

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

э30.146

**ПАРАДОКС ЭЙНШТЕЙНА — ПОДОЛЬСКОГО — РОЗЕНА
ДЛЯ НАБЛЮДАЕМЫХ «ЭНЕРГИЯ—ВРЕМЯ»**

Д. Н. Клышко

(Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова)

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3 2 7
1. Экспериментальная процедура	3 2 8
2. Квантовая теория	3 2 9
3. Полно ли квантовое описание реальности?	3 2 9
4. Полуклассическая модель фотонов	3 3 0
5. Копенгагенская интерпретация	3 3 2
6. Эффективное поле и опережающие волны	3 3 3
7. Дальнодействие?	3 3 5
Заключение.	3 3 6
Приложение А. Корреляция интенсивностей в двухфотонном поле при учете фильтрации	3 3 6
Приложение Б. Феноменологическое описание фильтрации в квантовой оптике	3 3 9
Список литературы	3 4 1

Введение. Около 50 лет назад Эйнштейн, Подольский и Розен (ЭПР) [1] рассмотрели мысленный эксперимент, в котором координата и импульс частицы измерялись без возмущения со стороны измерительного прибора — в кажущемся противоречии с соотношением неопределенностей квантовой механики. Подобные эксперименты были реализованы впоследствии лишь в варианте Боба [2], когда наблюдаются дихотомные переменные — проекции спина протонов или фотонов [4—7]. Такие эксперименты до сих пор привлекают большое внимание в связи с обнаруженным в них нарушением неравенств Белла [3], что исключает возможность их описания в терминах локальных скрытых параметров. Вместе с тем представляет, по-видимому, интерес и возможность осуществления ЭПР-экспериментов для наблюдаемых с непрерывным спектром. В работе [10] было показано, что такой эксперимент с измерением поперечных составляющих импульса и координаты фотона можно сделать с помощью эффекта параметрического рассеяния света [6—16].

В настоящей работе обсуждается аналогичный возможный эксперимент для наблюдаемых «энергия — время» (краткое изложение было дано в [11]). Основная особенность этого варианта заключается в том, что время в квантовой теории — не операторная величина (обсуждение соотношения неопределенностей для энергии и времени см. в [17]). Измеряемым объектом здесь является широкополосное оптическое поле, содержащее два фотона. Такое поле можно получить с помощью двухфотонных некаскадных (без реального промежуточного уровня) переходов в атомных пучках [5] или с помощью параметрического рассеяния (рис. 1). Хотя последний метод много эффективней и проще первого, ниже в основном будет рассматриваться более широко

известный атомный источник (его теоретическое описание, данное в приложении А, по существу близко к феноменологической теории параметрического рассеяния [10]). Отметим, что с некаскадными двухфотонными переходами

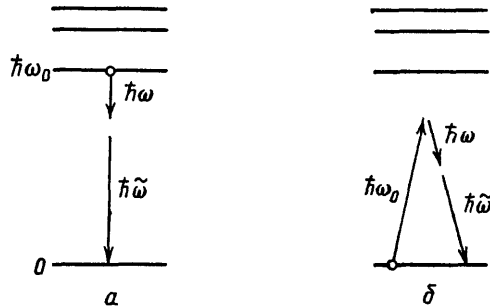


Рис. 1. Два основных метода приготовления двухфотонного поля с широким спектром: с помощью двухквантовых переходов в атомах ($\tilde{\omega} = \omega_0 - \omega$) (а), с помощью трехфотонных параметрических процессов в пьезокристаллах (б)

связаны еще несколько поучительных парадоксов [14]: возможность квантового усиления в равновесной среде, нарушение флуктуационно-диссипативной теоремы и закона Кирхгофа.

Наиболее изученным — еще с 30-х г. — примером источника коррелированных пар фотонов («бифотонов») с широким спектром является переход в атоме водорода с метастабильного уровня 2S в основное состояние 1S ($\lambda_0 \sim 0,12$ мкм, $\tau_0 \sim 0,12$ с), дающий сплошной спектр от радиочастот до УФ диапазона (см. [5]). При качественном описании таких переходов обычно отмечается, что оба фотона излучаются одновременно и что они обладают энергиями $\hbar\omega$ и $\hbar\tilde{\omega}$, где ω — произвольная частота в диапазоне $0 - \omega_0$ и $\tilde{\omega} = \omega_0 - \omega$. Заранее ясно, однако, что эти два свойства — одновременность рождения и определенность энергии — несовместны. Ниже будет показано, что реально измеряемые величины должны удовлетворять соотношению неопределенностей в форме $\Delta\omega \cdot \Delta t \gtrsim 1$, где $\Delta\omega$ — разрешение спектрального прибора, измеряющего частоту и, тем самым, энергию фотонов, и Δt — средняя разность приведенных моментов регистрации фотонов в двух детекторах.

1. Экспериментальная процедура. В предлагаемом эксперименте параметры фотонов измеряются с помощью двух фотодетекторов, перед которыми помещены резонансные фильтры с регулируемыми центральными частотами

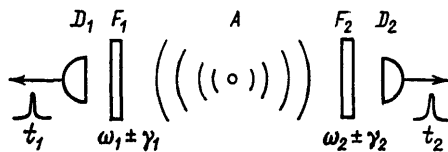


Рис. 2. Схема эксперимента, демонстрирующего парадокс ЭПР. Атом А испускает в противоположные стороны два фотона, которые регистрируются в моменты t_n безынерционными детекторами D_n , перед которыми установлены резонансные фильтры F_n с частотами ω_n и полосами пропускания $2\gamma_n$ ($n = 1, 2$)

ω_n ($n = 1, 2$ — номер детектора) и полосами пропускания $2\gamma_n \ll \omega_n$ (рис. 2). Детекторы считаются безынерционными (для этого их собственная полоса должна быть много больше γ_n , а длительность и флуктуации запаздывания выходного импульса тока много меньше $1/\gamma_n$).

Эксперимент заключается в многократном приготовлении атома в метастабильном состоянии в момент $t^{(i)} \equiv 0$ и регистрации моментов появления импульсов $t^{(i)}$ и $t_2^{(i)}$ (i — номер испытания). Случаи, когда срабатывает только один детектор или не срабатывает ни один, не принимаются во внимание. В результате такой процедуры (при фиксированных ω_n, γ_n) возникает некоторое множество пар чисел $t_n^{(i)}$, образующих две случайные величины со значениями между нулем и бесконечностью. Однако большинство «приведенных» значений ($t_n^{(i)} \rightarrow t_n^{(i)} - r_n/c$, где r_n — расстояние до детекто-

ров) не будет превышать времени жизни метастабильного состояния τ_0 . Проводя такие серии экспериментов с различными ω_n, γ_n , можно определить зависимость распределения $p(t_1, t_2)$ от параметров фильтров (отметим существенно различный операциональный смысл символов ω_n, γ_n и t_n : параметры фильтров устанавливаются экспериментатором произвольно, а моменты отсчетов — случайные величины).

2. Квантовая теория. Расчет функции корреляции интенсивностей для двухфотонного поля, проведенный в Приложении А, показывает, что совместное распределение приведенных моментов регистрации фотонов в некоторых приближениях зависит только от относительной задержки $\tau \equiv t_1 - t_2$:

$$p(\tau) = (2\pi\gamma_1\gamma_2)^2 \frac{\theta(\tau)e^{-2\gamma_1\tau} + \theta(-\tau)e^{2\gamma_2\tau}}{\Omega^2 + (\gamma_1 + \gamma_2)^2}, \quad (1)$$

где $\Omega \equiv \omega_1 + \omega_2 - \omega_0$ (это распределение не нормировано).

Рассмотрим две асимптотические формы функции (1). В случае неизбежного детектирования ($\gamma_n \rightarrow \infty$)

$$p(\tau) \rightarrow \delta(\tau) \quad (2)$$

(несущественные константы опускаем). Этот результат согласуется с привычным утверждением об одновременности излучения фотонов при некаскадных двухфотонных переходах. Конечно, при более точном расчете δ -функция примет конечную ширину порядка характерного атомного времени $1/\omega_0$. Кроме того, в реальном эксперименте наблюдаемая «одновременность» будет ограничена временным разрешением детекторов, имеющим сейчас порядок 1 нс (см., однако, [9]).

В противоположном случае высокоизбирательного детектирования, когда $\gamma_n \rightarrow 0$, из (1) следует однородное распределение

$$p(\tau) \rightarrow \delta(\Omega), \quad (3)$$

т. е. теперь регистрируемые фотоны коррелированы по энергии. Таким образом, традиционным представлениям о двух априорных свойствах двухфотонного излучения соответствуют два различных метода наблюдения: с $\gamma_n = 0$ и с $\gamma_n = \infty$. В промежуточных же случаях регистрируемым фотонам согласно (1) нельзя приписать ни определенной энергии, ни определенного момента рождения.

Заметим, что при обычной постановке эксперимента (см. [5]) временное разрешение детекторов много больше обратной полосы частот регистрируемого излучения; при этом вероятность совпадения — появление двух отсчетов в одном испытании в любые моменты времени — пропорциональна интегралу от $p(\tau)$:

$$p \equiv \int_{-\infty}^{\infty} p(\tau) d\tau = \int_0^{\omega_0} |\eta_1(\omega) \eta_2(\tilde{\omega})|^2 d\omega \approx \frac{2\pi^2\gamma_1\gamma_2(\gamma_1 + \gamma_2)}{\Omega^2 + (\gamma_1 + \gamma_2)^2} \xrightarrow{\Omega=0} \frac{2\pi^2}{\gamma_1^{-1} + \gamma_2^{-1}} \quad (4)$$

(здесь, как и при выводе (1), принято, что частотная характеристика фильтров $\eta_n(\omega)$ имеет вид $\gamma_n/(\omega_n - \omega - i\gamma_n)$).

Рассмотрим далее возможные трактовки формулы (1).

3. Полно ли квантовое описание реальности? Этот вопрос был вынесен в заголовок знаменитой статьи Эйнштейна, Подольского и Розена. Попытаемся применить логику этой работы к нашему эксперименту.

В рассмотренных предельных случаях (2) и (3) один из детекторов фактически является лишним, поскольку он не дает новой информации. Действительно, наблюдая в одном широкополосном детекторе импульс, можно быть уверенным, согласно (2), что в соответствующий момент времени атом излучил

также и второй фотон, т. е. неизбирательный детектор косвенно, без всякого возмущения, *измеряет* момент рождения второго, непоглощенного фотона-близнеца.

С другой стороны, появление отсчета в одном узкополосном детекторе, настроенном на некоторую частоту ω_1 , означает, согласно (3), что в этом же испытании в неопределенный момент времени родился второй фотон с определенной частотой $\tilde{\omega}_1$, т. е. избирательный детектор производит невозмущающее измерение энергии второго фотона.

Таким образом, можно по выбору, меняя параметры только детекторов, измерять без возмущения или энергию, или время рождения идентичных по происхождению фотонов. Это, *очевидно*, означает, что фотоны априори характеризуются обоими этими качествами одновременно. Но этот вывод противоречит соотношению неопределенностей квантовой теории, следовательно, последняя неполно отражает действительность, и ее можно, в принципе, дополнить какими-то «скрытыми параметрами», которые априори определяют все наблюдаемые свойства фотонов.

С «копенгагенской» точки зрения эта логическая цепочка содержит слабое звено — выделенное выше слово *очевидно*. Формальная ошибка работы [1] заключается в приписывании индивидуальной волновой функции отдельной частице (в паре коррелированных частиц), в то время как строго ее можно характеризовать только «смесью» волновых функций, т. е. матрицей плотности. Соотношение же неопределенностей относится лишь к системам в «чистом» состоянии, описываемых одной волновой функцией. В дальнейшем невозможность описания ЭПР-экспериментов (для коррелированных по поляризации фотонов) в рамках широкого класса теорий со скрытыми параметрами была показана экспериментально [3–7], т. е. статья ЭПР по иронии истории вместо дополнения квантовой механики скрытыми параметрами привела к исключению этой возможности.

4. Полуклассическая модель фотонов. К обсуждаемому эксперименту неравенства Белла [3], по-видимому, неприменимы, и он противоречит явно лишь одной конкретной модели, которая, однако, широко используется при рассмотрении квантовых оптических эффектов *). В ней фотонам ставятся в соответствие классические волновые пакеты или цуги с интегральной энергией $\hbar\bar{\omega}$, где $\bar{\omega}$ — некоторая средняя частота (обычно имеется в виду квази-монохроматическое поле). При этом стохастичность вводится чисто классически — полагается, что имеется ансамбль пакетов с различными параметрами: временем и направлением излучения, формой огибающей, поляризацией и т. д. Пакет распространяется, дифрагирует и интерферирует (по Дираку — только «сам с собой») согласно классической электродинамике (см., например, [15, 18]).

Квантовая специфика вводится по существу лишь для описания процесса детектирования в виде «постулата редукции»: при обнаружении фотона в точке \mathbf{r} , t поле во всем пространстве мгновенно исчезает (так что его нельзя обнаружить в двух точках), причем это событие происходит каждый раз случайным, непредсказуемым образом с вероятностью, пропорциональной локальной энергии поля в \mathbf{r} , t (усредненной по оптическому периоду колебаний). Следует отметить, что этот постулат относится лишь к существующим «энергетическим» фотодетекторам, уничтожающим фотон; в последнее время обсуждается возможность «невозмущающих» измерений поля [19], при которых энергия или число фотонов сохраняется. С помощью подобных методов можно, в принципе, наблюдать даже «трек» одного фотона — аналогично треку

*) Помимо нарушения неравенств Белла известны и другие, менее универсальные, критерии «неклассичности» квантовых эффектов, например нарушение неравенства Коши — Шварца, неположительность P -распределения Глаубера — Сударшана и др. (см. [13, 20]). Мы здесь ограничимся обсуждением неклассичности распределения (1) лишь на качественном уровне.

заряженной частицы в камере Вильсона (конечно, траектория фотона будет прямолинейной лишь в приближении геометрической оптики: обнаружение фотона детектором с поперечными размерами a «размывает» дальнейший его путь в пределах дифракционного угла a/λ).

Продольная и поперечная протяженности фотона-пакета имеют лишь статистический смысл длины и радиуса когерентности, измеряемых в интерферометрах при многократном повторении опыта в макроскопически идентичных условиях. Теоретически эти параметры определяются через функции корреляции поля 1-го порядка [14, 15, 30]. Эта модель дает наглядное и, по-видимому, адекватное описание всех известных однофотонных эффектов, наблюдаемых с помощью энергетических фотодетекторов, включая знаменитый двухщелевой эксперимент, демонстрирующий дуализм «волна-частица».

В случае двухфотонных экспериментов следует, очевидно, в каждом испытании рассматривать два пакета с определенными параметрами. Покажем, что числитель и знаменатель формулы (1) по отдельности элементарно объясняются в терминах фотонных пакетов. Предположим сначала, что атом испускает одновременно два коротких δ -импульса (рис. 3). Проходя через резонансные фильтры, они превращаются в квазимонохроматические пакеты с экспоненциальными огибающими. Полагая, что вероятности регистрации фотонов детекторами $p_n(t_n)$ пропорциональны интенсивностям $\theta(t_n) \times \exp(-2\gamma_n t_n)$, легко убедиться, что распределение вероятности для разности моментов регистрации

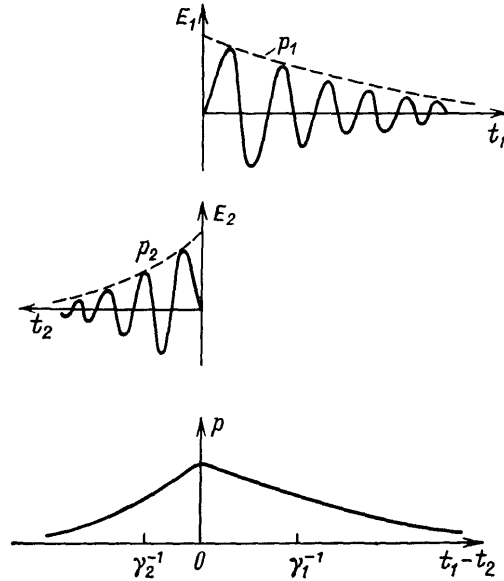


Рис. 3. Объяснение зависимости вероятности обнаружения пары фотонов p от моментов регистрации t_n как результата ударного возбуждения фильтров фотонами-частицами

$$p(\tau) = \int_0^{\infty} p_1(t_1) p_2(t_1 - \tau) dt_1 \quad (5)$$

имеет вид числителя (1). Если же предположить (как это обычно подразумевается), что атом при каждом испытании испускает две монохроматические волны со случайными коррелированными частотами ω и $\tilde{\omega} = \omega_0 - \omega$, то интенсивности $I_n(\omega)$ на выходах резонансных фильтров имеют вид $|\eta_1(\omega)|^2$ и $|\eta_2(\tilde{\omega})|^2$. Пусть вероятность излучения пары постоянна в интервале $0 - \omega_0$, тогда вероятность ее регистрации пропорциональна интегралу от произведения $I_1(\omega) I_2(\omega)$ по этому интервалу. Устремляя пределы интегрирования к $\pm \infty$, получим знаменатель формулы (1) (ср. (4)).

В то же время получить квантовую формулу (1) целиком с помощью единой модели классических пакетов со случайными параметрами вряд ли возможно. Так, если предположить, что атом испускает пакеты двух сортов — короткие и длинные, то у распределения $p(t_1, t_2)$ появится противоречащий (1) «пьедестал». Например, в случае $\gamma_n = 0$ короткие импульсы дадут на выходе фильтров полубесконечные синусоиды, что приведет к однородному распределению, не зависящему от t_n и ω_n ; тот же результат дадут длинные

монохроматические пакеты в случае $\gamma_n = \infty$. Аналогичный «пьедестал» возникает и при классическом описании интерференции интенсивностей [8, 12, 21] и корреляции интенсивностей по поляризации [7]. Таким образом, можно полагать, что распределение (1) отражает дуализм фотонов: числитель соответствует фотонам-частицам, а знаменатель — фотонам-волнам.

Рассмотрим соответствие между моделью пакетов и квантовой теорией поля. Однофотонное состояние поля с определенной поляризацией и направлением распространения описывается волновой функцией

$$|t\rangle^{(1)} = \int_0^{\infty} g(\omega) |1\rangle_{\omega} e^{-i\omega t} d\omega; \quad (6)$$

здесь $|1\rangle_{\omega}$ — состояние одной моды с определенной энергией $\hbar\omega$. Заметим, что (6) — состояние с определенным числом фотонов (равным 1) и с определенной энергией. (Возможна и обратная ситуация — состояние с определенной энергией и неопределенным числом фотонов [14].) Этому состоянию при полуклассическом описании соответствует пакет с определенной зависимостью от времени, задаваемой фурье-образом функции $g(\omega)$. При $g(\omega) = \delta(\omega - \omega_1)$ — это монохроматическая волна, при $g(\omega) = \text{const}$ — импульс вида $\delta(t)$, а в промежуточных случаях — квазимонохроматическая волна с некоторой шириной спектра $\Delta\omega$, локализованная во времени с неопределенностью $\Delta t \sim 1/\Delta\omega$, следующей из свойств преобразования Фурье. При учете в (6) суммирования по различным направлениям распространения плоских волн добавляется определенная пространственная структура эквивалентного классического пакета в поперечном направлении.

В случае двухфотонного поля вместо (6) надо использовать волновую функцию вида

$$|t\rangle^{(2)} = e^{-i\omega_0 t} \int_0^{\omega_0} f(\omega) |1\rangle_{\omega} |1\rangle_{\omega} d\omega \quad (7)$$

(имеется в виду предел $t \gg \tau_0$, когда атом заведомо перешел в основное состояние, передав полю энергию $\hbar\omega_0$). Теперь уже нельзя приписать фотонам индивидуальной временной структуры: функция $f(\omega)$ характеризует общие свойства обоих фотонов. Аналогичным образом фотонам в общем случае нельзя приписать индивидуальной поляризации [4–7], пространственной структуры [10] и фазы колебаний [12].

5. Копенгагенская интерпретация. Отдельному фотону в паре, тем не менее, все же можно в некотором формальном смысле приписать индивидуальную волновую функцию и классическую структуру — но только после появления отсчета в одном из детекторов, например с номером 1. При этом событии согласно копенгагенской интерпретации происходит частичная *редукция* общей волновой функции системы, т. е. изменение объективной информации о возможных результатах других измерений: теперь можно полагать, что атом заведомо находится в основном состоянии, а второй фотон находится в состоянии или с определенным временем рождения, или с определенной энергией, или в каком-то промежуточном состоянии — в зависимости от γ_1 .

Таким образом, в копенгагенской трактовке термин *измерение* иногда имеет также смысл *приготовления* системы с известной волновой функцией. При этом мы переносим (концептуально) детектор 1 из измерительной части экспериментальной установки в приготовительную. Детекторы с $\gamma_1' = 0$ и $\gamma_1'' = \infty$ приготавливают фотоны с *различными* волновыми функциями, и поэтому нет ничего удивительного в том, что из (2) и (3) следует $\Delta\omega_2' \cdot \Delta t_2'' \ll 1$. Можно принять, что узкополосный детектор изготавливает *фотоны-волны*, а широкополосный — *фотоны-частицы*. Исходный парадокс ЭПР возникает

лишь если неопределенности $\Delta\omega$ и Δt отнести к одной и той же частице (или к частицам в одном состоянии).

В то же время при фиксированных γ_n формула (1) удовлетворяет соотношению неопределенностей, если под $\Delta\omega$ и Δt понимать ширину максимума (1) соответственно по ω_2 и t_2 (или, эквивалентно, по ω_1 и t_1). Будем определять эту ширину на уровне $1/2$, тогда

$$\Delta\omega = 2\gamma_1 + 2\gamma_2$$

и

$$\Delta t = \left(\frac{1}{2\gamma_1} + \frac{1}{2\gamma_2} \right) \ln 2,$$

так что

$$\Delta\omega \cdot \Delta t = \ln 2 \cdot (\varepsilon + \varepsilon^{-1})^2 \geq 4 \ln 2, \quad \varepsilon \equiv (\gamma_1/\gamma_2)^{1/2}. \quad (8)$$

Напомним, что речь сейчас идет лишь об интерпретации квантового формализма с помощью системы каких-то удобных терминов и понятий. Единственное проверяемое экспериментально (с помощью описанной выше процедуры) следствие строгой квантовой теории — распределение (1). Поэтому когда мы говорим о *редукции* (двухфотонного состояния к однофотонному) или об *изготовлении* фотонов, то в эксперименте это означает лишь, что производится измерение условной вероятности $p(t_2 | t_1)$, т. е. учитывается только подансамбль испытаний с некоторыми фиксированными t_1 , ω_1 , γ_1 . В теории же эти термины означают, что можно определить некоторое однофотонное состояние, которое описывает этот же подансамбль (близкий к нашей задаче пример см. в [10]). Достоинство такого подхода заключается в том, что однофотонное состояние (в отличие от двухфотонного) допускает наглядное «полуклассическое» представление в виде пакета.

Обобщая, можно утверждать, что фотон, принадлежащий n -фотонному полю, априори (до регистрации $n - 1$ фотонов) не обладает индивидуальными пространственно-временной структурой и поляризацией (мы исключаем тривиальные случаи, описываемые факторизуемой волновой функцией или матрицей плотности и соответствующие классической смеси из n однофотонных состояний). В применении к пространственным координатам электронов (или любых частиц с конечной массой покоя) подобный вывод кажется тривиальным, ведь уже на первых страницах учебников по квантовой механике подчеркивается, что n -частичная волновая функция определена в абстрактном $3n$ -мерном пространстве. В случае же электромагнитного поля сказываются, по-видимому, следующие три обстоятельства, способствующие широкой распространенности полуклассической «ереси»: 1) внушенное со школы убеждение в реальном существовании в окружающем пространстве оптических или радиоволн с определенной структурой; 2) невозможность координатного представления для волновой функции поля [22]; 3) малая известность до последнего времени двухфотонных эффектов.

Итак, в рамках копенгагенской трактовки спрашивать, что же «на самом деле» излучает атом в данном испытании, какова структура и поляризация поля, не имеет операционального смысла — мы (пока?) умеем вычислять и измерять лишь параметры и показания одних макроскопических приборов исходя из параметров и показаний других, «приготовительных» приборов. Согласно принципу *дополнительности* Бора в общем случае нельзя априори — до взаимодействия с классическим измерительным прибором — приписывать квантовому объекту некоторых атрибутов; так, понятия координаты и импульса частицы характеризуют прибор, способ измерения, а не свойства частицы (Фок предложил более удачный термин — *принцип относительности к средствам наблюдения* [23]).

6. Эффективное поле и опережающие волны. Тем не менее, классическая интерпретация распределения (1) в терминах фотонов-пакетов все же воз-

можно. Для этого надо «только» допустить, что фотоны могут распространяться назад во времени: от одного из детекторов (номер 1) обратно к атому и далее к детектору 2.

Коррелятор интенсивностей (1) согласно (A12) можно представить в виде квадрата модуля некоторой комплексной функции:

$$p(t_1, t_2) = |F|^2, \quad F \sim \int_0^T D_{20} D_{10} e^{-i\omega_0 t_0} dt_0; \quad (9)$$

здесь D_{n0} — функции, описывающие распространение фотонов из точки излучения \mathbf{r}_0 , t_0 в точки регистрации \mathbf{r}_n , t_n (или обратно) с учетом действия фильтров (см. Приложение А).

Пусть измеряется зависимость условной вероятности отсчета в детекторе 2 от t_2 при некотором фиксированном значении t_1 . Согласно (9) и постулату детектирования функция $F(t_2)$ играет роль эффективного поля, интенсивность которого в точке \mathbf{r}_2 , t_2 определяет вероятность отсчета в детекторе 2. Рассмотрим структуру этого поля. Функция D_{10} описывает как распространение обычного, *запаздывающего* поля из \mathbf{r}_0 в \mathbf{r}_1 , так и распространение

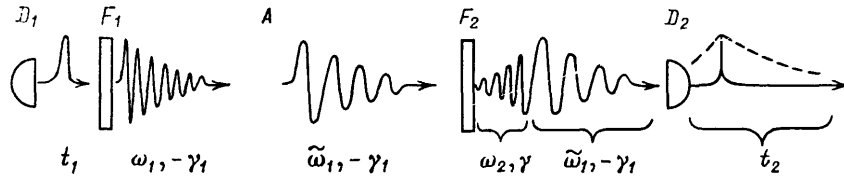


Рис. 4. Объяснение зависимости вероятности обнаружения пары фотонов от моментов регистрации t_n и параметров фильтров ω_n , γ_n с помощью опережающего поля, нарастающего с постоянной времени $-\gamma_1^{-1}$, и эффективного поля, содержащего нарастающую и спадающую части

опережающего поля из \mathbf{r}_1 в \mathbf{r}_0 , поэтому произведению $D_{20} D_{10}$ можно поставить в соответствие путь $\mathbf{r}_1 \rightarrow \mathbf{r}_0 \rightarrow \mathbf{r}_2$ (подробней см. [10]). Интегрирование в (9) в приближении $T = \infty$ осуществляет фурье-преобразование, в результате которого каждая компонента ω опережающего поля порождает компоненту $\tilde{\omega} \equiv \omega_0 - \omega$ эффективного поля, т. е. происходит известный в нелинейной оптике эффект *вычитания частоты* (аналогичное преобразование можно наблюдать в действительности при условии, что атом и поле находятся в когерентных состояниях; в отличие от известного некогерентного *спонтанно-вынужденного* излучения [14, 15] здесь падающее и рассеянное поля имеют определенные фазы).

Итак, согласно (9) для определения временной структуры $F(t_2)$ фотона 2 можно полагать, что в момент t_1 детектор 1 излучает опережающую волну в виде короткого δ -импульса (рис. 4), который фильтром 1 превращается в пакет со средней частотой ω_1 и экспоненциально *нарастающей* огибающей с постоянной времени $-1/\gamma_1$. Атом под действием этого пакета излучает запаздывающий пакет той же формы, но с «сопряженной» несущей частотой $\tilde{\omega}_1$, что и дает функцию $\theta(\tau) \exp(-2\gamma_1\tau)$ в (1). При прохождении через фильтр 2 эффективное поле испытывает минимальное ослабление при резонансе ($\tilde{\omega}_1 = \omega_2$), который описывается знаменателем (1). Наконец, функция $\theta(-\tau) \exp(2\gamma_2\tau)$ в (1) объясняется ударным возбуждением собственных колебаний фильтра 2 при прохождении резкого заднего фронта эффективного поля. Полная структура эффективного поля $F(t_2)$ с учетом «несущих» частот изображена на рис. 4.

Расчет $F(\tau)$ согласно (A16) дает следующий простой результат для ее фурье-образа:

$$F(\omega) = \eta_1(\omega) \eta_2(\tilde{\omega}) = - \frac{\gamma_1 \gamma_2}{(\omega_1 - \omega - i\gamma_1)(\tilde{\omega}_2 - \omega + i\gamma_2)} \quad (10)$$

(при сравнении с рис. 4 надо переставить индексы 1, 2). Характерно, что эта функция имеет полюсы и в верхней, и в нижней полуплоскостях комплексной частоты, поэтому $F(\tau)$ не удовлетворяет принципу причинности. Если один из фильтров отсутствует ($\gamma_2 = \infty$), то $F(\tau)$ является просто функцией отклика другого фильтра. Из (10) находим (в приближении $\omega_0, T = \infty$):

$$F(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega = \\ = 2\pi i \gamma_1 \gamma_2 \frac{\theta(\tau) \exp[(-i\omega_1 - \gamma_1)\tau] + \theta(-\tau) \exp[(-i\tilde{\omega}_2 + \gamma_2)\tau]}{-\Omega - i(\gamma_1 + \gamma_2)} \quad (11)$$

(здесь опущен множитель $\exp(-i\omega_0 t_2)$, обеспечивающий симметрию F по индексам 1, 2). Отметим, что функцию $F(\tau)$, точнее ее автосвертку, можно наблюдать в действительности — причем с субпикосекундным разрешением — с помощью интерференционного метода [7, 9, 11].

Итак, допуская обратное распространение сигнала от одного из детекторов к излучателю, можно элементарно объяснить распределение (1) последовательным прохождением (см. (10)) *одного* пакета через *оба* канала (при учете нелинейного рассеяния опережающего поля на возбужденном атоме).

7. Дальнодействие? При интерпретации формулы (1) в терминах редукции или эффективного поля естественно возникает вопрос о возможности сверхсветовой передачи информации (эта проблема широко обсуждалась в связи с поляризационными ЭПР-экспериментами (см. [24–26])).

Меняя параметры, например, фильтра 1 — частоту ω_1 или полосу γ_1 —, можно, очевидно, промодулировать импульсы эффективного поля $F(t_2)$ по частоте или длительности. Если признать, следуя копенгагенской трактовке, что фотоны при излучении не обладают определенной структурой и фотон 2 приобретает ее лишь в момент отсчета в детекторе 1, то внезапное изменение, скажем, γ_1 должно мгновенно сказаться на продольной протяженности фотона 2, сколь бы далеко он не находился в это время. Интервал между точками регистрации фотонов можно легко сделать пространственно-подобным (даже с учетом задержки в фильтрах), увеличивая расстояние между детекторами. (Заметим, что в случае параметрического источника фотоны жестко коррелированы по направлениям распространения, поэтому детектор 2 может заведомо перехватывать каждый фотон, близнец которого зарегистрирован детектором 1.) Таким образом, информация об изменении γ_1 должна распространяться со сверхсветовой скоростью — в противоречии со специальной теорией относительности.

Этот парадокс разрешается тем обстоятельством, что не существует способа измерить протяженность (так же как и априорную поляризацию [25]) одного фотона (это утверждение относится лишь к детекторам, уничтожающим фотон; в принципе, можно осуществить невозмущающую по энергии регистрацию фотона [19], однако при этом формула (1) неприменима и требуется специальное рассмотрение). Соблазнительно использовать квантовый усилитель для «клонирования» фотонов [26], но собственный шум усилителя делает этот метод бесполезным [25].

С другой стороны, если известны момент излучения данной пары t_0 и расстояние r_2 , то, наблюдая в какой-то момент t отсчет в широкополосном детекторе 2, можно сделать с некоторой степенью надежности заключение о протяженности фотона 2, вряд ли сильно превышающей $t - t_0 - (r_2/c)$. Однако t_0 — случайная, непредсказуемая величина, неизвестная наблюдателю 2. Ее можно оценить из t_1, r_1, γ_1 , но для передачи этих сведений наблюдателю 2 необходим вспомогательный канал связи, что сразу подрывает идею сверхсветового телеграфа. Иначе говоря, сама исходная формула (1)

по смыслу подразумевает сопоставление показаний обоих детекторов с помощью обычных методов коммуникации. Иногда подобные парадоксы квантовой механики пытаются разрешить терминами типа «неинформативное дальное действие», которые не имеют, по-видимому, нового содержания по сравнению с термином «редукция волновой функции».

Однако квантовую корреляцию все же можно использовать для связи — но не сверхсветовой [10]. Будем использовать частотную модуляцию. Расположим на пути фотона 2 диспергирующую призму и два детектора 2' и 2'', регистрирующие фотоны с частотами ω'_2 и ω''_2 . Но появление отсчета, например, в детекторе 2' не позволяет еще утверждать, что перед детектором 1 установлен определенный фильтр с частотой $\omega_3 = \omega'_2$ — ведь фотон 1 с этой частотой мог быть поглощен любым фильтром 1. Это затруднение можно преодолеть, установив на пути фотона 2 оптический затвор, открывающийся только при появлении отсчета в детекторе 1. Затвор устраняет «лишние» фотоны 2 (т. е. заменяет схему совпадений), но при этом интервал между передатчиком и приемником становится времениподобным.

Заключение. Итак, широкополосное двухфотонное излучение, образующееся при распаде метастабильного состояния атома (или при распаде фотонов накачки в веществе за счет макроскопической нелинейности), позволяет осуществить вариант ЭПР-эксперимента, в котором поле априори не обладает определенной временной структурой и имеет место *дополнительность* между наблюдаемыми энергией фотона и локализацией во времени. Форма (8) соотношения неопределенностей в отличие от многих других содержит лишь непосредственно измеримые параметры. Дуализм фотонов четко проявляется в структуре формулы (1), числитель которой характерен для частиц, а знаменатель — для волн. В отличие от традиционного двухщелевого эксперимента здесь опровергается «наивная» полуклассическая модель с фотонами-пакетами и постулатом детектирования (в [12] была рассмотрена возможность объединения этих двух характерных квантовых экспериментов — двухщелевого и типа ЭПР).

Использованная выше наглядная трактовка с помощью опережающего и эффективного полей может быть полезна и при рассмотрении других двухфотонных экспериментов, включая поляризационные [4–7] и интерференционные [7, 8, 12, 27], а также связанные с пространственной локализацией фотонов [10]. Эта трактовка предсказывает, например, эффект *квантовых биений* при некаскадных двухфотонных переходах: при наличии у метастабильного уровня расщепления $\hbar\Omega$ распределение (1) в случае $\gamma_n \gg \Omega$ должно иметь вид $\delta(\tau) (1 + \cos(\Omega t_1))$ (ср. биения за счет расщепления промежуточного уровня при каскадных переходах, наблюдавшиеся в [28]).

Рассмотренный эксперимент с проверкой распределения (1) представляется вполне осуществимым. Конечно, никаких неожиданностей такой эксперимент не принесет, и он интересен лишь в качестве наглядной иллюстрации наиболее парадоксального аспекта квантовой теории. Приведем в связи с этим следующее высказывание Джейнса [29]: «Я убежден, что многие из тех, кто защищает копенгагенскую интерпретацию наиболее ревностно, делают это лишь потому, что они никогда не задумывались достаточно глубоко, чтобы осознать ее полное значение».

Автор благодарен В. Б. Брагинскому и Ю. И. Воронцову за плодотворные дискуссии.

Приложение А. Корреляция интенсивностей в двухфотонном поле при учете фильтрации. Вероятность регистрации двух фотонов в точках x_1 и x_2 пропорциональна *нормальной (нормально-упорядоченной)* функции корреляции интенсивностей [30]:

$$p_{12} = \langle 0 | E_{T1}^{(-)} E_{T2}^{(-)} E_{T2}^{(+)} E_{T1}^{(+)} | 0 \rangle; \quad (A1)$$

здесь $E_{\Gamma n} \equiv E_{\Gamma}(\mathbf{r}_n, t_n)$ — поле в точке x_n (пока полагаем $t_2 > t_1$), индекс Γ соответствует представлению Гейзенберга и усреднение проводится по начальному состоянию $|0\rangle = |b\rangle |vac\rangle$ (b — индекс метастабильного уровня атома). Переход к представлению взаимодействия осуществляется унитарным оператором S : $E_{\Gamma}(t) = S^{\dagger}(t) E(t) S(t)$ (см., например [14]).

Пусть взаимодействие происходит лишь в ограниченном интервале времени $0 - T$ (T может определяться, например, временем пролета атома через «поле зрения» детекторов; в случае параметрического рассеяния T — длительность импульса накачки), тогда при $t > T$ оператор S не зависит от времени. При этом $S(t_2) S^{\dagger}(t_1) = 1$, так что

$$p_{12} = \langle 0 | S^{\dagger} E_1^{(-)} E_2^{(-)} E_1^{(+)} S | 0 \rangle \quad (t_{1,2} > T). \quad (A2)$$

Здесь операторы $E_1^{(+)}$ и $E_2^{(+)}$ (как и $E_1^{(-)}$, $E_2^{(-)}$) коммутируют, поэтому $p_{12} = p_{21}$ и ограничение $t_2 > t_1$ можно опустить.

Двухфотонное излучение описывается 2-м порядком теории возмущения (полагаем $T \ll \tau_0$), поэтому в (A2)

$$S = S^{(2)} = (i\hbar)^{-2} \int_0^T dt_0 V(t_0) \int_0^{t_0} dt V(t). \quad (A3)$$

Оператор S должен превращать состояние $|b\rangle |vac\rangle$ в $|a\rangle |2\rangle$ (где $|2\rangle$ — двухфотонное состояние), поэтому в (A3) в дипольном приближении можно считать

$$V(t_0) = -\mathbf{d}(t_0) \mathbf{E}_0^{(-)} = -\sum_m \sigma_{am}(t_0) \mathbf{d}_{am} \mathbf{E}_0^{(-)},$$

$$V(t) = -\int_0^{\infty} d\omega \sigma_{mb} \mathbf{d}_{mb} \mathbf{E}_{-\omega} \exp[i(\omega_{mb} + \omega)t], \quad (A4)$$

где $\sigma_{mn} = |m\rangle \langle n|$, $\sigma_{mn}(t) = \sigma_{mn} e^{i\omega_{mn}t}$, $\sigma_{am} \sigma_{nb} = \sigma_{ab} \delta_{mn}$, E_{ω} — фурье-образ E_0 . Теперь (A3) принимает вид

$$S^{(2)} = i\hbar^{-2} \int_0^T dt_0 \sigma_{ab}(t_0) \sum_m \mathbf{d}_{am} \mathbf{E}_0^{(-)} \int_0^{\infty} d\omega \mathbf{d}_{mb} \mathbf{E}_{-\omega} e^{i\omega t} (\omega_{mb} + \omega)^{-1}. \quad (A5)$$

Предположим, что спектр регистрируемого поля ограничен областью $\omega_0/2 \pm \Delta$, причем $\Delta \ll |\omega_{mb}|$; тогда в знаменателе (A5) можно сделать замену

$$\omega_{mb} + \omega \approx \omega_{mb} + \frac{\omega_0}{2} = \omega_{ma} - \frac{\omega_0}{2}. \quad (A6)$$

При этом

$$S^{(2)} = (2i\hbar)^{-1} \sigma_{ab} \int_0^T dt_0 e^{-i\omega_0 t_0} \mathbf{E}_0^{(-)} \boldsymbol{\kappa} \mathbf{E}_0^{(-)}, \quad (A7)$$

где введен тензор

$$\boldsymbol{\kappa}_{\alpha\beta} \equiv -2\hbar^{-1} \sum_m d_{am}^{(\alpha)} d_{mb}^{(\beta)} \left(\omega_{mb} + \frac{\omega_0}{2} \right)^{-1},$$

который будем считать вещественным ($\alpha, \beta = x, y, z$). Отметим, что формула (A7) эквивалентна использованию следующего эффективного «бездисперсионного» гамильтониана [11]

$$V_{\text{эфф}} \equiv \frac{1}{2} \sigma_{ab} \mathbf{E}_0^{(-)} \boldsymbol{\kappa} \mathbf{E}_0^{(-)} + \text{в. с.}, \quad (A8)$$

определяющего $S^{(2)}$ в 1-м порядке по $\boldsymbol{\kappa}$.

Подставим (A7) в (A2) (тензорный характер χ для простоты не учитываем):

$$p_{12} = \left(\frac{\chi}{2\hbar}\right)^2 \int_0^T \int_0^T dt' dt_0 e^{i\omega_0(t'_0 - t_0)} \langle \text{vac} | E_0^{(+)} E_1^{(-)} E_2^{(-)} E_2^{(+)} E_1^{(+)} E_0^{(-)} | \text{vac} \rangle. \quad (\text{A9})$$

Легко убедиться, что коррелятор в (A9) и, следовательно, p_{12} , факторизуются: $p_{12} = |F_{12}|^2$. Здесь введена функция

$$F_{21} = F_{12} \equiv \frac{\chi}{2\hbar} \int_0^T dt_0 e^{-i\omega_0 t_0} \langle \text{vac} | E_2^{(+)} E_1^{(+)} E_0^{(-)} | \text{vac} \rangle, \quad (\text{A10})$$

имеющая смысл «амплитуды вероятности» или «эффективного поля».

Переставим операторы в (A10) в нормальном порядке с помощью коммутатора

$$[E_n^{(+)}, E_0^{(-)}] \equiv -i\hbar D_{n0} = i\hbar D_{0n}^*. \quad (\text{A11})$$

Поскольку $E_n^{(+)} | \text{vac} \rangle = 0$, то в (A10) можно полагать

$$E_1^{(+)} E_0^{(-)} = [E_1^{(+)}, E_0^{(-)}] = -2i\hbar D_{10} E_0^{(-)};$$

умножая это равенство слева на $E_2^{(+)}$, получаем $-2\hbar^2 D_{20} D_{10}$, так что (A10) принимает вид

$$F_{12} = -\hbar\chi \int_0^T dt_0 e^{-i\omega_0 t_0} D_{20} D_{10}. \quad (\text{A12})$$

Таким образом, эффективное поле является, по существу, фурье-образом (на частоте ω_0) функции $D_{20} D_{10}$, обрезанной при $t_0 < 0$ и $t_0 > T$.

Представив $E_n^{(\pm)}$ в (A11) в виде сумм операторов рождения и уничтожения фотонов, найдем спектральное представление функции D_{10} :

$$D_{10} = i(2\pi)^{-2} \int d^3k \omega_k \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r}_{10} - \omega_k t_{10})], \quad (\text{A13})$$

где $\omega_k = c|\mathbf{k}|$, $\mathbf{r}_{10} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0$, $t_{10} = t_1 - t_0$ (аналогичное выражение для D_{20} отличается заменой индекса 1 на 2). Интегрирование по направлениям дает

$$D_{10} = A_1 \int_0^{\omega_0} d\omega \eta_1(\omega) \exp\left[-i\omega\left(t_{10} - \frac{r_{10}}{c}\right)\right], \quad (\text{A14})$$

где $A_1 = \omega_1^2 / 2\pi c^2 r_{10}$, $r_{10} = |\mathbf{r}_{10}|$. Мы опустили здесь слагаемое с фазой $\omega[t_{10} + (r_{10}/c)]$ (поскольку оно описывает распространение запаздывающего поля от \mathbf{r}_1 к \mathbf{r}_0 , что противоречит условию $t_1 > T \geq t_0$) и ограничили спектр частотой перехода ω_0 . Кроме того, мы сделали замену $\omega^2 \rightarrow \omega_1^2 \eta_1(\omega)$, где $\eta_1(\omega)$ — коэффициент передачи фильтра в канале 1 и ω_1 — его центральная частота. Такое феноменологическое описание фильтрации допустимо при вычислении нормальных корреляторов поля (см. Приложение Б).

Полагая в (A12) пределы интегрирования бесконечными, получаем с учетом (A14)

$$F_{12} = \hbar\chi A_1 A_2 e^{-i\omega_0 t_2} F(\tau), \quad \tau = t_1 - t_2, \quad (\text{A15})$$

$$F(\tau) \equiv \int_0^{\omega_0} d\omega \eta_1(\omega) \eta_2(\omega_0 - \omega) e^{-i\omega\tau} \quad (\text{A16})$$

(мы переобозначили $t_n - r_n/c \rightarrow t_n$). Пусть $\eta_n = \gamma_n (\omega_n - \omega - i\gamma_n)^{-1}$, где $\omega_0 > \omega_n \gg \gamma_n > 0$, тогда из (A16) следуют формулы (10), (11). Наконец,

из (11) получаем выражение (1) для $p(\tau) \equiv |F(\tau)|^2$ (принято, что $\theta(x) \times \theta(x) = \theta(x)$ и $\theta(x)\theta(-x) = 0$).

Поясним физический смысл функции D_{10} . С помощью (A11) находим

$$\langle E_1 E_0 \rangle_{\text{vac}} = \langle E_1^{(+)} E_0^{(-)} \rangle_{\text{vac}} = -i\hbar D_{10}, \quad (\text{A17})$$

т. е. D_{10} определяет функцию корреляции свободного поля (антинормальную) в состоянии вакуума («нулевые флуктуации»). Далее, операторы в представлении взаимодействия $E^{(\pm)}$ удовлетворяют однородному волновому уравнению $\square E^{(\pm)} = 0$, поэтому D_{10} и, следовательно, F_{12} (при $\eta_n = 1$) также являются решением этого уравнения (это легко видеть из спектрального представления (A13)). Пусть теперь в окрестности точки \mathbf{r}_0 имеется классический источник поля с заданной зависимостью от времени. Используем для простоты «дипольный» гамильтониан взаимодействия $-d(t) E(\mathbf{r}_0, t)$ (это допустимо в случае квазимонохроматического источника — см., например, [15]) и скалярное описание, тогда в 1-м порядке по d

$$S^{(1)}(t_1) = -(i\hbar)^{-1} \int_0^{t_1} d(t_0) E(\mathbf{r}_0, t_0) dt_0. \quad (\text{A18})$$

Полагая $S = 1 + S^{(1)}$ находим поле в представлении Гейзенберга (т. е. с учетом источника) в момент t_1 и точке r_1 волновой зоны:

$$E_{r_1}^{(+)} = E_1^{(+)} + [E_1^{(+)}, S^{(1)}(t_1)] = E_1^{(+)} + \int_0^{t_1} d(t_0) D_{10} dt_0. \quad (\text{A19})$$

Легко убедиться, что следующие поправки равны нулю (так как d и D — не операторы). Эрмитово-сопряженное равенство выражает $E_{r_1}^{(-)}$ через $D_{10}^* = -D_{01}$, следовательно, полное поле $E_{r_1} = E_{r_1}^{(+)} + E_{r_1}^{(-)}$ определяется аналогично (A19) через $2\text{Re} D_{10} = i[E_1, E_0]/\hbar$. С помощью (A13) можно показать [22], что $2\text{Re} D_{10}$ выражается через вторые производные от функции

$$D_0(r, t) = \frac{1}{r} \left[\delta\left(t - \frac{r}{c}\right) - \delta\left(t + \frac{r}{c}\right) \right], \quad (\text{A20})$$

которая называется пропагатором Иордана — Паули (здесь $r = r_{10}$, $t = t_{10}$). Таким образом, эрмитовы операторы свободного поля в точках x_1, x_0 не коммутируют, лишь если эти точки можно соединить световым сигналом.

Подчеркнем, что знак разности $t_1 - t_0 \equiv t$ в формулах (A18) — (A20) может быть любым: они связывают с $d(t_0)$ как будущее ($t > 0$), так и прошлое ($t < 0$) поле. Если же из физических соображений умножить функцию D_{10} в (A19) на $\theta(t)$, то равноправие будущего и прошлого нарушится. При этом верхний предел интегрирования в (A19) можно заменить на $+\infty$, так что произведение $D_{10}\theta(t)$ будет иметь смысл функции Грина («запаздывающей») для положительно-частотного поля $E_r^{(+)}$. Таким образом, множитель $\theta(t)$, как и $\theta(-t)$, превращает решение однородного волнового уравнения в решение неоднородного уравнения с функцией $\delta^4(x)$ в правой части. Отметим, что часто используется комбинация вида $D_{10}\theta(t) + D_{01}\theta(-t)$ — причинная или фейнмановская функция Грина (пропагатор).

Приложение Б. Феноменологическое описание фильтрации в квантовой оптике. С классической точки зрения описание действия линейного частотного фильтра на излучение элементарно — надо просто умножить функцию распространения в частотном представлении $D(\omega)$ на коэффициент передачи фильтра $\eta(\omega)$. Во временном представлении поле преобразуется фильтром по закону $E'(t) = \hat{\eta}E(t)$, где $\hat{\eta}$ — соответствующий $\eta(\omega)$ интегральный оператор. Однако в квантовой теории такое преобразование операторов поля нарушает коммутационные соотношения (т. е. не является унитарным)

и приводит к затуханию нулевых флуктуаций. И все же такое преобразование допустимо, но с одной оговоркой — операторы свободного поля $E^{(\pm)}(t)$ должны при этом образовывать нормальную функцию корреляции.

Рассмотрим сначала одну моду поля. Если она находится в когерентном состоянии $|\alpha\rangle$, то в результате линейного взаимодействия с холодным термостатом состояние остается когерентным, изменяется лишь амплитуда состояния: $|\alpha\rangle' = |\eta\alpha\rangle$ [15, 31]. Применительно к нашей задаче η имеет смысл коэффициента передачи фильтра на частоте моды ω_k . Широкий класс состояний поля можно описывать с помощью диагонального когерентного представления матрицы плотности Глаубера — Сударшана $P(\alpha)$ [30]. При этом нормальные наблюдаемые $f_N(a^+, a) \equiv f_N(a)$ вычисляются по классическому правилу усреднения:

$$\langle f_N(a) \rangle = \int f_N(\alpha) P(\alpha) d^2\alpha. \quad (\text{Б1})$$

Таким образом, $P(\alpha)$ играет роль двумерной плотности вероятности в плоскости $\text{Re } \alpha \times \text{Im } \alpha$ (однако для некоторых состояний $P(\alpha)$ имеет сингулярный характер и даже принимает отрицательные значения, поэтому ее называют *квазивероятностью*).

Очевидно, что при изменении масштаба $\alpha \rightarrow \eta\alpha$ происходит преобразование

$$P'(\alpha) = CP\left(\frac{\alpha}{\eta}\right), \quad (\text{Б2})$$

где $C = |\eta|^{-2}$. Следовательно, после фильтра

$$\langle f_N(a) \rangle' = C \int f_N(\alpha) P\left(\frac{\alpha}{\eta}\right) d^2\alpha = \langle f_N(\eta a) \rangle. \quad (\text{Б3})$$

Это правило можно аналогичным образом обосновать и с помощью недиагонального представления матрицы плотности, поэтому оно справедливо для произвольных исходных состояний моды. Отметим, что согласно (Б2) затухание не меняет функциональной формы P -распределения; однако аналогичное заключение для распределения других величин, например, числа фотонов не всегда справедливо (это обстоятельство можно использовать для абсолютной фотометрии [15, 16]).

Правило (Б3) можно обобщить и на многомодовое поле. В отсутствие перемешивания мод аналогично (Б2) имеем

$$P'(\{\alpha_k\}) = CP\left(\left\{\frac{\alpha_k}{\eta_k}\right\}\right), \quad C^{-1} = \prod_k |\eta_k|^2. \quad (\text{Б4})$$

Отсюда

$$\langle f_N(\{a_k\}) \rangle' = \langle f_N(\{\eta_k a_k\}) \rangle. \quad (\text{Б5})$$

Эта связь оправдывает введение в (А14) множителя $\eta_1(\omega)$. Найдем, например, двухточечную функцию корреляции на выходе фильтра:

$$\begin{aligned} \langle E_1^{(-)} E_2^{(+)} \rangle' &= \int \mathcal{E}_1^*(\{\alpha_k\}) \mathcal{E}_2(\{\alpha_k\}) P'(\{\alpha_k\}) \prod_k d^2\alpha_k = \\ &= \int \mathcal{E}_1^*(\{\eta_k \alpha_k\}) \mathcal{E}_2(\{\eta_k \alpha_k\}) P(\{\alpha_k\}) \prod_k d^2\alpha_k \equiv \langle (\hat{\eta}_1^* E_1^{(-)}) \hat{\eta}_2 E_2^{(+)} \rangle; \end{aligned} \quad (\text{Б6})$$

здесь

$$\mathcal{E}_n(\{\alpha_k\}) \equiv \frac{i}{2\pi} \sum_k (\hbar\omega_k)^{1/2} \alpha_k \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_n - i\omega_k t_n). \quad (\text{Б7})$$

Антинормальный коррелятор $\langle E_2^{(+)} E_1^{(-)} \rangle$ отличается от (Б6) «нулевыми флуктуациями» — $i\hbar D_{21}$, на которые фильтры не действуют. Аналогично можно включить в квантовую оптику феноменологическое описание других линейных преобразований [10, 14]: дифракцию, фокусировку, пространственную и поляризационную фильтрацию и т. д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Einstein A., Podolsky B., Rosen N.//Phys. Rev. 1935. V. 47. P. 777.
2. Бом Д. Квантовая теория.— М.: Физматгиз, 1961.
3. Bell D. J.//Physics. 1964. V. 1. P. 195.
Clauser J. F., Horne M. A., Shimoni A., Holt R. A.//Phys. Rev. Lett. 1969. V. 23. P. 880.
Clauser J. F., Shimoni A.//Rep. Prog. Phys. 1978. V. 41. P. 1881.
Гриб А. А.//УФН. 1984. Т. 142. С. 619.
4. Coher C. A., Commins E. D.//Phys. Rev. Lett. 1967. V. 18. P. 575.
Freedman S. J., Clauser J. F.//Ibidem. 1972. V. 28. P. 938.
Fry E. S., Thomson R. C.//Ibidem. 1976. V. 37. P. 465.
Aspect A., Dalibard J., Roger G.//Ibidem. 1982. V. 49. P. 1804.
5. Haji-Hassan T., Duncan A. J., Perrie W., Beyer H. J., Klein-
роппен Н.//Phys. Lett. Ser. A. 1987. V. 123. P. 110.
Duncan A. J.//Microphysical Reality and Quantum Formalism/Ed. by A. van der
Merve et al.— Kluwer, Holland: Academie Publ., 1988.— P. 345.
6. Alley C. O., Shin Y. H.//XV Intern. Quantum Electrodynamics Conference.—
Baltimore, 1987.
7. Ou Z. Y., Mandel L.//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 50.
8. Gosh R., Mandel L.//Ibidem. 1987. V. 59. P. 1903.
9. Hong C. K., Ou Z. Y., Mandel L.//Ibidem. P. 2044.
10. Клышко Д. Н.//УФН. 1988. Т. 154. С. 133; ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 82.
- [11] Klyshko D. N.//Phys. Lett. Ser. A. 1988. V. 128. P. 133.
12. Klyshko D. N.//Ibidem. V. 132. П. 299.
13. Зельдович Б. Я., Клышко Д. Н.//Письма ЖЭТФ. 1969. Т. 9. С. 69.
14. Клышко Д. Н. Фотоны и нелинейная оптика.— М.: Наука, 1980.
15. Клышко Д. Н. Физические основы квантовой электроники.— М.: Наука, 1986.
16. Клышко Д. Н., Пенин А. Н.//УФН. 1987. Т. 152. С. 653.
17. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика.— М.: Физматгиз, 1963.
Воронцов Ю. И.//УФН. 1981. Т. 130. С. 351.
Додонов В. В., Манько В. И.//Тр. ФИАН СССР. 1987. Т. 183. С. 5.
18. Вихман Э. Квантовая физика/Пер. с англ.— М.: Наука, 1977.— С. 174.
19. Shelby R. M., Levenson M. D.//Opt. Comm. 1987. V. 64. P. 553.
Braginsky V. V., Vyatchanin S. P.//Phys. Lett. Ser. A. 1988. V. 132.
P. 206.
20. Bjork G., Yamamoto Y.//Phys. Rev. Ser. A. 1988. V. 37. P. 125.
Reid M. D., Walls D. F.//Ibidem. 1986. V. 34. P. 1260.
Wodkiewicz K.//Phys. Lett. Ser. A. 1988. V. 129. P. 1.
- [21] Paul H.//Rev. Mod. Phys. 1986. V. 58. P. 209.
22. Ахиезер А. И., Берестецкий В. В. Квантовая электродинамика.— М.:
Наука, 1981.
23. Фок В. А.//Вопросы философии. 1971. № 3. С. 46.
24. Ghirardi G. C., Grassi R., Rimini A., Weber T.//Europhys. Lett. 1988. V. 6. P. 95.
25. Glauber R. J.//Frontiers in Quantum Optics/Ed. by E. R. Pike, S. Sartar.—
Bristol: Hilger, 1986.— P. 534.
26. Herbert N.//Found. Phys. 1982. V. 12. P. 1171.
27. Zucowski M., Pykicz J.//Phys. Lett. Ser. A. 1988. V. 127. P. 1.
Horne M. A., Zeilinger A.//New Techniques and Ideas in Quantum Measure-
ment Theory/Ed. by G. Greenberger.— New York Academy, 1986.— P. 469.
28. Aspect A., Dalibard J., Grangier P., Roger G.//Opt. Commun. 1984.
V. 49. P. 429.
29. Jaynes E. T.//Foundations of Radiation Theory and Quantum Electrodynamics/
Ed. by A. Barut.— New York: Plenum, 1980.— P. 39.
30. Глаубер Р.//Квантовая оптика и квантовая радиофизика.— М.: Мир, 1966.—
С. 91.
31. Glauber R. J.//Phys. Lett. 1966.V.21.P.650.