t]. \quad (2.29)$$

Более общий вывод (2.29) из первых принципов с явным указанием условий применимости дан в [20]. Заметим, что в геоэлектрике формула (2.29) широко используется в укороченном виде:

$$b_z = i \frac{c}{\omega} \zeta \text{Div} \mathbf{b}_t, \quad (2.30)$$

т. е. без первого члена в правой части (2.29), учитывающего горизонтальную неоднородность Земли (см. [18] и указанную там литературу). Интересно, что часто (2.30) ошибочно используют как раз именно для изучения горизонтальной неоднородности, применяя при этом экспериментальные средства, допускающие использование (2.29).

Здесь нас интересуют не тонкие детали, связанные с условиями применимости (2.29) (подробный анализ см. в [20]), а просто тот факт, что (2.29) имеет более широкую применимость, чем (2.30). Область применимости (2.29) даже шире, чем область применимости граничных условий Леонтовича. Действительно, (2.29) не изменится, если (2.28)

заменить на

$$E_x = \zeta b_y + \frac{\partial G}{\partial x}, \quad E_y = -\zeta b_x + \frac{\partial G}{\partial y}, \quad (2.31)$$

где  $G$  — произвольная линейная по полю функция  $x, y, \omega$ . Например, если собственно импедансная поверхность  $z = h > 0$  с импедансом  $\zeta_0$  покрыта высокоомным слоем переменной толщины  $h(x, y)$ , то на поверхности слоя ( $z=0$ ) вместо (2.28) имеем (2.31) с  $G = hE_z$ , и  $\zeta = \zeta_0 - i\omega h/c$ , где  $E_z$  — вертикальная компонента электрического поля непосредственно под поверхностью  $z=0$ . Подробнее см. в [22].

### 3. Плотность магнитосферной плазмы.

#### 3.1. Диагностика по периоду повторения сигналов.

Рассмотрим волновой пакет с несущей частотой  $\omega$  в одном из продольных волноводов в магнитосфере. В приближении геометрической оптики удвоенное время группового запаздывания пакета альвеновских волн между торцами волновода равно [2]

$$\tau(\omega) = 8 \sqrt{\pi} \frac{a}{B_e} L^4 \rho_0^{1/2} I(\omega),$$

$$I(\omega) = \int_0^{x_0} \frac{1 - (\omega/2\Omega(x))}{[1 - (\omega/\Omega(x))]^{3/2}} (1 - x^2)^{3-(v/2)} dx, \quad (3.1)$$

$$\Omega(x) = \Omega_0 \frac{(1+3x^2)^{1/2}}{(1-x^2)^3}, \quad x_0 = \left(1 - \frac{1}{L}\right)^{1/2};$$

здесь  $a \approx 6,37 \cdot 10^8$  см — радиус Земли,  $B_e \approx 0,315$  Гс — магнитное поле на экваторе;  $\Omega_0$  и  $\rho_0$  — гирочастота протонов и плотность плазмы в вершине силовой линии, служащей осью волновода. Величина  $L$  равна расстоянию от этой вершины до центра Земли (в единицах  $a$ ). Взято дипольное приближение геомагнитного поля. Распределение плотности плазмы вдоль оси волновода взято в виде  $\rho(x) = \rho_0 (1 - x^2)^{-v}$ , где  $x = \sin \phi$ ,  $\phi$  — геомагнитная широта.

Численный расчет свидетельствует о том, что интеграл  $I$  есть «универсальная» функция отношения  $\omega/\Omega_0$  в том смысле, что он слабо зависит от  $L$  и  $v$ , т. е. от широты пересечения оси волновода с поверхностью Земли и от характера распределения плазмы вдоль волновода [1]. Физически это означает, что основной вклад в дисперсию сигнала вносит приэкваториальный участок траектории, на котором разность  $(\Omega - \omega)$  минимальна.

С величиной  $\tau$  связывают период повторения сигналов Pcl [1, 2, 12] \*). Таким образом, считаем  $\omega$  и  $\tau$  известными из наблюдений. Для оценки  $\rho_0$  по формуле (3.1) недостает информации о параметре  $L$ . Поскольку  $\rho_0 \propto L^{-3} \tau^2$ , к точности оценки  $L$  предъявляются повышенные требования.

Мы специально подчеркивали, что сигналы Pcl распространяются горизонтально в ионосферном волноводе на большие расстояния от торца продольного волновода. Поэтому широта точки наблюдения не дает никакой информации об  $L$ . (Не будем останавливаться на работах, в которых игнорируется это очевидное положение.) Можно попытаться найти  $L$  косвенно по расплыванию сигналов, которое в данном случае про-

\*) Здесь мы отвлекаемся от того, что траектория Pcl может быть «комбинированной» [1], т. е. содержать участки, на которых энергия переносится магнитозвуковыми волнами. (О продольной канализации магнитозвуковых волн см. в предыдущем разделе.)

является как изменение наклона структурных элементов динамического спектра  $P\sigma_1$  к оси времени. Соответствующая техника, аналогичная технике дисперсионного анализа свистящих атмосфериков, была предложена Ватанабе [61], Доуденом и Эмери [62]. Но, во-первых, ширина полосы  $P\sigma_1$ , в отличие от полосы свистов, мала. Точность оценки  $L$  соответственно невелика. Во-вторых, как выяснилось [63—65], сама дискретность динамического спектра  $P\sigma_1$  есть результат существенно нелинейной эволюции волнового поля и, если еще можно рассчитывать на применимость формулы типа (3.1), то интерпретировать дисперсию сигналов в рамках линейной теории нельзя (см. также [1, 2]).

Существует прямой способ определения координат торца продольного волновода и соответственно параметра  $L$ . Идея состоит в том, что измеряют два независимых пеленга (направления горизонтального распространения сигнала) и определяют точку их пересечения. Вообще говоря, нужно еще вводить поправку на боковую рефракцию лучей в ионосферном волноводе, но мы будем считать волновод плоскостойким и сосредоточим внимание на самом методе пеленгования  $P\sigma_1$ .

С помощью формулы Рытова (2.29) пеленг можно определить по наблюдению  $P\sigma_1$  всего лишь в одной точке [24—26].

Вначале методами геоэлектрики измеряем  $\zeta$  и  $\nabla\zeta$  в диапазоне  $P\sigma_1$  в точке наблюдения. После этого регистрируем  $b_z$ ,  $\mathbf{b}_t$  в том же диапазоне. Поскольку сигналы приходят в точку наблюдения, распространяясь в ионосферном волноводе, заменим поверхностный оператор  $\nabla$  в (2.29) на  $ik_t$ , где  $\mathbf{k}_t = (k_x, k_y)$  — локальный волновой вектор горизонтального распространения. Считаем  $k_x, k_y$  неизвестными и решаем уравнение

$$Ak_x + Bk_y + C = 0 \quad (3.2)$$

с комплексными коэффициентами

$$A = \zeta b_x, \quad B = \zeta b_y, \quad C = \frac{\omega}{c} b_z - i\mathbf{b}_t \nabla \zeta,$$

известными из опыта. Пеленг, как угол  $\vartheta$  между меридианом (ось  $x$ ) и направлением распространения, равен  $\vartheta = \arctg(k_y/k_x)$ .

По идее данный метод близок к поляризационному пеленгованию  $P\sigma_1$  [1] и к дирекционному анализу [19]. От первого он отличается тем, что не требует привлечения дополнительных гипотез о малости холловской электропроводности ионосферы и т. п., а от второго — учетом горизонтальной неоднородности земной коры.

МГД-пеленгатор пригоден не только для определения  $L$  при диагностике  $\rho_0(L)$ . Например, зная  $k_x, k_y$ , дополнительно определяем фазовую скорость  $\omega/k_t$  горизонтального распространения МГД-волн в ионосфере. Далее, по флуктуациям угла прихода  $\vartheta$  можно судить об ионосферных неоднородностях на трассе распространения. Наконец, по медленным вариациям широты и долготы торца продольного волновода можно судить о крупномасштабном электрическом поле, приводящем к конвекции магнитосферной плазмы [12, 66].

**3.2. Диагностика по спектру колебаний.** Спектр МГД-колебаний магнитосферы зависит от распределения в пространстве плазмы и магнитного поля. Поскольку структура магнитного поля известна, данные спектральных измерений можно использовать для оценки плотности плазмы  $\rho$ . Весьма интересны с этой точки зрения альвеновские резонансы геомагнитных силовых линий. Различные участки их спектра формируются в различных областях магнитосферы. Это позволяет по известному спектру восстанавливать не только интегральные параметры распределения  $\rho$ , но и локальные. Так, по широтной зависимости частоты резонанса оценивают распределение плотности плазмы  $\rho_0(L)$  попере



магнитных оболочек, а по неэквидистантности гармоник на фиксированной широте — распределение  $\rho$  вдоль силовых линий (см. [1, 3, 4, 12] и указанную там литературу). Для этого используют данные спектрального анализа геомагнитных пульсаций в диапазоне Pс3—5.

Процедура диагностики довольно проста. Если  $f$  — резонансная частота первой гармоники колебаний оболочки с параметром  $L$ , то

$$\rho_0(L) = \left(\frac{6,6}{L}\right)^8 \left(\frac{16,3}{f}\right)^2; \quad (3.3)$$

здесь  $\rho_0$  — в единицах массы протона,  $f$  — в мГц. Числовые коэффициенты в (3.3) соответствуют зоне широт в окрестности «геостационарной» оболочки ( $L \sim 6,6$ ). За пределами этой зоны и для других гармоник коэффициенты будут несколько иными. Они определяются путем численного решения задачи Данжи (2.22).

Здесь, как и при диагностике по периоду повторения сигналов, основная трудность состоит в оценке  $L$ . Широкополосный внешний источник возбуждает оболочки в широком интервале  $L$ , и вследствие пространственного перекрытия резонансов наблюдатель будет регистрировать достаточно широкий спектр колебаний. В этом случае задача состоит в том, чтобы «растасовать» компоненты зарегистрированного спектра по  $L$ . Если же источник узкополосный, то задача состоит в том, чтобы определить  $L$  той оболочки, которая резонирует на частоте источника. (Понятно, что положение наблюдателя не дает нужной информации из-за конечной пространственной ширины резонанса.)

Стандартный путь решения указанных задач сводится к следующему. Размещают цепочку обсерваторий, вытянутую по геомагнитному меридиану, так, чтобы перекрыть обследуемый диапазон  $L$ , после чего производят интерполяцию по  $L$  спектральных компонент колебаний. Из последних работ такого плана укажем на [67].

Опишем альтернативный подход. Он базируется на анализе формулы Рытова и позволяет оценивать  $\omega(L)$  в конечном интервале  $L$  по наблюдениям всего лишь в одной точке [26].

Разместим пункт наблюдения в районе с горизонтально однородным распределением электропроводности земной коры\*). Будем регистрировать западно-восточную компоненту электрического поля  $E_y$  и вертикальную компоненту магнитного поля  $b_z$  колебаний и определять расстояние от пункта наблюдения ( $x=0$ ) до резонирующей на частоте  $\omega$  оболочки по формуле

$$x_R(\omega) = |E_y| |b_z|^{-1} \lambda \sin \varphi. \quad (3.4)$$

Здесь  $\varphi(\omega)$  — разность фаз между спектральными компонентами  $E_y(\omega)$  и  $b_z(\omega)$ ,  $\lambda = c/\omega$ . Находим функцию, обратную  $x_R(\omega)$ , и по ней оцениваем  $\rho_0(L)$  с помощью (3.3). (Параметр  $L$  известным образом связан с  $x_R$ , см. [1].)

Получим (3.4) из (2.29) с учетом структуры (2.26) альвеновских резонансов. Пусть  $\Delta$  — ширина резонанса, тогда

$$b_x(x) = b_x(x_R) [1 + i(x - x_R)\Delta^{-1}]^{-1}. \quad (3.5)$$

Здесь учтен поворот поляризации на  $\pi/2$  при прохождении колебаний через ионосферу [12]. Из (3.5) находим

$$\frac{\partial b_x}{\partial x} = \frac{b_x(0)}{x_R + i\Delta} + i\Delta \quad (3.6)$$

\*) То есть  $\nabla \zeta = 0$  в (2.29). Обобщение на случай  $\nabla \zeta \neq 0$  очевидно.

при  $x=0$ . С другой стороны,

$$\frac{\partial b_x}{\partial x} = -i \frac{\omega}{c_z} b_z. \quad (3.7)$$

Это следует из (2.29) при  $\nabla \xi = 0$  и с учетом того, что в окрестности резонанса  $\text{Div } \mathbf{b}_i \approx \partial b_x / \partial x$  с точностью до членов порядка  $(m\Delta)^2 \ln(m\Delta)$ , где  $m$  — азимутальное число,  $m\Delta \ll 1$ . Комбинируя (2.28), (3.6), (3.7), получаем (3.4).

В цикле недавно опубликованных работ [68—77] для диагностики  $\rho$  использована пара обсерваторий, разнесенных по широте на расстояние примерно 100 км и связанных между собой телеметрическим каналом. Идея авторов [68—77] состоит в том, что из равенства амплитуд спектральных компонент  $|b_x(\omega)|$  в двух точках можно найти частоту колебаний некоторой фиксированной оболочки (той, что проходит строго посередине между обсерваториями). По сравнению с этим метод (3.4) обладает следующим преимуществом: по наблюдению на одной обсерватории получается информация о резонансных частотах в конечном интервале  $L$ , а не на фиксированной оболочке, как в [68—77] по наблюдению на двух обсерваториях. Очевидно также техническое преимущество (не требуется телеметрия). Эти преимущества достигнуты неявным учетом в (3.4) с помощью формулы Рытова электропроводности земной коры в окрестности точки наблюдения.

#### 4. Электропроводность земной коры.

**4.1. Градиент поверхностного импеданса.** Итак, мы пришли к заключению, что формулу Рытова полезно использовать в гидромагнитной диагностике. Другая важная область приложения — это геоэлектрическая разведка. Здесь (2.27) применяется, в частности, при измерении градиента поверхностного импеданса земной коры [22—26].

Тривиальный подход к задаче об измерении  $\nabla \xi$  состоит в том, что производится магнитотеллурическое зондирование и определяется  $\xi$  в трех или более точках. В общем случае процедуры многоточечных измерений  $\xi$ , понятно, не избежать. Но интересно и полезно знать, что в некоторых специальных случаях для измерения  $\nabla \xi$  достаточно провести наблюдение и обработку компонент электромагнитного поля всего лишь в одной точке.

Считаем  $\nabla \xi$  в (2.29) неизвестной, а  $b_z$ ,  $\mathbf{b}_i$  — известными величинами в заданной точке на земной поверхности. Для вычисления  $\nabla \xi$  недостает информации о  $\text{Div } \mathbf{b}_i$ . Простейшее решение состоит в том, что просто отбрасывается второй член в правой части (2.29). Тогда укороченная формула

$$b_z = i \frac{c}{\omega} \mathbf{b}_i \nabla \xi \quad (4.1)$$

позволяет найти  $\nabla \xi$  (\*).

Для перехода от (2.29) к (4.1) требуется, чтобы характерный размер неоднородности  $\xi$  был много меньше характерного размера неоднородности  $\mathbf{b}_i$ . Это условие выполняется, например, в сейсмоактивных районах вблизи геологических разломов [22]. Здесь формула (4.1) имеет преимущество простоты и экономичности в смысле проведения измерений. Но именно здесь вероятнее всего будут нарушены условия применимости более общей формулы (2.29).

\*) Чтобы вычислить обе компоненты комплексного вектора  $\nabla \xi$ , нужно произвести два независимых измерения компонент магнитного поля при различных поляризациях  $\mathbf{b}_i$ .

Для применения (4.1) идеальным было бы поле, о котором заранее известно, что оно поперечное ( $\text{Div} \mathbf{b}_i = 0$ ). Условие поперечности выполняется для продольных и поперечных резонансов эндовибратора земля—ионосфера [72].

Продольные резонансы возбуждаются в полости, ограниченной снизу поверхностью Земли, а сверху — нижней границей ионосферы. Их чаще называют шумановскими по имени Шумана, который в 50-х годах указал на их существование, первым оценил спектр, добротность и отметил грозовые разряды как возможный источник колебаний. Частоты резонансов  $f_n \sim nc/2\pi a$  получаются из условия, что на окружности земного шара укладывается целое число длин волн. Оценка дает  $f_1 \sim 7,5$  Гц,  $f_2 \sim 15$  Гц,  $f_3 \sim 22,5$  Гц. Это довольно близко к экспериментальным значениям  $f_1 \sim 8$  Гц,  $f_2 \sim 14$  Гц,  $f_3 \sim 20$  Гц [72].

Для шумановских резонансов (4.1) принимает вид [23]

$$b_z^{(n)} = ia \mathbf{b}_i^{(n)} \nabla \zeta [n(n+1)]^{-1/2}, \quad (4.2)$$

где  $a$  — радиус Земли,  $n=1,2, \dots$  — номер резонанса. На частоте 8 Гц глубина проникновения поля в землю равна 530 м, если для конкретности положить проводимость горных пород равной  $10^9$  с<sup>-1</sup>. Это значит, что продольные резонансы можно использовать для зондирования верхних слоев Земли. Так как колебания глобальны, а грозовые источники действуют непрерывно, то измерение  $\nabla \zeta$  можно сделать в любой точке и практически в любое время. Говоря о приложениях метода, ограничимся здесь лишь общим указанием на целесообразность стационарных наблюдений за вариациями горизонтальной неоднородности электропроводности Земли в окрестности заданной точки исследуемого региона. Наблюдения такого рода могут дать информацию о развитии неблагоприятных геологических процессов (подготовка землетрясений, оползней и др.).

Частоты поперечных резонансов  $f_n \sim nc/2h$  эндовибратора земля—ионосфера получаются из условия, что по вертикали между землей и ионосферой укладывается целое число полуволн [73]. Ночью нижняя граница ионосферы располагается на высоте  $h \sim 90$  км, откуда  $f_1 \sim 1,7$  кГц. На этой частоте глубина проникновения поля в землю равна 37 м, если проводимость земли  $10^9$  с<sup>-1</sup>. Таким образом, поперечные резонансы можно использовать для зондирования самых верхних слоев земли.

Поперечные резонансы, как и продольные, эффективно возбуждаются молниевыми разрядами. В отличие от продольных поперечные резонансы не глобальны, а локальны, или, лучше сказать, региональны, так как в естественных условиях наблюдаются на расстояниях до 2—3 тыс. км от источника. Они известны под названием «твики» (tweaks). Динамический спектр твика нестационарен: со временем несущая частота колебаний асимптотически приближается сверху к одной из гармоник поперечного резонанса  $f_n$ . Соответственно для твикив асимптотически выполняется формула

$$b_z^{(n)} = \frac{ih}{\pi n} \mathbf{b}_i^{(n)} \nabla \zeta, \quad (4.3)$$

аналогичная формуле (4.2) для шумановских резонансов.

Специалист по геоэлектрике должен обратить внимание на аналогию метода измерения  $\nabla \zeta$ , обоснованного здесь анализом формулы Рытова, и других подобных методов, известных под названиями плоскости Паркинсона, эллипсоида Вильгельма, вектора Визе, Шмукера, Пораша и др. (см. обзор [74] и указанную там литературу). С этим нужно согласиться при одной существенной оговорке. В то время как методы [74]

базируются на эмпирических, или, лучше сказать, эвристических соображениях, данный метод основан на асимптотической теории скин-эффекта [20]. В этом смысле он, во-первых, допускает обобщения и, во-вторых, не выводит нас за рамки феноменологической электродинамики. Другие перечисленные выше методы оперируют дополнительными геометрическими объектами, предположительно отражающими внутреннее строение Земли, т. е. неявно предполагают определенную интерпретацию измерений. Разумеется, применение данного метода ведет к задаче интерпретации, но она может рассматриваться независимо от измерений. Измерения же полностью и единообразно осуществляются в терминах поверхностного импеданса.

**4.2. Уравнение импеданса.** Выше мы считали неизвестными величинами в (2.29) сначала  $\mathbf{k}_t$ , затем  $\text{Div } \mathbf{b}_t$ , наконец,  $\nabla \zeta$ . Теперь же будем считать неизвестным поверхностный импеданс  $\zeta$  и перепишем (2.29) в виде

$$A \frac{\partial \zeta}{\partial x} + B \frac{\partial \zeta}{\partial y} + C \zeta + D = 0. \quad (4.4)$$

Можно рассматривать (4.4) как дифференциальное уравнение для отыскания импеданса  $\zeta(\omega; x, y)$  при условии, что коэффициенты

$$A = b_x, \quad B = b_y, \quad C = \text{Div } \mathbf{t}_t, \quad D = i \frac{\omega}{c} b_z$$

известны из наблюдений [22]. Этим обобщается широко используемый в настоящее время метод геоэлектрической разведки на случай горизонтально неоднородной Земли: вместо алгебраического соотношения [75, 76]

$$\zeta = - \frac{D}{C} \quad (4.5)$$

вводится дифференциальное уравнение импеданса (4.4).

Ясно, что для реализации данного подхода требуются высокоточные синоптические наблюдения на достаточно густой сети магнитометров. При этом не привлекается, как в предыдущем разделе, априорная информация о структуре индуцирующего поля, так как все необходимое для разведки получается в процессе наблюдения поля на этой сети. Такие сети есть. Например, на севере Скандинавии удобно размещены несколько десятков хорошо оборудованных обсерваторий [75—77].

В предельных случаях  $l_\zeta \ll l_b$  и  $l_\zeta \gg l_b$  вместо (4.4) можно применять формулы (4.1) и (4.5) соответственно. (Здесь  $l_\zeta$  и  $l_b$  — характерные размеры неоднородностей импеданса и магнитного поля.) Но значение этих двух предельных случаев для геоэлектрической разведки весьма неодинаково. Ведь (4.1) дает нетривиальную информацию о структуре земной коры по наблюдениям в одной точке, в то время как (4.5) требует многоточечных наблюдений, что, вообще говоря, допускает применение более общего подхода, основанного на (4.4).

**4.3. Сейсмамагнитные волны.** Движение проводящих слоев земной коры в магнитном поле земного ядра при распространении сейсмических волн индуцирует переменное электромагнитное поле. Включение этого круга явлений в данный обзор мотивировано тем, что сейсмические волны представляют собой естественный внутриземной источник геомагнитных пульсаций. Кроме того, по результатам синхронной регистрации сейсмического и магнитного сигналов можно сформировать интерпретационный параметр, частотная зависимость которого содержит информацию о структуре геоэлектрического разреза [78—81].

Ожидаемый сейсмамагнитный эффект довольно велик. На первый взгляд, это удивительно, так как во многом аналогичный эффект морских волн пропорционален их амплитуде и тем больше, чем выше проводимость среды [82]. При умеренном волнении возмущение магнитного поля составляет  $\sim 10^{-10}$  Тл. Проводимость земной коры на порядок ниже проводимости морской воды, а амплитуда сейсмических волн по крайней мере на два-три порядка меньше амплитуды морского волнения. Тем не менее магнитные эффекты сейсмических и морских волн соизмеримы друг с другом. Связано это с тем, что критерий замороженности для данного круга задач имеет вид

$$\gamma = 2\sigma T \left(\frac{v}{c}\right)^2 \gg 1,$$

где  $\sigma$  — проводимость среды,  $T$  и  $v$  — период и фазовая скорость волны. Он не совпадает с условием  $R_m \gg 1$ , где  $R_m$  — магнитное число Рейнольдса. В обоих обсуждаемых случаях  $R_m \ll 1$ . Но если для сейсмических волн  $\gamma \sim 1$ , то для морских  $\gamma \ll 1$ , т. е. в этом смысле земная кора сильнее увлекает геомагнитное поле при своем движении, чем морская вода.

Будем рассматривать земную кору как проводящее упругое тело, помещенное во внешнее магнитное поле. Известно, что в таком теле могут распространяться магнитоупругие волны, которые описываются самосогласованной системой уравнений теории упругости с учетом пондеромоторной силы и уравнениями квазистационарной электродинамики [83, 84]. Поскольку, однако, в земной коре с большим запасом выполняется неравенство  $B \ll (4\pi\alpha)^{1/2}$ , то влиянием пондеромоторной силы можно пренебречь (здесь  $\alpha$  — модуль сдвига). В этом приближении магнитоупругие волны распространяются с той же скоростью, что и упругие, но отличаются от них поляризацией. А именно, распространение магнитоупругой волны сопровождается не только деформацией тела, но и колебаниями электромагнитного поля.

Итак, поле деформации  $\xi(\mathbf{x}, t)$  можно считать заданным. В дальней зоне следует рассмотреть только поверхностную волну Рэлея, поскольку объемные волны быстро ослабевают с удалением от очага землетрясения, а волна Лява в силу особенностей поляризации создает пренебрежимо малый индукционный магнитный эффект.

Пусть волна Рэлея распространяется вдоль оси  $x$  по поверхности тела, заполняющего полупространство  $z \leq 0$ :  $\xi = \mathbf{a}(z) \exp(ikx)$ . Зависимость  $\xi$  от  $y$  отсутствует и  $\xi_y = 0$ . Зависимость от времени вида  $\exp(-i\omega t)$  предполагается, но явно не указывается. Компоненты  $\mathbf{a}(z)$  равны [85]

$$\begin{aligned} a_x &= \kappa_t u \exp(\kappa_t z) + k w \exp(\kappa_t z), \\ a_y &= -iku \exp(\kappa_t z) - i\kappa_t \omega \exp(\kappa_t z). \end{aligned} \quad (4.5')$$

Здесь

$$\begin{aligned} \kappa_t &= \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2}\right)^{1/2}, \quad \kappa_l = \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2}\right)^{1/2}, \\ \omega &= c_t k v, \quad \frac{u}{w} = -\left(1 - \frac{v^2}{2}\right)(1 - v^2)^{1/2}; \end{aligned}$$

$v$  монотонно увеличивается от 0,874 до 0,955 при увеличении коэффициента Пуассона от 0 до 1/2.

В проводящих слоях Земли ( $z \leq 0$ ) квазистационарное магнитное поле  $\mathbf{b}$  удовлетворяет уравнению [29]

$$(\Delta + \rho^2) \mathbf{b} = \rho^2 [(\mathbf{B} \nabla) \xi - \mathbf{B} (\nabla \xi)], \quad (4.6)$$

в котором  $p = (1+i)(2\pi\sigma\omega/c^2)^{1/2}$ . Считаем, что  $\sigma$  зависит только от  $z$ , причем функция  $\sigma(z)$  — кусочно-постоянная. В воздухе ( $z > 0$ ) справедливо уравнение  $\Delta \mathbf{b} = 0$ . Кроме того, в обеих средах  $(\nabla \mathbf{b}) = 0$ . На поверхности  $z=0$  и на границах раздела между проводящими слоями выполняется условие непрерывности  $\mathbf{b}$ . Подставляем в правую часть (4.6) поле  $\xi(\mathbf{x}, t)$  с учетом (4.5) и ищем решение, исчезающее при  $z \rightarrow \pm\infty$ . Оговоренными условиями решение определяется однозначно.

Если  $\sigma$  не зависит от  $z$ , то при  $z \geq 0$

$$b_x = -ib_z = b_{x0} \exp [k(ix - z)], \quad (4.7)$$

причем

$$b_{x0} = \left( \frac{uT}{q + \kappa_t} + \frac{\omega L}{q + \kappa_t} \right) \left( \frac{p^2 k}{q + k} \right), \quad (4.8)$$

где

$$T = ikB_x + \kappa_t B_z, \quad L = i\kappa_t B_x + kB_z, \\ q = (k^2 - p^2)^{1/2}, \quad \text{Re } q > 0.$$

Без учета токов смещения  $b_y = 0$ . При учете этих токов выясняется, что  $b_y$  примерно в  $(4\pi\sigma/\omega)$  раз меньше, чем  $b_x$  и  $b_z$ .

В рамках данной модели магнитный  $\mathbf{b}$  и сейсмический  $\mathbf{a}$  сигналы на частоте  $\omega$  при известных  $\mathbf{B}$  и  $v = \omega/k$  однозначно определяют  $\sigma$ . В качестве интерпретационного параметра можно взять, например, отношение  $b_y/a_z$  при  $z=0$ .

Более реалистичная модель электропроводности Земли должна учитывать стратификацию, включающую осадочный чехол, кристаллический фундамент и хорошо проводящее основание. В самом общем случае многослойной среды формула (4.7) остается без изменения, но формула, аналогичная (4.8), имеет весьма громоздкий вид. Поэтому ограничимся рассмотрением предельного случая, в известном смысле противоположного случаю однородного полупространства. Именно, будем считать, что пласт осадочных пород с проводимостью  $\sigma$  имеет толщину  $h$  такую, что  $kh \ll 1$ . Далее, пусть непроводящий кристаллический фундамент находится на идеально проводящем основании, которое залегает на глубине  $z = -H$ , причем  $H \gg h$ ,  $kH \gg 1$ . Тогда [81]

$$b_{x0} = \frac{p^2 h k (uT + \omega L)}{(1-i)k - p^2 h}. \quad (4.9)$$

Формулы (4.8) и (4.9) соответствуют высокочастотной ( $kh \gg 1$ ) и низкочастотной ( $kh \ll 1$ ) асимптотикам. Первая из них дает возможность определить  $\sigma$ , вторая  $\sigma h$ , а в совокупности они позволяют определить оба параметра осадочного чехла — проводимость и толщину, если известна частотная зависимость  $b_y/a_z$  в достаточно широком диапазоне.

Для землетрясения 28 марта 1964 г. с эпицентром на Аляске  $\omega \approx 0,3 \text{ с}^{-1}$ ,  $k \approx 10^{-6} \text{ см}^{-1}$ ,  $a \approx 1 \text{ см}$  по наблюдениям в Берген Парк (США) [86]. Положим  $B \approx 5 \cdot 10^4 \text{ нТл}$ ,  $\sigma = 10^9 \text{ с}^{-1}$ ,  $h \approx 2 \cdot 10^5 \text{ см}$ ,  $H \approx 5 \cdot 10^6 \text{ см}$ . Условия применимости формулы (4.9) выполнены и она дает  $b \approx 0,05 \text{ нТл}$ . Это небольшая, но обнаруживаемая величина.

Еще один пример заимствуем из области исследования сейсмоэлектромагнитных явлений, сопровождающих мощный наземный взрыв. В нескольких километрах от промышленного взрыва в Хорезмской области 25 июля 1983 г. наблюдались поверхностные волны с  $\omega \approx 6 \text{ с}^{-1}$ ,  $k \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}^{-1}$ ,  $a \sim 1 \text{ см}$  [87]. Выполняются условия применимости (4.8). Проводимость в районе взрыва  $\sigma \approx 2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ . Отсюда при  $B \approx 5 \cdot 10^4 \text{ нТл}$  получаем  $b \approx 0,2 \text{ нТл}$ .

Обратим внимание на то, что индукционный сейсмомангнитный сигнал имеет круговую поляризацию в вертикальной плоскости (см. (4.7)). Этим он радикально отличается от других магнитных эффектов сейсмического происхождения, например от пьезомагнитного сигнала или от магнитостатического сигнала, связанного с перемещением магнитных аномалий в поле сейсмической волны. Оба указанных сигнала поляризованы линейно. Специфическая поляризация индукционного сейсмомангнитного сигнала может быть использована для выделения этого сигнала на фоне помех.

Наконец, обратим внимание на то, что отношение горизонтальных компонент электрического и магнитного полей дает не поверхностный импеданс Земли, как в методе Тихонова — Каньяра, а скорость сейсмической волны [81]

$$v = -i \frac{cE_y}{b_x},$$

где  $E_y$  — в системе отсчета, связанной с невозмущенной поверхностью Земли.

## 5. Феноменология магнитных бурь.

**5.1. О прогнозировании магнитных бурь.** Мощное магнитное возмущение, сопровождающееся усилением кольцевого тока в радиационном поясе, называют магнитной бурей [12]. При прогнозировании бурь вопросы диагностики выступают на первое место, так как во многих случаях основные ошибки прогноза происходят от неверной оценки текущего состояния. Рассмотрим в этом свете прогнозирование магнитных бурь вспышечного происхождения.

Диагноз предвспышечной ситуации на Солнце по наблюдениям одних только геомагнитных пульсаций, разумеется, поставить нельзя. Впрочем, высказывалось и противоположное мнение [88], но мы будем считать, что вспышка уже произошла, и обсудим вопрос, нельзя ли по данным о пульсациях предсказать момент начала бури, т. е. момент контакта ударного фронта вспышечного потока с магнитосферой Земли?

Перед тем как фронт потока коснется магнитосферы, на земной поверхности могут быть обнаружены специфические колебания магнитного поля, обусловленные проникновением в магнитосферу гидромагнитных волн, которые опережают вспышечный поток. По оценкам [89], ожидаемая частота гидромагнитного предвестника близка к 0,1 Гц, а среднее время опережения — к 8 ч. Фронту потока предшествует также пучок заряженных частиц. Проникновение этих частиц в магнитосферу, а затем в ионосферу на высоких широтах может сформировать предвестник в виде бухты риометрического поглощения [90].

После того как буря началась, задача прогнозирования состоит в заблаговременной оценке ее силы и продолжительности. Для точной формулировки задачи следует выбрать модель эволюции кольцевого тока, ответственного за главную и восстановительную фазы бури.

Сложное строение магнитосферы и сложное поведение составляющих ее структурных элементов затрудняют «микроскопическое» моделирование магнитной бури, т. е. последовательное описание на основе уравнений физики плазмы. Микроскопический подход дает понимание фрагментов общей картины, но если исходить только из первых принципов, то практически невозможно представить в целом, например, Dst-вариацию — важнейшее проявление магнитной бури. Как и в других подобных случаях, это оправдывает попытку феноменологического моделирования.

Построение феноменологической модели для описания Dst означает подбор по возможности простого уравнения эволюционного типа. Желательно, чтобы выбор был мотивирован физическими и геофизическими соображениями. Параметры уравнения должны быть найдены из наблюдений. Например, известная модель RBM имеет вид [91]

$$\dot{D} = q(t) - \alpha D, \quad (5.1)$$

где

$$\begin{aligned} D &= D_0 - Dst + aU\rho^{1/2}, \\ q &= 0, \quad E < E_0, \\ &= \mu(E - E_0), \quad E \geq E_0, \\ E &= -\frac{U}{c} B_z; \end{aligned}$$

здесь  $U$  и  $\rho$  — скорость и плотность солнечного ветра,  $B_z$  — компонента межпланетного магнитного поля,  $D$  связано с Dst так, что оно равно

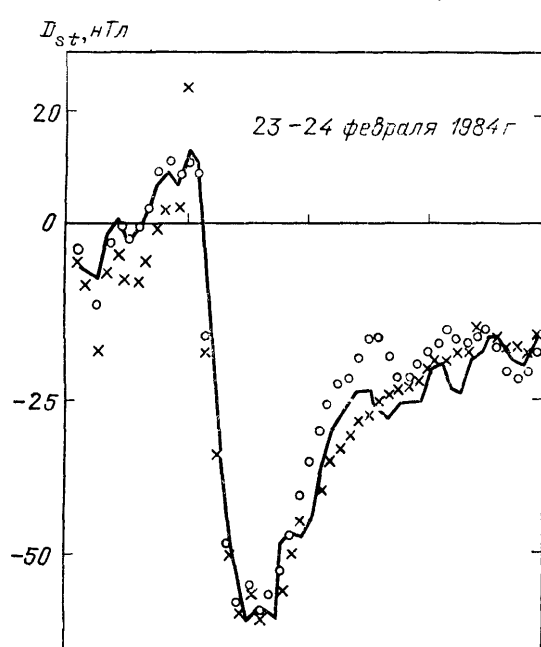


Рис. 5. Пример Dst-вариации во время магнитной бури 23–24 февраля 1984 г. (сплошная линия). Крестики и кружки — результат прогнозирования Dst[93]

(с обратным знаком) магнитному возмущению от кольцевого тока. Правая часть (5.1) моделирует источники и стоки, формирующие кольцевой ток магнитной бури. Параметры модели  $D_0$ ,  $a$ ,  $E_0$ ,  $\mu$  и  $\alpha$  отыскиваются из наблюдений.

Идея краткосрочного прогнозирования (на несколько часов вперед) сводится к тому, что Dst можно оценить заблаговременно, наблюдая за состоянием околоземной среды перед фронтом магнитосферы с помощью космического аппарата\*). Пример прогноза дан на рис. 5 для бури 23–24 февраля 1984 г. [93]. Сплошная линия — вариация Dst, крестики — прогноз по модели RBM [91], а точки — по одной из ее модификаций [94].

Когда внешние источники, питающие кольцевой ток, выключаются или резко ослабевают и начинается фаза восстановления, т. е. заключительная фаза бури, перед исследователем встает вопрос — как долго эта фаза будет продолжаться? Модель RBM дает оценку времени распада кольцевого тока  $\sim 1/\alpha$ . Оказывается, что эту оценку можно существенно улучшить на основе той информации о текущем состоянии магнитосферы, которая содержится в геомагнитных пульсациях. Опытным путем были найдены отчетливые прогностические признаки окончания бури. Так, пониженная активность пульсаций Pc2, Pi2 и активизация Pc1 указывают на малую продолжительность бури. Напротив,

\* Оценка  $q$  по наблюдению на Земле за активностью геомагнитных пульсаций и удачное воспроизведение Dst-вариации сделаны в [92].



отсутствие  $Pc1$  и высокая активность  $Pc2$ ,  $Pi2$  служат признаками долго не утихающего возмущения [95].

**5.2. Стохастический эквивалент модели RBM.** В модели RBM Dst-вариация рассматривается как сигнал с выхода некоторой динамической системы. Прогноз на основе анализа этой системы выражается точечной оценкой без указания доверительного интервала. Поскольку, однако, модель RBM осуществляет феноменологическую редукцию неопределенно большого числа степеней свободы магнитосферы, то неучтенные степени свободы на опыте дадут разброс, превращая детерминистическую функцию  $D(t)$  в случайную.

Как и в других аналогичных ситуациях, здесь полезно имитировать неучтенные степени свободы случайной силой с нулевым математическим ожиданием и дельтаобразной корреляцией [96]. Тогда для функции распределения  $F(D, t)$  можно получить уравнение Фоккера — Планка

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial D} [(q - \alpha D) F] = N \frac{\partial^2 F}{\partial D^2}. \quad (5.2)$$

Здесь для простоты считаем, что интенсивность  $N$  случайной силы не зависит от состояния системы  $D$ . Решения (5.2) позволяют отыскивать доверительный интервал прогноза (порядка  $(N/\alpha)^{1/2}$ ).

Дополнительный (шестой) параметр модели  $N$  имитирует воздействие на кольцевой ток со стороны быстропеременных процессов в магнитосфере и (или) в солнечном ветре. О том, как на опыте контролировать эти процессы и как получать числовые значения  $N$ , см. в [96]. Заметим только, что для оценки  $N$  целесообразно использовать данные об интенсивности геомагнитных пульсаций.

**5.3. Источники и стоки.** Модификация уравнения типа (5.1) и введение дополнительных параметров модели широко используются при моделировании Dst [92, 94, 97]. При переходе от (5.1) к (5.2) мы также ввели новый параметр  $N$ . Но если и дальше двигаться по этому пути, то полезно выбрать какой-то руководящий принцип. Теория критических явлений представляется наиболее подходящей для этого [96]. В самом деле, вид зависимости источника  $q$  от управляющего параметра  $E$  в модели RBM подсказывает, что мы имеем дело с фазовым переходом при некотором критическом значении  $E = E_0$  (рис. 6). Менее очевидна роль фазовых переходов в формировании стоков (второй член в правой части (5.1)). Мы убедимся, что и в этом случае теория критических явлений дает основания для той или иной модификации модели RBM.

Рассмотрим динамическую систему

$$\dot{q} = - \frac{\partial W}{\partial q}, \quad (5.3)$$

чтобы на феноменологическом уровне понять, как возникает зависимость  $q(E)$ -типа, изображенного на рис. 6. Вопрос, который перед нами стоит, сводится к выбору формы потенциала  $W(q, E)$ . Достаточно

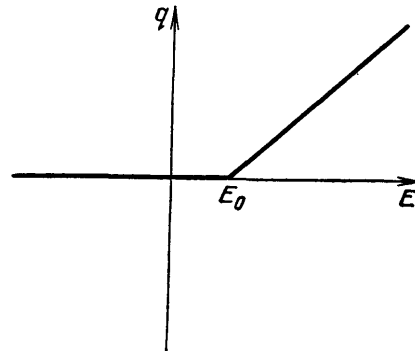


Рис. 6. Зависимость источника Dst от азимутальной компоненты электрического поля в модели RBM (схематическое изображение)

постулировать

$$W \propto -\mu(E_0 - E) \frac{q^2}{2} + \frac{q^3}{3} \quad (5.4)$$

при дополнительном ограничении  $q \geq 0$ , чтобы получить  $q(E)$ -модели RBM, так как устойчивые критические точки (5.4) есть  $q = 0$  при  $E < E_0$  и  $q = \mu(E - E_0)$  при  $E \geq E_0$ .

Динамическая трактовка  $q$  открывает возможность стохастических обобщений (5.4), что, в свою очередь, дает основу для осмысленного

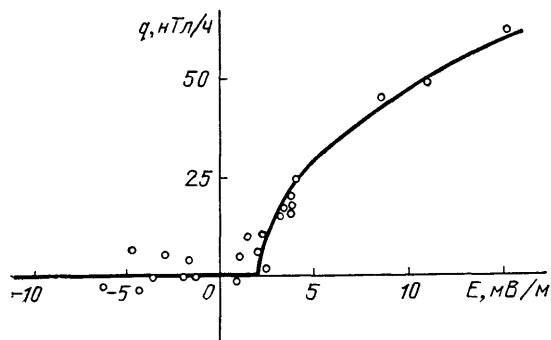


Рис. 7. Бифуркационная диаграмма в модифицированной модели RBM (см. текст)

выбора  $N$  в (5.2). Но чем, кроме эмпирического соответствия, обусловлен выбор конкретного выражения (5.4) для потенциала  $W$ ? В основополагающей работе [91] для зависимости  $q \sim E$  при  $E > E_0$  в качестве альтернативы испытана зависимость  $q \sim E^2$  и найдено, что она хуже аппроксимирует экспериментальные точки. Однако выбор для сравнения  $q \sim E^2$  явно ничем не мотивирован. Динамический под-

ход указывает на более подходящую альтернативу [96]. Возьмем для сравнения с (5.4) потенциал Гинзбурга—Ландау [98]

$$W \propto \eta(E_0 - E) \frac{q^2}{2} + \frac{q^4}{4}. \quad (5.5)$$

Тогда  $q = 0$  при  $E < E_0$ , как и раньше, но при  $E > E_0$

$$q = [\eta(E - E_0)]^{1/2}. \quad (5.6)$$

Эта зависимость изображена на рис. 7 сплошной линией [96]. Сюда же перенесены экспериментальные точки с рис. 2 работы [91]. Неплохое соответствие между теорией и наблюдениями свидетельствует о том, что (5.6), по крайней мере, не хуже, чем  $q(E)$ -модели RBM.

Потенциал Гинзбурга—Ландау обычно выбирается из соображений о симметрии системы. В данном случае такие соображения неизвестны и пока что не ясно, как искать «истинный» потенциал  $W(q, E)$ , если не говорить о простом переборе альтернатив. Поэтому нужно при  $E > E_0$  положить

$$q \propto (E - E_0)^x$$

и попытаться аккуратно определить на эксперименте значение критического индекса  $x$ . До того как это сделано, можно утверждать только следующее: модель RBM дает  $x=1$ , что соответствует потенциалу (5.4), а потенциал Гинзбурга—Ландау (5.5) предсказывает  $x=1/2$ , что не противоречит наблюдениям \*).

Перейдем к обсуждению стоков. Здесь основной вопрос в следующем. Как понять и как смоделировать известный эмпирический факт: чем сильнее буря, тем она относительно короче? В [100] сказано, что «очень большие бури бывают очень короткими». Та же мысль в другой форме выражена во многих работах, хотя высказывались и противоположные мнения на этот счет.

\*) Предварительный анализ 15 магнитных бурь [99] дал значения  $x$  в интервале 0,33—0,75.

Это свойство моделируется заменой в (5.1)  $\alpha = \text{const}$  на  $\alpha(D)$ . В [94]  $1/\alpha$  представлена кусочно-постоянной функцией  $D$ . Удобнее сделать гладкую замену и разложить  $\alpha(D)$  в окрестности нуля,

$$\alpha(D) = \alpha_0 + \alpha_1 D + \dots, \quad (5.7)$$

где  $\alpha_1 \geq 0$ , так как в противном случае модель будет описывать неестественное самоусиление Dst.

Смысл второго члена в (5.7) свяжем с возбуждением МГД-волн в результате неустойчивости частиц кольцевого тока. (О смысле  $\alpha_0$  см., например, [12].) Частицы рассеиваются на волнах и покидают кольцевой ток тем быстрее, чем больше амплитуда волн, которая, в свою очередь, тем больше, чем больше сила тока. Явления такого рода относятся к области критических явлений. У нас нет здесь возможности описать приложения соответствующей теории к моделированию Dst в полном объеме. Ограничимся двумя рекомендациями, которые следуют из анализа особенностей самовозбуждения волн в магнитосфере.

Во-первых, целесообразно сделать в (5.1) замену  $q \rightarrow qq_0/(q + q_0)$ , где  $q_0$  — еще один феноменологический параметр системы. Идея состоит в том, что  $D$  должно достигнуть насыщения  $\sim q_0/\alpha$  (или  $\sim (q_0/\alpha_1)^{1/2}$  в случае (5.7)) при  $q \rightarrow \infty$  в соответствии с представлением Кеннела и Печеча [101] о «пределе стабильности» радиационного пояса. Такая перенормировка источника эффективнее, чем подбор сложной зависимости стоков от  $D$ .

Во-вторых, теория критических явлений с учетом особенностей строения магнитосферы позволяет переосмыслить и, возможно, улучшить  $\alpha_0$ . Подобно тому как в модели RBM источник нестационарен, полезно считать нестационарным и сток. Но если в [94] и в (5.7) зависимость стока от времени неявная, то в предлагаемом варианте вводится явная зависимость:  $\alpha_0$  тем больше, чем быстрее перемещается плазмопауза от Земли. Коротко говоря, дело здесь в том, что критический поток энергичных частиц с внешней стороны плазмопаузы выше, чем с внутренней. Поэтому движение плазмопаузы наружу приводит к «выеданию» частиц кольцевого тока и к ослаблению Dst. Наземный контроль положения плазмопаузы можно осуществлять методами, изложенными в разделе 3.

В заключение раздела подчеркнем, что феноменологическое моделирование Dst и других геомагнитных вариаций решает не только прикладные задачи, например задачу прогнозирования. Оно в первую очередь обогащает и углубляет традиционную проблематику, т. е. ставит новые вопросы и намечает новые пути осмысления уже накопленных фактов. Наконец, феноменология позволяет формализовать новые идеи, вытекающие из морфологического анализа геомагнитных возмущений.

**6. Феноменология магнитных пульсаций.** По аналогии с волновыми явлениями в оптике, акустике и радиофизике [102–104] естественно ожидать, что флуктуации поля геомагнитных пульсаций содержат информацию о механизме возбуждения и распространения и — что для нас особенно важно — о структуре магнитосферы. Между тем, можно указать лишь единичные работы, в которых учитывается тот факт, что магнитосфера является случайно-неоднородной средой. В значительной мере это связано с трудностью экспериментального изучения эффектов флуктуации среды и волнового поля в диапазоне геомагнитных пульсаций. Существующая техника измерений не позволяет в настоящее время ставить многие интересные задачи, например задачу о флуктуациях угла прихода излучения \*).

\*) По крайней мере эту задачу, по-видимому, можно будет решить в ближайшее время с помощью «МГД-пеленгатора», описанного в разделе 3.

Есть еще одна немаловажная причина задержки стохастических исследований пульсаций. Это явно недостаточный уровень развития детерминированной теории. Динамические задачи, если они поставлены более или менее адекватно, т. е. с учетом нелинейности пульсаций и сложной структуры магнитосферы, не поддаются решению. Поэтому пока что закрыт обычный путь анализа стохастических систем, сводящийся к замене числовых функций в соответствующей детерминированной модели случайными функциями и к оценке вероятности того или иного состояния системы.

С учетом сказанного нужно относиться к исследованию флуктуационных и критических явлений, начатому в работах [105–109]. Для исследования выбраны лишь «грубые», надежно измеряемые параметры пульсаций — флуктуации амплитуды, группового запаздывания и т. п. А чтобы обойти вторую трудность, указанную выше, детерминированные модели пульсаций заменены предельно упрощенными феноменологическими схемами, в рамках которых сформулированы простые задачи на решение альтернатив.

**6.1. Автогенератор или фильтр?** Довольно часто геомагнитные пульсации представляют собой квазимонохроматические колебания. Для объяснения таких колебаний в геофизической литературе обсуждается два типа моделей. Назовем их автоколебательными и фильтрационными. В моделях первого типа предполагается, что пульсации возникают в результате неустойчивости плазмы, т. е. при бифуркации из состояния равновесия типа фокус с заходом в нелинейный режим и образованием предельного цикла. В теориях, основанных на моделях второго типа, считается, что магнитосфера содержит селективные фильтры (или усилители), которые пропускают узкие полосы из спектра шумов, проникающих в магнитосферу из солнечного ветра.

Несущую частоту и другие спектральные свойства пульсаций оба типа моделей имитируют одинаково хорошо. И все же выбор между ними можно сделать, если исследовать флуктуации амплитуды пульсаций. В случае автогенератора на выходе будет наблюдаться гауссово распределение амплитуды, а в случае селективного фильтра — рэлеевское.

На опыте строится эмпирическое распределение флуктуации амплитуды пульсаций и сравнивается с рэлеевским и гауссовым распределениями. В случае достоверной близости к одному из них делается заключение о типе колебательной системы, породившей пульсации.

**6.2. Черный ящик без входа.** Образ «черного ящика» всегда возникает там, где объект исследования недоступен прямому наблюдению. Имея дело с объектом такого рода, мы выдвигаем гипотезы о его внутреннем устройстве, т. е. строим модели как структурные и функциональные аппроксимации объекта. Обычно гипотезы проверяются результатами экспериментов по схеме «вход — выход», причем объект аппроксимируется чисто динамической моделью, т. е. флуктуационные явления, имеющие место в любой реальной системе, никак не учитываются. Включение в модель флуктуации и применение методов статистической теории колебаний открывает перспективу получать информацию по одному только выходному сигналу. Диагностическая схема «черный ящик без входа» базируется на том, что распределения флуктуации амплитуды и фазы в колебательных системах различного типа могут существенно отличаться друг от друга. Это позволяет по выходному сигналу делать некоторые заключения о внутреннем устройстве и о функционировании системы. Способ, указанный в предыдущем разделе, дает простейшую реализацию этой идеи. Здесь мы обсудим более сложный пример, в котором по корреляционным свойствам пульсаций отыскиваются динами-

ческие уравнения, описывающие некоторые стороны колебательного процесса, т. е. решается обратная задача статистической теории колебаний.

Корреляционный метод исследования неуправляемой автоколебательной системы по ее сигналу предложен Гудзенко [104]. Метод успешно применяется для анализа механизмов, формирующих циклическую активность Солнца [110]. В работе [106], опирающейся на идеи [104, 110], расширена область применения корреляционного метода — он использован для изучения колебательных систем магнитосферы на простой эмпирической основе по наблюдениям геомагнитных пульсаций.

Динамические уравнения для моделирования пульсаций отыскиваются в классе моделей с одной степенью свободы. В качестве сигнала на выходе берется возмущение геомагнитного поля и считается, что мгновенное состояние системы характеризуется точкой на фазовой плоскости. Движение изображающей точки описывается системой двух дифференциальных уравнений второго порядка.

Кроме динамических характеристик (которые предстоит отыскать) система содержит флуктуационные  $\delta$ -коррелированные члены. Считается, что без учета флуктуации система имеет предельный цикл, т. е. асимптотически устойчивую замкнутую орбиту на фазовой плоскости. Флуктуации приводят к нормальным и касательным отклонениям от предельного цикла. Динамические параметры системы определяются путем корреляционного анализа отклонений траектории от среднего предельного цикла.

На этом пути можно найти форму предельного цикла, имитирующего пульсации внутримангитосферного происхождения, жесткость и неизотропность системы, клирфактор, дисперсию амплитуды и диффузию фазы. Таким образом, один только лишь выходной сигнал, имеющий вид обрывка синусоиды, содержит много нетривиальной информации о магнитосфере.

В качестве альтернативы автоколебательной модели рассматривается следующая модель: осциллятор с трением, находящийся под действием резонансной внешней силы при наличии ланжевеновского источника. Эта формальная модель соответствует представлению о немагнитосферном происхождении пульсаций, дополненному соображением о локальных резонансах Данжи — Хасегавы. Волны из-за ударного фронта, проникая в магнитосферу, действуют на резонатор, как периодическая сила. Дополнительная сила Ланжевена имитирует шумы. Из соответствующего уравнения Фоккера — Планка для функции распределения амплитуды и фазы выходного сигнала получается равновесное решение, позволяющее сформулировать критерий для проверки модели.

**6.3. Диагностические приложения.** Диагностика межпланетной среды перед фронтом магнитосферы по данным наземных наблюдений в значительной мере базируется на представлении о немагнитосферном происхождении одного из видов геомагнитных пульсаций [5]. По преимуществу это пульсации из диапазона Pc3 (20—100 мГц). Но при аномально больших ( $B > 15$  нТл) или малых ( $B < 3$  нТл) величинах межпланетного магнитного поля перед фронтом магнитосферы возбуждаются волны в диапазоне Pc2 (0,1—0,2 Гц) или Pc4 (7—20 мГц), которые могут проникнуть в магнитосферу и дать вклад в наблюдаемый на Земле спектр пульсаций [111, 112]. С другой стороны, в диапазоне Pc3 могут активизироваться внутримангитосферные источники. Все это ставит задачу разделения внутри- и немагнитосферных пульсаций не по принадлежности к тому или иному диапазону, а по какому-либо независимому признаку.

Диагностическая схема «черный ящик без входа» представляется наиболее подходящей для решения данной задачи. Согласно [106]

эмпирическое распределение амплитуды «типичных» Pc4 с большой вероятностью близко к гауссовому, а рэлеевское распределение плохо аппроксимирует наблюдения. Такие колебания возникают скорее внутри, чем вне магнитосферы. Дополнительный анализ фазового портрета колебаний подтверждает этот вывод. Между прочим, на этом пути была обнаружена слабо выраженная пилообразность формы Pc4, что имеет значение для диагностики магнитосферной плазмы по спектру пульсаций.

Напротив, флуктуационные свойства «типичных» Pc3 соответствуют модели «осциллятор под действием внешних сил» [107]. Пульсации

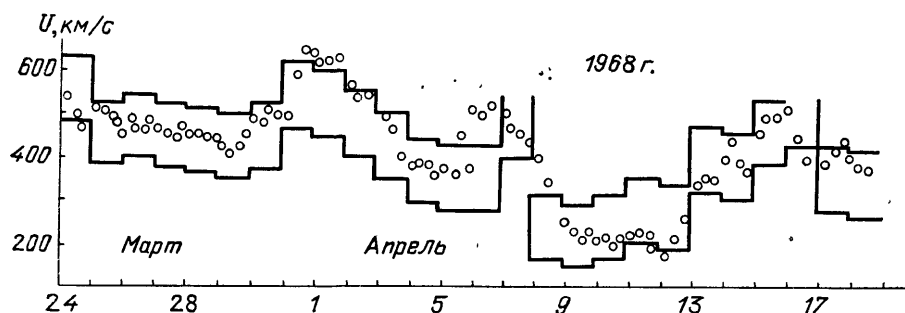


Рис. 8. Интервальная оценка скорости солнечного ветра по данным геомагнитных пульсаций (ломаная линия) и результат прямых наблюдений (точки) [113]

с такими свойствами можно использовать для оценки величины межпланетного магнитного поля  $B$  [1] и скорости солнечного ветра  $U$  [113]. При диагностике  $B$  берут частоту, а при диагностике  $U$  — амплитуду пульсаций в комбинации с индексами геомагнитной активности. Для иллюстрации приведем рис. 8, заимствованный из работы [113]. Интервальная оценка  $U$  сделана по наблюдениям геомагнитных пульсаций недалеко от Иркутска. Точками указан результат прямых измерений с помощью ИСЗ.

**7. Заключительные замечания.** Простота и содержательность формулы Рытова позволяют сделать нетривиальные приложения к физике магнитосферы и к геологии. Но это не точная формула. Мы уклонились от обсуждения условий применимости, однако и без того ясно, что (2.27) и сделанные на ее основе приложения не работают вблизи береговой черты, в окрестности геологического разлома и в других подобных местах.

Нельзя ли предложить альтернативный подход, сохраняющий идею в общих чертах, но не базирующийся непосредственно на (2.27)? Если говорить о геологических приложениях, то безусловно нельзя. Приложения такого рода сделаны в терминах поверхностного импеданса. Они существенно опираются на структуру (2.27) и теряют силу при разрушении этой структуры. В таких случаях нужно использовать другие методы. Они подробно освещены в специальной литературе [17–19, 114–117].

Но если говорить о магнитосферных приложениях, то есть надежда сохранить общую идею нашего подхода в тех случаях, когда формула Рытова неприменима. Для этого следует изучить методами геоэлектрики распределение проводимости в нижнем полупространстве в окрестности точки наблюдения, после чего совместно решать внутреннюю задачу (для земной коры) и внешнюю (для магнитосферы), сшивая решения на поверхности раздела. Другими словами, следует рассматривать задачу гидромагнитной диагностики как смешанную задачу в том смысле,

о котором сказано во Введении. Акцент здесь делается на том, что предварительно изучается электропроводность нижнего полупространства. Устранив эту неопределенность, можно использовать дополнительные связи между компонентами электромагнитного поля для повышения точности диагноза магнитосферы. Заметим, что диагностические приложения (2 27) можно рассматривать как упрощенную модель такого рода процедур.

Второй круг вопросов, освещенных в обзоре, относится к флуктуационным и критическим явлениям. В этом направлении намечаются интересные перспективы. Помимо того, о чем уже сказано, отметим работу [108]. В ней поставлен вопрос о диагностике неоднородностей магнитосферной плазмы по данным о флуктуациях периода повторения P<sub>cl</sub>.

Феноменологическому моделированию, которым мы ограничились в данном обзоре, иногда противопоставляют, с одной стороны, микроскопическое описание, а с другой — поиск эмпирических связей методом регрессионного анализа. О трудности микроскопического описания глобальных процессов типа Dst-вариации мы уже говорили. Что же касается регрессионного метода, то он способен решать прикладные задачи, но, не будучи ориентирован на интерпретацию, обладает семантической неясностью и сам по себе не углубляет понимания геомагнитных явлений. Даже если принять во внимание повышенную точность регрессионного метода, о которой говорится, например, в [97], то и в этом случае феноменология обладает тем преимуществом, что ценой отказа от деталей дает общее представление о магнитосферных процессах. Эти заключительные замечания сделаны с целью отвести критику феноменологических моделей, предпринятую в [97].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гульельми А В, Троицкая В А Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы — М Наука, 1973
- 2 Гульельми А В МГД волны в околоземной плазме — М Наука, 1979
- 3 Троицкая В А, Гульельми А В // УФН 1969 Т 97 С 453
- 4 Jacobs J A // Geomagnetic Micropulsations — Berlin, Heidelberg, New York Springer Verlag 1970
- 5 Gul'elmi A V // Space Sci Rev 1974 V 16 P 331
- 6 Гульельми А В // Природа 1985 № 4 С 44
- 7 Гульельми А В, Большакова О В // Геомагн и аэронав 1973 Т 13 С 535
- 8 Russell C T, Fleming B K // J Geophys Res 1976 V 81 P 5882
- 9 Hasegawa A, Chen L // Space Sci Rev 1974 V 16 P 347
- 10 Southwood D J // Ibidem V 16 P 413
- [11] Троицкая В А, Гульельми А В // Ibidem 1967 V 7 P 689
- 12 Нишида А // Геомагнитный диагноз магнитосферы — М Мир, 1980
- 13 Диагностика магнитосферы и параметров околоземной среды по наблюдениям геомагнитных пульсаций (отечественная и зарубежная литература за 1963—1975 гг.) Библиографический указатель № 23664 — Новосибирск ГПНТБ СО АН СССР, 1975
- 14 Краснушкин П Е, Яблочкин Н А Теория распространения сверхдлинных волн — М ВЦ АН СССР, 1963
- 15 Тихонов А Н // ДАН СССР 1950 Т 73 С 295
- 16 Cagniard L // Brevet d'invention francais Nr 10 dem 6 oct 1950 del 28 jan 1953
- 17 Бердичевский М Н Электрическая разведка методом магнитотеллурического профилирования — М Недра, 1968
- 18 Уэйт Дж Р Геоэлектромагнетизм — М Мир, 1987
- 19 Четаев Д Н Дирекционный анализ магнитотеллурических наблюдений — М ИФЗ АН СССР 1985
- 20 Рытов С М // ЖЭТФ 1940 Г 10 С 180
- [21] Гульельми А В // Изв АН СССР Сер «Физика Земли» 1984 № 3 С 95
- 22 Гульельми А В, Гохберг М Б // Ibidem 1987 № 11 С 122
- 23 Гульельми А В, Рубан В Ф, Русаков Н Н // Ibidem 1989 № 2 С 33
- 24 Гульельми А В // Геомагн и аэронав 1989 Т 29 С 370

- 25 Гульельми А В, Гохберг М Б, Рубан В Ф // ДАН СССР 1989  
 26 Guilmelmi A V // Planet and Space Sci 1989 V 37 P 1230  
 27 Ландау Л Д, Лифшиц Е М Гидродинамика — М Наука 1988  
 28 Альвен Г, Фельтхаммар К Г Космическая электродинамика — М Мир, 1967  
 29 Ландау Л Д, Лифшиц Е М Электродинамика сплошных сред — М Наука, 1982  
 30 Кравцов Ю А, Орлов Ю И Геометрическая оптика неоднородных сред — М Наука, 1980  
 [31] Бабич В М, Булдырев В С Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн — М Наука, 1972  
 32 Ваганов Р Б, Каценельбаум В З Основы теории дифракции — М Наука, 1982  
 33 Гинзбург В Л Распространение электромагнитных волн в плазме — М Наука, 1967  
 34 Гульельми А В // Письма ЖЭТФ 1970 Т 12 С 35  
 35 Guilmelmi A V, Klein B I, Potapov A S // Planet and Space Sci 1975 V 23 P 279  
 36 Гульельми А В // Геомагн и аэроном 1982 Т 22 С 427  
 37 Тверской Б А // Геомагнетизм и аэронавигация 1967 Т 7 С 226  
 38 Kitahiga T, Jacobs J A // Planet and Space Sci 1968 V 16 P 863  
 39 Гульельми А В, Клайн Б И, Репин В Н, Поляков А Р // Исследования по геомагнетизму аэронавигации и физике Солнца — М Наука, 1983 — Вып 66 С 29  
 40 Дмитриенко И С, Мазур В А // Геомагн и аэроном 1983 Т 23 С 279  
 [41] Леонтович А С, Мазур В А, Сенаторов В Н // ЖЭТФ 1983 Т 85 С 141  
 42 Witchalls M W // Planet and Space Sci 1972 V 20 P 1817  
 43 Booker N G, Duse R V // Radio Sci 1965 V 69A P 463  
 44 Гуревич А В // Геомагн и аэроном 1979 Т 19 С 462  
 45 Альвен Х, Арениус Г Эволюция солнечной системы — М Мир 1979  
 46 Гуревич А В // Геомагн и аэроном 1971 Т 11 С 961  
 47 Terley L, Landshoff R K // J Geophys Res 1966 V 71 P 1499  
 48 Распространение волн и подводная акустика / Под ред Дж Б Келлера, Дж С М Пападакиса — М Мир, 1980  
 49 Гульельми А В, Поляков А Р // Геомагн и аэроном 1983 Т 23 С 341  
 50 Гинзбург В Л, Рухадзе А А Волны в магнитоактивной плазме — М Наука, 1970  
 [51] Данжи Дж Космическая электродинамика — М Атомиздат 1961  
 52 Мигдал А Б, Крайнов В П Приближенные методы квантовой механики — М Наука 1966  
 53 Тимофеев А В // Вопросы теории плазмы — М Атомиздат, 1979 — Вып 9 С 205  
 54 Мазур В А, Михайловский А Б, Френкель А Л, Шухман И Г // Ibidem С 233  
 55 Radosky H R // Planet and Space Sci 1971 V 19 P 1012  
 56 Крылов А Л, Лифшиц А Е, Федоров Е Н // ДАН СССР 1979 Т 247 С 1094  
 57 Краснушкин П Е // Предисловие к кн Бхатнагар П Нелинейные волны в одномерных дисперсных системах — М Мир, 1983  
 58 Yumoto K, Saito T // J Geophys Res 1983 V 88 P 10041  
 59 Гульельми А В, Потапов А С // Исследования по геомагнетизму, аэронавигации и физике Солнца — М Наука, 1984 — Вып 70 С 149  
 60 Гильденбург В Б // ЖЭТФ 1963 Т 45 С 1978  
 [61] Watanabe T // J Geophys Res 1965 V 70 P 5839  
 62 Dowden R L, Emery M W // Planet and Space Sci 1965 V 13 P 773  
 63 Гульельми А В // Письма ЖЭТФ 1971 Т 13 С 85  
 64 Feugin F Z, Kurchashov Yu P // J Geomag Geoelectr 1975 V 26 P 539  
 65 Поляков С В, Рапопорт В О, Трахтенгерц В Ю // Физ плазмы 1983 Т 9 С 371  
 66 Baumjohann W, Haerendel G // Solar Wind — Magnetosphere Coupling / Ed by Y Kamide, J A Slavin — Tokyo TERRAPUB, 1986 — P 415  
 67 Гульельми А В, Золотухина Н А, Харченко И П // Геомагн и аэроном 1988 Т 28 С 917  
 68 Баранский Л Н, Боровков Ю Е, Гохберг М Б, Крылов С М // Изв АН СССР Сер «Физика Земли» 1985 № 8 С 74  
 69 Vagansky L N, Borovkov Yu E, Gokhberg M B, Krylov S M // Planet and Space Sci 1985 V 33 P 1369  
 70 Бест А, Крылов С М, Курчашов Ю П, Никомаров Д С, Пилипенко В А // Геомагн и аэроном 1986 Т 26 С 980



- 71] Баранский Л Н, Белокрыс С Л, Боровков Ю Е, Гохберт М Б, Грин К, Федоров Е Н//ДАН СССР 1988 Т 299 С 1347
- 72 Блюх П В, Николаенко А П, Филиппов Ю Ф Глобальные электромагнитные резонансы в полости земля — ионосфера — Киев Наукова думка 1977
- 73 Ohtsu I//Proc Res Inst Atmos Nagoya Univ 1960 V 7 P 58
- 74 Bregori G P Lanzerotti L J//Rev Geophys and Space Phys 1980 V 18 P 203
- 75 Jones A G//Tectonophysics 1982 V 90 P 37
- 76 Rajupraa K//Rept Geophys Univ Oulu 1988 No 15 P 1
- 77 Glavmeier K H//J Geophys 1980 V 48 P 127
- 78 Гульельми А В//Изв АН СССР Сер «Физика Земли» 1986 № 7 С 112
- 79 Гульельми А В//Геоманн и аэроном 1986 Т 26 С 467
- 80 Горбачев Л П, Сурков В В//Магн гидродинамика 1987 № 2 С 3
- 81] Гульельми А В, Гохберг М Б, Клайн Б И, Русаков Н Н//ДАН СССР 1987 Т 293 С 828
- 82 Дэрман Л И//Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы, 11 — Рига Изд во АН ЛатвССР 1962 С 63
- 83 Kporoff L//J Geophys Res 1955 V 60 P 441
- 84 Кейлис Борок В И, Монин А С//Изв АН СССР Сер геофиз 1959 № 11 С 1529
- 85 Ландау Л Д, Лифшиц Е М Теория упругости — М Наука, 1987
- 86 Eteman F//J Geomagn and Geoelectr 1965 V 18 P 43
- 87 Садовский М А, Соболев Г А, Мигунов И И//ДАН СССР 1979 Т 244 С 316
- 88 Большакова О В, Мирошниченко Л И, Троицкая В А//Косм лучи 1978 № 1 С 69
- 89 Гульельми А В, Иванов К Г//Геоманн и аэроном 1984 Т 24 С 489
- 90 Зототухина Н А//[39] — С 51
- 91] Burton В К, McPherron R L, Russell С Т//J Geophys Res 1975 V 80 P 4204
- 92 Потапов А С, Полюшкина Т Н//Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца — М Наука, 1988 — Вып 85 С 16
- 93 Baumjohann W//[66] — Р 3
- 94 Feldstein Y I, Pisarsky V Yu, Rudneva N M, Grafe A//Planet and Space Sci 1984 V 32 P 975
- 95 Калишер А Л, Сизова Л Э, Шевнин А Д, Троицкая В А//Геоманн и аэроном 1985 Т 25 С 97
- 96 Гульельми А В//Ibidem 1988 Т 28 С 272
- 97 Ковалевский И В, Левитин А Е, Федосеева М К//Геомагнитные вариации и токи в магнитосфере Земли — М ИЗМИРАН СССР, 1986 — С 116
- 98 Гилмор Р Прикладная теория катастроф — М Мир, 1984
- 99 Гульельми А В, Потапов А С, Полюшкина Т Н//[92] — С 95
- 100 Афанасьева В И, Калинин Ю Д//Геомагнитные возмущения — М АН СССР, 1960 — С 5
- 101] Kennel I F, Petchek H E//J Geophys Res 1966 V 71 P 1
- 102 Рытов С М Введение в статистическую радиофизику Ч I — М Наука, 1976
- 103 Рытов С М, Кравцов Ю А, Татарский В И Введение в статистическую радиофизику Ч II — М Наука, 1978
- 104 Гудзенко Л И//Изв вузов СССР Сер «Радиофизика» 1962 Т 5 С 572
- 105 Калишер А Л//Геоманн и аэроном 1975 Т 15 С 952
- 106 Гульельми А В, Клайн Б И, Поляков А Р//Ibidem 1983 Т 23 С 630
- 107 Гульельми А В, Клайн Б И, Потапов А С, Поляков А Р//[39] — С 38
- 108 Калишер А Л, Поляков А Р//Геоманн и аэроном 1984 Т 24 С 772
- 109 Калишер А Л, Клайн Б И//Ibidem 1986 Т 26 С 865
- 110 Гудзенко Л И, Чертопруд В Е//Астрон ж 1962 Т 39 С 758
- 111] Гульельми А В, Калишер А Л, Русакова Т Б//Геоманн и аэроном 1988 Т 28 С 916
- 112 Гульельми А В, Калишер А Л, Русакова Т Б//Ibidem 1989 Т 29 С 302
- 113 Потапов А С, Полюшкина Т Н//Прогнозы развития природных явлений/Под ред И П Дружинина, В П Кукушкина — М Наука, 1982 — С 12
- 114 Ваньян Л Л Основы электромагнитных зондирований — М Недра, 1965
- 115 Бердичевский М Н, Жданов М С Интерпретация аномалий переменного электромагнитного поля Земли — М Недра 1981
- 116 Дмитриев В И, Бердичевский М Н//Геоманн исследования 1982 № 28 С 5
- 117 Зингер Б Ш, Файнберг Э Б Электромагнитная индукция в неоднородных тонких слоях — М ИЗМИРАН СССР, 1985