

539.184 + 621.385

**ВОЛНЫ ПОЛЯРИЗАЦИИ И СВЕРХИЗЛУЧЕНИЕ В АКТИВНЫХ СРЕДАХ****В. В. Железняков, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский**

(Институт прикладной физики АН СССР, Горький)

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение. Подход электродинамики сплошных сред к проблемам квантовой радиофизики и оптики . . . . .	194
1.1. Коллективные когерентные процессы в активных средах. 1.2. Квантовая электродинамика холодных мод и отдельных молекул в вакууме. 1.3. Полу-классическое приближение. Нормальные волны в среде. 1.4. Сверхизлучение (СИ) Дике — коллективное спонтанное излучение.	
2. Волны поляризации в однородной двухуровневой среде . . . . .	200
2.1. Поляритонный спектр активной среды. Влияние омических потерь. 2.2. Проблема наблюдения поляритонного спектра. 2.3. Об отрицательной энергии волн поляризации. 2.4. Абсолютная неустойчивость в проводящей инвертированной среде. Плазменно-дипольный резонанс. 2.5. Двойное преломление и поляризация волн в анизотропной среде.	
3. Диссипативная неустойчивость в задаче об однонаправленном СИ . . . . .	208
3.1. Эволюция пакетов неустойчивых нормальных волн и их функции Грина. 3.2. Абсолютная и конвективная неустойчивость волн поляризации. 3.3. Авто-модельное описание осцилляторного режима. 3.4. Переход от осцилляторного режима к одноимпульсному. 3.5. СИ и неустойчивость электромагнитных волн. Суперлюминесценция. 3.6. Инициированное СИ. Поляритонный $\pi$ -импульс в длинном усилителе. 3.7. СИ трехмерного образца в отсутствие отражений от границ.	
4. Роль отражений в ограниченных образцах . . . . .	219
4.1. Горячие моды с дискретным спектром. 4.2. Самовозбуждение поляритонных мод в одномерном слое. 4.3. Сверхпоглощение и оптическая нугация в резонаторе. 4.4. СИ трехмерного образца при наличии отражений от границ. 4.5. СИ мод с дискретным спектром и волн с непрерывным спектром. 4.6. Проявление малых отражений.	
5. Феноменологическая квантовая электродинамика активных сред и квантово-статистические свойства СИ . . . . .	227
5.1. Квантовая электродинамика прозрачных диспергирующих сред. 5.2. Квантовая теория диссипативной неустойчивости. 5.3. Макроскопические проявления квантовых флуктуации в СИ.	
6. Эффекты пространственной дисперсии в газе двухуровневых молекул . . . . .	
6.1. Поляритонный спектр газа с учетом теплового движения молекул. 6.2. Бесстолкновительное затухание на крыльях доплеровской линии. 6.3. Продольные волны поляризации. Аналогия с плазменными волнами. 6.4 «Пучковые» неустойчивости в газе активных молекул. 6.5. Влияние доплеровского (неоднородного) уширения на свойства СИ. 6.6. Мягкая мода и антисегнето-электрический газовый кристалл.	
7. Циклотронное СИ в физике плазмы и электронике . . . . .	243
7.1. Диссипативная неустойчивость в потоке электронов в магнитном поле. 7.2. Циклотронное СИ электронов в магнитной ловушке. 7.3. Нелинейная стадия. 7.4. СИ Дике системы молекул в условиях аномального эффекта Доплера.	
8. Аналогии СИ Дике в более сложных системах . . . . .	251
8.1. Особенности СИ в трехуровневой среде. Субизлучение. 8.2. Нерезонансное когерентное комбинационное рассеяние (ККР). 8.3. Резонансное ККР и СИ при длительной когерентной накачке. 8.4. Другие аналогии.	
9. Заключение . . . . .	253
Список литературы . . . . .	256

## 1. Введение. Подход электродинамики сплошных сред к проблемам квантовой радиофизики и оптики.

**1.1. Коллективные когерентные процессы в активных средах.** Классические руководства по макроскопической электродинамике, например [1–6], посвящены в основном прозрачным или равновесным поглощающим средам. Вместе с тем благодаря огромному интересу к волновым неустойчивостям в современной физике — в физике лазеров и нелинейной оптике, электронике и физике твердого тела, физике плазмы и астрофизике — постепенно закладываются основы общей электродинамики неравновесных сред. Предлагаемый вниманию читателя обзор относится к той части электродинамики сплошных активных сред, которая имеет дело с когерентными процессами в средах, состоящих из возбужденных частиц (молекул). Ранее в этой области изучались преимущественно процессы, медленные по сравнению с временами релаксации в среде, и только в последнее время понятия и методы макроскопической электродинамики, свойственный ей феноменологический подход стали проникать в работы, посвященные быстрым переходным процессам, происходящим быстрее времен энергетической ( $T_1$ ) и фазовой ( $T_2$ ) релаксации возбуждений активных частиц среды:

$$\Delta t \ll T_1, T_2. \quad (1.1)$$

Такие когерентные процессы, в отличие от медленных процессов, соответствующих обратному (1.1) неравенству, не могут быть описаны балансными, скоростными уравнениями, в которых фигурируют зависящие от времени интенсивность излучения и вероятность индуцированных переходов. В этом отношении наиболее интересны коллективные процессы, обусловленные участием многих частиц среды. Среди них одним из первых было предсказано и обнаружено коллективное спонтанное излучение — сверхизлучение (СИ) Дике, трактовке которого методами макроскопической электродинамики посвящена значительная часть настоящего обзора.

Микроскопический метод исследования, идущий от квантовой электродинамики холодных мод поля и отдельных молекул в вакууме (п. 1.2), в принципе позволяет учесть все эффекты взаимодействия молекул и поля. В частности, это относится к эффектам, связанным с пространственной неоднородностью распределения излучения и внутренней энергии частиц в активной среде [136]. Однако он сталкивается со значительными трудностями при переходе от микро- к макрохарактеристикам процессов. В результате приходится прибегать к ряду упрощений и приближений. Прямой численный метод исследования сложно использовать для формирования физических представлений о рассматриваемых явлениях, выяснения их механизмов. Ни тот, ни другой метод не позволяет судить о месте различных коллективных когерентных процессов квантовой радиофизики и оптики в общей картине неустойчивых волновых процессов, а также указать аналогичные процессы в других разделах физики.

Макроскопический подход электродинамики сплошных сред упрощает решение указанных задач и дает единую физическую интерпретацию рассматриваемых явлений\*). Он эффективно использует понятия о диэлектрической проницаемости, дисперсии, анизотропии, потоке энергии-импульса, нормальных волнах (модах), их фазовых и групповых скоростях, конвективной и абсолютной неустойчивостях, ставя задачи об инкрементах и знаках энергий, линейном и нелинейном взаимо-

\*) Его преимущества в случае прозрачных или равновесных поглощающих сред были отмечены уже давно [7–9].

действию волн и ориентируя на применение гамильтоновского метода и метода функции Грина, феноменологического квантования коллективных возбуждений активной среды и т. д. В круг вопросов электродинамики сплошных активных сред входит также исследование отражения, преломления и распространения нормальных волн в неоднородных и нестационарных средах, излучения движущихся в них частиц, рассеяния волн, ван-дер-ваальсова взаимодействия, процессов в резонаторах и волноводах, заполненных активной средой. При этом отсутствие привычного ряда общих феноменологических соотношений для активных сред приводит к необходимости использовать конкретные модели сред.

В обзоре суммированы результаты макроскопической электродинамики когерентных процессов, прежде всего СИ, в наиболее изученной модели двухуровневой среды (разделы 1–6) и в модели потока электронов в магнитном поле (раздел 7). Кратко рассмотрены аналогичные процессы в других активных средах (раздел 8). Изложение концентрируется вокруг понятия волн поляризации — определенного типа нормальных волн, существующих в активной среде наряду с нормальными волнами электромагнитного типа и во многом определяющих картину коллективных когерентных процессов и СИ.

**1.2. Квантовая электродинамика холодных мод и отдельных молекул в вакууме.** Рассмотрим образец среды двухуровневых молекул с концентрацией  $N$  и объемом  $V$ . Переход между энергетическими уровнями 1 и 2 в молекуле характеризуется частотой  $\omega_0$  и дипольным моментом  $\mathbf{d}$ . В *микроскопическом подходе* [5, 9–21] прямо учитывается взаимодействие каждой из молекул ( $l=1, 2, \dots, NV$ ) с каждой модой  $\mathbf{g}_\mathbf{k}(\mathbf{r}) = (2\pi\hbar c^2/\omega_\mathbf{k} \mathcal{V})^{1/2} \mathbf{e}_\mathbf{k} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$  свободного пространства, обладающей частотой  $\omega_\mathbf{k} = \omega(\mathbf{k})$ , волновым вектором  $\mathbf{k}$  и единичным вектором поляризации  $\mathbf{e}_\mathbf{k} \perp \mathbf{k}$  (объем квантования  $\mathcal{V} \rightarrow \infty$ ). Динамика системы «молекулы+поле» определяется гамильтонианом

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar \omega_{\mathbf{k}} \left( \hat{a}_{\mathbf{k}}^+ \hat{a}_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \right) + \sum_{l=1}^{NV} (\hbar \omega_0 \hat{R}_{l3} - i \omega_0 c^{-1} \mathbf{d}_l \hat{\mathbf{A}}_l (\hat{R}_{l+} - \hat{R}_{l-})) \quad (1.2)$$

посредством гейзенберговских уравнений вида  $\hbar d\hat{G}/dt = i[\hat{H}, \hat{G}]$ . Отсюда для операторов рождения и уничтожения фотонов поля ( $\hat{a}_{\mathbf{k}}^+$  и  $\hat{a}_{\mathbf{k}}$ ) и возбужденных состояний молекул ( $\hat{R}_{l+}$  и  $\hat{R}_{l-}$ ) имеем

$$\frac{d\hat{a}_{\mathbf{k}}^+}{dt} = i\omega_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}}^+ + \omega_0 \hbar^{-1} c^{-1} \sum_{l=1}^{NV} \mathbf{r}_l(\mathbf{r}_l) \mathbf{d}_l (\hat{R}_{l+} - \hat{R}_{l-}), \quad (1.3)$$

$$\frac{d\hat{R}_{l+}}{dt} = i\omega_0 \hat{R}_{l+} + 2\omega_0 \hbar^{-1} c^{-1} \hat{R}_{l3} \mathbf{d}_l \hat{\mathbf{A}}_l, \quad (1.4)$$

$$\frac{d\hat{R}_{l3}}{dt} = -\omega_0 \hbar^{-1} c^{-1} (\hat{R}_{l+} + \hat{R}_{l-}) \mathbf{d}_l \hat{\mathbf{A}}_l; \quad (1.5)$$

здесь  $\mathbf{d}_l(\hat{R}_{l+} + \hat{R}_{l-}) = \hat{\mathbf{d}}_l$  — оператор дипольного момента,  $\hat{\mathbf{A}}_l = \sum_{\mathbf{k}} (\hat{a}_{\mathbf{k}} \mathbf{g}_{\mathbf{k}} + \hat{a}_{\mathbf{k}}^+ \mathbf{g}_{\mathbf{k}}^*)|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_l}$  — оператор векторного потенциала поля в точке нахождения  $l$ -й молекулы  $\mathbf{r}_l$ ,

$$\vec{\mathcal{E}} = i \sum_{\mathbf{k}} (\hat{a}_{\mathbf{k}} \mathbf{g}_{\mathbf{k}} - \hat{a}_{\mathbf{k}}^+ \mathbf{g}_{\mathbf{k}}^*) \omega_{\mathbf{k}} c^{-1} \quad (1.6)$$

определяет электрическое поле. Согласно (1.3) и (1.4) между осцилляторами поля и осцилляторами поляризации молекул существует линейная связь, т. е. они являются парциальными, а не нормальными. Изменение оператора полуразности населенностей  $l$ -й молекулы  $\hat{R}_{l3}$ , описываемое уравнением (1.5), характеризует нелинейную связь между указанными осцилляторами. Операторы рождения и уничтожения удовлетворяют каноническим коммутационным соотношениям

$$[\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^+] = \delta_{kk'}, [\hat{a}_k^+, \hat{a}_{k'}^+] = [\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}] = 0, \quad (1.7)$$

$$[\hat{R}_{l3}, \hat{R}_{l'\pm}] = \pm \delta_{ll'} \hat{R}_{l\pm}, [\hat{R}_{l+}, \hat{R}_{l'-}] = 2\delta_{ll'} \hat{R}_{l3}; \quad (1.8)$$

полевые операторы коммутируют с молекулярными;  $\delta_{ll'}$  — символ Кронекера.

В квантово-электродинамическом подходе отдельные молекулы и холодные моды свободного пространства не связаны непосредственно ни с геометрией макросистемы, ни с коллективными возбуждениями в ней. В этом подходе трудно учесть дифракционные эффекты и пространственное изменение поля, поляризации и инверсии по образцу [136] — и обычно приходится прибегать к тому или иному варианту приближения «среднего поля» [10–19]. Тем не менее он наиболее распространен в квантовой радиофизике и оптике и позволил получить ряд важных результатов. Так, в работе [21] явно прослежен путь наведения межмолекулярных корреляций в процессе спонтанного образования СИ-состояния за счет обмена фотонами.

**1.3. Полуклассическое приближение.** Нормальные волны в среде. В макроскопической электродинамике используется другой подход. Здесь исходными являются полуклассические уравнения взаимодействия поля со сплошной средой — классические уравнения Максвелла и следующие из квантового описания двухуровневой среды уравнения для средней поляризации  $\vec{\mathcal{P}}$  и разности населенностей  $\Delta N = N_2 - N_1$  единицы объема [11, 22]:

$$\text{rot } \vec{\mathcal{E}} = -c^{-1} \frac{\partial \vec{\mathcal{H}}}{\partial t}, \quad \text{rot } \vec{\mathcal{H}} = c^{-1} \frac{\partial (\vec{\mathcal{E}} + 4\pi \vec{\mathcal{P}})}{\partial t} + 4\pi \sigma c^{-1} \vec{\mathcal{E}}, \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{\mathcal{P}}}{\partial t^2} + 2T_2^{-1} \frac{\partial \vec{\mathcal{P}}}{\partial t} + (\omega_0^2 + T_2^{-2}) \vec{\mathcal{P}} = \frac{\omega_c^2 \vec{\mathcal{E}}}{4\pi}, \quad (1.10)$$

$$\frac{\partial \Delta N_i}{\partial t} = -(\Delta N - \Delta N_n) T_1^{-1} + 2\hbar^{-1} \omega_0^{-1} \vec{\mathcal{E}} \frac{\partial \vec{\mathcal{P}}}{\partial t}. \quad (1.11)$$

В (1.9) учтена возможность омической диссипации за счет проводимости  $\sigma$  «фоновой» среды (для ограниченных образцов аналогичную роль играют дифракционные потери излучения; см. п. 3.1 и 4.2). Коэффициент связи поляризации с полем в (1.10) задается квадратом «кооперативной частоты» среды \*)

$$\omega_c^2 = -8\pi d^2 \Delta N \omega_0 \hbar^{-1}. \quad (1.12)$$

В инвертированной среде  $\Delta N > 0$  и значение  $\omega_c^2 < 0$ . Как правило, в реальных образцах кооперативная частота мала по сравнению с частотой перехода:  $|\omega_c| \ll \omega_0$ .

Обычно используют приближение вращающейся волны (RWA) [12, 23], т. е. укорачивают уравнения по высокой, оптической частоте  $\omega_0$ .

\*) Для простоты полагаем  $\vec{\mathcal{E}} \parallel \mathbf{d}_i$  и опускаем в (1.12) связанный с усреднением по ориентациям молекул фактор  $\sim 1/3$ . Он учтен в разделе 6 (см. (6.1)).

Получающиеся уравнения Максвелла — Блоха для медленно меняющихся разности населенностей  $\Delta N$  и комплексных амплитуд поля  $\mathbf{E}$  и поляризации  $\mathbf{P}$  в случае плоских волн  $\propto \exp(-i\omega_0 t + i\omega_0 z/c)$  имеют следующий вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} + 2\pi\sigma\right) \mathbf{E} = 2\pi i \omega_0 \mathbf{P}, \quad (1.9')$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + T_2^{-1}\right) \mathbf{P} = i\omega_c^2 (8\pi\omega_0)^{-1} \mathbf{E}, \quad (1.10')$$

$$\frac{\partial \Delta N}{\partial t} = -(\Delta N - \Delta N_n) T_1^{-1} + \text{Im}(\mathbf{E}^* \mathbf{P}) \hbar^{-1}. \quad (1.11')$$

Их обоснование обсуждалось, например, в [13—15, 20]. Полуклассические уравнения описывают лишь величины, усредненные по ансамблю или по макроскопически большому объему, и непосредственно не включают в себя квантовые флуктуации. Однако вторичное феноменологическое квантование этих макроуравнений дает эффективный способ анализа квантовых флуктуаций, не требующий прямого решения исходных микроскопических уравнений; см. раздел 5.

Подчеркнем классическое происхождение не только уравнений Максвелла (1.9), но и уравнения для разности населенностей (1.11). Последнее описывает изменение плотности энергии среды  $\hbar\omega_0 \Delta N/2$  за счет работы  $\vec{\mathcal{E}} \partial \vec{\mathcal{P}} / \partial t$  электрического поля  $\vec{\mathcal{E}}$  над плотностью тока  $\partial \vec{\mathcal{P}} / \partial t$  и действия накачки ( $\hbar\omega_0 \Delta N_n/2$ ). Квантовые свойства молекул определяют лишь конкретное материальное уравнение среды (1.10); в двухуровневой модели оно имеет вид уравнения затухающего осциллятора, возбуждаемого электрической силой. Квантовое происхождение имеют также начальные условия для поля и поляризации, которые в отсутствие макрополей задаются квантовыми флуктуациями. В остальном эволюция макронаблюдаемых (поля, поляризации, энергии, ...) систем большого числа частиц описывается классической электродинамикой сплошных сред, что вполне естественно для макроскопического образца среды при наличии большого числа фотонов.

Для медленных процессов, определяемых неравенством, обратным (1.1), например для квазистационарной генерации в лазерах, от полуклассических уравнений (1.9) — (1.11) можно перейти к более простым и наглядным балансным, скоростным уравнениям [12, 22—27], пренебрегая собственной пространственно-временной динамикой колебаний поляризации среды. Однако для быстрых когерентных процессов (1.1), к которым относится СИ, такое упрощение не является законным.

Согласно (1.10) линейный отклик (при  $\omega_c = \text{const}$ ) на гармоническое поле

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} E \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}) + \text{к. с.} \quad (1.13)$$

в безграничной двухуровневой среде характеризуется восприимчивостью

$$\chi(\omega) \equiv PE^{-1} = -\omega_c^2 \{4\pi[(\omega + iT_2^{-1})^2 - \omega_0^2]\}^{-1}. \quad (1.14)$$

Для диэлектрической проницаемости, связанной с  $\chi(\omega)$ , вблизи резонанса имеем:

$$\begin{aligned} \epsilon(\omega) &= 1 + i4\pi\sigma\omega^{-1} + 4\pi\chi \approx \\ &\approx 1 + i4\pi\sigma\omega_0^{-1} - \omega_c^2 [2\omega_0(\omega - \omega_0 + iT_2^{-1})]^{-1}, \quad \omega \approx \omega_0. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Это выражение определяет свойства нормальных волн — собственных гармонических решений линеаризованных уравнений электродинамики в среде [1—5]. Закон дисперсии  $\omega(\mathbf{k})$  поперечных и продольных

нормальных волн в изотропной среде задается уравнениями

$$\omega^2 \varepsilon = c^2 k^2 \quad (\mathbf{E} \perp \mathbf{k}), \quad (1.16)$$

$$\varepsilon = 0 \quad (\mathbf{E} \parallel \mathbf{k}). \quad (1.17)$$

Именно нормальные волны (фотоны в среде) представляют собой реальные коллективные возбуждения. В физике твердого тела их называют поляритами (светоэкситонами) и плазмонами. Существенным обстоятельством, на которое следует обратить внимание [29], является качественное отличие свойств нормальных волн в сильно инвертированной ( $-\omega_c^2 \gg 4T_2^{-2}$ ) и неинвертированной или слабо инвертированной ( $-\omega_c^2 \ll 4T_2^{-2}$ ) средах. Обычно в лазерах имеет место последний случай. Сильная инверсия в газах и твердых телах реализована лишь недавно, в частности, в экспериментах по СИ. Качественное изменение спектральных, энергетических и других характеристик нормальных волн в сильно инвертированных средах, в том числе появление волн поляризации отрицательной энергии, обуславливает возникновение и особенности коллективных когерентных процессов. Об этом и пойдет речь в следующих разделах обзора.

**1.4. Сверхизлучение Дике — коллективное спонтанное излучение.** Явление СИ было предсказано Дике в 1954 г. [10]. Экспериментально оно наблюдалось в инфракрасном и оптическом диапазонах в газах [13—15, 23, 30, 31] и активированных кристаллах [32—35], а также в радиодиапазоне в неравновесных спиновых системах [169]. Эффект возникает в макроскопических образцах при достаточно высокой концентрации  $N$  предварительно инвертированных молекул. Запасенная в образце внутренняя энергия молекул спонтанно излучается в виде короткого электромагнитного импульса, мощность  $QV$  которого на несколько порядков превосходит мощность некогерентного спонтанного излучения такого же числа изолированных молекул (рис. 1). Формирование сфазированного СИ-состояния системы молекул происходит в течение времени задержки  $t_d$ , примерно на порядок превышающего длительность импульса  $\tau$ .

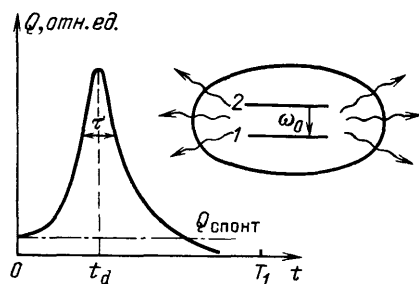


Рис. 1. СИ на переходе 2—1 с частотой  $\omega_0$  и мощностью  $Q \gg Q_{\text{спонт}}$

На самом начальном этапе ( $t \ll t_d$ ) процесс фазировки молекул является квантовым. С появлением достаточно большого числа фотонов электромагнитное поле и поляризация среды приобретают классический характер и СИ можно рассматривать в полуклассическом приближении [11, 14, 23, 27, 28]. При этом, говоря о спонтанном процессе, мы имеем в виду лишь соответствующую постановку задачи с

отсутствующим внешним или начальным макрополем, тогда как по отношению к каждой молекуле речь идет, конечно, об индуцированном излучении под действием коллективного, самосогласованного поля остальных молекул.

Продemonстрируем идеи подхода макроскопической электродинамики к описанию коллективных когерентных процессов на простейшем примере СИ шарообразной крупинки. Покажем сначала, что в крупинке инвертированной среды малого радиуса  $a \ll \lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$  в пренебрежении релаксацией ( $T_2^{-1} = \sigma = 0$ ) затравочная ВЧ поляризация  $\mathcal{P}(t=0)$  экспоненциально нарастает с инкрементом  $\omega'' \propto NV$ . Для решения поставленной начальной задачи воспользуемся известными решениями электро-

динамической задачи об излучении в вакуум точечного ВЧ диполя  $\mathcal{P}V$  и электростатической задачи о поляризации шара во внешнем поле. Согласно первой [11] крупинка находится в квазистатическом поле реакции излучения  $\mathcal{E}_{\text{н.л}} = (2V/3c^3) d^3\mathcal{P}/dt^3$ . Согласно второй [1] полное поле внутри шара  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{н.л}} - (4\pi/3)\mathcal{P}$ . Это соотношение для диэлектриков с  $\epsilon\mathcal{E} \equiv \mathcal{D} = \mathcal{E} + 4\pi\mathcal{P}$  в электростатике ( $\omega \rightarrow 0$ ) приводит к связи  $\mathcal{P} = \mathcal{E}_{\text{н.л}} 3(\epsilon - 1)/4\pi(\epsilon + 2)$  и указывает на существование резонансного значения диэлектрической проницаемости  $\epsilon = -2$ , при котором шар может самовозбуждаться, т. е. приобретать конечную однородную поляризацию под действием сколь угодно слабого поля. Подставляя поле  $\mathcal{E}$  в материальное уравнение (1.10) в пренебрежении поправкой Лоренца к действующему на молекулы полю (ср. п. 6.1) и полагая  $\mathcal{P} = \frac{1}{2} P \exp(-i\omega t) + \text{к. с.}$ , получим при фиксированной инверсии  $\Delta N$  характеристическое уравнение для определения комплексной частоты  $\omega = \omega' + i\omega''$  неустойчивой моды крупинки:  $\epsilon(\omega) = -2 - 3i\omega^3 V/2\pi c^3$  (см. (1.15)). Его решение дает искомый инкремент:

$$\omega'' \approx -2\pi^2 \omega_c^2 V (3\omega_0 \lambda_0^3)^{-1}, \quad \omega' \approx \omega_0. \quad (1.18)$$

Для определения типа неустойчивости получим инкремент (1.18) из энергетических соображений. Плотность энергии в крупинке определяется известной электродинамической формулой для диспергирующих сред [1-3]:

$$\omega = \frac{|E|^2}{16\pi} \frac{d\omega\epsilon(\omega)}{d\omega} \approx \frac{|E|^2}{8\pi} \cdot \frac{9\omega_0^2}{\omega_c^2} < 0. \quad (1.19)$$

При переходе к последнему выражению учтено, что для шара резонансное значение  $\epsilon = -2$ . Как видим, в инвертированной среде энергия отрицательна (за счет большого отрицательного вклада энергии колебаний поляризации), т. е. при наличии ВЧ колебаний энергия системы «среда+поле» меньше, чем без них. Более того, за счет потерь на излучение  $QV = \mathcal{E}_{\text{н.л}} V d\mathcal{P}/dt$  ВЧ диполя в окружающее пространство энергия крупинки становится все более отрицательной и растет по абсолютной величине:  $d\omega/dt = -Q$ . А это и означает рост амплитуды колебаний поляризации крупинки. Подставляя сюда плотность мощности потерь  $Q = \omega_0^4 |P|^2 V/3c^3 > 0$  и учитывая, что поле  $E \approx -(4\pi/3)P$  велико по сравнению с  $E_{\text{н.л}}$ , для инкремента  $\omega'' = -Q/2\omega$  приходим к (1.18). Как известно [37, 39-41], неустойчивость систем с отрицательной энергией колебаний, возникающая при наличии потерь этой энергии, называется *диссипативной неустойчивостью*. Своеобразие неустойчивости в случае эффекта СИ [29, 36] обусловлено тем обстоятельством, что диссипация вносится в систему за счет потерь энергии на излучение.

В адиабатическом приближении дальнейшая динамика системы, т. е. ее СИ, описывается уравнениями

$$\frac{dQ}{dt} = 2\omega''Q, \quad \frac{d\Delta N}{dt} = -\frac{2Q}{\hbar\omega_0}, \quad (1.20)$$

где коэффициент  $\omega''$  на нелинейной стадии совпадает с выражением для линейного инкремента (1.18), инверсия  $\Delta N$  в котором считается зависящей от времени. При этом  $\Delta N(t)$  уменьшается и затем меняет знак по мере перехода молекул с верхнего энергетического уровня на нижний. Решение (1.20) приводит к известной форме импульса СИ (см. рис. 1):

$$\Delta N = -N \operatorname{th}[(t - t_d)(2\tau)^{-1}], \quad Q = \hbar\omega_0 N \{4\tau \operatorname{ch}^2[(t - t_d)(2\tau)^{-1}]\}^{-1}. \quad (1.21)$$

Длительность импульса  $\tau = 1/2\omega''(t=0) = T_1/NV$  в  $NV$  раз меньше времени спонтанного излучения изолированной молекулы  $T_1 = 3\hbar c^3/4d^2\omega_0^3$ . Поэтому максимальная мощность  $Q_{\max} = \hbar\omega_0 N/4\tau$  пропорциональна квадрату концентрации активных молекул  $N^2$  и примерно в  $NV$  раз превышает начальный уровень некогерентного спонтанного излучения  $Q(t=0) \sim \hbar\omega_0 N/T_1$ . Мощность  $Q_{\max} = \omega_0^4 |dN|^2 V/3c^3$  достигается через время задержки  $t_d = \tau \ln[Q_{\max}/Q(t=0)]$  и соответствует когерентному излучению диполя, обладающего суммарным моментом всех молекул крупинки  $P_{\max} V = dNV$ . Отсюда становится вполне очевиден коллективный когерентный характер процесса.

Таким образом, согласно макроскопической электродинамике в основе СИ Дике лежит механизм диссипативной неустойчивости колебаний поляризации, обладающих отрицательной энергией [29]. Как будет ясно из дальнейшего, он противоположен традиционному для мазеров и лазеров механизму мазерной неустойчивости электромагнитных волн, которые обладают положительной энергией ( $\omega > 0$ ) и нарастают за счет отрицательных потерь ( $Q < 0$ ), вносимых индуцированным излучением активных молекул.

Ниже будут рассматриваться более сложные волновые неустойчивости в распределенной активной среде с размерами  $L \gg \lambda_0$ . Однако вывод о существенной роли нормальных волн (мод) поляризации отрицательной энергии в когерентных процессах, в том числе СИ, останется неизменным.

**2. Волны поляризации в однородной двухуровневой среде.** Прежде чем обсуждать свойства когерентных процессов типа СИ в ограниченных образцах, рассмотрим особенности решения соответствующей начальной задачи в неограниченной среде. В качестве первого шага исследуем характер нормальных волн в однородной среде, составленной из двухуровневых молекул. Эти волны различаются между собой отношением величины поляризации к величине электрического поля и спектром — зависимостью их комплексной частоты  $\omega = \omega' + i\omega''$  от волнового числа  $k = \text{Re } k$ .

**2.1. Поляритонный спектр активной среды.** Влияние омических потерь. При  $k\epsilon \sim \omega_0$  дисперсионное уравнение (1.16) совместно с (1.15) определяет в двухуровневой среде две поперечные нормальные волны — электромагнитную волну и волну поляризации [29, 36]:

$$\omega_{e,p} = \omega_0 - iT_2^{-1} + \frac{1}{2}[ck - \omega_0 + i(T_2^{-1} - 2\pi\sigma)] \times \\ \times [1 \pm \{1 + \omega_c^2[ck - \omega_0 + i(T_2^{-1} - 2\pi\sigma)]^{-2}\}^{1/2}]. \quad (2.1)$$

Указанную дисперсионную зависимость в области поляритонного резонанса, т. е. при  $\omega \sim \omega_0$  и  $k\epsilon \sim \omega_0$ , в оптике обычно называют поляритонным спектром; ср. [2, 37–42]. Его обобщение на случай доплеровского уширения см. в п. 6.1. Вид спектра (2.1) качественно изменяется при переходе от неинвертированной к инвертированной среде, точнее, при смене знака неравенства  $\omega_c^2 \lessgtr (T_2^{-1} - 2\pi\sigma)^2$ , где  $\omega_c \propto -\Delta N$  (рис. 2). Название «волна поляризации» объясняется тем, что при одинаковой амплитуде поля  $E$  амплитуда поляризации среды в волне поляризации больше (обычно много больше), чем в электромагнитной волне. Как ясно из (2.1), при заданной длине волны  $\lambda = 2\pi/k$  неустойчивой может быть лишь одна из двух волн. Максимальные инкременты волн дости-

гаются в центре линии при  $ck = (\omega_0^2 + T_2^{-2})^{1/2} = |\omega_{c,p}|$  и равны

$$\omega_{e,p}'' = -T_2^{-1} + \frac{1}{2}(T_2^{-1} - 2\pi\sigma) \{1 \pm [1 - \omega_c^2 (T_2^{-1} - 2\pi\sigma)^{-2}]^{1/2}\}. \quad (2.2)$$

Обычные представления о мазерной (индуцированной) неустойчивости [11, 12, 26] относятся к электромагнитной волне  $\omega_e(k)$  в условиях

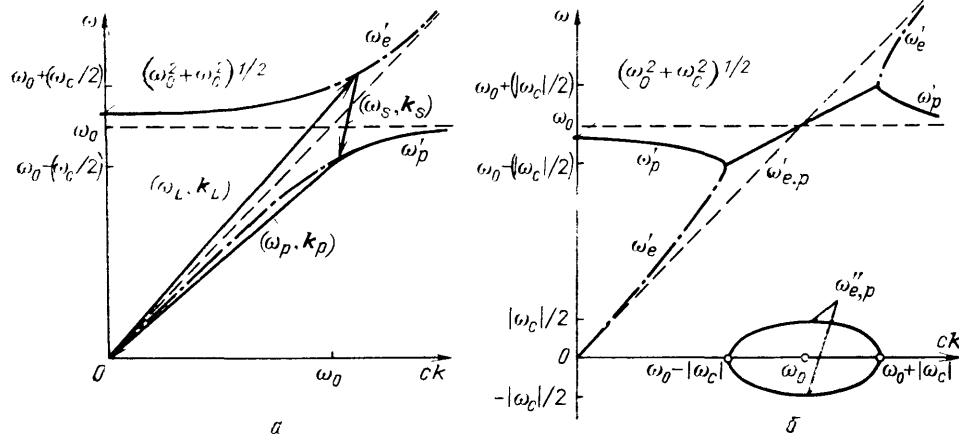


Рис. 2. Дисперсионные кривые для электромагнитных волн и волн поляризации — поляритонов  $\omega_{e,p}(k)$  в неинвертированной ( $\omega_{e,p}'' \equiv 0$ ) (а) и инвертированной среде (б) при  $T_2^{-1} - \sigma = 0$ . Стрелками показана диаграмма комбинационного рассеяния света на поляритонах

сильной релаксации поляризации и слабой диссипации поля:  $T_2^{-1} > |\omega_c|/2 > 2\pi\sigma$ . Согласно (2.2) при условии  $T_2^{-1} \gg |\omega_c|/2$  инкремент равен

$$\omega_e'' = -\frac{\omega_c^2 T_2}{4} - 2\pi\sigma \equiv 2\pi\omega_0 T_2 d^2 \Delta N \hbar^{-1} - 2\pi\sigma. \quad (2.3)$$

В этом случае волна поляризации  $\omega_p(k)$  быстро затухает с декрементом  $T_2^{-1}$  и не представляет интереса. Неустойчивость же электромагнитной волны отвечает индуцированному усилению поля практически несфазированными молекулами, т. е. сравнительно медленному, некогерентному процессу суперлюминесценции, описываемому балансными уравнениями.

Совсем другая ситуация реализуется в случае сильной инверсии и слабой релаксации, характерном для СИ:  $T_2^{-1} < |\omega_c|/2$  (рис. 3). При малой диссипации  $2\pi\sigma < T_2^{-1} \ll |\omega_c|/2$  происходит аномальное насыщение инкремента (2.2):

$$\omega'' = \frac{1}{2}|\omega_c| - \frac{1}{2}T_2^{-1} - \pi\sigma \approx \left(2\pi\omega_0 d^2 \frac{\Delta N}{\hbar}\right)^{1/2}. \quad (2.4)$$

В отличие от мазерного инкремента (2.3), пропорционального инверсии  $\Delta N$ , аномальный инкремент [38] (2.4)  $\omega'' \propto (\Delta N)^{1/2}$ . Если диссипация поля в среде превалирует над релаксацией поляризации ( $T_2^{-1} < 2\pi\sigma$ ), то вместо электромагнитной волны неустойчивой становится волна поляризации (в области  $2\pi\sigma < -\omega_c^2 T_2/4$ ). Пока  $2\pi\sigma \ll |\omega_c|/2$ , эта неустойчивость внутри линии  $|ck - \omega_0| \leq |\omega_c|$  имеет тот же аномальный характер (2.4). Сильная диссипация  $2\pi\sigma \gg |\omega_c|/2$  сглаживает спектр волны поляризации  $\omega_p(k)$  (см. рис. 3, б) и ослабляет неустойчивость: в центре

линии

$$\omega_p'' = -\frac{\omega_c^2}{8\pi\sigma} - T_2^{-1} \quad (2.5)$$

(при  $2\pi\sigma \gg |\omega_c|/2$ ). Из (2.1) при  $2\pi\sigma \gg T_2^{-1}$  следует, что интервал волновых чисел, для которых неустойчивость волны поляризации развивается с инкрементом порядка максимального (2.2), есть

$$\Delta k \sim \frac{1}{c} [(2\pi\sigma)^2 - \omega_c^2]^{1/2} \left[ \frac{-(\omega_c^2 T_2/4) - 2\pi\sigma}{-(\omega_c^2 T_2/4) + 2\pi\sigma} \right]^{1/2}. \quad (2.6)$$

В указанной ситуации поле не представимо в виде набора некогерентных компонент, поскольку в силу быстротечности процесса ширина

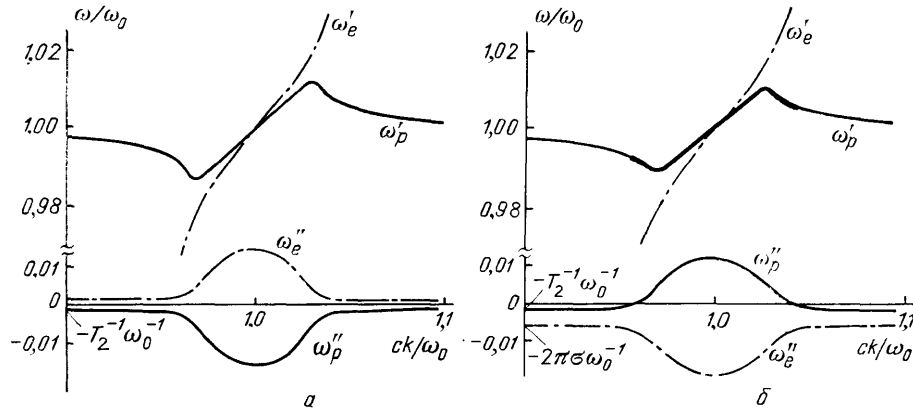


Рис. 3. Поляритонный спектр инвертированной двухуровневой среды в отсутствие диссипации (а) и при ее наличии (б;  $2\pi\sigma = 10^{-2}$ ,  $\omega_0/2 \sim |\omega_c|/2$ ). Значения  $1/T_2\omega_0 = 10^{-3}$ ,  $-\omega_c^2/\omega_0^2 = 10^{-3}$  выбраны так, что  $|\omega_c|/2 \gg T_2^{-1}$ . Жирными линиями отмечены участки неустойчивости волн на дисперсионных кривых  $\omega_{e,p}'$

спектральной линии среды  $T_2^{-1}$  оказывается меньше минимально возможной ширины спектра излучения  $\Delta\omega \sim \max \omega_{e,p}''$ , равной инкременту наиболее быстро растущей пространственной гармоники поля; подробнее см. п. 3.5.

Неустойчивость является конвективной (сносовой), а не абсолютной при  $-\omega_c^2 T_2/4 < \omega_0$  и сосредоточена в интервале волновых чисел между

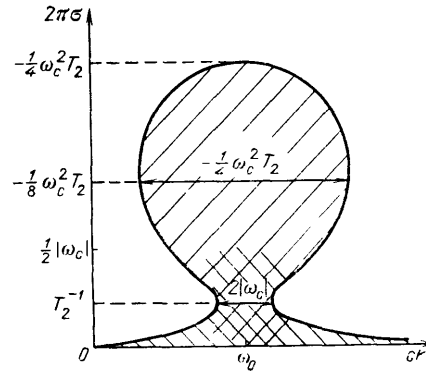
$$k_{1,2} = \frac{1}{c} \left\{ \omega_0^2 + T_2^{-2} + \left[ \frac{1}{2} + (4\pi\sigma T_2)^{-1} \right] \times \right. \\ \left. \times [-\omega_c^2 - 8\pi\sigma T_2^{-1} \mp (-\omega_c^2 - 8\pi\sigma T_2^{-1})^{1/2} (-\omega_c^2 + 8\pi\sigma T_2 \omega_0^2)^{1/2}] \right\}^{1/2}. \quad (2.7)$$

Как показано на рис. 4, при  $4\sqrt{2}T_2^{-1} < |\omega_c|$  с ростом проводимости  $\sigma$  в области  $2\pi\sigma > T_2^{-1}$  диапазон неустойчивости волн поляризации (2.7) начинает расширяться, в отличие от мазерной неустойчивости электромагнитных волн при  $2\pi\sigma < T_2^{-1}$ . Другими словами, с ростом диссипации возникает неустойчивость на крыльях линии  $|ck - \omega_0| \gg |\omega_c|$  (см. п. 2.3).

В большинстве лазеров волны поляризации не играют заметной роли. Дело в том, что в них используются резонаторы с высокой добротностью  $q$ , так что  $2\pi\sigma \equiv \omega_0/2q < T_2^{-1}$  и, согласно (2.3), генерация происходит при относительно невысоком уровне инверсии  $|\omega_c| < 2T_2^{-1}$ , когда слабо затухающие волны поляризации не существуют. Исключение

составляют некоторые квантовые генераторы с высокой степенью инверсии [24, 43, 44], в которых возможно использование малодобротных резонаторов с  $q \ll T_2 \omega_0 / 2$ . Примеры: молекулярные пучковые мазеры ( $\text{NH}_3$ ) и газоразрядные ( $\text{He} - \text{Xe}$ ) и химические ( $\text{HF}$ ) лазеры непрерывного действия, а также ряд импульсных лазеров на парах металлов

Рис. 4 Область неустойчивых волновых чисел (2.7) в зависимости от проводимости 0 при  $4 \sqrt{2} T_2^{-1} < |\omega_c|$ . Ниже уровня  $2\pi\sigma = T_2^{-1}$  неустойчива электромагнитная волна, выше этого уровня — волна поляризации. Двойная штриховка — область аномальной неустойчивости (2.4)



(Си) и импульсных молекулярных лазеров с большим давлением газа ( $\geq 0,1$  атм), работающих на колебательно-вращательных ( $\text{CO}_2$ -ТЕА), электронно-колебательных ( $\text{N}_2$ ) и «эксимерных» ( $\text{Xe}_2$ ) переходах. Для них  $|\omega_c| \geq 2T_2^{-1}$  и, следовательно, динамика их генерации, в том числе стохастическая, в значительной мере обусловлена когерентными процессами с участием волн поляризации, однако роль этих волн в указанной ситуации еще не анализировалась.

**2.2. Проблема наблюдения поляритонного спектра.** Экспериментально поляритоны стали интенсивно изучаться после построения квантовой теории экситон-фотонной связи в физике твердого тела, хотя впервые рассматривались в классической теории дисперсии света [2, 8, 45–48]. Долгое время эти эксперименты относились только к поглощающим кристаллам. Применялись как оптические (интерференция, отражение, люминесценция и др.), так и неоптические (рассеяние нейтронов, электронов и др.) методы изучения спектра. Особенно много дал развитый в 70-х годах метод комбинационного рассеяния излучения лазера ( $\omega_L$ ) в стоксово излучение ( $\omega_S$ ) с генерацией поляритонов ( $\omega_p$ ) (см. рис. 2, а).

Непосредственное наблюдение поляритонного спектра активных сред в условиях протекания нестационарных, когерентных процессов до сих пор не осуществлено. Это связано, по-видимому, со следующими обстоятельствами.

*Первое.* Для возникновения поляритонного эффекта необходима большая концентрация активных молекул, чтобы кооперативная частота превышала ширину линии, в частности,  $|\omega_c| > 2T_2^{-1}$ . Иначе спектр слабо отличается от спектра парциальных волн. В кристаллах, где велико межчастичное взаимодействие, указанное требование было удовлетворено лишь в 80-х годах в экспериментах по СИ в дифениле с пиреном [32],  $\text{KCl: O}_2^-$  [33, 34],  $\text{Nd: YAG}$  и рубине [35] при низких температурах.

*Второе.* В газах указанное требование удовлетворить легче\*); пример — СИ в парах цезия [14]. Однако представления о поляритонах в

\*) В газе при  $N \geq \omega_0^3 / c^3$  минимум  $T_2^{-1} \sim |\omega_c^2| / 10\omega_0 \ll |\omega_c|$ . Он определяется диполь-дипольным ВЧ взаимодействием молекул при их вайскопфовских столкновениях [5, 9, 45]. Это обстоятельство, в частности, ограничивает резонансную восприимчивость:  $|\chi| = |e-1| / 4\pi \ll 1$  для  $\omega'' = 0$  даже при  $\omega' \approx \omega_0$ .

газах сильно задержались в своем развитии. Первая работа 1967 г. по экситонам в газе [48] не получила широкого отклика. По-видимому, использованию в электродинамике газов аналогии с обычными фононными или экситонными поляритонами кристаллов мешало отсутствие трансляционной инвариантности и необычность поляритонов в газе, связанных с электронными переходами в свободных молекулах. Только в последние годы концепция поляритонов в газах, а также стеклах и аморфных материалах стала распространяться [45, 46] и применяться практически. Пример тому — создание поляритонного параметрического генератора света на парах натрия [49].

*Третье.* Необходима весьма быстрая регистрация, поскольку вид поляритонного спектра меняется при достижении нелинейной стадии неустойчивости за время  $\sim t_d, 1/\omega'_{e,p}$ . Перспективным методом является измерение параметров ультракоротких импульсов малой площади, пропускаемых через активную среду [35] (п. 3.6). В спектроскопии поглощающих сред ультракороткие импульсы давно используются [47], например, для прямого измерения пикосекундного времени жизни поляритонов по когерентному комбинационному рассеянию [50] и для измерения групповых скоростей  $d\omega_p/dk$  поляритонов по времени прохождения через пластинки кристаллов (CuCl, CdS) [51].

**2.3. Об отрицательной энергии волн поляризации.** Покажем, что в распределенной инвертированной среде, как и в крупинке (п. 1.4), волны поляризации обладают отрицательной энергией и их неустойчивость является диссипативной [29, 36]. Согласно (1.9) и (1.10) при  $\Delta N = \text{const}$  скорость изменения общей плотности энергии  $\omega$  поля и поляризации определяется релаксацией поляризации молекул, омической диссипацией и неоднородностью потока энергии:  $\partial\omega/\partial t = -Q - c \operatorname{div} [\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{B}}]/4\pi$ , т. е.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\vec{\mathcal{E}}^2 + \vec{\mathcal{B}}^2}{8\pi} + \frac{2\pi}{\omega_c^2} \left[ \left( \frac{\partial \vec{\mathcal{P}}}{\partial t} \right)^2 + \left( \omega_0^2 + \frac{1}{T_2^2} \right) \vec{\mathcal{P}}^2 \right] \right\} = \\ = - \frac{8\pi}{\omega_c^2 T_2} \left( \frac{\partial \vec{\mathcal{P}}}{\partial t} \right)^2 - \sigma \vec{\mathcal{E}}^2 - \frac{c}{4\pi} \operatorname{div} [\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{B}}]. \quad (2.8) \end{aligned}$$

Отсюда, зная восприимчивость  $\chi$  (1.14), находим усредненные по ВЧ периоду энергию и мощность потерь однородных волн в активной среде\*):

$$\begin{aligned} \omega = |E|^2 [(1 + |\varepsilon(\omega)|)(16\pi)^{-1} + \\ + \pi\omega_c^{-2} (|\omega|^2 + \omega_0^2 + T_2^{-2}) |\chi(\omega)|^2] \exp(2\omega''t), \quad (2.9) \end{aligned}$$

$$Q = \frac{1}{2} |E|^2 [\sigma + 8\pi\omega_c^{-2} T_2^{-1} |\omega\chi(\omega)|^2] \exp(2\omega''t). \quad (2.10)$$

Используя (2.9) и (2.1), убеждаемся, что волна поляризации в инвертированной среде, где  $\omega_c^2 < 0$ , обладает отрицательной энергией:  $\omega_p = \omega(\omega_p) < 0$ . Поэтому при отборе энергии вследствие диссипации поля, когда  $Q_p = Q(\omega_p) > 0$ , ее амплитуда возрастает (инкремент

\*) Выражение для энергии (2.9) отличается от модуля или действительной части обычного электродинамического выражения [1–3]  $(|E^2|/16\pi\omega) d(\omega^2\varepsilon)/d\omega$ , поскольку восприимчивость среды комплексная. Поэтому для определения энергии здесь недостаточно вычислить  $d(\omega^2\varepsilon)/d\omega$ .

$\omega_p' = -Q_p/2\omega_p > 0$ ), т. е. волна поляризации обнаруживает диссипативную неустойчивость\*).

Энергия электромагнитной волны положительна:  $\omega_e = \omega(\omega_e) > 0$ . Ее мазерная неустойчивость ( $\omega_e'' = -Q_e/2\omega_e > 0$ ; п. 2.1) возникает за счет отрицательных потерь:  $Q_e = Q(\omega_e) < 0$ . В неинвертированной среде энергия и потери обеих волн положительны [2, 3] и неустойчивости нет.

Происхождение отрицательного знака энергии становится яснее, если обратиться к гамильтониану системы  $h$ , т. е. полной плотности энергии среды и поля в нелинейном случае  $\Delta N \neq \text{const}$ . Используем следующий из (1.10) и (1.11) закон изменения длины вектора Блоха [12]

$$\mathbf{S} = (\vec{\mathcal{P}}[1 + (\omega_0 T^2)^{-2}]^{1/2}, -\vec{\mathcal{P}}\omega_0^{-1}, \Delta N d):$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\Delta N^2 d^2 + (\dot{\vec{\mathcal{P}}}\omega_0^{-1})^2 + (1 + \omega_0^{-2} T^2) \vec{\mathcal{P}}^2] = \\ = -4\dot{\vec{\mathcal{P}}}^2 (T_2 \omega_0^2)^{-1} + \omega_e^2 h (\Delta N - \Delta N_n) (4\pi T_1 \omega_0)^{-1}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

где точка обозначает  $\partial/\partial t$ . Для определенности рассмотрим инвертированную среду без потерь, считая  $t \ll T_{1,2}$ ,  $\sigma^{-1}$ . Тогда длина вектора Блоха сохраняется:  $|\mathbf{S}| = \Delta N_B d$ , а инверсия выражается через поляризацию:

$$\Delta N = \Delta N_B \{1 - [\dot{\vec{\mathcal{P}}}^2 + (\dot{\vec{\mathcal{P}}}\omega_0^{-1})^2] (\Delta N_B d)^{-2}\}^{1/2}. \quad (2.12)$$

Исключив  $\Delta N$  из (1.10) с помощью (2.12), запишем уравнения для поперечных поля и поляризации в лагранжевой форме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial l}{\partial \dot{A}} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial l}{\partial \dot{A}'} - \frac{\partial l}{\partial A} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial l}{\partial \dot{\mathcal{P}}} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial l}{\partial \dot{\mathcal{P}}'} - \frac{\partial l}{\partial \mathcal{P}} &= 0, \\ l = \frac{\mathcal{E}^2 - \mathcal{B}^2}{8\pi} + \mathcal{P}\mathcal{E} - \frac{i\hbar\omega_0 \Delta N}{2} - \frac{\hbar\dot{\mathcal{P}}}{2d} \arcsin \frac{\dot{\mathcal{P}}/\omega_0}{[(\Delta N_B d)^2 - \dot{\mathcal{P}}^2]^{1/2}} \equiv \\ \equiv p_1 \dot{q}_1 + p_2 \dot{q}_2 - h(p_1, q_1; p_2, q_2). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Здесь  $\Delta N$  — из (2.12),  $\vec{\mathcal{E}} = -\dot{\mathbf{A}}/c$ ,  $\vec{\mathcal{B}} = \text{rot } \mathbf{A}$  и для упрощения рассматривается одномерная задача; штрих обозначает  $\partial/\partial z$ . Роль канонических переменных, кроме векторного потенциала  $A(z, t) = q_1$  и индукции  $\mathcal{D}(z, t) \equiv \mathcal{E} + 4\pi\mathcal{P} = -4\pi c p_1$  (для простоты линейно поляризованных), играют величины  $q_2 = \mathcal{P}(z, t)$  и  $p_2 = -(\hbar/2d) \arcsin \{ \dot{\mathcal{P}}/\omega_0 [\Delta N_B^2 d^2 - \dot{\mathcal{P}}^2]^{1/2} \}$ . В результате обнаруживаем, что гамильтониан системы «молекулы+поле» не содержит энергию их связи  $\mathcal{P}\mathcal{E}$  и равен

$$h = \frac{1}{8\pi} \mathcal{E}^2 + \frac{\mathcal{B}^2}{8\pi} + \frac{1}{2} \hbar\omega_0 \Delta N. \quad (2.14)$$

\*) В предельном случае отсутствия релаксации и диссипации ( $Q=0$ ), когда неустойчивость имеет аномальный характер (см. рис. 2, б), нормальные волны с  $\omega_{e,p}'' \neq 0$  обладают нулевой энергией, поскольку  $\omega = -Q/2\omega''$ . Существование ненулевого инкремента в этом случае связано с переходом энергии от парциальных колебаний поляризации к парциальным колебаниям электромагнитного поля за счет взаимодействия этих динамических подсистем. Такая динамическая раскачка колебаний двух подсистем с противоположными знаками энергии является предельным случаем диссипативной неустойчивости.

Исходные уравнения (1.9)–(1.11) дают также закон изменения полной плотности энергии в общем случае при наличии потерь:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\vec{\mathcal{E}}^2 + \vec{\mathcal{B}}^2}{8\pi} + \frac{\hbar\omega_0\Delta N}{2} \right) = - \frac{\hbar\omega_0(\Delta N - \Delta N_N)}{2T_1} - \sigma\vec{\mathcal{E}}^2 - \frac{c}{4\pi} \operatorname{div} [\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{B}}]. \quad (2.15)$$

Этот результат в линейном приближении, когда  $\partial(\Delta N^2)/\partial t \approx 2\Delta N_N \partial\Delta N/\partial t$ , приводит к (2.8) в силу (2.11), если учесть возможность произвола в выборе начала отсчета волновой энергии. В инвертированной среде именно «линеаризованная» и «смещенная» энергия волн (2.9)  $\omega$  может стать отрицательной. Действительно, согласно (2.12), чтобы создать колебания поляризации инвертированных молекул ( $\vec{\mathcal{P}} \neq 0$ ;  $\vec{\mathcal{P}} \neq 0$ ), неизбежно придется частично перевести молекулы с верхнего энергетического уровня на нижний ( $\Delta N < \Delta N_N$ ). В случае  $\Delta N_N = N$  сказанное очевидно, поскольку молекулы могут приобрести ВЧ поляризацию —  $\int (C_1\psi_1)^* \mathbf{er} (C_2\psi_2) d^3\mathbf{r}$  только в суперпозиционном состоянии  $\psi = C_1\psi_1 + C_2\psi_2$  при  $C_{1,2} \neq 0$ , когда у них заселены оба уровня. Если при таком отборе энергии с верхнего уровня возникает поле с не слишком большой энергией, как это имеет место для волн поляризации, то в целом над средой совершается отрицательная работа и среда приобретает отрицательную волновую энергию. В неинвертированной среде, наоборот, для создания поляризации и поля приходится переводить молекулы с нижнего уровня на верхний, передавая положительную энергию в среду, — в результате энергия волн оказывается положительной.

**2.4. Абсолютная неустойчивость в проводящей инвертированной среде.** Плазменно-дипольный резонанс. Использование диссипативной неустойчивости волн поляризации для генерации излучения возможно не только в конвективном (п. 2.1), но и в абсолютном режиме, когда несмотря на отсутствие отражений дисперсионное распывание волнового пакета и его неравномерное усиление компенсируют конвективный снос [52]. При этом однородная инвертированная среда формально становится «непрозрачной» ( $\operatorname{Re} \epsilon(\omega') < 0$ ), а сильная диссипация поля обуславливает малую групповую скорость волн:  $|d\omega_p'/dk| \ll c$ .

Критерий абсолютной неустойчивости таков [37, 38]: в точке слияния  $\omega_a$  двух корней  $k(\omega)$  дисперсионного уравнения  $c^2 k^2 = \omega^2 \epsilon(\omega)$ , отвечающих встречным волнам, должно быть  $\omega_a'' \equiv \operatorname{Im} \omega_a > 0$ . Он соответствует пересечению областью неустойчивости (2.12) оси ординат на рис. 4 ( $k_1^2 < 1$ ) и инкременту

$$\omega_{a0}'' = -2\pi\sigma\omega_c^2(\epsilon_0^2\omega_0^2 + 16\pi^2\sigma^2)^{-1} - T_2^{-1} > 0. \quad (2.16)$$

В выражении для  $\omega_{a0}''$  мы учли диэлектрическую проницаемость «фоновой» среды, заменив в (1.15) 1 на  $\epsilon_0$ . Достижение абсолютной неустойчивости облегчается уменьшением  $\epsilon_0 < 1$  и выбором оптимальной проводимости  $\sigma_{\text{opt}} \approx |\epsilon_0| \omega_0/4\pi$ . При  $\epsilon_0 < 0$ , когда непрозрачность фоновой среды исключает поляритонный резонанс  $c^2 k^2 \approx \epsilon_0 \omega_0^2$ , абсолютно неустойчивые продольные и длинноволновые ( $k \rightarrow 0$ ) поперечные волны поляризации нарастают с инкрементом  $\omega_{a0}''$ , бóльшим инкремента конвективно неустойчивых волн с  $k \neq 0$ .

Абсолютная диссипативная неустойчивость может быть реализована, по-видимому, при сильной инверсии вращательных молекулярных

переходов в частично ионизованном газе\*), когда имеет место плазменно-дипольный резонанс  $\omega_0 \approx \omega_L = (4\pi N_e e^2 / m_e)^{1/2}$  в далеком ИК диапазоне частот. Здесь роль фоновой проводящей среды играет низкотемпературная ( $T \sim 10^3$  К) плазма, в которой  $\epsilon_0(\omega) = 1 - (\omega_L^2 / \omega^2)$  и  $4\pi\sigma \approx \approx v_{ei} \sim 10N_e T^{-3/2} \ll \omega_L$  (при концентрациях электронов и ионов  $N_e \sim N_i \leq \leq 10^{17} \text{ см}^{-3}$  и степени ионизации  $10^{-2} \div 10^{-7}$ ). Учет дополнительной плазменной дисперсии  $\epsilon_0(\omega)$  эквивалентен замене  $c^2 k^2 \rightarrow c^2 k^2 + \omega_L^2$  в (1.16). Тем самым, при  $|\epsilon_0| \ll 1$  абсолютная неустойчивость волн с  $k \approx 0$  замещает конвективную в области поляритонного резонанса  $k \approx \omega_0/c$  и становится доминирующим процессом. Ее инкремент  $\omega_p''$  максимален при  $\omega_L^2 = \omega_0^2 + T_2^{-2}$  и равен (2.2). Условие возникновения абсолютной неустойчивости —  $\omega_c^2 > 8\pi\sigma/T_2$ , как показывают оценки, будет удовлетворено при степени инверсии  $\Delta N/N \gg (10^{-18} N_e)^{1/2}$ .

**2.5. Двойное преломление и поляризация волн в анизотропной среде.** Представление о нормальных волнах в среде естественно использовать при анализе поляризационных свойств излучения в анизотропных средах [1–3], в том числе активных. Их анизотропия  $\epsilon_{\gamma\delta}(\omega)$  может быть связана, например, с фоновой средой (кристаллом [32–35]), поляризующей накачкой [14, 53, 54] или неизотропным распределением разности населенностей активных молекул  $\Delta N(\mathbf{e})$  по ориентациям дипольных моментов  $\mathbf{d} = d\mathbf{e}$ ;  $|\mathbf{e}| = 1$ . В последней ситуации необходимо тензорное обобщение кооперативной частоты

$$(\omega_c^2)_{\gamma\delta} = -8\pi\omega_0 \hbar^{-1} \iint_{|\mathbf{e}|=1} d\gamma d\delta \Delta N(\mathbf{e}) d^2 \mathbf{e} \quad (\gamma, \delta = x, y, z). \quad (2.17)$$

В общем случае поляризация и дисперсия нормальных волн определяются системой уравнений [1, 2]

$$\sum_{\delta=1}^3 A_{\gamma\delta} E_\delta = 0, \quad A_{\gamma\delta} = \omega^2 \epsilon_{\gamma\delta} c^{-2} - k^2 \delta_{\gamma\delta} + k_\gamma k_\delta$$

и дисперсионным уравнением Френеля  $\det(A_{\gamma\delta}) = 0$ . В отсутствие пространственной дисперсии они приводят к двум значениям показателя преломления  $n_{1,2}(\omega)$  поперечных волн с различными коэффициентами поляризации  $K_{1,2} \equiv iE_y/E_x = -i \operatorname{ctg}(\phi + i\theta)$ , задающими отношение осей  $\operatorname{th} \theta$  эллипса поляризации и угол наклона  $\phi$  его главной оси к оси  $y$ :

$$\operatorname{th} \theta = -4 \operatorname{Re} K \cdot (|K - 1| + |K + 1|)^{-2}, \quad (2.18)$$

$$\phi = \frac{1}{2} \arg[(K - 1)(K + 1)^{-1}].$$

В результате, согласно дисперсионному уравнению  $\omega^2 n_{1,2}^2(\omega) = c^2 k^2$ , заменяющему (1.16), существуют две различно поляризованные электромагнитные волны  $\omega_e^{(1),(2)}(k)$  и две волны поляризации  $\omega_p^{(1),(2)}(k)$ .

Двойное преломление и поляризация излучения подробно изучены для граничных квазистационарных задач [1–3], включая линейное взаимодействие волн в неоднородных средах [55] и преобразование эллипса поляризации в изотропных средах с нелинейной анизотропией, связанной, например, с переориентацией молекул, вырождением уровней и неизотропным насыщением  $\Delta N(\mathbf{e})$  [54, 56, 57]. Появились экспе-

\*) Или активных центров в полупроводниках и металлах в оптическом и ультрафиолетовом диапазонах (на границе области прозрачности:  $\omega_0 \approx \omega_L \sim 4\pi\sigma |\epsilon_0^{-1}| \gg T_2^{-1}$ ), где диссипация поля вносится несвязанными электронами.

риментальные и теоретические работы по нестационарным поляризованным эффектам при распространении пикосекундных импульсов в пассивных средах [54, 56].

Весь аналогичный круг проблем для когерентных, нестационарных процессов в активных средах с участием волн поляризации только начинает изучаться. В качестве примера рассмотрим СИ на двухуровневом переходе  $j \rightarrow j'$ , вырожденном по проекциям  $j_z$  полного углового момента  $j$ . Пусть анизотропия определяется поляризованным импульсом накачки, задающим матрицу плотности  $\hat{\rho}(t=0)$  когерентной смеси зеемановских подуровней  $|jj_z\rangle$  верхнего уровня путем их заселения с нижележащего уровня [53]  $j''$ :

$$\varepsilon_{xx,yy} = 1 + i \frac{4\pi\sigma}{\omega} - \frac{\omega_c^2 \{ \mp \operatorname{Re} U + [(C_+ + C_-)/2] \}}{(\omega \mp iT_2^{-1})^2 - \omega_0^2}, \quad (2.19)$$

$$\varepsilon_{xy,yx} = - \frac{\omega_c^2 \{ \operatorname{Im} U \pm i [(C_+ - C_-)/2] \}}{(\omega \mp iT_2^{-1})^2 - \omega_0^2},$$

$$C_{\pm} = d^{-2} \sum_{j_z, j'_z} \langle j' j'_z | \hat{d}_{\pm 1} | j j_z \rangle^2 \langle j j_z | \hat{\rho}(t=0) | j j_z \rangle,$$

$$U = d^{-2} \sum_{j_z, j'_z} \langle j' j'_z | \hat{d}_{+1} | j j_z \rangle \langle j' j'_z | \hat{d}_{-1} | j j_z + 2 \rangle \langle j j_z + 2 | \hat{\rho}(t=0) | j j_z \rangle. \quad (2.20)$$

Выше использовано стандартное разложение оператора дипольного момента  $\hat{\mathbf{d}} = \hat{d}_{+1} \mathbf{e}_{+1} + \hat{d}_{-1} \mathbf{e}_{-1}$  по круговым поляризациям  $\mathbf{e}_{\pm 1} = \mp (\mathbf{x}^0 \pm i \mathbf{y}^0) / \sqrt{2}$ . Согласно (2.19) и уравнению для поля нормальных волн  $\sum_{\delta} A_{\gamma\delta} E_{\delta} = 0$ ,

на линейном этапе СИ развивается в условиях двойного преломления

$$n_{1,2}^2(\omega) = 1 + i \frac{4\pi\sigma}{\omega} - \frac{\tilde{\omega}_{c1,2}^2}{(\omega \mp iT_2^{-1})^2 - \omega_0^2},$$

$$\tilde{\omega}_{c1,2}^2 = \omega_c^2 \left\{ \frac{C_+ + C_-}{2} \pm \frac{C_- - C_+}{2} \left[ 1 \pm \frac{4|U|^2}{(C_+ - C_-)^2} \right]^{1/2} \right\}, \quad (2.21)$$

соответствующего наличию волн с двумя эллипсами поляризации  $K_{1,2} = i(n_{1,2}^2 - \varepsilon_{xx})/\varepsilon_{xy}$ . При  $(C_+ - C_-)^2 + 4|U|^2 \neq 0$  одна из волн будет обладать большим инкрементом и доминировать. Это наблюдается в эксперименте [53] на газе Rb с линейно поляризованной вдоль направления  $\mathbf{e}_L \perp \mathbf{z}^0$  накачкой с уровня  $j''=1/2$  для рабочего перехода  $j=3/2 \rightarrow j'=1/2$  ( $C_{\pm}=5/48$ ,  $U = -\exp(2i\alpha)/16$ ,  $\alpha$  — угол наклона  $\mathbf{e}_L$  к оси  $\mathbf{x}^0$ ). Здесь  $\tilde{\omega}_{c1}^2 = 4\omega_{c2}^2$  и СИ всегда оказывается линейно поляризованным вдоль  $\mathbf{e}_L$ . Вместе с тем для перехода  $j=1/2 \rightarrow j'=1/2$  анизотропия отсутствует ( $C_{\pm}=1/6$ ,  $U=0$ ): направления ортогональных поляризаций нормальных волн могут быть выбраны произвольно, их инкременты одинаковы. Такое вырождение позволяет объяснить наблюдаемые в этом случае [53] флуктуации поляризации СИ (п. 5.3).

**3. Диссипативная неустойчивость в задаче об однонаправленном СИ.** В разделах 3—5 представлена электродинамическая картина СИ Дике (п. 1.4) и родственных ему явлений в инвертированной двухуровневой среде.

**3.1. Эволюция пакетов неустойчивых нормальных волн и их функции Грина.** Начнем с анализа СИ в одномерной модели плоского слоя, ориентированного поперек оси  $z$  и имеющего вдоль нее длину  $L \gg \lambda = 2\pi/k$ . Точнее, сосредоточим внимание на распространении плоских волн (1.13) только в одном направлении  $+z$  [14, 23, 27, 58, 59], оставляя обсуждение роли встречных волн до п. 3.7 и раздела 4. Реально одномерная модель лучше всего применима к цилиндрическому образцу с небольшим числом Френеля  $F \equiv S/\lambda L \ll 1$ , где  $S$  — площадь поперечного сечения ( $\perp z$ ). Согласно ей СИ описывается однонаправленными уравнениями Максвелла — Блоха (1.9) — (1.11'), в которых распределенная диссипация  $\sigma$  включает и омическое поглощение, и дифракционное «вытекание» излучения через боковую поверхность образца ( $\sigma_{\text{дифр}} \sim c\lambda/6\pi S$ ) [14, 23, 60], задавая единый масштаб диссипации  $L_\sigma = c/2\pi\sigma$ . Их общее решение на линейной стадии СИ, когда  $\Delta N = N$ , при произвольных начальных условиях  $P(z, t=0) = P_0(z)\theta(z)$ ,  $E(z, t=0) = E_0(z)\theta(z)$  и падающем слева на границу среды ( $z=0$ ) поле  $E(z=0, t) = E_{\text{in}}(t)\theta(t)$  имеет вид

$$\begin{aligned} E(z, t) = & \theta(\tilde{t}) e^{-z/L_\sigma} \left\{ E_{\text{in}}(\tilde{t}) + \right. \\ & + \int_0^{\tilde{t}} E_{\text{in}}(t') e^{-(\tilde{t}-t')/\tau_2} \frac{\Omega_c}{2} \left( \frac{\tilde{z}/c}{\tilde{t}-t'} \right)^{1/2} I_1 \left( \frac{\Omega_c}{c} |c(\tilde{t}-t')z|^{1/2} \right) dt' \Big\} + \\ & + \frac{2\pi i \omega_0}{c} e^{-t/\tau_2} \int_0^z P_0(z') \exp \left[ (z-z') \left( \frac{1}{c\tau_2} - \frac{1}{L_\sigma} \right) \right] \theta \left( \tilde{t} - \frac{z'}{c} \right) I_0(\xi') dz' + \\ & + E_0(z-ct) e^{-ct/L_\sigma} + \frac{1}{2} e^{-t/\tau_2} \int_0^z \left\{ E_0(z') \exp \left[ (z-z') \left( \frac{1}{c\tau_2} - \frac{1}{L_\sigma} \right) \right] \times \right. \\ & \times \theta \left( \tilde{t} - \frac{z'}{c} \right) \xi' I_1(\xi') (c\tilde{t} - z')^{-1} \Big\} dz'; \quad (3.1) \end{aligned}$$

здесь  $\Omega_c = (8\pi d^2 N \omega_0 / \hbar)^{1/2} > 0$  — величина кооперативной частоты  $\omega_c$  в полностью инвертированной при  $t=0$  среде,  $\xi' = (\Omega_c/c) \{ (z-z') [ct - (z-z')] \}^{1/2}$ ,  $\tilde{t} = t - (z/c)$ ,  $\theta$  — ступенчатая функция Хевисайда,  $I_k$  — модифицированные функции Бесселя. Длина образца в отсутствие отражений в решение не входит, а лишь определяет правую границу среды:  $z=L$ . О различных частных случаях решения (3.1) см. [14, 15, 42, 61].

Для выяснения характера неустойчивости в инвертированной среде рассмотрим усиление пакета нормальных неустойчивых волн одного типа, в которых амплитуды поля и поляризации для каждой пространственной фурье-гармоники  $q = i[k - (\omega_0/c)]$  связаны соотношением

$$\begin{aligned} P_0(q) = & E_0(q) (p_{e,p}(q) + cq + 2\pi\sigma) (2\pi i \omega_0)^{-1}, \\ p_{e,p}(q) = & -i(\omega_{e,p}(k) - \omega_0). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Согласно методу Фурье — Лапласа при  $E_{\text{in}} = 0$  пакет эволюционирует по закону

$$\begin{aligned} P_{e,p}(z, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} P_0(z') D_{e,p}(z-z', t) dz', \\ D_{e,p}(z, t) = & \int_{-\infty}^{i\infty} \exp(qz + p_{e,p}(q)t)^{-1} dq (2\pi i)^{-1}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где функция Грина неустойчивых нормальных волн  $e$ - или  $p$ -типа равна

$$D_{e,p}(z, t) = \exp\left(-\frac{t}{T_2} - \frac{z}{L_\sigma} + \frac{z}{cT_2}\right) \left( \delta(z_{e,p}) + \frac{t\Omega_c^2}{2c} \theta(z_{e,p}) \frac{I_1(\xi)}{\xi} \right), \quad (3.4)$$

$$\xi = \frac{\Omega_c}{c} [z(ct - z)]^{1/2},$$

$z_e = ct - z$ ,  $z_p = z$ . Очевидно, что в отсутствие релаксации поляризации ( $T_2^{-1} = 0$ ) независимо от величины диссипации поля  $\sigma$  при  $\omega_{c,l}'' > 0$  неустойчивость имеет *абсолютный* характер:

$$D_{e,p}(z, t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \infty,$$

поскольку  $I_k(\xi) \sim (\exp \xi) / (2\pi \xi)^{1/2} \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} \infty$ . Если же  $T_2^{-1} \neq 0$ , то фактор  $\exp(-t/T_2)$  на временах  $t \gtrsim t_{\max} = \Omega_c^2 T_2^2 z / 4c$  подавляет рост функции Грина:

$$D_{e,p}(z, t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

— и неустойчивость становится *конвективной* [37, 38].

**3.2. Абсолютная и конвективная неустойчивость волн поляризации.** Исследуем, как распространяется пакет диссипативно неустойчивых волн поляризации при  $2\pi\sigma > T_2^{-1}$ . Начальный  $\delta$ -импульс  $P_0\delta(z)$  в соответствии с функциями Грина для поляризации (3.3), (3.4) и для поля

$$E_p(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_0(z') D_p(z - z', t) dz', \quad (3.5)$$

$$D_p(z, t) = \frac{2\pi i \omega_0}{c} \theta(z) \left( I_0(\xi) + \frac{z}{ct - z} I_2(\xi) \right) \exp\left(-\frac{t}{T_2} + \frac{z}{cT_2} - \frac{z}{L_\sigma}\right)$$

превращается в усиленный импульс, распространяющийся с групповой скоростью  $v_{gr} = c[1 - v(1 + v^2)^{-1/2}]/2$ , где  $v = (2\pi\sigma - T_2^{-1})/\Omega_c$ . Он показан на рис. 5. Максимум поля ( $z_e$ ) опережает максимум поляризации ( $z_p$ ) на расстояние, пропорциональное кооперативной длине\*) Аретки — Куртенса [62]  $L_c = c/\Omega_c$ . Точнее,  $z_p \approx v_{gr}t - [3L_c v / 2(1 + v^2)]$  и  $z_e - z_p \approx L_c / (1 + v^2)^{1/2}$  при  $t\Omega_c \gg 2(1 + v^2)^{1/2}$ .

Волны поляризации с отрицательной плотностью энергии  $w < 0$  обладают положительной плотностью потока энергии:  $S_z = c|E|^2/8\pi > 0$ . Казалось бы, энергия пакета таких волн должна перемещаться против фазовой скорости, т. е. против оси  $z_x$  поскольку средняя скорость потока энергии отрицательна:

$$v_w = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S_z dz}{\int_{-\infty}^{\infty} w dz} < 0.$$

Однако этот вывод не верен, так как, согласно закону изменения энергии  $\partial w / \partial t + \partial S_z / \partial z + Q = 0$ , в активной среде центр энергии пакета  $z_u$  дви-

\*) Длина Аретки — Куртенса  $L_c = c/\Omega_c$  определяет (с точностью до логарифмического фактора) максимальный размер областей в среде, для которых неустойчивость с максимальным инкрементом  $\Omega_c/2$  осуществляется причинно-связанным образом: за время ее развития свет успевает пройти длину  $L_c$ .

жется по более сложному закону:

$$\frac{dz_w}{dt} = v_w + \gamma(z_w - z_Q), \quad z_w = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} z w dz}{\int_{-\infty}^{\infty} w dz}, \quad z_Q = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} z Q dz}{\int_{-\infty}^{\infty} Q dz},$$

$$\gamma = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} Q dz}{\int_{-\infty}^{\infty} w dz}. \quad (3.6)$$

В волне поляризации центр потерь  $z_Q$ , определяемых главным образом диссипацией поля, распространяющегося в направлении  $+z$  со скоростью света  $c$ , опережает центр энергии  $z_w$ , определяемой в основном колебаниями поляризации неподвижной среды. В результате фактор

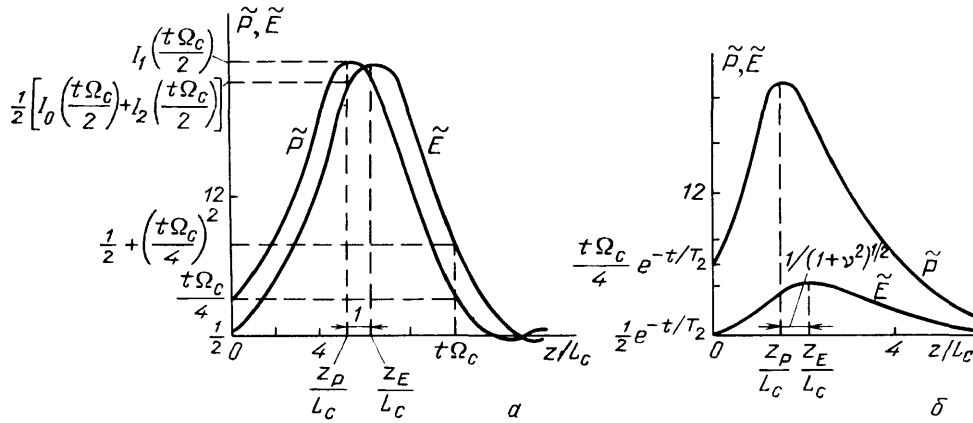


Рис. 5. Эволюция  $\delta$ -импульса неустойчивых волн поляризации по (3.3)–(3.5) в случаях абсолютной неустойчивости ( $T_2^{-1} = 0$ ,  $\sigma = 0$ ,  $t\Omega_c = 10$ ) (а) и конвективной неустойчивости ( $\gamma = (2\pi\sigma - T_2^{-1})/\Omega_c = -2$ ;  $T_2\Omega_c = 80$ ;  $t\tilde{\Omega}_c = 40$ ) (б). На графиках обозначено:  $\tilde{P} = cP_p/\Omega_c P_0$ ,  $\tilde{E} = cE_c/4\pi i\omega_0 P_0$

$\gamma(z_w - z_Q) > 0$  и приводит к положительной скорости движения энергии пакета, на больших временах равной групповой скорости в центре линии  $d\omega_p/dk$ .

Для произвольного начального распределения  $P_0(z)$  в конечном слое  $0 < z < L$  эволюция пакета задается свертками  $P_0(z)$  с функциями Грина (3.3)–(3.5). При сильной диссипации  $L_0 \ll L_c$ ,  $cT_2$  для  $z \gg L_0$  и  $ct \gg z$ ,  $L_0^2/z$ ,  $c/\omega_p$  основной вклад в свертку дает окрестность экстремальной точки  $z_0 = z - (ctL_0^2/4L_c^2)$ . Пока  $z_0 > 0$ , амплитуда поляризации и поля в пакете определяется усиленным сигналом, пришедшим в рассматриваемую точку  $z$  именно из этой точки «источника»  $z_0$ , медленно бегущего влево по слою с групповой скоростью \*)  $v_{rp} \approx cL_0^2/4L_c^2 \ll c/2$ :

$$P_p(z, t) = P_0(z) \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right) + P_0(z_0') \exp(\omega_p'' t), \quad (3.7)$$

$$E_p(z, t) = 2\pi i \omega_0 c^{-1} L_0 P_0(z_0') \exp(\omega_p'' t).$$

\*) Строго говоря, под  $P_0(z_0')$  в формулах (3.7) следует понимать усредненную

При  $t \gg t_\sigma = 4zL_c^2/cL_\sigma^2$ , после достижения точкой «источника»  $z'_0$  левого края слоя ( $z'_0 = 0$ ), пространственно-временная эволюция пакета подчиняется асимптотике, задаваемой «краевым источником»  $P_0(0)$

$$P_p(z, t) = \frac{E_p c \xi}{4\pi i \omega_0 z} = \frac{P_0(0)}{\sqrt{2\pi\xi}} \exp\left(\xi - \frac{z}{L_\sigma} - \frac{t}{T_2}\right), \quad (3.8)$$

$$\xi = [(ct - z)z]^{1/2} L_c^{-1}.$$

Таким образом, начиная с определенного момента времени в различных точках активной среды устанавливается единый закон эволюции поля ризации и поля, не зависящий от начального (гладкого) распределения  $P_0(z)$ .

**3.3.** Автономное описание осцилляторного режима. Обратимся к нелинейной стадии СИ. Будем иметь в виду короткий образец ( $L \ll L_c$ ), сначала в отсутствие диссипации и релаксации:  $\sigma = T_{1,2}^{-1} = 0$ . Переход к полярному углу Блоха  $\varphi = \text{Re } \varphi$  в соответствии с (2.12)

$$P = -idN \sin \varphi, \quad E = \frac{\hbar}{d} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \Delta N = N \cos \varphi \quad (3.9)$$

позволяет свести уравнения (1.9') – (1.11') к уравнению синус-Гордон

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial \tilde{t}} = \frac{c}{4L_c^2} \sin \varphi, \quad \tilde{t} = t - \frac{z}{c}, \quad L_c = \frac{c}{\Omega_c}. \quad (3.10)$$

Оно имеет автомодельные решения [63–65], подчиняющиеся уравнению

$$\frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} + \xi^{-1} \frac{d\varphi}{d\xi} = \sin \varphi, \quad \xi = [(ct - z)z]^{1/2} L_c^{-1}. \quad (3.11)$$

СИ описывается однопараметрическим семейством несингулярных в нуле ( $\varphi'(0) = 0$ ) решений (3.11), зависящим от асимптотически малого начального угла  $\varphi(0)$ , равного [14, 20]  $\varphi_0 \sim (NV)^{-1/2} \ll 1$ . Это решение приводит к последовательности медленно затухающих импульсов (рис. 6) – таков итог развития абсолютной неустойчивости волн с аномальным инкрементом (2.4).

**3.4.** Переход от осцилляторного режима к одноимпульсному. Подобный (3.11) осцилляторный режим имеет место, например, в ИК экспериментах [15] на парах цезия в образцах с  $F \ll 1$  и  $L_\sigma \sim L \sim 3 \text{ см} \ll L_c \sim 10 \text{ см}$  (при этом  $\tau \sim 1 \text{ нс}$  и мощность СИ  $Q_{\text{max}} V \sim 1 \text{ мВт}$ ). Однако регистрируемое затухание осцилляции СИ происходит значительно быстрее [14, 15, 23], чем следует из (3.11), а при увеличении длины  $L_c$  или уменьшении начальной инверсии вообще наблюдается одноимпульсный режим. За это несут ответственность неучтенные в модели (3.10) факторы: диссипация поля, лоренцевское и доплеровское уширение линии, поперечная неоднородность накачки и поля излучения и др. Экспериментально роль этих факторов мало изучена, особенно это касается роли диссипации.

Теоретические представления о влиянии достаточно сильной диссипации ( $2\pi\sigma > T_2^{-1}$ ) на СИ сводятся к следующему. Профиль СИ фор-

по масштабу  $\sim \Delta z' = (L_\sigma/L_c) (ctL_\sigma)^{-1/2}$  величину

$$\overline{P_0(z'_0)} = \int_0^\infty P_0(z') \exp\{-[(z'_0 - z')(\Delta z')^{-1}]^2\} dz'.$$

мируется на нелинейной стадии диссипативной неустойчивости волн поляризации начиная с момента снятия инверсии  $t_i$  при  $z=L$ . В целом диссипация затягивает СИ, уменьшая инкремент  $\omega_p$  и увеличивая время задержки  $t_d$ . Действительно, в случае реализации асимптотики

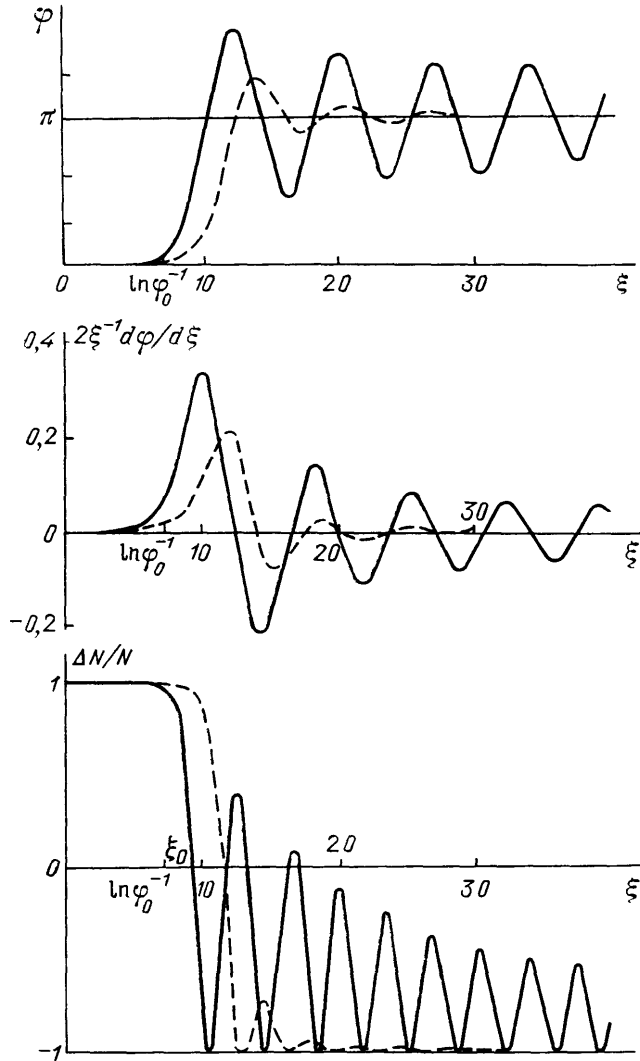


Рис. 6. Решения уравнения синус-Гордон; автомодельное, без диссипации — (3.11) (сплошные кривые) и квазиавтомодельное, с диссипацией — (3.15) при  $Z/T=1/6$  (штриховые). Графики для угла Блоха  $\varphi$ , амплитуды поля  $2\varphi'/\xi$  и инверсии  $\Delta N/N = \cos \varphi$  построены при начальном условии  $\varphi_0 = \varphi(0) = 10^{-3}$ ,  $\varphi'(0) = 0$ .

«краевого источника» (3.8) в относительно коротком образце при  $t_{\max} \gg T_2$ ,  $t_d$  согласно (1.11) имеем

$$t_d \sim \frac{L_c (\ln \eta)^2}{4\Omega_c L}, \quad \eta = \left| \frac{Nd}{P_0(0) \exp[-L(L_\sigma^{-1} - c^{-1}T_2^{-1})]} \right|^2 \gg 1 \quad (3.12)$$

(для простоты  $T_1^{-1} = 0$ ). В длинном образце  $L \gg L_\sigma > 8L_c^2/cT_2$  снятие инверсии начинается в режиме «бегущего источника» (3.7):  $t_d \sim (\omega_p'')^{-1} \times \ln |Nd/\bar{P}_0| < t_\sigma = 4LL_c^2/cL_\sigma^2$ , а затем высвечивается хаотическая последовательность импульсов: с каждого участка длиной  $\sim Lt_d/t_\sigma \sim L_\sigma \times \ln |Nd/\bar{P}_0|$  — свой импульс СИ.



(см. рис. 6) описывают быстро затухающий осцилляторный режим (область  $AA_2A_3$ ). Приближения (3.14) и (3.15) отличны от известного приближения «среднего поля» [12–15, 25, 66, 67]  $\partial/\partial z = 0$  в (3.13), не учитывающего эффекты распространения:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2\pi\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\Omega_c^2}{4} \sin \varphi. \quad (3.17)$$

Осцилляции и переход к одноимпульсному СИ (при  $L_\sigma \sim L_c$ ) в рамках уравнения (3.17) подобны колебаниям затухающего маятника и имеют другой характер. Они связаны с биениями е- и р-мод, а не с эффектами распространения излучения (ср. п. 4.3 и 4.5).

**3.5. СИ и неустойчивость электромагнитных волн. Суперлюминесценция.** Исходным представлениям Дике [10] о СИ как аperiодической коллективной спонтанной релаксации возбужденных молекул с излучением из образца всей запасенной энергии ближе всего соответствует одноимпульсный режим, порожденный диссипативной неустойчивостью волн поляризации. Поэтому именно ему мы уделяем основное внимание; см. п. 1.4 и 3.4, а также 4.2 и 4.4, где учтены отражения. С уменьшением диссипации до  $2\pi\sigma < T_2^{-1}$  диссипативная неустойчивость волн поляризации сменяется аномальной неустойчивостью электромагнитных волн (п. 2.1). При этом режим СИ не исчезает, а лишь плавно изменяет свои свойства, оставаясь когерентным переходным процессом индуцированного излучения. Уменьшение диссипации ( $\sigma$ ) и, в частности, дифракционного высвечивания энергии за пределы образца ( $\sigma_{\text{диф}}$ ) приводит к задержке и перепоглощению излучения в активной среде. В результате вместо одного импульса возникает длинный цуг пиков — осцилляторный режим [23, 62, 68].

При сильной релаксации поляризации  $T_2^{-1} \gg \Omega_c/2$  неустойчивость электромагнитных волн (2.3) возможна только при очень малом уровне диссипации ( $2\pi\sigma < -\omega_c^2 T_2/4$ ) и имеет мазерный характер, порождая не СИ, а суперлюминесценцию — квазистационарное индуцированное усиление спонтанного излучения [12–15, 23, 26, 27, 67]. Последняя описывается балансными уравнениями переноса интенсивности излучения, поскольку благодаря сильной релаксации поляризация среды уже не обладает собственной динамикой, а адиабатически следует за полем:  $P = (E\omega_c^2/8\pi\omega_0)/(\omega_0 - \omega - iT_2^{-1})$ ; см. (1.10). Если коэффициент усиления велик ( $\Omega_c^2 T_2 L/2c \gg 2 \ln \varphi_0^{-1}$ ), то спустя время задержки  $t_d \sim (4 \ln \varphi_0^{-1})/\Omega_c^2 T_2 \gg T_2$  возникает короткий импульс суперлюминесценции \*) длительностью порядка времени одного пробега света через образец  $L/c$ . При меньшем усилении во всем образце устанавливается экспоненциальный профиль интенсивности  $I_{\text{спонт}} \exp(2\omega_c^2(k)z/c)$ ; длительность такого слабо усиленного спонтанного излучения инвертированного образца определяется отношением запасенной внутренней энергии молекул к мощности указанного высвечивания. Подобные режимы суперлюминесценции длительностью  $\Delta t \gg T_2$ , в которых интенсивность излучения пропорциональна концентрации  $N$  активных молекул (а не  $N^2$ , как в СИ), давно известны и используются в электронике — и квантовой, и классической (см., например, [69–72]). В отличие от СИ их характерной чертой является принципиальная невозможность высвечивания более чем половины запасенной в инвертированных молекулах энергии: индуцированное усиление здесь пропадает с выравниванием населенностей уровней  $N_1 = N_2 = N/2$ .

\*) В начальной постановке задачи, рассматриваемой нами, отсутствуют источники накачки и падающие извне поля.

Во избежание недоразумений отметим, что, говоря о суперлюминесценции, мы имели в виду квазистационарный процесс излучения фотонов отдельной, изолированной молекулой, связанный с некогерентными вакуумными флуктуациями поля и поляризации (спонтанное излучение) или с некогерентным волновым полем, независимо созданным и усиленным остальными молекулами (индуцированное излучение) [11, 12, 72]. Последний процесс характеризуется известным коэффициентом Эйнштейна  $B_{\omega} = n_{\omega} A_{\omega}$ , вычисляемым по теории возмущений как вероятность индуцированного перехода молекулы в единицу времени в заданном монохроматическом поле, содержащем  $n_{\omega}$  квантов моды свободного пространства с частотой  $\omega$  ( $A_{\omega}$  — соответствующий коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения). Вместе с тем всюду в настоящем обзоре, где идет речь о полуклассической теории СИ, представление об индуцированном процессе является более широким и не исчерпывается балансными соотношениями, основанными на упомянутых коэффициентах Эйнштейна.

Поясним сказанное, используя соотношение энергетического баланса

$$\frac{2\omega'' |E^2|}{8\pi} = \hbar\omega_0 \Delta N \rho - \frac{1}{2} \sigma |E^2|.$$

Согласно ему скорость роста энергии поля определяется конкуренцией омических потерь и индуцированного высвечивания молекул. Вероятность  $\rho$  индуцированного перехода одной молекулы с верхнего уровня на нижний в единицу времени находится из уравнений (1.10) и (1.11):

$$\rho = \frac{\text{Im}(-\omega E^* P)}{2\hbar\omega_0 \Delta N} = - \frac{\omega_c^2 |E^2|}{16\pi\omega'' \hbar\omega_0 \Delta N}.$$

Здесь для простоты пренебрегается некогерентной релаксацией поляризации ( $T_2^{-1} \ll \omega''$ ) и рассматривается резонансный случай:  $\omega' = \omega_0$ . Как видим, вероятность индуцированного высвечивания определяется спектральной плотностью излучения, обратно пропорциональной инкременту  $\omega''$ . Из соотношения энергетического баланса после подстановки в него величины  $\rho$  имеем  $\omega'' = -\omega_c^2/4\omega'' - 2\pi\sigma$ . Отсюда при  $|\omega_c| \ll 2\pi\sigma$  приходим к выражению для инкремента диссипативной неустойчивости (2.5) (без  $T_2^{-1}$ ), а при  $|\omega_c| \gg 2\pi\sigma$  получаем аномальный инкремент (2.4). Отличие от соответствующего инкремента для суперлюминесценции  $\omega_c$  (2.3), известного в теории лазеров, получается благодаря широкому спектру СИ ( $\Delta\omega \sim \omega_p$ ), превышающему релаксационную ширину перехода  $T_2^{-1}$  (иначе бы в выражении для  $\rho$  вместо  $\omega''$  стояло  $T_2^{-1}$ ). Именно когерентность, кратковременность процесса СИ (коллективного спонтанного излучения) отличает его от суперлюминесценции.

Таким образом, СИ — это индуцированный процесс высвечивания внутренней энергии молекул, обусловленный их взаимодействием с самосогласованным когерентным полем излучения (электрическим полем волны поляризации). Поэтому в обычно используемом термине «коллективное спонтанное излучение» слово «спонтанное» может указывать, строго говоря, лишь на отсутствие заданного внешнего излучения и на возникновение СИ из квантовых шумов. С другой стороны, в случае падения внешнего излучения на активный образец возникает так называемое инициированное СИ, в котором отсутствует квантовая динамика самой начальной стадии СИ Дике.

**3.6. Иницированное СИ.** Поляритонный п-импульс в длинном усилителе. Реализовать режим СИ при наличии сильной релаксации поляризации помогает инициирование про-

песса затравочным электромагнитным импульсом малой длительности  $\tau_{in} \ll t_d$  и площади

$$\varphi_0 = \frac{d}{\hbar} \int_0^{\tau_{in}} E_{in}(t) dt \gg \left| \frac{\bar{P}_0}{Nd} \right|,$$

см. (3.1) и (3.12) [15, 336, 35, 73]. Этот прием создания начальной макрополяризации сокращает время задержки  $t_d$  (на фактор  $(\ln \varphi_0^{-1})^2 \gg \gg 1$ ), доводя его до значения  $t_d < T_2$ . Таким путем было осуществлено [35] СИ в кристаллах рубина и Nd:YAG при 100 К.

Близкой является задача о распространении инициирующего импульса с бегущей впереди него накачкой в длинном когерентном усилителе ( $L_c \ll L \ll cT_2$ ). В отсутствие диссипации он формирует (при  $z \rightarrow \infty$ ) нестационарный импульс длительностью  $\tau \propto 1/z$  с амплитудой  $E \propto z$  и площадью  $d \int E(t) dt / \hbar \approx \pi$ . Этот  $\pi$ -импульс забирает в себя всю запасенную в среде энергию [60, 64, 74]. Его асимптотика имеет квазиавтомодельный характер  $E = (\hbar cz / 2dL_c^2 \xi) \partial \varphi / \partial \xi$ , определяемый решением (3.11) уравнения синус-Гордон (3.10), причем каждому значению автомодельной переменной  $\xi$  отвечают две координаты  $z_{1,2} = \{ct \mp [(ct)^2 - 4\xi^2 L_c^2]^{1/2}\} / 2$ . Впервые инверсия  $\Delta N$  обращается в нуль при  $\xi = \xi_0 \sim \ln \varphi_0^{-1} \gg 1$  (см. рис. 6), т.е. в момент  $t_0 = 2\xi_0 L_c / c$  в точке  $z_0 = \xi_0 L_c$ . Здесь  $z_1 = z_2$ . С течением времени от этой точки в противоположные стороны расходятся две волны разгрузки, на фронтах которых  $z_{1,2}^{(0)} = \{ct \mp [(ct)^2 - 4\xi_0^2 L_c^2]^{1/2}\} / 2$  инверсия  $\Delta N(z_{1,2}^{(0)}) = 0$  (рис. 8). При  $t \rightarrow \infty$  бегущий влево фронт прибли-

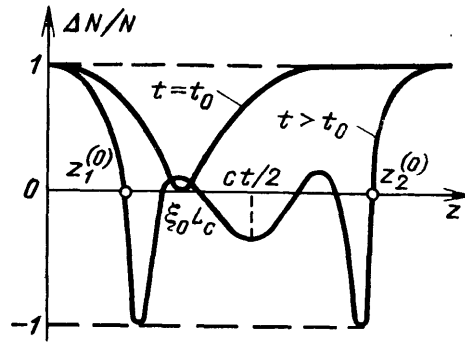


Рис. 8. Пространственная структура инверсии в длинном усилителе [65], соответствующая автомодельному решению (3.11) в моменты  $t_0 = 2\xi_0 L_c / c$  и  $t > t_0$

жается к началу усилителя ( $z_1^{(0)} \approx \xi_0^2 L_c^2 / ct \rightarrow 0$ ), а бегущий вправо — к световому конусу ( $z_2^{(0)} \approx ct$ ). Первый порождает автомодельный импульс СИ в коротком образце ( $L \ll L_c$ ; п. 3.3), а второй — нестационарный  $\pi$ -импульс в длинном усилителе [65].

Наличие диссипации ограничивает рост  $\pi$ -импульса. В результате возникает стационарный  $\pi$ -импульс [24, 60], который, согласно уравнению (3.13) при  $\partial/\partial Z = 0$ , имеет форму  $E = \hbar c L_c / 4dL_c^2 \text{ch}(T - T_0)$ , аналогичную одноимпульсному СИ (1.21) и (4.11). Его можно назвать поляритонным солитоном, поскольку он образован волнами поляритонного спектра (2.1) и возникает вследствие диссипативной неустойчивости волн поляризации.

**3.7. СИ трехмерного образца в отсутствие отражений от границ.** Подход макроскопической электродинамики удобен для обобщения задачи об однонаправленном СИ на реальную трех-

мерную ситуацию\*). Линейная стадия СИ ( $\Delta N = N$ ), определяющая характер неустойчивости, описывается уравнением в частных производных для образа Лапласа по времени  $E(\omega, \mathbf{r})$

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon E(\omega, \mathbf{r}) - [\nabla, [\nabla, E(\omega, \mathbf{r})]] = \Pi(t=0, \mathbf{r}). \quad (3.18)$$

Оно следует из уравнений Максвелла — Блоха. Его правая часть  $\Pi$  задается начальным распределением в активном образце поля, поляризации и их производных по времени. Неустойчивые решения характеризует «интегральный» инкремент  $\omega'' = W/2W > 0$ , который, согласно (2.8), равен

$$\omega'' = - \left( \Sigma_{\text{изл}} + \int_V Q dV \right) \frac{1}{2W}, \quad (3.19)$$

$$W = \int_V \omega dV, \quad \Sigma_{\text{изл}} = \frac{c}{4\pi} \int_{S_0} [\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{B}}] d\mathbf{S}.$$

Отсюда вновь следует, что СИ связано с диссипативной неустойчивостью, так как в случае  $\omega'' > 0$  при малых объемных потерях  $Q$  внутри образца наличие потока энергии  $\Sigma_{\text{изл}} > 0$  через поверхность образца  $S_0$  совместимо только с отрицательным значением энергии:  $W < 0$ .

Внутри однородно инвертированного образца решение (3.18)  $E(\omega, \mathbf{r})$  можно разложить по полной системе известных мультипольных полей, обладающих непрерывным спектром комплексных частот [4]. Однако более информативной оказывается функция Грина волновых уравнений Максвелла — Блоха (1.9), (1.10), задаваемая начальным условием  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  и условием излучения и имеющая вполне определенную временную зависимость. Она представляет собой расходящуюся сферическую волну  $\propto \theta(ct - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ . Как и в одномерной задаче, анализ трехмерной функции Грина показывает, что ее диссипативная неустойчивость с «интегральным» инкрементом (3.19) приводит к СИ Дике. Отметим, что в очень длинном образце ( $L \gg L_c$ ) на нелинейной стадии излучение многократно перепоглощается средой и потому фактор потерь на излучение через границы образца становится несущественным, а СИ из апериодического — осцилляторным или нерегулярным, состоящим из хаотической последовательности импульсов; см. начало п. 3.5.

Изложенная схема решения векторной электродинамической задачи последовательно проведена для шара в [76]. Для шара и цилиндра с  $F \gg 1$  она решалась также в скалярной модели [77], где замена  $-\nabla, [\nabla, E] \rightarrow \Delta E$  в (3.18) дает

$$E(\omega, \mathbf{r}) = \int_V \Pi(\mathbf{r}') G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d^3\mathbf{r}', \quad (3.20)$$

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{\exp(i\omega \varepsilon^{1/2} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}.$$

Такой модельный переход к функции Грина скалярного волнового уравнения безграничного пространства соответствует учету только первого члена разложения Дебая в теории дифракции, т. е. геометрикооптическому приближению без учета отражений\*\*). Обратное преобразование

\*) О СИ в двумерной постановке задачи см. [28, 59, 75].

\*\*) О втором члене разложения Дебая, учитывающем волноводные эффекты в СИ цилиндра за счет отражений от боковой поверхности, см. в [78].

Лапласа в приближении  $|\epsilon - 1| \ll 1$  и трактовка  $E(t, \mathbf{r})$ ,  $P(t, \mathbf{r})$  как гейзенберговских операторов с  $\delta$ -коррелированными в пространстве начальными условиями позволили указанным авторам аналитически описать линейную стадию СИ трехмерных образцов. Так, в случае бегущей накачки в цилиндре с  $F \gg 1$  средняя интенсивность СИ при  $\sigma = T_{1,2}^{-1} = 0$  и  $\xi \gg 1$  (см. (3.11)) есть [77] с  $\langle \mathcal{E}^2 \rangle / 4\pi = \pi^2 c N d^2 F \exp(2\xi) / \lambda^3 \xi^2$ . Вследствие некогерентности спонтанных шумов, усиливающихся при распространении по геометрооптическим лучам от одного торца цилиндра до другого, СИ на выходном торце  $S$  имеет характерную площадь когерентности  $\sim \lambda L / F$ , т. е. порядка площади первой зоны Френеля, деленной на число Френеля  $F = S / \lambda L$ . Этот вывод согласуется с известной в оптике теоремой ван Циттерта — Цернике [77, 170] и означает, что СИ формируется набором большого числа  $F^2 \gg 1$  дифракционных мод (лучей), относительная интенсивность которых флуктуирует от выстрела к выстрелу, а суммарная интенсивность почти постоянна. Указанные работы свидетельствуют об эффективности методов макроскопической электродинамики в задачах о СИ.

Проблема аналитического продолжения линейных решений на нелинейную стадию для трехмерной задачи остается открытой [13, 14]. Численные исследования показывают, что для случайных начальных условий с учетом неоднородной инверсии пространственная структура и диаграмма направленности СИ сильно флуктуируют. В результате при регистрации с высоким пространственным разрешением в различных точках выходного сечения возникают несинхронизованные между собой осцилляции; ср. п. 3.3, 3.4. Вместе с тем суммарная интенсивность усредняется и отвечает одноимпульсному СИ. Все это прямо наблюдалось в эксперименте [79].

**4. Роль отражений в ограниченных образцах.** Даже слабые отражения благодаря большому коэффициенту усиления в условиях СИ могут существенно изменять его мощность и динамику, преобразуя режим СИ волн с непрерывным спектром в режим СИ мод с дискретным спектром. Интерес к роли отражений [23, 36, 66, 80–82] усилился начавшимися в 80-х годах экспериментами по СИ в резонаторах и волноводах [14, 23, 31], а также в примесных кристаллах [32–35].

**4.1. Горячие моды с дискретным спектром.** Отражения от границ диэлектрического образца активной среды, в том числе из-за скачка фоновой проницаемости  $\epsilon_0$  (учитываемой ниже в (1.15) вместо 1 наряду с восприимчивостью двухуровневой среды), приводят к формированию горячих мод\*) с дискретным спектром — «natural modes» [83, 84]. В общем случае горячие моды вводятся для фиксированной во времени структуры инверсии  $\Delta N(\mathbf{r})$  как собственные решения *однородных* уравнений макроскопической электродинамики (3.18) (при  $\Pi = 0$ ) внутри образца объемом  $V$ , удовлетворяющие известным условиям на его границе  $S_0$  и условиям излучения [1–4, 84]. Указанные собственные решения

$$\mathbf{E}_m(\mathbf{r}), \quad \mathbf{B}_m(\mathbf{r}), \quad \mathbf{P}_m(\mathbf{r}) = \chi(\omega_m, \mathbf{r}) \mathbf{E}_m(\mathbf{r}) \quad (4.1)$$

обладают дискретным спектром комплексных частот  $\omega_m = \omega'_m + i\omega''_m$ , который определяется характеристическим уравнением, совпадающим

\*) Понятие о «горячих» модах распространено в СВЧ электронике, где оно применяется в тех случаях, когда введение достаточно плотного электронного пучка в пустой, «холодный» резонатор (или волновод) существенно изменяет структуру и спектр его электромагнитных мод, преобразуя их в новые, «горячие» моды (см., например, [85]).

с традиционным в методе собственных колебаний стационарной теории дифракции.

Решение  $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{r})$  неоднородных уравнений (3.18) внутри образца содержит набор горячих мод  $\sum_m a_m(\omega) \mathbf{E}_m(\mathbf{r})$  с амплитудами  $a_m(\omega)$ , задаваемыми начальным условием П. (Полнота этого набора доказана пока лишь в частных случаях [83, 84].) Поле вне образца формируется излучением горячих мод с его поверхности.

Решение начальной задачи о СИ на линейной стадии дается обратным интегралом Лапласа от  $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{r})$ . В него вносят вклад как полюсы  $\omega_m$  амплитуд горячих мод  $a_m(\omega) \propto (\omega - \omega_m)^{-1}$ , так и другие особенности подынтегральной функции, например существенно особые точки. Первые ведут к СИ мод с дискретным спектром  $\propto \mathbf{E}_m(\mathbf{r}) \exp(-i\omega_m t)$ , а вторые есть и в пределе СИ волн с непрерывным спектром в отсутствие отражений (ср. однонаправленное СИ). Быстрое снятие инверсии  $\Delta N(t, \mathbf{r})$  на нелинейной стадии приводит к нестационарности горячих мод (зависимости их частоты и структуры от времени, п. 4.2), их неадиабатическому взаимодействию (п. 4.3) и смешению с волнами непрерывного спектра (п. 4.5).

**4.2. Самовозбуждение поляритонных мод в одномерном слое.** В однородном слое инвертированной среды длины  $L$  горячие моды имеют вид суммы двух встречных волн, излучающихся наружу в вакуум:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_m &= x^0 (E_m^{(1)} + E_m^{(2)}) e^{-i\omega_m t}, \\ E_m^{(1),(2)} &= \frac{\varepsilon^{1/2} \mp 1}{2\varepsilon^{1/2}} E e^{\pm i\omega_m \varepsilon^{1/2} z/c}, \\ \omega_m \varepsilon^{1/2}(\omega_m) &= \frac{m\pi c}{L} - i\nu_m, \quad \nu_m = \frac{c}{L} \ln \frac{1 + \varepsilon^{1/2}(\omega_m)}{1 - \varepsilon^{1/2}(\omega_m)} \end{aligned} \quad (4.2)$$

(рис. 9). В резонансном приближении их частоты совпадают с (2.1)  $\omega_{e,p}(k_m)$ , если считать там волновое число дискретной величиной  $k_m = m\pi/L$  и заменить  $2\pi\sigma \rightarrow 2\pi\sigma + \nu_m$ . Величина  $\nu_m$  учитывает потери на излучение в окружающее пространство.

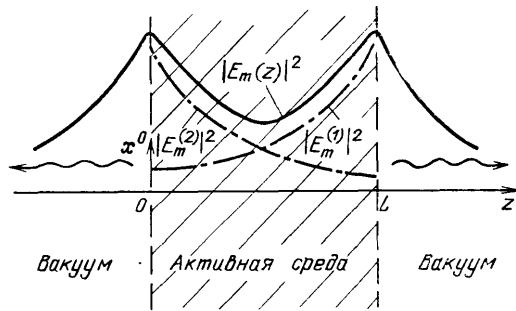


Рис. 9. Пространственная структура горячих мод в одномерной модели СИ

Таким образом, существуют горячие  $(m, e)$ -моды положительной энергии и  $(m, p)$ -моды отрицательной энергии [22, 29]. Их свойства аналогичны свойствам электромагнитных волн и волн поляризации безграничной среды; однако в ограниченном образце аддитивно с о входит диссипация поля за счет излучения через границы образца  $\sigma_{изл} = (c/4\pi L) \ln R^{-1}$  (здесь

$R = |(\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 1)|^{1/2}$  — коэффициент отражения). Так, в типичном для СИ случае короткого образца ( $L \ll L_c$ ) с большой инверсией ( $\Omega_c \gg 2/T_2$ ) при  $R \ll 1$  и  $2\pi\sigma \ll 2\pi\sigma_{изл} \ll \Omega_c^2 T_2/4$  развивается диссипативная неустойчивость ближайшей к центру линии поляритонной  $(m, p)$ -моды с инкрементом  $\omega_p \approx -\omega_c^2/8\pi\sigma_{изл}$ . В адиабатическом приближении среднего

поля ( $\omega_p \propto \Delta N(t)$ ) она приводит к одноимпульсному СИ, описываемому формулой типа (1.21) с  $\tau = 1/2\omega_p'' (t=0)$ .

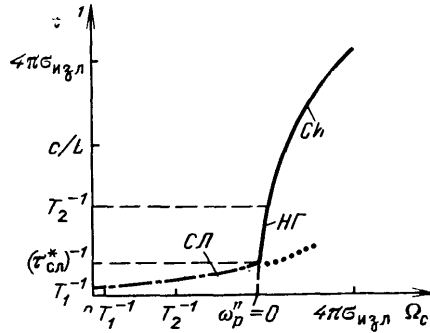
На СИ горячих мод распространяются выводы п. 3.5. В частности, при малой инверсии СИ мод отсутствует и развивается квазистационарная суперлюминесценция с непрерывным спектром. Ее мощность и время высвечивания

$$Q_{\text{сл}} V \sim \frac{\hbar \omega_0 N V}{\tau_{\text{сл}}},$$

$$\tau_{\text{сл}} \sim 2\pi^2 T_1 L^2 S^{-1} (\mu_0 L)^{3/2} \exp(-\mu_0 L) \gtrsim \frac{2}{\Omega_c^2 T_2} = \frac{1}{\mu_0 c},$$

если коэффициент усиления в центре линии  $\mu_0 L = 2\omega_c'' L/c \gtrsim 2$ . При большей начальной инверсии происходит переход к СИ мод с дискретным спектром; его мощность в максимуме импульса  $Q_{\text{си}} V \sim \hbar \omega_0 N V \omega_p''/2 \gg Q_{\text{сл}} V$ . Однако в отличие от безотражательной ситуации такой переход при достижении порога генерации поляритонных мод с инкрементом  $\omega_p'' = \Omega_c^2/8\pi\sigma_{\text{изл}} - T_2^{-1}$  (рис. 10) сопровождается гораздо более резким

Рис. 10. Резкое изменение скорости высвечивания при переходе от суперлюминесценции (СЛ) к некогерентной ( $\tau^{-1} < T_2^{-1}$ ) генерации поляритонных мод (НГ) и затем к их СИ в коротком образце ( $L \ll cT_2 \ln R^{-1}$ ) с коэффициентом отражения  $R \ll 1$  ( $\tau$  — длительность импульса излучения)



увеличением скорости и мощности высвечивания. Этот эффект резкого сокращения длительности импульса  $\tau$  возникает даже при малых отражениях  $R \ll 1$ . Он характеризуется большой величиной «скачка»  $\tau_{\text{сл}}^*/T_2 \gg 1$ , где время  $\tau_{\text{сл}}^*$  определено по порогу генерации мод, т. е. из условия  $\omega_p'' \sim 1/2\tau_{\text{сл}}$ , и равно  $\tau_{\text{сл}}^* \sim T_1/\{1 + [S/2\pi^2 L^2 R (\ln R^{-1})^{3/2}]\}$ .

**4.3. Сверхпоглощение и оптическая нутация в резонаторе.** Увеличение коэффициента отражения  $R$  и длины образца  $L$ , очевидно, затрудняет выход излучения из образца. При этом с достижением неравенства  $2\pi\sigma_{\text{изл}} \lesssim |\omega_c|$  (п. 2.1) неустойчивость поляритонных мод становится аномальной с высоким инкрементом  $\omega_{m,p}'' \propto (\Delta N)^{1/2}$  (при  $|\omega_c| \gg T_2^{-1}$ ). В результате, быстро снимая инверсию, самовозбуждавшиеся  $(m, p)$ -моды неадиабатически генерируют затухающие  $(m, e)$ -моды сравнимой амплитуды и их нелинейные биения порождают осцилляторный режим СИ. В закрытом резонаторе ( $R \approx 1$ ) он, по существу, совпадает с хорошо известным в квантовой радиофизике периодическим обменом энергией между электромагнитным полем и двухуровневой средой — самосогласованной оптической нутацией [67, 86–88]. Последняя в условиях сильной омической диссипации, заменяющей потери на излучение из образца и ведущей к диссипативной неустойчивости поляритонных мод с инкрементом  $\omega_{m,p}'' \lesssim 2\pi\sigma$ , сводится к аperiodической коллективной релаксации запасенной инвертированной средой энергии

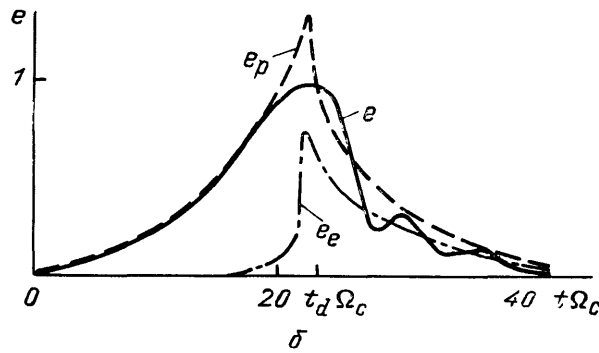
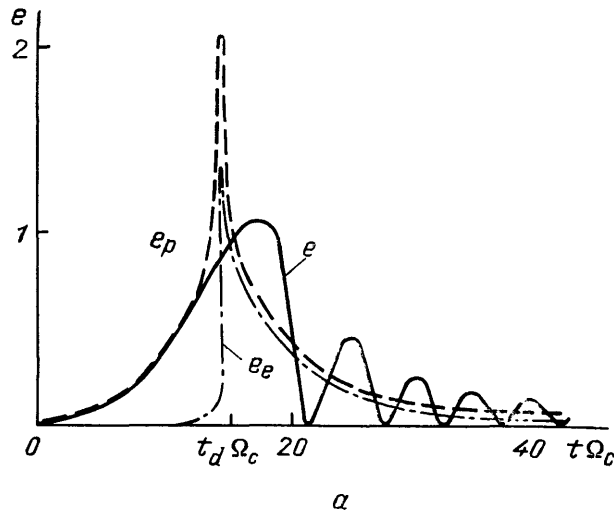


Рис. 11. Смена самосогласованной оптической нутации (осцилляторного режима сверхпоглощения (а):  $2\pi\sigma = \Omega_c/4$ ,  $ck - \omega_0 = \Omega_c/32$ ) необратимой коллективной релаксацией (одноимпульсным режимом сверхпоглощения, (б):  $2\pi\sigma = \Omega_c/2$ ,  $ck - \omega_0 = \Omega_c/8$ ) при увеличении диссипации  $\sigma$  в модели среднего поля. Полное поле  $e = |E| \times (8\pi\hbar\omega_0 N)^{1/2}$  является суперпозицией полей е- и р-мод;

$$T_2^{-1} = 10^{-2}\Omega_c$$

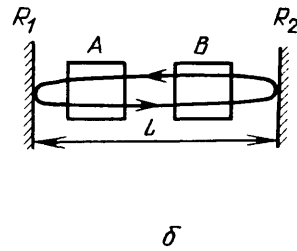
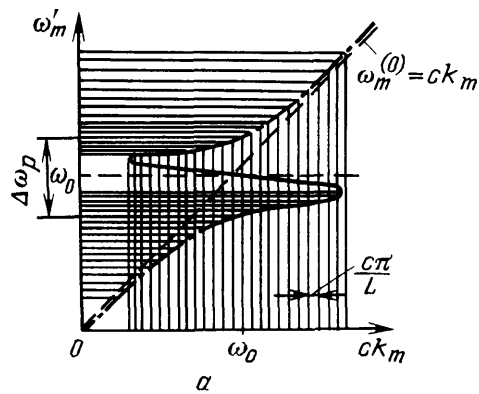


Рис. 12. а — Поляритонный спектр квазистационарной генерации лазера ( $\omega_m'' \approx 0$ ,  $\Delta\omega_p \sim \omega_c$ ). б — Схема лазера с зеркалами  $R_{1,2}$ , активным элементом А ( $\sigma_a < 0$ ) и двухуровневым поглотителем В

в тепло за время  $\tau \sim 1/2\omega_p'' \ll T_1$  (рис. 11). Такой эффект *сверхпоглощения* [25, 29] полностью аналогичен одноимпульсному СИ.

Поляритонные моды возбуждаются не только в инвертированной среде при СИ или сверхпоглощении, но и в поглощающей (неинвертированной) двухуровневой среде, помещенной внутрь резонатора лазера с активным элементом, вносящим отрицательные потери  $\sigma_a < 0$  (рис. 12). В подобных ситуациях режим генерации лазера может в значительной мере определяться сильной частотной дисперсией поляритонов; см., например, [89].

Случай оптической нутации, сопровождающейся возбуждением поляритонных мод, в системе экситонов и фотонов в полупроводниках исследован в [137].

**4.4. СИ трехмерного образца при наличии отражений от границ.** СИ горячих мод трехмерных образцов отличается от одномерного СИ большим количеством одновременно неустойчивых поляритонных мод с различной структурой. Эта многомодовость приводит к ряду особенностей динамики и статистики СИ, а также его диаграммы направленности. Так, возможны неодновременное высвечивание в различных направлениях (ср. [59]), частичная деполяризация излучения и сглаживание осцилляций [14].

Горячие моды и их СИ в трехмерном случае подробно изучены только для шара [29]. В пределе крупинки ( $a \ll \lambda$ ) инкремент имеется только у одной электродипольной моды шара и ее диссипативная неустойчивость дает СИ Дике, рассмотренное в п. 1.4. Для шара радиусом  $a \gg \lambda$  число неустойчивых мод с дискретным спектром  $M \sim (\omega_0 a/c)^2 \gg 1$  и их СИ на линейной стадии следует закону

$$VQ_{\text{мод}}(t) \sim M\hbar\omega_0 \cdot 2\omega_p'' \exp(2\omega_p'' t), \quad (4.3)$$

$$t_d^{\text{мод}} \sim \frac{L_c^2 \ln R^{-1}}{2ac} \ln \frac{NV}{2M}, \quad \omega_p'' = \frac{\Omega_c^2}{8\pi\sigma_{\text{изл}}}.$$

Именно оно реализуется и высветит энергию среды, если время задержки для мод  $t_d^{\text{мод}}$  меньше времени задержки для волн непрерывного спектра  $t_d^{\text{волн}}$ . Это имеет место, если коэффициент отражения будет больше критического:  $R > R_{\text{кр}} \sim (M/NV)^{1/4}$ . Его оценка получается из сравнения (4.3) с решением [76] векторной задачи о линейной стадии СИ волн с непрерывным спектром в пренебрежении отражением и запаздыванием волн в шаре:

$$VQ_{\text{волн}}(t) \sim \frac{\hbar\omega_0 (\omega_0 a/c)^2}{8\pi t} \exp \frac{2(2act)^{1/2}}{L_c}, \quad (4.4)$$

$$t_d^{\text{волн}} \sim \frac{L_c^2}{8ac} [\ln(\eta \ln \eta)]^2, \quad \eta = \frac{2\pi NV}{(\omega_0 a/c)^2}.$$

Сравним СИ горячих мод открытого шара и «одномодового» цилиндра с числом Френеля  $F \equiv S/\lambda L \sim 1$ , ближе всего соответствующего одномерной модели (п. 4.2) [13, 14]. При одинаковых размерах  $L \sim 2a \gg \lambda$ , коэффициентах отражения  $R$  и плотностях инверсии  $\Delta N$  длительность импульса СИ в этих образцах одинакова:  $\tau = 1/2\omega_p''$ . Пиковая мощность  $VQ_{\text{макс}}$  из шара в  $V_{\text{шар}}/V_{\text{цил}} \sim 2a/\lambda$  раз больше, чем из цилиндра. Однако в типичных условиях ( $\sigma = 0$ ,  $8c \ln R^{-1}/\Omega_c^2 T_2 \ll 2a \ll L_c \ll cT_2$ ) излучение шара представляет собой суперпозицию большого числа  $M$  мод с мультипольными диаграммами направленности. Поэтому СИ

шара в среднем по всем модам почти изотропно и его интенсивность, отнесенная к единичному телесному углу, такая же, как для «одномодового» цилиндра, излучающего в узкий телесный угол  $\sim \lambda/2a$  вдоль своей оси.

Отметим, что в [16, 76, 90] полагалось, что в каждом отдельном выстреле СИ шара узконаправлено и сосредоточено в малом телесном угле  $\lesssim 4\pi/(\omega_0 a/c)^2 \ll 1$ . Противоположная точка зрения подробно обоснована в [29, 77, 91] (п. 3.7) и согласуется с экспериментами [336, 92, 93] и численными результатами [94, 95] по СИ трехмерных образцов с  $F \gg 1$ .

**4.5. СИ мод с дискретным спектром и волн с непрерывным спектром.** В общем случае неустойчивости волн с непрерывным спектром (разделы 2 и 3) и мод с дискретным спектром (раздел 4) развиваются одновременно. Проследить, когда и как с ростом коэффициента отражения  $R$  режим СИ волн сменяется режимом СИ мод, проще всего в однонаправленной модели замкнутого в кольцо тонкого образца с коэффициентом обратной связи  $R$  (рис. 13) [82]. Эта модель проще, чем одномерная модель плоского слоя (см. рис. 9), поскольку позволяет избежать дополнительных сложностей, связанных с взаимодействием встречных волн на нелинейной стадии СИ. Для простоты пренебрежем распределенными потерями ( $\sigma = T_{1,2}^{-1} = 0$ ) и запаздыванием в (1.9'), считая образец коротким:  $L/L_c \ll \ln R^{-1}$ ,  $\ln \varphi_0^{-1}$ . Тогда уравнения Максвелла — Блоха (1.9') — (1.11') сводятся к уравнению синус-Гордона с граничным условием (ср. (3.13)):

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial T \partial Z} = \frac{\ln R^{-1}}{4} \sin \varphi, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial T} \right|_{Z=0} = R^{1/2} \left. \frac{\partial \varphi}{\partial T} \right|_{Z=1}, \quad (4.5)$$

$$Z = \frac{z}{L}, \quad T = 2\omega_p'' t = \frac{\Omega_c^2 t}{4\pi\sigma_{\text{изл}}}.$$

На линейной стадии, когда  $\sin \varphi \approx \varphi$ , преобразование Лапласа по времени дает:

$$\varphi(p, Z) = \left\{ \frac{\varphi(T=0, Z=0) - R^{1/2} \varphi(T=0, Z=1) + R^{1/2} \int_0^1 e^{\frac{(1-Z') \ln R^{-1}}{4p}} \frac{\partial \varphi(T=0, Z')}{\partial Z'} dZ'}{1 - R^{1/2} \exp[(\ln R^{-1})/4p]} + \right. \\ \left. + \int_0^1 e^{-\frac{Z' \ln R^{-1}}{4p}} \frac{\partial \varphi(T=0, Z')}{\partial Z'} dZ' \right\} e^{\frac{Z \ln R^{-1}}{4p}} \frac{1}{p}. \quad (4.6)$$

Обратное преобразование Лапласа приводит к двум компонентам СИ

$$\varphi = \varphi_c + \varphi_d, \quad \varphi_c(T, Z) = \text{res}_{p=0} [\varphi(p, Z) \exp(pT)], \\ \varphi_d(T, Z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{4p_m}{\ln R^{-1}} \exp \left[ p_m T + Z \left( 2\pi i m + \frac{1}{2} \ln R^{-1} \right) \right] \times \\ \times \left\{ \varphi(T=0, Z=0) - R^{1/2} \varphi(T=0, Z=1) + R^{1/2} \int_0^1 e^{\frac{(1-Z') \ln R^{-1}}{2}} \frac{\partial \varphi(T=0, Z')}{\partial Z'} dZ' \right\}; \quad (4.7)$$

здесь безразмерная переменная образа Лапласа  $p = -i(\omega - \omega_0)/2\omega_p''$ ,  $\varphi_c$  равен вычету в существенно особой точке  $p=0$ , а  $\varphi_d$  есть сумма вы-

четов во всех остальных дискретных особых точках — полюсах [58]  $p_m = [2 + (8\pi i m / \ln R^{-1})]^{-1}$ . Последние суть частоты поляритонных мод (4.2).

Анализ решения облегчается, если его представить в другой форме, вычислив функцию Грина и ее свертку с начальным распределением  $\varphi(T=0, Z)$ . Тогда придем к эквивалентному (4.7) общему решению в

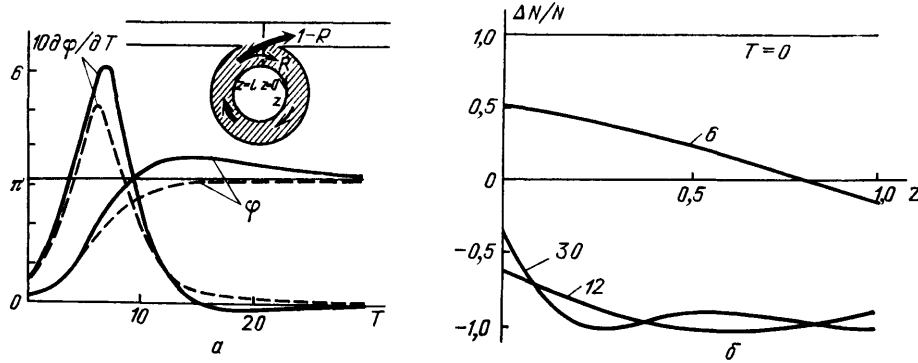


Рис. 13. Сравнение численного решения задачи (4.5) (сплошная кривая) и приближения среднего поля (4.11) (штриховая) для  $R=1/e \approx 0,37$ : зависимость от времени  $T=2\omega_p''t$  угла Блоха  $\varphi$  и амплитуды поля  $\partial\varphi/\partial T$  на выходе из образца ( $Z=z/L=1$ ) (а) и эволюция пространственной структуры инверсии  $\Delta N/N = \cos \varphi$  (б). Вверху — схема однонаправленного СИ в модели кольца

виде суммы однонаправленных решений, соответствующих  $n$ -кратному прохождению через кольцо и зависящих от все более далеко сдвинутой по  $Z$  автомодельной переменной  $\xi_n = [T(Z+n) \ln R^{-1}]^{1/2}$ :

$$\varphi(T, Z) = \sum_{n=0}^{\infty} R^{n/2} \left\{ (\varphi(0, 0) - R^{1/2} \varphi(0, 1)) I_0(\xi_n) + \int_0^1 \frac{\partial \varphi(0, Z')}{\partial Z'} \theta(Z - Z' + n) I_0([T(Z - Z' + n) \ln R^{-1}]^{1/2}) dZ' \right\}. \quad (4.8)$$

В отсутствие отражений ( $R \rightarrow 0$ ) в сумме (4.8) остается только член  $n=0$ , описывающий предельный режим СИ волн с непрерывным спектром в отсутствие отражений. Его асимптотика  $\propto \exp(TZ \ln R^{-1})^{1/2}$ . При  $R \neq 0$  дискретные моды растут быстрее — по закону  $\exp(p_m T)$ . Моды с наибольшими инкрементами начинают выделяться над общим фоном при  $T > T_R$ , когда, как оказывается, в (4.8) можно приближенно заменить

$$\sum_n \dots \rightarrow \int \dots dn.$$

Последний интеграл берется:

$$\varphi(T, Z) \approx \varphi_d \approx \exp\left(\frac{T}{2} + \frac{Z \ln R^{-1}}{2}\right) \int_0^1 \varphi(T=0, Z') e^{-Z' \ln R^{-1/2}} dZ', \quad (4.9)$$

$$T > T_R \sim 4 \ln R^{-1} + \frac{1}{4} (\ln R^{-1})^2.$$

Сопоставляя (4.9) с (4.7), видим, что асимптотически выделяется одна поляритонная мода  $m=0$  с максимальным инкрементом  $\omega_p''$ , которая начнет эффективно снимать инверсию через время задержки

$T_d \sim \ln(NV)$ . В итоге режим СИ мод с дискретным спектром реализуется, если  $T_d > T_R$ , т. е. при  $R > R_{cr}$

$$\ln R_{cr}^{-1} \sim \ln(NV) \left[ 2 \left\{ 1 + \left[ 1 + \frac{1}{16} \ln(NV) \right]^{1/2} \right\} \right]^{-1}. \quad (4.10)$$

Этот критерий учитывает увеличение скорости нарастания СИ при наличии обратной связи и потому дает немного бóльшую величину  $R_{cr}$ , чем грубая оценка  $R_{cr} \sim (NV)^{-1/4}$  в п. 4.4 для  $M \sim 1$ . Известное ранее условие отсутствия влияния обратной связи на СИ [23]  $R \ll 1/\pi^{2/3} \ln[\pi(NV)^{1/2}] \times \times (NV)^{1/3}$  не является критерием выделения мод с дискретным спектром и потому не противоречит (4.10).

Динамика нелинейной стадии СИ мод ( $R > R_{cr}$ ) существенно различна для сильных ( $R \sim 1$ ) и слабых ( $R \ll 1$ ) отражений. При  $R \sim 1$  уравнение (4.5) сводится к уравнению в модели среднего поля (ср. (3.17) и [66])

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi(T, Z=1)}{dT} &= \frac{1}{2} \sin \varphi(T, Z=1) \Rightarrow \\ \Rightarrow \varphi(T, Z=1) &= 2 \operatorname{arctg} \exp \left[ \frac{1}{2} (T - T_d) \right]. \end{aligned} \quad (4.11)$$

В результате реализуется одноимпульсное СИ поляритонной моды (рис. 13).

При  $R \ll 1$  мода (4.9) прижата к выходному торцу  $Z=1$ . Поначалу инверсия снимается только там, а наличие левой границы  $Z=0$  не ска-

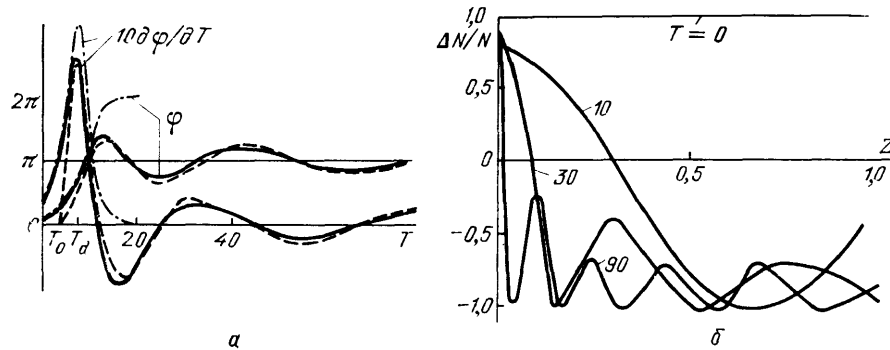


Рис. 14. а, б — Те же зависимости, что и на рис. 13, в случае сравнения численного решения задачи (4.5) с  $2\pi$ -импульсом (4.12) (штрихпунктир) и автомодельным решением уравнения (3.11), (4.13) (штриховые линии) для  $R = 1/e^4 \approx 1,8 \cdot 10^{-2}$

зывается. Поэтому первый импульс СИ близок к  $2\pi$ -импульсу в безграничном пространстве — солитону уравнения синус-Гордон:

$$\varphi \approx 4 \operatorname{arctg} \exp \left( \frac{T + Z \ln R^{-1}}{2} - \frac{T_d}{2} \right), \quad (4.12)$$

$$E \propto \frac{\partial \varphi}{\partial T} = \left[ \operatorname{ch} \left( \frac{T + Z \ln R^{-1}}{2} - \frac{T_d}{2} \right) \right]^{-1}.$$

Затем на выходном торце устанавливается значение  $\varphi(T, Z=1) \sim \pi$ , так что, согласно граничному условию (4.5), на входе фиксируется малая поляризация:  $\varphi(T, Z=0) \sim \pi \sqrt{R} \ll 1$ . В итоге [82] после первого мощного импульса СИ поляритонной моды устанавливается автомодельный режим СИ — послесвечение волн с непрерывным спектром (рис. 14). Оно

списывается решением уравнения (3.11), которое зависит от переменной

$$\xi = [(T - T_0) Z \ln R^{-1}]^{1/2}, \quad T_0 \approx T_d - \frac{\xi_a^2}{\ln R^{-1}},$$

$$\xi_a \sim \frac{1}{2} \ln(2\pi\xi_a R^{-1}) \approx \frac{1}{2} \ln[\pi R^{-1} \ln(2\pi R^{-1})]. \quad (4.13)$$

**4.6. Проявление малых отражений.** Для макроскопического образца значение (4.10)  $R_{cr} \ll 1$ . Например, при  $NV \sim 10^{10}$  имеем  $R_{cr} \sim 10^{-2}$ . Поэтому даже малые, иногда неконтролируемые отражения могут изменить режим СИ: увеличить мощность, уменьшить длительность первого импульса  $\tau$  и время его задержки  $t_d$ . Это важно для получения СИ в коротковолновом диапазоне, где нет хороших зеркал. Наряду с иницированием (п. 3.6) отражения можно использовать в целях достижения условия СИ  $t_d \leq T_2$  в средах с быстрой фазовой релаксацией, например в кристаллах и стекловолокнах (о реализации лазерной генерации в активированных волоконных световодах см., например, [113]).

Отметим также, что если в отсутствие отражений от границ сдвиг частоты СИ и ее перестройка в ходе излучения импульса пренебрежимо малы, то при наличии отражений, в том числе в крупинке, резонаторе или волноводе, могут быть значительны [78]. Вместе с тем экспериментальная регистрация этого коллективного лэмбовского сдвига частоты затруднительна.

О формировании при СИ симметричных поляритонных мод, связанных с отражениями (рис. 9), может свидетельствовать синхронное излучение одинаковых импульсов из обоих торцов цилиндрического образца. Подобный режим СИ, а также СИ мод с дискретным спектром активного образца в форме диска наблюдались в экспериментах [33] с кристаллами  $KCl:O_2^-$ .

Экспериментально проблему влияния отражений на режим СИ ни в коей мере нельзя считать исчерпанной. Остаются также неясными некоторые теоретические вопросы — например, возможно ли в результате слабых отражений от границ ( $R \ll 1$ ) самосогласованное возникновение в процессе СИ решетки инверсии  $\Delta N(\mathbf{r})$  с сильным брэгговским отражением, приводящим к самозапиранию части излучения в образце. (О СИ в условиях «заданной» брэгговской дифракции в кристалле см. [13а, 59, 75, 96].)

**5. Феноменологическая квантовая электродинамика активных сред и квантостатистические свойства СИ.** В феноменологической квантовой электродинамике (ФКЭД) в качестве нормальных волн служат фотоны в среде (кванты поперечных волн) и плазмоны (кванты продольных волн) с энергией  $\hbar\omega_j(\mathbf{k})$  и импульсом  $\hbar\mathbf{k}$ . В отличие от микроскопической квантовой электродинамики ФКЭД исходит не из уравнений квантового взаимодействия отдельных частиц и фотонов в вакууме, а из классических (не операторных) уравнений электродинамики сплошных сред для локальных макроскопических значений полей и поляризации в среде [3, 11, 97—103]. Приведение этих уравнений к гамильтоновскому виду и последующее каноническое квантование позволяет сразу исследовать квантовую статистику коллективных возбуждений в среде.

В настоящем разделе покажем, как построить ФКЭД в случае активных сред. Это нетривиальный вопрос, поскольку ФКЭД общепринята лишь для прозрачных сред, в которых  $\text{Im } \omega_j(\mathbf{k}) = 0$  (п. 5.1). Ряд попыток обобщения ФКЭД на поглощающие среды ( $\text{Im } \omega_j < 0$ ), представленных в [99], не завершился созданием физически удовлетворительной теории; вместе с тем, несомненно, для поглощающих сред ФКЭД сводится к квантованию затухающих осцилляторов с положительно определенной

энергией [104, 105]. Для активных сред ( $\text{Im } \omega_j > 0$ ) ситуация оказывается качественно иной. Как стало ясно после работ [29, 91], развитие квантовых флуктуаций в активной среде, например в процессе СИ, следует описывать как неустойчивость при взаимодействии квантовых осцилляторов (мод или волн) с разными знаками энергии. Ее можно назвать диссипативной в широком смысле слова, поскольку по отношению к выделенной динамической подсистеме неустойчивых осцилляторов остальные осцилляторы так или иначе играют роль диссипативной подсистемы (п. 5.2). Диссипативная природа неустойчивости как макроскопического явления приводит к необходимости введения в квантовую теорию эрмитовского оператора Гамильтона, не являющегося положительно определенным (в линейном приближении). Такой подход позволяет дать общую схему квантования и описать динамику развития флуктуаций коллективных возбуждений от микро- до макроуровня. При этом оказывается возможным более просто учесть частотную и пространственную дисперсию, нелинейность и неоднородность, анизотропию и источники в среде.

Простейшим примером использования ФКЭД активных сред служит установление статистик времени задержки и эллипса поляризации СИ дискретных мод (п. 5.3). Перспектива эффективного применения ФКЭД для анализа квантостатистических явлений в усилителях и генераторах связана, в первую очередь, с возможностью перенесения хорошо изученных методов решения укороченных уравнений из классической теории волн в квантовую теорию гейзенберговских операторов медленно меняющихся амплитуд макрополей. Близкий подход развивался применительно к задачам о взаимодействии и распространении фотонов и экситонов (в приближении кинетического уравнения) [107], о вынужденном параметрическом рассеянии (на основе операторного параболического уравнения) [98] и о СИ (на основе операторных уравнений Максвелла — Блоха) [42, 53, 76—78, 90, 91].

**5.1. Квантовая электродинамика прозрачных диспергирующих сред.** ФКЭД берет начало с работы Гинзбурга 1940 г. и впоследствии широко развивалась; ссылки см. в [3]. Она исходит из уравнений Максвелла в среде

$$\text{rot } \vec{\mathcal{E}} = -c^{-1} \frac{\partial \vec{\mathcal{B}}}{\partial t}, \quad \text{rot } \vec{\mathcal{B}} = c^{-1} \frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} + 4\pi c^{-1} \frac{\partial \vec{\mathcal{P}}}{\partial t}, \quad (5.1)$$

которые включают поляризацию среды  $\vec{\mathcal{P}}$ . Для построения ФКЭД применяется гамильтоновский метод разложения поля по нормальным волнам (модам) в среде  $\mathbf{g}_{\mathbf{k}j} \propto \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ , нумеруемым индексом  $j$  (ср. п. 1.2). В прозрачной среде их частоты действительны:  $\omega_{\mathbf{k}j} > 0$ , а диэлектрическая проницаемость есть четная функция частоты:  $\epsilon_{\gamma\delta}(\omega, \mathbf{k}) = \epsilon_{\gamma\delta}(-\omega, \mathbf{k})$ , так как релаксация отсутствует и уравнения поляризации среды обратимы во времени [1, 2].

Квантование свободного поля в прозрачной линейной среде проводится аналогично квантованию в вакууме. Операторы рождения  $\hat{a}_{\mathbf{k}j}^+$  и уничтожения  $\hat{a}_{\mathbf{k}j}$  фотонов в среде и плазмонов подчиняются каноническим коммутационным соотношениям вида (1.7). Гамильтониан свободного поля равен суммарной энергии нормальных осцилляторов поля с обобщенными координатами  $\hat{q}_{\mathbf{k}j}$  и импульсами  $\hat{p}_{\mathbf{k}j}$ :

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 &= \sum_{\mathbf{k}, j} \hbar \omega_{\mathbf{k}j} \left( \hat{a}_{\mathbf{k}j}^+ \hat{a}_{\mathbf{k}j} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, j} (\hat{p}_{\mathbf{k}j}^2 + \omega_{\mathbf{k}j}^2 \hat{q}_{\mathbf{k}j}^2), \\ \hat{q}_{\mathbf{k}j} &= \left( \frac{\hbar}{2\omega_{\mathbf{k}j}} \right)^{1/2} (\hat{a}_{\mathbf{k}j}^+ + \hat{a}_{\mathbf{k}j}), \quad \hat{p}_{\mathbf{k}j} = i \left( \frac{\hbar \omega_{\mathbf{k}j}}{2} \right)^{1/2} (\hat{a}_{\mathbf{k}j}^+ - \hat{a}_{\mathbf{k}j}). \end{aligned} \quad (5.2)$$

Собственные функции  $\mathbf{g}_{\mathbf{k}j}$  нормированы на энергию кванта  $j$ -й моды:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\mathbb{R}} \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\gamma, \delta=1}^3 \frac{d\omega_{\gamma\delta}}{d\omega} (\mathbf{g}_{\mathbf{k}j}^*)_{\gamma} (\mathbf{g}_{\mathbf{k}j})_{\delta} + |[\mathbf{k}, \mathbf{g}_{\mathbf{k}j}^*]|^2 \right\}_{\omega=\omega_j(\mathbf{k})} d^3\mathbf{r} = \hbar\omega_{\mathbf{k}j} \quad (5.3)$$

— в соответствии с известной в классической электродинамике энергией квазимонохроматического поля в диспергирующей среде [1, 2].

При наличии нелинейности в среде уравнения Максвелла также можно свести к эквивалентной системе гамильтоновских уравнений и проквантовать их. Систематическое изложение ФКЭД прозрачных сред и ее применение к задачам о генерации и распространении волн в среде см. в [3, 11, 97–103] и указанной там литературе. Необходимость использования ФКЭД, в частности для правильного решения задачи о тормозном излучении электрона с учетом сильного влияния соседних атомов в среде, была понята еще в работах Тер-Микаэляна, Ландау, Померанчука [97].

**5.2. Квантовая теория диссипативной неустойчивости.** В основе ФКЭД активных сред, развиваемой здесь применительно к СИ, лежит квантовая теория диссипативной неустойчивости. Ее простейший вариант — динамическая диссипативная неустойчивость двух связанных осцилляторов с *разными знаками энергии квантов* (см. второе примечание в п. 2.3) — описывается гамильтонианом\*)

$$\hat{H} = -\hbar\omega_1^{(0)} \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \hbar\omega_2^{(0)} \hat{a}_2^+ \hat{a}_2 + \frac{1}{2} \hbar (\eta \hat{a}_1 \hat{a}_2 + \eta^* \hat{a}_2^+ \hat{a}_1^+), \quad \frac{d\hat{a}_j}{dt} = \frac{[\hat{a}_j, \hat{H}]}{i\hbar}; \quad (5.4)$$

здесь  $\omega_j^{(0)} > 0$ ; операторы рождения  $\hat{a}_j^+$  и уничтожения  $\hat{a}_j$  парциальных осцилляторов ( $j=1,2$ ) подчиняются каноническим коммутационным соотношениям вида (1.7). Этот вариант, например, описывает аномальный режим неустойчивости (2.4) в инвертированной двухуровневой среде при взаимодействии ( $\eta=\omega_c$ ) парциальных колебаний поляризации ( $\omega_1^{(0)}=\omega_0$ ) и электромагнитного поля ( $\omega_2^{(0)}=ck$ ) в одномодовой модели СИ или оптической нутации. Комплексное преобразование операторов рождения и уничтожения

$$\hat{\tilde{a}}_1^+ = \hat{a}_1^+ - \hat{a}_2 \eta [2(\omega_1 - \omega_2^{(0)})]^{-1}, \quad (5.5)$$

$$\hat{\tilde{a}}_2 = -i\eta \{\hat{a}_1^+ \eta^* [2(\omega_1 - \omega_2^{(0)})]^{-1} - \hat{a}_2\} \{2[|\eta|^2 - (\omega_1^{(0)} - \omega_2^{(0)})^2]^{1/2}\}^{-1}$$

приводит к некоммутирующим нормальным осцилляторам с гамильтонианом

$$\hat{H} = \hbar\omega_1 \hat{\tilde{a}}_2^+ \hat{\tilde{a}}_1^+ + \hbar\omega_2 \hat{\tilde{a}}_1 \hat{\tilde{a}}_2 + \hbar\omega_1^{(0)}, \quad (5.6)$$

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{2} \{\omega_1^{(0)} + \omega_2^{(0)} \pm i[|\eta|^2 - (\omega_1^{(0)} - \omega_2^{(0)})^2]^{1/2}\},$$

и с не каноническими (1.7), а перекрестными коммутационными соотношениями [99, 104]

$$[\hat{\tilde{a}}_1^+, \hat{\tilde{a}}_2^+] = 1, \quad [\hat{\tilde{a}}_j^+, \hat{\tilde{a}}_{j'}] = 0 \quad (j=1, 2, j'=1, 2). \quad (5.7)$$

\*) Добавлением к квадратичному гамильтониану вида (5.4), (5.9) слагаемых более высокой степени, делающих его положительно определенным, можно описать и более позднюю, нелинейную стадию неустойчивости. Однако во многих случаях, включая СИ, формирование макрофлуктуаций происходит уже на линейной стадии и потому в интересующем нас случае можно ограничиться квадратичным гамильтонианом.

Гейзенберговские уравнения движения для новых осцилляторов имеют вид  $\dot{\hat{a}}_1^+ = -i\omega_1 \hat{a}_1^+$ ,  $\dot{\hat{a}}_2 = -i\omega_2 \hat{a}_2$ . Здесь и далее считаем инкремент  $\omega_1'' > 0$ .

Решение задачи с гамильтонианом (5.6) элементарно и позволяет полностью исследовать статистику процесса. Согласно следующему из (5.4) закону сохранения  $\frac{d}{dt}(\hat{n}_1 - \hat{n}_2) = 0$  разности числа квантов парциальных осцилляторов  $\hat{n}_{1,2} = \hat{a}_{1,2}^+ \hat{a}_{1,2}$ , динамическая диссипативная неустойчивость развивается благодаря их взаимному обмену квантами возбуждений. Принципиально квантовым результатом является раскачка за счет спонтанных флуктуаций даже первоначально не возбужденных связанных осцилляторов ( $\rho(n, t=0) = \delta(n)$ ), т. е. спонтанное рождение пар квантов из вакуумного состояния. В этом случае среднее число квантов нарастает с нулевого начального значения:  $\bar{n}(t) = |\eta/2\omega_1''|^2 \text{sh}^2(\omega_1'' t)$ . Асимптотика при  $t \rightarrow \infty$  статистического распределения числа квантов  $n$  в парциальных осцилляторах получается экспоненциальной, «гиббсовской»:

$$\rho(n, t) = \frac{1}{\bar{n}} \exp\left(-\frac{n}{\bar{n}}\right) \quad (n \geq 0), \quad (5.8)$$

$$\int_0^\infty \rho(n, t) dn = 1, \quad \bar{n}(t) = n_{\text{eff}} \exp(2\omega_1'' t),$$

что соответствует гауссовской статистике флуктуации амплитуды поля. При «старте» с тепловых флуктуаций с температурой  $T$  асимптотика  $\rho(n, t)$  имеет тот же вид (5.8), но с большим средним числом квантов:

$$n_{\text{eff}} = \left| \frac{\eta}{4\omega_1''} \right|^2 \left( \frac{1}{2} \text{cth} \frac{\hbar\omega_1^{(0)}}{2\kappa T} + \frac{1}{2} \text{cth} \frac{\hbar\omega_2^{(0)}}{2\kappa T} \right).$$

Другой вариант диссипативной неустойчивости возникает при взаимодействии динамической подсистемы отрицательной энергии (осциллятора  $\hat{a}_1$ ) с диссипативной подсистемой положительной энергии (*термостат из континуума осцилляторов*  $\hat{b}_k$ , между собой непосредственно не связанных):

$$\hat{H} = -\hbar\omega_1^{(0)} \hat{a}_1^+ \hat{a}_1 + \sum_k \hbar\omega_k \hat{b}_k^+ \hat{b}_k + \sum_k \frac{1}{2} \hbar (\beta_k \hat{a}_1 \hat{b}_k + \beta_k^* \hat{b}_k^+ \hat{a}_1^+). \quad (5.9)$$

Макроскопичность термостата в пределе непрерывного спектра частот  $\omega_k \left( \sum_k \dots \approx \int d\omega g(\omega) \dots \right)$  делает процесс необратимым во времени.

Корректность выбора такой модели термостата, т. е. корректность феноменологического описания квантовой динамики исходной классической системы [105], обосновывается независимостью макроскопически наблюдаемых результатов от выбора микроскопических параметров  $g(\omega)$  и  $\beta_k = \beta(\omega)$ .

Поставленная задача допускает аналитическое решение в приближении Вайскопфа — Вигнера. Из него снова следует, что диссипативная неустойчивость спонтанно развивается даже из невозбужденного вакуумного состояния:  $\bar{n}_1(t) = \exp(2\omega_1'' t) - 1$  ( $t \geq 0$ ) (рис. 15). Наблюдаемая (измененная термостатом) комплексная частота динамического

осциллятора есть

$$\omega_1 = \omega_1^{(0)} + \Delta\omega_1' + i\omega_1'',$$

$$\Delta\omega_1' = V. \text{ p. } \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\beta(\omega)}{2} \right|^2 \frac{g(\omega)}{\omega - \omega_1^{(0)}} d\omega, \quad (5.10)$$

$$\omega_1'' = \pi g(\omega_1^{(0)}) \left| \frac{\beta(\omega_1^{(0)})}{2} \right|^2 \ll \omega_1^{(0)}.$$

В произвольном случае при «старте» со спонтанных и/или тепловых флуктуации вновь верна асимптотика (5.8) с числом квантов  $n_{\text{eff}} = \text{cth}(\hbar\omega_1^{(0)}/2\kappa T) \geq 1$ .

Квантовая теория, развитая на примере моделей (5.4) и (5.9), распространяется и на общий случай неустойчивости диссипативного типа, включающей как взаимодействие динамических осцилляторов разных

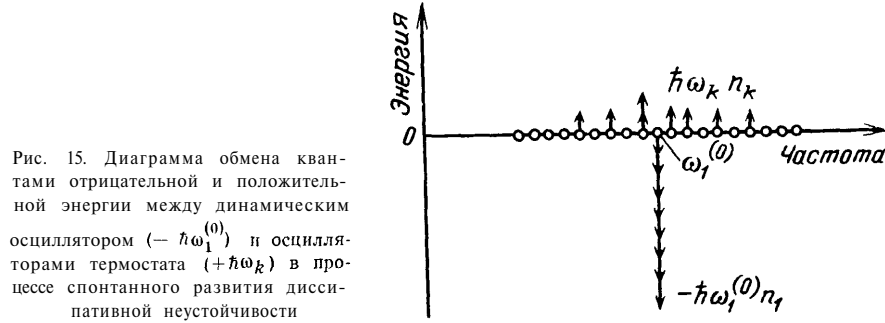


Рис. 15. Диаграмма обмена квантами отрицательной и положительной энергии между динамическим осциллятором ( $-\hbar\omega_1^{(0)}$ ) и осцилляторами термостата ( $+\hbar\omega_k$ ) в процессе спонтанного развития диссипативной неустойчивости

знаков энергий, так и необратимый отбор их энергии термостатами. При этом связь динамического осциллятора с термостатом осцилляторов того же или другого знака энергии, изменяя его частоту аналогично (5.10), описывает релаксацию или некогерентное усиление соответственно. Так, для колебаний поляризации двухуровневой среды — это релаксация  $T_2^{-1}$ , а для электромагнитной моды — это положительная омическая диссипация  $2\pi\sigma$  или отрицательная диссипация  $2\pi\sigma_a$ , реализуемая в лазерах (п. 4.3).

В главных чертах процедура квантования ФКЭД для активных линейных сред состоит в следующем. Прежде всего, необходимо найти нормальные волны и их частоты  $\omega_j(\mathbf{k})$ . Затем всюду занулить все константы релаксации и диссипации и перейти к гамильтоновским уравнениям динамических мод, которые при этом разбиваются на пары мод с комплексно сопряженными частотами  $\Omega_\alpha^{(0)} = \Omega_\alpha^{(0)*} \pm i\Omega_\alpha^{(0)''}$  и отдельные стационарные моды с действительными частотами  $\Omega_\beta^{(0)}$ . Каждую пару мод  $\Omega_\alpha^{(0)}$ ,  $\Omega_\alpha^{(0)*}$  представить в виде системы двух взаимодействующих парциальных осцилляторов разных знаков энергий  $-\hbar\omega_{\alpha 1}^{(0)}$  и  $+\hbar\omega_{\alpha 2}^{(0)}$  аналогично (5.4). Амплитуды полученных осцилляторов мод нормировать на энергию одного кванта (ср. (5.3)). Далее в гамильтониан к каждому динамическому парциальному осциллятору  $\Omega_\beta^{(0)}$  и  $-\omega_{\alpha 1}^{(0)}$ ,  $+\omega_{\alpha 2}^{(0)}$  добавить по паре взаимодействующих с ним термостатов парциальных осцилляторов разных знаков энергий так, чтобы измененные термостатами частоты  $\Omega_\alpha^{(0)}$  и  $\Omega_\beta^{(0)}$  совпали с исходными  $\omega_j$  (ср. (5.10)).

Наконец, квантование проводится заменой канонических координат и импульсов всех указанных парциальных осцилляторов на соответ-

вующие операторы с каноническими коммутационными соотношениями (ср. (1.7) и (5.2)). Тогда для динамических мод с  $\Omega_\alpha^{(0)} \neq 0$  получаются, конечно, перекрестные коммутационные соотношения (5.7). Последнее означает, что гамильтониан системы осцилляторов разных знаков энергий в активной среде, в отличие от системы осцилляторов положительной энергии в прозрачной среде (п. 5.1), не диагонализуется аналогом канонического преобразования Боголюбова [6], сохраняющим коммутационные соотношения. Без понимания этого принципиального обстоятельства было невозможно выйти за рамки ФКЭД прозрачных сред и последовательно проквантовать поле в активной и поглощающей средах. Таким образом, анализ квантостатистических свойств неустойчивых осцилляторов макрополя в ФКЭД сводится к квантовой теории диссипативной неустойчивости \*).

**5.3. Макроскопические проявления квантовых флуктуаций в СИ.** Спонтанные квантовые флуктуации усиливаются в процессе СИ до макроскопически наблюдаемого уровня, что приводит к сильным флуктуациям параметров импульса СИ, непредсказуемым от выстрела к выстрелу.

Исследованию этого замечательного явления посвящено много работ — и экспериментальных [15, 33а, 34, 53, 92, 93], и теоретических [14–16, 19, 28, 42, 76–78, 108]. Его описание в рамках ФКЭД активных сред проиллюстрируем на примере статистики времени задержки  $t_d$  СИ дискретных мод (раздел 4). Для простоты будем учитывать только  $M$  мод с инкрементами  $\omega_m'' (m=1, \dots, M)$  порядка максимального  $1/2\tau$ . Согласно п. 5.2 числа квантов  $n_m$  в различных модах являются независимыми случайными величинами с одинаковым асимптотическим вероятностным распределением (5.8). Вероятность того, что импульс СИ высветится в интервале времени  $0 < t < t_d$ , равна вероятности того, что суммарное число квантов

$$n = \sum_{m=1}^M n_m$$

с вероятностным распределением

$$\rho(n) = \left(\frac{n}{\bar{n}_1}\right)^{M-1} [(M-1)! \bar{n}_1]^{-1} \exp\left(-\frac{n}{\bar{n}_1}\right)$$

к моменту  $t_d$  превысит половину числа инвертированных молекул \*\*)  $NV/2$ . Записывая сформулированное условие

$$\int_0^{t_d/\tau} f\left(\frac{t'_d}{\tau}\right) d\frac{t'_d}{\tau} = \int_{NV/2}^{\infty} \rho\left(n, \frac{t_d}{\tau}\right) dn$$

и дифференцируя его по  $t_d$ , получаем искомое распределение нормированного времени задержки [91]

$$f\left(\frac{t_d}{\tau}\right) = \frac{u^M}{(M-1)!} \exp\left(-M \frac{t_d}{\tau} - ue^{-t_d/\tau}\right), \quad u \equiv \frac{NV}{2n_{\text{eff}}} \gg 1. \quad (5.11)$$

Этот результат означает, что существует зависимость статистики СИ от формы образца, которая сводится к зависимости от формы образца числа неустойчивых поляритонных мод  $M$  (рис. 16, а). Последнее

\*) Для сопоставления ФКЭД нормальных осцилляторов макрополей и КЭД холодных мод и отдельных молекул в вакууме, по-видимому, можно использовать недавно полученные методом подстановки Бете точные решения квантовых моделей СИ [106].

\*\*) Данный критерий определения времени задержки опирается на линейное приближение в описании СИ и аналогичен используемому в [14, 42, 77].

определяется решением соответствующей электродинамической задачи; см. раздел 4. Например, для шара радиуса  $a \gg \lambda$  число мод  $M \sim (\omega_0 a/c)^2 \gg 1$ ; для цилиндра с числом Френеля  $F$ , согласно оценкам [14],

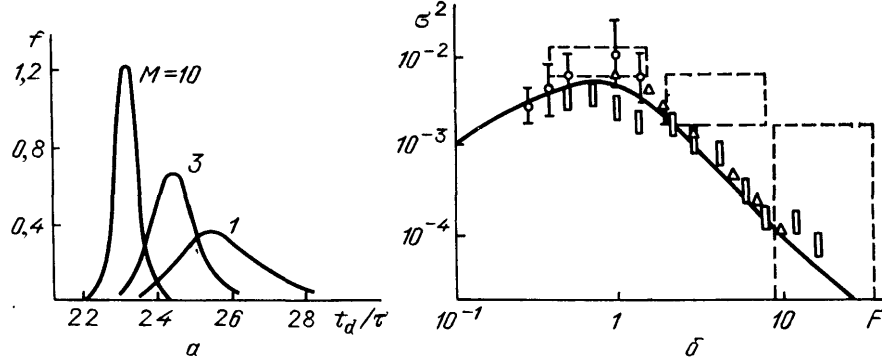


Рис. 16. Зависимость статистики времени задержки СИ от формы образца. а — Вероятностное распределение (5.11) для  $u=10^{11}$ . б — Квадрат относительной дисперсии  $\sigma^2$  времени задержки  $t_d$  как функция числа Френеля  $F=S/\lambda L$  для цилиндрических образцов ( $N\lambda L^2=10^8$ ,  $L=\text{const}$ ): сплошная кривая — огибающая (5.12), штриховые прямоугольники — эксперимент [92], треугольники, темные прямоугольники и вертикальные отрезки — результаты численных расчетов из [77, 94, 95] соответственно

$M \sim [(F^2 + 1 + (1/F))/3]$ . При увеличении  $M$  среднее время задержки сокращается:  $\bar{t}_d = \tau \ln(u/M)$ , а флуктуации, в согласии с экспериментами [92, 93], уменьшаются (рис. 16, б):

$$\sigma^2(M) \equiv [\bar{t}_d^2 - (\bar{t}_d)^2] (\bar{t}_d)^{-2} = \left( \frac{\pi^2}{6} - \sum_{m=1}^{M-1} \frac{1}{m^2} \right) \left( \ln \frac{u}{M} \right)^{-2} \approx M^{-1} \left( \ln \frac{u}{M} \right)^{-2}. \quad (5.12)$$

Цитированные работы [77, 94, 95] относятся к эксперименту по СИ волн с непрерывным спектром в разреженных парах цезия [92], где  $L \ll L_c$  и отражение от границ очень слабое, в отличие от СИ мод с дискретным спектром в резонаторах и активированных твердых телах. Тем не менее поведение статистики СИ при изменении масштабов цилиндрического образца в обоих режимах СИ оказывается аналогичным (рис. 16, б). В частном случае одномодовой модели ( $M=1$ ) при температуре  $T=0$  результат (5.11) совпадает с полученным другими методами в теории СИ [14] и в теории флуктуации временем нарастания излучения одномодовых лазеров [109].

С учетом свойств ортогонально поляризованных мод в анизотропной среде (п. 2.5) ФКЭД активных сред объясняет также статистику флуктуации эллипса поляризации СИ, наблюдавшихся в экспериментах [14, 53]. Обычно измеряется вероятностное распределение  $f_\beta$  угла  $\beta \in [0, \pi/2]$ , определяемого по отношению интенсивностей (чисел квантов), детектируемых двумя приемниками с ортогональными поляризациями:  $\text{tg}^2 \beta = I_2/I_1 \equiv n_2/n_1$ . Рассмотрим, например, СИ двух неустойчивых мод с ортогональными линейными поляризациями и близкими инкрементами  $\omega_1'' \approx \omega_2''$  на переходе  $j=1/2 \rightarrow j'=1/2$  (см. п. 2.5). Числа квантов в них  $n_1, n_2$  распределены статистически независимо, по закону (5.8). Поэтому распределения отношения  $n_2/n_1$  и угла  $\beta$  имеют вид

$$f\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \frac{\gamma}{[\gamma + (n_2/n_1)]^2}, \quad f_\beta = \frac{\gamma \sin 2\beta}{(\gamma \cos^2 \beta + \sin^2 \beta)^2}, \quad (5.13)$$

$$\gamma = \frac{\bar{n}_2}{\bar{n}_1} \sim \exp[2(\omega_2'' - \omega_1'')t].$$

Теория флуктуации поляризации СИ предлагалась ранее в [53]. Однако она основывалась на отличном от (5.8) распределении квантов в модах, ограничивалась случаем точного вырождения ( $\omega_2'' = \omega_1''$ ) и предсказывала ненаблюдаемый бесконечный пик в  $f_\beta$  при  $\beta = \pi/4$  (рис. 17, а). Отличаясь от теоретических выводов [53], результат (5.13) и его обобщение на произвольные эллиптические поляризации мод качественно согласуются с наблюдениями [53], включая значительные изменения (вплоть до невозпроизводимости) гистограмм при небольшом

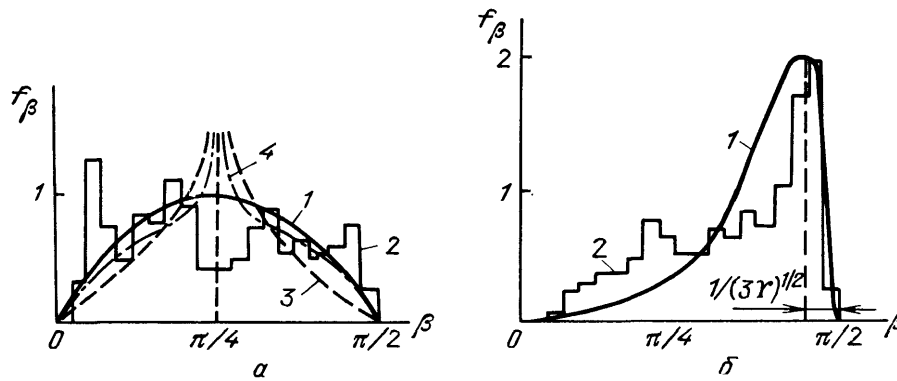


Рис. 17. Вероятностное распределение угла  $\beta$ , характеризующего ориентацию и эксцентриситет эллипса поляризации СИ, в случаях поляризационного вырождения ( $\omega_1'' = \omega_2''$ ,  $\gamma = 1$ ) (а) и слабой анизотропии, задаваемой линейной поляризацией излучения накачки под углом  $\beta = \pi/2$  ( $\omega_1'' \neq \omega_2''$ ,  $\gamma = 10$ ) (б). 1 — линейная теория ФКЭД — формула (5.13), 2 — пример экспериментальной гистограммы [53], 3 и 4 — линейная и нелинейная теория по [53]

варьировании условий опыта: направления и поляризации накачки, геометрических параметров, внешних полей и т. п. Дело в том, что значительные изменения в  $f_\beta$  связаны с экспоненциально большим усилением проявлений даже слабой анизотропии (и гиротропии) в процессе СИ. Уже небольшая разница в инкрементах ортогонально поляризованных мод может сильно влиять на статистику поляризации результирующего излучения, приводя к доминированию поляризации моды с большим инкрементом (рис. 17, б).

**6. Эффекты пространственной дисперсии в газе двухуровневых молекул.** До сих пор мы рассматривали активную среду, состоящую из неподвижных частиц. Учет распределения частиц по их поступательным скоростям приводит к качественно новым эффектам в электродинамике когерентных волновых процессов. В этой ситуации наряду с частотной дисперсией и нелинейностью в игру вступает пространственная дисперсия (ПД) — зависимость диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  от волнового числа  $k$ . ПД связана с различной реакцией частиц, обладающих разной скоростью, на поля с одной и той же пространственной структурой [1, 2, 37].

**6.1. Поляритонный спектр газа с учетом теплового движения молекул.** Рассмотрим изотропный газ двухуровневых молекул массой  $M$  с максвелловским распределением по скоростям  $F(v/v_T) = \pi^{-1/2} \exp(-v^2/v_T^2)$ , где  $v_T = \sqrt{2kT/M}$ ,  $T$  — газокинетическая температура. Для него материальное уравнение (1.10) следует заменить

[5, 9, 110] кинетическим уравнением\*)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\right)^2 \mathbf{p} + 2T_2^{-1} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\right) \mathbf{p} + (\omega_0^2 + T_2^{-2}) \mathbf{p} = -\frac{2\omega_0 d^2 n}{3\hbar} \bar{\mathcal{E}}_d(\mathbf{r}, t), \quad (6.1)$$

где  $\mathbf{p}(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t) d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{v}$  и  $n(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t) d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{v}$  — соответственно средняя ВЧ поляризация и разность населенностей молекул из элемента объема  $d^3\mathbf{r}$  и интервала скоростей  $d^3\mathbf{v}$ . Считая  $n = \Delta N v_T^{-1} F$  и вводя функцию Краппа [5, 111]

$$w(Z) = e^{-Z^2} \left( 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^Z \exp s^2 ds \right), \quad (6.2)$$

для полей  $\sim \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r})$  находим диэлектрическую проницаемость [45]

$$\varepsilon(\omega, k) = \frac{1 + 2\theta}{1 - \theta} + \frac{i4\pi\sigma}{\omega}, \quad (6.3)$$

$$\theta = \frac{i\sqrt{\pi}\omega_c^2}{18\omega_0 k v_T} \left[ w\left(\frac{\omega + iT_2^{-1} - \omega_0}{k v_T}\right) - w\left(\frac{\omega + iT_2^{-1} + \omega_0}{k v_T}\right) \right]$$

Здесь учтено отличие действующего поля от среднего — поправка Лоренца  $\mathbf{E}_d = \mathbf{E} - (4\pi/3)\mathbf{P}$ . Поэтому для частот вдали от доплеровской линии, когда  $|\omega + iT_2^{-1} \mp \omega_0| \gg k v_T$ ,  $\omega'' + T_2^{-1} > -|\omega' \mp \omega_0|$  и  $w(Z) \approx i\pi^{-1/2}Z^{-1}$ , значение  $\varepsilon$  при  $\omega \sim \omega_0$  отличается от прежнего (1.15) лишь малым смещением резонансной частоты:  $\omega_0 \rightarrow \omega_0 - \omega_c^2/9\omega_0$  (при  $|\theta| \ll 1$ ) [8, 112].

Интересующие нас резонансные эффекты ПД [45], качественно меняющие вид поляритонного спектра (2.1), возникают в области доплеровской линии

$$\text{Im } Z + |\text{Re } Z| \leq |Z|^{-1}, \quad (6.4)$$

$$Z = (\omega + iT_2^{-1} - \omega_0)(k v_T)^{-1}.$$

При этом характер спектра однородных поперечных волн (1.16) для  $ck \sim \omega_0$  зависит главным образом от соотношения двух параметров:  $2k v_T$  и  $|\omega_c|$ . Если доплеровское уширение мало по сравнению с кооперативной частотой газа:  $2k v_T \ll |\omega_c|$ , то влияние теплового движения на дисперсию волн (2.1)  $\omega_{e,p}(k)$  будет незначительно, поскольку для них почти всюду

$$|Z| \gg 1, \quad w(Z) = i\pi^{-1/2}Z^{-1} \left( 1 + \frac{1}{2}Z^{-2} + \dots \right).$$

Указанная асимптотика, ведущая к малым поправкам, неприменима в области (6.4), т. е. при  $|Z| \lesssim 1$  и/или в конусе  $|\pi/2 + \arg Z| < \pi/4$ . Для волны поляризации  $\omega_p(k)$  это соответствует попаданию в область

\*) Оно справедливо в диапазоне длин волн, превышающих размеры молекул, но не превосходящих длину их свободного пробега:  $r_m \ll k^{-1} \ll l$ . Резонансные особенности ПД газа по отношению к длинноволновым полям с  $k^{-1} \gg l \sim v_T T_2$  скрадываются диффузионным (броуновским) движением молекул, которое описывается опущенным в (6.1) интегралом столкновений. Эти столкновения приводят к сужению и замене доплеровской линии (6.7) на лоренцевскую с полушириной  $\sim k^2 l v_T$ .

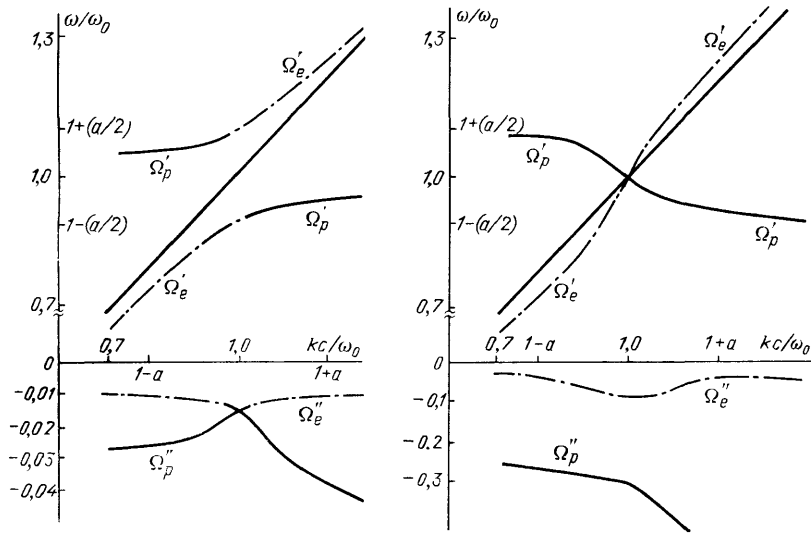


Рис. 18, а

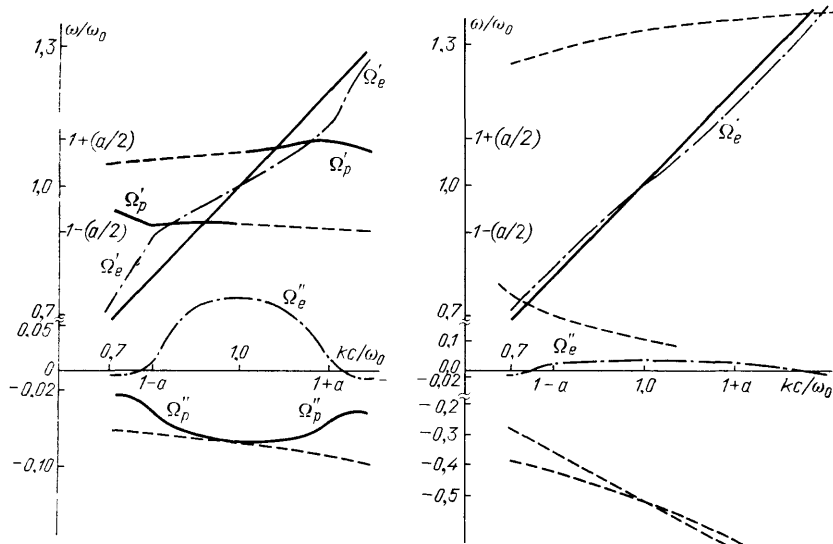


Рис. 18, б

доплеровской линии при выполнении одного из неравенств\*):

$$|ck - \omega_0 - i(2\pi\sigma - T_2^{-1})| \gtrsim \frac{|\omega_c^2|c}{3\omega_0 v_T}, \quad (6.4')$$

$$(ck - \omega_0)^2 + \frac{\omega_0^2 v_T^2}{c^2} \leq -\frac{\omega_c^2}{6} + \left(2\pi\sigma - \frac{1}{T_2}\right)^2.$$

Эффект ПД в обоих вариантах (6.4') заключается в том, что волна приобретает *сильное бесстолкновительное затухание* с декрементом

\*) В условиях эффективной диссипации  $2\pi\sigma > T_2^{-1}$  в инвертированной среде при  $2kv_T \ll |\omega_c|$  последний вариант из (6.4) относится только к сильно затухающей электромагнитной волне  $\omega_e(k)$ , тогда как слабо затухающая или нарастающая волна поляризации (2.1) выходит из доплеровской линии за счет мнимой части частоты:  $\omega_p'' + T_2^{-1} \gg kv_T$ , хотя  $|\omega_p' - \omega_0| \lesssim kv_T$ .

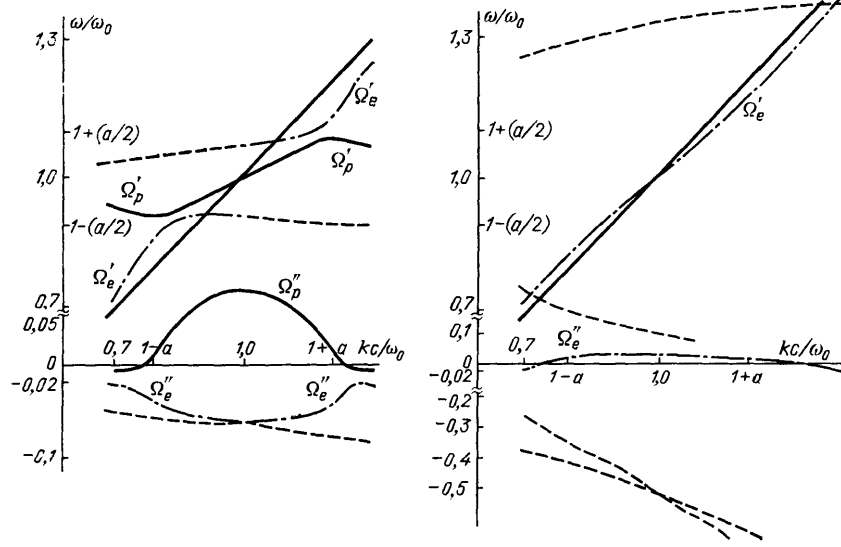


Рис. 18, а

Рис. 18, а — в. Поляритонный спектр  $\Omega = (\omega' + i\omega'')/\omega_0$  как функция  $kc/\omega_0$  для газа с учетом доплеровского уширения при  $|2\pi\sigma - T_2^{-1}| = |\omega_c^2|/12\omega_0 = 10^{-2}\omega_0$ . Слева — графики для значения  $2v_T/c = 0.4a$ , справа — для  $2v_T/c = 3a$ , где параметр  $a \equiv |\omega_c|/\sqrt{3}\omega_0 = 0.2$ . а — Неинвертированный газ с  $T_2^{-1} = 4\pi\sigma = \omega_c^2/6\omega_0$ . б — инвертированный газ с  $T_2^{-1} = 4\pi\sigma = -\omega_c^2/6\omega_0$ . в — Проводящий инвертированный газ с  $2\pi\sigma = 2T_2^{-1} = -\omega_c^2/6\omega_0$ . Сплошные кривые — волны поляризации, штрихпунктирные — электромагнитные волны. Штриховой линией показаны участки дисперсионных кривых с сильным бесстолкновительным затуханием

—  $\omega'' \gg kv_T + T_2^{-1}$  за счет расфазировки упорядоченных колебаний поляризации молекул при их разлете с тепловыми скоростями (см. рис. 18 и п. 6.2).

В случае большого доплеровского уширения  $2kv_T \gg |\omega_c|$  указанное подавление волны поляризации тепловым движением происходит во всей области поляритонного спектра. Здесь единственной слабо затухающей (или нарастающей) оказывается электромагнитная волна с законом дисперсии

$$\omega_V = ck - i2\pi\sigma - \frac{i\sqrt{\pi}c\omega_c^2}{12\omega_0 v_T} \omega \left( \frac{ck - \omega_0 - i(2\pi\sigma - T_2^{-1})}{kv_T} \right), \quad (6.5)$$

$$2\pi\sigma - T_2^{-1} \leq |ck - \omega_0| + kv_T.$$

Этот закон справедлив также при большом лоренцевском уширении  $|2\pi\sigma - T_2^{-1}| \gg |\omega_c|$  и получается применением метода возмущений к дисперсионному уравнению (1.16), (6.3). Последнее при  $kv_T \ll \omega_0$  и малой восприимчивости  $2\pi|\chi| = 1.5|\theta| \ll 1$  имеет вид

$$\omega - \omega_0 = ck - \omega_0 - i \frac{2\pi\sigma ck}{\omega} - i \frac{\sqrt{\pi}c\omega_c^2}{12\omega_0 v_T} \omega \left( \frac{\omega - \omega_0 + iT_2^{-1}}{kv_T} \right). \quad (6.6)$$

В спектроскопии газов хорошо известен лишь предельный случай (6.5) — «фогтовский» закон дисперсии, где его представляют в форме

поправки к «вакуумному» закону дисперсии [5, 9, 110]

$$\frac{ck}{\omega} - 1 = 2\pi\chi_0, \quad \chi_0\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = \frac{d^2N}{3\sqrt{\pi}\hbar\omega_0v_T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-v^2/v_T^2) dv}{(\omega/\omega_0) - (i/T_2\omega_0) - 1 - (v/c)}, \quad (6.7)$$

молчаливо предполагая возможность замены  $k \rightarrow \omega_0/c$  в (6.3) до решения дисперсионного уравнения (1.16). Однако эта замена, искажающая эффекты ПД, связанной с доплеровским разбросом молекулярных частот  $\omega_0 + kv$ , допустима не всегда [37, 45]. Сказанное относится прежде всего к случаю  $|\omega_c| \gg 2kv_T \gg |2\pi\sigma - T_2^{-1}|$ , когда влияние ПД становится существенным, но еще не исключает поляритонного резонанса. Поэтому для корректного отыскания поляритонного спектра волн  $\omega(k)$  необходимо прибегать к уравнению (6.6), учитывающему зависимость  $\epsilon$  от  $k$ . Оказывается, оно содержит целую серию решений, в основном сильно затухающих\*). Численный анализ эволюции поляритонного спектра с увеличением доплеровского уширения представлен на рис. 18, где сильно затухающие волны опущены.

**6.2. Бесстолкновительное затухание на крыльях доплеровской линии.** Появление сильного бесстолкновительного затухания волны поляризации и электромагнитной волны обязано релаксации начальной поляризации газа за время перемещения молекул с тепловой скоростью на расстояние  $\sim \lambda = 2\pi/k$ . Возникновение затухания формально связано с появлением вблизи поляритонного спектра новых нормальных волн  $\omega_j^{(\pm)}(k)$ . Последние отвечают решениям дисперсионного уравнения (1.16), сосредоточенным вблизи нулей функции Крампа ( $\omega(Z)=0$ ), которые расположены вдоль биссектрис 3-го и 4-го квадрантов комплексной плоскости  $Z$ . Не выписывая соответствующих решений (6.6) [45], ограничимся их иллюстрацией на рис. 19.

Заметим, что в наиболее интересном случае  $|\omega_c| \gg 2kv_T \gg T_2^{-1}$  декремент  $\omega_j^{(\pm)*}(k) \sim 2kv_T$  бесстолкновительно затухающих волн с малыми номерами  $j$  оказывается меньше величин  $|\omega_c|/2$  или  $2\pi\sigma$ , определяющих декремент (2.2)  $\omega_{e,p}(k)$  волн поляритонного спектра в пренебрежении ПД (в области волновых чисел, ограниченной вторым неравенством (6.4')). Поэтому, в частности, в сильно проводящем газе при  $2\pi\sigma \gg kv_T$  возможно длительное в масштабе времени  $\sigma^{-1}$  существование когерентной поляризации молекул, переносимой бесстолкновительно затухающими волнами. При этом, согласно рис. 19, б, фогтовская дисперсионная кривая электромагнитной волны существенно деформируется, претерпевая разрыв на крыльях доплеровской линии, и стандартное решение (6.5), (6.7) там теряет силу. Таким образом, ПД качественно изменяет спектр и затухание нормальных волн, а следовательно, эволюцию возмущений поля и поляризации в газе на частотах вблизи сильных электродипольных линий.

\*) Как и в плазме, новые решения не возникают, если вместо распределения Максвелла использовать распределение Лоренца  $F_L(v/v_T) = [\pi(1 + v^2v_T^{-2})]^{-1}$ . Согласно (6.1) оно приводит к диэлектрической проницаемости лоренцевского вида (1.14), (1.15) с заменой  $T_2^{-1} \rightarrow T_2^{-1} + kv_T$ , так что дисперсионное уравнение (1.16) для поперечных волн полностью исчерпывается поляритонным решением (2.1), а уравнение (1.17) для продольных волн — решением  $\omega_l^{(T)} = \omega_0 + (\omega_c^2/9\omega_0) - i(T_2^{-1} + kv_T)$  (при  $\sigma=0$ ).

**6.3. Продольные волны поляризации.** Аналогия с плазменными волнами. Кроме поляритонов  $\omega_{e,p}(k)$  с  $k \sim \omega_0/c$  в газе за пределы доплеровской линии попадают также длинные волны поляризации, имеющие закон дисперсии

$$\omega_p = 1 + \frac{\omega_c^2}{9\omega_0} + \frac{9k^2 v_T^2 \omega_0}{2\omega_c^2} + \frac{k^2 c^2 \omega_c^2}{6\omega_0^3} - iT_2^{-1} - i \frac{2\pi\omega_c^2}{3\omega_0^2} - \\ - i\sqrt{\pi}kv_T \left( \frac{\omega_c^2}{9\omega_0 kv_T} \right)^2 \exp \left[ -1 - \left( \frac{\omega_c^2}{9\omega_0 kv_T} \right)^2 \right], \quad (6.8)$$

$$k \ll |\omega_c| \cdot \frac{1}{9\omega_0 v_T} \lesssim \frac{\omega_0}{c}$$

(см. (6.6) и рис. 19) [45]. В этих поперечных волнах величина  $\varepsilon = k^2 c^2 / \omega_p^2 \ll 1$ . Следовательно, они мало отличаются от продольных волн с  $\varepsilon=0$ , для которых благодаря отсутствию в них магнитного поля  $\omega_{||} = \omega_p - k^2 c^2 \omega_c^2 / 6\omega_0^3$ . (Закон дисперсии продольных волн в неинвертированном газе при  $\sigma=0$  был получен Казанцевым [48]; однако указанные им поперечные экситоны в газе не соответствуют реальным волнам поляризации (6.8).)

Тот факт, что затухание волн поляризации (6.8) при  $T_2^{-1} \ll kv_T$  становится экспоненциально слабым, обусловлен смещением частоты коллективных колебаний поляризации молекул из-за поправки Лоренца, выводящим из доплеровского резонанса с волной основную массу молекул. В таких условиях тепловая дисперсия скоростей молекул дает квадратичный по  $k$  эффект ПД — дополнительное смещение частоты волны; ср. 2-е и 3-е слагаемые в (6.8). Это приводит к отличной от нуля групповой скорости  $d\omega_p/dk \approx 9v_T^2 k \omega_0 / \omega_c^3$ . В инвертированном газе омическая проводимость ослабляет затухание длинных волн и при  $2\pi\sigma > -3T_2^{-1} \omega_0^2 / \omega_c^2$  ведет к диссипативной неустойчивости, поскольку их плотность энергии отрицательна:

$$\omega = \frac{|E^2|}{16\pi} \omega \frac{\partial \varepsilon(\omega, k)}{\partial \omega} \approx \frac{3|E^2| \omega_0^2}{8\pi \omega_c^2} \left( 1 + \frac{\omega_c^2}{9\omega_0^2} \right) \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{9\omega_0 kv_T}{\omega_c^2} \right)^2 \right]. \quad (6.9)$$

За исключением последнего обстоятельства, из сказанного легко усмотреть аналогию данных волн в газе двухуровневых молекул ( $\omega_0 \neq 0$ , п. 6.1—6.3) и циклотронных волн в магнитоактивной плазме ( $\omega_0 \approx \omega_B$ ) или лэнгмюровских волн в изотропной плазме ( $\omega_0=0$ ) [37, 39, 45, 111]. Их отличие обусловлено, по существу, только различными причинами смещения частоты коллективных колебаний. В газе благодаря поправке Лоренца оно определяется кооперативной частотой среды ( $\omega_c^2/9\omega_0 = -8\pi d^2 \Delta N / 9\hbar$ ), в магнитоактивной и изотропной плазме — гирочастотой  $\omega_B$  и лэнгмюровской частотой электронов  $\omega_L$ . Что касается дебаевского радиуса  $r_D = v_T / \omega_L$ , задающего коротковолновую границу экспоненциально слабого бесстолкновительного затухания Ландау лэнгмюровских волн на черенковском резонансе, то согласно (6.8) аналогичную роль для продольных волн и длинных волн поляризации играет масштаб  $\lambda_d = 18\pi v_T \omega_0 / |\omega_c^2|$ .

**6.4. «Пучковые» неустойчивости в газе активных молекул.** Развивая аналогию с плазменными явлениями, рассмотрим газ с пучком нейтральных молекул того же сорта, что и молекулы основного газа, но с противоположным знаком инверсии:  $\Delta N_b = -\rho \Delta N$ ,  $\rho \ll 1$ . Анализ этой ситуации в поляритонной области спектра  $k \sim \omega_0/c$

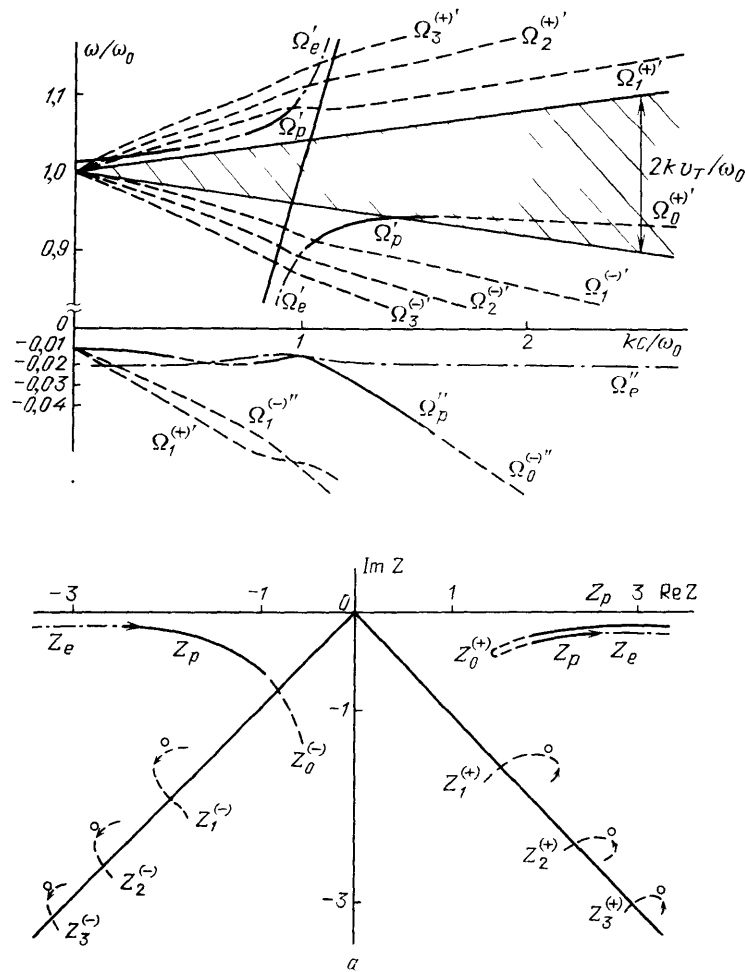


Рис. 19, а

показывает [45], что при доплеровском резонансе  $kv_b = \omega - \omega_0$  пучок, движущийся со скоростью  $v_b \geq v_T$ , способен возбуждать поперечные волны с частотой  $\omega = \omega_{e,p}(k)$ . При  $|\omega_{e,p} + T_2^{-1}| \ll kv_T$  его роль оказывается эквивалентна проводимости  $\sigma_b = -\rho\omega_0^2/24 \sqrt{\pi}kv_T$ , где  $v_T$  — тепловой разброс скоростей молекул в пучке. Инвертированный пучок имеет  $\sigma_b < 0$  и вызывает неустойчивость мазерного типа:  $\omega_{e,p}'' \approx -(\pi\sigma_b + \pi\sigma + T_2^{-1}/2)$  (считаем  $|\omega_e| \gg 2kv_T$ ,  $2\pi\sigma$ ,  $T_2^{-1}$ ). Неинвертированный пучок имеет  $\sigma_b > 0$  и согласно п. 2.1 приводит либо к аномальной неустойчивости электромагнитной волны, либо к диссипативной неустойчивости волны поляризации.

Пучок инвертированных молекул, точнее, «пучковое» распределение инверсии по скоростям  $\Delta N(v)$ , можно создать, например, накачкой газа квазимонохроматическим излучением по известной трехуровневой схеме с использованием эффекта Доплера. В газовых лазерах с доплеровским уширением возможно и естественное образование «двугорбых» или более сложных функций распределения инверсии по скоростям благодаря нелинейному эффекту насыщения. Согласно [44] возникающие при этом неустойчивости новых нормальных волн могут существенно влиять на спектр излучения и режим работы лазера. Не исключено, что «пучковые» неустойчивости развиваются в процессе спонтанных ко-

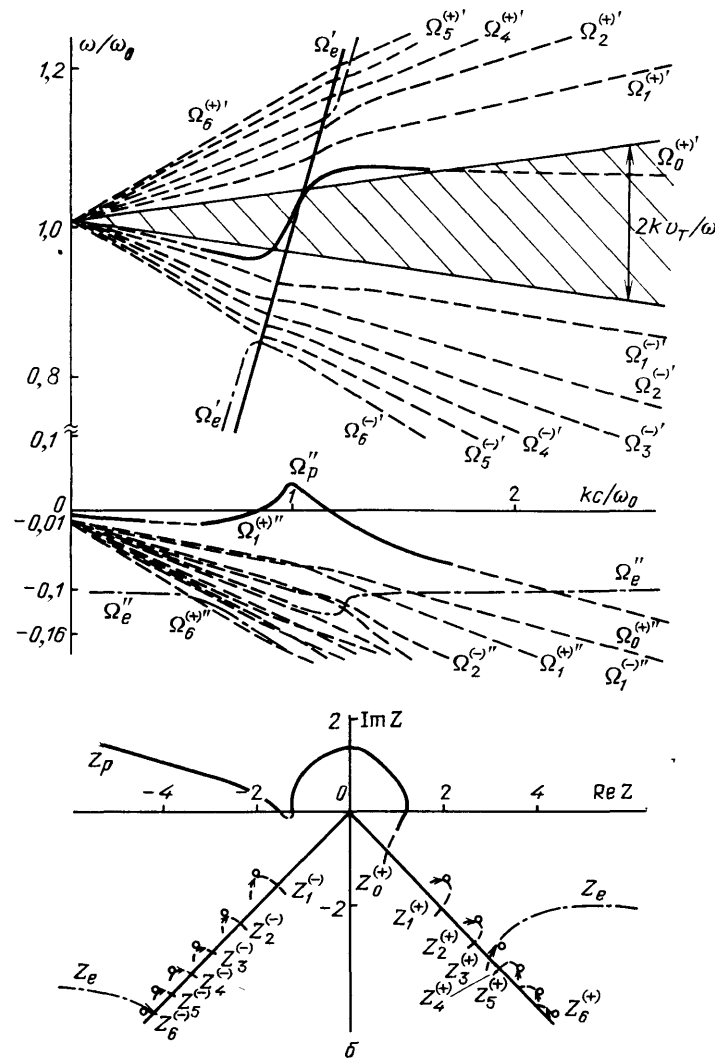


Рис. 19, б

Рис. 19, а, б. Спектр нормальных поперечных волн  $\Omega = (\omega' + i\omega'')/\omega_0$  и соответствующие зависимости  $Z(k) = (\omega + i\Gamma_2 - \omega_0)/k v_T$  для дисперсионных кривых на плоскости комплексного аргумента  $Z$  функции Крампа в области доплеровской линии (6.4) при  $0 < k < \omega_0/10 v_T$ . Графики построены при  $v_T \omega_0/c = |\omega_c|^2/3\omega_c = 4T_2^{-1} = 0,04\omega_0$  для слабо проводящего неинвертированного газа ( $v_T \omega_0/c > 2\pi\sigma = \omega_c^2/6\omega_0$ ) (а) и сильно проводящего инвертированного газа ( $v_T \omega_0/c < 2\pi\sigma = |\omega_c|/2\sqrt{3} = -5\omega_c^2/6\omega_0$ ) (б). Внутренняя часть доплеровской линии  $|\omega' - \omega_0| < k v_T$  заштрихована; направление возрастания переменной  $k$  указано стрелками в точках  $Z(k = \omega_0/c)$ ; кружками отмечены нули функции Крампа ( $\omega(Z) = 0$ ).

герентных пульсаций излучения в газовых лазерах с большим превышением над порогом генерации [43]. Более сложных эффектов ПД следует ожидать в частично ионизованном газе [114], [115] в условиях плазменно-дипольного резонанса, когда  $\omega_0 \approx \omega_L$  (п. 2.4), или при раскачке колебаний поляризации молекул потоком электронов [116–118]. Однако исследование этого круга вопросов и поиски новых, отличных от электромагнитных ВЧ волн здесь только начинаются.

**6.5. Влияние доплеровского (неоднородного) уширения на свойства СИ.** Как мы видели, увеличение ширины линии уменьшает инкремент нормальных волн инвертированной среды.

Это относится как к неоднородному \*) ( $2/T_2^*$ ), в частности, доплеровскому ( $2kv_T$ ), так и к однородному, лоренцевскому ( $2/T_2$ ) уширению линии. В результате падает мощность СИ, растет его задержка  $t_d$  и длительность  $\tau$ , пропадают осцилляции СИ, импульс становится асимметричным, а высвечивание энергии среды неполным. Эти выводы получены в основном из численных расчетов [13–15, 17, 18, 26, 27] и согласуются с экспериментами в газах и кристаллах [15, 23, 30–35]. В целом влияние неоднородного уширения на свойства СИ существенно слабее, чем однородного [42]. При наличии неоднородного уширения аналитическое решение задачи, включающее нелинейный этап СИ, в принципе возможно методом обратной задачи теории рассеяния [65, 119], однако простых общих формул для параметров СИ здесь пока не получено.

В литературе много обсуждался критерий когерентности нестационарного оптического процесса и СИ, в частности. В соответствии с (1.1), на наш взгляд, общий критерий имеет вид  $|E^{-1}dE/dt| > 1/T_2$ , т. е. характеризуется скоростью изменения амплитуды поля, действующего на молекулы. Он означает, что поляризация молекул не успевает адиабатически следить за полем, а следовательно, зависит от вида процесса  $E(t, \mathbf{r})$ . Так, нарастание плоской волны  $E \sim \exp(\omega'' t)$  с  $k = \omega_0/c$  инкрементом  $\omega'' \sim |\omega_c^2| T_2^*/4 \ll 1/T_2^*$  для неоднородной линии лоренцевской формы (см. сноску в конце п. 6.1) будет когерентным процессом, если  $|E^{-1}dE/dt| = \omega'' > 1/T_2$ , т. е.  $|\omega_c| > 2/(T_2 T_2^*)^{1/2}$ ; это обобщение критерия  $|\omega_c| > 2/T_2$  из п. 2.1. Для СИ поляритонных мод с дискретным спектром (разд. 4) критерий когерентного СИ принимает вид  $\omega_p'' > 1/T_2$ . Для однонаправленного СИ волн с непрерывным спектром в случае неоднородного уширения с лоренцевским распределением молекул по частотам  $f^*(\omega_0) = T_2^*/\pi \{1 + [(\omega_0 - \bar{\omega}_0) T_2^*]^2\}$  асимптотика поля на линейной стадии имеет вид  $E \sim \exp[|\omega_c| (tL/c)^{1/2} - (t/T_2^*)]$ , соответствующий (3.8) с заменой  $1/T_2 \rightarrow 1/T_2^* \gg 1/T_2$ . В этом случае получаем критерий  $(|\omega_c^2| L/4ct_d)^{1/2} > 1/T_2^*$ , т. е.  $(t_d^* \tau_R)^{1/2} < T_2^*$ ; здесь  $\tau_R = 2T_2^*/\mu_0 L$ ,  $\mu_0$  — коэффициент усиления в центре линии. Наблюдаемое время задержки  $t_d^*$  больше  $t_d$  из (3.12), в частности [15],  $t_d^* \approx t_d [1 + (t_d \tau_R)^{1/2} (T_2^*)^{-1}]$  при  $(t_d \tau_R)^{1/2} \ll T_2^*$ . Именно критерий  $(t_d^* \tau_R)^{1/2} < T_2^*$ , а не более сильный  $t_d^* < T_2^*$ , по мнению многих авторов [15, 17, 34], разделяет процессы СИ и суперлюминесценции (п. 3.5).

**6.6. Мягкая мода и антисегнетоэлектрический газовый кристалл.** Наряду с рассмотренными выше ВЧ волнами ( $\omega \sim \omega_0$ ) в плотном газе двухуровневых молекул существуют мягкие моды, отвечающие малой частоте самосогласованных колебаний поляризации:  $|\omega| \ll \omega_0$ . Особый интерес представляет возможность неустойчивости поперечной мягкой моды  $\omega_t(k)$  в неинвертированном равновесном газе, где  $\omega_c^2 \sim N \text{th}(\hbar\omega_0/2kT)$ . Эта мода обусловлена сильным сдвигом частоты коллективных колебаний поляризации молекул за счет поправки Лоренца (п. 6.1). Порог неустойчивости и инкремент вблизи него определяются из (1.16) и (6.3):

$$\left(\frac{3\omega_0}{\omega_c}\right)^2 = \frac{V\pi\omega_0}{kv_T} \text{Im } \omega(Z),$$

\*) Речь может идти о разбросе резонансных частот активных частиц не только в газе, но и в конденсированной среде, например в кристаллической матрице.

$$\omega_t = \frac{kv_T [\operatorname{Im} \omega(Z) - (9kv_T \omega_0 / \sqrt{\pi} \omega_c^2)]}{2 \operatorname{Re} [Z \omega(Z)]}, \quad (6.10)$$

$$Z = \frac{\omega_0 + iT_2^{-1}}{kv_T}$$

(рис. 20). Как ясно из рис. 20, *a*, при понижении температуры  $T$  и/или увеличении концентрации  $N$  до критического уровня  $(\omega_c^2)_{cr} = 4 \sqrt{3} \omega_0^2$  неустойчивость возникает сначала на конечной длине волны  $\lambda \sim 3\pi v_T / \omega_0$ . Этот эффект ПД дает основание для гипотезы о возможности антисегнетоэлектрического фазового перехода однородного газа в состояние

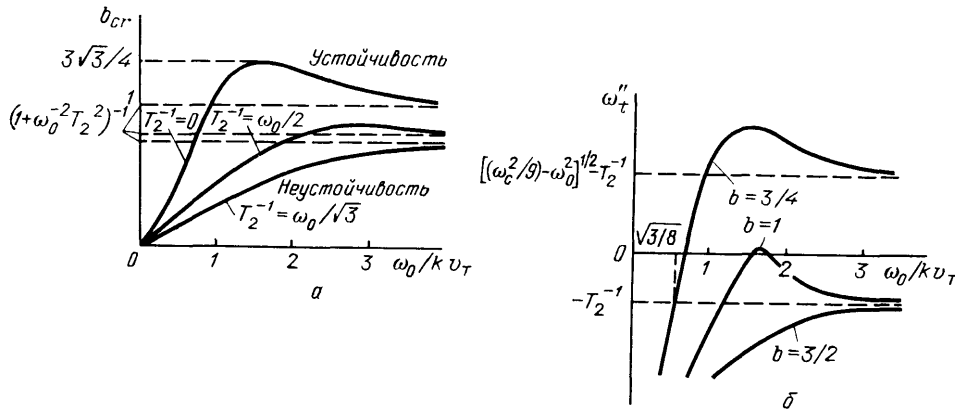


Рис. 20. Неустойчивость поперечной мягкой моды в модели равновесного двухуровневого газа  
*a* — Порог неустойчивости (6.10)  $b_{cr} = (9\hbar\omega_0/8\pi d^2 N_{cr}) \operatorname{cth}(\hbar\omega_0/2kT_{cr})$  по концентрации  $N_{cr}$  и температуре  $T_{cr}$  *b* — Зависимость инкремента  $\omega_t'$  от  $\omega_0/kv_T$ . На графиках введено обозначение  $b = 9 \omega_0^2 / \omega_c^2$

газового когерентного кристалла со статической поперечной волной плотности поляризации. Ранее антисегнетоэлектрический фазовый переход и соответствующая ему мягкая мода рассматривались только для анизотропных сред — кристаллов, для изотропного газа обсуждался лишь сегнетоэлектрический фазовый переход ( $\lambda = \infty$ ) в приближении неподвижных молекул [5, 13] (см. в этой связи работы по сверхизлучательному фазовому переходу, указанные в [5, 13, 19]). Подчеркнем, однако, что результат (6.10) имеет модельный характер и его справедливость для реальных газов в настоящее время остается неясной.

**7. Циклотронное СИ в физике плазмы и электронике.** Выше речь шла о волнах поляризации и СИ Дике для системы квантовых осцилляторов — двухуровневых молекул, обладающей пространственно-временной дисперсией специального вида и нелинейностью типа насыщения. Поскольку с электродинамической точки зрения явление СИ в определенных условиях представляет собой диссипативную неустойчивость волн отрицательной энергии, причем диссипация связана с излучением энергии за пределы образца, ясно, что аналогичные СИ эффекты могут реализоваться и в других системах, в том числе классических — с другим видом дисперсии и нелинейности. Обращаясь к классическому аналогу СИ, мы расширяем на случай когерентных процессов (1.1) известный в электронике ряд аналогов мазеров и лазеров, восходящий к работам Гапонова [120] и Лэмба [121] и включающий, скажем, мазеры на циклотронном резонансе [122—124] и лазеры на свободных электронах [69—71, 125].

**7.1. Диссипативная неустойчивость в потоке электронов в магнитном поле.** В широком смысле к коллективному спонтанному излучению (СИ) можно отнести любой нестационарный когерентный процесс излучения, самопроизвольно развивающийся в открытой неравновесной системе первоначально неколеблющихся частиц (в отсутствие резонансного внешнего поля) за время, меньшее  $T_2$  — времени некогерентной релаксации колебаний отдельных частиц\*). В более узком смысле — по аналогии с СИ Дике — под СИ, как уже отмечалось, следует понимать такой когерентный процесс, который связан с диссипативной неустойчивостью волн отрицательной энергии, развивающейся из спонтанных шумов.

Как станет ясно из дальнейшего, последняя ситуация может реализоваться в системе классических гармонических осцилляторов. С точки зрения классической макроскопической электродинамики именно указанная специфика выделяет явление СИ [52] среди других неустойчивостей различных систем слабонелинейных осцилляторов, взаимодействующих благодаря индуцированному излучению [72, 124]. Режим СИ имеет непосредственное отношение к микроволновой электронике, где в настоящее время широко исследуются способы генерации мощных когерентных импульсов электромагнитного излучения, не требующие использования резонаторов либо основанные на применении малодобротных резонаторов [85, 123]. Попытки отказа от высокодобротных резонаторов, облегчавших достижение порога генерации, вызваны целым рядом причин, начиная с трудностей создания таких резонаторов в некоторых диапазонах длин волн (скажем, рентгеновском или субмиллиметровом) и кончая необходимостью увеличения мощности накачки и уменьшения длительности импульсов излучения с целью повышения их мощности\*\*). В этих условиях представляет интерес исследовать возможность возникновения колебаний излучающих частиц и их взаимной фазировки вследствие взаимодействия частиц друг с другом посредством собственного нестационарного поля СИ [52, 125], а не под действием внешней накачки или долгоживущего квазистационарного поля, накопившегося в резонаторе за большое время  $[120-122] \Delta t \gg T_2$ .

Для определенности возьмем систему классических осцилляторов — электронов в однородном магнитном поле  $\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{z}^0$ , которые могут вращаться вокруг его силовых линий на релятивистской циклотронной частоте  $\omega_B = eB_0/m_e c$ , зависящей от энергии электрона  $\mathcal{E}_e = m_e c^2$ . Дисперсия и нелинейность такой системы определяется известной структурой «поперечных» энергетических уровней Ландау [111] и релятивистским законом изменения скорости движения электрона  $v_{\parallel}$  вдоль магнитного поля под действием силы реакции излучения.

Рассмотрим начальную задачу об эволюции прямолинейного безграничного потока моноэнергетических электронов вдоль магнитного поля. Как известно, возникновение в таком потоке поперечных ВЧ колебаний возможно в условиях *аномального эффекта Доплера*  $v_{\parallel} > c_0 = c/\epsilon_0^{1/2}$  (рис. 21), когда первоначальное заселение нижнего уровня Ландау соответствует возбужденному состоянию электрона [128, 129] в среде с эффективной проницаемостью  $\epsilon_0 > 1$ . С целью выяснения характера ВЧ неустойчивости при наличии омических потерь рассмотрим волны  $\vec{\mathcal{E}} = (E_{\perp}/2\sqrt{2})(x^0 \mp i y^0) \exp(-i\omega t + ikz) + \text{к. с.}$ , распространяющиеся

\*) В электронике время  $T_2$  определяется не только межчастичными столкновениями и спонтанными переходами, но главным образом временем пролета электронов чеоз электродинамическую систему (резонатор).

\*\*) Достижение указанной цели в различных генераторах так или иначе связано с увеличением концентрации активных электронов, а следовательно, ведет к усилению роли когерентных процессов типа СИ, обеспечивающих наибольшую мощность и наименьшую длительность импульсов излучения.

вдоль магнитного поля и поляризованные по правому и левому кругу. В такой одномерной постановке задачи уравнения Максвелла и релятивистское уравнение движения электрона в однородном прямолинейном потоке с концентрацией  $N_e$  в лабораторной системе отсчета приводят к дисперсионному уравнению [52]

$$\begin{aligned} & [\omega(1 + i4\pi\sigma\omega^{-1})^{1/2} + (c_0^2 k^2 + \omega_L^2 \epsilon_0^{-1})^{1/2}] [\omega(1 + i4\pi\sigma/\omega)^{1/2} - \\ & - (c_0^2 k^2 + \omega_L^2 \epsilon_0^{-1})^{1/2}] [\omega + iT_2^{-1} - (kv_{\parallel} \mp \omega_B)] = (\mp \omega_B - iT_2^{-1}) \omega_L^2 \epsilon_0^{-1}; \quad (7.1) \end{aligned}$$

здесь  $\omega_L = (4\pi e^2 N_e / m_e)^{1/2}$  — плазменная частота,  $\sigma = \sigma_0 / \epsilon_0$ . Величина  $\sigma_0$  характеризует диссипацию поля за счет эффективной проводимости «фо-

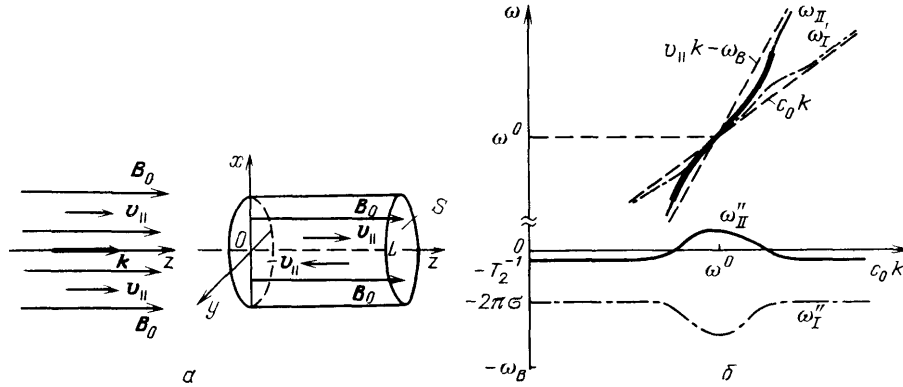


Рис. 21. а — «Сверхсветовые» потоки электронов в однородном магнитном поле и в однородной ловушке длины  $L \gg S/\lambda$  б — Дисперсионные кривые попутных волн — медленной циклотронной  $\omega_{II}$  и электромагнитной  $\omega_I$

новой» среды с проницаемостью  $\epsilon_0 > 1$ . Роль такой среды наряду с диэлектриком может играть замедляющая электродинамическая система (волновод).

В пределе малой плотности  $\omega_L^2 \rightarrow 0$  в потоке существуют только затухающие парциальные волны: электромагнитные  $\omega = c_0 |k| - i2\pi\sigma$  и циклотронные  $\omega = kv_{\parallel} \mp \omega_B - iT_2^{-1}$  (медленная и быстрая). Однако при учете конечной электронной плотности происходит изменение спектра волн и возможна неустойчивость (см. рис. 21, б). Действительно, обозначая  $\omega_{\mp 0} = kv_{\parallel} \mp \omega_B$  и считая  $2\pi\sigma \ll \omega_{\mp 0}$  и  $T_2^{-1}$ ,  $\omega_L \ll \omega_B$ , в области резонанса попутных волн  $\omega_I \approx \omega_{II}$  при  $c_0 k \approx \omega_{\mp 0} \gg \omega_L (2\omega_B / \epsilon_0 \omega_{\mp 0})^{1/2}$  приходим к нормальным электромагнитной  $\omega_I(k)$  и циклотронной  $\omega_{II}(k)$  (медленной или быстрой) волнам, аналогичным электромагнитной волне и волне поляризации в среде двухуровневых молекул и описываемым той же формулой (2.1) с заменой

$$\begin{aligned} ck & \rightarrow (c_0^2 k^2 + \omega_L^2 \epsilon_0^{-1})^{1/2}, \quad \omega_0 \rightarrow \omega_{\mp 0}, \\ \omega_c^2 & \rightarrow \omega_{\mp c}^2 = \mp \frac{2\omega_L^2 \omega_B}{\epsilon_0 \omega_{\mp 0}} \approx \frac{2\omega_L^2 (c_0 - v_{\parallel})}{c_0 \epsilon_0}. \quad (7.2) \end{aligned}$$

Неустойчивость развивается только для одной из волн  $\omega_I(k)$  или  $\omega_{II}(k)$ , является конвективной и возникает в условиях аномального эффекта Доплера, если значение квадрата «электронной кооперативной частоты»  $\omega_{\mp c}^2$  отрицательно и по модулю превышает  $8\pi\sigma/T_2$  (порог по электронной плотности). Максимальный инкремент (см. (2.2)) дости-

гается при волновом числе  $k^0 = \omega_B / (v_{||} - c_0)$  на частоте  $\omega^0 = c_0 k^0$ . В случае  $T_2^{-1} > 2\pi\sigma$  эта неустойчивость связана с отрицательной диссипацией электромагнитной волны, обладающей положительной энергией.

При наличии достаточно большой диссипации поля  $2\pi\sigma > T_2^{-1}$  развивается диссипативная неустойчивость медленной циклотронной волны, обусловленная ее отрицательной энергией\*). Сказанное означает, что нарастание медленной циклотронной волны, т. е. раскачка поперечных колебаний электронов, сопровождается уменьшением их полной скорости по сравнению со скоростью в невозмущенном потоке. Развитие подобной неустойчивости невозможно в условиях нормального эффекта Доплера ( $v_{||} < c_0$ ), когда в моноэнергетическом потоке отсутствует инверсия уровней Ландау ( $\omega_{+c}^2 > 0$ ) и резонанс реализуется только для волн положительной энергии — электромагнитной и быстрой циклотронной.

**7.2. Циклотронное СИ электронов в магнитной ловушке.** Реализация указанной диссипативной неустойчивости, спонтанно развивающейся за время, много меньшее  $T_2$ , и ведущей к циклотронному СИ, возможна в однородной магнитной ловушке с электростатическими или магнитными пробками на торцах  $z=0$  и  $z=L$ . Если замедляющая электродинамическая система или среда также ограничена ( $\epsilon_0 > 1$  в слое  $0 < z < L$ ; см. рис. 21, а), то медленные циклотронные волны будут частично отражаться от ее торцов вместе с электронами. В одномерной модели \*\*) это приводит к циркулярно поляризованным модам с дискретным спектром:  $\vec{E}_m = (E_m(z)/2\sqrt{2})(\mathbf{x}^0 - i\mathbf{y}^0)\exp(-i\omega_m t) + \text{к. с.}$  (ср. п. 4.2). Характеристическое уравнение для частот электромагнитных и циклотронных мод имеет вид (7.1) с дискретными значениями  $k = k_m - i(\ln R^{-1})/2L$ , где  $k_m = \pi m/L$ . Мнимая часть волнового числа, задаваемая коэффициентом отражения  $R$  поля от торцов, определяет неоднородную структуру мод  $E_m(z)$  вдоль ловушки. Учет этого обстоятельства в решениях (2.1), (7.2) сводится к дополнительной замене

$$2\pi\sigma \rightarrow 2\pi\tilde{\sigma} = 2\pi\sigma + \frac{c_0}{2L} \ln R^{-1},$$

$$T_2^{-1} \rightarrow \tilde{T}_2^{-1} = T_2^{-1} + \frac{v_{||}}{2L} \ln R^{-1}.$$
(7.3)

Нетрудно показать [52], что при наличии эффективных отражений  $R \gg 1/2$  в достаточно короткой ловушке длины  $L \ll c_0/|\omega_{-c}|$  режим СИ формируется за счет неустойчивости мод с дискретным спектром, так как неустойчивость волн с непрерывным спектром при этом становится слабой. Именно на такой ситуации мы остановимся ниже, выбирая для определенности случай

$$2\pi\sigma \gg \frac{|\omega_{-c}|}{2} \gg \tilde{T}_2^{-1}, \quad \omega_{||}''(k^0) = -\frac{\omega_{-c}^2}{8\pi\sigma} \gg \tilde{T}_2^{-1},$$
(7.4)

когда неоднородность структуры мод вдоль ловушки невелика. В таком

\*) В физике плазмы и электронике возможность развития в условиях аномального эффекта Доплера так называемой излучательной неустойчивости потока классических осцилляторов и соответствующего ей «диссипативного» усиления вдоль потока волн отрицательной энергии вне связи с эффектом СИ изучалась в работах [3, 40, 118, 126, 127] и др.

\*\*) При некотором усовершенствовании одномерная модель станет адекватна магнитной ловушке с ограниченными в поперечном сечении электронными пучками в форме цилиндра с числом Френеля  $F = S/\lambda L \ll 1$ . Существующая в ловушке «дифракционная диссипация» поля через боковые поверхности, в отличие от высвечивания через торцы, учитывается заменой  $\sigma_0$  на эффективную величину [14, 29]  $\sigma_0 + c_0\epsilon_0/6\pi FL$ .

приближении «среднего поля» (ср. п. 3.4) инкременты мод и реализующаяся в них поляризуемость электронного потока имеют вид

$$\begin{aligned}\omega_{11}(k_m) &= -\tilde{T}_2^{-1} - \frac{\pi\sigma\omega_c^2/2}{(2\pi\sigma)^2 + [\omega_B - k_m(v_{\parallel} - c_0)]^2}, \\ \chi_{11}(k_m) &\equiv \frac{P_{\perp m}}{E_{\perp m}} = \frac{\epsilon_0[\omega_B - k_m(v_{\parallel} - c_0) - i2\pi\sigma]}{2\pi\omega^0}.\end{aligned}\quad (7.5)$$

Подчеркнем, что циклотронное СИ есть переходной процесс, который принципиально отличается как от обычно используемых в электронике медленных квазистационарных процессов развития неустойчивостей в резонаторах на временах  $\Delta t \gg T_2$  (например, в случае циклотронных мазеров на аномальном эффекте Допплера [123]), так и от известных в физике плазмы переходных процессов развития кинетических неустойчивостей, заканчивающихся квазипериодическими осцилляциями, связанными с нелинейным затуханием Ландау [39]. В отличие от указанного затухания осцилляции в плазме, возникающего в отсутствие реальной диссипации энергии и связанного с расфазировкой частиц, обладающих различными скоростями и энергиями, в рассматриваемой системе монотонных частиц затухание осцилляции циклотронного СИ и его переход в апериодический режим происходят благодаря сильной диссипации энергии поля за счет выхода излучения из ловушки.

**7.3. Нелинейная стадия.** Рост циклотронных мод, экспоненциальный на начальной стадии, прекращается вследствие выхода их из резонанса с электронным потоком, тормозящимся возникающим ВЧ полем мод:  $v_{\parallel}(t) = v_{\parallel 0} - \Delta v_{\parallel}(t)$ . Пусть сначала поток электронов с энергией  $\mathcal{E}_{e0}$  был в резонансе с какой-то модой  $m=r$ , т. е.  $k_r = k^0(v_{\parallel 0})$ . Благодаря узости полосы неустойчивости  $\Delta k = (2\pi\sigma\tilde{T}_2)^{1/2}|\omega_{-c}|/(v_{\parallel} - c_0)$  отдельной моды (7.5) при исследовании формы импульса СИ ограничимся случаем слабого торможения  $\Delta v_{\parallel} \ll v_{\parallel 0} - c_0$ . Пренебрежем также плазменными эффектами и продольной группировкой электронов, считая  $\omega_L \ll \omega_B$ . Рассмотрим сначала *одномодовый режим*, полагая межмодовый интервал достаточно большим:  $k_m - k_{m-1} = \pi/L > \Delta k$ . Тогда в адиабатическом приближении для среднего по ловушке (или по ВЧ периоду) квадрата поляризации моды  $\overline{P_r^2}$  имеем следующие уравнения [52]:

$$\dot{\overline{P_r^2}} = 2\omega_{11}(t)\overline{P_r^2}, \quad 2N_e\dot{\mathcal{E}}_e = -\sigma_0\overline{P_r^2}|\chi_{11}(t)|^{-2}, \quad (7.6)$$

$$\Delta\dot{v}_{\parallel} = -(c\epsilon_0^{1/2} - v_{\parallel 0})\dot{\mathcal{E}}_e\mathcal{E}_{e0}^{-1}.$$

С учетом определений (7.5) эта система уравнений является самосогласованной и включает релятивистские эффекты. Ее решение представлено на рис. 22, где время  $\bar{t} = t/\tau$  нормировано на обратный удвоенный инкремент  $\tau = -4\pi\sigma/\omega_{-c}^2$ . Импульс циклотронного СИ  $Q_r = \sigma_0|\overline{E_r^2}(t)|$  имеет длительность  $\tau_{\text{имп}} \approx 10\tau \ll \tilde{T}_2$  и максимальную мощность (в расчете на единицу объема ловушки)  $Q_{r,\text{max}} = N_e\mathcal{E}_{e0}\omega_L^2(v_{\parallel} - c_0)^2/\omega_B(\epsilon_0 - 1)\epsilon_0 c_0^2 \propto N_e^2$ . Форма импульса, согласно (7.6), выражается через функцию торможения электронов  $U = \Delta v_{\parallel}\omega^0(\epsilon_0 - 1)/2\pi\sigma(c\epsilon_0^{1/2} - v_{\parallel 0})$  и имеет вид

$$\begin{aligned}Q_r(\bar{t}) &= Q_{r,\text{max}} \cdot 2U(U_{\text{max}}^2 - U^2)(1 + U^2)^{-1}(U_{\text{max}}^2 - 1)^{-1}, \\ \bar{t} - \bar{t}_d &= \frac{1}{2} \ln U^2 - \frac{1}{2}(U_{\text{max}}^2 + 1) \ln [(U_{\text{max}}^2 - U^2)(U_{\text{max}}^2 - 1)^{-1}], \\ U_{\text{max}} &= \left(\frac{3\tilde{T}_2}{2\tau}\right)^{1/2}.\end{aligned}$$

Остановимся далее на *многомодовом режиме*, когда  $\pi/L \ll \Delta k$  и число мод  $M$ , попадающих в полосу сильной неустойчивости, где  $\omega''_{11}(k_m) \sim \sim \max \omega''_{11}$ , велико:  $M = 2L\sigma/(v_{\parallel 0} - c_0) \gg 1$ . Теперь в адиабатическом приближении, аналогичном (7.6), торможение электронного потока определяется суммарной мощностью мод и не заканчивается его выходом из резонанса с одной из неустойчивых мод  $m=r$ . В резонанс с тормозящимся потоком попадают все новые, более высокочастотные моды, которые

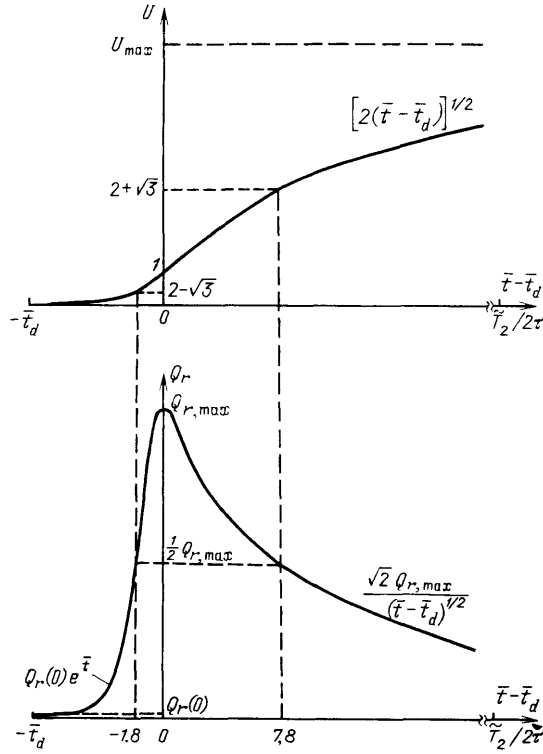


Рис. 22. Одномодовый режим циклотронного СИ: временной ход торможения электронного потока  $\Delta v_{\parallel} \propto U(t)$  и форма импульса излучения  $Q_r(t)$  при  $\bar{t}_d = t_d/\tau = \ln[Q_{r,max}/Q_r(0)] = 10$ ,  $\bar{T}_2/\tau = 54$

нарастают и продолжают его тормозить. В результате устанавливается режим «эстафеты мод», отвечающий равнозамедленному движению электронов:  $\Delta \dot{v}_{\parallel} = -a\omega_{\perp c}^2 (\epsilon_0^{1/2} - v_{\parallel 0})/2\omega^0 (\epsilon_0 - 1)$ ,  $a = \text{const}$ . В нем на временах  $t \ll \bar{T}_2$  мощность излучения мод  $Q_m := \sigma_0 |E_m^2(t)|$  описывается функцией [52] бегущей переменной  $\xi = at - (\Delta m/M)$ :

$$\bar{Q}(\xi) = \left(\frac{2a}{e}\right)^2 \frac{N_e \mathcal{E}_{e0} |\omega_{\perp c}^2|}{M (\epsilon_0 - 1) \omega^0} \frac{1 + (2a)^{-2}}{1 + \xi^2} \exp \left[ \frac{1}{a} \left( \arctg \xi - \arctg \frac{1}{2a} \right) \right], \quad (7.7)$$

где  $\Delta m = (m - r)$  — целое число,  $e = 2,71 \dots$ . В наиболее интересном случае  $(2\tau/\bar{T}_2)^{1/2} \ll a \ll 1$  значение  $a \approx \pi / \ln[(\tau e^2 / 2\bar{T}_2 a^2) \bar{Q}(1/2a) / Q_r(0)]$  и суммарная квазистационарная мощность излучения  $\sum_m Q_m = 2aQ_{r,max}$ . Длительность импульса отдельной моды  $\tau_{\text{имп}} \approx \tau/a^2$ , полное время  $\Delta t \sim (\tau \bar{T}_2)^{1/2}$  ее нахождения в полосе неустойчивости  $\omega''_{11}(k_m) > 0$  и время установления самого эстафетного режима  $t_d \sim \tau \ln[Q_{r,max}/MQ_r(0)]$  малы по сравнению со временем  $\bar{T}_2$  случайного сбоя фазы вращения электрона в ловушке.

Оценим максимальную мощность циклотронного СИ, например, для электронов с энергией  $\mathcal{E}_{e0} \sim 1$  МэВ и концентрацией  $N_e \sim 3 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$  ( $\omega_L \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ) в ловушке с замедлением  $\epsilon_0 = 1,5$  и магнитным полем  $B_0 \sim 20 \text{ кГс}$  ( $\omega_B \sim 2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ ). Полагая для определенности  $v_{\parallel} - c_0 = 0,1 c_0$  и

$a=1/6$ , в ловушке с глухими торцами ( $R \approx 1$ ) в режиме эстафеты мод получим  $\sum_m Q_m \sim 10 \text{ кВт/см}^3$  на частоте  $\omega^0 = 10\omega_B$  (длина волны  $\sim 1 \text{ мм}$ ).

При  $L \sim 30 \text{ см}$  и  $S \sim 0,3 \text{ см}^2$  полная мощность дифракционного СИ через боковую поверхность ловушки  $LS \sum_m Q_m \sim 100 \text{ кВт}$ , так что за время из-

лучения отдельной моды  $\tau_{\text{имп}} \sim 30 \text{ нс}$  высвечивается  $\sim 3\%$  кинетической энергии электронов. Циклотронное СИ должно прекращаться через время  $t \geq T_2 \gg \tau_{\text{имп}}$  или еще раньше, если в результате быстрого торможения электронов нарушаются условия аномального эффекта Допплера. Однако долговременный ход процесса, включая переход от аномального эффекта Допплера к нормальному и возможность квазипериодического обмена энергией между полем и электронами при наличии частичного высвечивания, пока изучен мало. Ряд вопросов динамики такого рода процессов исследовался в [129–132].

**7.4. СИ Дике системы молекул в условиях аномального эффекта Допплера.** Для полноты развитой классической аналогии сравним задачу о циклотронном СИ потока гармонических осцилляторов — электронов в условиях аномального эффекта Допплера

соответствующей задачей о СИ Дике «сверхсветового» потока двухуровневых осцилляторов — молекул [133, 134]. Пусть эти молекулы имеют скорость  $v > c_0 = c/\sqrt{\epsilon_0}$  в однородной среде с проводимостью  $\sigma_0 > 0$  и одинаково ориентированы поперек оси движения  $z$ . Тогда в одномерной задаче, используя уравнения п. 1.3 и преобразования Лоренца, находим, что комплексные частоты двух встречных электромагнитных волн  $\omega_{\pm e}(k)$  и двух попутных (быстрой и медленной) волн поляризации  $\omega_{\pm p}(k)$  подчиняются дисперсионному уравнению

$$[\omega(1 + i4\pi\sigma\omega^{-1})^{1/2} + c_0 k][\omega(1 + i4\pi\sigma^{-1})^{1/2} - c_0 k] \times \\ \times \left( \omega - vk + \frac{i}{T_2\gamma} - \frac{\omega_0}{\gamma} \right) \left( \omega - vk + \frac{i}{T_2\gamma} + \frac{\omega_0}{\gamma} \right) = \frac{(\omega - vk)^2 \omega_c^2}{\epsilon_0 \gamma}, \quad (7.8)$$

где  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  (ср. (7.1)). Его решение в резонансном случае подобно (2.1) и представлено на рис. 23. Для ветвей  $\omega_{+e}$  и  $\omega_{-p}$  роль квадрата кооперативной частоты (1.12) играет величина  $\omega_{c1}^2 = \omega_c^2(1 - v/c_0)/\epsilon_0\gamma$ , противоположная по знаку  $\omega_c^2$ . Следовательно, как и медленная циклотронная волна, медленная волна поляризации обладает отрицательной энергией в потоке неинвертированных молекул, и именно там при  $-\omega_{c1}^2 > 8\pi\sigma/T_2\gamma$  возможна ее диссипативная неустойчивость и СИ.

Напротив, инверсия в «сверхсветовом» потоке исключает неустойчивость медленной волны поляризации. При этом, однако, возможна диссипативная неустойчивость быстрой волны поляризации  $\omega_{+p}$  (в области нормального эффекта Допплера, т. е. при  $k < 0$  на рис. 23, а). Для нее и встречной электромагнитной волны  $\omega_{-e}$  роль квадрата кооперативной частоты играет  $\omega_{c2}^2 = \omega_c^2(1 + v/c_0)/\epsilon_0\gamma$ , так что характер СИ по существу не отличается от обычного случая  $v=0$ , для которого решение дисперсионного уравнения (7.8) сводится к (2.1). Отсюда ясно, что на временах  $t \lesssim T_1$  «сверхсветовой» образец двухуровневых молекул (но не классических электронов) способен спонтанно генерировать последовательность импульсов СИ, возникающих вследствие поочередной неустойчивости волн в двух указанных на рис. 23 резонансах. Процесс однонаправленного СИ после каждого излученного импульса повторяется вновь на следующем резонансе благодаря смене знака разности населенностей  $\Delta N$ , происшедшей в результате развития неустойчивости

на предыдущем резонансе. Таким образом, за счет кинетической энергии молекул возникнут два расходящихся в противоположные стороны несимметричных пуга разночастотных импульсов СИ.

Подчеркнем, что установленная конкретная аналогия между СИ Дике в системе квантовых (двухуровневых) молекулярных осцилляторов и циклотронным СИ в системе классических электронных осцилля-

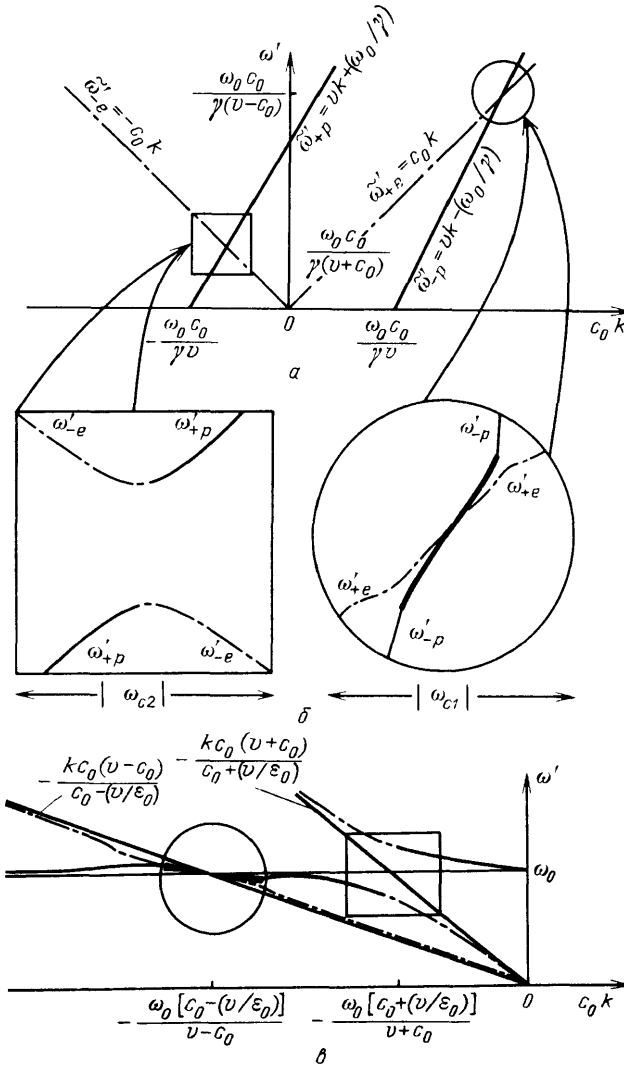


Рис. 23. Дисперсионные кривые парциальных волн при  $\omega_c \rightarrow 0$  в лабораторной системе отсчета (а), нормальных волн при  $|\omega_{c1,2}| \gg 2\pi\sigma \ll 1/T_2\gamma$  в отсутствие инверсии  $\Delta N < 0$  (жирной линией отмечена область неустойчивости медленной волны поляризации; при  $\Delta N > 0$  неустойчива другая, быстрая волна поляризации) (б) и тех же нормальных волн в сопровождающей системе отсчета, связанной с потоком неинвертированных молекул (в)

торов не исчерпывает, а фактически лишь ставит проблему коллективного спонтанного излучения в классической физике плазмы и электронике [135]. В частности, согласно [125, 136] возможности реализации СИ движущегося сгустка электронов имеются также в лазерах на свободных электронах. При этом представляет интерес излучение электронным сгустком как дискретных мод, так и волн с непрерывным спектром.

**8. Аналогии СИ Дике в более сложных системах.** Рассмотренный в предыдущем разделе пример циклотронного СИ показал, что развитый электродинамический подход служит эффективным средством для поиска аналогий когерентных коллективных процессов в различных квантовых и классических системах. В этом разделе мы сделаем обзор некоторых более сложных систем, в которых реализуются процессы типа СИ Дике. Для их анализа требуется обобщение теории волн поляризации применительно к новым конкретным ситуациям. Это обобщение во многих случаях еще не построено. Данное ниже краткое описание когерентных коллективных явлений в различных системах имеет целью привлечь внимание к тем проблемам, изучение которых методами электродинамики сплошных активных сред представляется необходимым и плодотворным.

**8.1. Особенности СИ в трехуровневой среде.** Субизлучение. Ряд интересных эффектов дает уже переход от двухуровневой к трехуровневой среде (рис. 24). Так, наблюдается [14, 32, 138]

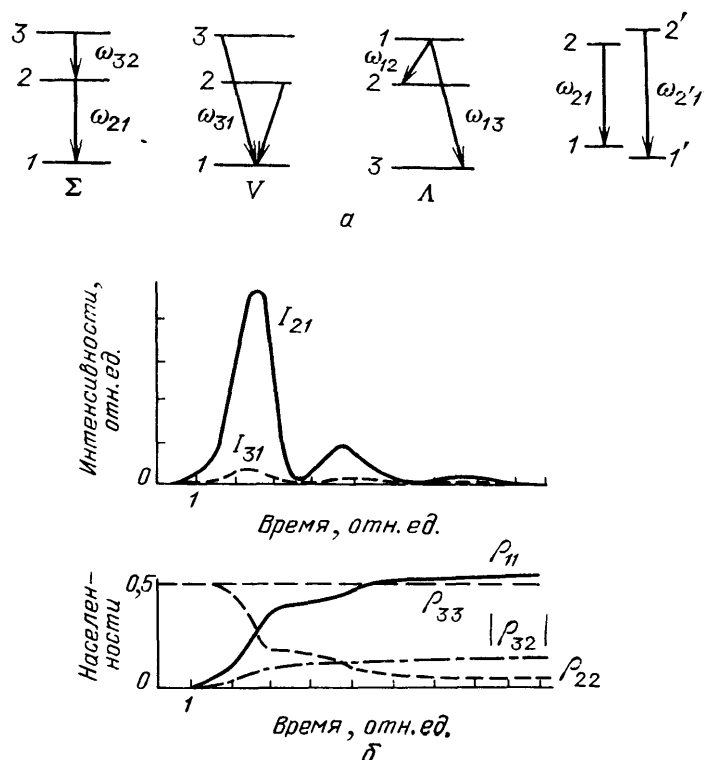


Рис. 21. СИ в трехуровневой среде. а — Возможные схемы (Σ, V, Λ), а также СИ на двух несвязанных переходах. б — Численный пример [140] ограниченного СИ и субизлучения в V-схеме.  $I_{21}$  и  $I_{31}$  — интенсивности СИ на переходах 2—1 и 3—1,  $\rho_{ii}$  — населенности уровней  $i=1, 2, 3$ .  $\rho_{32}$  — величина низкочастотной когерентности

последовательное СИ двух разноцветных импульсов в каскадной Σ-схеме:  $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ . Для V- и Λ-схем (см. рис. 24, б) характерно ограниченное СИ — неполное высвечивание запасенной энергии вследствие конкуренции разноцветных импульсов [13, 14, 33, 108]. СИ на более слабом переходе тушится, не успев полностью развиться, вследствие исчезновения инверсии за счет быстрого СИ на смежном переходе. В случае близких подуровней наблюдаются квантовые биения интенсивности, нестационарность эллипса поляризации в течение импульса СИ и очень сильные макроскопические квантовые флуктуации [13—15, 53].

Нетривиальным фактом является самосогласованное возбуждение низкочастотной когерентности (недиагонального элемента матрицы плотности  $\rho_{32}$ ) в V-схеме в процессе развития СИ из некогерентного начального состояния. В результате происходит деструктивная интерференция ВЧ поляризаций оптических переходов 3—1 и 2—1, ведущая к исчезновению суммарной макроскопической поляризации, и СИ ограничивается, прекращается: трехуровневая среда переходит в метастабильное состояние субизлучения\*) (см. рис. 24, б) [140]. Дело в том, что нелинейность трехуровневой среды, обуславливающая возбуждение низкочастотной когерентности, может вступать в игру при меньшей амплитуде поля, чем обычная нелинейность двухуровневой среды, ответственная за полное снятие инверсии населенностей СИ Дике. Поэтому возможен когерентный захват населенностей молекул на верхних подуровнях и окончание СИ при неполном снятии инверсии (о подобного рода эффектах в первоначально неинвертированных средах см. [141]). В дальнейшем молекулы медленно деовозбуждаются лишь за счет некогерентной релаксации. Экспериментально явление субизлучения впервые зарегистрировано в 1985 г. [138].

Аналогичные явления существуют при СИ на двух несвязанных вырожденных или почти вырожденных переходах в среде из атомов одного сорта или из двух различных изотопов; см. [14] и ссылки там. В этом случае, как и для трехуровневой среды, наличие двух парциальных колебаний поляризации, связанных с электромагнитным полем, приводит к существованию трех нормальных волны (рис. 25). Две из них являются

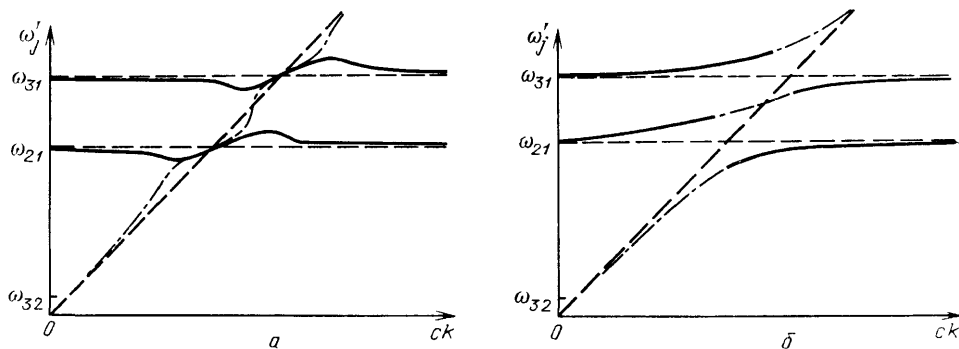


Рис. 25. Характерный вид поляритонного спектра инвертированной (а) и неинвертированной (б) трехуровневой среды в V-схеме

различными типами волн поляризации, а третья — волной электромагнитного типа. Экспериментально такая ситуация известна и в газах, и в кристаллах [137].

**8.2. Нерезонансное когерентное комбинационное рассеяние.** СИ и возбуждение волн поляризации присуще не только однофотонным (резонансным) процессам, но также двухфотонным и многофотонным (нерезонансным) процессам. Наиболее изучено нерезонансное кооперативное комбинационное рассеяние (ККР) света, называемое также когерентным. Это определенный режим вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) мощного возбуждающего излучения накачки с частотой  $\omega_L$ , отличной от резонансных частот переходов в молекулах  $\omega_{mn}$  ( $m, n=1, 2, 3, \dots$ ), в стоксову ( $\omega_s = \omega_L - \omega_0$ ) и антистоксову ( $\omega_A = \omega_L + \omega_0$ ) компоненты (рис. 26, а).

\*) Термин «subradiance» первоначально был введен в [139] для обозначения не-излучающего когерентного (сфазированного) состояния системы двухуровневых молекул, противоположного состоянию СИ.

Различают два режима когерентного, в смысле (1.1), ВКР. Во-первых, *нестационарное* ВКР, рассматривавшееся, например, в [54, 142, 143]. Оно реализуется, если длительность накачки  $\tau_L \ll T_2$ , но ее интенсивность недостаточна, чтобы за это время  $\tau_L$  в процессе генерации стоксовой компоненты существенно увеличилась населенность верхнего уровня 2. Во-вторых, собственно *ККР*, называемое также *сверхизлучательным комбинационным рассеянием*. Оно реализуется в случае достаточно интенсивной накачки независимо от ее длительности  $\tau_L \gg T_2$ ,

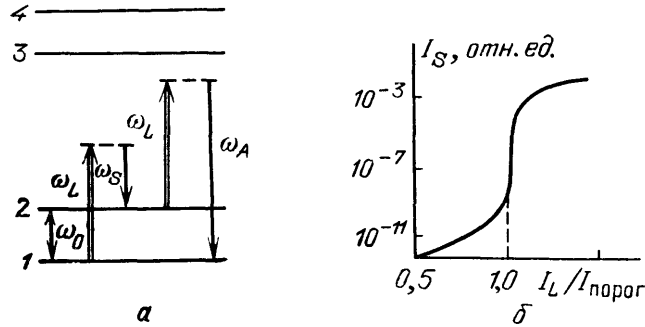


Рис. 26. *а* — Схемы стоксова и антистоксова ВКР. *б* — Экспериментальная зависимость [152] интенсивности  $I_S$  стоксовой компоненты ВКР жидкого азота от интенсивности возбуждения  $I_L$   $I_{\text{порог}}$

когда инкремент нарастания стоксова излучения настолько велик:  $\omega_p \gg T_2^{-1}$ ,  $\tau_L^{-1}$ , что в ходе процесса за время  $\Delta t \ll T_2$  нижний уровень 1 практически полностью опустошается и заселяется уровень 2. Такой процесс впервые наблюдался при ВКР в водороде [144], а затем в других экспериментах [93, 145–147]. Обычное, известное до 70-х годов квазистационарное ВКР [151] отличается от ККР примерно так же, как суперлюминесценция от СИ (ср. п. 3.5). Теоретическому описанию различных аспектов ККР посвящен ряд работ [13, 77, 78, 145, 148–150], однако многие возможности методов электродинамики сплошных активных сред здесь еще не использованы.

Например, аналогично случаю резонансного СИ (раздел 4, рис. 10) можно показать, что малые отражения могут приводить к режиму ККР в стоксовы поляритонные моды с дискретным спектром и к резкому, скачкообразному возрастанию интенсивности стоксова излучения при достижении порога их генерации. Подобное аномальное возрастание ККР, в  $10^6$  и более раз, наблюдалось, например, в [152] (рис. 26, б). Другие объяснения этого явления предлагались в [13, 153, 154].

**8.3. Резонансное ККР и СИ при длительной когерентной накачке.** Нерезонансное ККР переходит в резонансное, если накачка находится в резонансе с каким-либо переходом в молекулах ( $\omega_L \approx \omega_{31}$ ; ср. рис. 26, а). Тогда после включения и распространения по образцу длительной когерентной накачки (интервал  $t_L = L/c$  на рис. 27, а) стоксово излучение образуется при одновременном действии механизмов СИ Дике на переходе  $3 \rightarrow 2$  и ККР накачки ( $\omega_L \rightarrow \omega_S$ ). Его интенсивность  $I_S$  имеет двойную модуляцию: медленные затухающие осцилляции, связанные с эффектами распространения (как в СИ Дике, п. 3.3–3.5), и быстрые оптические нутации между первоначально заселенным уровнем 1 и уровнем 3 под действием поля накачки  $E_L$  с частотой Раби  $\omega_R = d_{13}E_L/\hbar$ . Подробнее о режимах резонансного ККР см. [27, 155, 156]. В частности, возможен самосогласованный режим сто-процентного преобразования  $2\pi$ -импульса накачки в стоксов импульс [156].

В общем случае СИ и стоксово ККР суть различные компоненты излучения, отличающиеся частотами ( $\omega_{32} \neq \omega_s = \omega_1 - \omega_{21}$ ) и характером эволюции. Например, на заднем фронте импульса накачки сначала может быстро развиваться последовательность  $2\pi$ -импульсов СИ (рис 27, б,  $Z_1$ ), а затем более медленно нарастающее стоксово излучение (рис 27, б,  $Z_2$ ) увеличит населенность уровня 2, потушит СИ  $3 \rightarrow 2$  и станет источать накачку, приводя к двухфотонной самомодуляции импульсов (рис 27, б,  $Z_3$ ) [157].

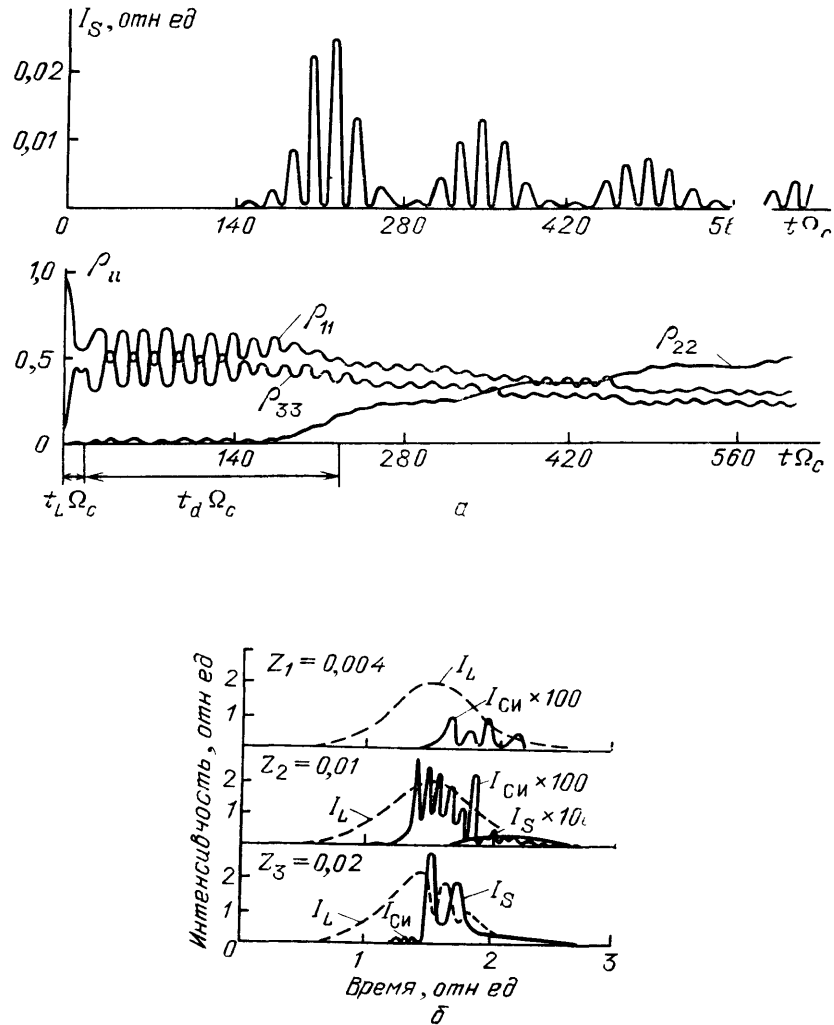


Рис 27 а — Осциллограммы стоксова резонансного ККР  $I_s$  и интегральных населенностей уровней  $\rho_{ii}$  ( $i=1, 2, 3$ ) образца трехуровневой среды (длина  $L=21 \sqrt{2}c/\Omega_c$  при амплитуде поля накачки  $E_L = \hbar\Omega_c/2\sqrt{2}d_{13}$  (численный расчет в однонаправленной модели в отсутствие релаксации [27])  
 б — Численный расчет [157] эволюции импульсов накачки  $I_L$ , СИ  $I_{SI}$  и стоксова ККР  $I_S$  в процессе распространения вглубь среды  $Z$  — оптическая толщина среды на частоте накачки

Наряду с ККР на спонтанных или тепловых флуктуациях существует ККР на макроскопической когерентной поляризации среды, задаваемой внешними источниками или полями (спонтанно инициированное СИ, п. 3.6). К последнему относится ККР на нелинейных волнах поляризации [158], сопровождающих распространение в трехуровневой среде симутонов, солитонов ВКР и других импульсов. Такой солитоноподобный режим ККР наблюдался в [147].

Аналогия ККР и СИ может быть продолжена на ряд когерентных трехволновых взаимодействий в поле волны накачки в среде с квадратичной нелинейностью. К ним относятся, например, вынужденное параметрическое рассеяние при импульсной накачке [98] и генерация второй гармоники [159].

**8.4. Другие аналогии.** Прежде всего отметим, что коллективное спонтанное излучение могут вызывать механизмы самопроизвольной фазировки системы излучателей [19, 160–162], не связанные с их взаимодействием через собственное поле излучения. В качестве примера можно привести когерентное излучение при переходе дипольных моментов элементарных ячеек кристалла в сегнетоэлектрическое (или ферромагнитное [161]) состояние после резкого понижения температуры ниже точки Кюри  $T_c$  или после импульсного деполяризующего воздействия внешнего поля (или давления) при  $T < T_c$  за счет прямого (не через фотоны) межмолекулярного взаимодействия [160]. Другой пример [162] — радиационный распад экситонной моды, макроскопически заполненной в результате неравновесной бозе-конденсации экситонов, возбужденных в кристалле некогерентной накачкой; подобным образом авторы экспериментов [163] объясняют обнаруженные ими узкие линии излучения. По существу, это не СИ Дике, ибо излучатели коррелируются не через самосогласованное поле СИ, а прямым диполь-дипольным взаимодействием или каким-либо иным механизмом. Такие процессы излучения скорее ближе к радиационному затуханию свободной поляризации [12], возбужденной сторонним источником.

Волны отрицательной энергии, аналогичные волнам поляризации, и их диссипативная неустойчивость существуют не только в области электромагнитных явлений (электродинамике, оптике и радиофизике, электронике и физике плазмы), но и в других областях физики, в частности, гидродинамике и акустике (см. [41, 126, 164] и указанную там литературу). Примером является генерация звука (или внутренних гравитационных волн) сверхзвуковым сдвиговым гидродинамическим течением — тангенциальным разрывом. Она связана с явлением *сверхотражения* падающей на тангенциальный разрыв волны, в результате которого отраженная волна усиливается; при этом в движущуюся среду уходит волна отрицательной энергии, а в неподвижную — волна положительной энергии. Наличие границы среды приводит к акустической обратной связи и неустойчивости диссипативного типа, в которой волна отрицательной энергии нарастает за счет потерь на излучение волны положительной энергии.

Аналогичные процессы возможны для электромагнитных волн вблизи вращающегося проводящего цилиндра [166], для звука вблизи вращающегося вязкого вихря [164], для гравитационной и электромагнитной волн в окрестности вращающейся черной дыры [6]. Непосредственным аналогом электромагнитного СИ в акустике является СИ ультразвука (фононов) системой атомов, приготавливаемых в возбужденных электронных состояниях [32, 165, 167].

В ядерной физике обсуждается коллективное когерентное излучение фермионов (нейтрино, нейтронов и т. д.) системой тождественных возбужденных ядер, аналогичное СИ фотонов системой возбужденных молекул [168]. К сожалению, мощности существующих ускорителей пока недостаточно для реализации СИ фермионов.

**9. Заключение.** В обзоре сделана попытка продемонстрировать эффективность феноменологического подхода макроскопической электродинамики для исследования коллективных когерентных процессов в активных средах. В частности, развитые выше представления о СИ как

диссипативной неустойчивости волн поляризации отрицательной энергии позволяют не только установить физический механизм этого явления, но и значительно продвинуться в его анализе как в рассмотренных, так, вероятно, и в других случаях. Кроме того, непосредственное феноменологическое квантование мод и нормальных волн активного образца (а не осцилляторов поля в вакууме) позволяет дать более простое описание квантовых свойств коллективных возбуждений в среде и облегчить решение задач о макроскопических квантовых флуктуациях. Пример тому — установление квантовой статистики времени задержки и параметров эллипса поляризации импульса СИ. В целом указанный подход позволяет корректно учесть влияние на СИ геометрических факторов и трехмерности задачи, неоднородности активной среды, отражений от границ образца, самовозбуждения мод с дискретным спектром и волн с непрерывным спектром, нелинейного взаимодействия мод и/или волн и т. д.

Таким образом, понятия и представления макроскопического подхода электродинамики сплошных сред исключительно полезны для сравнительного анализа различных коллективных когерентных процессов и установления их места в общей картине волновых процессов в активных средах. Имеющиеся здесь возможности еще далеко не раскрыты.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред — М. Наука, 1982
- 2 Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов — М. Наука, 1979
- 3 Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика — М. Наука, 1987
- 4 Джексон Дж. Классическая электродинамика. М. Мир, 1965
- 5 Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория электромагнитных процессов — М. Наука, 1980
- 6 Гриб А. А., Мамаев С. Г., Мостепаненко В. М. Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях — М. Энергоатомиздат, 1988
- 7 Алексеев В. А., Виноградов А. В., Собельман И. И. //УФН 1970 Т 102 С 43
- 8 Толпыго К. Б. //Тр. Ин-та физ. АН УССР 1955 Т 6 С 102, УФЖ 1986 Т 31 С 178
- 9 Manassah J. T. et al. //Phys. Rep. 1983 V 101 P 359, 1973 V 7 P 101
- 10 Dicke R. H. //Phys. Rev. 1954 V 93 P 99
- [11] Файн В. М. Фотоны и нелинейные среды — М. Наука, 1972
- 12 Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы — М. Мир, 1978
- 13 а) Андреев А. В., Емельянов В. И., Ильинский Ю. А. Кооперативные явления в оптике — М. Наука, 1988, УФН 1980 Т 131 С 653
- б) Андреев А. В., Ильинский Ю. А., Мкоян А. С. //ЖЭТФ 1988 Т 94 С 19
- 14 Gross M., Haroche S. //Phys. Rep. 1982 V 93 P 301
- 15 Schuurmans M. F. H., Vreken Q. H. F., Polder D., Gibbs H. M. //Adv. Atom. and Mol. Phys. 1981 V 17 P 167
- 16 Ernst V., Stehle P. //Phys. Rev. 1968 V 176 P 1456
- 17 Leonardi C., Vaglica A. //Nuovo Cimento Ser. B 1982 V 67 Pp 223, 256
- 18 Боголюбов Н. Н. (мл.) и др. //ТМФ 1986 Т 68 С 449
- 19 Боголюбов Н. Н. (мл.), Плечко В. Н., Шумовский А. С. //Физ. ЭЧАЯ 1983 Т 14 С 1443
- 20 Polder D., Schuurmans M. F. H., Vreken Q. //Phys. Rev. Ser. A 1979 V 19 P 1192
- [21] Емельянов В. И., Семиногов В. Н. //ЖЭТФ 1979 Т 76 С 34
- 22 Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. //Нелинейные волны/Под ред. А. В. Гапонова-Грекова, М. И. Рабиновича — М. Наука, 1989 — С. 358
- 23 MacGillivray J. C., Feld M. S. //Phys. Rev. Ser. A 1976 V 14 P 1169 1981 V 23 P 1334 Contemp. Phys. 1981 V 22 P 229
- 24 Ланин Я. И. Динамика квантовых генераторов — М. Сов. радио, 1975
- 25 Трифонов Г. Д., Зайцев А. И., Маликов Р. Ф. //ЖЭТФ 1979 Т 76 С 65

- 26 Матиков Р Ф и др//Опт и спектр 1981 Т 51 С 406 1982 Т 53 С 652
- 27 Теория кооперативных когерентных эффектов в излучении/Под ред Е Д Трифнова — Л ЛПИ 1080
- 28 Кооперативное и личная статистика фотонов — Л ЛПИ 1986
- 29 Жечезняков В В Кочаровский В В, Кочаровский Вл В//ЖЭТФ 1984 1 87 С 135
- 30 Stribanow, U K et al//Phys Rev Lett 1973 V 30 P 309
- [31] Moitel et al//Phys Rev Ser A 1983 V 27 Pp 2043 2065
- 32 Набонкин Ю В Самарцев В В, Зиновьев П В Сичаева Н Б Когерентная спектроскопия молекулярных кристаллов—Киев Наукова думка, 1985
- 33 a) Florian R S Schwar L O Schmid D //Phys Rev Ser A 1984 V 29 P 2709
- 6) Schiller A et al//J Luminescence 1988 V 40—41 P 541 1987 V 38 P 243
- 34 Malcuit M S et al//Phys Rev Lett 1987 V 59 P 1189
- 35 Варнавский О П и др//АЭГФ 1984 Т 86 С 1227 1986 Т 90 С 1596
- 36 Железняков В В Кочаровский В В, Кочаровский Вл В//УФН 1986 Г 150 С 41
- 37 Лифшиц Е М Питаевский Л П Физическая кинетика — М Наука, 1979
- 38 Фсдорченко А М Коцаренко Н Я Абсолютная и конвективная неустойчивость в плазме и твердых телах — М Наука 1979
- 39 Арцимович Л А Сагдесв Р З Физика плазмы для физиков — М Атомиздат, 1979
- 40 Люисетт У Связанные и параметрические колебания в электронике — М ИП 1963
- [41] Островский Л А Рыбак С А Цимринг Л Ш//УФН 1986 Т 150 С 417
- 42 Naake F et al //Phys Rev Sci A 1979 V 20 P 2017 1981 V 23 P 1322
- 43 Casperson L //Lect Notes in Phys 1983 V 182 P 88, JOSA Ser B 1988 V 5 P 958 970
- 44 Instabilities in Active Optical Media//JOSA Ser B 1985 V 2 No 1
- Kim G L Lee S S Hahn J U//J Appl Phys 1985 V 58 P 3926 1988 V 63 P 285
- 45 Астежняков В В Кочаровский В В, Кочаровский Вл В Препринт ИПФ АН СССР № 126—Горький, 1985
- 46 Рассеяние света в твердых телах Вып 2/Под ред М Кардоны, Г Гюнтеродта — М Мир 1984
- 47 Линде Д//Сверхкороткие световые импульсы/Под ред С Шапиро — М Мир, 1981 — С 263
- 48 Казанцев А П//Письма ЖЭТФ 1967 Т 5 С 13
- 49 Гатаичхк Ю А Стрижевский В Л, Яшкир Ю Н//Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике — М МГУ, 1985 — Ч 1 С 58
- 50 Аракелян С А Гюзальян Р Н. Согомонян С Б//Ibidem — С 212
- [51] Segawa Y Aoyagi Y Namba S//J Phys Soc Japan 1983 V 52 P 3664
- 52 Жечезняков В В Кочаровский В В, Кочаровский Вл В//Известия Сер «Радиофизика» 1986 Г 29 С 1095
- 53 Grubelhei A et al//J Phys Ser B 1986 V 19 P 2959, 1981 V 11 P L177
- 54 Арутюнян В М. и др//Резонансное взаимодействие электромагнитного излучения с веществом/Под ред В М Арутюняна — Ереван ЕГУ 1985 /ЖЭТФ 1975 Т 68 С 44
- Мурадяна А. Петросян Л С//Опт и спектр 1988 Т 65 С 605
- 55 Железняков В В, Кочаровский В В Кочаровский Вл В//УФН 1983 Т 141 С 277
- 56 Phu Xuan Ng et al//Opt Commun 1983 V 46 P 329, Opt Acta 1978 V 25 P 233
- 57 Кулатин С В Миловский Н Д, Пылин А В//Опт и спектр 1987 Т 63 С 416
- 58 Levenstein M Rza zewski K//Phys Rev Ser A 1982 V 26 P 1510
- 59 Карнухин А В и др//ЖЭТФ 1982 Т 82 С 561 1983 Т 84 С 878
- 60 Bonifacio R et al//Phys Rev Ser A 1975 V 12 P 2568 IEEE J QE 1965 V 1 P 169
- [61] Hermann J A//J Phys Ser A 1980 V 13 P 3543, Phys Lett Ser A 1985 V 112 P 19
- 62 Aracchi FT Courtens E//Phys Rev Ser A 1970 V 2 P 1730
- 63 Burnham D C Chiao R Y //Phys Rev 1969 V 188 P 657
- 64 Захаров В Е//Письма ЖЭТФ 1980 Т 32 С 603
- 65 Габитов И Р и др//ЖЭТФ 1984 Т 86 С 1204, ТМФ 1985 Т 63 С 11 С 913

- 66 Bonifacio R, Lugiato L // *Opt Commun* **1983** V 47 P 79
- 67 Емельянов В. И., Климонтович Ю. Л. // *Опт. и спектр* **1976** Т 41.
- 68 Манцызов Б. И. и др. // *ЖЭТФ* **1983** Т 85 С 862
- 69 Hopf F A // *Phys Rev Ser A* **1983** V 27 P 2268
- 70 Grover L K, Pantell R H // *IEEE J QE* **1985** V 21 P 944
- [71] Orszag M, Ramirez R // *JOSA Ser B* **1986** V 3 P 895
- 72 Ваинштейн Л. А. // *ЖЭТФ* **1988** Т 94 Вып 5 С 40
- 73 Carlson N W et al // *Opt Commun* **1980** V 32 P 350
- 74 Манаков С. Б. и др. // *ТМФ* **1986** Т 69 С 40, *ЖЭТФ* **1982** Т 83 С 68
- 75 Андреев А. Б. и др. // *Изв. АН СССР Сер. физ.* **1986** Т 50 С 1507, *ДАН СССР* **1987** Т 296 С 77, *ЖТФ* **1987** Т 57 С 1782
- 76 Prasad S, Glauber K J // *Phys Rev Ser A* **1985** V 31 P 1583
- 77 Mostowski J, Sobolewska B // *Ibidem* **1983** V 28 P 2573, **1984** V 30. Pp 610, 1392
- 78 Mostowski J, Sobolewska B // *Ibidem* **1986** V 34 P 3109
- 79 Heinzen D J et al // *Phys Rev Lett* **1985** V 54 P 677
- 80 Андреев А. Б. и др. // *ЖЭТФ* **1988** Т 94 С 40, *Вестн. МГУ Сер. 3* **1987** Т 28 С 79
- [81] Егоров В. С. и др. // *ЖТФ* **1986** Т 56 С 572, *Опт. и спектр* **1987** Т 62 С 853
- 82 Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. // *Тезисы докладов XIII Международной конференции по когерентной и нелинейной оптике* — Минск, 1988 — Ч. 1 С 77
- 83 Hoenders B. J. // *Coherence and quantum optics IV* / Eds L. Mandel, E. Wolf — New York: London: Plenum Press, 1978 — P. 221
- 84 Pattanayak D. N. // *Ibidem* — P. 209, *Phys Rev Ser D* **1976** V 13 Pp 913, 2287
- 85 Гинзбург Н. С. и др. // *Радиотехника и электроника* **1987** Т 32 С 1031
- 86 Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. // *Изв. вузов Сер. «Радиофизика»* **1985** Т 28 С 1099
- 87 Бурштейн А. И., Пусеп А. Ю. // *ЖЭТФ* **1975** Т 69 С 1927
- 88 Алексеев К. Н., Берман Г. П. // *ЖЭТФ* **1987** Т 92 С 1985, **1988** Т 94 Вып 9 С 49
- 89 Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. // *КЭ* **1987** Т 14 С 2246
- 90 Mostowski J, Sobolewska B // *Phys Rev Ser A* **1983** V 28 P 2943
- [91] Kocharovsky V. V., Kocharovsky V. I. // *Opt Commun* **1985** V 53. P 345, *Препринт ИПФ АН СССР № 110* — Горький, 1984
- 92 Vrehen Q. H. I., der Weduwe J. J. // *Phys Rev Ser A* **1981** V 24 P 2857.
- 93 Nattermann K, Fabricius N, von der Linde D // *Opt Commun* **1986** V 57 P 215
- 94 Drummond P. D., Eberly J. H. // *Phys Rev Ser A* **1982** V 25 P 3446
- 95 Watson E. H. et al // *Ibidem* **1983** V 27 P 1427
- 96 Манцызов Б. И., Кузьмин Р. Н. // *ЖЭТФ* **1986** Т 91 С 65
- 97 Тер-Микаэлян М. А. *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях* — Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969
- 98 Клышко Д. Н. *Фотоны и нелинейная оптика* — М.: Наука, 1980
- 99 Олейник В. П., Белоусов И. В. *Проблемы квантовой электродинамики в вакууме, диспергирующих средах и сильных полях* — Кишинев: Штиинца, 1983
- 100 Musha T // *J Appl Phys* **1964** V 35 P 137
- [101] Hillery M, Mlodinow L. D. // *Phys Rev Ser A* **1984** V 30 P 1860
- 102 Abram I // *Ibidem* **1987** V 35 P 4661
- 103 Tucker J, Walls D. F. // *Phys Rev* **1969** V 178 P 2036
- 104 Dekker H // *Phys Rep* **1981** V 80 P 1, *Physica Ser A* **1987** V 144 Pp 445, 453
- 105 Глаубер Р. Маніко В. И. // *ЖЭТФ* **1984** Т 87 С 790
- 106 Рупасов В. И., Юдсон В. И. // *ЖЭТФ* **1984** Т 87 С 1617, **1985** Т 88 С 1757
- 107 Davydov A. S., Serikov A. A. // *Phys Stat sol Ser b* **1973** V 56 P 351
- 108 Reibold R // *Phys Lett Ser A* **1986** V 115 P 325, *Phys Rev Ser A* **1984** V 29 P 3208
- 109 Махнев В. П., Телегин Г. Г. // *ЖЭТФ* **1972** Т 63 С 1212
- 110 Раутман С. Г., Смирнов Г. И., Шалагин А. М. *Нелинейные резонансы в спектрах атомов и молекул* — Новосибирск: Наука, 1979
- [111] Железняков В. В. *Электромагнитные волны в космической плазме* — М.: Наука, 1977
- 112 Гинзбург В. Л., Железняков В. В. // *Изв. вузов Сер. «Радиофизика»* **1958** Т 1 С 59
- 113 Mears R. J. et al // *Electr Lett* **1986** V 22 Pp 159, 198
- 114 Wilhelmsson H. et al // *Phys Scripta* **1978** V 17 P 523, **1982** V 2/1. P 161

- 115 Матвеев В И Цвиртин В П // УФЖ 1984 Т 29 С 669 J Plasma Phys 1988 V 59 P 475
- 116 Neufeld J // Phys Rev 1959 V 116 P 785
- 117 Бондаренко Б М и др // Изв вузов Сер «Радиофизика» 1984 Т 27 С 1382
- 118 Незлин М Е Динамика пучков в плазме — М Энергониздат 1982
- 119 Yudson V I // Phys Lett Ser A 1988 V 129 P 17
- 120 Гапонов А В и др // Изв вузов Сер «Радиофизика» 1967 Т 10 С 1414
- [121] Borenstein M Lamb W E Jr // Phys Rev Ser A 1972 V 5 P 1298
- 122 Вайнштейн Л А Солнцев В А Лекции по сверхвысокочастотной электронике — М Сов радио, 1973
- 123 Братман В Л и др // Релятивистская высокочастотная электроника / Отв ред А В Гапонов Ирегов — Горький ИПФ АН СССР 1979 — С 157
- 124 Gain B, Milogon P W // JOSA Ser B 1984 V 4 P 78
- Ильинский Ю А Маслова Н С // ЖЭТФ 1988 Т 94 С 171
- 125 Bonifacio R Casagrande F // JOSA Ser B 1985 V 2 P 250 Nucl Instrum and Meth Phys Res Ser A 1985 V 239 P 36 Phys Rev Ser A 1986 V 33 P 2836
- 126 Кадомцев Б Б Михайловский А Б, Тимофеев А В // ЖЭТФ 1964 Т 47 С 266
- 127 Ерохин Н С Монсеев С С // ЖЭТФ 1973 Т 65 С 1431
- 128 Железняков В В // Изв вузов Сер «Радиофизика» 1959 Т 2 С 11 1960 Т 3 С 51
- 129 Красовицкий Б Е Курилко В И // ЖЭТФ 1965 Т 49 С 1831
- 130 Богданов А Т Кузелев М В, Рухадзе А А // Кр сообщ физ ФИАН СССР 1986 № 6 С 9
- [131] Александров А Ф Кузелев М В Пырькина О Е // Изв вузов Сер «Радиофизика» 1988 Т 31 С 907
- 132 Панченкс И П Куклин С М // УФЖ 1987 Т 32 С 1827
- 133 Гинзбург В Л Фаин В М // ЖЭТФ 1958 Т 35 С 817
- 134 Барышевский В И // ДАН СССР 1980 Т 255 С 331 ДАН БССР 1983 Т 27 С 505
- 135 Железняков В В Кочаровский В В, Кочаровский Вл В // УФН. 1987 Т 153 С 525, Proc of Intern Conference Plasma Physics — Kiev 1987 — V 4 P 111
- 136 Гинзбург Н С // Письма ЖТФ 1988 Т 14 С 440
- 137 Хаджи П И Нелинейные оптические процессы в системе экситонов и биэкситонов в полупроводниках — Кишинев Штиинца, 1985
- 138 Ravolinn D et al // Phys Rev Lett 1985 V 54 P 1917
- 139 Freedhoff H van Kranendonk J // Can J Phys 1967 V 45 P 1833
- 140 Grubellier A et al // J Phys Ser B 1985 V 18 P 3811 1986 V 19 P 2109; 1987 V 20 P 1451
- [141] Кочаровская О А Ханнин Я И // ЖЭТФ 1986 Т 90 С 1610, Письма в ЖЭТФ 1988 Т 48 С 581
- 142 Ахманов С А и др // ЖЭТФ 1970 Т 59 С 485
- 143 Dupon M D et al // JOSA Ser A 1988 V 5 P 37
- 144 Пивцов В С и др // Письма в ЖЭТФ 1979 Т 30 С 342 ЖЭТФ 1981 Т 81. С 468
- 145 Раутман С И и др // Изв АН СССР Сер физ 1986 Т 50 С 1513
- 146 Walmsley I A Raimier M G // Opt Commun 1985 V 53 P 137 Phys Rev Ser A 1986 V 33 P 382
- 147 Druhl K et al // Phys Rev Lett 1983 V 51 P 1171 J Stat Phys 1985 V 39 P 621
- 148 Заболотский А А и др ЖЭТФ 1984 Т 86 С 1193, 1987 Т 93 С 84
- 149 Шамров Н И // Опт и спектр 1984 Т 57 С 43 627
- 150 Raimier M G et al // Phys Rev Ser A 1981 V 24 P 1980 1985 V 32 P 332
- [151] Hellwarth R W // Phys Rev 1963 V 130 P 1850
- 152 Морозова Г А // Изв ФИАН СССР 1977 Т 99 С 100
- 153 Sparks M // Phys Rev Lett 1974 V 32 P 450 Phys Rev Ser A 1975 V 11 P 595
- 154 Джотян Г П Минасян Л Л // Нелинейные оптические взаимодействия / Под ред В М Арутюняна — Ереван ЕГУ 1987 — С 5
- 155 Трифонов Ф Д Трошин А С Шамров Н И // Опт и спектр 1983 Т 54 С 966
- 156 Большов Л А и др // ЖЭТФ 1985 Т 88 С 47
- 157 Herman B J Lberly J H // Opt Commun 1987 V 62 P 130
- 158 Махвиладзе Г М Сарычев М Е // ЖЭТФ 1982 Т 83 С 1650
- 159 Orszag M Casagrande P Chuaqui H // Opt Acta 1983 V 30 P 259

- 160 Башкиров Г. К. и др. // ДАН СССР. 1985. Т. 282. С. 300, ГМФ. 1983. Т. 56. С. 395.
- [161] Kudenko Yu. Kuz'min E. V. // Laser Part. Beams. 1985. V. 3, pt. 2. P. 109.
- 162 Андрианов С. Н., Самарцев В. В., Шейбут Ю. Е. // ТМФ. 1987. Т. 72. С. 286.
- 163 Le H. Q. Lau D. // Phys. Rev. Ser. B. 1985. V. 32. P. 1419.
- 164 Фабрикант А. Л. // Изв. вузов. Сер. «Радиофизика». 1987. Т. 30. С. 275.
- 165 Bialek W. // Phys. Lett. Ser. A. 1984. V. 103. P. 349.
- 166 Зельдович Я. Б. и др. // Изв. вузов. Сер. «Радиофизика». 1986. Т. 29. С. 1008.
- 167 Leonard S. et al. // Phys. Rev. Ser. B. 1975. V. 11. P. 3298.
- 168 Добрынин Ю. Л., Ломоносов В. В., Мурадян Г. В. // ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 3.
- 169 Кисель Ю. Ф. и др. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. С. 344.
- Бажанов Н. А. и др. // ФТТ. 1989. Т. 31. С. 206.
- 170 Ахматов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин С. А. Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М.: Наука, 1981.