

534.222.2

## УСТОЙЧИВОСТЬ УДАРНЫХ ВОЛН

**H. M. Кузнецов**

(Институт химической физики им. Н. Н. Семенова АН СССР)

### СОДЕРЖАНИЕ

|  |  |
|--|--|
| Введение . . . . .   | 493  |
| 1. Гидродинамическая устойчивость ударных волн . . . . .   | 494  |
| 1.1. Общие условия существования ударноволнового разрыва . . . . .   | 1.2. Основные результаты линейной теории устойчивости . . . . .  |
| 1.3. Распадающиеся ударноволновые разрывы . . . . .  | 1.4. Наглядная интерпретация критерии неустойчивости . . . . .   |
| 1.5. Относительное расположение границ $L^-$ , $L^+$ неустойчивости фронта ударной волны по линейной теории и границ $A$ , $B$ неоднозначности представления ударноволнового разрыва . . . . .                                   | 1.6. Решения (8) с исходящими волнами и принцип причинности . . . . .  |
| 1.7. Нелинейный анализ . . . . .   | 1.8. Устойчивость ударной волны, поддерживаемой поршнем . . . . .  |
| 2. О возможной структурной неустойчивости ударной волны . . . . .  | 512  |
| 2.1. Вводные замечания и краткая сводка данных о структурной неустойчивости ударных волн . . . . .   | 2.2. Теоретические представления о структурной неустойчивости ударных волн и некоторые задачи на будущее . . . . . |
| 3. Устойчивость ударной волны, распространяющейся по предварительно возбужденному веществу . . . . .   | 517  |
| 3.1. Термодинамически равновесное возбуждение . . . . .  | 3.2. Неравновесное возбуждение . . . . .   |
| 4. О взаимосвязи гидродинамической и структурной устойчивости ударных волн . . . . .   | 518  |
| 5. О практическом выполнении критерии гидродинамической неустойчивости ударных волн . . . . .  | 519  |
| 6. Устойчивость ударных волн в диссоциирующих и ионизующихся идеальных газах . . . . .   | 520  |
| 6.1. Гидродинамическая устойчивость . . . . .  | 6.2. Структурная устойчивость . . . . .  |
| 6.3. Ударная волна в термодинамически неравновесном газе . . . . .   | 522  |
| Приложение. Случай неоднозначного представления ударноволнового разрыва . . . . .  | 522  |
| I. Ударная адиабата с монотонным возрастанием давления, имеющая отрезок, на котором $L > 1 + 2 \text{ Ma}_2$ . II. Ударная адиабата с монотонным возрастанием давления, имеющая отрезок $L^-L^+$ , на котором $L < -1$ . . . . . | 525  |
| Список литературы . . . . .  | 525  |

Введение. Проблема устойчивости ударных волн включает с себя ряд аспектов, качественно различных и в теоретическом отношении, и в отношении возможных практических применений. Каждый из них поэтому требует отдельного рассмотрения. В некоторых случаях между ними имеется взаимная связь, но и ее будет легче понять после изучения каждого аспекта в отдельности. Перечислим их.

1. Устойчивость ударных волн, как гидродинамических разрывов, вне связи с тем, что происходит в релаксационной зоне волны. Такая постановка вопроса представляет интерес при исследовании устойчивости течения в масштабах, много больших длины релаксационной зоны ударной волны. К аспекту 1 следует также отнести вопрос устойчивости ударной волны, поддерживаемой поршнем, и аномалии в реакции

волны на внешние возмущения (отражение и преломление возмущений).

2. Устойчивость течения в релаксационной зоне (структурная устойчивость) ударной волны. Этот аспект проблемы представляет интерес главным образом при изучении течения и его особенностей в масштабах, сравнимых с длиной релаксационной зоны.

При анализе данных о тех или иных деформациях фронта ударной волны необходимо различать собственно структурную неустойчивость и граничные эффекты, связанные с конкретными условиями генерации и распространения ударной волны в ограниченной среде. Эта сторона проблемы кратко обсуждается также в качестве составной части аспекта 2.

3. Устойчивость ударных волн, распространяющихся по термодинамически неравновесному веществу.

Каждому из указанных трех аспектов проблемы посвящен соответствующий раздел обзора. В разделе 4 обсуждаются условия, при которых аспекты 1 и 2 проблемы оказываются взаимосвязанными. В разделах 5 и 6 рассматриваются возможности практической реализации критериев неустойчивости ударных волн. В приложении 1 приведены схемы распада ударноволновых разрывов.

Обзор посвящен в основном теоретической стороне проблемы и в ней — узловым, принципиальным вопросам. В связи с этим при написании обзора не ставилась цель дать исчерпывающую библиографию, в особенности по экспериментальным исследованиям.

### **1. Гидродинамическая устойчивость ударных волн.**

**1.1.** Общие условия существования ударноволнового разрыва. В проблеме устойчивости ударных волн, так же как и в теории ударных волн вообще, в зависимости от характерных геометрических масштабов задачи следует рассматривать фронт волны либо в качестве бесконечно тонкой поверхности разрыва, либо как переходный слой конечной толщины  $\delta$ , каковым он в действительности всегда и является. Если нас интересуют только масштабы течения, много большие  $\delta$ , то приемлем первый из указанных подходов, в котором формально полагается  $\delta=0$ . При этом все, что происходит в слое  $\delta$ , можно вообще считать несущественным. Это относится и к возможным проявлениям неустойчивости течения в нем, поскольку «память» о такой неустойчивости — коротковолновые возмущения, распространяющиеся вниз по течению за фронтом ударной волны — затухает вследствие всегда имеющейся вязкости подобно тому, как диссирируют возмущения покоящейся жидкости, приводя к установлению полного термодинамического равновесия в ней.

Основные условия устойчивости ударноволнового разрыва как поверхности раздела между двумя областями постоянного течения (постоянного, по крайней мере, в малой области сплошной среды) хорошо известны из общих основ теории ударных волн [1, 2]. Они заключаются в следующем.

1. Движение фронта ударной волны должно быть сверхзвуковым относительно вещества перед скачком и дозвуковым относительно вещества за скачком. Эти условия выражаются через числа Маха  $\text{Ma}$  в виде

$$\text{Ma}_1 > 1, \quad \text{Ma}_2 < 1, \quad \text{Ma}_i \equiv V_i/c_i, \quad (1)$$

$v_i$  — скорость вещества относительно фронта,  $c_i$  — скорость звука, индексы 1 и 2 относятся соответственно к областям течения перед фронтом и за ним.

В случае косых ударных волн вместо скорости  $V_i$  в (1) следует подставить ее нормальную к фронту составляющую  $V_{in}$  и соответственно вместо чисел Маха — величины  $\text{Ma}_{in} \equiv V_{in}/c_i$ . При этом условия устойчивости определяются неравенствами

$$\text{Ma}_{1n} > 1, \quad \text{Ma}_{2n} < 1. \quad (2)$$

При нарушении первого из условий (2) от фронта волны распространялись бы возмущения вперед, приводя к нестационарной, расширяющейся со временем области перехода из состояния 1 в состояние 2, т. е. к разрушению фронта ударной волны. При невыполнении второго условия (2) фронт потерял бы связь с «тылом», и интенсивность скачка мгновенно (в гидродинамическом смысле) стала бы сколь угодно малой, что также означало бы разрушение фронта ударной волны.

2. Непременным физическим условием устойчивости фронта ударной волны является требование возрастания энтропии при прохождении вещества через скачок,

$$s_2 > s_1. \quad (3)$$

Все три закона сохранения массы, импульса и энергии для ударной волны симметричны относительно индексов 1, 2. Асимметрию вносит неравенство (3), определяя тем самым направление движения ударноволнового скачка. Как правило, условие (3) означает, что ударная волна сжимает вещество (теорема Цемплена [1, 2]). Однако в исключительных случаях, соответствующих термодинамически не запрещенному, но очень редко выполняющемуся неравенству

$$\left( \frac{\partial^2 v}{\partial p^2} \right)_s < 0 \quad (v — \text{удельный объем}),$$

из (3) следует  $v_2 > v_1$ . Иными словами, в таких случаях существует ударная волна разрежения. Ударная волна сжатия при этом неустойчива — ее фронт неограниченно расширяется со временем, представляя собой в асимптотике  $t \rightarrow \infty$  изэнтропическую волну сжатия.

Условия (2), (3) являются необходимыми для устойчивости фронта ударной волны, но они недостаточны, так как ничего не говорят о том, что произойдет с волной, если ее фронт искривлен возмущениями, — будут ли такие возмущения затухать или расти со временем. Кроме того, состояния 1 и 2, удовлетворяющие соотношениям на одном ударноволновом разрыве, в некоторых случаях могут быть сопряжены между собой и путем чередования нескольких других разрывов и волн — ударных волн другой амплитуды, контактных разрывов и волн разрежения. При этом для ударных волн каждого из теоретически возможных вариантов сопряжения могут быть выполнены неравенства (2), (3), но нужно понять, какой вариант реализуется практически.

1.2. Основные результаты линейной теории устойчивости. Вопрос об устойчивости ударной волны относительно искривления (гофрировки) ее фронта впервые исследовался Дьяковым [3]. Исследования проводились путем линеаризации уравнений гидродинамики для возмущений и решения характеристического уравнения для комплексной частоты. (Далее для краткости такой подход и его результаты называются линейной теорией устойчивости.) Неравенства (2), (3) при этом предполагались выполненными. Основные результаты линейной теории устойчивости заключаются в следующем. Характер эволюции гофрировочных возмущений фронта волны, интенсивность которой в невозмущенном состоянии задана давлением  $p_2$ , целиком

определяется соотношением безразмерных параметров

$$L \equiv J^2 \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_H, \quad M_a^2, \quad \theta \equiv \frac{v_1}{v_2}, \quad (4)$$

где  $J \equiv [(p_2 - p_1)/(v_1 - v_2)]^{1/2}$  — поток вещества через фронт ударной волны,  $(\partial v / \partial p)_{H, p=p_2}$  — производная удельного объема  $v$  по давлению  $p_2$  вдоль ударной адиабаты. Все параметры (4) при любом давлении  $p_2$  известны, если известны ударная адиабата  $p_2 = f(v_2, p_1, v_1)$  и скорость звука за фронтом ударной волны в точке  $(p_2, v_2)$ .

Существуют три области значений параметра  $L$ , различающиеся по качественному характеру эволюции гофрировочных возмущений. Эти области ограничены неравенствами \*)

$$-1 < L < L_0, \quad L_0 \equiv \frac{1 - \theta M_a^2 - M_a^2}{1 + \theta M_a^2 - M_a^2}, \quad (5)$$

$$L < -1 \text{ или } L > 1 + 2 M_a^2, \quad (6)$$

$$L_0 < L < 1 + 2 M_a^2. \quad (7)$$

Результаты (5) — (7) относятся к ударным волнам не только сжатия, но и разрежения [3].

В случае (5) малые гофрировочные возмущения фронта ударной волны затухают во времени по степенному закону. Иными словами, ударная волна при условиях (5) устойчива относительно малых возмущений.

В случаях (6) согласно линейной теории устойчивости возмущения фронта волны растут со временем (экспоненциально). Нелинейный анализ указывает возможные асимптотические результаты развития возмущений во времени (см. раздел 1.3).

Весьма загадочной в рамках линейной теории устойчивости представляется область (7).

Из линейной теории устойчивости [3—5] следует, что в более широкой по сравнению с областью (7) значений параметра  $L$

$$L^* < L < 1 + 2 M_a^2,$$

где  $L^*$  — некоторое значение  $L$ , заключенное в пределах  $-1 < L^* < L_0$ , существуют решения с незатухающими возмущениями фронта ударной волны (стационарными в некоторой системе координат, скользящей вдоль фронта), к которому со стороны зафронтового течения примыкают только приходящие или только исходящие под определенным углом звуковые волны. В таких решениях возмущения всех величин пропорциональны множителю вида

$$\exp[i(kx + ly - \omega t)] \quad (8)$$

с вещественными значениями  $k$ ,  $l$  и  $\omega$ . (Оси  $x$  и  $y$  направлены соответственно вдоль фронта ударной волны и по нормали к нему.) Отношение  $k/l$ , характеризующее ориентацию звуковой волны, зависит от  $L$ . При этом значения  $L$  для решений с приходящими звуковыми волнами ограничены неравенствами

$$L^* < L < L_0,$$

а для решений с исходящими волнами — неравенствами (7).

\*) В выражении для  $L_0$  [3] была допущена неточность, связанная с тем, что при нахождении угловой границы между приходящими к фронту и исходящими от него волнами не было учтено движение вещества за фронтом ударной волны. Согласно [3]  $L_0 = (1 - \theta M_2 + 2 M_2^2) / (1 + \theta M_2^2)$ . Приведенное выше правильное выражение для  $L_0$  — формула (5) — получено Конторовичем [4] и Иорданским [5], см. также [6—9].

При отражении звука ударной волной (см. [10—14]) указанным выше решениям с приходящими волнами соответствует обращение коэффициента отражения  $\kappa$  в нуль, а решениям с исходящими волнами — в бесконечность ( $\kappa = p_r/p_t$ , где  $p_t$  и  $p_r$  — давление в падающей и отраженной волнах).

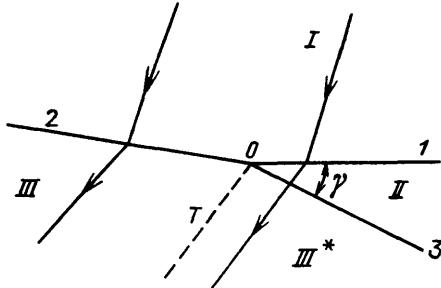


Рис. 1. Трехволновая конфигурация с приходящей волной 3. 1 — невозмущенная ударная волна, 2 — возмущенная ударная волна,  $T$  — тангенциальный разрыв. Стрелками указано направление линий тока в системе координат с неподвижной точкой  $O$

В терминах теории пересечения волн картина, возникающая при отражении звука, представляется конфигурацией четырех волн. Условия, при которых  $\kappa=0$  или  $\kappa=\infty$ , являются также и условиями существования трехволновой конфигурации, образованной возмущенной и невозмущенной ударными волнами и бесконечно слабой приходящей или исходящей волной [11—15]. Связь между  $L$  и углом  $\gamma$  в трехволновой

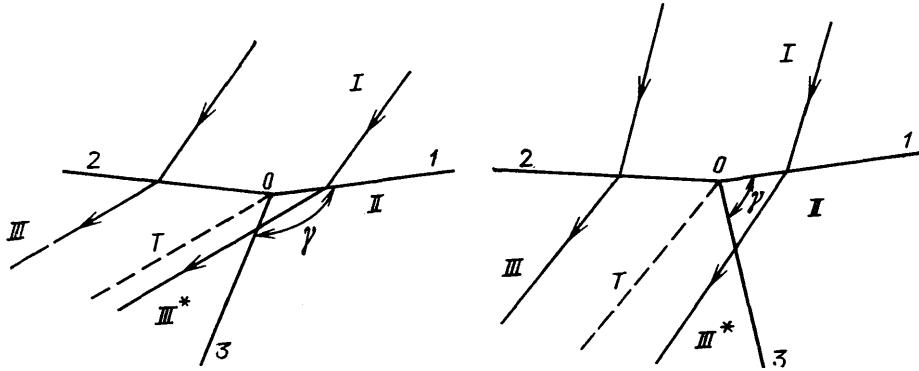


Рис. 2. Трехволновая конфигурация с исходящей волной 3: случай  $\pi/2 < \gamma < \pi$ . Обозначения те же, что и на рис. 1

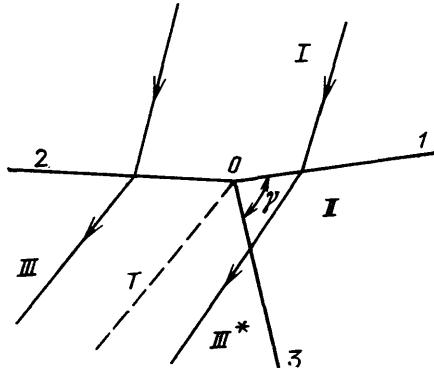


Рис. 3. Трехволновая конфигурация с исходящей волной 3: случай  $\gamma_0 < \gamma < \pi/2$ . Обозначения те же, что и на рис. 1

конфигурации (рис. 1—3) или в решении (8) может быть представлена [12] в виде

$$\psi(\gamma) \equiv \left[ 1 - \frac{\theta}{A^2} + \frac{2S}{A} - L \left( 1 + \frac{\theta}{A^2} \right) \right] [2(1 + A^2) J^2 v]^{-1} = 0, \quad (9)$$

$$A \equiv \frac{(1 + \Gamma^2)^{1/2}}{Ma_2} - \Gamma, \quad S \equiv Ma_2(1 + \Gamma^2)^{1/2} - \Gamma, \quad \Gamma = \operatorname{ctg} \gamma.$$

Возможные значения углов  $\gamma$  для приходящих или исходящих волн [11—14] (рис. 1—3) заключены соответственно в пределах

$$0 < \gamma < \gamma_0 \equiv \arccos Ma_2, \quad (10)$$

$$\gamma_0 < \gamma < \pi. \quad (11)$$

Для выяснения физического смысла решений (7) с исходящими волнами и соответственно обращения  $\kappa$  в бесконечность (резонанс по терминологии [11, 13]) требуется специальное исследование. В [3, 11,

[13] не исключалась возможность неустойчивости ударной волны в области (7), в которой существуют резонансные углы отражения. В [14], однако, наличие резонансов трактуется уже более категорично (хотя и без доказательства) — как непосредственное проявление неустойчивости ударной волны. В связи с этим принципиальный интерес представляет вопрос о том, приводит ли отражение бесконечно слабой волны в случае  $\kappa = \infty$  к конечному возмущению ударной волны и, тем самым, к ее неустойчивости.

Ответ на указанные вопросы о физическом смысле решений (8) с исходящими волнами и бесконечного коэффициента отражения получен сравнительно недавно [12, 16а] и, по-видимому, требует в данном обзоре несколько более подробного освещения по сравнению с другими, рассмотренными выше аспектами проблемы. Этому посвящаются разделы 1.6, 1.7.

**1.3. Распадающиеся ударноволновые разрывы.** При дальнейшем исследовании вопросов устойчивости ударной волны, оставшихся нерешенными в рамках линейной теории, было показано, что в случаях  $L > 1 + 2M_a_2$  [15, 17, 18] или  $L < 1 - 2M_a_2$  [18] ударноволновой скачок аналогично произвольному разрыву может быть разложен на другие элементы (ударные волны другой амплитуды, волны разрежения, контактные разрывы) \*). При  $L > 1 + 2M_a_2$  или  $L < 1 - 2M_a_2$  и  $M_a_2 = 1$ , т. е. при выполнении любого из неравенств (6), такие элементы движутся с разной скоростью, не догоняя друг друга, и распад исходной волны имеет необратимый характер. В случаях (6) ударная волна сразу же распадается с переходом в конфигурацию других волн конечной амплитуды.

Подробный анализ волновых конфигураций, которые образуются при распаде ударноволнового разрыва в случаях  $L < -1$  и  $L > 1 + 2M_a_2$ , с указанием метода расчета конфигураций см. в [18]. Ударные адиабаты (в  $pv$ - и  $ri$ -координатах, где  $i$  — скорость вещества за фронтом ударной волны в лабораторной системе координат), на которых имеются отрезки с  $L < -1$  и  $L > 1 + 2M_a_2$ , изображены соответственно на рис. 4 и 5. В Приложении приведена сводная схема волновых конфигураций, образующихся при распаде исходного ударноволнового разрыва в зависимости от определяющих параметров. Аналогичная схема может быть составлена и в случае ударных волн разрежения [18].

Все качественные и количественные данные о распаде ударноволнового разрыва в случае неравенств (6) представляют собой результат точного нелинейного анализа. Этот анализ основан на применении метода общей теории распада разрывов [21, 22] без использования какого-либо разложения по степеням малого параметра.

Важно отметить (см. [18]) следующие два обстоятельства. Область значений параметра  $L$  для ударноволновых скачков, разложимых на другие элементы, во-первых, полностью включает в себя обе подобласти (6), во-вторых, разложимыми на другие элементы могут быть и такие ударноволновые разрывы, малые деформации поверхности которых согласно линейной теории устойчивости не увеличиваются со временем, т. е. для которых

$$-1 < L < 1 + 2M_a_2. \quad (12)$$

Обозначим через  $L^-$  и  $L^+$  соответственно нижнюю (с меньшим давлением) и верхнюю границы отрезка  $L^-L^+$  ударной адиабаты, внутри которого либо  $L < -1$  либо  $L > 1 + 2M_a_2$ . При монотонном изменении

\*.) Волновая адиабата, связывающая начальное и конечное состояния в системе волн без контактных разрывов (включая изэнтропическую волну сжатия), распространяющихся в одном направлении, рассматривалась в [19, 20].

давления вдоль ударной адиабаты\*) значения  $L$  на краях отрезка в первом случае равны  $-1$ , а во втором  $1+2Ma_2$ . Можно показать (см. далее п. 1.5), что в таких случаях отрезки  $L-L^+$ , соответствующие неустойчивости волн по линейной теории, расположены относительно отрезков  $AB$  ударной адиабаты, на которых ударноволновой разрыв допускает разложение на другие элементы, так, как это схематично показано на рис. 6 *a, b*.

Границы неравенств (6)  $L = -1$  и  $L = 1+2Ma_2$  математически определяются условием обращения в нуль мнимой части комплексной частоты  $\omega$  в решении вида  $\exp(-\omega t)$  для амплитуды гофрировочного возмущения фронта ударной волны [3]. Ниже дается наглядная физическая интерпретация этих границ и критериев неустойчивости (6).

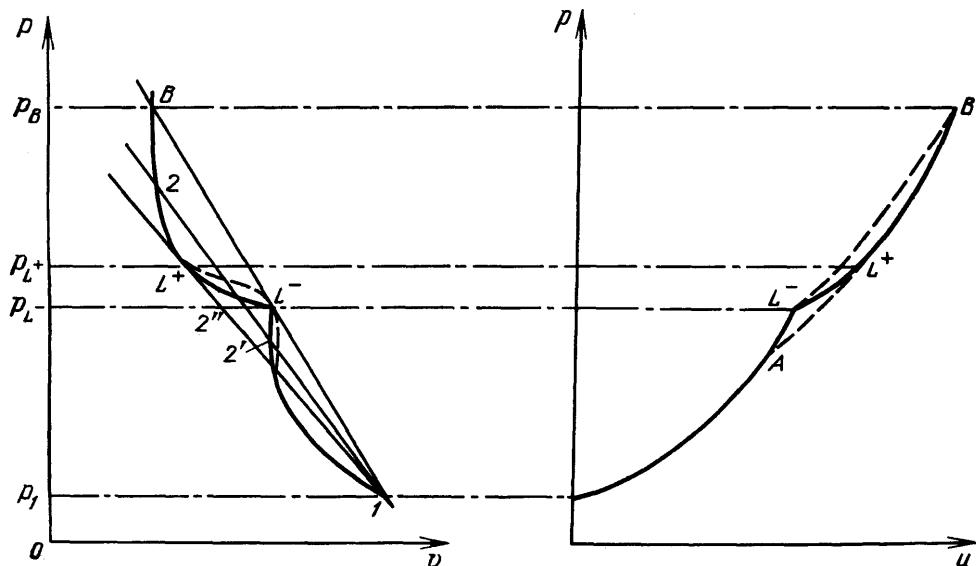


Рис. 4. Ударная адиабата с изломом или с плавным перегибом (штриховые линии) в точке  $L^-$ . На отрезке  $L-L^+$  выполнено неравенство  $L < -1$ . В  $Pv$ -координатах: нижняя штриховая линия — изэнтропа семейства  $S^+$ , касающаяся ударной адиабаты в точке  $L^+$ ; верхняя штриховая линия — ударная адиабата семейства  $H^+$ , проведенная из точки  $L^-$

#### 1.4. Наглядная интерпретация критериев неустойчивости.

**1.4.1. Случай  $L < -1$ .** Как видно из рис. 4, для всего отрезка  $L-L^+$  скорость ударной волны  $D$  уменьшается с увеличением давления; напомним, что  $D = Jv_1^{-1} = v_1 [(p_2 - p_1)(v_1 - v_2)^{-1}]^{1/2}$ , т. е.  $D^2$  пропорционален модулю тангенса угла наклона прямой Релея-Михельсона к оси  $v$  (см. рис. 4). Это значит, что первоначально плоский участок фронта ударной волны после случайного локального уменьшения давления на нем становится выпуклым — цилиндрическим при двумерной и сферическим при трехмерной геометрии возмущения. Площадь выпуклого фронта увеличивается пропорционально времени  $t$  или  $t^2$  соответственно для цилиндра и сферы, и это, как известно, приводит к падению фронтового давления по сравнению с давлением в плоской волне при одинаковых параметрах течения вдали от фронта. Падение фронтового давления при интенсивностях волн, соответствующих отрезку ударной адиабаты  $L-L^+$ , еще больше увеличивает скорость ударной волны и т. д., т. е. плоская поверхность фронта неустойчива. Граница рассматриваемой «от-

\*) О случае немонотонного изменения давления см. в конце раздел 1.6.

риательной» зависимости скорости фронта ударной волны от давления определяется равенством

$$\frac{dJ}{dp} = 0, \quad (13)$$

которое тождественно равенству  $L = -1$ . Установленная таким образом область неустойчивости  $L < -1$  полностью соответствует результату

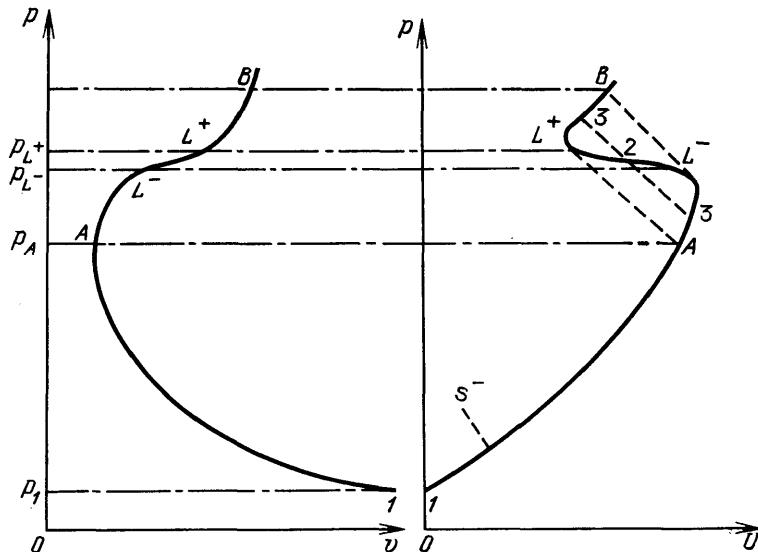


Рис. 5. Ударная адиабата, имеющая отрезок  $L-L+$ , на котором  $L>1+2Ma_2$ .  $ru$ -координатах: нижняя штриховая линия — изэнтропа семейства  $S^-$ . Остальными штриховыми линиями схематически изображены изэнтропы семейства  $s^-$  (для переходов вниз) или ударные адиабаты семейства  $H^-$  (для переходов вверх), см. Приложение

линейной теории устойчивости ударных волн. Приведенное здесь простое доказательство неустойчивости может служить в качестве наглядной интерпретации ее механизма в случае  $L < -1$ .

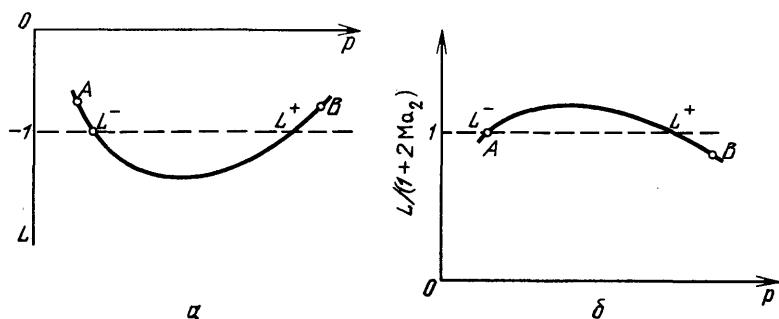


Рис. 6. Относительное расположение границ  $L^-$ ,  $L^+$  неустойчивости ударной волны по линейной теории и границ  $A$ ,  $B$  отрезка ударной адиабаты, на котором представление ударноволнового разрыва неоднозначно (на рис. 6 точка  $A$  лежит ниже  $L^-$ )

**1.4.2. Случай  $L > 1 + 2M a_2$ .** Гофрировочная неустойчивость фронта ударной волны в этом случае связана со своеобразной реакцией фронта волны на приходящие к нему возмущения.

Коэффициент  $\chi$  отражения звукового возмущения от фронта ударной волны при нормальном падении определяется выражением [23]

$$x = -\frac{L - (1 - 2/Ma_0)}{L - (1 + 2/Ma_0)}. \quad (14)$$

Из (14) следует, что коэффициент отражения в случае  $L > 1 + 2M_a$ , отрицателен и по модулю больше единицы. Это означает, что слабые волны сжатия (разрежения) отражаются в виде волн разрежения (сжатия) с большей по модулю амплитудой. Такое взаимодействие фронта ударной волны с приходящими к нему зафронтовыми возмущениями приводит к своеобразному механизму неустойчивости волн.

Предположим, что в результате отражения случайного локального возмущения конечной протяженности интенсивность ударной волны на некотором малом элементе поверхности ее фронта возросла. Вследствие конечной протяженности локального возмущения (волны разрежения) процесс его отражения длится конечное время, в течении которого рассматриваемый элемент фронта ударной волны движется с большей скоростью по сравнению с невозмущенной волной. В результате этого фронт станет выпуклым. (Эффект того же порядка малости, что и исходное случайное возмущение.) Зафронтовая область течения будет реагировать на деформацию «посылкой» в сторону выпуклого участка фронта слабых волн разрежения. Но согласно (14) такие волны приведут лишь к дальнейшему увеличению давления и скорости распространения фронта\*), т. е. случайно возникшая выпуклость фронта будет увеличиваться.

Условие рассмотренного механизма неустойчивости, выраженное неравенством  $L > 1 + 2M_a$ , также полностью соответствует результату линейной теории устойчивости ударных волн.

Данная здесь интерпретация механизма неустойчивости волны для отрезка ударной адиабаты, на котором  $L > 1 + 2M_a$ , не основана на строго математическом анализе и ее следует рассматривать лишь как качественную \*\*).

В случае тех известных экспериментально аномалий ударной адиабаты, которые удовлетворяют необходимым условиям распада волны (разложимости на другие устойчивые элементы) при одновременном выполнении неравенств (12), распад волны действительно наблюдается: при фазовых переходах первого рода в определенном диапазоне давлений (см. отрезок адиабаты  $AB$  рис. 4) выполняются неравенства (12), но вместо одной волны образуется конфигурация двух ударных волн, следующих в одну сторону [18, 24—26]. Не исключено, однако, что если структуру исходного скачка задать как стационарную, то может оказаться, что в области (12) ударная волна, удовлетворяющая необходимым условиям распада, спонтанно распадаться не будет. В таком случае участкам адиабат, на которых выполнены одновременно условия (12) и необходимые условия распада, отвечают относительно устойчивые ударные волны, распадающиеся только при достаточно большой перестройке структуры под действием внешних источников возмущений. Этот вопрос нуждается в дальнейшем исследовании. Подчеркнем, что ответ на него не может быть получен в рамках обычного гидродинамического анализа, при котором переходная область между дофронтовым и зафронтовым течением заменяется поверхностью разрыва, и не исследуется ее структура.

В доказательство неустойчивости ударноволнового разрыва на отрезке  $L^+L^-$  (см. рис. 4) приводятся следующие «структурные» аргументы [26]. Прямая, проведенная из точки 1 в любую точку отрезка  $L^+L^-$ , пересекает ударную адиабату еще в двух точках. Такие Пересе-

\* ) Можно показать, что в случае  $L > 1 + 2M_a$  усиление амплитуды возмущения и обращение фазы, аналогично (14), имеет место и при косом падении возмущения на фронт ударной волны [12].

\*\*) Интерпретацию критериев неустойчивости (8) в связи с анализом движения ударной волны по трубе переменного сечения см. в [1].

чения позволяют интерпретировать исходный ударноволновой скачок (см. рис. 4) как последовательность трех ударных волн, разделяющих соответственно состояния  $1-2'$ ,  $2'-2''$ ,  $2''-2$ , движущихся с одинаковой скоростью. При этом в случае слабой, почти изэнтропической волны  $1-2'$ , как нетрудно показать [27], энтропия в волне  $2'-2''$  уменьшается, т. е. такая ударная волна сжатия существовать не может. Отсюда делается вывод о том, что и суммарный ударноволновой разрыв  $1-2$  неустойчив. Однако такое доказательство явно или неявно основано на предположении о том, что вся фазовая траектория релаксирующей системы проецируется в плоскости  $pv$  на непрерывное движение по прямой Рэлея — Михельсона, что справедливо только для слабых, почти изэнтропических волн, причем лишь в случае, когда несущественна сдвиговая вязкость.

Анализ существования и единственности ударноволнового перехода на основе качественного исследования стационарных решений дифференциальных уравнений движения вязкого и теплопроводящего газа с последующим устремлением коэффициентов вязкости и теплопроводности к нулю и, как следствие, устремлением конечной толщины переходного слоя к ударноволновому разрыву (см. [28] и цитированную там литературу), по существу, также относится лишь к слабым волнам. Используемые в таком анализе уравнение состояния, уравнения газовой динамики и входящие в них линейные соотношения термодинамики необратимых процессов, как известно, неприменимы при описании структуры сильных ударных волн с очень малой шириной скачка уплотнения, характерной для сильных ударных волн. К структуре этого скачка неприменимо и само понятие температуры даже для подсистемы поступательных степеней свободы молекул. Тем не менее результаты такого анализа представляют интерес, по крайней мере, как модельные. Для рассматриваемой модели доказано, что ударноволновой переход из точки 1 в точку 2 в структурном отношении возможен лишь при условии, что весь отрезок 1, 2 ударной адиабаты между этими точками расположен на плоскости  $pv$  не правее прямой, соединяющей эти точки. Следовательно, пересечение этой прямой с отрезком ударной адиабаты 1, 2, исключая его границы, означает невозможность (неустойчивость) ударноволнового перехода  $1 \rightarrow 2$  (см. рис. 4) по крайней мере в рамках модели.

1.5. Относительное расположение границ  $L^-$ ,  $L^+$  неустойчивости фронта ударной волны по линейной теории и границ  $A$ ,  $B$  неоднозначности представления ударноволнового разрыва. Устойчивость ударной волны в случае интенсивностей, отвечающих отрезкам  $AL^-$  и  $L^+B$  ударной адиабаты.

1.5.1. Случай  $L > 1 + 2M_a$ . В этом случае ударноволновой разрыв допускает два других представления в виде конфигураций  $\overset{\curvearrowleft}{PK}\vec{Y}$  и  $\overset{\curvearrowleft}{\vec{Y}K}\vec{Y}$  (см. приложение; здесь и далее используются обозначения:  $Y$  — ударная волна,  $P$  — изэнтропическая волна разрежения,  $K$  — контактный разрыв. Стрелка указывает направление движения волны). Анализ условий неоднозначности представления ударноволнового разрыва удобно проводить в  $p$ ,  $u$ -координатах (давление, скорость вещества в лабораторной системе координат), так как эти переменные непрерывны на контактном разрыве.

Разложимость ударноволнового разрыва с некоторым давлением  $p_2$  за ним на конфигурацию  $\overset{\curvearrowleft}{PK}\vec{Y}$  соответствует на плоскости  $p$ ,  $u$  условию второго пересечения изэнтропы, проведенной из точки  $p_2$  на ударной адиабате в сторону меньших давлений, с этой адиабатой. На-

чальный участок ударной адиабаты (слабые ударные волны) в  $p$ ,  $u$ -координатах совпадают с той изэнтропой, которая соответствует движению зафронтового изэнтропического возмущения в направлении фронта волны. Поэтому семейство изэнтроп для возмущения обратного направления (обозначим это семейство, через  $S^-$ ) пересекает начальный участок ударной адиабаты подобно зеркальным отражениям адиабаты относительно линий постоянного давления, причем только один раз, см. рис. 5 (зависимость  $p$  от  $u$  на начальном участке адиабаты близка к прямолинейной, так как для слабой волны  $p_2 - p_1 \approx \rho_1 c_1 u$ ).

Границе области неоднократного пересечения изэнтропы с ударной адиабатой соответствует (но не совпадает с ней, см. далее) точка касания этих кривых — точка  $L^+$  на рис. 5. Условие касания выражается в виде  $L = 1 + 2M a_2$ . (Во избежание недоразумений отметим, что пересечение ударной адиабаты и изэнтропы, проведенной из точки с давлением  $p_2$  в точку  $p_3$  на плоскости  $p$ ,  $u$ , не означает равенства энтропии на ударной адиабате в точках  $p_2$  и  $p_3$ . На плоскости  $p$ ,  $u$  рассматриваемая изэнтропа не пересекает ударную адиабату в точке  $p_3$ .)

Разложимость ударноволнового разрыва с давлением  $p_2$  за ним на конфигурацию  $\tilde{Y} K \tilde{Y}$  соответствует на плоскости  $p$ ,  $u$  условию еще одного пересечения исходной ударной адиабаты с ударной адиабатой для волны обратного направления (обозначим семейство ударных адиабат для волн обратного направления через  $H^-$ , проведенной из точки  $p_2$ , — см. рис. 5). Границе области однократного пересечения соответствует точка касания ударных адиабат — точка  $L^-$  на рис. 5. Но адиабата  $H^-$  в окрестности начальной точки  $p_2$  совпадает с изэнтропой. Следовательно, точка  $L^-$  определяется так же, как и  $L^+$ , условием касания ударной адиабаты и изэнтропы семейства  $S^-$ . Но условие касания выражается в виде  $L = 1 + 2M a_2$ . Этим и объясняется совпадение границ  $L^-, L^+$  и указанных точек касания.

Точки касания  $L^-$ ,  $L^+$  и заключенный между ними отрезок  $L^-L^+$  существуют в случае S-образной формы ударной адиабаты (см. рис. 5). Изэнтропы семейства  $S^-$  и ударные адиабаты семейства  $H^-$ , пересекающие исходную ударную адиабату на отрезке  $L^-L^+$ , пересекают ее еще по два раза, т. е. имеют с ней не по одной, как обычно, а по три точки пересечения (см. рис. 5). Этому соответствуют три различных представления ударноволнового скачка для S-образного участка  $AB$  ударной адиабаты. Одно из этих представлений — одиночная ударная волна, два других — комбинация из нескольких волн и контактного разрыва. Схема таких комбинаций в зависимости от того, на каком из характерных участков S-образной кривой взята точка  $p_2$ , определяющая интенсивность одиночной ударной волны, приведена в Приложении. Трем представлениям соответствуют три значения давления ударной волны, идущей вперед. Обозначим их в порядке возрастания давления в виде  $p_3^{(1)}$ ,  $p_3^{(2)}$  и  $p_3^{(3)}$ . Рассматриваемые как функции  $p_2$ , эти три давления являются тремя ветвями решения — тремя корнями некоторого уравнения  $p_3 = f(p_2)$ , причем один из корней, отвечающий одиночной ударной волне, есть, очевидно,  $p_3 = p_2$ . (Конкретный вид функции  $f(p_2)$  может быть всегда определен при любом заданном уравнении состояния [18], но здесь он не существуетен.)

Нижняя и верхняя ветви решения существуют и вдали от S-образного участка (каждая — как единственное решение в своей области значений  $p_2$ ) и соответствуют там устойчивым ударным волнам. Средняя же ветвь существует только на среднем из трех характерных отрезков S-образной кривой. Этот участок ограничен указанными выше точками касания, т. е. точками  $L^-$  и  $L^+$ . Но именно на этом участке ударноволновой разрыв абсолютно неустойчив согласно линейной теории. Итак,

средняя ветвь решения соответствует абсолютно неустойчивому ударноволновому разрыву. Это значит, что ударноволновой разрыв, отвечающий какой-либо точке  $p_2$  участка  $L-L^+$ , разделяющий бесконечные области постоянного течения, будучи заданным искусственно, сразу же начнет распадаться с переходом в асимптотике по времени в новое установившееся течение с конфигурацией разрывов, которая соответствует нижней или верхней, в зависимости от характера начального случайного (или заданного специально) возбуждения, ветви решения.

Как отмечалось, эти крайние ветви отвечают устойчивым ударноволновым разрывам для точек на ударной адиабате, далеких от S-образного участка, таких, где решение уравнения  $p_3 = f(p_2)$  однозначно. В области трехзначности эти решения, по-видимому, соответствуют относительно устойчивым течениям: устойчивым для малых возмущений и допускающим переход друг в друга при достаточно сильных возмущениях.

Очевидно, что здесь проявляются такого же рода закономерности, которые хорошо известны в физике для ряда других явлений (например, в случае S-образной вольт-амперной характеристики дугового электрического разряда, в нелинейных процессах горения, детонации с потерями в ограниченной среде [29a] или без потерь в безграничной среде, но с немонотонным тепловыделением [296], когда при некоторых значениях параметров вместо одного возникают три решения (происходит бифуркация), чередующиеся по устойчивости,—два устойчивых, соответствующих двум различным режимам процесса, и между ними — одно неустойчивое).

**1.5.2. Случай  $L < -1$ .** Форма ударной адиабаты с монотонным возрастанием давления и с отрезком  $L-L^+$ , на котором  $L < -1$ , изображена на рис. 4. Причины неоднозначности представления ударноволнового разрыва в этом случае в основном те же, что и в рассмотренном выше случае  $L > 1+2M_a$ . Здесь также имеются две точки касания  $L^-$ ,  $L^+$  ударной адиабаты с изэнтропами, и те изэнтропы, которые пересекают ударную адиабату на отрезке  $L-L^+$ , имеют с ней еще по две точки пересечения. Тройным пересечениям соответствуют, так же, как и в рассмотренном выше случае  $L > 1+2M_a$ , три ветви решения задачи о вариантах представления ударноволнового скачка. Точки A,  $L^-$ ,  $L^+$  и B (см. рис. 4) разделяют AB на три части. Относительно неоднозначности представления ударноволнового скачка на них и характера устойчивости волновых конфигураций можно было бы повторить в основном все то, что уже сказано выше для случая  $L > 1+2M_a$ . Но имеются, конечно, и различия. Все они вытекают из того, что форма аномального участка ударной адиабаты в данном случае не S-образная, а такая, как изображена на рис. 4 между точками A и B.

Изэнтропы (и ударные адиабаты), с которыми исходная ударная адиабата имеет по три точки пересечения, принадлежат в  $ri$ -координатах семействам  $S^+$  (и  $H^+$ ). Эти семейства соответствуют распространению возмущений в том же направлении, что и исходная ударная волна. Волновые конфигурации, на которые разлагается одиночный ударноволновой разрыв, существенно отличаются от случая  $L > 1+2M_a$ , так как они не содержат волн семейства  $S^-$ ,  $H^-$ . Волны, составляющие конфигурацию, движутся в одну сторону. При этом для существования конфигурации, в виде которой может быть представлен ударноволновой разрыв, требуется не только устойчивость входящих в нее волн. Нужно еще, чтобы вторая волна не догоняла первую.

Схема волновых конфигураций в зависимости от того, на каком из трех характерных участков  $AL^-$ ,  $L-L^+$ ,  $L^+B$  находится точка  $p_2$ , определяющая интенсивность одиночной ударной волны, приведена в Приложении.

При немонотонном изменении давления вдоль ударной адиабаты рассмотренные выше закономерности относительного расположения границ  $L$ ,  $B$  для распада на конфигурацию  $\overset{\leftarrow}{P} K \overset{\rightarrow}{Y}$  и точек, в которых  $L = 1 + 2M\alpha_2$ , сохраняются, но между такими точками имеются отрезки ударных адиабате  $L < -1$  [18]. Более полный анализ случаев немонотонного изменения давления здесь не дается, поскольку такие ударные адиабаты, по-видимому, не представляют практического интереса.

**1.6. Решения (8) с исходящими волнами и принцип причинности.** В рассматриваемой, гидродинамической, постановке задачи (без дисперсии) слабые возмущения распространяются за фронтом ударной волны со скоростью звука  $c_2$ , не зависящей от частоты. Скорость  $v_t$  распространения возмущений вдоль фронта ударной волны для решения (8) выражается в виде

$$v_t = c_2(1 - M\alpha_2 \cos \gamma) (\sin \gamma)^{-1}. \quad (15)$$

С такой же скоростью  $v_t$  движется и точка  $O$  трехволевой конфигурации (см. рис. 1–3). Для решения (8) с исходящими волнами и для соответствующих трехволевых конфигураций в диапазоне углов (11), согласно тождеству (10) и выражению (15), выполняется неравенство  $v_t > c_2(1 - M\alpha_2^2)^{1/2}$ . Однако скорость распространения звукового сигнала вдоль поверхности фронта ударной волны, как известно, равна  $c_2(1 - M\alpha_2^2)^{1/2}$ . Таким образом, при всех углах (11) слабое возмущение (сигнал) согласно решению (8) распространялось бы фактически со сверхзвуковой скоростью в противоречие с законами линейной гидродинамики. Отсюда следует, что спонтанное распространение «ряби» вдоль поверхности фронта ударной волны, описываемое решениями (8), в случае углов (11) не должно иметь характера сигналов. Однако соответствующий суперпозицией решений типа (8) с постоянным отношением  $k/l$  можно сформировать локальное начальное возмущение поверхности, например, в виде трехволевой конфигурации (см. рис. 2,3). Такое возмущение в среде без дисперсии распространялось бы вдоль фронта ударной волны со скоростью  $v_t$  (не меняя своей формы) в виде сигнала. Это же относится и к любой другой суперпозиции решений типа (8) с постоянным отношением  $k/l$ , ограниченной в начальный момент времени по координате  $x$ . Край такого возмущения также распространялся бы вдоль фронта ударной волны со сверхзвуковой скоростью (15).

Из указанного противоречия однозначно вытекает следующий вывод: спонтанных возмущений фронта ударной волны, описываемых решениями типа (8) с исходящими под углами (11) волнами, не существует. Такие решения не удовлетворяют принципу причинности.

Формально решение (8) в линейном приближении удовлетворяет уравнениям гидродинамики и граничным условиям — законам сохранения на фронте ударной волны. Однако в диапазоне углов (11) оно содержит в неявном виде некорректность. Дело в том, что в диапазоне углов (11) для решения (8) и для соответствующих трехволевых конфигураций оказывается нарушенным условие устойчивости ударной волны (2). В [3–5] такое условие предполагалось выполненным в качестве исходного для невозмущенной ударной волны. Однако в найденном решении для возмущенного фронта в случае углов (11) такая причинная связь своеобразным образом нарушена. Своебразие заключается в том, что до точки  $O$  (рис. 3) не доходят «сигналы» из возмущенной области зафронтового движения, которая должна быть связана причинным образом с точкой  $O$ . Условие (2) для точки  $O$  при этом выполняется лишь формально, по «букве», но не по «духу» законов гидро-

динамики. Действительно, при углах

$$\frac{\pi}{2} < \gamma < \pi \quad (16)$$

нормальные к фронтам 2 и 3 составляющие скорости вещества в точке  $O$  вообще не относятся к области зафронтового течения — к сектору III (рис. 2). Что касается остального диапазона углов (И)

$$\gamma_0 < \gamma < \frac{\pi}{2},$$

то нормаль к фронту 3, проведенная через точку  $O$  (рис. 3), хотя и попадает в сектор III, в отличие от случая (16), тем не менее не проходит через область зафронтового течения для фронта 3 — область, заключенную между фронтом 3 и тангенциальным разрывом (сектор III\* на рис. 3). При этом возмущения из сектора III\* не достигают точки  $O$ , и, следовательно, ее движение и состояние вещества в ней не связаны причинным образом с параметрами течения в секторе III\*. (Заметим, что нормаль к возмущенному ударноволновому фронту 2, проведенная через точку  $O$ , ни при какой ориентации фронта 3 не проходит через область зафронтового течения для скачка 2 — область, заключенную между фронтом 2 и тангенциальным разрывом. Это связано с тем, что волна 2 всегда исходящая. Она возникает в результате действия внешнего источника возмущения на ударную волну 1.)

Вследствие указанного нарушения причинной связи движения фронтов 2 и 3 в точке  $O$  с зафронтовым течением, конфигурация волн, заданная первоначально в виде, представленном на рис. 2, 3, или в виде решения (8), начнет немедленно распадаться: от точки  $O$  внутрь сектора III пойдет волна разрежения, фронты 2 и 3 искривятся, возникнут приходящая и отраженная от ударноволнового скачка волны и т. д. В этом можно убедиться, рассмотрев, например, вопрос о реализации решений (8) или эквивалентных им решений для конфигураций трех волн (см. рис. 2, 3) с точки зрения устойчивости таких решений. В [166] показано, что локальное возмущение рассматриваемых решений с исходящими волнами, т. е. в случае углов (11), в окрестности точки  $O$  (см. рис. 2, 3) занимает со временем все большую область, и ориентация фронтов все сильнее отличается от невозмущенной.

Важно отметить, что при этом интенсивность возмущения не возрастает неограниченно во времени, и если исходный прямолинейный фронт 3 и соответственно прямолинейный участок фронта 2 имеют ограниченную протяженность, то волны разрежения, распространяющиеся из области невозмущенного зафронтового течения слева направо (рис. 3), приводят со временем к полному затуханию волны 3 — возмущения исходной ударной волны. В случае же трехволной конфигурации с приходящей волной 3, т. е. при  $0 < \gamma < \gamma_0$ , возмущение исходной конфигурации, локализованное в окрестности точки пересечения фронтов, развивается во времени так, что конфигурация волн с достаточно протяженными прямолинейными отрезками фронтов приближается (в окрестности точки  $O$ ) к исходной. Варианты таких возмущений и их качественного развития показаны на рис. 7.

Результаты качественного анализа устойчивости решений полностью согласуются с приведенными выше выводами о невозможности существования самопроизвольных, не обусловленных внешним воздействием, стационарных возмущений фронта ударной волны с исходящими от него звуковыми волнами типа (8) во всем диапазоне углов (11).

В связи с нефизичностью решений типа (8) для спонтанных исходящих волн теряет доказательную силу и положений линейной теории устойчивости о стационарности гофрировочных возмущений фронта ударной волны в области (7) значений параметра  $L$ .

Вопросы о смысле бесконечного коэффициента отражения, о том, что же означает решение (8) с исходящими волнами, имеет ли оно физическое приложение, и об устойчивости ударной волны в области (7) рассматриваются в следующем пункте.

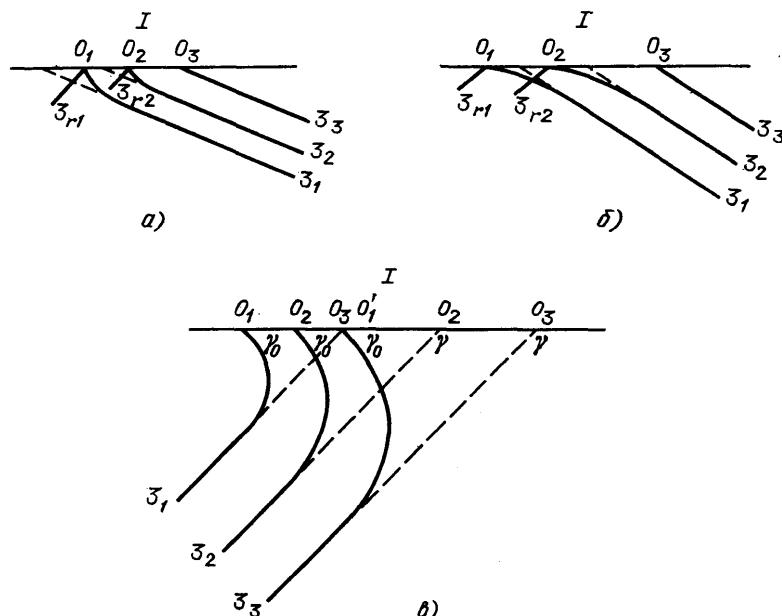


Рис. 7. Распространение слабой волны  $\mathcal{Z}$ , возмущенной в окрестности точки  $O$ .  $I$  — фронт ударной волны (с точностью до слабого излома в точке  $O$ ),  $I$  — область течения перед фронтом ударной волны. Индексы 1—3 относятся соответственно ко временам  $t_1$ ,  $t_2=t_1+\Delta t$ ,  $t_3=t_1+2\Delta t$ . На прямолинейных участках  $\mathcal{Z}$  в случаях  $a$  и  $b$  — приходящая волна, в случае  $c$  — исходящая волна; штриховые линии — условное продолжение прямолинейного фронта волны  $\mathcal{Z}$ .  $\mathcal{Z}_r$  — отраженная волна (на рис.  $c$  справа вверху точки  $O$  со штрихами —  $O'_1$ ,  $O'_3$ )

**1.7. Нелинейный анализ.** Предельный переход  $p_r \rightarrow 0$  для решений слабого и сильного семейств. Физический смысл решений (8) с исходящими волнами. В [12] на основе анализа отражения слабых возмущений от фронта ударной волны в квадратичном приближении показано, что при заданной достаточно малой амплитуде давления  $p_r$  падающей волны в окрестности резонансного угла  $\gamma = \gamma_{res}$  имеется два решения для коэффициента отражения  $\kappa$ . Будем далее их называть решениями слабого и сильного семейства по аналогии с известными результатами для отражения волны от жесткой стенки [1, 2]. В решении слабого семейства при  $p_r \rightarrow 0$  давление  $p_r$  отраженной волны в окрестности угла  $\gamma_{res}$  стремится к нулю как  $p_r^{1/2}$ . При удалении  $\gamma$  от  $\gamma_{res}$  решение слабого семейства приближается к соответствующему результату линейной теории. Указанная корневая зависимость  $p_r$  от  $p_r$  свидетельствует об устойчивости ударной волны в области (7) по отношению к достаточно слабым возмущениям, приходящим к фронту под углами, близкими к резонансному. Бесконечно малые возмущения, отражаясь от фронта ударной волны, не приводят к конечному изменению ее интенсивности. Амплитуда отраженной волны остается бесконечно малой, меняется лишь порядок малости\*). Этот результат позволяет также понять природу ре-

\*). При фиксированной разности  $\gamma - \gamma_{res}$  и достаточно большой амплитуде падающей волны регулярное отражение для одной из фаз волны (сжатия или разрежения) невозможно; см. [12].

шения (8) с исходящими волнами. В приближении, линейном по  $p_r$ , первопричиной возмущения может быть волна, приходящая под резонансным углом. Она имеет интенсивность, пропорциональную  $p_r^2$ , и, следовательно, остается «за кадром», как и все прочие нелинейные эффекты. Причинность явления в линейном приближении при этом отсутствует, но она есть в действительности, и если причина исчезает ( $p_r \rightarrow 0$ ), то исчезает и следствие ( $p_r \rightarrow 0$ ).

Очевидно, что в качестве слабого внешнего возмущения, квадратичного по давлению исходящих волн, могут служить и волны, падающие на фронт ударной волны под соответствующим резонансным углом со стороны дофронтового течения. В таком случае исходящая волна образуется в результате преломления падающей волны (о преломлении звука фронтом ударной волны в линейном приближении см. [11]).

В решении сильного семейства  $p_r$  при  $p_r \rightarrow 0$  не зависит от  $p_f$  и не переходит в результат линейного приближения при углах падения, далеких от резонансного. Это решение при  $p_r=0$  соответствует трехволновой конфигурации со слабой исходящей волной. Зависимость угла  $\gamma$  для такой конфигурации от давления  $p$  слабой исходящей волны  $\beta$  (см. рис. 2, 3) определяется уравнением  $\psi(\gamma) + ap = 0$ , переходящим в (9) при  $p=0$  (коэффициент  $a$  зависит от термодинамических свойств вещества [12]).

Решение (8) с исходящими звуковыми волнами можно рассматривать и как предельный случай решений сильного семейства (например, как соответствующую суперпозицию трехволновых конфигураций в пределе  $p_r=0$ ). Но поскольку приходящих волн в рассматриваемом пределе нет, опять возникает вопрос о причинности решения. В более общей постановке это вопрос о физическом смысле трехволновых конфигураций не только в пределе  $p_r \rightarrow 0$ , но и при конечной интенсивности слабой исходящей волны.

Можно указать мысленный эксперимент, причинно вполне обоснованный, в котором могли бы реализоваться такие трехволновые конфигурации. Представим себе бесконечно тонкий плоский поршень, свободно скользящий вдоль плоскости тангенциального разрыва (сектор III на рис. 3). В плоскости рисунка поршень изображается в виде бесконечно тонкой иглы (штриховая), упирающейся одним концом в точку  $O$ . Давление по обе стороны иглы одинаково, и игла не оказывает никакого влияния на течение всюду, кроме особой точки  $O$ . Длина иглы не существенна. Ориентация иглы в системе координат с неподвижной точкой  $O$ , а следовательно, и ее скорость в лабораторной системе координат определяются параметрами трехволновой конфигурации (расчет конфигурации в линейном и квадратичном приближениях см. соответственно в [12, 18]).

Решение с исходящими звуковыми волнами, полученное в линейной теории устойчивости ударных волн, можно представить в виде суперпозиции таких трехволновых конфигураций с бесконечно тонкими поршнями (толщина поршня должна иметь при этом более высокий порядок малости по сравнению с расстоянием между соседними поршнями).

Итак, при выполнении неравенств (7) можно указать три типа процессов, сопровождающихся стационарной (в системе координат, перемещающейся вместе с фронтом и со скоростью (15) вдоль фронта) «рябью» на поверхности фронта ударной волны и исходящими от нее звуковыми волнами. Каждый из этих процессов представляет собой внешнее воздействие на фронт ударной волны, не фигурирующее явно в линейном приближении.

В связи с обсуждавшимся выше смыслом решений типа [8] укажем на другой, хорошо известный, пример того, как решение гидро-

динамических уравнений с ударноволновым разрывом оказывается верным (имеющим физический смысл) только при наличии внешней причины явления, не отраженной в самих уравнениях и в граничных условиях. Имеется в виду решение для так называемой слабой или «недосжатой» детонации [29а, 30]. Самопроизвольный детонационный процесс распространяется, как известно, со скоростью Жуге  $D=D_s$ , но решением уравнений гидродинамики и законами сохранения на ударной волне допускаются и другие скорости:  $D > D_s$  при одних и тех же граничных условиях, налагаемых на течение при  $y = \pm\infty$ ,  $y$  — координата, отсчитываемая от фронта ударной волны вдоль линии тока. Решение, отвечающее скорости  $D > D_s$ , приобретает физический смысл и описывает реальный процесс, если «поджигание» вещества производится не ударной волной, а другим инициатором, например электрическим разрядом или сфокусированным светом, перемещающимся по веществу с заданной скоростью  $D$ . Вносимые подобными инициаторами энергии и импульс пренебрежимо малы и в уравнениях гидродинамики не учитываются. Инициатором задается лишь скорость распространения процесса, которая без него была бы невозможной (беспринцной).

Волны, приходящие под углами, близкими к резонансному\*), могут иметь, конечно, и шумовую (флуктуационную) природу, но вызываемое ими возмущение фронта ударной волны и образование («генерация») отраженных волн прекращаются после исчезновения причины, т. е. после затухания падающей волны.

Эти результаты указывают на устойчивость ударной волны относительно возмущений флуктуационной природы в области (7).

Однако в более полной постановке задачи об устойчивости ударной волны относительно малых возмущений в области (7) значений параметра  $L$  нужно еще ответить на следующий вопрос. Случайное или специально созданное внешним воздействием ограниченное по координате  $y$  малое возмущение зафронтового течения с давлением  $p_i$ , догоняя фронт ударной волны под углом, близким к резонансному, отражается от него в виде акустических и энтропийных волн меньшего порядка малости ( $\sim p_i^{1/2}$  [12]). Взаимодействие этих волн порождает приходящую волну более высокого порядка малости ( $\sim p_i$ ). При ее отражении порядок малости вновь может понизиться до  $p_i^{1/2}$  и т. д. Не будет ли такой процесс многократных отражений расходящимся по амплитуде возмущения? Для ответа на этот вопрос следует рассмотреть два различных типа начального приходящего возмущения.

1. Возмущение (с давлением  $p_i$ ) представляет собой волну, ориентированную под углом, настолько близким к резонансному, что отраженные акустические и энтропийные волны имеют меньший порядок малости  $p_i^{1/2}$ . Порожденная взаимодействием этих волн новая приходящая волна имеет порядок малости  $p_r$ . Однако она ориентирована в направлении, далеком от резонансного. (Ориентация определяется законом зеркального отражения акустической волны от почти плоской энтропийной неоднородности и совпадение угла  $\gamma$  с резонансным углом  $\gamma_{res}$  было бы невероятной случайностью). Отражение такой волны от ударноволнового фронта не приводит к изменению порядка малости возмущения и, следовательно, рассматриваемый процесс последовательных отражений возмущения затухает.

2. Исходное возмущение не является «моноугловым» и представляет собой интегральную суперпозицию различно ориентированных плоских волн (интеграл Фурье по волновому вектору  $k$ ). Амплитуда

\*.) Энергия флуктуационной волны пропорциональна  $\Delta\gamma$  и для волн, излучаемых строго под определенным углом  $\gamma$ , равна нулю.

давления парциальных волн с волновыми векторами, заключенными (по модулю) в бесконечно малом интервале  $d\mathbf{k}$ , в этом случае пропорциональна  $dk$  (т. е. и дифференциальному  $d\gamma$ ) и, следовательно, бесконечно мала. Амплитуда волны, отраженной от ударноволнового фронта, при этом всюду, кроме одной лишь точки резонанса  $\gamma = \gamma_{res}$ , имеет тот же порядок малости, что и падающая волна, и выражается [12] в виде

$$dp_r = \frac{-\psi(\gamma_r) + [\psi^2(\gamma_r) - 4\psi(\gamma_f)ad p_f]^{1/2}}{2a} = -\frac{\psi(\gamma_f)}{\psi(\gamma_r)} dp_f, \quad (17)$$

где  $\gamma_f$  и  $\gamma_r$  — значения угла  $\gamma$  для падающей и отраженной волны соответственно,  $a$  — коэффициент, величина которого для дальнейшего не существенна. Зависимость функции  $\psi$  от  $\gamma$  и параметров, характеризующих термодинамические свойства вещества и ударную адиабату, приведена в [12]. Относительно этой функции для дальнейшего существенно лишь то, что она обращается в нуль только при резонансном угле отражения  $\gamma_r = \gamma_{r,res}$ . При этом в окрестности точки  $\gamma_{r,res}$

$$\psi(\gamma_r) = \text{const} \cdot (\gamma_r - \gamma_{r,res}).$$

Полюс  $\gamma = \gamma_r$  в формуле (17) не приводит к расходимости интегрального давления  $p_r$  отраженных волн вследствие их интерференции. Соответственно при вычислении  $p_r$  интеграл следует брать в смысле главного значения:

$$p_r = - \int_0^{\gamma_0} \frac{\psi(\gamma_f)}{\psi(\gamma_r)} \frac{dp_f}{d\gamma_f} d\gamma_f.$$

Таким образом, и в случае 2 возмущение, отражаясь от фронта ударной волны, не меняет порядка малости и, следовательно, процесс многократного отражения возмущений затухает.

Отметим, что согласно [31] приходящие волны, порожденные нелинейным взаимодействием исходящих волн, при определенной форме ударной адиабаты из области (7) могут приводить к бесконечному усилению возмущений ударноволнового фронта\*). Однако такой результат относится к моногармоническим, падающим под резонансным углом волнам конечной амплитуды (а не флуктуационным «белым шумам»). Нелинейный анализ [12] показывает, что картина взаимодействия слабых, падающих под резонансным углом волн конечной амплитуды, знакопеременных по  $p_r$ , с фронтом ударной волны не сводится к простой конфигурации четырех волн (падающая и отраженная слабые волны, невозмущенная и возмущенная ударная волна; см. примечание на с. 507).

Вышеизложенным по существу исчерпывается доказательство невозможности существования самопроизвольных, не обусловленных внешним воздействием, стационарных возмущений фронта ударной волны с исходящими от него звуковыми волнами типа (8) во всем диапазоне углов  $\gamma_0 < \gamma < \pi$ .

Важно, однако, иметь в виду, что несмотря на устойчивость ударной волны в области (7) относительно термодинамических шумов, область (7) все же является особой в следующих отношениях. Как уже

\*.) В [31] предполагалось, что первичное возмущение — исходящая волна. Самостоятельное движение такой волны вдоль ударноволнового фронта не удовлетворяет принципу причинности. Физически корректная постановка вопроса соответствует заданию первичного возмущения в виде приходящих волн. Но в математическом отношении при исследовании харкера обратной связи между фронтом ударной волны и течением за ним направленность начального возмущения (к фронту или от него) не имеет принципиального значения.

отмечалось (см. примечание на с. 507), регулярное отражение слабого возмущения фронтом ударной волны возможно не всегда. Слабая волна конечной амплитуды  $p_f$  либо сжатия, либо разрежения (в зависимости от знака коэффициента  $a$  в (17)), падающая на фронт ударной волны под углом  $\gamma$ , достаточно близким к резонансному  $\Delta\gamma = \gamma_{res} - \gamma$  (чем больше  $p_f$ , тем большим может быть  $\Delta\gamma$ ) [12], приводит к качественной перестройке ударной волны — к ее распаду на волну существенно иной интенсивности и на другие элементы, подобно распаду произвольного разрыва. Иными словами, ударная волна в области (7) неустойчива относительно малых возмущений специального типа — монохроматических волн конечной амплитуды, падающих под углом, близким к резонансному.

Вторая особенность ударных волн в области (7) заключается в аномально большом усилении определенных компонент шумового фона, падающих под углами, близкими к резонансным углам отражения или преломления. В результате такие компоненты оказываются выделенными относительно других случайных возмущений.

**1.8. Устойчивость ударной волны, поддерживаемой поршнем.** В заключение анализа проблемы гидродинамической устойчивости ударных волн рассмотрим вопрос о взаимодействии ударной волны с поршнем. Строго говоря, этот вопрос относится к иной проблеме — устойчивости течений с ударными волнами (см., например, сборник трудов [32]). Однако в условиях, предназначенных для исследования ударных волн и различных физико-химических процессов в них, часто используется та или иная разновидность поршня. Так, например, в ударных трубах роль поршня может играть толкающий плотный газ; при генерации волны в процессе удара исследуемого материала о преграду большой акустической жесткости роль поршня играет преграда. Наконец, поршнем ограниченных поперечных размеров для отошедшей ударной волны является любое тело, движущееся в среде со сверхзвуковой скоростью. Поэтому вопрос об устойчивости ударной волны, поддерживаемой поршнем, может быть с полным правом отнесен к числу рассматриваемых в теории устойчивости ударных волн.

Вопрос ставится так: пусть заданной постоянной скорости и плоского поршня соответствует определенная скорость генерируемой им ударной волны. Пусть затем скорость поршня мгновенно меняется на малую величину  $\delta u$ . Порожденное этим слабое плоское возмущение догонит ударную волну, отразится от нее, отразится от поршня и т. д. Будет ли такой процесс многократных отражений сходящимся, т. е. приведет ли он к новому установившемуся движению, в котором скорость ударной волны отличается от исходной также на малую величину? Аналитическое решение такой задачи получено в [23], графический вариант решения см. в [33]. Ответ на поставленный вопрос вытекает также в качестве следствия анализа многократных отражений возмущения от параллельных фронтов двух плоских ударных волн, движущихся в противоположные стороны [34]. Решение выражается в виде неравенства, налагаемого на параметр  $L$ , см. (4), и заключается в следующем. Процесс многократных отражений сходится, если  $L < 1$ , и расходится, если

$$L \geq 1, \quad (18)$$

т. е. волна, поддерживаемая поршнем, устойчива при  $L < 1$  и неустойчива в обратном случае\*).

\*.) В точке  $L=1$  производная  $du/dp_2$  обращается в нуль. При  $L > 1$  выполняется неравенство  $du/dp_2 < 0$ . Отсюда и из того факта, что область аномальной формы ударной адиабаты (в частности, область с  $L > 1$ , т. е. и с  $du/dp_2 < 0$ ) всегда ограничена, сле-

Условие (18) является не столь жестким, как второе из неравенств (6), для практической реализации, но пока что сделать это не удалось. Подробнее о возможности реализации критериев неустойчивости см. в разделах 5 и 6.

Численное моделирование процесса взаимодействия ударной волны с поршнем и обнаруженную при этом неустойчивость течения в случае специальной теоретической модели уравнения состояния, приводящей к участкам ударной адиабаты с  $L > 1$ , а также с  $L > 1 + 2M_a^2$  (см. в [36]).

## 2. О возможной структурной неустойчивости ударной волны.

**2.1.** Вводные замечания и краткая сводка данных о структурной неустойчивости ударных волн. Как отмечалось в разделе 1.1, вопросы устойчивости структуры ударных волн представляют интерес в основном при решении тех задач, в которых нужно знать особенности течения в малых масштабах, сравнимых с протяженностью  $\delta$  релаксационного слоя ударной волны. О тех исключениях, когда структурная неустойчивость и характер зафронтового течения на расстояниях, больших по сравнению с  $\delta$ , оказываются взаимосвязанными, см. раздел 4.

Выполнение гидродинамических условий неустойчивости ударных волн (6) или даже менее жестких условий (18), (7) для неустойчивого взаимодействия ударной волны с поршнем и для резонансного отражения и преломления звука соответственно, как правило, связано с практически трудно реализуемыми термодинамическими свойствами веществ, см. раздел 5. Поэтому долгое время вопрос о возможной неустойчивости ударной волны с практической точки зрения считался в значительной степени абстрактным: в практических применениях ударные волны, как правило, устойчивы\*). Более того, даже детонационные волны, в которых имеется сильная положительная обратная связь между интенсивностью ударной волны, инициирующей тепловыделение, и скоростью тепловыделения, устойчивы в больших масштабах. Только благодаря весьма тонким специальным исследованиям удалось обнаружить в 50-е годы (см. монографии [30, 38]), что детонационные волны, устойчивые в макромасштабе, имеют во многих случаях неламинарную, «пульсирующую» структуру. При достаточно сильном пересжатии детонационной волны такие особенности ее фронта исчезают. Эти факты вместе с многочисленными экспериментальными свидетельствами того, что ударные волны структурно устойчивы, использованы даже для приближенной оценки степени пересжатия детонационных волн, при которой в них исчезает пульсационная структура [39].

Однако по мере накопления экспериментальных данных о распространении сильных ударных волн в различных средах со сложными релаксационными процессами (колебательная релаксация, химические реакции, ударные и радиационные процессы электронного возбуждения и ионизации) появился ряд сообщений о тех или иных отклонениях от простой стационарной структуры волн, для которой характерна однородность в направлениях, параллельных плоскости фронта, и монотонность или в особых редких случаях слабо выраженная немонотон-

дует: любому одному значению  $u$ , взятому на том отрезке адиабаты, где  $L > 1$ , отвечают (по крайней мере) три значения  $p_2$  [35]. Два из них (минимальное и максимальное) соответствуют устойчивому течению, а третье — неустойчивому. Именно это значение  $p_2$  и находится на отрезке адиабаты с  $L > 1$ .

\* Специальные опыты по отражению света фронтом ударной волны [37] показали, что на фронте нет по крайней мере таких неоднородностей, которые имели бы размер порядка или больше длины световых волн.

ность изменения плотности и давления вдоль линии тока. Характер отклонений варьируется в широких пределах, от одномерных чередований максимумов и минимумов плотности вдоль линии тока [40–43] до радиальной перестройки структуры [41, 42, 44–49] и ее «турбулизации» (хаотическое распределение темных и светлых пятен, которые видны при наблюдении фронта с торца ударной трубы в очень сильных ударных волнах (инертные газы аргон, ксенон [49]). Приведенными литературными данными не исчерпывается полный список экспериментальных публикаций. Ряд оригинальных экспериментальных данных и библиография по теме содержатся в [48].

**2.2. Теоретические представления о структурной неустойчивости ударных волн и некоторые задачи на будущее.** Интенсивности ударной волны, при которых наблюдаются указанные в разделе 2.1 качественные изменения картины зафронтового течения, меняются в широких пределах в зависимости от исследуемого газа и других условий эксперимента. Представляется несомненным, что мы имеем дело здесь с разнородными явлениями, и нужна большая работа, экспериментальная и теоретическая, по выяснению причин и механизмов, лежащих в их основе.

Прежде всего, конечно, важно установить, в каких случаях наблюдается собственно неустойчивость структуры волны, а в каких источниками наблюдаемых возмущений являются те или иные граничные эффекты, создающие лишь имитацию неустойчивости. Вследствие технических трудностей такой анализ во многих случаях не проводился. Однако имеется ряд экспериментальных указаний на граничные эффекты. В [50–53] обнаружено сильное хаотическое возмущение фронта ударной волны, обусловленное известной неустойчивостью Рэлея — Тейлора [54, 55] контактного разрыва, в данном случае — контактной поверхности, которая разделяет толкающий и толкаемый газы в ударной трубе [50] или при взрыве конденсированного ВВ в газообразной среде (цилиндрический заряд ВВ в среде воздуха, аргона, ксенона [51–53] \*). По мере удаления фронта ударной волны от контактной поверхности интенсивность возмущения фронта должна уменьшаться. Однако в тех условиях, когда контактный разрыв турбулизуется достаточно быстро, приходящие от него возмущения еще могут заметно деформировать фронт волны в момент его регистрации измерительной аппаратурой.

В [49] обращено внимание на то, что наблюдаемые через боковое окно кризисные явления при распространении сильной ударной волны в ксеноне и аргоне [41, 42] могут быть обусловлены появлением предвестника — продуктов испарения стенок трубы, нагретой излучением. За особенности структуры ударной волны могут быть приняты также образующиеся в определенных условиях сложные пристеночные конфигурации волн [56–58] и другие эффекты взаимодействия потока газа со стенкой ударной трубы. Образование вихрей в фреонах за криволинейным фронтом отошедшей ударной волны при обтекании затупленного тела и возможные при этом нестационарные возмущения фронта [59] также следует отличать от его структурной неустойчивости.

Вследствие недостаточной пока экспериментальной разработки вопросов структурной неустойчивости ударной волны их теоретическое исследование особенно актуально как в общенаучном, так и в прикладном отношении.

---

\*) Отметим, что при тех больших интенсивностях ударной волны, которые получены в опытах [51–53], наряду с возмущениями от контактной поверхности на турбулизацию фронта могут оказывать влияние и собственно релаксационные процессы, связанные с переносом излучения.

Обсудим кратко имеющиеся теоретические представления о возможной структурной неустойчивости ударных волн и некоторые задачи на будущее.

В [60] на примере волны горения показано, что слабые волны, имеющие, как известно [1], очень протяженную по сравнению с длиной  $l$  свободного пробега молекул релаксационную зону, обусловленную макроскопическими диссипативными процессами вязкого трения и теплопроводности, структурно устойчивы. Что касается вязкого скачка уплотнения в сильных ударных волнах, протяженность которого сравнима с  $l$ , то его нельзя описать уравнениями механики сплошной среды. С микроскопической же точки зрения такая структура нестационарна: молекулы в ней совершают случайные блуждания, и о стационарности можно говорить только в среднем. Масштабы микроскопических неоднородностей в скачке уплотнения сильной ударной волны сравнимы с  $l$ . При усреднении по макроскопическому объему, содержащему огромное число молекул, микроскопические неоднородности проявляются лишь в виде флюктуации, которые в структуре скачка намного крупнее, чем при термодинамическом равновесии [61–64], но все же очень малы по сравнению с термодинамическими и газодинамическими величинами в макроскопическом объеме. Влияние же таких малых флюктуаций на течение в макроскопических масштабах может быть существенным только в таких случаях, когда это течение неустойчиво. Это возможно, если не выполнены критерии гидродинамической устойчивости (возможен распад ударноволнового скачка на другие устойчивые «элементы»; см. раздел 1.3). Если же по гидродинамическим критериям ударная волна устойчива, как это обычно и бывает, то неустойчивость структуры ударной волны в макроскопических масштабах возможна лишь в тех случаях, когда в ударной волне происходят относительно медленные релаксационные процессы, приводящие к макроскопической длине б релаксационной зоны (такие, например, как колебательная релаксация, химические реакции, ударное и радиационное возбуждение электронов и ионизация).

Для развития неустойчивости необходимы положительные обратные связи между кинетическими или между гидродинамическими и кинетическими факторами. В детонационных волнах механизмы положительных обратных связей (если не все, то, по крайней мере, некоторые из них) установлены.

Одна из причин неустойчивости плоского фронта детонационной волны заключается в следующем. Из гидродинамической теории одномерного стационарного адиабатического течения известно, что давление вдоль линии тока уменьшается (увеличивается), если течение сопровождается экзотермическими (эндотермическими) реакциями. За фронтом детонационной волны идут экзотермические реакции — выделяется тепло, и давление уменьшается. Этую ниспадающую кривую давления, как функцию расстояния  $y$  от фронта ударно-волнового скачка, начинаяющуюся в точке  $y = 0$  и заканчивающуюся в звуковой точке (точке Жуге) [1, 29а, 30, 38], часто называют химическим пиком.

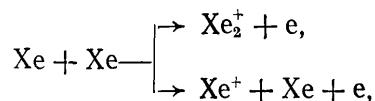
Случайное малое повышение давления на некотором отрезке трубы тока, примыкающем к фронту ударной волны детонационного комплекса, приводит к сокращению времени тепловыделения в этой трубке тока (назовем ее центральной) и к более быстрому спаду давления в химическом пике. Почти на всем протяжении ниспадающей части химического пика давление в соседних трубках тока будет более высоким по сравнению с давлением в центральной трубке тока, что приведет к ее сжатию и увеличению энергии в ней. Это может оказаться достаточным для дальнейшего ускорения экзотермической реакции и сокращения протяженности химического пика в центральной трубке тока и т. д.

Количественный приближенный критерий существования такой положительной обратной связи, достаточной для развития неустойчивости, получен Щелкиным [65] (см. также уточнение критерия [66] и качественный анализ механизма пульсаций детонационного фронта [67]). Подчеркнем, что основными «элементами» данного механизма неустойчивости являются наличие химического пика и достаточно сильное уменьшение его протяженности при увеличении интенсивности ударной волны. Качественно аналогичные критерии получены в линейной теории устойчивости детонационной волны [68, 69] и при анализе устойчивости детонационной волны в одномерном приближении [70].

Однако в отличие от детонационной волны обратная связь между гидродинамическими и кинетическими процессами в ударной волне обычно отрицательна: вместо спада давления, характерного для химического пика детонационной волны, в релаксационной зоне ударной волны давление обычно возрастает, что связано с эндотермичностью необратимых процессов. Исключение из этого «правила» составляют случаи немонотонного поглощения тепла, возможные, в принципе, при чередовании нескольких необратимых процессов. При этом в некоторой части релаксационной зоны ударной волны происходит не уменьшение, как обычно, а увеличение энергии поступательных степеней свободы газа, и в результате образуется структура типа химического пика детонационной волны. Однако давление в максимуме такого «химического пика» в известных случаях [71–73] превышает давление равновесной зоны за фронтом ударной волны всего лишь на величину порядка одного процента. Столь слабого «химического пика» при любой реальной зависимости скорости релаксационных процессов от интенсивности ударной волны заведомо недостаточно для возникновения положительной обратной связи детонационного типа и неустойчивости структуры волны.

В [74] сообщается о значительно (примерно на порядок) большей величине «химического пика», полученного при расчетах структуры сильной ударной волны в ксеноне (при числах Маха  $Ma \approx 20 \div 40$ ). Такой результат, согласно [74], связан с накоплением в структуре волны больших сверхравновесных концентраций двухатомных ионов  $Xe_2^+$ . Однако в [74] допущены две неточности: при рассматриваемых интенсивностях ударной волны

1) данные о сечении двухканальной реакции



использованные в [74] при расчетах скорости образования  $Xe_2^+$ , относятся, в действительности, главным образом ко второму каналу реакции,

2) энталпия колебаний и вращения молекулярного иона  $Xe_2^+$ , принятая в [74] равной  $(5/2)kT$ , сильно завышена, так как при рассматриваемых температурах  $kT$ , которые в 2–2,5 раза превосходят энергию диссоциации  $D$  иона  $Xe_2^+$ , его колебательная и две вращательные степени свободы имеют в сумме энергию, близкую к  $D$ , т. е. в 5–6 раз меньшую, чем  $(5/2)kT$ . Введение соответствующих поправок привело бы к понижению «химического пика» до значений такого же порядка, как в указанных выше случаях ( $\sim 1\%$ ), или к его полному исчезновению.

В целом в отношении структурной неустойчивости рассматриваемого детонационного типа можно сделать следующие выводы. Структур с достаточно ярко выраженным «химическим пиком» в ударных волнах,

по-видимому, еще не обнаружено. Теоретически такие структуры возможны, но для их реализации в ударной волне должны протекать хорошо разделенные во времени и энергоемкие релаксационные процессы: быстрые —эндотермические и медленные — экзотермические. Эти почти взаимоисключающие требования дают основание полагать, что рассматриваемые структуры могут быть лишь редким исключением.

Заканчивая обсуждение вопроса о механизме неустойчивости, обусловленном химическим пиком в релаксационной зоне волны, отметим, что положительная обратная связь этого механизма существует при стационарной (квазистационарной) структуре возмущенной области течения. Поэтому характерный размер неоднородностей, при котором может быть эффективным такой механизм неустойчивости, должен быть достаточно велик для того, чтобы за время существования возмущенной области течения в ней успевала установиться квазистационарная структура. Наблюдаемое экспериментально ячеистое строение фронта детонационных волн соответствует таким масштабным условиям, и это находится в качественном соответствии с указанной выше моделью положительной обратной связи кинетики химических реакций и гидродинамики течения в детонационной волне. Однако не исключено, что могут быть эффективными и другие механизмы положительной обратной связи кинетики и гидродинамики, более короткомасштабные по сравнению с характерными масштабами (пространственными и временными), необходимыми для установления стационарного течения в релаксационной зоне волны. Подобный механизм неустойчивости, по-видимому, ограничен более жесткими условиями, налагаемыми на зависимость скорости химических реакций от интенсивности волны, но он не связан с наличием химического пика и может действовать и тогда, когда обсуждавшегося выше альтернативного механизма неустойчивости нет. Исследования критериев релаксационной неустойчивости такого типа в ударных волнах представляют значительный интерес.

Другой тип структурной неустойчивости может быть обусловлен наличием особых точек в системе уравнений, описывающих физико-химические релаксационные процессы. Изменения давления и объема вдоль прямой Рэлея — Михельсона в процессе релаксации при этом может быть лишь фоном, дополнительным условием такого же типа, как, например, условие изобаричности или изохоричности процесса. Имеется в виду возможная неустойчивость решений уравнений релаксации, выражаяющаяся в том, что малые возмущения фазовой траектории (в том числе и начальных данных для интегральных кривых) приводят в дальнейшем к сильному «разбеганию» траекторий. Такие траектории расположены вблизи сепаратрис особых точек системы уравнений.

Термодинамические свойства всех веществ и свойства всех релаксационных уравнений, описывающих относительно медленный переход системы в равновесное состояние, таковы, что интегральные кривые, вышедшие из малой окрестности одной общей начальной точки (в начальный момент времени при  $t=0$ ), снова собираются при  $t \rightarrow \infty$  в малой окрестности некоторой точки фазового пространства, отвечающей равновесию за фронтом ударной волны. Это довольно жесткое ограничение для указанного выше «разбегания» траекторий. Но в принципе оно возможно.

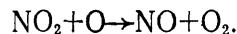
Анализ особых точек и поля интегральных кривых системы релаксационных уравнений очень сложен вследствие многомерности фазового пространства и нелинейности уравнений. Эта проблема нуждается в дальнейшем изучении применительно к конкретным задачам и в отношении поиска общих закономерностей.

Отметим, что встречающиеся иногда в печати попытки исследовать устойчивость решения системы уравнений для структуры ударных волн

методом линеаризации возмущений и решения векторного уравнения для собственных частот при мгновенных (локальных) значениях коэффициентов уравнений (т. е. тем методом, который применим для линейных уравнений с постоянными коэффициентами) несостоительны и могут приводить к качественно неверным выводам.

При классификации особенностей в структуре ударной волны следует учитывать и возможность чередования нескольких максимумов и минимумов давления, плотности и других переменных, характеризующих регулярную структуру волны. Регулярная квазистационарная структура (с затуханием колебаний по мере приближения к термодинамическому равновесию), если она обязана своим происхождением не пристеночным эффектам, может быть обусловлена воспроизведенным от опыта к опыту чередованием эндотермических и экзотермических релаксационных процессов.

Согласно сообщению [43] структура с несколькими осцилляциями (плотности, концентраций компонент) наблюдается при распространении ударной волны в газе  $\text{NO}_2$  (начальное давление 0,25–4,5 торр,  $T_2 = (2600\text{--}3000)$  К). Предполагается, что причиной осцилляции является положительная обратная связь между скоростью распада молекулы  $\text{NO}_2$  и влияющей на эту скорость величиной колебательной энергии  $E$  молекул  $\text{NO}_2$  и  $\text{O}_2$ . Накопление энергии  $E$  происходит в результате экзотермической второй реакции



Однако в аналогичных экспериментах (Зуев А. П., Тарасенко М. В., Ткаченко Б. К. [75]) осцилляции в структуре волны не наблюдалось. Для однозначного представления о структуре ударной волны в  $\text{NO}_2$  нужны дальнейшие экспериментальные и теоретические исследования.

### 3. Устойчивость ударной волны, распространяющейся по предварительно возбужденному веществу.

**3.1. Термодинамически равновесное возбуждение.** Причиной гидродинамической или структурной неустойчивости ударной волны может быть действие внешних источников энергии, приводящее к термодинамически равновесному или избирательному возбуждению степеней свободы молекул перед фронтом ударной волны или за ним. Термодинамически равновесное возбуждение вещества перед фронтом ударной волны не приводит к принципиально новым аспектам проблемы устойчивости волн. Это всего лишь один из способов приготовления начального равновесного состояния, позволяющий получить вместо одной ударной адиабаты семейство адиабат. Вопросы устойчивости, связанные с возможной формой таких адиабат и с особенностями структуры ударных волн, распространяющихся по термодинамически равновесному веществу, рассмотрены в разделах 1 и 2.

**3.2. Неравновесное возбуждение.** Сравнительно новым в ударноволновой тематике является ряд работ, в которых рассматривается прохождение ударных волн через вещество, предварительно выведенное из состояния термодинамического равновесия действием какого-либо внешнего источника энергии (электрического разряда, лазера в ИК диапазоне частот и др.), однородным в направлениях, параллельных плоскости фронта\*). Для получения нетривиальных экспериментальных результатов при этом нужно, чтобы ударная волна сильно ускоряла процесс релаксации. Иначе либо релаксация успеет произойти до прихода удар-

\*). Здесь не рассматриваются ударные волны с пространственно неоднородными начальными состояниями.

ной волны, либо область постоянного течения за фронтом волны должна быть слишком большой и потому неосуществимой при типичных масштабах эксперимента. Но при таком условии предварительно возбужденное вещество сходно с любыми другими веществами, находящимися в термодинамически неравновесном метастабильном состоянии, и, в принципе, способными детонировать [76]. При этом, строго говоря, мы имеем дело с такой адиабатой для равновесных состояний за фронтом волны, которая является детонационной, а не ударной. В отличие от ударной адиабаты она, в частности, не проходит через точку начального состояния вещества [1].

Равновесная детонационная адиабата и ударная адиабата, соответствующая состоянию вещества, сжатого в скачке уплотнения, но еще «замороженного» по всем степеням свободы (кроме поступательных и вращательных), как правило, удовлетворяют гидродинамическим условиям устойчивости (5). Однако структурная неустойчивость в таких квазидетонационных процессах весьма вероятна. При теоретических оценках области параметров, характеризующих неравновесное состояние перед волной и ее интенсивность (степень «пересжатия»), в которой волна структурно неустойчива, можно исходить из критериев, полученных в теории устойчивости детонационных волн. Но в каждом конкретном случае нахождение границ такой области представляет собой трудную задачу вследствие отличия реальных релаксационных процессов от тех простых моделей кинетики тепловыделения, для которых получены критерии устойчивости детонационной волны.

**4. О взаимосвязи гидродинамической и структурной устойчивости ударных волн.** На основе сказанного в разделах 1 и 2 можно сделать вывод о том, что при исследовании устойчивости ударной волны в целом достаточно, как правило, гидродинамический и структурный аспекты устойчивости рассмотреть по отдельности. Так, если волна неустойчива по гидродинамическим критериям линейной теории, то вопрос об устойчивости ее структуры становится беспредметным (нет самой волны). Если же ударная волна устойчива относительно распада на другие элементы, т. е. устойчива по гидродинамическим критериям, то структурные «пульсации» не нарушают этой устойчивости, поскольку в больших масштабах они затухают вследствие диссилиативных процессов трения и теплопередачи. Последнее заключение, однако, строго говоря, справедливо не всегда. Возможны, по крайней мере, два случая, когда гидродинамическая неустойчивость следует из структурной или когда они жестко взаимосвязаны и составляют единое целое.

1. Как отмечалось в разделе 1.5, к границе неустойчивости по линейной теории примыкают участки ударной адиабаты, на которых критерии (5) линейной теории выполнены, но ударноволновой разрыв разложим на другие элементы. В таких случаях вопрос об устойчивости ударноволнового разрыва относительно распада на эти элементы должен решаться путем анализа структурной устойчивости разрыва.

2. Возможный единый механизм гидродинамической и структурной неустойчивости заключается в следующем. Распространение ударной волны может сопровождаться потерями энергии, зависящими от интенсивности волны и от релаксационных процессов в ее структуре. В безграничной среде такие потери имеют место, например, в результате выхода электромагнитного излучения вперед — в область невозмущенного газа. Излучение имеет конечную длину пробега на любой частоте. Поэтому в достаточно больших масштабах задачи никаких потерь нет, и роль излучения сводится к еще одному фактору формирования структуры ударной волны. Однако обычно для реальных масштабов задачи (например, в опытах с ударными трубами или при сверхзвуковом движении

затупленного тела) холодный газ перед волной практически прозрачен для значительной части спектра излучения, и оно уходит вперед «на бесконечность», приводя, таким образом, к потерям.

Форма равновесной ударной адиабаты зависит от относительной величины потерь, и если эта величина меняется при изменении интенсивности ударной волны, то на ударной адиабате, в принципе, могут появиться участки, на которых не выполняются гидродинамические критерии устойчивости, устойчивости движения волны с поршнем (16) или условия резонансного отражения и преломления слабых возмущений (7) для определенных — резонансных — углов падения.

Расчеты ударной адиабаты на примере водорода и инертных газов [77] показали, что лучистые потери (к ним отнесена часть излучения черного тела из равновесной зоны за фронтом ударной волны, которая соответствует частотам, меньшим частоты перехода атома в первое возбужденное состояние) не приводят к условиям, при которых возможно резонансное отражение (преломление) слабых возмущений (тем более при этом не выполняются условия неустойчивости (6)). Однако это лишь малая часть необходимых исследований. Потери на излучение в общем случае зависят от структуры ударноволнового фронта, которая сама формируется с участием излучения. Предельный случай сильного влияния излучения на структуру ударной волны реализуется в волнах так называемой критической или сверхкритической интенсивности [78]. Однако в отношении возможных взаимосвязей релаксационных процессов в структуре ударной волны с потерями на излучение, которые могли бы привести и к структурной, и к гидродинамической неустойчивости, представляют интерес интенсивности, значительно меньшие, чем критические. (См. в связи с этим о пятнистом свечении фронта сильных ударных волн в инертных газах [49].)

Отметим еще, что своеобразное взаимодействие структурных процессов с ударноволновым разрывом в целом может иметь место в том случае, когда ударная волна отвечает условиям гидродинамической устойчивости «на пределе», т. е. когда небольшого возмущения достаточно для нарушения устойчивости. Если при этом волна структурно неустойчива, то такими возмущениями могут быть структурные «пульсации», не успевшие полностью сгладиться за пределами релаксационной зоны. Вследствие хаотического характера пульсаций, их диссипации и интерференционных эффектов рассматриваемое взаимодействие механизмов неустойчивости может привести, по-видимому, лишь к некоторому удлинению области затухания пульсаций, но не к неустойчивости течения в больших масштабах. Более детальный анализ этих процессов не представляется необходимым ввиду крайне маловероятного сочетания исходных условий.

5. О практическом выполнении критериев гидродинамической неустойчивости ударных волн. Полученные более 30 лет тому назад критерии (6) неустойчивости ударных волн до сих пор в основном остаются лишь теоретическими предсказаниями. Эти критерии хотя и не противоречат термодинамическим неравенствам  $(\partial p / \partial v)_T < 0, c_v > 0$ , оказываются, тем не менее, столь «аномальными» с термодинамической точки зрения, что до сих пор не найдены вещества, уравнения состояния которых приводили бы к выполнению неравенств (6), исключая лишь случаи ударных адиабат с изломом или с плавным перегибом, изображенные на рис. 4. (В линейном анализе устойчивости [3] предполагалось, что ударная адиабата не имеет точек перегиба — таких, как точка  $L^-$  (см. рис. 4).) Предельный случай (с изломом ударной адиабаты, рис. 4) неравенства  $L < -1$  может реализоваться при фазовых переходах первого рода или при пластичности. В этом случае, как известно, вместо одной волны при определенных условиях возникают конфигурации, основными элемента-

ми которых являются две ударные волны, распространяющиеся в одном направлении (см. рис. 21 в Приложении). Неравенство  $L < -1$  также реализуется в очень редких случаях отрицательной второй изэнтропической производной [1]:  $(\partial^2 v / \partial p^2)_s < 0$ , если это неравенство выполняется в окрестности начальной точки ударной адиабаты.

Другой критерий неустойчивости — второе неравенство (6) — реализовать практически гораздо труднее, и до сих пор это сделать не удалось.

Существенно, что и меньшие значения параметра  $L$ , заключенные в пределах (7), с определенностью установлены пока в исключительных случаях — в некоторой области состояния двухфазной системы жидкость—пар (меди [79], воды [80], об устойчивости ударных волн в газах см. раздел 6.1). Напомним, что значения  $L$ , удовлетворяющие неравенствам (7), замечательны тем, что каждому такому значению соответствует определенный угол падения, при котором происходит резонансное отражение (преломление) звука фронтом ударной волны. Кроме того, волна при этом неустойчива относительно одной из фаз (сжатия или разрежения) резонансного возмущения конечной амплитуды (см. раздел 1.7). Общность термодинамических свойств двухфазных систем жидкость—пар (см. [81, 82]) дает основание полагать, что область (7) существует и в других двухфазных системах, например, во фреонах. Возможность экспериментального наблюдения резонансного отражения и других особенностей взаимодействий фронта ударной волны с малыми возмущениями в таких системах ограничена вследствие гравитационной конвекции (всплытие пузырьков газа) и большими временами релаксации (тепло- и массообмена). Есть, однако, своеобразные возможности реализации условий неустойчивости (6), (16) или условий резонансного отражения звука (7), связанные не с аномалиями термодинамических свойств, а с изменением уравнений сохранения для ударной волны, обусловленными какими-либо потерями энергии, например потерями на излучение. Согласно расчетам [77, 83], выполненным для водорода и инертных газов (на примере ксенона), возрастание лучистых потерь по мере увеличения интенсивности волны не приводит к появлению областей (6), (7) на ударных адиабатах. Однако вследствие сложной зависимости спектральных коэффициентов поглощения света от температуры и плотности существование областей (6), (7) представляется возможным, и этот вопрос требует дальнейшего исследования.

## 6. Устойчивость ударных волн в диссоциирующих и ионизующихся идеальных газах.

**6.1. Гидродинамическая устойчивость.** Ударные адиабаты диссоциирующих и ионизующихся газов характеризуются, как известно (см., например, [83]), немонотонной зависимостью удельного объема от давления — чередованием участков с отрицательной (такой, как, например, в идеальном газе с постоянным показателем адиабаты Пуассона) и положительной производной  $(\partial v / \partial p)_n$ . Такая форма ударных адиабат связана с поочередным вкладом (по мере повышения температуры) процессов диссоциации, одно-, двух- и т. д. -кратной ионизации в термодинамические функции и выражена тем ярче, чем меньше начальная плотность газа\*).

\* ) На ударных адиабатах конденсированных сред обычно  $(\partial v / \partial p)_n > 0$ ; для получения участка адиабаты с положительной величиной  $(\partial v / \partial p)_n$  исходное вещество готовят специально в виде пористого материала или пены. Натуральным веществом такого рода является, например, снег — как пористая разновидность льда. Немонотонность зависимости сжатия от давления, связанная с поочередным разрушением электронных оболочек атомов достигается и при сжатии непористых, монолитных веществ. Но для этого нужны огромные давления, порядка десятков мегабар [85].

ний  $(\partial v / \partial p)_n$  заключена реальная возможность для выполнения различных критериев неустойчивости при вариации параметров начального состояния газа и интенсивности ударной волны. Однако выборочные численные расчеты показывают [77, 84], что во всех рассмотренных случаях на ударных адиабатах диссоциирующих и ионизующихся газов выполняются неравенства (5), отвечающие устойчивости ударных волн и отсутствию эффектов резонансного отражения и преломления звука фронтом ударной волны. Но при этом во многих случаях значения  $L$  и  $L_0$  близки. Кроме того, исходный газ предполагался в расчетах настолько холодным, что можно было не учитывать в нем диссоциацию и ионизацию. Поэтому на основании указанных расчетов нельзя утверждать, что неравенства (5) выполняются для диссоциирующих и ионизующихся идеальных газов в общем случае.

Для выяснения этого вопроса нужны дополнительные исследования — аналитические и численные. Отметим, что для выполнения неравенства  $L > L_0$  не обязательно должно быть  $(\partial v / \partial p)_n > 0$ , см. [80]. Поэтому при исследованиях нельзя ограничиваться только теми отрезками ударной адиабаты, на которых  $(\partial v / \partial p)_n > 0^*$ ).

**6.2. Структурная устойчивость.** Почти все релаксационные процессы в ударных волнах, распространяющихся по термодинамически равновесным исходным газам, носят ярко выраженную эндотермическую направленность. Исключение составляют некоторые вторичные реакции — такие, например, как образование озона (в случае кислорода  $O_2$  в качестве исходного газа), молекул  $H_2$  и  $Cl_2$  (если исходный газ —  $HCl$ ) и т. п., а также образование отрицательных ионов. Однако концентрации таких «вторичных» компонент в газах с плотностью порядка нормальной или меньшей при любой интенсивности ударной волны не превышают нескольких процентов (и еще значительно меньше для отрицательных ионов), а характерные времена эндотермических и экзотермических процессов не удовлетворяют тем условиям, при которых можно было бы получить структуру с хорошо выраженным «химическим пиком» с плотностью на десятки процентов выше, чем в равновесной зоне за фронтом ударной волны. Обычно чем сильнее эндотермичность процесса, тем больше характерное время  $\tau_i$  его протекания. Но для значительного пересыщения энергией каких-либо энергоемких внутренних степеней свободы частиц, ведущего к образованию «химического пика», нужна противоположная зависимость  $\tau_i$  от эндотермичности процесса. Известные примеры расчетов структуры ударных волн [71, 73, 87] согласуются с этими качественными соображениями.

Структурная неустойчивость ударной волны в газах, вероятно, может быть связана с переносом излучения и его влиянием на длину релаксационной зоны (см. раздел 2.2). Вследствие недостатка данных о спектральном коэффициенте поглощения электромагнитного излучения «горячими» компонентами газа в неравновесной зоне ударной волны теоретическое предсказание такой структурной неустойчивости сопряжено с решением ряда дополнительных вопросов.

**6.3. Ударная волна в термодинамически неравновесном газе.** Все, что сказано в разделе 3.2 о прохождении ударной волны через предварительно возбужденный термодинамически неравновесный газ, полностью относится и к диссоциирующему и ионизирующему газу. В связи с наличием в молекулярном газе нескольких срав-

\*) Доказательство невозможности нарушения неравенства  $L > -1$  в однократно ионизующемся идеальном газе без учета связанных возбужденных состояний атомов и ионов при всех сколь-нибудь реальных параметрах температуры и плотности перед волной см. в [86].

нительно медленно релаксирующих и энергоемких подсистем (внутримолекулярные колебания, химически реагирующие компоненты и др.) имеется ряд интересных вопросов об устойчивости ударной волны в газе, в котором перед волной селективно возбуждена какая-либо из указанных подсистем. Публикации по такого рода вопросам относятся, главным образом, к однокомпонентным двухатомным газам. О распространении плоской ударной волны в колебательно возбужденном азоте и других газах и о выходе ее на режим самоподдерживающейся детонации см. [88—91]. Расчет детонационной адиабаты и точки Жуге для колебательно неравновесного газа см. в [90—92]. Структура детонационной волны в таком газе исследовалась в [93]. Об усилении звуковой волны, проходящей по неравновесному двухатомному газу, и о превращении ее в ударную волну см. [94—97]. В более широкой постановке вопросы взаимодействия ударной волны с неоднородностями в исходном газе рассмотрены в [98].

Экспериментальные данные о прохождении ударной волны через предварительно возбужденный газ связаны в основном с возбуждением в электрическом разряде; см., например, [74, 99—103].

#### **Приложение. Случай неоднозначного представления ударноволнового разрыва.**

I. Ударная адиабата с монотонным возрастанием давления, имеющая отрезок, на котором  $L > 1 + 2M_a$ . Ударная адиабата такого типа представлена в  $pv$ - и  $ri$ -координатах на рис. 5. В точках  $L^-$  и  $L^+$  ударная адиабата и изэнтропы семейства  $S^-$  имеют общие касательные.

Ударноволновой разрыв допускает трехзначное представление в виде одиночной ударной волны и двух более сложных волновых конфигураций на отрезке  $L^-L^+$  и на примыкающих к нему снизу и сверху отрезках,  $AL^-$  и  $L^+B$ . Изэнтропа семейства  $S^-$ , касающаяся ударной адиабаты в точке  $L^+$ , пересекает эту адиабату в точке  $A$ . Этим и определяется положение точки  $A$ . Ударная адиабата семейства  $H^-$ , проведенная из точки  $L^-$  как из начальной, пересекает исходную ударную адиабату в точке  $B$ .

*Представления ударноволнового скачка с интенсивностью (давлением  $p_2$ ) соответствующей отрезкам  $L^-L^+$ ,  $AL^-$  и  $L^+B$  ударной адиабаты:*

- 1)  $p_{L^-} < p_2 < p_{L^+}$  (рис. 8—10);
- 2)  $p_A < p_2 < p_{L^-}$  (рис. 11, 12);
- 3)  $p_{L^+} < p_2 < p_B$  (рис. 13, 14).

II. Ударная адиабата с монотонным возрастанием давления, имеющая отрезок  $L^-L^+$ , на котором  $L < -1$ . Ударная адиабата такого типа представлена в  $pv$ - и  $ri$ -координатах на рис. 4. В точках  $L^-$  и  $L^+$  ударная адиабата и изэнтропы семейства  $S^+$  имеют общие касательные. Ударноволновой разрыв допускает трехзначное представление в виде одиночной ударной волны и двух более сложных волновых конфигураций на отрезке  $L^-L^+$  и на примыкающих к нему снизу и сверху отрезках  $AL^-$  и  $L^+B$ . Изэнтропа семейства  $S^+$ , касающаяся ударной адиабаты в точке  $L^+$ , пересекает эту адиабату\*) в точке  $L$ . Ударная адиабата семейства  $H^+$ , проведенная из точки  $L^-$  как из начальной, пересекает исходную ударную адиабату в точке  $B$ .

\*) Обычно изломы ударной адиабаты наблюдаются при сравнительно слабых сжатиях, где ударная адиабата мало отличается от изэнтропы. При этом точка  $A$  близка к точке излома.

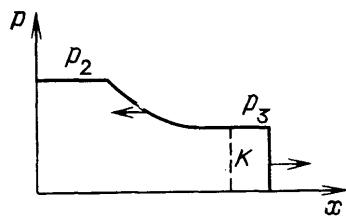


Рис. 8. Конфигурация  $\overleftarrow{P} K \overrightarrow{Y}$ .  $p_A < p_s < p_{L-}$ . (Переход со средней ветви — с отрезка  $L-L^+$  на нижнюю ветвь — на отрезок  $AL^-$ .) Конфигурация устойчива относительно малых возмущений

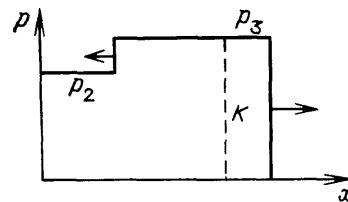


Рис. 9. Конфигурация  $\overleftarrow{Y} K \overrightarrow{Y}$ .  $p_{L+} < p_s < p_B$ . (Переход на верхнюю ветвь — на отрезок  $L+B$ .) Конфигурация устойчива относительно малых возмущений

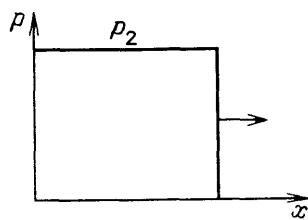


Рис. 10. Одиночная ударная волна. Ударноволновой разрыв абсолютно неустойчив. Распадается с переходом в какую-либо из двух конфигураций (см. рис. 8, 10)

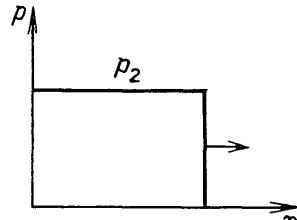


Рис. 11. Одиночная ударная волна. Ударноволновой разрыв устойчив относительно малых возмущений

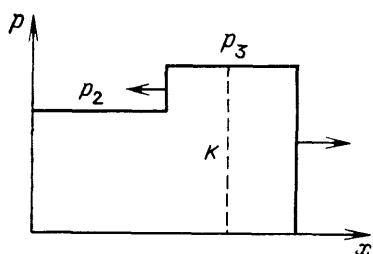


Рис. 12. Конфигурации  $\overleftarrow{Y} K \overrightarrow{Y}$ .  $p_{L+} < p_s < p_B$  (переход на верхнюю ветвь — на отрезок  $L+B$ ) или  $p_{L-} < p_s < p_{t+}$  (переход на среднюю ветвь — на отрезок  $L-L^+$ ). В первом случае конфигурация устойчива относительно малых возмущений. Во втором случае конфигурация неустойчива, так как ударно-волновой разрыв с давлением  $p_s$ , заключенным в пределах  $p_{L-} < p_s < p_{L+}$ , абсолютно неустойчив (см. рис. 10)

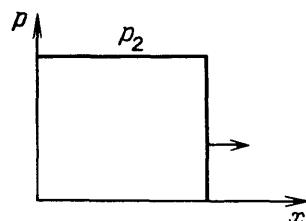


Рис. 13. Одиночная ударная волна. Ударноволновой разрыв устойчив относительно малых возмущений

*Представления ударноволнового скачка с интенсивностью (давлением  $p_s$ ), соответствующей отрезкам  $L-L^+$ ,  $AL^-$  и  $L^+B$  ударной адиабаты:*

- 4)  $p_{L-} < p_s < p_{L+}$  (рис. 15—17);
- 5)  $p_A < p_s < p_{L-}$  (рис. 18, 19);
- 6)  $p_{L+} < p_s < p_B$  (рис. 20, 21).

В случае ударной адиабаты с плавным перегибом (см. рис. со штриховым отрезком кривой) ударноволновой разрыв представляется в ос-

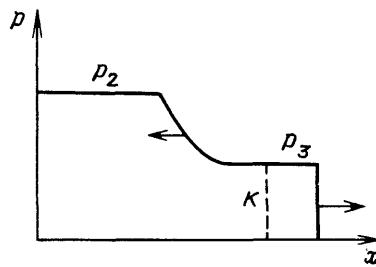


Рис. 14. Конфигурации  $\overleftarrow{P} \overrightarrow{K} \overrightarrow{Y}$ .  $p_A < p_3 < p_{L^-}$  (переход на нижнюю ветвь — на отрезок  $AL^-$ ) или  $p_{L^-} < p_3 < p_{L^+}$  (переход на среднюю ветвь — на отрезок  $L^-L^+$ ). В первом случае конфигурация устойчива относительно малых возмущений. Во втором случае конфигурация неустойчива, так как ударноволновой разрыв с давлением  $p_3$ , заключенным в пределах  $p_{L^-} < p_3 < p_{L^+}$ , абсолютно неустойчив

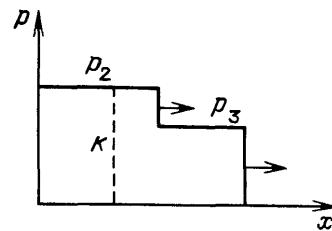


Рис. 15. Конфигурация  $\overrightarrow{K} \overrightarrow{Y} \overrightarrow{Y}$ .  $p_A < p_3 < p_{L^-}$ . (Переход на нижнюю ветвь — на отрезок  $AL^-$ .) Конфигурация устойчива

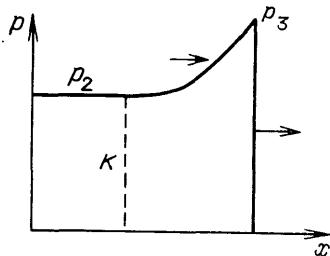


Рис. 16. Конфигурация  $\overrightarrow{K} \overrightarrow{P} \overrightarrow{Y}$ .  $p_{L^+} < p_3 < p_B$ . (Переход на верхнюю ветвь — на отрезок  $L^+B$ .) Такое представление скачка имеет лишь формальный характер: конфигурация практически не может образоваться, так как вторая волна ( $P$ ) догоняет первую ( $Y$ )

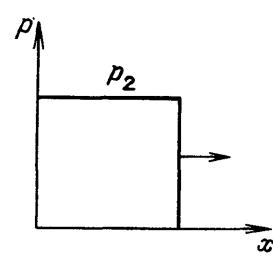


Рис. 17. Одиночная ударная волна. Ударноволновой разрыв абсолютно неустойчив. Распадается с переходом в конфигурацию  $\overrightarrow{K} \overrightarrow{Y} \overrightarrow{Y}$  (см. рис. 15)

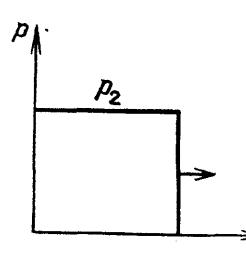


Рис. 18. Одиночная ударная волна. Ударноволновой разрыв устойчив

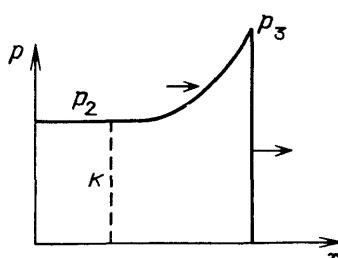


Рис. 19. Конфигурация  $\overrightarrow{K} \overrightarrow{P} \overrightarrow{Y}$ .  $p_{L^+} < p_3 < p_B$  (переход на верхнюю ветвь — на отрезок  $L^+B$ ) или  $p_{L^-} < p_3 < p_{L^+}$  (переход на среднюю ветвь — на отрезок  $L^-L^+$ ). Оба представления имеют лишь формальный характер по причине, указанной для варианта рис. 16. Кроме того, ударноволновой разрыв с давлением  $p_3$ , заключенным в пределах  $p_{L^-} < p_3 < p_{L^+}$ , абсолютно неустойчив (см. рис. 17).

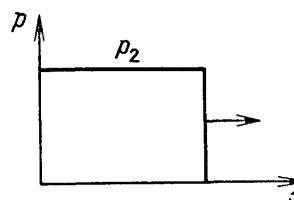


Рис. 20. Одиночная ударная волна. Разрыв удовлетворяет критериям устойчивости по линейной теории, но допускает представление в виде устойчивой конфигурации  $p_A < p_3 < p_{L^-}$ , рис. 21.

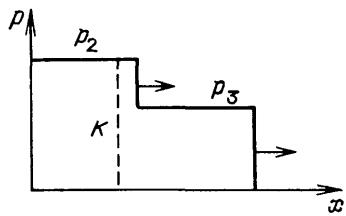


Рис. 21. Конфигурации  $\vec{K}\vec{Y}\vec{Y}$ .  $p_A < p_3 < p_{L-}$  (переход на нижнюю ветвь — на отрезок  $AL^-$ ) или  $p_{L-} < p_3 < p_{L+}$  (переход на среднюю ветвь — на отрезок  $L-L^+$ ). В первом случае конфигурация устойчива, во втором — неустойчива, так как ударноволновой разрыв с давлением  $p_3$ , заключенным в пределах  $p_{L-} < p_3 < p_{L+}$ , абсолютно неустойчив (см. рис. 17)

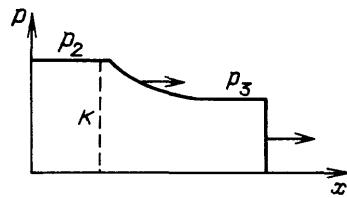


Рис. 22

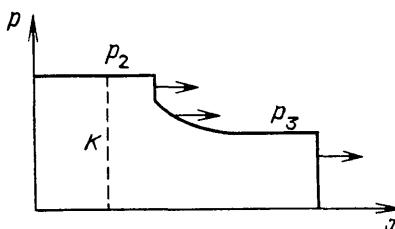


Рис. 23

новном аналогично 15—21. Однако при этом вместо конфигураций  $\vec{K}\vec{Y}\vec{Y}$  (см. рис. 15, 21) в некотором диапазоне давлений\*)  $p_{L-} < p_2 < p^*$  образуется конфигурации  $\vec{K}\vec{C}\vec{Y}$  с изэнтропической волной сжатия  $\vec{C}$  (рис. 22).

При больших давлениях  $p_2$  в некотором диапазоне  $p^* < p_2 < p^{**}$  образуется конфигурация  $\vec{K}\vec{Y}\vec{C}\vec{Y}$  (рис. 23). Наконец, при  $p^{**} < p_2 < p_B$  конфигурация волн такая же, как и в случае ударной адиабаты с изломом ( $\vec{K}\vec{Y}\vec{Y}$ ; см. рис. 15, 21).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред.—М.: Гостехиздат, 1953 г.; Гидродинамика.—М.: Наука, 1986.
2. Курант Г., Фридрикс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны.—М.: ИЛ, 1950.
3. Дьяков С. П.//ЖЭТФ. 1954. Т. 27, С. 288.
4. Конторович В. М.//Ibidem. 1957. Т. 33. С. 1525.
5. Иорданский С. В.//ПММ. 1957. Т. 21. С. 465.
6. Егревеск Й. Ј.//Phys. Fluids. 1962. V. 5. Р. 1181.
7. Блохин А. М. Смешанная задача для системы уравнений акустики с граничными условиями на ударной волне.—Новосибирск, 1978.—(Препр. ВЦ СО АН СССР. № 110).
8. Марчук Н. Г. Исследование корректности линеаризованной теории ударной волны с помощью интегралов энергии.—Новосибирск, 1979.—(Препр. ВЦ СО АН СССР. № 153).
9. Блохин А. М. О корректности смешанной задачи для системы уравнений акустики с краевыми условиями на ударной волне.—Новосибирск, 1979.—(Препр. ВЦ СО АН СССР. № 141).
10. Конторович В. М.//ЖЭТФ. 1957. Т. 33. С. 1527.
- [11] Конторович В. М.//Акуст. ж. 1959. Т. 5. С. 314.
12. Кузнецов Н. М.//ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 744.
13. Дьяков С. П.//Ibidem. 1957. Т. 33. С. 948.
14. Fowles G. R.//Phys. Fluids. 1981. V. 24. Р. 220.
15. Егорушкин С. А.//Изв. АН СССР. Сер. «Механика жидкости и газа». 1982. № 6. С. 147.
16. а) Кузнецов Н. М.//ЖЭТФ. 1986. Т. 91. С. 1325.  
б) Кузнецов Н. М.//Ibidem. 1987. Т. 93. С. 1986.
17. Гагнег С. С.//Phys. Fluids. 1963. V. 6. Р. 1366.
18. Кузнецов Н. М.//ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 470.
19. Галин Г. Я.//ДАН СССР. 1958. Т. 120. С. 730.

\*) О расчете давлений  $p^*$  и  $p^{**}$  см. [18].

20. Сидоренко А. Д.//*Ibidem*. 1968. Т. 178. С. 818.
- [21] Коchin Н. Е. Ударные волны в жидкости//Собрание сочинений. Т. II.—М.: Л.: Изд-во АН СССР, 1948.
22. Зельдович Я. Б., Щелкин К. И.//*ЖЭТФ*. 1940. Т. 10. С. 569.
23. Кузнецов Н. М.//ДАН СССР. 1984. Т. 277. С. 65.
24. Вансгофт D., Pettersson E., Minshall S. J.//*Appl. Phys.* 1956. V. 27. P. 291.
25. Duvall G. E., Graham R. A.//*Rev. Mod. Phys.* 1977. V. 49. P. 523.
26. Альтшuler Л. В.//*Ж. ПМиТФ*. 1978. № 4. С. 93.
27. Кузнецов Н. М.//*Ibidem*. 1966. № 1. С. 111.
28. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений. М.; Л: Наука, 1978.
29. а) Зельдович Я. Б., Компанец А. С. Теория детонации.—М.: Гостехиздат, 1955.  
б) Кузнецов Н. М.//*ЖЭТФ*. 1967. Т. 52. С. 309.
30. Щелкин К. И., Трошин Я. К. Газодинамика горения.—М.: Изд-во АН СССР, 1963.
- [31] Егорушкин С. А.//*Изв. АН СССР. Сер. «Механика жидкости и газа»*. 1984. № 3. С. 110.
32. Исследование гидродинамической устойчивости с помощью ЭВМ: Сб. трудов/Под ред. К. И. Бабенко.—М.: ИПМ АН СССР, 1981.
33. Fowles G. R., Swan G. W.//*Phys. Rev. Lett.* 1973. V. 30. P. 1023.
34. Галин Г. Я.//*Изв. АН СССР. Сер. «Механика жидкости и газа»*. 1975. № 3. С. 164.
35. Забабахин Е. И., Симоненко В. А.//*ЖЭТФ*. 1967. Т. 52. С. 1317.
36. Фортов В. Е., Ни А. Л., Сугак С. Г.//*Физ. гор. и взрыва*. 1986. Т. 24. С. 564.
37. Зельдович Я. Б., Кормер С. Б., Кришкевич Г. В., Юшко К. Б.//*Ibidem*. 1969. Т. 6. С. 312.
38. Дремин А. Н., Савров С. Д., Трофимов В. С., Шведов К. К. Детонационные волны в конденсированных средах.—М.: Наука, 1970.
39. Манжалей В. И.//*Физ. гор. и взрыва*. 1979. Т. 15. № 4. С. 107.
40. Хилтон У. Ф. Аэродинамика больших скоростей.—М.: ИЛ, 1955.
- [41] Рязин А. П.//*ЖТФ*. 1980. Т. 6. С. 516.
42. Суфиан Аслам, Рязин А. П.//*Вестн. Моск. ун-та. Сер. «Физика, астрономия»*. 1984. Т. 25. № 1. С. 94.
43. Заслонко И. С., Мукосеев Ю. К., Тюрин А. Н.//Неравновесная реакция разложения  $\text{NO}_2$  в ударных волнах. Азау'87: Тезисы докладов.—Черноголовка, 1987.—Т. 1, 2. С. 262.
44. Цуклин М. А., Попов Е. Г. Излучательные свойства ударных волн в газах.—М.: Наука, 1977.//*ЖЭТФ*.
45. Лунькин Ю. П., Мишин Г. И.//*ЖЭТФ*. 1956. Т. 31. С. 1105.
46. Гордеев В. Е.//ДАН СССР. 1978. Т. 239. С. 117.
47. Griffiths R. W., Sandeman R. J., Nogning H. G. J. *Appl. Phys.* 1975. V. 8. P. 1681.
48. Мишин Г. И., Бедин А. П., Ющенкова Н. И. и др./*ЖЭТФ*. 1981. Т. 51. С. 2315.
49. Савров С. Д.//*ТВТ*. 1985. Т. 23. С. 23.
50. Васильева Р. В., Зуев А. Д., Мошков В. Л. и др./*Ж. ПМ и ТФ*. 1985. № 2. С. 128.
- [51] Шурупов А. В., Лебедев Е. Ф., Давыдов А. Н.//*Письма ЖТФ*. 1983. Т. 9. С. 429.
52. Шурупов А. Е.//Элементарные процессы в химически реагирующих средах.—М.: МФТИ, 1983. С. 13.
53. Шурупов А. В., Гальбург В. А., Лебедев Е. Ф.//*ЖТФ*. 1985. Т. 11. С. 554.
54. Lord Rayleigh. Collected papers—1899. V. 2. P. 100.
55. Taylor G. Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1950. V. 201. P. 192.
56. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г., Лагут Ю. П., Фокеев В. П.//Инж.-физ. журн. 1985. Т. 48. С. 239.
57. Баженова Т. В., Гвоздева Л. Г., Лагутов Ю. П., Ляхов В. Н., Фаресов Ю. В., Фокеев В. П. Нестационарные взаимодействия ударных и детонационных волн в газах.—М.: Наука, 1986.
58. Ткаченко Б. К.//Материалы Междунар. школы-семинара. «Высокотемпературная газодинамика, ударные трубы и ударные волны».—Минск, 1983.
59. Барышников А. С., Бедин А. П., Деревянко В. Г., Румянцев А. А. Статистические характеристики флуктуаций течения и механизм неустойчивости ударной волны в релаксирующем газе.—Ленинград, 1983.—(Препр. ЛФТИ АН СССР. № 816).
60. Зельдович Я. Б., Баренблatt Г. И., Либронич В. Б., Махвиадзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва.—М.: Наука, 1980.

- [61] Дремин А. Н., Клименко В. Ю.//Prog. aeronaft. Gas-dyn. and Explos. 1981. V. 75. P. 253.
62. Клименко В. Ю., Дремин А. Н.//ДАН СССР. 1979. Т. 249. С. 840.
63. Клименко В. Ю., Дремин А. Н.//Детонация: Материалы II Всесоюзного совещания по детонации.— //Черноголовка, Московская обл.— ИХФ АН СССР. 1981.— Вып. 1. С. 105.
64. Зельдович Я. Б., Генич А. П., Манелис Г. Б.//ДАН СССР. 1979. Т. 248. С. 349.
65. Щелкин К. И.//ЖЭТФ. 1959. Т. 36. С. 600.
66. Асланов С. К.//ДАН УССР. 1966. № 7. С. 871.
67. Дремин А. Н. Физ. гор. и взрыва. 1983. № 4. С. 159—169.
68. Пухачев В. В.//ЖПМТФ. 1963. № 6. С. 66—73.
69. Егреневск J. J.//Phys. Fluids. 1964. V. 7. P. 684.
70. Зайдель Р. М., Зельдович Я. Б.//Ж. ПМиТФ. 1963. № 6. С. 59.
- [71] Реслер Э., Кэри Б. На пороге в космос.— М.: ИЛ, 1961.— С. 435.
72. Анисимов С. И.//ЖТФ. 1964. Т. 34. С. 620.
73. Анисимов С. И., Кузнецов Н. М., Ноготов Е. Ф.//ТВТ. 1964, Т. 2, С. 337.
74. Григорьев В. Г., Мишин Г. И., Ющенкова Н. И., Рошин О. А.//Письма ЖТФ. 1986. Т. 12. С. 224.
75. Тарасенко М. В. Исследование геометрии ударных волн и контактной поверхности в ударной трубе лазерным шлирен-методом: Автореферат докторской... канд. физ.-мат. наук. М.: МФТИ, 1988.
76. Кузнецов Н. М.//ДАН СССР. 1967. Т. 174. С. 638.
77. Кузнецов Н. М., Алиева И. А.//Ж. хим. физ. 1988. Т. 7. С. 377.
78. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: Физматгиз, 1963.
79. Бушман А. В.//II Всесоюзный симпозиум по импульсным давлениям: Тезисы докладов.— М.: ВНИИФТРИ, 1976.— С. 39.
80. Кузнецов Н. М., Давыдова О. Н.//ТВТ. 1988. Т. 26. С. 567.
- [81] Кузнецов Н. М.//ДАН СССР. 1982. Т. 266. С. 613.
82. Кузнецов Н. М., Тимофеев Е. И.//ТВТ. 1986. Т. 24. С. 105.
83. Кузнецов Н. М. Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах.— М.: Машиностроение, 1965.
84. Алиева И. А., Андреев Е. А.//ЖТФ. 1987. Т. 57. С. 1172.
85. Аврорин Е. Н., Бедолага Б. К., Волошин Н. И., Коваленко Г. В. и др.//ЖЭТФ. 1987. Т. 93. С. 613.
86. Баско М. М., Молчанов Г. Я. Устойчивость ударных волн в газе с равновесной ионизацией.— М.: ЦНИИатоминформ, 1986.— (Препр. ИТЭФ. 86—113).
87. Duff R., Davidson N.//J. Chem. Phys. 1959. V. 31. P. 1018.
88. Силаков В. П., Чеботарев А. В.//ЖПМТФ. 1987. № 6. С. 35.
89. Рухадзе А. А., Силаков В. П., Чеботарев А. В.//Кр. сообщ. физ., ФИАН СССР. 1983. № 6. С. 18.
90. Евтухин Н. В., Марголин А. Д., Шмелев В. М.//Хим. физика. 1985. Т. 4. С. 1276.
- [91] Встовский Г. В., Козлов Г. Н.//ЖТФ. 1986. Т. 56. С. 1536.
92. Силаков В. П., Фетисов В. Г.//Хим. физика. 1983. Т. 2. С. 96.
93. Осипов А. И., Уваров А. В.//Ibidem. 1984. Т. 3. С. 1612.
94. Кириллов И. А., Русанов В. Д., Фридман А. А.//Ibidem. 1985. Т. 4. С. 132.
95. Осипов А. И., Уваров А. В.//Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3 «Физика, астрономия». 1984. Т. 25. № 6. С. 74.
96. Осипов А. И., Уваров А. В.//Хим. физика. 1987. Т. 6. С. 385.
97. Елецкий А. В., Степанов Е. В. Нелинейная теория распространения звуковой волны в неравновесном молекулярном газе.— М.: ЦНИИатоминформ, 1988.— (Препр. ИАЭ № 4638/12).
98. Шугаев Ф. В. Взаимодействие ударных волн с возмущениями.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983.
99. Климов А. И., Коблов А. Н., Мишин Г. И., Серов Ю. Л., Явор И. П.//Письма ЖТФ. 1982. Т. 8. С. 439.
100. Климов А. И., Коблов А. Н., Мишин Г. И., Серов Ю. Л., Ходатаве К. В., Явор И. П.//Ibidem. С. 551.
- [101] Басаргин И. В., Мишин Г. И. Распространение ударных волн в плазме поперечно и продольно ориентированного тлеющего разряда.— Ленинград, 1984.— (Препр. ФТИ АН СССР. № 889).
102. Горшков В. А., Климов А. И., Мишин Г. И., Федотов А. Б., Явор И. П.//ЖТФ. 1987. Т. 57. С. 1893.
103. Мишин Г. И.//Письма ЖТФ. 1985. Т. 11. С. 274.