

538.945

МАГНЕТИЗМ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ СОЕДИНЕНИЯХ

Ю. А. Изюмов, Н. М. Плакида, Ю. Н. Скрябин

(Институт физики металлов УрО АН СССР, Свердловск;
Объединенный институт ядерных исследований, Дубна)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	621
I. Основные экспериментальные данные	623
2. Кристаллическая структура	623
3. Легирование и сверхпроводимость	625
4. Кристаллохимия и электронная структура	627
5. Магнитная структура	632
6. Спиновые корреляции	637
II. Попытки теоретических интерпретаций	642
7. Магнетизм и сверхпроводимость в квазидвумерных системах с сильной электронной корреляцией	642
8. Двумерный гейзенберговский антиферромагнетик со спином 1/2	651
9. Сверхпроводимость, обусловленная магнитными степенями свободы, в си- стемах со слабым кулоновским взаимодействием	656
10. Заключение	659
Список литературы	661

1. Введение. Два года интенсивных экспериментальных исследований медно-оксидных высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) показали исключительную физико-химическую сложность этих соединений. Оказалось, что физические свойства всех известных классов ВТСП чрезвычайно чувствительны к отклонению от стехиометрического состава, в особенности за счет допирования их двухвалентными металлическими элементами или за счет вакансий по кислороду. При изменении концентрации примеси или вакансий в довольно узком интервале происходит целая цепь фазовых переходов, так что на фазовой диаграмме температура — концентрация появляется множество сменяющих друг друга фаз: диэлектрическая, металлическая (нормальная и сверхпроводящая), магнитоупорядоченная. На фазовые переходы между ними налагаются еще структурные переходы из тетрагональной в орторомбическую фазу. Сверхпроводящее состояние возникает, таким образом, в условиях близости фазового перехода металл — диэлектрик и антиферромагнетик — «парамагнетик». Это означает, что для выяснения механизмов ВТСП необходимо изучение физических свойств не только сверхпроводящей фазы, но и всех соседствующих на фазовой диаграмме состояний.

Удачным для исследователей оказалось существование не одного класса соединений, где наблюдается ВТСП, но целой группы их, что позволяет путем сравнения их свойств выделить некоторые общие закономерности. Так оказалось, что во всех соединениях носителями

заряда являются дырки в медно-оксидной подрешетке *), которые возникают при допировании или за счет кислородных вакансий. Во всех соединениях имеет место также сильная анизотропия электронных свойств, например электропроводности, различающейся на несколько порядков в направлении оси c и в плоскости a, b . И, наконец, существование антиферромагнитного трехмерного упорядочения в соединениях со стехиометрией или при слабом отклонении от нее. Анализ большой совокупности экспериментальных данных по ВТСП [1, 2] показал, что несмотря на сильную анизотропию многих их свойств в нормальной фазе сверхпроводимость имеет скорее трехмерный характер и корреляционные длины ξ в направлении главной оси кристалла и вдоль CuO_2 слоев различаются лишь в несколько раз.

Ряд фундаментальных экспериментальных результатов и наблюдение сдвига Найта ниже T_c показывают, что в открытых ВТСП имеет место куперовское синглетное спаривание носителей, однако в вопросе о механизме этого спаривания, приводящем к столь высоким температурам T_c сверхпроводящего перехода, никакой ясности пока нет. Традиционный фононный механизм испытывает серьезные трудности при объяснении ситуации в ВТСП: слабый изотопический эффект, высокие T_c , противоречивые данные о наличии сильной электрон-фононной связи. В то же время уже на ранних этапах исследования ВТСП были открыты замечательные магнитные свойства в лантановой и иттрий-бариевой системах, которые обнаруживаются и в последующих соединениях ВТСП. Это — антиферромагнитное упорядочение в медной подрешетке вблизи составов, при которых возникает сверхпроводимость, сильные флуктуации магнитного параметра порядка при температурах выше точки Нееля или при составах, где дальнего магнитного порядка нет. Оказывается, что эти флуктуации имеют выраженный квазидвумерный характер, а их собственная энергия аномально велика и имеет масштаб электронных энергий. Все это породило гипотезы о возможности электронного спаривания в медно-оксидных соединениях через магнитные степени свободы и вызвало значительный поток теоретических исследований.

Целью данного обзора является изложение «магнитного аспекта» проблемы медно-оксидных ВТСП и прежде всего — систематических результатов экспериментальных исследований. Наш обзор, таким образом, естественно дополняет картину экспериментальных исследований, представленную в недавнем обзоре Горькова и Копнина [1]. Чтобы последовательно изложить экспериментальные данные о магнитной структуре и о спиновой динамике, мы должны привести фундаментальные данные о кристаллической структуре, кристаллохимии и об электронной структуре ВТСП соединений. Эти данные, сейчас уже достаточно устоявшиеся, могут также послужить фундаментом для последующих публикаций в «УФН» материалов по ВТСП.

Теоретическая сторона «магнитного аспекта» имеет два направления: одно ставит целью объяснение самих магнитных свойств соединений, которые наиболее сильно проявляются при составах, когда соединения не сверхпроводящие, другое связано с изучением возможности электронного спаривания через магнитные возбуждения системы, т. е. с поисками возможных механизмов ВТСП. Теоретическая часть нашего обзора связана, главным образом, с первым направлением, поскольку из большого числа теоретических моделей, претендующих на объяснение ВТСП, ни одна не получила еще однозначного экспериментального подтверждения.

*) Недавно были синтезированы соединения $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$ [105], где носителями являются электроны.

1. Основные экспериментальные данные.

2. Кристаллическая структура. Известные четыре класса ВТСП обладают различными кристаллическими структурами, имеющими, однако, много общего друг с другом. Это общее — существование квадратных CuO_2 слоев, чередующихся со слоями, построенными из других металлических элементов, а также неизменно повторяющийся мотив: атомы Cu находятся в октаэдрическом окружении атомов O , образуя комплексы CuO_6 или комплексы с вакансиями по кислороду CuO_5 и CuO_4 . Дадим краткое описание основных структур ВТСП.

La_2CuO_4 при высоких температурах находится в тетрагональной фазе (пространственная группа $I4/mmm — D_{4h}^{17}$), а при низких — в орторомбической (группа $Cmca — D_{2h}^{18}$). Элементарная тетрагональная ячейка содержит две формульных единицы (рис. 1). Это структура типа K_2NiF_4 : каждый атом Cu окружен октаэдром O_6 .

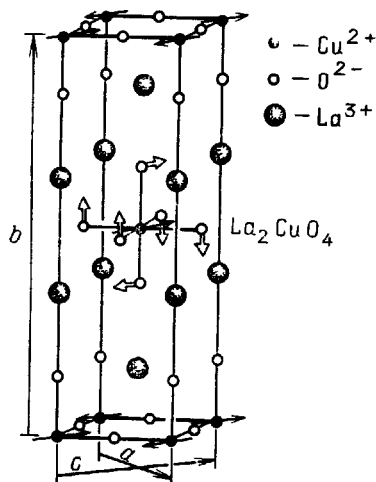


Рис. 1. Кристаллическая структура La_2CuO_4 . Стрелки указывают смещение атомов кислорода в орторомбической фазе

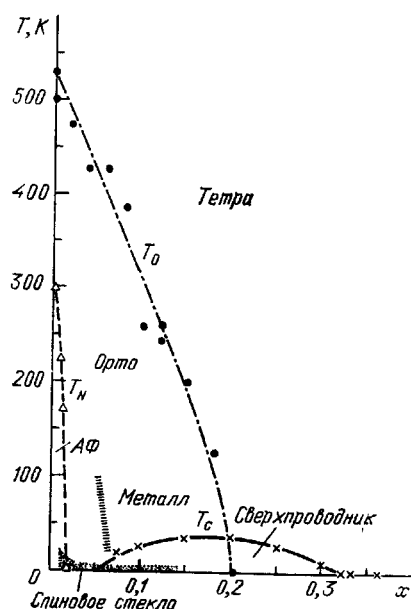


Рис. 2. Фазовая диаграмма $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ [27]

При некоторой температуре T_0 происходит фазовый переход в ортофазу за счет поворота центрального октаэдра вокруг направления $[110]$ и антифазных поворотов октаэдров в соседних ячейках. Описанный структурный переход является классическим фазовым переходом, идущим по механизму мягкой моды, наблюдаемым во многих перовскитах [3, 4].

Типичные значения параметров решетки в тетра- и ортофазе: $a_t=3,7873 \text{ \AA}$, $c_t=13,2883 \text{ \AA}$, $a_o=5,3562 \text{ \AA}$, $b_o=5,3990 \text{ \AA}$, $c_o=13,1669 \text{ \AA}$ для состава с небольшой добавкой Ba вместо La [3]. Как видим, орторомбичность невелика, так что

$$a_o \approx b_o \approx \sqrt{2}a_t.$$

Расстояния между атомами кислорода и меди в плоскости и вдоль оси z равны, соответственно; $\text{Cu} — \text{O}1: 1,8936 \text{ \AA}$, $\text{Cu} — \text{O}2: 2,428 \text{ \AA}$.

Аналогичную структуру имеют соединения нестехиометрического состава $\text{La}_{2-x}\text{M}_x\text{CuO}_{4-\delta}$ с добавками двухвалентного металла ($\text{M}=\text{Sr}$, Ba , Ca) и вакансиями по кислороду. С ростом концентрации допанта T_0 падает. Типичная фазовая диаграмма на плоскости x , T показана на рис. 2.

Второй знаменитый класс ВТСП — $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$. Так же как для La_2CuO_4 , элементарная ячейка представляет как бы три кубических ячейки перовскита, налагаемые одна на другую. Структура зависит от

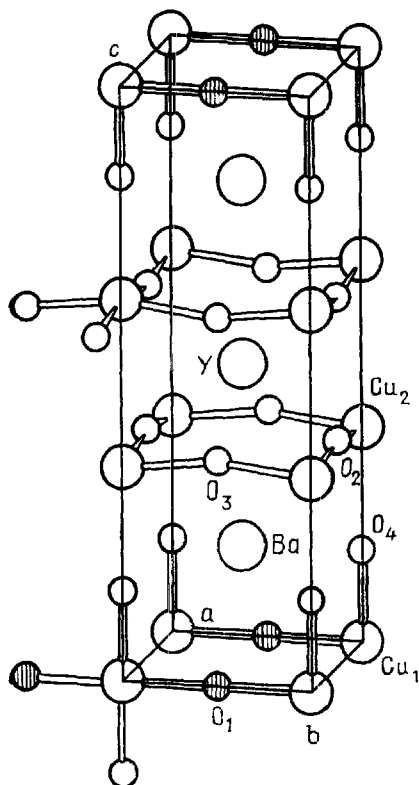


Рис. 3. Элементарная ячейка $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ в орторомбической фазе [5]

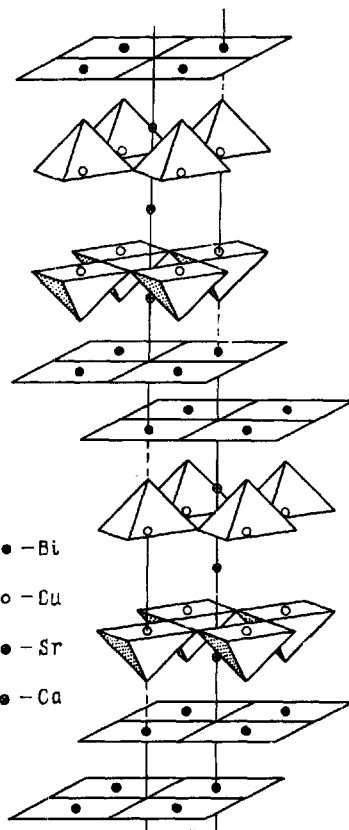


Рис. 4. Элементарная ячейка $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuX}$ $\text{X}=\text{Ca}, \text{Cu}_2\text{O}$

содержания вакансий по кислороду, т. е. от параметра δ . При $\delta=0$ структура орторомбическая $Pnmm-D_{2h}^1$. Элементарная ячейка показана на рис. 3; в ней содержится одна формульная единица. В этой структуре атомы меди образуют слои CuO_2 и цепочки CuO , ориентированные вдоль b . В слоях атомы Cu окружены пятью атомами O , образующими группу CuO_5 — неполный октаэдр (пирамиду). Параметры ячейки зависят от δ и температуры. Так, при $\delta=0,09$ и $T=95$ К имеем следующие значения для них, а также для расстояний между ближайшими Cu и O [6]: $a=3,8099$ Å, $b=3,8789$ Å, $c=11,6425$ Å; $\text{Cu1}-\text{O1}: 1,941$ Å, $\text{Cu1}-\text{O4}: 1,957$ Å, $\text{Cu2}-\text{O2}: 1,925$ Å, $\text{Cu2}-\text{O3}: 1,957$ Å, $\text{Cu2}-\text{O4}: 2,777$ Å.

Как видно, длины связей $\text{Cu}-\text{O}$ для ближайших четырех атомов O в плоскостях и цепочках примерно одинаковы и соответствуют длине связи $\text{Cu}-\text{O}$ в плоскостях для La_2CuO_4 . Расстояние $\text{Cu2}-\text{O}_4$ в пирамиде CuO_5 меньше соответствующего расстояния (вдоль оси z) в

La_2CuO_4 , что может играть определенную роль в усилении связи между плоскостями в Y—Ba -соединении по сравнению с La_2CuO_4 .

Структурные исследования показывают, что тепловые факторы сильно анизотропны, особенно для атомов О в цепочках, в направлениях, перпендикулярных к ним. Есть экспериментальные [6] и теоретические [7] основания считать, что эти атомы находятся в двухъямном потенциале и хаотически разбросаны по двум позициям, отстоящим от оси цепочки на величину порядка $\pm 0,1$ Å вдоль оси a .

При нагревании выше 700°C происходит переход из орто- в тетрафазу за счет образования вакансий кислорода в цепочках в позициях $(0\ 1/2\ 0)$ и заполнения ими свободных позиций $(1/2\ 0\ 0)$. При выравнивании концентрации кислорода на этих позициях и возникает тетрагональная структура $P4/mmm—D_{4h}^1$. Переход $\text{O} \rightarrow \text{T}$ наблюдается также при замещении на RE: Nd, Sm, Eu, Gd, Dy [8]. На электронном микроскопе обнаруживается при $\text{T} \rightarrow \text{O}$ двойникование кристалла и образование системы орторомбических доменов типа (110) и $(\bar{1}\bar{1}0)$ [9]. Также обнаруживается, что вакансии О образуют сверхрешетку, период которой меняется с изменением концентрации δ [10].

Еще более сложна структура новых классов ВТСП на основе висмута и таллия, не содержащих редкоземельных ионов. На рис. 4 показана элементарная ячейка Bi -соединения, исследованного на монокристалле состава $\text{Bi}_{1.2}\text{Sr}_2\text{Ca}_{0.8}\text{O}_{8+\delta}$ с $T_c=84\text{ K}$ с параметрами решетки [11]: $a=5,414$ Å, $b=5,418$ Å, $c=30,89$ Å. Ячейка содержит одну формульную единицу, пространственная группа $Fmmm$. Как и для Y—Ba -соединения, структура построена из пирамид CuO_5 (с расстоянием Cu—O1 в плоскости $\sim 1,9$ Å и Cu—O2 вдоль оси $z \sim 2,2$ Å). Однако, в отличие от $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, в этом соединении нет цепочек Cu—O ; их роль выполняет двойной слой Bi_2O_2 со структурой NaCl . В работе [12] в качестве основной в этом соединении выбирается тетрагональная фаза $I4/mmm$ с параметрами ячейки $a_1=b_1=3,814$ Å, $c_1=30,52$ Å, связанными с параметрами орторомбической ячейки соотношениями

$$a \approx b \approx \sqrt{2}a_1.$$

Помимо орторомбического искажения этой псевдотетрагональной структуры, наблюдается также несоразмерная модуляция с небольшой амплитудой, по-видимому, в слое Bi_2O_2 .

Дальнейший анализ показал, что возможно существование структур с большим числом плоскостей CuO_2 , разделенных ионами Са с общей формулой $\text{A}_2\text{B}_2\text{Ca}_{n-1}\text{Cu}_n\text{O}_{4+2n}$, где $\text{A}=\text{Bi}$, Ti , $\text{B}=\text{Sr}$, Ba при $n=1, 2, 3$. Таллиевая структура с $n=2$ отличается тем, что пирамида CuO_5 искажена значительно сильнее: расстояние Cu—O1 в плоскости $\sim 1,92$ Å, а Cu—O2 вдоль оси $z \sim 2,70$ Å. Появление дополнительной плоскости CuO_2 в структуре при $n=3$ несущественно изменяет основные параметры ячейки, увеличивая лишь постоянную вдоль оси z приблизительно на 5 Å.

3. Легирование и сверхпроводимость. Сверхпроводимость в медно-оксидных соединениях возникает при отклонении от стехиометрического состава путем замещения металлических элементов или за счет изменения содержания кислорода. На рис. 2 показано, что сверхпроводимость в лантановой системе появляется при замещении в La_2CuO_4 ионов La^{3+} двухвалентными ионами Sr^{2+} . Аналогичный эффект производит легирование другими двухвалентными металлами — Ba и Ca . С другой стороны, в иттрий-бариевой системе сверхпроводимость возникает в соединении $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ только при достаточно малой концентрации δ кислородных вакансий (рис. 5). При $\delta \lesssim 1$ кристаллическая

структура тетрагональная, причем в ней реализуется диэлектрическая и магнитоупорядоченная фаза, но при $\delta < 0,6$ структура орторомбическая и в ней реализуется сверхпроводящая фаза.

В $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ при концентрации $x=0,15$ достигается максимальная $T_c \approx 40$ К. Замещение меди на двухвалентные ионы 3d-металлов: Ni, Fe, Co и др., а также Zn приводит к быстрому подавлению сверхпроводимости. Если в случае Ni, Fe и Co эффект может быть объяснен действием на электронное спаривание рассеяния на локализованном магнитном моменте, то подавление за счет примеси Zn является неожиданным.

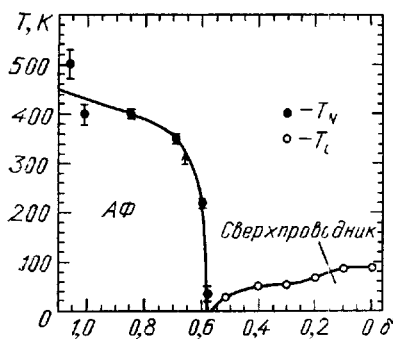


Рис. 5. Фазовая диаграмма для $\text{YBa}_2\text{Cu}_4\text{O}_{7-\delta}$ [13]

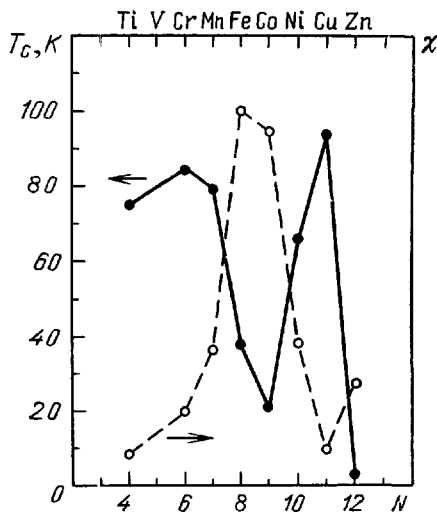


Рис. 6. Температура сверхпроводящего перехода и магнитная восприимчивость в соединении $\text{YBa}_2(\text{Cu}_{0,9}\text{M}_{0,1})_3\text{O}_{7-\delta}$, допированном 3d-элементами [14]. N — число валентных электронов в примесном атоме

Более сложное влияние примесей, замещающих медь, наблюдается в соединении $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, а также в изоморфных соединениях, где вместо Y берется редкоземельный (РЗ) металл. Подавление T_c примесями различных 3d-элементов показано на рис. 6, из которого видно, что T_c антикоррелирует с магнитной восприимчивостью $\chi(T)$, обусловленной в значительной мере введенными примесями [14]. Если провал в кривой $T_c(N)$ приходится на парамагнитные примеси Fe, Co, Ni, то резкое подавление T_c примесью Zn, как и в La—Sr-системе, также оказывается неожиданным. Тот факт, что при столь высокой концентрации магнитной примеси (около 10%) сверхпроводимость еще не подавлена, указывает на необычные свойства оксидных сверхпроводников, где сильное подавление T_c может оказывать и немагнитная примесь.

В работе [14] не анализировался тип позиции замещения, тогда как в [15] специально ставился вопрос о том, в какую позицию, Cu2 или Cu1, попадает примесь замещения. Были исследованы две системы $\text{YBa}_2(\text{Cu}_{1-x}\text{Zn}_x)_3\text{O}_7$ и $\text{YBa}_2(\text{Cu}_{1-x}\text{Ga}_x)_3\text{O}_7$, с примесями Zn и Ga, ионные радиусы которых близки к таковому для Cu. Нейтронографические исследования показали, что Zn замещает Cu в основном в плоскостях, а Ga — в цепочках, поэтому интересно сравнить влияние легирования на T_c в обоих случаях. Оказалось, что примеси Zn^{2+} быстро подавляют сверхпроводимость, сохраняя неизменной орторомбическую фазу. Примеси же Ga^{3+} , замещающие медь в цепочках, весьма слабо влияют на

T_c , но уже при небольшой концентрации $\sim 6\%$ приводят к фазовому переходу в тетрагональную фазу. В то же время сопротивление в нормальной фазе возрастает с введением примеси Ga в несколько раз. Отсюда следует, что основную роль в возникновении ВТСП играют плоскости CuO_2 , а не цепочки CuO . Косвенным подтверждением этого вывода является быстрое подавление сверхпроводимости в $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ при небольшой концентрации $\sim 2,5\%$ как примеси Zn, так и Ga. В этом соединении имеется лишь одна позиция меди — в плоскости CuO_2 , поэтому примеси Zn и Ga приводят к одинаково сильному подавлению T_c .

Таким образом, для соединений La—Sr и Y—Ba определяющими для появления ВТСП являются плоскости CuO_2 . Структура решетки — тетрагональная или орторомбическая — существенной роли не играет. Определенным легированием можно получить сверхпроводящую фазу и в тетрагональной структуре. Принципиальная роль CuO_2 -плоскостей подтверждается также открытием висмутовой и таллиевой ВТСП, в которых атомы меди находятся только в плоскостях CuO_2 .

4. Кристаллохимия соединений и электронная структура. Как показывают расчеты зонной структуры и эксперименты по рентгеновской и оптической спектроскопии, металлические свойства медно-оксидных ВТСП в основном определяются взаимодействием электронов на внешних оболочках Cu и O, в то время как остальные ионы имеют хорошо локализованные заряды и образуют ионный остов решетки. Основной структурный элемент во всех известных ВТСП есть CuO_2 -плоскости. Каждый ион Cu в ней находится в центре октаэдра CuO_6 в La-соединениях или неполного октаэдра (пирамиды) CuO_5 в Y- или Bi-соединениях.

Пятикратно вырожденный атомный d-уровень иона Cu в поле кубической симметрии расщепляется на два двукратно и трехкратно вырожденных e_g и t_{2g} уровня, а в поле тетрагональной симметрии происходит дополнительное расщепление (рис. 7). Типичное расстояние между e_g и t_{2g} уровнями составляет ~ 1 эВ, а расщепление e_g уровней в поле тетрагональной симметрии $\sim 0,7$ эВ [16]. Это расщепление обусловлено вытянутостью кислородного октаэдра в структуре ВТСП, а также эффектом Яна — Теллера.

Рассматривая состояние $\text{Cu}^{2+}(3d^9)$ как дырку в заполненной $3d$ -оболочке меди, находим, согласно рис. 7, что дырка должна находиться на верхнем незаполненном уровне $d_{x^2-y^2}$. Трехкратно вырожденный р-уровень кислорода в поле тетрагональной симметрии расщепляется на синглет r_z и дублет (r_x, r_y).

На рис. 8 изображен комплекс CuO_6 , взятый из плоскости CuO_2 . На ионе меди изображена $d_{x^2-y^2}$ -орбиталь дырки, а на кислородных ионах r_x , r_y и r_z -орбитали. Для упрощения рисунка нарисовано только по одной из орбиталей на ион кислорода. В кристалле р-орбитали получают дополнительную номенклатуру, чтобы отразить их ориентацию на направление, связывающее данный ион O с ионом Cu. Так, р-орбитали, выстроенные вдоль этого направления, называют σ -орбиталями, а перпендикулярно ему — π -орбиталями. Взаимодействие всех указанных орбиталей для иона Cu и O, образующих плоскость CuO_2 , и определяет энергетический спектр электронных состояний в этой плоскости. Часто предполагают (см., например, [16]), что наиболее низкую энергию имеют р-дырки на π -орбиталях, так как для них расщепление в кристаллическом поле ионного остова решетки оказывается меньше, чем для состояний на σ -орбиталях. Поэтому можно ожидать, что новые дырки в плоскости CuO_2 , появляющиеся за счет допирования, будут локализоваться в основном в р-зонах кислорода, построенных из орбиталей π -типа. Наиболее сильно связаны $d_{x^2-y^2}$ и

(p_{x0} , p_{y0})-орбитали, что приводит к широкой зоне $d\sigma$ -состояний при расчете электронной зонной структуры. ($p_{x\pi}$, $p_{y\pi}$) и $p_{z\pi}$ -орбитали, не взаимодействующие с $d_{x^2-y^2}$ и $d_{3z^2-r^2}$ -состояниями Cu, образуют отдельную π -зону за счет прямого перекрытия π -орбиталей, а также за счет косвенной связи через орбитали Cu $d_{xy}d_{yz}d_{xz}$. В этой модели возникают как бы две подзоны: σ -типа и π -типа, слабо связанные друг с другом. При этом в состоянии $|3d^9 2p^6\rangle$ дырка находится в наполовину заполненной σ -зоне, а новые дырки появляются в основном в π -зоне кислорода $|2p^5\rangle$.

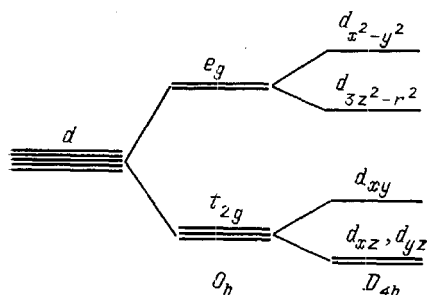


Рис. 7. Схема расщепления d-уровней в кристаллическом поле кубической и тетрагональной симметрии

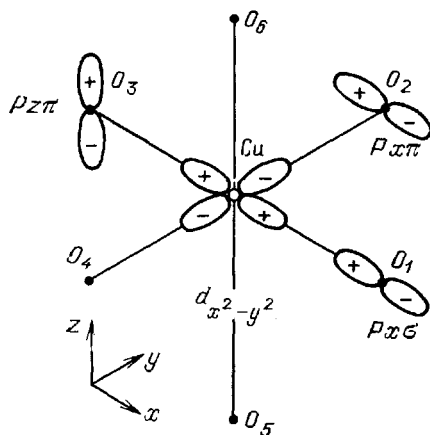


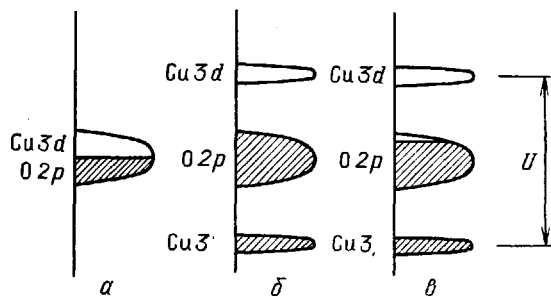
Рис. 8. Орбитали на ионах Cu и O в октаэдре CuO_6

Рассмотрим более подробно эту схему дырочных уровней в кристаллическом поле с учетом кулоновской корреляции на одном ионе меди. Величина этой энергии для 3d-состояния Cu велика, $U_d \approx 7-8$ эВ. При учете одноузельного кулоновского взаимодействия заполнение 3d-уровней Cu принимает более сложный характер. Если в состоянии $\text{Cu}^{2+}(3d^9)$ имеется одна дырка $d_{x^2-y^2}$ на уровне ϵ_d , то вторая дырка (состояние $3d^8$) может появиться лишь на уровне с энергией $\epsilon_d + U_d$. Столь большая энергия кулоновской корреляции, превышающая ширину W d-зоны, $U_d > W$, приводит к тому, что соединения оксидов меди, в которых медь находится в состоянии Cu^{2+} и на одну примитивную ячейку приходится одна дырка, оказываются диэлектриками Мотта — Хаббарда [17]. Наблюдаемая на эксперименте конечная проводимость в этом случае носит полупроводниковый характер ($dp/dT < 0$) и обусловлена наличием примесных носителей. Увеличение числа дырок как за счет изменения состава x , так и содержания кислорода в La- или Y-соединениях позволяет перевести эти соединения в металлическое состояние с дырочной проводимостью. Из приведенных выше соображений следует, что дополнительные дырки образуются, по-видимому, на π -орбиталях $2p^6$ состояний кислорода. Качественные соображения об электронной структуре медно-оксидных соединений в терминах одноионных орбиталей иллюстрируются на рис. 9.

Этот кристаллохимический анализ следует сопоставить с данными расчета зонной структуры. В первых же расчетах [19, 20], выполненных по методу линеаризованных плоских волн, было обнаружено, что основной вклад в плотность электронных состояний вблизи поверхности Ферми в соединении La_2CuO_4 дает $p\sigma$ -зона, построенная из $d_{x^2-y^2}$ -состояний на Cu^{2+} и $p_\sigma(x)$, $p_\sigma(y)$ -состояний на O^{2-} (рис. 10). Из 17 зон, образованных Cu(3d) — O(2p)-состояниями (пять 3d-состояний на ионе Cu и три 2p-состояния на четырех ионах O в примитивной ячейке кристалла), только две зоны имеют большую дисперсию. Это так называемая связывающая зона (B) и антисвязывающая (A). Поверх-

ность Ферми пересекает зону А-типа, а остальные зоны лежат значительно ниже энергии Ферми. Поскольку электроны рdσ-зоны локализованы в плоскостях CuO_2 , расположенных на значительных расстояниях друг от друга, то эта зона имеет двумерный характер — дисперсия вдоль оси мала (см. линию Λ из центра зоны Γ в точку Z ($001/2$)).

Рис. 9. Модель электронной структуры оксидов меди [18]. а — Наполовину заполненная 3d — 2p-полоса без учета кулоновских корреляций. б — То же при учете сильной d — d-кулоновской корреляции. в — Металлическое состояние при увеличении числа дырок в CuO -системе. Нижние структуры на рис. б и в — Cu_3d



Уровни La слабо связаны с состояниями в $\text{Cu} - \text{O}$ -зонах: 5d-уровень La лежит на 1 эВ выше, а 5p-уровень — на 15 эВ ниже уровня Ферми, поэтому La можно рассматривать как изолированный ион, замена которого на редкоземельный элемент с тем же зарядом слабо влияет на электронные свойства. В частности, магнитное рассеяние электронов на рdσ-зоны на магнитном моменте РЗ иона мало и не приводит к подавлению сверхпроводимости.

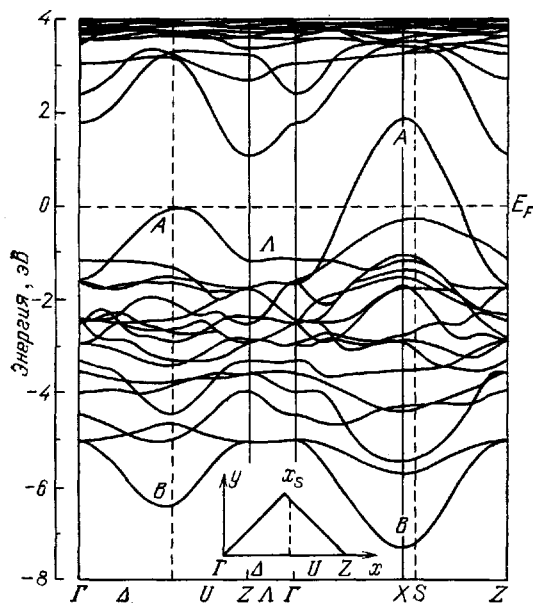


Рис. 10. Энергетические зоны электронных состояний в тетрагональной фазе La_2CuO_4 [19]

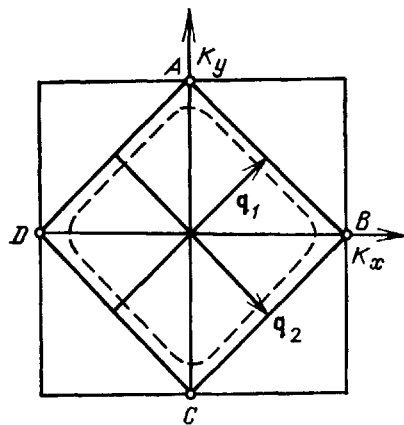


Рис. 11. Двумерная поверхность Ферми в тетрагональной фазе La_2CuO_4 [19]

В силу двумерного характера зон вблизи поверхности Ферми имеет смысл двухзонная аппроксимация спектра в приближении сильной связи [19]. Гибридизированная р — d-зона на плоскости CuO_2 описывается формулой

$$E_{A,B}(k) = \frac{1}{2} \left[(\epsilon_p - \epsilon_d)^2 + 4t^2 \left(\sin^2 \frac{k_x a}{2} + \sin^2 \frac{k_y a}{2} \right) \right]^{1/2},$$

где ϵ_p , ϵ_d — атомные уровни 2p- и 3d-состояний Cu и O, а t — матричный элемент перехода между ближайшими соседями Cu и O на плоскости. Сравнение с расчетным спектром (рис. 10) дает: $\epsilon_p \approx \epsilon_d = -3,2$ эВ, $= (t\sqrt{3}/2) V_{pd\sigma}$, $V_{pd\sigma} = -1,8$ эВ.

Полная ширина А- и В-зон

$$W = 4 \sqrt{2t} \approx 9 \text{ эВ.}$$

Эти данные определяют энергетические масштабы в электронном спектре La_2CuO_4 без учета электронной корреляции на ионах меди.

Сильная анизотропия рdσ-зоны приводит к квазидвумерному характеру поверхности Ферми. В приближении сильной связи для половины заполненной А-зоны поверхность Ферми определяется уровнем $E_A(k_F) = 0$, или

$$\sin^2 \frac{k_x a}{2} + \sin^2 \frac{k_y a}{2} = 1,$$

решение которого имеет вид $|k_x| + |k_y| = \pi/a$. На рис. 11 представлена зона Бриллюэна $(\pm\pi/a, \pm\pi/a)$ квадратной решетки и поверхность Ферми в виде прямых AB, BC, CD, DA . В точках A, B, C, D происходит касание поверхности Ферми границ зоны Бриллюэна, это приводит к особенности Ван-Хова в плотности электронных состояний $N(\epsilon)$. Более строгий расчет показывает [20], что это происходит в допированном соединении $\text{La}_{2-x}\text{M}_x\text{CuO}_4$, где $\text{M} = \text{Sr}, \text{Ba}$ при конечной концентрации $x \approx 0,15$. Следовательно, при этой же концентрации поверхность Ферми проходит через особенность Ван-Хова и $N(\epsilon)$ имеет максимальное значение. С этим максимумом часто связывают и максимальное значение T_c .

С другой стороны, существование плоских участков на поверхности Ферми обеспечивает высокую степень конгруэнтности поверхности Ферми при смещении ее на векторы $|\mathbf{q}_{1,2}| = 2k_F$, $\mathbf{q}_{1,2} = (\pi/a, \pm\pi/a, 0)$. Столь сильная особенность приводит обычно к неустойчивости решетки и образованию волн зарядовой плотности (ВЗП). Однако наблюдаемый на эксперименте структурный фазовый переход $D_{4h}^{17} \rightarrow D_{2h}^{18}$, связанный с увеличением периода решетки в базисной плоскости в $\sqrt{2}$ раз, за счет конденсации мягкой решеточной моды с волновым вектором \mathbf{q}_1 (\mathbf{q}_2), не приведет к образованию ВЗП. При этом переходе изменяются лишь расстояния между ионами О в базисной плоскости, но расстояния $\text{Cu} - \text{O}$ для всех четырех ионов О остаются равными, и щель в спектре электронов на поверхности Ферми не возникает. Подобная щель могла бы возникнуть при замораживании «дыхательной» моды, связанной с движением ионов кислорода в базисной плоскости вдоль связей $\text{Cu} - \text{O}$. Отсутствие подобного структурного перехода с замораживанием «дыхательной» моды указывает на неадекватность зонных расчетов [19—21] реальной структуры энергетических зон в La_2CuO_4 . По-видимому, наличие сильных кулоновских корреляций в 3d-зоне Cu значительно ослабляет неустойчивость решетки этого типа, не препятствуя в это же время замораживанию ротационной мягкой моды.

Другая трудность зонной теории соединения La_2CuO_4 , не учитывающей электронную корреляцию, состоит в объяснении диэлектрического состояния и антиферромагнетизма. Поскольку на примитивную ячейку приходится один атом Cu , зона $d_{x^2-y^2}$ состояний меди заполнена наполовину, так что соединение должно быть металлом. Все это указывает на важную роль многочастичных эффектов (кулоновской корреляции) в медно-оксидных ВТСП, которые не учитываются в одночастичной зонной теории. Тогда справедливо ставится вопрос: какой смысл имеют стандартные зонные расчеты при обсуждении физических свойств этих ВТСП? Ответ не должен быть отрицательным. Зонные расчеты дают нам полезную информацию о важности связи e_g -состояния Cu с р-состояниями О в CuO_2 -слоях, о квазидвумерном характере

этих состояний, о величине параметров переноса t_p , t_d электрона по медной, кислородной подрешеткам и о параметре t_{dp} — междуподрешеточных переходов и др. Наиболее трудно решается вопрос о положении уровня Ферми, так как кулоновская корреляция на одном атоме меди расщепляет двукратно вырожденный по спину уровень на два далеко отстоящих уровня, поэтому число возможных «посадочных мест» для d-электронов (а это и определяет уровень Ферми) сильно меняется.

В зонной теории, использующей приближение среднего поля, кулоновская энергия U отталкивания электронов на одном атоме производит сдвиг атомного уровня электрона ϵ_d на величину $U\langle n_d \rangle$, так что в парамагнитном состоянии возникает d-зона с энергией $E_d(k) = \epsilon_d(k) + U\langle n_d \rangle$ для обеих ориентаций спина. Для того чтобы на поверхности Ферми была гибридизация d-зоны с зоной p-электронов, необходимо условие $E_d(k) \approx \epsilon_p(k)$. Это возможно, если атомный ϵ_d -уровень лежит ниже атомного ϵ_p -уровня на большую величину, порядка $U\langle n_d \rangle$. Только тогда мы приходим к структуре спектра, изображенной на рис. 9, которая качественно, считается, имеет место для всех классов медно-оксидных ВТСП.

Зонные расчеты были выполнены и для других классов ВТСП — для соединений Y [22], Bi [23] и Ti [24]. Качественно структуры спектров оказываются подобными La-системе. Оказалось, что всюду имеет место pd -гибридизация состояний на плоскостях CuO_2 , которые и выходят на поверхность Ферми с небольшой величиной плотности состояний $N(O)$. Состояния других ионов оказываются за пределами поверхности Ферми, а потому их замена на другие пока не дает существенных изменений электронных свойств этих соединений. Разумеется, есть различия в электронных спектрах, связанные с деталями их кристаллической структуры, например, с существованием Cu—O-цепочек в Y-системе или существованием большого числа CuO, слоев в Bi- и Ti-системах. Интересной особенностью последних соединений является наличие «электронных карманов» вблизи поверхности Ферми, построенных из $6p$ - и $6s$ -состояний Bi и Ti соответственно. Модификация схем зонных расчетов с целью учета сильных одноузельных кулоновских корреляций представляет собой наиболее актуальную и сложную проблему в рассмотренных выше методах расчета [25].

Для понимания многих свойств медно-оксидных ВТСП достаточно пользоваться упрощенной картиной электронной структуры, вытекающей из кристаллохимии этих соединений и учета одноименной электронной корреляции. Именно с точки зрения этих представлений и будут трактоваться магнитные свойства ВТСП.

Уже когда этот обзор был практически написан, появилась работа [26], в которой предпринята попытка учесть сильные корреляции в зонных расчетах. Идея состоит в том, чтобы учесть различие в потенциалах для электронов заполненных и не занятых состояний. Первый этап метода составляют стандартные зонные расчеты без учета корреляции, при которых определяется уровень Ферми. Для электронных состояний, лежащих выше уровня Ферми, потенциал рассчитывается с учетом изменения электронных конфигураций на единицу. Это и вносит учет корреляционного эффекта в последующий расчет. Таким методом был проведен самосогласованный расчет для La_2CuO_4 . Результаты для плотности состояний в окрестности уровня Ферми представлены на рис. 12. Замечательным оказывается появление щели в месте положения уровня Ферми в стандартном расчете, не учитывающем корреляцию. Таким образом, La_2CuO_4 оказывается диэлектриком с шириной запрещенной зоны 0,86 эВ. Более того, в основном состоянии он оказывается антиферромагнетиком с величиной магнитного момента на атомах $0,38\mu_B$. Все эти данные находятся в хорошем согласии с экс-

периментом. Таким образом, мы видим две хаббардовские зоны с половинным заполнением. Резкое изменение плотности состояний вблизи краев зон соответствует ван-хововским особенностям двумерного спектра, отвечающего CuO_2 -слою. Такая структура зоны приводит к сильному изменению плотности состояний на уровне Ферми при образовании в ней дырок, что может объяснить чувствительность многих

свойств к допированию двухвалентными металлами. Новый метод позволяет, по-видимому, качественно описывать многие физические свойства сильно коррелированных систем, которыми являются все классы медно-оксидных ВТСП.

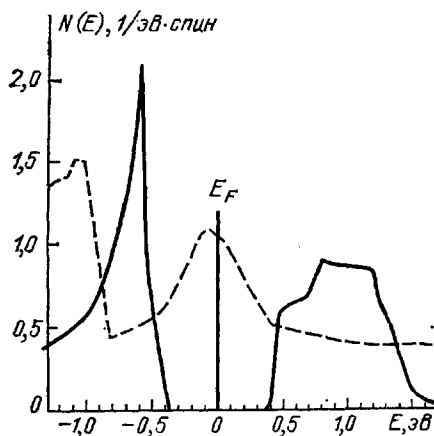


Рис. 12. Плотность электронных состояний для La_2CuO_4 , вычисленная из первых принципов по новому методу, учитывающему электронную корреляцию [26]. Штриховой линией показан обычный зонный расчет

5. Магнитная структура. Стехиометрический La_2CuO_4 — коллинеарный антиферромагнетик (АФ) с температурой Нееля $T_N \approx 300$ К [27–29]. Как видно из рис. 1, магнитное упорядочение возникает в орторомбической фазе и ориентация магнитных моментов ионов меди тесно связана со структурными искажениями в этой фазе. На рис. 1 видно, что магнитные моменты ориентируются в направлении смещения атомов кислорода при спонтанном вращении октаэдров.

Элементарная магнитная ячейка совпадает с орторомбической, параметр которой в $\sqrt{2}$ раз больше ячейки в тетрагональной фазе. На рис. 13 изображена целиком магнитная ячейка La_2CuO_4 (показаны только атомы меди). Величина магнитного момента на узле меди $\mu \approx 0,5 \pm 0,15 \mu_B$ [29]. Для иона Cu^{2+} со спином $S=1/2$ магнитный момент должен быть $\mu = gS \mu_B = 1,14 \mu_B$. Наблюдаемое меньшее значение магнитного момента может быть связано с квантовыми флуктуациями и влиянием ковалентной связи Cu с ионом O [27].

Интересной особенностью АФ упорядочения спинов в La_2CuO_4 является наличие слабого ферромагнитного момента в плоскостях CuO_2 , направленного перпендикулярно плоскости и имеющего противоположные направления в соседних плоскостях [30, 31]. Ферромагнитный момент составляет $2 \cdot 10^{-3} \mu_B$ на атом меди. Он возникает при выходе спинов меди из плоскости a, c при повороте их на небольшой угол ($\sim 0,17^\circ$) вследствие поворота октаэдров в орторомбической фазе (см. рис. 1). В соседних плоскостях октаэдры развернуты в противофазе, что приводит к противоположному направлению ферромагнитных моментов в соседних плоскостях. Несомненно, что структурные искажения в ортофазе и магнитное упорядочение симметрично связаны. Симметричный анализ показывает [32], что оба фазовых перехода происходят по двухлучевой звезде волнового вектора (точка X) объемно центрированной тетрагональной исходной решетки.

T_N оказывается очень чувствительной к концентрации вакансий кислорода, как и температура структурного перехода T_0 [30], а также к примесям двухвалентного металла (Sr, Ba), замещающим трехвалентный La. Как следует из рис. 2, уже при концентрации Sr $x \approx 0,02$ дальний магнитный порядок полностью разрушается. Это разрушение не может быть понято с точки зрения классической модели перколяции и требует учета влияния дырок, вносимых примесью [33].

В этих веществах электроперенос осуществляется электронными дырками, которые локализованы на кислородных ионах [18]. Рассмотрим мгновенную конфигурацию с одной дыркой на ионе O^- . Спин дырки σ обменными силами взаимодействует с двумя соседними спинами меди S_1 и S_2 . Из гамильтониана этого взаимодействия

$$\mathcal{H} = -J_\sigma \sigma (S_1 + S_2) \quad (5.1)$$

интуитивно ясно, что независимо от знака J_σ основное состояние должно отвечать параллельной ориентации спинов S_1 и S_2 . Таким образом, взаимодействие (5.1) приводит к эффективному ферромагнитному взаимодействию $\mathcal{H}' = -K S_1 S_2$, обусловленному дырками. Величина этого взаимодействия K должна сравниваться с антиферромагнитным взаимодействием J , формирующим АФ порядок в La_2CuO_4 . Конкуренция ферро- и антиферромагнитных взаимодействий приводит к фрустрации обменных связей, результатом которой является потеря дальнего магнитного порядка при некоторой критической концентрации и образование фазы спинового стекла в довольно широком интервале изменения x . Помимо фрустрационного механизма в разрушении АФ порядка большую роль играет также движение дырок, поскольку их делокализация приводит к выигрышу в кинетической энергии дырок.

В соединении $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ при $\delta \leq 1$ (в диэлектрической фазе) наблюдается АФ упорядочение магнитных моментов на узлах $Cu2$ в плоскостях CuO_2 [27, 34, 35], которое вполне аналогично АФ упорядочению в La_2CuO_4 . Магнитная ячейка в два раза больше по объему кристаллической ячейки и ее параметры в базисной плоскости составляют $\sqrt{2}a$, $\sqrt{2}a$, где a — параметр ячейки в тетрагональной фазе (волновой вектор магнитной структуры $(1/2, 1/2, 0)$) (рис. 14, а). Магнитные моменты ионов $Cu1$, находящиеся в цепочках, появляются лишь при $\delta < 1$ и могут упорядочиваться при достаточно низкой температуре, как показано на рис. 14, б.

Полезно отметить, что линии, содержащие атомы меди, соответствуют связям через кислородные атомы, лежащие на этих направлениях. Между слоями C и A этих связей нет, поскольку атом кислорода в вершине октаэдра отсутствует для этой структуры (см. рис. 3), так что связь между ними предполагается осуществляющейся за счет дипольных сил.

Как видно из рис. 5, магнитное упорядочение сильно зависит от содержания кислорода. На нем показана зависимость температуры магнитного упорядочения и сверхпроводящего перехода от концентрации кислородных вакансий δ . Эти данные получены из нейтронографических исследований, но они согласуются с данными по μSR [36].

Максимальная $T_N \approx 500$ К почти вдвое превышает T_N для La_2CuO_4 . Это различие объясняется, по-видимому, различием в величинах связи между плоскостями CuO_2 в этих двух структурах. В Y — Ba -системе обменная связь между ионами меди осуществляется через кислород по схеме: $Cu^{2+} - O - Cu^{2+}$, а в La -системе цепочка косвенного обмена более длинная: $Cu^{2+} - O^{2-} - La^{3+} - O^{2-} - Cu^{2+}$. Другое возможное объяснение этого факта связано со структурной особенностью Y — Ba -системы. Исследование антиферромагнитного порядка показало [37], что в Y — Ba -системе существуют два межплоскостных взаимодейст-

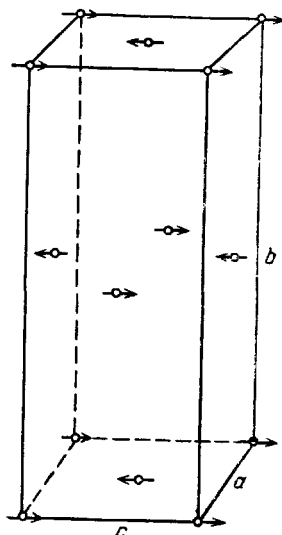


Рис. 13. Магнитная ячейка La_2CuO_4 [29]

вия, различающиеся по величинам (см. (5.4)). Следовательно, это соединение можно представить как бислойную систему. В рамках ХУ-модели Фридель (см., например, [37]) доказал, что T_N в n -слоистой системе должна быть пропорциональна числу слоев.

Магнитный момент на меди в Y—Ba-системе составляет приблизительно $0,5\mu_B$, как и в La-системе. Сходство магнитных структур и совпадение величин атомных магнитных моментов на меди, а также

сильное влияние кислородных вакансий на температуру магнитного упорядочения позволяют предположить, что обе системы принадлежат к одному классу магнетиков со спином $S=1/2$, а какому именно — это будет ясно из дальнейшего.

Сразу же после открытия Y—Ba-системы было обнаружено, что замена Y на редкоземельные элементы, имеющие большой атомный магнитный момент, оставляет кристаллическую структуру неизменной и мало влияет на температуру сверхпроводящего перехода и другие сверхпроводящие свойства [38, 39]. Это парадоксальное явление объясняется тем фактом, что электронные состояния ионов РЗ элементов в кристалле лежат глубоко под поверхностью Ферми, которая формируется электронами CuO_2 -слоев, что приводит к слабой обменной связи этих состояний с РЗ ионами.

Среди класса $\text{REBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ особенно детальное нейтронографическое исследование магнитной структуры было проведено для соединения с Nd в качестве РЗ элемента [39]. Для образцов с содержанием кислородных вакансий $\delta > 0,5$ при высоких температурах был обнаружен магнитный фазовый переход в АФ структуру типа рис. 14, а с упорядочением лишь атомов меди в слоях CuO_2 . Температура T_{N1} существенно зависела от δ , падая с возрастанием δ . Поскольку магнитная ячейка удваивается в (a, b) -направлениях и сохраняет свой размер для c -направления, магнитные брэгговские рефлексы характеризуются индексами $(1/2, 1/2, l)$, где l целое. Температурное поведение их весьма типично: интенсивность возрастает с понижением T от точки T_{N1} , но не монотонно, а достигает максимума в точке T_{N2} и обращается в нуль при приближении T к нулю. Одновременно при $T < T_{N1}$ появляются решеточные рефлексы $(1/2, 1/2, l/2)$, указывающие на возникновение нового магнитного порядка, соответствующего удвоению магнитной ячейки и в c -направлении. Этот порядок соответствует магнитному упорядочению атомов меди в цепочках. Расшифровка нейтронограмм дает структуру типа рис. 14, б. Магнитное упорядочение цепочечных атомов меди особенно чувствительно к параметру δ (табл. I). Для соединения с $\delta = 0,9$ величина магнитного момента при низких температурах составляет $0,97 \pm 0,05 \mu_B$ на атом меди в CuO_2 -слоях и $0,46 \pm 0,06 \mu_B$ на атом меди в цепочках. Столь большая разница этих величин, по мнению авторов, свидетельствует о существовании неколлинеарного магнитного упорядочения на атомах в цепочках, так что величина $0,46 \mu_B$ соответствует лишь проекции атомного магнитного момента на a, b -плоскость. Заметим здесь, что в Y—Ba-системе, согласно работе [37], маг-

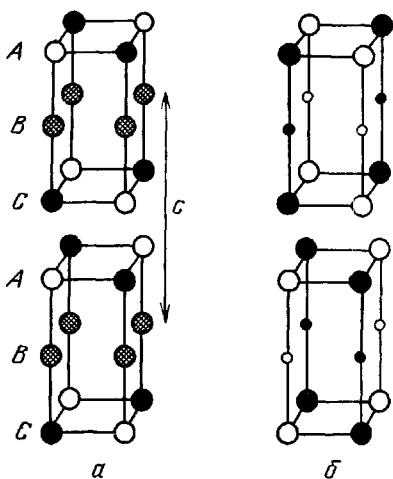


Рис. 14. Магнитное упорядочение в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ при $\delta \leq 1$. а — $\delta \approx 1$ [34]. б — $\delta < 0,9$ [35]. Показаны атомы меди. Темные и светлые кружки обозначают антипараллельную ориентацию спинов, не привязанную к каким-либо направлениям в кристалле. Заштрихованные кружки обозначают неупорядоченное состояние атомных магнитных моментов

было проведено для соединения с Nd в качестве РЗ элемента [39]. Для образцов с содержанием кислородных вакансий $\delta > 0,5$ при высоких температурах был обнаружен магнитный фазовый переход в АФ структуру типа рис. 14, а с упорядочением лишь атомов меди в слоях CuO_2 . Температура T_{N1} существенно зависела от δ , падая с возрастанием δ . Поскольку магнитная ячейка удваивается в (a, b) -направлениях и сохраняет свой размер для c -направления, магнитные брэгговские рефлексы характеризуются индексами $(1/2, 1/2, l)$, где l целое. Температурное поведение их весьма типично: интенсивность возрастает с понижением T от точки T_{N1} , но не монотонно, а достигает максимума в точке T_{N2} и обращается в нуль при приближении T к нулю. Одновременно при $T < T_{N1}$ появляются решеточные рефлексы $(1/2, 1/2, l/2)$, указывающие на возникновение нового магнитного порядка, соответствующего удвоению магнитной ячейки и в c -направлении. Этот порядок соответствует магнитному упорядочению атомов меди в цепочках. Расшифровка нейтронограмм дает структуру типа рис. 14, б. Магнитное упорядочение цепочечных атомов меди особенно чувствительно к параметру δ (табл. I). Для соединения с $\delta = 0,9$ величина магнитного момента при низких температурах составляет $0,97 \pm 0,05 \mu_B$ на атом меди в CuO_2 -слоях и $0,46 \pm 0,06 \mu_B$ на атом меди в цепочках. Столь большая разница этих величин, по мнению авторов, свидетельствует о существовании неколлинеарного магнитного упорядочения на атомах в цепочках, так что величина $0,46 \mu_B$ соответствует лишь проекции атомного магнитного момента на a, b -плоскость. Заметим здесь, что в Y—Ba-системе, согласно работе [37], маг-

нитные моменты на цепочечных атомах не обнаружены, а магнитные моменты в плоскостях найдены равными $0,64 \mu_B$. Поэтому вопрос о возникновении магнитного упорядочения атомов меди в цепочках требует дальнейшего рассмотрения.

При совсем низких температурах происходит магнитное упорядочение РЗ атомов. В случае $\text{ErBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ магнитный переход происходит при $T_{N_3} \approx 0,5 \text{ K}$. Магнитные моменты Er образуют АФ структуру с удвоением ячейки по всем трем направлениям с ориентацией магнитных моментов вдоль оси c (рис. 15). Аналогичное упорядочение наблюдается в соединениях с другими РЗ элементами (табл. II). Температуры упорядочения РЗ подрешетки оказываются очень низкими, благодаря слабой связи локализованных магнитных моментов $4f$ -оболочек с электронами на поверхности Ферми, что объясняет другую важную особенность этих соединений — независимость T_c от концентрации РЗ элемента. Исключение составляет соединение с празеодимом. Уже из табл. II видно, что Pr выпадает из других РЗ элементов [40]. T_{N_3} оказывается для него на порядок выше, а атомный магнитный момент существенно ниже, чем для остальных РЗ элементов.

Таблица I. Зависимость температур магнитного упорядочения меди в $\text{NdBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ от δ

δ	$T_{N_1}, \text{ K}$	$T_{N_2}, \text{ K}$
0,9	430	80
0,8	400	40
0,65	230	10

Таблица II. Температуры магнитного упорядочения и атомные магнитные моменты редкоземельной подрешетки соединений $\text{RE Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$

RE	Yb	Nd	Er	Dy	Gd	Pr
$T_{N_3}, \text{ K}$	0,35	0,5	0,5	1,0	2,2	17
μ, μ_B			4,9	7,2	7,4	0,24

Данные в табл. II приведены для несверхпроводящего соединения $\text{PrBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$. Другие соединения (кроме Ce и, возможно, Tb и Lu) при таком содержании кислорода являются сверхпроводниками с высокими $T_c \sim 80-90 \text{ K}$. Сверхпроводимость исчезает также в смешанном соединении $\text{Y}_{1-x}\text{Pr}_x\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ при $x \geq 0,6$, благодаря эффекту подавления сверхпроводимости парамагнитной примесью. Причиной такого аномального поведения соединения с Pr является сильная гибридизация $4f$ -электронов с электронными состояниями CuO_2 слоев на поверхности Ферми. На это указывает также аномально большое значение параметра γ в электронной теплоемкости, $\gamma \approx 196 \text{ мДж/моль} \cdot \text{K}^2$, сравнимое со значениями во многих системах типа тяжелых фермионов.

Наблюдаемое в нейтронографических экспериментах магнитное упорядочение полностью коррелирует с данными термодинамических исследований, например, с температурной зависимостью магнитной восприимчивости $\chi(T)$ в La_2CuO_4 , обнаруживающей пик в окрестности точки Нееля [41]. Соединение La_2CuO_4 изоморфно таким веществам, как K_2NiF_4 и K_2MnF_4 , которые хорошо известны как квазидвумерные антиферромагнетики. Отсюда следует предположение, что La_2CuO_4 также должен быть квазидвумерным антиферромагнетиком, с резким преобладанием внутрислоистого (в слоях CuO_2) обмена над межслоистым. Для обработки магнитных экспериментальных данных в

соединении La_2CuO_4 в работе [41] предложен спиновый гамильтониан

$$\mathcal{H} = \sum_{\langle nn \rangle} S_i \overleftrightarrow{J}_{nn} S_{i+\delta}, \quad (5.2)$$

где S_i — оператор спина $S=1/2$ и

$$\overleftrightarrow{J}_{nn} = \begin{pmatrix} J^{aa} & 0 & 0 \\ 0 & J^{bb} & J^{bc} \\ 0 & -J^{bc} & J^{cc} \end{pmatrix}, \quad (5.3)$$

суммирование ведется по ближайшим соседним узлам. В этот гамильтониан введен антисимметричный обмен (взаимодействие Дзялошинского — Мория), чтобы описать те повороты спинов атомов меди из CuO_2 -плоскостей, о которых выше уже шла речь. Величины соответствующих параметров гамильтониана определены из эксперимента [27, 41] и имеют следующие значения:

$$J_{nn} \equiv \frac{1}{3} (J^{aa} + J^{bb} + J^{cc}) \approx 1200 \text{ К}, \quad J^{bc} \approx 6 \text{ К}.$$

Для взаимодействия спинов между CuO_2 -слоями найдена величина

$$J^{\perp} \approx 0,02 \text{ К}.$$

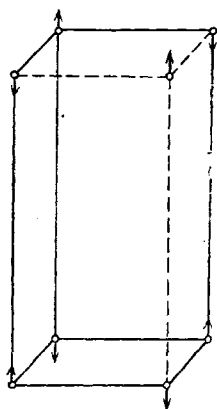


Рис. 15. Магнитная структура редкоземельной подрешетки в соединении $\text{ReBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$

В случае Y—Ba-системы результаты работы [37] показывают, что обменное взаимодействие J_{\parallel} спинов в CuO_2 -плоскости принимает совпадающее значение с La-системой, тогда как для взаимодействия различных слоев ситуация более сложная. Плоскости CuO_2 группируются в бислои, которые образованы двумя плоскостями $\text{Cu}2$ (02, 03), разделенными слоем атомов Y. Взаимодействие между

бислоями осуществляется через цепочки $\text{Cu}1-\text{O}_x$. Обозначим обменное взаимодействие спинов между плоскостями в бислое через $J_{\perp 1}$, а взаимодействие спинов в соседних бислоях — $J_{\perp 2}$.

Спиновый гамильтониан для этого соединения записывается в виде

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} J_{\parallel} \sum_{i,k,a} S_{ik} S_{i+a,k} + J_{\perp 1} \sum_i S_{iA} S_{i+cC_1} + J_{\perp 2} \sum_i S_{iA} S_{iC}, \quad (5.4)$$

где \mathbf{a} — вектор ближайших соседей в CuO_2 -плоскости, а \mathbf{c} — вектор ближайших соседей вдоль оси c , $k=A, C$ (см. рис. 14). Сравнение с экспериментальными данными дает для обменных взаимодействий значения

$$J_{\parallel} \sim 1000 \text{ К}, \quad J_{\perp 1} \sim 20 \text{ К}, \quad J_{\perp 2} \sim 0,2 \text{ К}.$$

Строго говоря, для объяснения экспериментальных результатов в гамильтониан (5.4) необходимо включить также и энергию анизотропного обмена. Таким образом, по магнитным свойствам La-системы, так же как Y—Ba-системы, могут рассматриваться как квазидвумерные антиферромагнетики. Серьезное подтверждение этому дает исследование спиновых корреляций с помощью неупругого рассеяния нейтронов, которое обсуждается в следующем разделе.

Поведение La-системы в магнитном поле рассматривалось в работе [41]. Была обнаружена новая фазовая граница на плоскости магнитное поле — температура. При значениях магнитного поля ($\mathbf{H} \parallel \mathbf{c}$) и температуры выше критического поля $H_c(T)$ появляется индуцированный слабый ферромагнитный момент вдоль оси c с $\mu_c \approx 2 \cdot 10^{-3} \mu_B$. Появление его можно понять, если учесть особенность кристаллической структуры орторомбической фазы La_2CuO_4 , которая допускает возникновение сла-

бого ферромагнетизма, описываемого антисимметричным обменом в гамильтониане (5.2)—(5.3). В основном состоянии в каждом слое CuO_2 имеется слабое скашивание антиферромагнитных моментов в плоскости a, b на ионах меди, которое приводит к слабым ферромагнитным моментам вдоль оси c в каждом слое. Эти моменты направлены в противоположную фазу в соседних слоях и под действием внешнего магнитного поля могут упорядочиваться ферромагнитным образом. Такое упорядочение возникает за счет поворота на 180° антиферромагнитных моментов в плоскости a, b в тех слоях, слабый ферромагнитный момент которых вдоль оси c направлен против поля. В работе [41] этот фазовый переход был изучен в приближении среднего поля и было найдено хорошее согласие с экспериментальными результатами по восприимчивости и $H_c(T)$. Магнитная фазовая диаграмма рассматривалась также в работе [31]. Интересной особенностью этого фазового перехода является значительное, примерно в два раза, уменьшение сопротивления образца в плоскости a, b в ферромагнитной фазе во внешнем поле.

Антиферромагнитное упорядочение в плоскостях CuO_2 , аналогичное упорядочению La- и Y—Ba-системы, наблюдалось в диэлектрических фазах $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{YCuO}_x$ с помощью μSR метода и $\text{TlBa}_2\text{YCu}_2\text{O}_7$ с помощью метода поляризованных нейтронов [51].

Интересные магнитные свойства имеют новые соединения с $\text{Nd}_{2-x}\text{Ce}_x\text{CuO}_4$, в которых предполагается проводимость электронного типа (см. [106]). Соединение Nd_2CuO_4 при $T < T_N = 255 \text{ K}$ имеет антиферромагнитное упорядочение того же типа, что и La_2CuO_4 . Однако в первом соединении наблюдаются дополнительные магнитные переходы при 80 и 30 K. Предполагается, что взаимодействие магнитных моментов на ионах Nd^{3+} со спинами на ионах Cu^{2+} становится важным при $T < 30 \text{ K}$. Неупругое рассеяние нейтронов показывает наличие сильных двумерных спиновых корреляций, как и в La_2CuO_4 .

Отметим еще работу [42], где проведен симметричный анализ магнитной структуры $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, и обсуждены возможности определения параметров магнитного гамильтониана из данных по антиферромагнитному резонансу и неупругому рассеянию света. Выполнение таких экспериментов позволило бы уточнить параметры предложенного гамильтониана (5.4).

6. Спиновые корреляции. Дважды дифференциальное сечение магнитного рассеяния нейтронов на кристалле с передачей энергии ω и импульса $\mathbf{Q} \equiv \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ (\mathbf{k} и \mathbf{k}' — волновые векторы падающего и рассеянного пучка нейтронов) выражаются через фурье-образ парной корреляционной функции спинов:

$$S^{\alpha\alpha}(\mathbf{Q}, \omega) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \langle S^\alpha(-\mathbf{Q}, 0) S^\alpha(\mathbf{Q}, t) \rangle dt. \quad (6.1)$$

Интеграл по энергии от этой величины определяет мгновенную корреляционную функцию

$$S^{\alpha\alpha}(\mathbf{Q}) \equiv \int S^{\alpha\alpha}(\mathbf{Q}, \omega) d\omega = \langle S^\alpha(-\mathbf{Q}, 0) S^\alpha(\mathbf{Q}, 0) \rangle. \quad (6.2)$$

Величины $S^{\alpha\alpha}(\mathbf{Q}, \omega)$ и $S^{\alpha\alpha}(\mathbf{Q})$ могут быть измерены непосредственно в эксперименте с трехкристалльным и двухкристалльным спектрометром.

Такого рода исследования были немедленно проведены при получении достаточно большого монокристалла La_2CuO_4 [43, 44]. Если предполагать квазидвумерный характер спиновых корреляций в этом веществе, следует ожидать распределение диффузного рассеяния в обратном пространстве, описываемого величиной $S^{\alpha\alpha}(\mathbf{Q})$, в виде стержней, соеди-

няющих узлы обратной решетки в направлении, перпендикулярном плоскостям (a, c) , т. е. плоскостям CuO_2 (рис. 16). При условиях эксперимента: энергия падающего пучка нейтронов 30 мэВ и положение $(1; 0,4; 0)$ на стержне, для $\omega=0$, — волновой вектор рассеянных нейтронов всегда параллелен вектору \mathbf{b}^* . Отсюда в эксперименте на двухкристальном спектрометре, где измеряется для каждого фиксированного направления интеграл по энергии, т. е. величина $S^{\alpha\alpha}(\mathbf{Q})$, мы непосред-

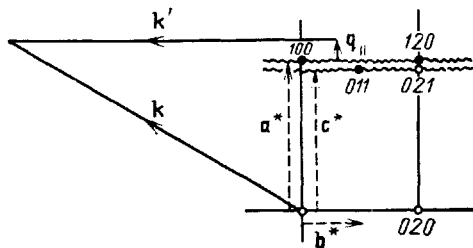


Рис. 16. Геометрия рассеяния в нейтронном эксперименте на La_2CuO_4 [43, 44]. \mathbf{a}^* , \mathbf{b}^* , \mathbf{c}^* — векторы обратной решетки. Волнистой линией показан стержень диффузного рассеяния

венно получаем функцию двумерных корреляций $\langle S^{\alpha}(-\mathbf{q}_{||}, 0) S^{\alpha}(\mathbf{q}_{||}, 0) \rangle$, ибо вектор $\mathbf{q}_{||}$ лежит в плоскости CuO_2 .

Распределение диффузного магнитного рассеяния $\sim S^{\alpha\alpha}(\mathbf{q}_{||})$ при перемещении стержня по линии $(h, 0,4, 0)$ показано на рис. 17. Как видно, рассеяние на спиновых флуктуациях присутствует далеко за пределами температуры Нееля. Из этих данных можно вычислить корреляционную длину для мгновенных спиновых корреляций. Результаты представлены на рис. 18. Корреляционная длина меняется от 40 Å при 500 К до 400 Å в T_N .

Интегральная интенсивность диффузного рассеяния слегка повышается при понижении температуры при приближении к T_N , однако ниже температуры магнитного упорядочения начинает постепенно убывать, стремясь к нулю при $T \rightarrow 0$ [43, 44]. В то же время интенсивность магнитного брэгговского пика (100) нарастает обычным образом, достигая максимального значения при $T=0$. Имеет место, таким образом, режим перерастания диффузного рассеяния в брэгговский пик, который наблюдается в известных двумерных антиферромагнетиках, например K_2NiF_4 . Однако в La_2CuO_4 это перерастание плавное, тогда как в K_2NiF_4 довольно резкое: все разыгрывается на малом температурном интервале $\sim 2\%$ T_N . Это отражает фундаментальное различие в природе трехмерного магнитного упорядочения в этих планарных антиферромагнетиках. В K_2NiF_4 — магнетике изинговского типа — переход к дальнему порядку имеет существенно двумерный характер. В La_2CuO_4 дальний порядок формируется за счет межплоскостного взаимодействия [27]. В изоморфных магнетиках La_2NiO_4 и La_2CoO_4 , которые имеют атомные спины $S=1$ и $S=3/2$ соответственно, фазовый переход к дальнему порядку аналогичен переходу в K_2NiF_4 . Только La_2CuO_4 с $S=1/2$ проявляет уникальные свойства: при наличии выраженных квазидвумерных флуктуаций он ведет себя при фазовом переходе как гейзенберговский антиферромагнетик с $S=1/2$.

Эксперименты на трехкристальном спектрометре позволили исследовать динамику спиновых флуктуаций. В отличие от низкоэнергетической динамики спиновых флуктуаций в окрестности фазового перехода в обычных трехмерных магнетиках, спиновые возбуждения в La_2CuO_4 при температурах, значительно превышающих T_N , оказались высокоэнергетическими. Дисперсия возбуждений имеет квазидвумерный характер: $\omega(\mathbf{q}) = vq_{||}$, т. е. не зависит от перпендикулярной на плоскости CuO_2 составляющей волнового вектора. Скорость спиновых возбуждений оказалась чрезвычайно высокой; так, при $T=300$ К $v \geq 0,6$ эВ Å. Эта величина согласуется с данными, полученными для спин-волновых возбуж-

дений из оценки внутрислоевого обменного интеграла J [40], а также с данными по двухмагнитному рамановскому рассеянию [46].

Температурное поведение плотности спиновых возбуждений показано на рис. 19. Интенсивность неупругого пика не зависит от T в интервале от 300 до 200 К (в парамагнитной фазе) и спадает в интервале от 5 К до 150 К, следуя фактору $n(\omega)+1$ с бозевской функцией распределения $n(\omega)$. Отсюда следует, что спиновые возбуждения системы при $T < T_N$ являются обычными спиновыми волнами в неелевском состоянии антиферромагнетика.

Мы видим, что $S=1/2$ -гейзенберговский антиферромагнетик La_2CuO_4 проявляет необычные свойства в парамагнитной области температур и в окрестности T_N . Они заключаются в существовании двумерных спиновых корреляций на расстояниях порядка 200 Å и в относительно высокой энергии спиновых возбуждений. Такое состояние было названо квантовой спиновой жидкостью (КСЖ) [43]. Термин «жидкость» отражает тот факт, что структурный фактор (величина $S^{aa}(\mathbf{Q})$) имеет чисто динамический характер.

Квантовые эффекты играют здесь очень важную роль. Одним из их проявлений является существенное сокращение корреляционной длины по сравнению с классическим двумерным гейзенберговским магнетиком. Для последнего корреляционная длина (в единицах постоянной решетки a) определяется выражением [47]

$$\frac{\xi}{a} = \exp \frac{2\pi JS^2}{kT}. \quad (6.3)$$

Если принять для La_2CuO_4 $JS^2=650$ К, тогда для $T=300$ К получаем $\xi/a \approx 8 \cdot 10^5$, что на четыре порядка превышает экспериментальное значение $\xi/a \approx 50$ [44]. Далее, в отличие от классических трехмерных и двумерных систем, где наблюдается замедление флуктуаций, как только корреляционная длина становится очень большой, в La_2CuO_4 ничего подобного не имеет места, и флуктуации остаются высокоэнергетическими: скорость спиновых возбуждений на порядок превышает скорость звука в этом веществе. Более подробно теория двумерного квантового антиферромагнетика обсуждается далее в разделе 8.

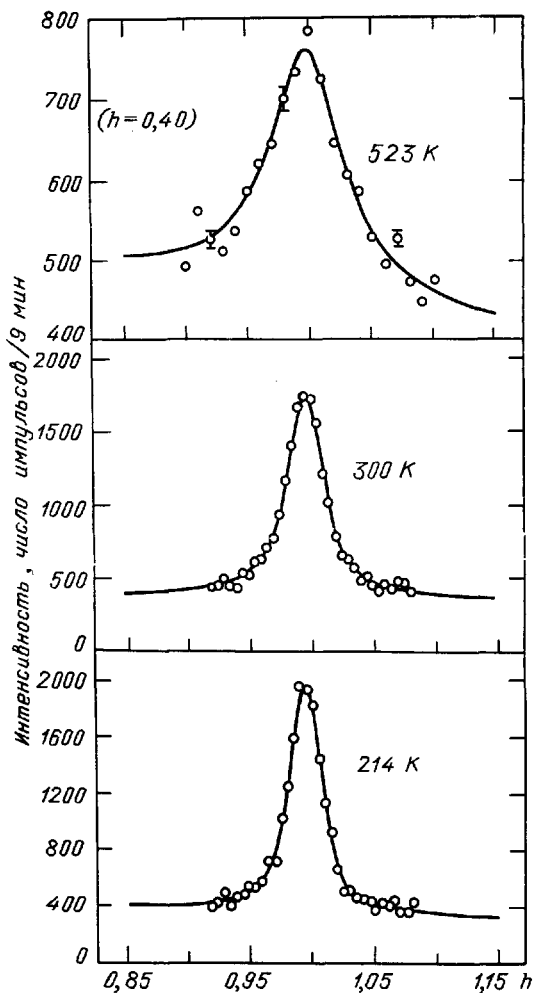


Рис. 17. Сканирование диффузного стержня в обратном пространстве в направлении вектора a^* на двухкристальном дифрактометре в образце La_2CuO_4 с $T = 195$ К [45]

Перейдем теперь к допированным соединениям $\text{La}_{2-x}\text{M}_x\text{CuO}_4$. Как видно из рис. 2, соединения со Sr испытывают фазовый переход металл — изолятор при $x \approx 0,05$. В режиме $x \lesssim 0,05$ и $T \lesssim 100$ К наблюдается типичная прыжковая проводимость $\ln \sigma \sim -(T_0/T)^{1/4}$, а носители оказываются локализованными благодаря беспорядку. Для $x > 0,05$ носители (дырки) делокализуются, и вещество становится металлом и сверхпроводником. Как мы видели, T_N существенно зависит от концентрации x примеси двухвалентного металла. При отсутствии дальнего магнитного порядка допированные соединения в металлической фазе также могут находиться в состоянии КСЖ, а высокоэнергетические спиновые флуктуации могли бы быть переносчиками спаривательного взаимодействия электронов. Эта идея побудила к детальному исследованию спиновых флуктуаций в допированных системах.

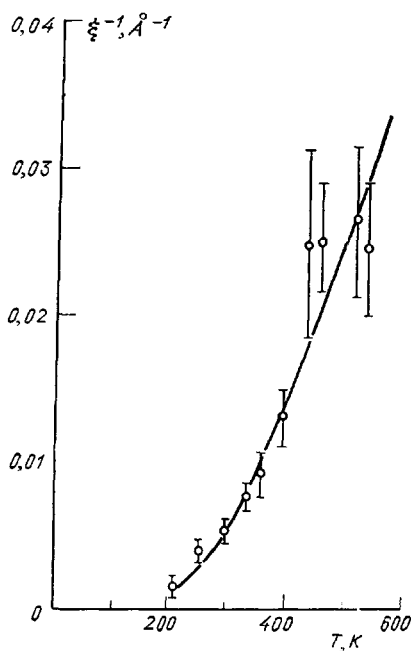


Рис. 18. Температурная зависимость обратной корреляционной длины в La_2CuO_4 [45]

Эксперименты на двухкристальном спектрометре показали, что корреляционная длина спиновых флуктуаций существенно падает с ростом концентрации допанта (рис. 20). Сплошная линия на этом рисунке изображает функцию $3,8 x^{-1/2} \text{ \AA}$, которая дает среднее расстояние между дырками 0^- в CuO_2 -плоскостях, вводимыми примесью Sr. Замечательно, что ξ очень хорошо согласуется с этой величиной.

Это свидетельствует о том, что дырки производят очень сильный разрушительный эффект на магнитное состояние в системе Cu^{2+} ионов. Этот эффект может быть частично понят на основе изложенной выше идеи о фрустрации обменных связей, хотя этот механизм был предложен для описания диэлектрической фазы. Падение корреляционной длины с x должно коррелировать с изменением T_N в магнитоупорядоченной фазе. Действительно, в [45] была рассмотрена оценка температуры трехмерного фазового перехода в квазидвумерной модели через корреляционную длину двумерных спиновых флуктуаций ξ_2 , выраженная в единицах расстояния между ближайшими соседями

$$kT_N \approx J_{\perp} \xi_2^2(T_N). \quad (6.4)$$

Измерение интегральных по переданной энергии интенсивностей пиков, учитывающих весь вклад от спиновых флуктуаций, показало [27], что эти величины, определяющие локальный магнитный момент на Cu^{2+} , не зависят от концентрации примесей. Это приводит к важному общему выводу: дырки влияют лишь на корреляцию спинов на медных ионах, но не изменяют величины атомного магнитного момента меди в допированных соединениях.

Спиновые флуктуации в сильнодопированных образцах преимущественно являются высокоэнергетическими при комнатных температурах, однако даже при 350 К имеется значительная доля флуктуаций с низкой энергией $E < 0,5$ мэВ, причем эти низкоэнергетические флуктуации оказываются трехмерными. При понижении T доля низкоэнергетической

компоненты растут, и эксперименты по методу μSR в $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ [107] при $x=0, 0,01, 0,02$ и $0,05$ показывают, что все спины заморожены при температурах ниже ~ 4 К. Таким образом, сверхпроводимость в $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ существует в присутствии медленно флуктуирующей спиновой жидкости.

Спиновые флуктуации в Y—Ba-системе изучались в работах [37]. В антиферромагнитном $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,3}$ с $T_N \approx 350$ К при $T=200$ К были об-

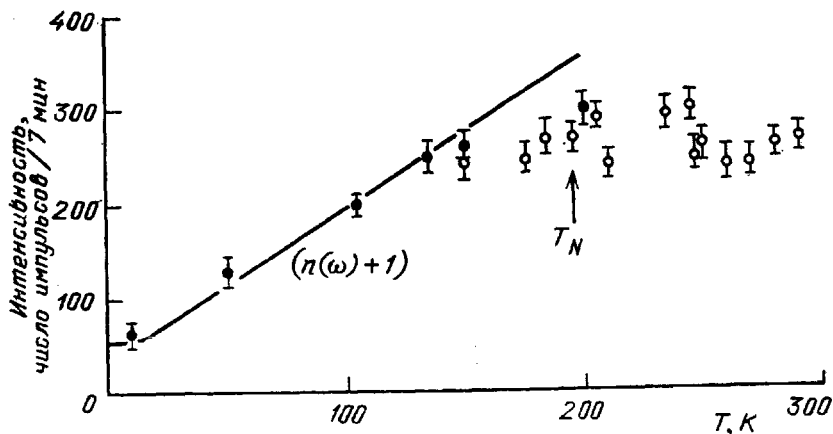


Рис. 19. Интенсивность неупругого пика с энергией перехода 3 мэВ как функция температуры для La_2CuO_4 [45]

наружены [37] пики магнитного неупругого рассеяния вдоль $(q, q, 0)$ -направления при энергиях передач 3 мэВ и 6 мэВ, интенсивность которых уменьшается в зависимости от энергии передачи. Ширины пиков возрастают от $0,07 \text{ \AA}^{-1}$ при 3 мэВ до $0,1 \text{ \AA}^{-1}$ для 6 мэВ. Эти зависимости ширины пиков, а также наблюдаемая асимметрия пика при 3 мэВ объясняются спин-волновым вкладом. Поскольку разрешение спектрометра не позволяет получить два хорошо определенных пика, в эксперименте наблюдается асимметричный пик. Подобный же результат был получен в La_2CuO_4 [27]. Оценка скорости спиновых волн дает значение $\sim 0,4$ эВ \AA .

Более детальное исследование спиновых волн в монокристалле $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,3}$ было предпринято в работе [486]. Сравнение экспериментальных данных с теорией, основанной на гамильтониане (5.4), позволило определить параметры гамильтониана (5.4), которые уже были приведены выше. Кроме того, была оценена величина энергии анизотропного обмена $\sim 0,0035$ мэВ. Для энергий передач 3, 9 и 15 мэВ при $T=300$ К были обнаружены пики неупругого рассеяния, которые, однако, не были разрешены для двух значений q_{\parallel} и $-q_{\parallel}$ ввиду сильной дисперсии возбуждений. Из этих экспериментов было получено, что нижний предел скорости спиновых волн составляет $0,5$ эВ \AA , что находится в хорошем согласии с результатами по неупругому рассеянию света [49]. Дисперсия вдоль оси c оказалась слабой. Изменение интенсивностей неупругого рассеяния с температурой показало, что спиновые корреляции в плоскостях CuO_2 сохраняются по

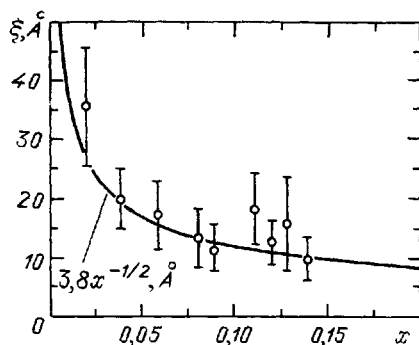


Рис. 20. Магнитная корреляционная длина как функция концентрации Sr для $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ [27]

крайней мере при температурах на 100 К выше T_N . Эти данные, хотя ограниченные, указывают на квазидвумерный характер магнетизма в $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ при $\delta \geq 0,5$.

Дальнейшее подтверждение этому можно увидеть в данных по магнитной восприимчивости [29]. Для образцов с низким содержанием кислорода ($\delta \approx 1$) $\chi(T)$ имеет максимум при высоких T и плавно уменьшается с уменьшением температуры. Это поведение есть характерная черта спиновых корреляций в двумерном антиферромагнетике. С увеличением содержания кислорода $\chi(T)$ меняется очень медленно, приближаясь к температурно не зависящей форме при $\delta \approx 0$. Такое постепенное изменение показывает, что антиферромагнитные корреляции выживают в орторомбической фазе, как и для $La_{2-x}M_xCuO_4$.

До сих пор имеется очень ограниченная информация о магнетизме в сверхпроводящей фазе для Y—Ba-системы. Из данных по рассеянию поляризованных нейтронов на порошках сделан вывод о существовании низкоэнергетических спиновых флуктуаций в $YBa_2Cu_3O_{6,8}$ [50]. Исследование методом μSR [36] показывает, что хотя дальний антиферромагнитный момент уменьшается с уменьшением δ , локальный магнитный момент остается постоянным по крайней мере в тетрагональной фазе. Попытки обнаружить неупругое магнитное рассеяние в области энергий менее 20 мэВ в сверхпроводящей фазе $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ [486] оказались безуспешными.

Подводя итог экспериментальным исследованиям известных классов ВТСП, приходим к выводу, что в этих системах возникновение дальнего магнитного порядка или магнитных флуктуаций в медной подрешетке находится в тесной связи с возникновением сверхпроводящего состояния и его свойствами как в $La_{2-x}Sr_xCuO_4$, так и в $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$. Хотя магнитное упорядочение возникает при малых x или больших $\delta \approx 1$, а сверхпроводимость появляется при достаточно больших x или малых δ (антикорреляция магнитного и сверхпроводящего параметров порядка), имеются области изменения x или δ , где оба явления сосуществуют или по крайней мере интерферируют. Поскольку до сих пор не вскрыт механизм сверхпроводящего спаривания в этих ВТСП, привлекательным является теоретическое изучение возможности спаривания через спиновые возбуждения особого магнитного состояния, обнаруженного в этих веществах, которое получило название КСЖ. Это является, скорее, сверхзадачей теории, тогда как ее задачей остается прежде всего теоретическая трактовка самого состояния КСЖ и объяснение изменения магнитного состояния этих систем при допировании.

II. Попытки теоретических интерпретаций.

7. Магнетизм и сверхпроводимость в квазидвумерных системах с сильной электронной корреляцией. Обширная совокупность экспериментальных данных по магнитным и сверхпроводящим свойствам высокотемпературных сверхпроводящих соединений прежде всего указывает на их высокую чувствительность к изменению числа электронных дырок, возникающих при допировании. И, более того, в этих соединениях имеет место фазовый переход металл — изолятор. Оба эти явления уже давно известны для других веществ, и для их описания были предложены различные теоретические модели. Среди них важное место занимает модель Хаббарда, учитывающая сильные электронные корреляции в узкой зоне. Гамильтониан модели Хаббарда имеет вид:

$$\mathcal{H} = -t \sum_{\langle ij \rangle \sigma} c_{i\sigma}^\dagger c_{j\sigma} + U \sum_i n_{i\uparrow} n_{i\downarrow}, \quad (7.1)$$

где первое слагаемое описывает перенос электрона со спином σ с узла i на ближайший узел j , а второе слагаемое — энергию отталкивания двух электронов с противоположными спинами на узле i . В случае узкой зоны кулоновское отталкивание велико ($U \gg t$), и тогда в рамках этой модели удастся описать фазовый переход металл — изолятор (переход Мотта) и многие физические свойства, зависящие от заполнения зоны (см. например, [17, 52]). Поскольку в медно-оксидных ВТСП, по-видимому, имеет место ситуация $U \gtrsim t$, немедленно были приняты многочисленные попытки привлечь для описания ВТСП модель Хаббарда. Учитывая важную роль электронных состояний CuO_2 -слоев и квазидвумерный характер электронного спектра, следовало обратить особое внимание на свойства двумерной модели Хаббарда.

Статистическая механика модели Хаббарда представляет очень сложную и малоисследованную задачу. При попытке понять особенности физических явлений в двумерии можно подходить с двух сторон: во-первых, из результатов интенсивно изучаемой трехмерной модели и, во-вторых, со стороны одномерной задачи, для которой существует точное решение Либа и Ву [53].

Среди множества результатов, касающихся трехмерной модели Хаббарда, отметим те, которые могут представить интерес для дальнейшего рассмотрения. В случае полузаполненной зоны, когда число электронов N_e равно числу атомов N_a , т. е. $N_e/N_a \equiv n = 1$, модель Хаббарда имеет антиферромагнитное основное состояние [52]. Поведение системы при отклонении от половинного заполнения зоны ($n \neq 1$) описывается с помощью точного результата Нагаока [54], утверждающего, в частности, что при $U \rightarrow \infty$ для $N_e = N_a \pm 1$ основное состояние ферромагнитно. (Заметим здесь, что в последнее время Андерсон [68] подверг сомнению справедливость теоремы Нагаока [54], по крайней мере в двумерном случае.) Физическое обоснование этого результата связано с тем, что избыточные носители могут двигаться свободно через соседние атомы, если их спины параллельны атомным спинам; при этом понижается кинетическая энергия. При конечных значениях U ферромагнетизм возможен и при конечной концентрации избыточных носителей (рис. 21).

Замечательным результатом точного решения одномерной модели Хаббарда является вывод о принципиальной невозможности сведения ее к ферми-жидкостной картине Ландау, согласно которой включение межэлектронного взаимодействия в электронном газе не меняет положения фермиевского импульса, а сказывается только на величине скачка Z в функции распределения частиц по импульсам при импульсе Ферми. Этот вывод, имеющий далеко идущие следствия, прекрасно иллюстрируется графиком зависимости функции n от величины Q , которая в одномерном точном решении Либа и Ву играет роль импульса Ферми (рис. 22) [55].

Нетрудно видеть, что для $n = 1$ величина Q , равная $\pi/2$ для невзаимодействующих электронов, при учете взаимодействия становится равной π . Это отражает тот факт, что в одномерной модели Хаббарда любое, сколь угодно слабое взаимодействие ($U \neq 0$) приводит к диэлектрическому основному состоянию [53]. Ее гамильтониан может быть сведен к гамильтониану гейзенберговской модели антиферромагнетика

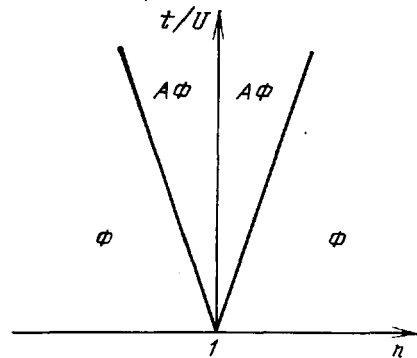


Рис. 21. Фазовая диаграмма магнитных состояний в трехмерной модели Хаббарда на плоскости $t/U, n$

[56]. Вопрос об основном состоянии одномерного гейзенберговского антиферромагнетика имеет большую историю, начинающуюся с изобретения анзаца Бете (см., например, [57]), позволившего получить точное решение для ферро- и антиферромагнитной цепочки спинов $S=1/2$. Основное состояние антиферромагнитной цепочки является синглетным, а анализ спектра элементарных возбуждений, проведенный Тахтаджяном и Фаддеевым [58], показал, что «спиновая волна» антиферромагнитной

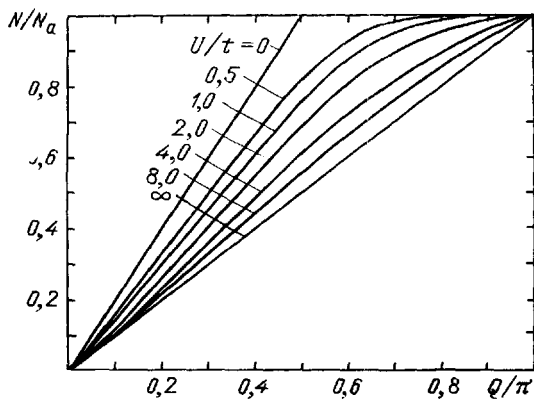


Рис. 22. Зависимость λ от Q при различных значениях U/t [55]

цепочки может быть представлена двумя нейтральными фермионами (кинками), имеющими спин $1/2$. Иными словами, элементарными возбуждениями одномерной гейзенберговской антиферромагнитной цепочки являются нейтральные фермионы.

Андерсон предположил [59], что в двумерном антиферромагнетике должны проявляться некоторые черты состояний, присущих одномерным системам. Так, в частности, для полностью фрустрированной треугольной

решетки спинов $1/2$ основное состояние может быть построено по аналогии с точным синглетным основным состоянием Бете для линейной антиферромагнитной цепочки.

Предполагается, что каждая пара соседних спинов на плоской решетке находится по отношению друг к другу в синглетном состоянии, при этом комбинирование соседних спинов в пары все время меняется. Другими словами, «связи» между ближайшими соседями могут двигаться или «резонировать», аналогично тому, как резонируют «двойные» и «одиночные» связи (валентности) в молекулярном бензольном кольце. Такое состояние системы спинов, представляющее суперпозицию по всем реализациям синглетных пар, было названо термином, заимствованным из квантовой химии — состоянием с «резонирующими валентными связями» (РВС).

Рассмотрим плоскую квадратную решетку. Она относится к классу решеток, которые можно представить в виде двух, вставленных друг в друга, следовательно, она обладает так называемой «черно-белой» симметрией, т. е. существует два сорта узлов (черные и белые) и, вообще говоря, четыре сорта связей, заканчивающихся на четырех, например, белых узлах, окружающих черный узел. Тогда можно представить состояние РВС как суперпозицию всех возможных «мгновенных» картинок типа изображенных на рис. 23. Это состояние обладает меньшей

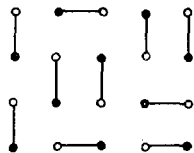


Рис. 23. Одна из компонент, образующих «вакуумное» состояние в системе с резонирующими валентными связями [62]. Линии изображают валентные связи

энергией, чем неелевское состояние с дальним антиферромагнитным порядком, если следующие за ближайшими соседями взаимодействия антиферромагнитны и достаточно велики, и тем самым, как и в треугольной решетке, появится фрустрация.

Поскольку гамильтониан модели Хаббарда вблизи половинного заполнения зоны и в пределе $U \gg t$ сводится фактически к гамильтониану гейзенберговского антиферромагнетика, Андерсон предложил, что основное состояние в двумерной модели Хаббарда при этих условиях является РВС-состоянием [60].

Изложим теперь основные положения и выводы теории РВС. При условии $n \approx 1$, $U \gg t$ удобно вместо гамильтониана (7.1) использовать эффективный гамильтониан, в котором методом канонического преобразования исключены виртуальные состояния с двукратным заполнением узлов («двойки»), и, следовательно, действующим только в пространстве однократно заполненных узлов [61]:

$$\mathcal{H} = -t \sum_{\langle ij \rangle, \sigma} (1 - n_{i, -\sigma}) c_{i\sigma}^{\dagger} c_{j\sigma} (1 - n_{j, -\sigma}) - \mu \sum_{i\sigma} n_{i\sigma} + J \sum_{\langle ij \rangle} \left(\mathbf{S}_i \mathbf{S}_j - \frac{1}{4} n_i n_j \right), \quad (7.2)$$

где

$$S_i^{\pm} = c_{i\uparrow}^{\dagger} c_{i\downarrow}, \quad S_i^{-} = c_{i\downarrow}^{\dagger} c_{i\uparrow}, \quad S^z = \frac{1}{2} (n_{i\uparrow} - n_{i\downarrow}); \quad (7.3)$$

$n_i = n_{i\uparrow} + n_{i\downarrow}$, μ — химический потенциал и $J = 4t^2/U$ — обменный параметр эффективного антиферромагнитного взаимодействия.

Введем оператор рождения синглетной валентно-связанной пары на узлах i и j :

$$b_{ij}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2}} (c_{i\uparrow}^{\dagger} c_{j\downarrow}^{\dagger} - c_{i\downarrow}^{\dagger} c_{j\uparrow}^{\dagger}), \quad (7.4)$$

в терминах которых эффективный гамильтониан (7.2) переписется в виде двух членов, описывающих кинетическую энергию электронов в почти заполненной нижней зоне Хаббарда и энергию взаимодействия синглетных пар:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = -t \sum_{\langle ij \rangle, \sigma} (1 - n_{i, -\sigma}) c_{i\sigma}^{\dagger} c_{j\sigma} (1 - n_{j, -\sigma}) - \mu \sum_{i, \sigma} n_{i\sigma} - J \sum_{\langle ij \rangle} b_{ij}^{\dagger} b_{ij}. \quad (7.5)$$

Прежде чем приступить к систематическому исследованию состояний, определяемых этим гамильтонианом, дадим, следуя Кивельсону [63], качественную картину возбужденных состояний, появляющихся над вакуумом, изображенным на рис. 23, в котором все узлы заняты электронами (по одному на каждый узел), образующими со своими соседями синглетные пары. Таковыми являются нейтральные фермионы («спиноны») и заряженные бозоны («голоны»).

Чтоб понять происхождение таких возбуждений, необходимо иметь в виду, что каждый узел решетки при $n_i = 1$ оказывается нейтральным, но обладает спином. В основном состоянии каждый узел участвует в одной валентной связи. Тогда в процессе разрыва одной валентной связи возникнут два неспаренных электрона (рис. 24). Сравнивая это состояние с вакуумным, мы можем описывать его в терминах появления двух квазичастиц, локализованных на узлах решетки со спином $1/2$ и с нулевым зарядом. Возникает таким образом понятие нейтрального фермиона, который и получил название «спинон».

Другой тип возбуждений вакуумного состояния появляется, если электрон удаляется из какого-либо узла (путем возбуждения его в другую зону или за счет допирования). Появляющаяся дырка имеет заряд e^+ , но возбужденному состоянию следует приписать нулевой спин. Таким образом, получается заряженная бозевская квазичастица, получающая название «голон» (см. рис. 24, б). Получается, что для возбужден-

ных состояний системы с РВС заряд и спин оказались отделенными друг от друга. На рис. 25 иллюстрируются процессы взаимодействия реального электрона с квазичастичными возбуждениями РВС-системы — спинонами и голонами.

После введения весьма наглядных представлений о квазичастицах в системе с РВС перейдем к описанию системы на основе гамильтониана

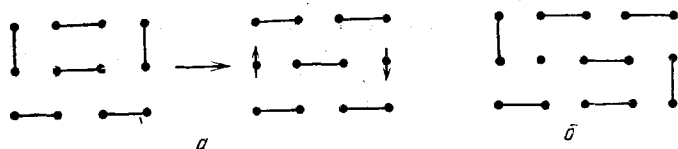


Рис. 24. Возбужденные состояния в системе РВС [63]. а — Возникновение двух спинов в результате разрыва одной валентной пары, спины изображены стрелкой. б — Возникновение одного голона для менее чем наполовину заполненной зоны

на (7.5). Первая попытка обработки этого весьма сложного гамильтониана была сделана методом самосогласованного поля [64]. Ближайшей задачей является получение уравнения для параметра порядка, который естественно определить в виде статистического среднего

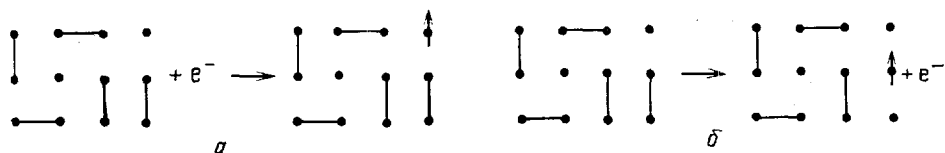


Рис. 25. Процессы взаимодействия электрона со спином и голоном [63]. а — Возникновение спина из голона при добавлении электрона. б — Возникновение спина и голона при удалении электрона из валентной связи

от оператора рождения синглетной пары

$$\Delta_{ij}^* = \langle b_{ij}^+ \rangle. \quad (7.6)$$

В приближении среднего поля гамильтониан (7.5) представляется в виде [64, 65]

$$\mathcal{H}_{MF} = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} (\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu) c_{\mathbf{k}\sigma}^+ c_{\mathbf{k}\sigma} - \sum_{\mathbf{k}} (\Delta_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}\uparrow}^+ c_{-\mathbf{k}\downarrow}^+ + \Delta_{\mathbf{k}}^* c_{-\mathbf{k}\downarrow} c_{\mathbf{k}\uparrow}), \quad (7.7)$$

где

$$\Delta_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \langle c_{-\mathbf{k}'\downarrow} c_{\mathbf{k}'\uparrow} \rangle, \quad V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = J [\cos(k_x - k'_x) + \cos(k_y - k'_y)], \quad (7.8)$$

$$\epsilon_{\mathbf{k}} = -tx (\cos k_x + \cos k_y). \quad (7.9)$$

Величина $x = 1 - n$ описывает отклонение от половинного заполнения. Формально гамильтониан (7.7) аналогичен гамильтониану в модели Бардина — Кулера — Шриффера (БКШ). В результате стандартной процедуры диагонализации квадратичной формы получаются следующие уравнения теории среднего поля для параметра порядка $\Delta_{\mathbf{k}}$ и химического потенциала μ :

$$\Delta_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}'} V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \frac{\Delta_{\mathbf{k}'}}{2E_{\mathbf{k}'}} \operatorname{th} \frac{E_{\mathbf{k}'}}{2T}, \quad (7.10)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\epsilon_{\mathbf{k}} - \mu}{E_{\mathbf{k}}} \operatorname{th} \frac{E_{\mathbf{k}}}{2T} = x; \quad (7.11)$$

здесь

$$E_k = [(\varepsilon_k - \mu)^2 + |\Delta_k|^2]^{1/2} \quad (7.12)$$

— энергия квазичастиц.

Вначале авторы работы [64] предположили, что параметр порядка Δ_{ij} одинаков для всех четырех сортов связей, заканчивающихся на четырех ближайших соседях, т. е. $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4$. Это предположение сводится к зависимости Δ_k от импульсов следующего вида:

$$\Delta_k = \Delta_s (\cos k_x + \cos k_y), \quad (7.13)$$

содержащей одинаковые фазы в k_x - и k_y -направлениях. Эта форма решения отвечает s-симметрии. Затем было обнаружено [65], что существует решение d-симметрии:

$$\Delta_k = \Delta_d (\cos k_x - \cos k_y), \quad (7.14)$$

а также решение, описывающее так называемое смешанное состояние

$$\Delta_k = \Delta (\cos k_x + i \cos k_y). \quad (7.15)$$

В результате анализа уравнений (7.10) и (7.11) оказалось, что при половинном заполнении решения s- и d-симметрии эквивалентны. Эта эквивалентность отражает U(1)-калибровочную симметрию (инвариантность гамильтониана относительно преобразования $c_{i\sigma}^+ \rightarrow e^{i\theta} c_{i\sigma}^+$), с помощью которой для половинного заполнения решения s- и d-симметрии переходят друг в друга [66]. Однако для смешанного состояния такой симметрии нет. Это указывает на возможность существования более общей калибровочной симметрии, что будет обсуждено ниже.

Рассмотрим теперь выражение для энергии квазичастиц (7.12). В условиях полузаполненной полосы ($x=0$, $\mu=0$) оно сводится к $E_k = |\Delta_k|$. В частности, для s-подобного решения

$$E_k = \Delta_s |\cos k_x + \cos k_y|, \quad (7.16)$$

и спектр становится бесщелевым на линиях, определяемых уравнением $\cos k_x + \cos k_y = 0$. Для смешанного состояния спектр

$$E_k = \Delta (\cos^2 k_x + \cos^2 k_y)^{1/2} \quad (7.17)$$

становится бесщелевым только в точках $\mathbf{k} = (\pm\pi/2, \pm\pi/2)$. Бесщелевой спектр предполагает степенную зависимость теплоемкости от температуры, в частности, спектр типа (7.16) — линейную, а спектр (7.17) — квадратичную. Интересно сравнить это с известным результатом для тяжелых фермионов трехмерной задачи, где бесщелевой спектр на линиях дает квадратичную зависимость теплоемкости от температуры, а бесщелевой спектр в точках — кубическую.

Принципиальной задачей исследования двумерной модели Хаббарда вблизи половинного заполнения является построение фазовой диаграммы на плоскости T, x . Андерсон попытался обрисовать общие контуры такой диаграммы (рис. 26), исходя из простых физических соображений [68]. Во-первых, имеется линия фазового перехода $T_0(x)$ (пунктир) в РВС-состояние, которую в приближении самосогласованного поля можно получить из решения уравнений (7.10) и (7.11). Во-вторых, уже было сказано выше, что при точно половинном заполнении основное состояние должно быть антиферромагнитным и диэлектрическим в трехмерном случае. Ясно, что при сколь угодно слабом взаимодействии между слоями температура T_N фазового перехода в магнитоупорядоченное состояние будет определяться величиной этого взаимодействия. Кривая $T_N(x)$ должна резко убывать с ростом концентрации дырок x , поскольку разрушение антиферромагнитного порядка дает выигрыш в

кинетической энергии дырок. При дальнейшем росте x произойдет фазовый переход из диэлектрического состояния в металлическое (волнистая линия), внутри которого можно ожидать появление сверхпроводящего состояния. Последнее требует специального пояснения. Сравнивая рис. 26 с экспериментальной фазовой диаграммой для $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ (рис. 2), при желании можно увидеть их тождественность, по крайней мере на качественном уровне, если отождествить структурный фазовый

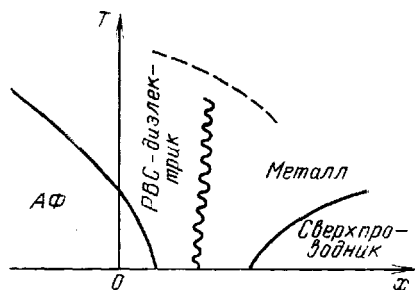


Рис. 26. Фазовая диаграмма Андерсона в переменных T и x [68]

переход из тетрагональной в орторомбическую фазу с фазовым переходом в РВС-состояние.

Появление сверхпроводимости в теории РВС связывается с существованием голонов. Поскольку голоны являются бозонами, то первоначально предположили [67, 69], что они путем бозе-конденсации могут образовывать сверхтекучее состояние и тем самым сверхпроводящее, поскольку голоны заряженные частицы. Однако этот механизм оказался несостоятельным, потому что голоны, хотя и являются бозонами, не могут быть подвержены

бозе-конденсации, поскольку должны удовлетворять некоторому принципу исключения, подобно фермиевским частицам, и не могут накапливаться в каком-либо состоянии [68]. В дальнейшем был предложен механизм сверхпроводимости, основанный на спаривании двух голонов [68] с последующим переходом их из слоя в слой. По-видимому, полностью объяснить явление сверхпроводимости в высокотемпературных сверхпроводниках, находясь только в рамках двумерной теории, невозможно, поэтому к гамильтониану, описывающему чисто двумерную модель, был добавлен член, учитывающий перескоки электронов из одного слоя в другой. Предлагается следующая картина возникновения сверхпроводящего состояния в такой квазидвумерной системе [68].

В нормальном состоянии электронная дырка распадается на спинон и голон, что легко усмотреть из рис. 25. Этот процесс можно описать математически, используя представление для электронного оператора [69]

$$c_{i\sigma}^{\dagger} = e_i S_{i\sigma}^{\dagger} + \sigma d_i^{\dagger} S_{i,-\sigma}, \quad (7.18)$$

где e_i , d_i^{\dagger} — бозонные операторы, которые имеют следующий смысл: e_i — оператор уничтожения пустого узла (голона), d_i^{\dagger} — оператор рождения дважды заполненного узла (двойки), а $S_{i,\sigma}^{\dagger}$ — оператор рождения нейтрального фермиона на узле (спинона). В пределе $U \rightarrow \infty$ вклад дважды заполненных узлов несуществен, поэтому вторым членом в (7.18) можно пренебречь и тогда возникает соотношение

$$c_{i\sigma}^{\dagger} \approx e_i S_{i\sigma}^{\dagger}, \quad (7.19)$$

интерпретирующее рождение электрона как аннигиляцию дырки и рождение на том же узле спинона. Существенно отметить, что голоны и спиноны заключены внутри слоя и не могут его покинуть, ибо разделение зарядовой и спиновой степени свободы произошло только в слое. Однако пара голонов эквивалентна синглетной паре электронов и она способна двигаться от слоя к слою. Представим этот процесс на диаграмме (рис. 27). Таким образом, с помощью спаривания бозонов может быть найдено сверхпроводящее состояние. Оценка T_c , произведенная в работе

[68], дает $T_c \sim t_c^2/J$, либо $T_c \sim t_c^4/J^3$ в зависимости от вида бозонного спектра (здесь t_c — интеграл переноса электрона между слоями).

Предложенный механизм сверхпроводимости, хотя и дает высокие T_c масштаба характерных электронных энергий, кажется слишком сложным, чтобы вызвать удовлетворение. Идея РВС-состояния и существования в ней нового вида возбуждений — нейтральных фермионов и заряженных бозонов, наверное, таит в себе нераскрытые возможности для выявления нового механизма электронного спаривания. Проблема его поиска не только чисто физическая, но и в значительной степени математическая ввиду исключительной сложности гамильтониана модели, записанного в форме (7.2) или в эквивалентной форме (7.5). Даже при упрощенной записи кинетического члена, исследованной в работах [61, 64], математические трудности огромны.

В связи со сказанным приобретает важное значение установление общих фундаментальных свойств модели, в частности, внутренней симметрии гамильтониана. Ранее мы уже отмечали существование $U(1)$ калибровочной симметрии гамильтониана (7.5) в случае половинного заполнения. В соответствии с известной теорией Элитцера (см., например, [176]) эта локальная симметрия не может быть нарушена, и, следовательно, среднее значение $\Delta = 0$ при всех температурах и температура перехода в РВС-состояния обращается в нуль при половинном заполнении. Оказалось также, что эта система обладает инвариантностью относительно локального $SU(2)$ калибровочного преобразования [66]. Чтобы это продемонстрировать, рассмотрим гейзенберговский гамильтониан

$$\mathcal{H} = J \sum_{\langle i,j \rangle} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j$$

модели Хаббарда в пределе больших U . Используем псевдофермионное представление операторов спина для $S = 1/2$

$$\mathbf{S}_i = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} c_{i\alpha}^\dagger \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta} c_{i\beta}, \quad \sum_{\alpha} c_{i\alpha}^\dagger c_{i\alpha} = 1 \quad (7.20)$$

($\boldsymbol{\sigma}$ — вектор с компонентами из матриц Паули). Соотношения (7.20) легко представить в форме

$$\mathbf{S}_i = \frac{1}{4} \text{Tr} \, \psi_i^\dagger \psi_i \boldsymbol{\sigma}^T, \quad (7.21)$$

где $\boldsymbol{\sigma}^T$ — транспонированная матрица Паули, а ψ_i — двухрядная матрица с операторными компонентами

$$\psi_i \equiv \begin{pmatrix} c_{i+} & c_{i-} \\ c_{i-}^\dagger & -c_{i+}^\dagger \end{pmatrix}. \quad (7.22)$$

С помощью этого представления гейзенберговский гамильтониан переписывается в форме

$$\mathcal{H} = \frac{J}{16} \sum_{\langle i,j \rangle} (\text{Tr} \, \psi_i^\dagger \psi_i \boldsymbol{\sigma}^T) (\text{Tr} \, \psi_j^\dagger \psi_j \boldsymbol{\sigma}^T), \quad (7.23)$$

откуда видно, что он остается инвариантным при преобразовании калибровочной симметрии

$$\psi_{i\alpha\beta} \rightarrow h_{i\alpha\gamma} \psi_{i\gamma\beta}, \quad (7.24)$$

где $SU(2)$ — матрицы h_i , зависящие от узельного индекса.

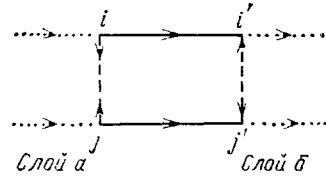


Рис. 27. Переход пары голонов из одного слоя в другой [63]. Сплошная линия — электронная пара, пунктирная — голонная, штриховая — спинная

Выявление локальной $SU(2)$ -калибровочной симметрии приводит к параметру порядка, образованному $SU(2)$ -матрицами, следующего вида

$$\langle \Psi_i \Psi_j^\dagger \rangle = \begin{pmatrix} -\chi_{ij}^+ & \Delta_{ij} \\ \Delta_{ij}^+ & \chi_{ij} \end{pmatrix}, \quad (7.25)$$

где

$$\Delta_{ij} = \langle c_{i+} c_{j-} - c_{i-} c_{j+} \rangle, \quad \chi_{ij} = \sum_{\alpha} \langle c_{i\alpha}^+ c_{j\alpha} \rangle; \quad (7.26)$$

здесь Δ_{ij} — уже известное нам $U(1)$ -калибровочное поле (7.6), а χ_{ij} — также $U(1)$ -калибровочное поле, ранее использованное в работе [70]. Таким образом, открывается возможность описания теории РВС с помощью решеточных $SU(2)$ -калибровочных полей.

Отметим здесь, что двумерная однозонная модель Хаббарда также явилась объектом множества численных расчетов — методов, преимущество которых заключается в их независимости от неконтролируемых приближений. В обзорной работе [71] представлена фазовая диаграмма на плоскости $(U/t, x)$, полученная численными методами, на которой область РВС-состояний отождествляется с областью с разупорядоченными магнитными моментами, располагающейся на фазовой диаграмме между ферромагнитной и антиферромагнитной областями. При $x=0$ основное состояние является антиферромагнитным. Выполнены также вариационные вычисления по методу Монте-Карло. Результат, полученный в [72], утверждает, что для стабилизации РВС-состояния необходима концентрация дырок около 20%, что на порядок отличается от величины в теории Андерсона.

Исследование $(t-J)$ -модели, описываемой гамильтонианом (7.5), проводилось также методом точной диагонализации малых двумерных систем. В частности, в работе [73] изучены свойства таких систем с большой концентрацией дырок ($N_h=4$, $N=16$) и обнаружено, что высокая концентрация дырок уменьшает длину антиферромагнитных корреляций. Кроме того, также замечена тенденция к спариванию дырок в промежуточном режиме обменных связей $J/t \sim 0,4$ в противоположность к образованию дырочных капель при больших $J/t \gtrsim 1,2$.

При рассмотрении моделей с макроскопическим числом частиц необходимо использовать приближенные методы. Например, в работе [74] использовался вариационный метод изучения волновой функции, предложенной Андерсоном для РВС-состояния: $|\varphi\rangle = P_d |\varphi_0\rangle$, где

$$P_d = \prod_i (1 - n_{i\uparrow} n_{i\downarrow})$$

— оператор проектирования Гутцвиллера, а $|\varphi_0\rangle$ — волновая функция БКШ. Используя приближение Гутцвиллера для действия проекционных операторов, авторы [74] вводят вместо гамильтониана (7.5) перенормированный гамильтониан, в котором проекционные операторы заменены перенормирующими множителями. Затем, в отличие от механизма сверхпроводимости (сверхтекучесть голонов) в теории РВС Андерсона, авторы работы [74] предлагают для описания сверхпроводящего состояния использовать параметр порядка

$$\Delta_{sc} = \langle \varphi | c_{i\uparrow}^\dagger c_{j\downarrow}^\dagger - c_{i\downarrow}^\dagger c_{j\uparrow}^\dagger | \varphi \rangle, \quad (7.27)$$

который линейно связан с параметром $\Delta_{RVB} \equiv \langle \varphi_0 | c_{i\uparrow}^\dagger c_{j\downarrow}^\dagger - c_{i\downarrow}^\dagger c_{j\uparrow}^\dagger | \varphi_0 \rangle$, характеризующим РВС-состояние (см. (7.6), (7.7)), $\Delta_{sc} \sim x \Delta_{RVB}$. Для значений Δ_{RVB} и Δ_{sc} получены зависимости от параметра x . Существенно,

что при $x=0$ $\Delta_{sc}=0$, а Δ_{rvb} конечна. Этот результат согласуется с существованием $SU(2)$ -калибровочной симметрии при $x=0$.

Двумерная модель Хаббарда с магнитным полем в пределе $U \gg t$ исследовалась в работе [75]. Найдена фазовая диаграмма в переменных (x, h) , где h — магнитное поле, а также выявлено, что фазовые переходы на этой диаграмме первого рода, за исключением случая малых n и больших полей, где имеется фазовый переход второго рода в сверхпроводящее ферромагнитное состояние.

Альтернативным к введению дополнительных полей (голонов и спионов) при исследовании эффективного гамильтониана (7.2) является метод операторов Хаббарда, которые автоматически, на уровне перестановочных соотношений, учитывают расщепление электронной зоны на верхнюю и нижнюю хаббардовские подзоны в пределе $U \gg t$. В работе [76] на основе метода функций Грина было получено уравнение для сверхпроводящего параметра порядка Δ_d (7.27), которое в отличие от приближения среднего поля для голонов в (7.8) содержит как вклады от кинетического члена, $\sim t$, так и обменного, $\sim J$ в (7.2). Однако строгое условие отсутствия спаривания для частиц в одной зоне на одном узле приводит к выводу о d-волновой симметрии параметра порядка (7.14), для которой ненулевой вклад дает только обменный член, как и в (7.8).

Обсудим в заключение возможность сопоставления свойств рассматриваемой модели и физических свойств медно-оксидных ВТСП. Теория Андерсона рассматривает одну невырожденную узкую зону вблизи половинного заполнения. Если сопоставлять результаты теории со свойствами медно-оксидных ВТСП, необходимо учесть существование CuO_2 -слоев, которые следует описывать двухподрешеточной моделью [77], относя одну подрешетку к d-состояниям Cu, а другую — к p-состояниям O. Если оставить лишь прямые электронные переходы между ближайшими соседями, которыми являются ионы Cu и O, то по теории возмущений можно исключить p-подрешетку и рассматривать лишь d-подрешетку. Эффективный параметр переноса t_d между ближайшими ионами тогда определяется формулой

$$t_d = \frac{t_{pd}^2}{\epsilon_p - \epsilon_d + V}, \quad (7.28)$$

где ϵ_d и ϵ_p — атомные уровни Cu и O, V — кулоновское взаимодействие между ними, а t_{pd} — интеграл переноса. Таким образом, при наличии дырок в кислородной подрешетке (что и имеет место в ВТСП при допировании) возможно движение дырок внутри медной подрешетки. Тем самым однозонная модель Хаббарда может использоваться при обсуждении физических свойств ВТСП (см. [78]).

Заметим, что справедливость последнего утверждения подвергалась сомнению авторами работы [108] на основании результатов точного решения модели движения дырок в CuO_2 -плоскостях в предположении о наличии ферромагнитного фона. Однако в работе [109] показано, что даже в этом случае зона состояний расщепляется так, что по всем характеристикам (плотность состояний, вид закона дисперсии и собственных функций) эта зона эквивалентна однозонной модели с $(t-J)$ -эффективным гамильтонианом.

8. Двумерный гейзенберговский антиферромагнетик со спином $1/2$. Теория РВС для двумерной модели Хаббарда в пределе больших U в последнее время вызвала активный интерес к изучению двумерных изотропных гейзенберговских антиферромагнетиков как более простой системы, с надеждой получить в них возбуждения фермиевской природы — аналог нейтральных фермионов модели

Хаббарда. Исследователи пытались ввести в теорию двумерной модели те концепции, которые возникли при точном решении одномерной гейзенберговской модели. Напомним сначала некоторые фундаментальные результаты, относящиеся к одномерной модели.

В 1961 г. Либ, Шульц и Маттис [79] доказали теорему, которая утверждает, что антиферромагнитная периодическая цепочка спинов $1/2$ длиной L имеет низкоэнергетические возбуждения с энергией порядка $O(1/L)$. Эта теорема тривиально обобщается на случай произвольного полуцелого спина, но не на случай целого спина. Таким образом, мы встречаемся с ситуацией различного поведения систем с целыми и полуцелыми спинами [80]. В современной трактовке теорема [79] гласит, что для случая полуцелого спина в пределе бесконечной длины цепочки основное состояние либо вырождено, либо существуют бесщелевые возбуждения [81]. В первом случае вырождение основного состояния должно быть результатом спонтанного нарушения симметрии. Невырожденное состояние со щелью в спектре возбуждений невозможно для систем с полуцелыми спинами, и, наоборот, это состояние может иметь место для систем с целыми спинами. Точное решение гейзенберговской антиферромагнитной цепочки показывает, что основное состояние невырожденно, а дисперсионное соотношение де Клуазо — Пирсона для одночастичных возбуждений имеет вид

$$E_k = \pi J |\sin k|. \quad (8.1)$$

Таким образом, в соответствии с теоремой [79] спектр возбуждений бесщелевой.

Различие между системами, обладающими целыми или полуцелыми спинами в одном измерении проще всего изучать в так называемой нелинейной σ -модели [80—83], которая может рассматриваться как полуклассический предел гейзенберговского антиферромагнетика с большими спинами. Она формулируется как теория поля единичного вектора $\mathbf{n}(x, t)$, описывающего локальные изменения направления неелевского параметра порядка.

Гамильтониан σ -модели выводится из стандартного гейзенберговского гамильтониана

$$\mathcal{H} = J \sum_i \mathbf{S}_i \mathbf{S}_{i+1} \quad (8.2)$$

путем перехода к новым переменным

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{2i} &= (\mathbf{S}_{2i} - \mathbf{S}_{2i+1}) \{2[S(S+1)]^{1/2}\}^{-1}, \\ \mathbf{l}_{2i} &= \frac{1}{2} (\mathbf{S}_{2i} + \mathbf{S}_{2i+1}). \end{aligned} \quad (8.3)$$

В континуальном приближении и в пределе больших S получаем из (8.2) гамильтониан σ -модели:

$$\frac{\mathcal{H}_\sigma}{2J[S(S+1)]^{1/2}} = \int \left[\frac{g}{2} \left(\mathbf{l} + \frac{\theta}{4\pi} \frac{d\mathbf{n}}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2g} \left(\frac{d\mathbf{n}}{dx} \right)^2 \right] dx, \quad (8.4)$$

где $g = 2/[S(S+1)]^{1/2}$ принято называть константой связи, а $\theta = 2\pi\sqrt{S(S+1)}$ — топологическим углом. Векторы \mathbf{n} и \mathbf{l} удовлетворяют соотношениям $(\mathbf{n}|\mathbf{l}) = 0$, $\mathbf{n}^2 \rightarrow 1$. С помощью лагранжиана, соответствующего гамильтониану (8.4), можно записать действие S , причем в евклидовом пространстве (координата x + мнимое время τ) оно принимает форму

$$S = \frac{1}{2g} \int dx \int d\tau [(\dot{\mathbf{n}})^2 + (\nabla \mathbf{n})^2] + i\theta Q, \quad (8.5)$$

где

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int (\mathbf{n} [\partial_x \mathbf{n} \partial_\tau \mathbf{n}]) dx d\tau \quad (8.6)$$

— топологический заряд. В рассматриваемом двумерном евклидовом пространстве топологический заряд является топологическим инвариантом и он принимает целочисленные значения.

Как хорошо известно, амплитуда перехода частицы из одной точки пространства-времени в другую описывается функциональным интегралом по траектории, причем вес каждой траектории в этом интеграле определяется действием. В случае евклидова пространства, в частности, вес пропорционален $\exp(-S/\hbar)$. Отсюда нетрудно заметить различие вкладов топологического члена в (8.5) для случаев систем с целыми и полуцелыми спинами. Действительно, для целых спинов (в пределе больших S) топологический член не дает вклада в $\exp(-S/\hbar)$, отличного от $(+1)$. Следовательно, в этом случае можно положить $\theta=0$. И, наоборот, для полуцелых спинов этот вклад равен $(-1)^Q = (\pm 1)$ в зависимости от четности топологического заряда. В этом случае $\theta=\pi$. Таким образом, для систем с полуцелыми спинами топологический член приводит к «квантовой интерференции» топологически различных траекторий $\mathbf{n}(\mathbf{x}, \tau)$ в функциональном интеграле для амплитуды перехода.

Обсудим теперь вопрос о наличии дальнего порядка в основном состоянии антиферромагнитной цепочки, состоящей из целых спинов. Сначала заметим, что действие (8.5) при $\theta=0$ совпадает с континуальным пределом величины \mathcal{H}/kT — эффективного гамильтониана классического гейзенберговского двумерного ферромагнетика с эффективной температурой g . К этому также следует добавить, что статистическая сумма $Z = \text{Tr} \exp(-\mathcal{H}/kT)$ также может быть записана в виде функционального интеграла по «полям» $\mathbf{n}(x_1, x_2)$ с весом $\exp(-\mathcal{H}/kT)$ (мы переобозначили $\tau \equiv x_2$). Таким образом, интересующий нас вопрос о дальнем порядке антиферромагнитной цепочки может быть разрешен с помощью двумерного классического ферромагнетика. Согласно теореме Мермина и Вагнера в двумерной модели дальний порядок возникает только при $T=0$, следовательно, корреляционная длина конечна при $T \neq 0$, и, как показано в работе [47], она при $T \rightarrow 0$ экспоненциально возрастает. Имея в виду, что в рассматриваемом случае роль температуры играет конечная величина g , мы сразу устанавливаем, что в основном состоянии антиферромагнетика корреляционная длина конечна и, согласно [47], имеет вид

$$\xi \approx e^{2\pi/g}. \quad (8.7)$$

Этой корреляционной длине соответствует щель в спектре возбуждений

$$\Delta \sim \xi^{-1} \approx e^{-2\pi/g}. \quad (8.8)$$

Таким образом, основное состояние антиферромагнитной цепочки из целых спинов разупорядочено, невырождено и имеет щель в спектре возбуждений.

Зная теперь результаты для одномерного антиферромагнетика, можно попытаться найти ответ на вопрос: существует ли топологический член в действии двумерного антиферромагнетика? Актуальность этого вопроса возникла в связи с теорией РВС, согласно которой существуют нейтральные фермиевские возбуждения со спином $1/2$ (спиноны). В последнее время были предприняты попытки понять природу этих нейтральных фермионов из теоретико-полевых соображений. В основу этого направления легла работа [84], в которой отмечалось, что нелинейные возбуждения (скирмионы), возникающие в нелинейной $(2+1)$ -мерной σ -модели, имеют спин, который можно определить, включив в действие топологический член. Для нелинейной $(2+1)$ -мерной σ -модели с

полем $\mathbf{n}(x, y, t)$ топологическим инвариантом является инвариант Хопфа H и топологически различные траектории классифицируются целочисленным индексом Хопфа. Аналогично (8.5), запишем выражение для действия поля $\mathbf{n}(x, y, \tau)$ в евклидовом пространстве

$$S = \frac{1}{2g} \iint [(\dot{\mathbf{n}})^2 + (\nabla \mathbf{n})^2] dr d\tau + i\theta H. \quad (8.9)$$

Инвариант Хопфа записывается в виде сложного интеграла от выражения, составленного из компонент вектора \mathbf{n} и его производных и, согласно теории гомотопии, представляет собой коэффициент зацепления между двумя кривыми в пространстве (x, y, τ) [85]. Авторы работ [86, 87] предположили, что нейтральные фермионы со спином $1/2$ (т. е. спиноны теории РВС) есть не что иное как скирмионы — топологические возбуждения $(2+1)$ -мерной нелинейной σ -модели, считая при этом, что σ -модель с инвариантом Хопфа в действии описывает двумерный квантовый антиферромагнетик.

Для выяснения ситуации были предприняты значительные усилия [88—92] для получения действия из микроскопической модели. В результате оказалось, что топологический инвариант Хопфа в действии для квантового двумерного гейзенберговского антиферромагнетика с взаимодействием ближайших соседей не появляется, поэтому скирмионы не могут приобрести полуцелый спин. Оценивая сложившуюся ситуацию, авторы недавней работы [110] объясняют отсутствие топологического инварианта Хопфа в действии тем, что в работах [88—92] рассматривалось неелевское основное состояние. Если же, по их мнению, рассмотреть другие состояния, например, типа «поточковой» фазы, полученной в работах [65, 70], или обобщенной «поточковой» фазы [86б], то можно надеяться, что топологический инвариант самосогласованным образом появится в действии.

Вернемся теперь к вопросу о дальнем порядке в двумерном гейзенберговском антиферромагнетике. Фазовая диаграмма на плоскости (g, T) может быть исследована методом ренормализационной группы [93], примененной к системе с действием, определенным выражением (8.9) без топологического члена

$$\frac{1}{\hbar} S = \frac{1}{2\tilde{g}} \int_0^{\beta\hbar c\Lambda} d\tau \int dr [(\dot{\mathbf{n}})^2 + (\nabla \mathbf{n})^2]; \quad (8.10)$$

здесь $\tilde{g} = \hbar c \Lambda / JS^2 \alpha$, Λ — максимальный волновой вектор, α — коэффициент, определяющий степень фрустрации решетки ($\alpha = 0$ при полной фрустрации), c — скорость спиновых волн, $\beta = 1/kT$. Уравнения ренормализационной группы для константы связи \tilde{g} показывают, что при $T = 0$ имеется нетривиальная фиксированная точка $\tilde{g}_c = 4\pi$, которая описывает квантовый фазовый переход с критическими показателями классической трехмерной гейзенберговской модели. Фазовая диаграмма на плоскости (\tilde{g}, \tilde{t}) , где $\tilde{t} = kT/JS^2$, представлена на рис. 28. Таким образом, при $T = 0$ неелевский порядок существует при константах связи $\tilde{g} < \tilde{g}_c$, а при $\tilde{g} > \tilde{g}_c$ возникает квантовая разупорядоченная фаза со щелью возбуждений («квантовый парамагнетик»). Подчеркнем, что росту \tilde{g} отвечают малые S и α .

Приведем результаты вычисления корреляционных длин в различных районах фазовой диаграммы. В перенормированном классическом районе (для $\tilde{g} < \tilde{g}_c$) корреляционная длина экспоненциально расходится при приближении к $T = 0$:

$$\xi \approx 0,9 \frac{\hbar c}{kT} \exp \left[\frac{2\pi}{kT} \left(1 - \frac{\tilde{g}}{\tilde{g}_c} \right) JS^2 \right]. \quad (8.11)$$

В квантовом разупорядоченном районе ($\tilde{g} > \tilde{g}_c$) корреляционная длина становится не зависящей от температуры при $T \rightarrow 0$ и дается выражением

$$\xi(T=0) \approx \left(\frac{\tilde{g}}{\tilde{g}_c} - 1 \right)^{-\nu}, \quad (8.12)$$

где для ν получено значение 1. И, наконец, при $\tilde{g} = \tilde{g}_c$ получено

$$\xi(T) \approx \frac{\hbar c}{kT}. \quad (8.13)$$

На рис. 28 показаны линии кроссовера между различными режимами. Выражение для линии при $\tilde{g} > \tilde{g}_c$, разделяющей районы 1 и 2, находится из оценки

$$T_x \sim \frac{\Delta}{k} \sim \left(\frac{\tilde{g}}{\tilde{g}_c} - 1 \right)^{\nu}.$$

В случае $\tilde{g} < \tilde{g}_c$ линия кроссовера, разделяющая районы 2 и 3, определяется соотношением

$$T'_x \sim \left(1 - \frac{\tilde{g}}{\tilde{g}_c} \right)^{\nu}.$$

Вернемся теперь к эксперименту по неупругому рассеянию нейтронов в La_2CuO_4 . В какой области значений лежит константа связи \tilde{g} для этого соединения? По отсутствию или наличию дальнего порядка при конечной температуре об этом судить невозможно, поскольку за возникновение наблюдаемого трехмерного порядка ответственно взаимодействие между слоями. Однако по температурной зависимости корреляционной длины (см. рис. 18) можно предполагать, что в La_2CuO_4 $\tilde{g} < \tilde{g}_c$. Теоретическая кривая, построенная по формуле (8.11), налагается на экспериментальные точки рис. 18 при следующих значениях параметров: $\tilde{g}/\tilde{g}_c \equiv 0,685$, $\hbar c = 0,425$ эВÅ, согласующихся с данными по неупругому рассеянию, приведенными в разделе 6. Судя по этому сравнению теории и эксперимента, La_2CuO_4 при $T > T_N$ находится в режиме перенормированных классических критических флуктуаций нееевского параметра порядка.

Таким образом, одним из возможных объяснений необычных спиновых корреляций при температуре выше T_N в La_2CuO_4 является учет достаточно сильных квантовых флуктуаций, свойственных этому соединению, как это следует из экспериментальных данных, приведенных в разделе 6. Известно, что в двумерии роль классических флуктуаций велика. Как показано Поляковым [47], они дают экспоненциальную зависимость корреляционной длины от температуры. В квантовом антиферромагнетике учет квантовых эффектов приводит к перенормировке корреляционной длины классических флуктуаций. В частности, экспоненциальная зависимость корреляционной длины от температуры при $\tilde{g} < \tilde{g}_c$ сохраняется (см. (8.11)), но величина корреляционной длины сокращается по сравнению с классическим результатом. Эта ситуация реализуется в La_2CuO_4 , как это показывает сравнение теории с эксперименталь-

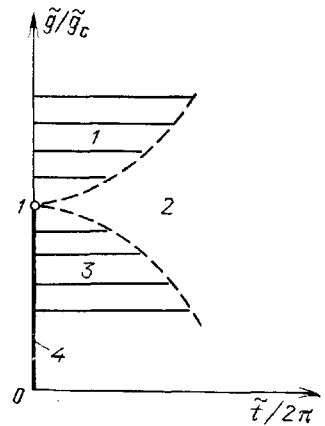


Рис. 28. Фазовая диаграмма двумерной гейзенберговской модели в переменных \tilde{g} и \tilde{t} [93]. 1 — квантовый разупорядоченный район, 2 — квантовый критический район, 3 — перенормированный классический район, 4 — нееевское состояние

ными результатами. По мере увеличения фрустрации в системе, достигаемой допированием, константа связи \tilde{g} растет, и в случае, когда $\tilde{g} > \tilde{g}_c$ ($T=0$), возникает квантовая разупорядоченная фаза, имеющая щель в спектре возбуждений. Согласно [93], эта фаза подобна состоянию с резонирующими валентными связями в варианте, предложенном в работе [62]. Если же оказывается, что $\tilde{g} = \tilde{g}_c$, ($T=0$)-спектр возбуждений становится бесщелевым и получающаяся фаза напоминает состояние с резонирующими валентными связями в формулировке Андерсона.

9. Сверхпроводимость, обусловленная магнитными степенями свободы, в системах со слабым кулоновским взаимодействием. Открытие высокотемпературных сверхпроводников не только побудило исследователей к созданию новых механизмов сверхпроводимости, например, таких как теория РВС, но и вызвало интерес к уже известным ранее. В первую очередь, это касается теорий, которые учитывают специфические особенности поверхности Ферми металлов. Одной из таких особенностей является наличие плоских участков на поверхности Ферми, совпадающих друг с другом при переносе их на некоторый волновой вектор \mathbf{Q} (нестинг). Эти особенности могут приводить к возникновению спаривательных взаимодействий электронов через магнитные степени свободы. Хотя этот механизм и не дает возможности полностью описать явление сверхпроводимости в ВТСП-соединениях, тем не менее изучение их дает богатый и полезный материал, который необходимо учитывать при построении полной теории высокотемпературных сверхпроводников.

Начнем со случая трехмерного кубического кристалла, описываемого моделью Хаббарда и имеющего «затравочный» электронный спектр вида

$$E_{\mathbf{k}} = -2t(\cos k_x + \cos k_y + \cos k_z). \quad (9.1)$$

Хорошо известно, что в приближении хаотических фаз спиновая восприимчивость $\chi(\mathbf{q})$ имеет полюс в точке $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$ (вектор \mathbf{Q} определен ниже)

$$1 - U\chi_0(\mathbf{Q}_0), \quad (9.2)$$

который соответствует неустойчивости основного состояния к образованию волны спиновой плотности. Здесь $\chi_0(\mathbf{q})$ — восприимчивость свободных электронов

$$\chi_0(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{f(\epsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) - f(\epsilon_{\mathbf{k}})}{\epsilon_{\mathbf{k}} - \epsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}}, \quad (9.3)$$

где $f(\epsilon)$ — функция Ферми, а $\epsilon_{\mathbf{k}} = E_{\mathbf{k}} - \mu$.

Для полузаполненной зоны ($\mu=0$) поверхность Ферми имеет идеальный нестинг для $\mathbf{Q} = (\pm\pi, \pm\pi, \pm\pi)$: $\epsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{Q}} = -\epsilon_{\mathbf{k}}$. При $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$ и $\mu=0$ для $\chi_0(\mathbf{q})$ имеем оценку

$$\chi_0(\mathbf{Q}) \sim \ln \frac{t}{T}, \quad (9.4)$$

так что при любом значении U условие (9.2) всегда удовлетворяется при некотором конечном значении T . Для $\mu \neq 0$ и $T=0$ имеем

$$\chi_0(\mathbf{Q}) \sim \ln \frac{t}{\mu}. \quad (9.5)$$

В этом случае для фиксированного значения U в условиях (9.2) существует критическое значение μ , такое, что

$$1 = U\chi_0(\mathbf{Q}, \mu_c, T=0). \quad (9.6)$$

Будем интересоваться случаем $\mu < \mu_c$ и определим температуру сверхпроводящего перехода в этой системе, обусловленную учетом спаривательного механизма электронов через флуктуации состояния с волной спиновой плотности в предпереходном режиме, т. е. в условиях, когда в системе еще не произошел переход в состояние с волной спиновой плотности [94]. При этом будем предполагать, что сверхпроводящий переход имеет место при достаточно низких температурах, так что χ_0 близко к своему значению при $T=0$, чтобы можно было воспользоваться условием (9.6).

Спаривательное взаимодействие электронов в синглетном и триплетном каналах получается суммированием графиков с антипараллельной лестницей и простыми электронными петлями. Это приводит к ответам [94]

$$V_s(k, k') = U + \frac{U^3 \chi_0^2 (k' - k)}{1 - U^2 \chi_0^2 (k' - k)} + \frac{U^2 \chi_0 (k' + k)}{1 - U \chi_0 (k' + k)}, \quad (9.7)$$

$$V_t(k, k') = - \frac{U^2 \chi_0 (k' - k)}{1 - U^2 \chi_0^2 (k' - k)}. \quad (9.8)$$

Для вычисления T_c воспользуемся известными формулами теории сверхпроводников с сильной связью (см., например, [95]), согласно которой константа связи λ определяется выражениями

$$\lambda = 2 \int_0^\infty \frac{F(\omega)}{\omega} d\omega, \quad F(\omega) = \left\langle -\frac{1}{\pi} \text{Im} V(k, k', \omega) \right\rangle_F, \quad (9.9)$$

где $V(k, k', \omega)$ — эффективное взаимодействие электронов на поверхности Ферми; символ $\langle \dots \rangle_F$ означает усреднение по поверхности Ферми. Если интересоваться парциальным вкладом в λ состояний куперовской пары с заданным орбитальным моментом l и использовать в (9.9) дисперсионные соотношения, то соответствующая величина λ_l может быть записана в виде

$$\lambda_l = - \langle f_l(k) \text{Re} V(k, k', 0) f_l(k') \rangle_F; \quad (9.10)$$

здесь $f_l(k)$ — базисные функции для орбитального состояния в кристаллическом поле.

Константа связи λ_l (при условии, что $\lambda_l > 0$) определяет температуру перехода в сверхпроводящее состояние с l -типом спаривания по формуле

$$T_{cl} = \omega_c e^{-1/\lambda_l}, \quad (9.11)$$

где ω_c — энергия обрезания, порядка максимальной энергии спиновых флуктуаций, через которые происходит спаривание.

В качестве $f_l(k)$ следует выбрать базисные функции в приближении сильной связи. Они имеют вид для состояний s, p, d-симметрии в кубическом кристалле:

$$\begin{aligned} s: & \quad \cos k_x + \cos k_y + \cos k_z, \\ p: & \quad \sin k_x, \sin k_y, \sin k_z, \end{aligned} \quad (9.12)$$

$$d(e_g): \quad \cos k_x - \cos k_y, \quad 2 \cos k_z - \cos k_x - \cos k_y,$$

$$d(t_{2g}): \quad \sin k_x \sin k_y, \quad \sin k_x \sin k_z, \quad \sin k_y \sin k_z.$$

С помощью соотношений (9.7) — (9.12) в работе [94] вычислены константы λ_l в зависимости от μ при различных величинах кулоновского

отталкивания U . График $\lambda_i(\mu)$ приведен на рис. 29. Из него видно, что по мере роста химического потенциала μ к своему критическому значению μ_c доминирующая константа связи λ_i отвечает состоянию $d(e_g)$ -типа (разумеется, при синглетном спаривании). Величина константы связи слишком мала, чтобы можно было объяснить этим механизмом высокотемпературную сверхпроводимость.

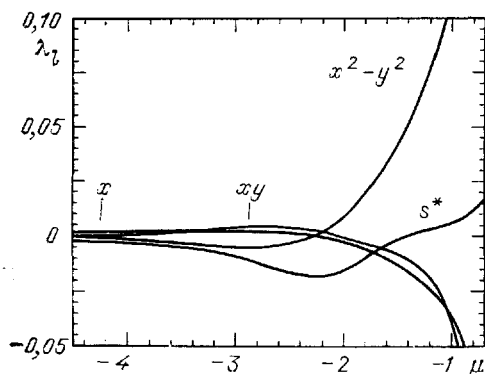


Рис. 29. Зависимость константы связи λ_i от μ при $U=4$, $\mu_c = -0,71$ [94]. Величины U и μ выражены в единицах t

Тем не менее обратимся к двумерному случаю вблизи половинного заполнения. Электронный спектр изображен на рис. 11. При точно половинном заполнении зоны в точках A, B, C, D происходит касание поверхности Ферми с границей зоны Бриллюэна, и окрестности этих точек дают сингулярный вклад в плотность состояний

$$N(\epsilon) \sim \ln \epsilon \quad (9.13)$$

(особенность Ван-Хова). Посмотрим, какой вклад в сверх-

проводимость дают электронные состояния вблизи этой особенности [96]. Независимо от механизма электронного спаривания, в теории слабой связи T_c определяются из уравнения

$$1 = \lambda \int_0^{\omega_c} N(\epsilon) \operatorname{th} \frac{\epsilon}{2kT_c} \epsilon^{-1} d\epsilon \sim \lambda \ln^2 \frac{\omega_c}{kT_c}, \quad (9.14)$$

откуда следует формула, отличная от формулы (9.11):

$$T_c \sim \omega_c \exp \left(-\frac{1}{\lambda^{1/2}} \right); \quad (9.15)$$

таким образом, при малых $\lambda < 1$ сингулярность в $N(\epsilon)$ приводит к более высокой T_c .

Вклад ван-хововских сингулярностей в T_c следует уточнить. Простой анализ показывает [97], что вблизи точек A, B, C, D (рис. 11) не только куперовский канал, отвечающий взаимодействию электронов из точек A и C , но и нуль-звуковой канал, в котором электроны взаимодействуют из точек A и B , являются «дважды логарифмическими» (см. формулу (9.14)). В этой ситуации необходимо суммировать все диаграммы, которые имеют одинаковый порядок величины в дважды логарифмическом приближении $\lambda \ln^2(\omega_c/\epsilon) \sim 1$. Это так называемые паркетные диаграммы. Весь громоздкий и сложный метод вычисления вершинных частей и функций откликов подробно описан в работе [97]. В результате получены сингулярные части в функциях откликов: χ_{ss} — отклик на синглетную сверхпроводимость, χ_{sdw} — на волну спиновой плотности и χ_{cdw} — на волну зарядовой плотности. Среди решений для функций откликов есть решения, которые дают независимые синглетную сверхпроводимость, волну спиновой и зарядовой плотности. Однако оказалось, что существует также и решение, которое соответствует возможности перехода в состояние, являющееся когерентной комбинацией сверхпроводимости, антиферромагнетизма и волны зарядовой плотности.

Хотя этот результат, по-видимому, не имеет отношения к объяснению механизма ВТСП, это пример интересной и очень сложной теорети-

зической задачи, постановка которой возникла в связи с проблемой ВТСП.

Недавно был предложен еще один механизм электронного спаривания, основанный на существовании антиферромагнетизма [98—100]. По аналогии с «моделью мешков» в квантовой хромодинاميке он получил название модели «спиновой мешка» (Spin-bag). Снова обратимся к двумерной модели Хаббарда со слабым кулоновским взаимодействием $U \ll t$. Благодаря нестигунгу возникает волна спиновой плотности с волновым вектором $Q = (\pi, \pi)$. Эта волна обуславливает открытие щели $2\Delta_{SDW}$ на поверхности Ферми.

Рассмотрим теперь, что же может произойти, если добавить в это состояние электронную дырку.

Возникает эффект, подобный спин-полярону. Добавленная дырка уменьшает плотность электронного заряда и тем самым уменьшает параметр магнитного порядка m в данной точке. Поскольку локальное значение энергетической щели $\Delta_{SDW}(x)$ пропорционально $m(x)$, отсюда следует, что дырка подавляет щель в своей окрестности. Энергия дырки понижается в этой области. Таким образом, дырка создает эффективную потенциальную яму или «мешок» в своей окрестности, в котором она же и захватывается. Дырка и ее окружающий мешок движется сквозь кристалл и действует как фермиевская частица, имеющая заряд e^+ и спин $1/2$. Когда взаимодействуют две такие частицы, то эффективный потенциал, возникающий от «объединенного мешка», будет притягивающим. Это притяжение, по мнению авторов работы [98], служит тем взаимодействием, которое создает сверхпроводящие свойства.

Задача теперь состоит в том, чтобы облечь эту физическую картину в математическую форму. К сожалению, здесь дело обстоит не столь благополучно. Авторы [98] получили выражение для сверхпроводящей щели

$$\Delta_{SC} \approx \Delta_{SDW} e^{-t/\alpha U},$$

где α — константа, порядка единицы. С другой стороны, в работе [99] выдвинуты серьезные возражения о правильности получения эффективного взаимодействия в работе [98]. И тем не менее, несмотря на это возражение, несомненно, что такое спаривательное взаимодействие может иметь место. Однако чтобы продемонстрировать притягивающий характер взаимодействия, нужна более детальная микроскопическая теория этого явления. А пока вопрос остается открытым.

10. Заключение. Из четырех известных классов медно-оксидных ВТСП магнитные свойства изучены наиболее полно только в двух: в $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ и $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$. Замечательно, что имеется большое сходство в поведении этих систем при вариации x и δ . Вблизи стехиометрического состава ($x \approx 0$ или $\delta \approx 1$) в обеих системах наблюдается один и тот же тип антиферромагнитного упорядочения в медной подрешетке со сравнимыми значениями T_N , которые быстро падают с ростом x и δ , т. е. с ростом концентрации носителей. За пределами интервала, где существует дальний антиферромагнитный порядок, в области низких температур возникает фаза спинового стекла.

Магнитный момент на атоме Cu составляет величину порядка $0,5\mu_B$ и не зависит от концентрации носителей. В недавних экспериментах обнаружен тот же тип антиферромагнитного упорядочения в плоскостях CuO_2 в Bi- и Tl-соединениях.

Изучение спиновой динамики в La- и Y—Ba-системах также показывает их сходство; например, в обеих системах, по-видимому, существуют квазидвумерные магнитные флуктуации, которые на сотню градусов выше T_N имеют корреляционную длину порядка 100 \AA . Эти флук-

туации являются высокоэнергетическими, их скорость порядка $0,5 \text{ эВ} \cdot \text{Å}$. Более детальное изучение La_2CuO_4 показывает, что он является хорошей реализацией двумерного гейзенберговского квантового антиферромагнетика со спином $1/2$. При допировании дальний магнитный порядок быстро исчезает, но система находится в состоянии «квантовой спиновой жидкости», характеризуемой большими корреляционными длинами и высокой энергией спиновых возбуждений. Изучение спиновой динамики в других ВТСП упирается в серьезную проблему получения хороших монокристаллов.

Наиболее интересный вопрос — о связи магнитного и сверхпроводящего упорядочения. В La- и Y—Ba-системах сверхпроводимость появляется при составах, где магнитного порядка нет, однако из этого правила имеются исключения. Так, в недавней работе [101] с помощью нейтронной дифракции было обнаружено сосуществование антиферромагнитного упорядочения ($T_N = 230 \text{ K}$) и сверхпроводимости ($T_c = 55 \text{ K}$) в монокристалле $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6,55}$. При других составах, где в сверхпроводящем состоянии нет дальнего магнитного порядка, изучение магнитных флуктуаций, как возможных переносчиков спаривательного взаимодействия, представляет особый интерес. Важное значение магнитных флуктуаций в подсистеме 3d-электронов меди и участие последних в сверхпроводящем переходе ярко проявляется в ЯМР экспериментах (см., например, [102]).

Экспериментальное исследование магнитных свойств медно-оксидных соединений дало мощный толчок к развитию ряда направлений теории конденсированного состояния, таких как двумерная модель Гейзенберга для $S=1/2$, нелинейная σ -модель и модель Хаббарда. Например, теория резонирующих валентных связей в двумерной модели Хаббарда с ее нейтральными фермионами и заряженными бозонами — это тот урожай, который вырос на ниве экспериментального исследования магнитных свойств ВТСП. Сейчас еще рано говорить о сопоставлении выводов этой теории с экспериментом, прежде всего — ввиду незавершенности самой теории, однако независимо от того, сыграют ли эти концепции важную роль в объяснении высокотемпературной сверхпроводимости, они, по-видимому, останутся в арсенале самой теории низкоразмерных систем.

Накопленный экспериментальный материал серьезно ставит вопрос о связи магнетизма и сверхпроводимости в медно-оксидных ВТСП. В настоящее время ответа на него еще нет, и надежды на принципиальную возможность магнетизма для возникновения высокотемпературной сверхпроводимости остаются. Однако открытие соединения со структурой перовскита $(\text{K}, \text{Ba})\text{BiO}_3$ с $T_c = 30 \text{ K}$, не содержащего меди и, следовательно, не имеющего атомных магнитных моментов, снова поставило вопрос об электрон-фононном механизме. По-видимому, фононный механизм должен давать свой вклад в величину T_c , какой именно — пока достоверно неизвестно. На это указывают проявления эффектов сильной связи в Y—Ba-системе (см., например, [103]). Большой интерес в проблеме ВТСП в последнее время снова вызывает проблема структурной неустойчивости и ее возможное влияние на возникновение ВТСП. Детальный анализ этой проблемы дается в обзоре [104]. Каким бы ни оказалось окончательное решение вопроса о механизме сверхпроводящего спаривания в ВТСП, построение последовательной теории этого явления, безусловно, требует учета сильных кулоновских корреляций в системе 3d-электронов меди и связанных с ними спиновых корреляций.

В последнее время в теории гейзенберговской модели двумерного квантового фрустрированного антиферромагнетика со спином $1/2$ на квадратной решетке появилось множество новых результатов. В частности, установлено, что основное состояние этой модели представляет со-

бой киральную спиновую жидкость, а элементарные возбуждения над ним подчиняются дробной статистике. Эти вопросы и другие, связанные с возможностью образования сверхпроводимости в газе частиц с дробной статистикой подробно обсуждены в обзорной работе [111], содержащей новейшие библиографические ссылки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Горьков Л. П., Копнин Н. Б.//УФН. 1988. Т. 156. С. 117.
2. Булаевский Л. Н., Гинзбург В. Л., Собянин А. А.//ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 355.
3. Jorgensen J. D., Schüttler H.-B., Hinks D. G., Capone D. W. II, Zhang K., Brodsky M. B., Scalapino D. J.//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 1024.
4. Böni P., Axe J. D., Shirane G., Birgeneau R. J., Gabbe D. R., Henssen H. P., Kastner M. A., Peters C. J., Picone P. J., Thurston T. R.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 38. P. 185.
5. Jorgensen J. D., Veal B. W., Kwok W. K., Crabtree G. W., Umezawa A., Nowicki L. J., Paulikas A. P.//Ibidem. 1987. V. 36. P. 5731.
6. François M., Junod A., Yvon K., Fischer P., Capponi J. J., Strobel P., Marezio M., Hewat A. W.//Sol. State Commun. 1988. V. 66. P. 1117.
7. Изюмов Ю. А., Кацнельсон М. И.//ФММ. 1988. Т. 66. С. 1083.
8. Zhang K., Dabrowski B., Segre C. U., Hinks D. G., Schuller I. K., Jorgensen J. D., Slaski M. Preprint ANL.—1988; J. Phys. Ser. C (to be published).
9. Osipyan Yu. A., Shekhtman V. Sh., Shmyt'ko I. M.//Physica Ser. C. 1988. V. 153—155. P. 970.
10. Hodeau J.-L., Bordet P., Capponi J.-J., Chaillout C., Maresio M.//Ibidem. P. 582.
- [11] Sunshine S. A., Siegrist T., Schneemeyer L. F., Murphy D. W., Cava R. J., Batlogg B., van Dover R. V., Fleming R. M., Glarum S. H., Nakahara S., Farrow R., Kraewski J. J., Zahurak S. M., Waszczak J. V., Marshall J. H., Marsh P.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 38. P. 893.
12. Tarascon J. M., Le Page Y., Barboux P., Bagley B. G., Greene L. H., McKinnon W. R., Hull G. W., Giroud M., Hwang D. H.//Ibidem. V. 37. P. 9382.
13. Tranquada J. M., Moudden A. H., Goldman A. I., Zolliker P., Cox D. E., Shirane G., Sinha S. K., Vaknin W., Johnson D. C., Alvarez M. S., Jacobson A. J., Lewandowski J. T., Newsam J. M.//Ibidem. V. 38. P. 2477.
14. Xiao G., Streitz F. H., Gavrin A., Du Y. W., Chien C. L.//Ibidem. 1987. V. 35. P. 8782.
15. Xiao G., Cieplak M. Z., Gavrin A., Streitz F. H., Bakhshai A., Chien C. L.//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 1446.
16. Хомский Д. И.//Труды Международного совещания «Механизмы высокотемпературной сверхпроводимости». Дубна, 1988.—Д-17-88-681.—Дубна: ОИЯИ, 1988.—С. 135.
17. Мотт Н. Ф. Переходы металл-изолятор.—М.: Наука, 1979.
- Anderson P. W. 50 years of the Mott phenomenon. Lecture given at Varenna Summer school «Frontiers and Borderlines in Many Particle Physics», July 1987.
18. Nücker N., Fink J., Fuggle J. C., Durham P. J., Temmerman W. M.//Physica. Ser. C. 1988. V. 153—155. P. 119.
19. Mattheiss L. F.//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 1028.
20. Freeman A., Yu J., Fu C. L.//Phys. Rev. Ser. B. 1987. V. 36. P. 7111.
- [21] Xu J.-H., Watson-Yang T. J., Yu J., Freeman A. J.//Phys. Lett. Ser. A. 1987. V. 120. P. 489.
22. Massida S., Yu J., Freeman A. J.//Ibidem. V. 122. P. 148.
23. Freeman A. J.//Physica. Ser. C. 1988. V. 153—155. P. 1225.
24. Yu J., Massida S., Freeman A. J.//Ibidem. V. 152. P. 273.
25. Zaanen J., Jepsen O., Gunnarsson O., Paxton A. T., Andersen O. K.//Ibidem. V. 153—155. P. 1636.
26. Anisimov V. I., Korotin M. A., Afanasyev I. V.//Ibidem. 1989. V. 159. P. 412.
27. Birgeneau R. J., Shirane G.//Physical Properties of High Temperature Superconductors/Ed. D. M. Ginsberg.—Singapore: World Scientific, 1989.
28. Vaknin D., Sinha S. K., Moncton D. E., Johnston D. C., Newsam J., Safinya C. R., King H. E., Jr.//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 2802.

29. Johnson D. C., Sinha S. K., Jacobson A. J., Newsam J. M.//Physica. Ser. C. 1988. V. 153—155. P. 572.
30. Kastner M. A., Birgeneau R. J., Thurston T. R., Jenssen H. P., Gabbe D. R., Sato M., Fukuda K., Shanuto S., Endoh Y., Yamada K., Shirane G.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 38. P. 6636.
- [31] Боровик-Романов А. С., Буздин А. И., Крейнс Н. М., Кротов С. С.//Письма ЖЭТФ. 1988. Т. 47. С. 600.
32. Плакида Н. М., Шахматов В. С.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1989. Т. 53. С. 1236.
33. Aharony A., Birgeneau R. T., Coniglio A., Kastner M. A., Stanley H. E.//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 1330.
34. Tranquada J. M., Moudden A. H., Goldman A. I., Zolliker P., Cox D. E., Shirane G., Sinha S. K., Vaknin D., Johnston D. C., Alvarez M. S., Jacobson A. J., Lewandowski J. T., Newsam J. M.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 38. P. 2477.
35. Kadowaki H., Hishi M., Yamada Y., Takeya H., Takei H., Shapiro S., Shirane G.//Ibidem. V. 37. P. 7932.
36. Brewer J. H., Ansaldo E. J., Carolan J. F. et al.//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 1073.
37. Rossat-Mignod J., Burlet P., Jurgens M. J. G. M., Vettier C., Regnault L. P., Henry J. V., Ayache C., Forro L., Noel H., Potel M., Gougeon P., Levet J. C.//J. de Phys. 1988. T. 49. P. C8-2119.
38. Ramirez A. P., Schneemeyer L. F., Waszczak J. V.//Phys. Rev. Ser. B. 1987. V. 36. P. 7145.
39. Lynn J. W., Li W. H., Mook N. A., Sales B. C., Fisk Z.//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 2781.
40. Li W.-H., Lynn J. W., Skanthakumar S., Clinton T. W., Kebede A., Lee C.-S., Crow J. E., Mihalisin T. Preprint.—1989.
- [41] Thio T., Thurston T. R., Preyer N. W., Picone P. J., Kastner M. A., Jenssen H. P., Gabbe D. R., Chen C. Y., Birgeneau R. J., Aharony A.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 38. P. 905.
42. Baryahhtar V. G., Loktev V. M., Yablonskii D. A.//Physica. Ser. C. 1988. V. 156. P. 667.
43. Shirane G., Endoh Y., Birgeneau R. J., Kastner M. A., Hidaka Y., Oda M., Suzuki M., Murakami T.//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 1613.
44. Endoh Y., Yamada K., Birgeneau R. J., Gabbe D. R., Jenssen H. P., Kastner M. A., Peters C. J., Picone P. J., Thurston T. R., Tranquada J. M., Shirane G., Hidaka Y., Oda M., Enomoto Y., Suzuki M., Murakami T.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 37. P. 7443.
45. Birgeneau R. J., Gabbe D. R., Jenssen H. P., Kastner M. A., Picone P. J., Thurston T. R., Shirane G., Endoh Y., Sato M., Yamada K., Hidaka Y., Oda M., Enomoto Y., Suzuki M., Murakami T.//Ibidem. V. 38. P. 6614.
46. Lyons K. B., Fleury P. A., Remeika J. P., Cooper A. S., Negrán T. J.//Ibidem. V. 37. P. 2353.
47. Polyakov A. M.//Phys. Lett. Ser. B. 1975. V. 59. P. 79.
48. a) Sato M., Shamoto S., Tranquada J. M., Shirane G., Keimer B.//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 1317.
b) Tranquada J. M., Shirane G., Keimer B., Shamoto S., Sato M.//Phys. Rev. Ser. B. 1989.
49. Lyons K. B., Fleury P. A., Schneemeyer L. F., Waszczak J. V.//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 732.
50. Mezei F., Farago B., Pappas C., Hutiray Gy., Roste L., Mihaly L.//Physica. Ser. C. 1988. V. 153—155. P. 1669.
- [51] Mizuki J., Kubo Y., Manako T., Shimakawa Y., Igerashi H., Tranquada J. M., Fujii Y., Rebelsky L., Shirane G.//Ibidem. V. 156. P. 781.
52. Хомский Д. И.//ФММ. 1970. Т. 29. С. 31.
53. Lieb E. H., Wu F. Y.//Phys. Rev. Lett. 1968. V. 20. P. 1445.
54. Nagaoka Y.//Phys. Rev. 1966. V. 147. P. 392.
55. Shiba H.//Ibidem. Ser. B. 1972. V. 6. P. 930.
56. Anderson P. W.//Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 2.
57. Изюмов Ю. А., Скрябин Ю. Н. Статистическая механика магнитоупорядоченных систем.—М.: Наука, 1987.
58. Takhtajan L. A., Faddeev L. D.//Phys. Lett. Ser. A. 1981. V. 85. P. 375.
59. Anderson P. W.//Mater. Res. Bull. 1973. V. 8. P. 153.
60. Anderson P. W.//Science. 1987. V. 235. P. 1196.
- [61] Gros C., Joynt R., Rice T. M.//Phys. Rev. Ser. B. 1987. V. 36. P. 381.
62. Kivelson S. A., Rokhsar D. S., Sethna J. P.//Ibidem. V. 35. P. 8865.
63. Kivelson S. A.//Ibidem. V. 36. P. 7237.
64. Baskaran G., Zou Z., Anderson P. W.//Sol. State Commun. 1987. V. 63. P. 973.

65. Kotliar G.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 37. P. 3664.
66. Affleck I., Zou Z., Hsu T., Anderson P. W.//Ibidem. V. 38. P. 745.
67. Anderson P. W., Baskaran G., Zou Z., Hsu T.//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 2790.
68. Anderson P. W. Problems and issues in the RVB theory of high- T_c superconductivity. Cargese, May 1988: Lectures XI.—Preprint.—Princeton University.
69. Zou Z., Anderson P. W.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 37. P. 627.
70. Affleck I., Marston J. B.//Ibidem. P. 3774.
- [71] Baskaran G.//Internat. J. Mod. Phys. 1988. V. 1. P. 539.
72. Yokoyama H., Shiba H.//J. Phys. Soc. Japan. 1987. V. 56. P. 3570.
73. Bonča J., Prelovšek P., Sega I.//Europhys. Lett. 1989. V. 10. P. 87.
74. Zhang F. C., Gros C., Rice T. M., Shiba H.//Supercond. Sci. and Technol. 1988. V. 1. P. 36.
75. Ioffe L. B., Larkin A. I.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 37. P. 5730.
76. Plakida N. M., Yushankhai V. Yu., Stasyuk I. V.//Physica. Ser. C. 1989. V. 160. P. 80.
77. Emery V. J.//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 2794.
78. Zhang F. C., Rice T. M.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 37. P. 3759.
79. Lieb E., Schultz T., Mattis D.//Ann. of Phys. 1961. V. 16. P. 407.
80. Haldane F. D. M.//Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. P. 1153.
- [81] Affleck I.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 37. P. 5186.
82. Haldane F. D. M.//Phys. Lett. Ser. A. 1983. V. 93. P. 464.
83. Affleck I.//Nucl. Phys. Ser. B. 1985. V. 257. P. 397.
84. Wilczek F., Zee A.//Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 2250.
85. Дзялошинский И. Е.//Письма ЖЭТФ. 1988. Т. 47. С. 650.
86. Wiegmann P. B.//a) Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60, P. 821; б) Physica. Ser. C. 1988. V. 153—155. P. 103.
87. Dzyaloshinskii I., Polyakov A., Wiegmann P.//Phys. Lett. Ser. A. 1988. V. 127. P. 112.
88. Wen X. G., Zee A.//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 1025.
89. Haldane F. D. M.//Ibidem. P. 1029.
90. Dombrey T., Read N.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 38. P. 7181.
- [91] Fradkin E., Stone M.//Ibidem. P. 7215.
92. Ioffe L. B., Larkin A. I.//Internat. J. Mod. Phys. Ser. B. 1988. V. 2. P. 203.
93. Chakravarty S., Halperin B. I., Nelson D. R.//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 1057.
94. Scalapino D. J., Loh E., Hirsch J. E.//Phys. Rev. Ser. B. 1987. V. 35. P. 6694.
95. Вонсовский С. В., Изюмов Ю. А., Курмаев Э. З. Сверхпроводимость переходных металлов, сплавов и соединений.—М.: Наука, 1977.
96. Hirsch J. E., Scalapino D. J.//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 2732.
97. Дзялошинский И. Е.//ЖЭТФ. 1987. Т. 93. С. 1487.
98. Schrieffer J. R., Wen X.-G., Zhang S.-C.//Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. P. 944.
99. Fenton E. W.//Sol. State Commun. 1988. V. 67. P. 1059.
100. Schrieffer J. R., Wen X.-G., Zhang S.-C.//Mod. Phys. Lett. Ser. B. 1988. V. 2. P. 935.
- [101] Petitgrand D., Collin G., Schweiss P., Hadjoudj S., Senousi S.//J. de Phys. 1988. T. 49. P. 1815.
102. Horvatic M., Segranson P., Berthier C. et al.//Phys. Rev. Ser. B. 1989. V. 39. N 10.
103. Bulaevskii L. N., Dolgov O. V., Kazakov I. P., Maksimovskii S. N., Ptitsyn M. O., Stepanov V. A., Vedeneev S. I.//Supercond. Sci. and Technol. 1988. V. 1. P. 205.
104. Plakida N. M.//Phys. Scripta. 1989. V. 29. P. 8.
105. Tokura Y., Takagi H., Uchida S.//Nature. 1989. V. 337. P. 345.
106. Shirane G.//Proceedings of International Seminar on HTSC.—Dubna, JINR, June 28—July 1, 1989.
107. Harshman D. R., Aeppli G., Espinosa G. P., Copper A. S., Remeika J. P., Ansaldo E. J., Riseman T. M., Williams D. L., Noakes D. R., Ellman B., Rosenbaum T. F.//Phys. Rev. Ser. B. 1988. V. 38. P. 852.
108. Emery V. J., Reimer G.//Ibidem. P. 11938.
109. Zhang F. C., Rice T. M. On validity of the t - J model.—Preprint.—Hönggerberg, Switzerland: ETH, 1989.—(Theoretische Physik).
110. Khveshchenko D., Wiegmann P. B. Effective Action of Antiferromagnetism in Two-dimensions: Parity Violating Ground State and Hall Effect.—Preprint Landau Institute for Theoretical Physics.—Moscow, 1989.
111. Chen Y.-H., Wilczek F., Witten E., Halperin B. I.//Intern. J. Mod. Phys. Ser. B. 1989. V. 3. P. 1001.