

ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

535.1+535.9 01

ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЯХ***А. Е. Булышев, Н. Г. Преображенский, А. Е. Суворов*****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	153
2. Основные уравнения	154
3. Эффективное время высвечивания и длина термализации	156
4. Почти когерентное рассеяние	158
5. Перераспределение по частотам за счет эффекта Доплера	160
6. Перераспределение при штарковском уширении	161
7. Перенос в крыле линии с естественным уширением	163
8. Перенос поляризованного излучения	168
9. Нелинейные эффекты в задаче о пленении излучения	170
10. Пленение излучения в случае свободно-связанных переходов	172
11. Совместный перенос возбуждения	173
12. Заключение	174
Список литературы	

1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к проблеме переноса резонансного излучения в газах и плазме впервые проявился в астрофизике в связи с интерпретацией спектров небесных тел. Астрофизическое направление в теории переноса и до сих пор активно развивается, что связано с непреходящей актуальностью исходной задачи. В физической литературе теория радиационного переноса активно обсуждается с начала 40-х годов. Подробные монографии¹⁻³ и обстоятельный обзор Д. И. Нагирнера⁴, посвященные астрофизическому направлению в теории переноса, дают нам возможность касаться соответствующих задач лишь весьма бегло. Основное внимание будет уделено физическим особенностям процессов переноса излучения, проявляющихся в лабораторных условиях. В центре внимания будет ситуация, когда и вещество, и излучение далеки от равновесия, причем перенос осуществляется в линейчатых спектрах атомов и ионов. В первых работах по переносу излучения^{5, 6} предполагалось сохранение частоты в акте рассеяния света атомом. Построенная таким образом теория имела большое сходство с обычной теорией диффузии вещества и часто приводила к выводам, сильно отличающимся от результатов эксперимента⁷. В 40-х годах разными авторами независимо друг от друга было сделано предположение о полном перераспределении по частотам (ППЧ). Ссылка на то, что модель ППЧ впервые была предложена Хаутгастом, содержится в работе¹¹. Суть модели ППЧ состоит в том, что атом испускает фотон с частотой, не зависящей от частоты поглощенного кванта; при этом обычно предполагается, что частотные зависимости коэффициентов испускания и поглощения одинаковы. В основополагающих работах Бибермана^{8, 9} и Холстейна¹⁰ были найдены в стационарном случае интегральное, а в нестационарном — интегро-дифференциальное уравнения, описывающие

поведение заселенностей атомов в возбужденном состоянии. С использованием приближения ППЧ было получено много важных результатов, хорошо согласующихся с экспериментом^{12, 13}. Теория переноса на основе ППЧ-аппроксимации развивалась путем разработки методов решения соответствующих интегральных уравнений с использованием довольно сложной математической техники: это цикл работ Ю. Ю. Абрамова, А. М. Дыхне, А. П. Напартовича, работы ленинградских астрофизиков школы В. В. Соболева, работы голландского теоретика ван Тригта и другие. Как отмечалось в⁴, теорию переноса в приближении ППЧ для решения линейных двух-уровневых задач можно считать в известной мере завершенной. Эта теория отражена в цитированных выше монографиях, обзоре⁴, монографии⁶⁴ и поэтому в данном обзоре ППЧ практически рассматриваться не будет.

Основное внимание мы сосредоточим на ситуации, когда имеет место неполное перераспределение по частотам (НПЧ). Суть НПЧ состоит в том, что частоты поглощенного и переизлученного квантов определенным образом коррелируют между собой. Характер изменения частоты в акте рассеяния зависит от конкретного механизма уширения линии, и универсальных решений в случае НПЧ, как правило, найти не удастся. Будут описаны результаты, уже ставшие общеизвестными (Хёрн, Хаммер), а также задачи, возникшие в самое последнее время. Основу обзора составляют теоретические работы, однако везде, где это возможно, будет проводиться сравнение с экспериментом.

Кроме того, кратко рассматриваются и некоторые другие нетрадиционные вопросы теории переноса: распространение поляризованного излучения, применение теории к лазерным задачам, перенос излучения большой интенсивности, радиационный перенос в спектральном континууме.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Современный взгляд на перенос излучения с последовательным учетом механизма перераспределения по частотам сложился в основном в работах, посвященных астрофизическим проблемам¹⁻⁴. Хотя в своем изложении мы будем следовать идеологии этого подхода, необходимость рассмотрения нестационарных задач накладывает отпечаток и на систему обозначений, и на запись уравнений^{14, 15}.

Резонансное излучение характеризуется функцией распределения фотонов $I(\mathbf{r}, t, \xi)$ или иначе — числом фотонов в точке \mathbf{r} в момент времени t , имеющих частоту ω и направление распространения Ω (для краткости две последние переменные далее объединены в одну: ξ). Ограничиваясь пока двухуровневой постановкой задачи, возбужденные атомы будем характеризовать заселенностью $N(\mathbf{r}, t)$. Для этой величины нетрудно записать уравнение балансного типа:

$$\frac{\partial N(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -(\gamma + \alpha) N(\mathbf{r}, t) + \int k(\omega) I(\mathbf{r}, t, \xi) d\xi + F(\mathbf{r}, t), \quad (2.1)$$

где γ — скорость спонтанного излучения, α — скорость тушения возбужденного состояния в неупругих столкновениях, $F(\mathbf{r}, t)$ — скорость безызлучательного возбуждения атомов, $k(\omega)$ — спектральный коэффициент поглощения. Здесь и в дальнейшем скорость света $c = 1$. Для дальнейшего полезно определить величину $\varepsilon(\omega)$ такую, что

$$k(\omega) = k_{\Sigma} \varepsilon(\omega), \quad \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\omega) d\omega = 1;$$

k_{Σ} — интегральный по частоте коэффициент поглощения. Частоту будем

отсчитывать от центра линии. Поскольку ширина спектральной линии много меньше центральной частоты ω_0 , то интегрирование производится в бесконечных пределах. Кроме того, в (2.1) предполагается, что газ невозмущенных атомов неполяризован и однороден по объему.

Уравнение для фотонов существенно сложнее. Дело в том, что частота переизлученного кванта зависит от предыстории процесса. Если атом был возбужден в результате неупругого удара, то можно считать, что он изотропно испустит квант с частотой, распределенной согласно $\epsilon(\omega)$. В этом случае, когда произошло поглощение кванта с параметром ξ' , вероятность того, что спустя время τ будет испущен квант с параметром ξ , равна $W(\xi, \xi', \tau)$. Величину $W(\xi, \xi', \tau)$ можно назвать временной функцией перераспределения; она аналогична вероятности перехода в классической кинетической теории газов. Конкретный вид функции $W(\xi, \xi', \tau)$ будет обсуждаться ниже. С учетом сказанного запишем уравнение для $I(\mathbf{r}, t, \xi)$:

$$(\Omega \nabla I) = -k(\omega) I(\mathbf{r}, t, \xi) + \gamma \int_0^\infty \left\{ \exp [-(\gamma + \alpha) \tau] \times \right. \\ \left. \times \left[\int W(\xi, \xi', \tau) k(\omega') I(\mathbf{r}, t - \tau, \xi') d\xi' + \epsilon(\omega) F(\mathbf{r}, t - \tau) \right] \right\} d\tau. \quad (2.2)$$

Первое слагаемое справа описывает поглощение фотонов (если существенно нерезонансное поглощение, то коэффициент поглощения должен быть соответственно увеличен), второе — излучение. В уравнении (2.2) не учтено запаздывание, так как в лабораторных условиях оно не играет заметной роли. Существенно, что уравнение (2.2) является интегральным по времени и, вообще говоря, не сводится к дифференциальному. Конкретные граничные условия для (2.2) ставятся с учетом присутствия внешних источников.

В стационарном случае, интегрируя по τ , приходим к обычному уравнению переноса³:

$$(\Omega \nabla I) = -k(\omega) I(\mathbf{r}, t, \xi) + \frac{\gamma}{\gamma + \alpha} \left[\int W(\xi, \xi') k(\omega') I(\mathbf{r}, \xi') d\xi' + \right. \\ \left. + \epsilon(\omega) F(\mathbf{r}) \right], \quad (2.3)$$

$$W(\xi, \xi') = (\gamma + \alpha) \int_0^\infty W(\xi, \xi', \tau) \exp [-(\gamma + \alpha) \tau] d\tau \quad (2.4)$$

стационарная функция перераспределения.

В астрофизической литературе функция перераспределения определяется как

$$R(\xi, \xi') = W(\xi, \xi') k(\omega').$$

Хотя в таком виде функция обладает симметрией по частотам, величина $W(\xi, \xi')$ в ряде случаев предпочтительнее, так как имеет простой физический смысл условной вероятности излучения фотона с характеристиками ξ' . Как будет показано ниже, учет неизотропности рассеяния не влияет существенным образом на скорость выхода излучения. Усредняя $W(\xi, \xi', \tau)$ по угловым переменным, можно проинтегрировать уравнение (2.3) по координатам:

$$I(\mathbf{r}, t, \omega) = \gamma \int_V d\mathbf{r}' H(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \omega) \int_0^\infty d\tau \exp [-(\gamma + \alpha) \tau] \times \\ \times \left[\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' W(\omega, \omega', \tau) k(\omega') I(\mathbf{r}, t - \tau, \omega') + \epsilon(\omega) F(\mathbf{r}, t - \tau) \right], \quad (2.5)$$

где

$$I(\mathbf{r}, t, \omega) = \int I(\mathbf{r}, t, \xi) d\Omega, \quad (2.6)$$

$$H(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\exp[-k(\omega)|\mathbf{r}|]}{4\pi|\mathbf{r}|^2}.$$

Уравнение (2.5) есть аналог уравнения Чепмена — Колмогорова для фотонов.

В (2.5) не учтены поляризация излучения, а также влияние процессов вынужденного испускания, т. е. изучается ситуация, в которой заселенность атомов в возбужденном состоянии много меньше, чем в основном. Влияние вынужденного излучения, а также перенос с учетом большого числа возбужденных уровней будут кратко рассмотрены ниже.

Как было отмечено во Введении, к настоящему времени детальнее всего исследован случай радиационного переноса с ППЧ. Последнее предполагает, что функция $W(\omega, \omega', \tau) = \varepsilon(\omega)$. При этом исходные уравнения резко упрощаются, и из (2.1), (2.2) (или (2.5)) после несложных выкладок можно получить уравнение

$$\frac{\partial N(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -(\gamma + \alpha)N(\mathbf{r}, t) + \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')N(\mathbf{r}', t) d^3\mathbf{r}' - F(\mathbf{r}, t), \quad (2.7)$$

обычно называемое в литературе уравнением Бибермана — Холстейна⁶⁴. Оно имеет весьма прозрачный физический смысл, а именно, эволюция заселенности возбужденных атомов $N(\mathbf{r}, t)$ определяется несколькими факторами: радиационным и столкновительным распадами уровня (первое слагаемое в правой части (2.7)), процессом поглощения в точке \mathbf{r} кванта, ранее испущенного в точке \mathbf{r}' (второе слагаемое), заселением уровня за счет столкновений (третье слагаемое). Вероятность реабсорбции (пленения) кванта $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ в случае, когда спектральный коэффициент поглощения $k(\omega)$ считается не зависящим от координат, имеет вид

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\gamma}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(\omega) k(\omega) \frac{\exp[-k(\omega)|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|]}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d\omega. \quad (2.8)$$

В заключение этого раздела отметим, что описанная картина последовательного поглощения и излучения фотонов, хотя и достаточно наглядна, но не самоочевидна. Тем не менее последовательное квантомеханическое рассмотрение задачи, проведенное при учете различных условий в работах¹⁶⁻¹⁹, подтверждает правильность полученных уравнений. Основным ограничением является малость длины волны излучения λ по сравнению с длиной свободного пробега фотона

$$k(\omega)\lambda \ll 1.$$

Хотя это ограничение и может нарушаться в центре линии, реальный перенос происходит в далеких крыльях, где это условие всегда выполняется.

При выполнении указанного неравенства можно считать, что в процессе поглощения и испускания кванта участвует только один атом. В противном случае атомы нельзя рассматривать как совокупность независимых излучателей^{64, 80}, т. е. следует учитывать коллективные эффекты. Одним из таких эффектов является известное селективное отражение резонансного излучения от паров натрия достаточно большой плотности. Более подробное обсуждение этого явления и ссылки на экспериментальные работы можно найти в⁸¹.

3. ЭФФЕКТИВНОЕ ВРЕМЯ ВЫСВЕЧИВАНИЯ И ДЛИНА ТЕРМАЛИЗАЦИИ

Во всякой физической теории, помимо точных соотношений между основными параметрами задачи, желательно получить возможность качественных оценок наиболее важных величин. В теории переноса резонансного

излучения в качестве одной из таких величин выступает эффективное время высвечивания τ_{eff} . Если создать в объеме некоторое количество возбужденных атомов, то при отсутствии дальнейшего возбуждения и тушений число возбужденных атомов начнет уменьшаться за счет выхода излучения. Характерный **временной** масштаб этого процесса и есть, согласно Холстейну¹⁰, τ_{eff} . К оценке этой величины можно подойти несколько иначе. Если существует стационарный источник возбуждения мощности f , то в результате конкуренции процессов возбуждения и выхода излучения в объеме постоянно будет находиться определенное число возбужденных атомов:

$$N = f\tau_{\text{eff}}.$$

Такое определение дано Л. М. Биберманом⁶⁴. Следует иметь в виду, что эти два определения, хотя и близки по смыслу и величине, все же не идентичны и отличаются численным множителем, зависящим от геометрии задачи.

Другой важной характеристикой является длина термализации L_{eff} . В среде, помимо процессов переизлучения квантов, возможна «гибель» возбуждения в результате тушения или нерезонансного поглощения фотонов. В результате этого возбужденное состояние, возникшее в какой-либо точке, может удалиться от нее на расстояние L_{eff} , после чего энергия фотона переходит в тепловую энергию среды. Если характерный размер объема $L \gg L_{\text{eff}}$, то выход излучения не оказывает существенного влияния на удаленные от границы объема точки. Задачу переноса излучения в этом случае можно решать для тонкого слоя возле поверхности, т. е. здесь считается применимым приближение полубесконечного пространства. В обратном случае $L \ll L_{\text{eff}}$ играет роль только выход излучения, и другими процессами можно пренебречь. Длина термализации связана с эффективным временем жизни. Если α — по-прежнему скорость тушения возбужденных атомов, а τ_{eff} — время выхода излучения из объема с характерным размером L_{eff} , то L_{eff} можно найти из уравнения

$$\alpha\tau_{\text{eff}} = 1. \quad (3.1)$$

В предположении полностью когерентного рассеяния, по аналогии с диффузией вещества,

$$\tau_{\text{eff}} \sim \frac{L^2}{\Lambda}, \quad (3.2)$$

где Λ — коэффициент диффузии. В (3.2) предположено, что перенос осуществляется на одной, центральной частоте. В предположении ППЧ результат зависит от типа уширения. В таблице приведены результаты вычисления

Геометрия	Допплеровский контур, $\tau_{\text{eff}} = \frac{k_0 L (\pi \ln k_0 L)^{1/2}}{g_D}$	Дисперсионный контур, $\tau = \frac{(\pi k_0 L)^{1/2}}{g_L}$
Цилиндр	$g_D = 1,6$	$g_L = 1,115$
Плоский слой	$g_D = 0,94$	$g_L = 0,8$

τ_{eff} для двух типов уширения: доплеровского и дисперсионного, и двух простейших геометрий: плоско-параллельного слоя и цилиндра. Основная особенность переноса при ППЧ состоит в том, что эффективный перенос осуществляется в крыле линии поглощения на частотах, при которых $k(\omega)L \sim 1$. Процесс переноса представляется в виде большого числа блужданий фотона на частотах, близких к центральным, с небольшим смещением в пространстве и редкими сдвигами в область больших частот, которым соответствуют смещения, сравнимые с размером области.

4. ПОЧТИ КОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ

Как уже отмечалось выше, перенос резонансного излучения зависит от изменения частоты в акте рассеяния. Однако при небольшом изменении частоты можно сделать общие выводы, не уточняя деталей процесса рассеяния. При полностью когерентном рассеянии в случае большой оптической толщины из (2.5) имеем

$$\frac{\partial I}{\partial t} = -\frac{\gamma}{3k^2(\omega)} \Delta I - \alpha I + \frac{\gamma}{k_{\Sigma}} F(\mathbf{r}, t). \quad (4.1)$$

Диффузионное приближение неприменимо вблизи границы объема, где должно быть поставлено граничное условие³

$$I = -\frac{2}{3} \frac{1}{k(\omega)} \frac{\partial I}{\partial z}; \quad (4.2)$$

z — координата, нормальная к поверхности объема. Излучение на разных частотах распространяется независимо, время выхода излучения $\tau_{\text{eff}} \sim \sim (k(\omega)L)^2$ и сильно зависит от частоты излучения.

Фактически применимость уравнения (4.1) даже в случае почти когерентного рассеяния ограничена. Как будет видно ниже, изменение частоты при рассеянии имеет тенденцию накапливаться и нарастать, что существенным образом влияет на скорость выхода излучения. Поэтому диффузионное приближение (4.1) справедливо лишь при не очень больших толщинах, когда за время выхода излучения указанного накопления еще почти не происходит.

Рассмотрим ситуацию, при которой частота фотона за время выхода излучения из объема смещается на величину ω_{eff} , существенно большую ширины линии, но в то же время такую, что

$$k(\omega_{\text{eff}})L \gg 1, \quad (4.3)$$

что является типичным для почти когерентного рассеяния. При этом, в отличие от ППЧ, фотон не успевает попасть в оптически прозрачное крыло линии¹⁵, и спектральную линию можно разбить на две части: ядро $|\omega| \ll \ll \omega_{\text{eff}}$, в котором фотоны практически не участвуют в переносе, и крылья $|\omega| \sim \omega_{\text{eff}}$, в которых перенос и осуществляется. Выход излучения из объема постоянно компенсируется подкачкой в крыло из ядра за счет перераспределения по частотам. В уравнении (2.5) для частот порядка ω_{eff} можно пренебречь слагаемым с внешним источником и рассматривать это уравнение в квазистационарном приближении. Кроме того, с учетом (4.3) можно перейти к диффузионному приближению:

$$-\frac{1}{3k(\omega)} \Delta I(\mathbf{r}, t, \omega) - k(\omega) I(\mathbf{r}, t, \omega) + \int_{-\infty}^{+\infty} W(\omega, \omega') k(\omega') I d\omega' = 0. \quad (4.4)$$

Решение уравнения (4.4) должно быть «сшито» с решением для числа фотонов в ядре линии. Такие фотоны находятся в равновесии с возбужденными атомами:

$$I(\mathbf{r}, t, \omega) = \frac{\gamma}{k_{\Sigma}} N(\mathbf{r}, t), \quad |\omega| \ll \omega_{\text{eff}}. \quad (4.5)$$

Первое слагаемое в (4.4) описывает пространственный перенос излучения, и, следовательно, изменение концентрации возбужденных атомов в точке \mathbf{r} определяется интегралом по частоте от него. В силу (4.5) интенсивность излучения линейно связана с $N(\mathbf{r}, t)$, и

$$\frac{1}{3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{k(\omega)} \Delta I(\mathbf{r}, t, \omega) d\omega = -\gamma \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') N(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}'. \quad (4.6)$$

Вид ядра $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, естественно, отличается от случая ППЧ. С учетом (4.6) можно записать балансное уравнение для населенности возбужденных атомов $N(\mathbf{r}, t)$:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\alpha N(\mathbf{r}, t) + \gamma \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') N(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}' + F(\mathbf{r}, t). \quad (4.7)$$

Таким образом, задача сводится к интегро-дифференциальному уравнению для заселенности возбужденных атомов, если уравнение (4.4) разрешено.

Можно выделить два физически различных типа почти когерентного рассеяния. В одном случае вероятность изменения частоты при рассеянии мала, но перераспределение происходит в пределах всей спектральной линии (как в случае редких уширяющих столкновений). В другом частота меняется в каждом акте рассеяния, но на небольшую величину (как из-за доплеровского перераспределения при наличии значительного естественного уширения). При этом происходит диффузия излучения по шкале частот в область крыла линии, а уравнение (4.6) существенно упрощается. Вводя $D(\omega)$ — средний квадрат изменения частоты при рассеянии, получим

$$\frac{1}{3k(\omega)} \Delta I(\mathbf{r}, t, \omega) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \omega} D(\omega) k(\omega) \frac{\partial}{\partial \omega} I(\mathbf{r}, t, \omega) = 0. \quad (4.8)$$

В приближении почти когерентного рассеяния легко решить вопрос о вычислении эффективной скорости высвечивания¹⁵. Если в объеме нет посторонних источников возбуждения и тушения, то спустя достаточно большое время после первоначального возбуждения можно считать, что

$$I(\mathbf{r}, t, \omega) = I_0 f(\omega) \varphi_0(\mathbf{r}) \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right), \quad (4.9)$$

где $\varphi_0(\mathbf{r})$ — собственная функция оператора Лапласа, I_0 — константа, зависящая от начального условия. Функция $f(\omega)$ определяется из решения уравнений (4.4) или (4.8) и удовлетворяет равенству

$$f(0) = 1; \quad (4.10)$$

зная $f(\omega)$, τ_{eff} можно найти по формуле

$$\tau_{\text{eff}}^{-1} = \frac{\gamma \lambda_0}{3L^3 k_\Sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\omega)}{k(\omega)} d\omega; \quad (4.11)$$

λ_0 — собственное число оператора Лапласа, L — по-прежнему характерный размер области.

Интересно сравнить время t , за которое фотон, попав в крыло линии, покидает объем, с общим временем высвечивания τ_{eff} . Очевидно, что $t \sim \sim_t^i (k(\omega_{\text{eff}}) L)^2 / \gamma$. Таким образом,

$$\frac{t}{\tau_{\text{eff}}} \sim \frac{k(\omega_{\text{eff}}) \omega_{\text{eff}}}{k^{(0)} \Delta \omega_0} \ll 1,$$

и, следовательно, квант основное время находится в ядре линии, что оправдывает пренебрежение в (4.4) производной по времени и членами, описывающими скорость тушения и постороннего возбуждения.

В заключение этого раздела заметим, что хотя уравнения получены при условии (4.3), которое заведомо нарушается в случае ППЧ, они дают качественно правильный результат и в этом случае. Полагая в (4.4) $W(\omega, \omega') = \varepsilon(\omega)$, с помощью (4.11) получим

$$\tau_{\text{eff}}^{-1} = \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varepsilon(\omega) d\omega}{1 + (3k^2(\omega) L^2 / \lambda_0)}. \quad (4.12)$$

Вычисления по формуле (4.12) в¹⁵ показывают, что она дает правильную зависимость от оптической толщины с коэффициентом, завышенным на 10%

для сферы, на 30% для цилиндра и на 50% для плоского слоя. Во избежание недоразумения заметим, что этот случай кардинально отличается от случая полностью когерентного рассеяния для больших оптических толщин. Заметим, что уравнение для $N(\mathbf{r}, t)$ осталось интегральным.

5. ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО ЧАСТОТАМ ЗА СЧЕТ ЭФФЕКТА ДОППЛЕРА

В случае чисто доплеровского уширения вопрос о перераспределении частоты фотона при рассеянии тесно связан с распределением возбужденных атомов по скоростям. Действительно, при поглощении кванта с частотой ω' и направлением движения Ω' образуется возбужденный атом, скорость \mathbf{v} которого удовлетворяет соотношению

$$(\mathbf{v}\Omega') = \frac{\omega'}{\omega_0}, \quad (5.1)$$

т. е. равномерно распределена только составляющая скорости, перпендикулярная Ω' . Если возбужденный атом за время своего существования не изменил скорости, то при последующем излучении частота будет коррелировать

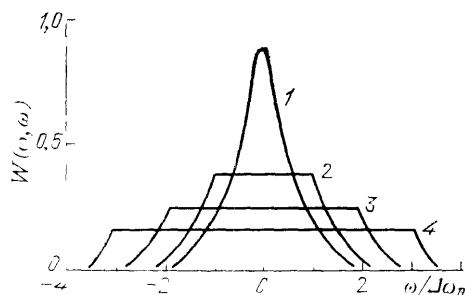


Рис. 1. Функция перераспределения по частотам при доплеровском уширении.
1 — $\omega'/\Delta\omega = 0$, 2 — $\omega'/\Delta\omega = 1$,
3 — $\omega'/\Delta\omega = 2$, 4 — $\omega'/\Delta\omega = 3$,
 $\Delta\omega_{1/2} = \omega_0 t_0$

с частотой ω' поглощенного кванта. Таким образом, при доплеровском уширении полное перераспределение по частотам происходит только при наличии столкновений, которые максвеллизуют функцию распределения за время спонтанного излучения. Рассмотрим обратный предельный случай, когда роль столкновений пренебрежимо мала. Исходя из изложенных выше соображений, можно вычислить функцию перераспределения^{1-3, 20}. Не выписывая конкретного выражения, приведем лишь графические результаты (рис. 1).

Задача о переносе излучения с таким законом изменения частоты исследовалась различными способами. В работах^{21, 22} уравнение переноса решалось численно конечно-разностными методами, в²³ — методом Монте-Карло, в^{24, 25} — с помощью разложения функции распределения возбужденных атомов по скоростям с привлечением полиномов. Во всех работах авторы пришли к выводу, что факт неполного перераспределения по частотам на скорости выхода излучения сказывается слабо. Эффективная скорость высвечивания, основная часть спектра выходящего излучения ни при каких значениях оптической толщины не отличаются больше чем на 10% от величин, рассчитанных в предположении ППЧ.

Иначе обстоит дело в случае, когда возбужденные атомы образуются с сильно неравновесной функцией распределения по скоростям. Рассмотрим сенсibilизированную флуоресценцию в смеси паров ртути и таллия²⁶⁻²⁷. При облучении ячейки со смесью паров излучением ртутной лампы возбуждается состояние 6^3P_1 ртути. При столкновении этих атомов с атомами таллия в основном состоянии образуется возбужденный атом таллия в состоянии $6^2D_{3/2}$. Дефект энергии 0.4 эв переходит в кинетическую энергию сталкивающихся частиц; возбужденные атомы таллия образуются с сильно нерав-

новесным распределением скоростей. Уровень $6^2D_{3/2}$ связан радиационным переходом не только с основным состоянием (линия 2768Å), но и с метастабильным уровнем $6^3P_{3/2}$ (линия 3529Å). Излучение этой линии и регистрируется в эксперименте. Измеряемая линия не реабсорбирована, поэтому контур линии подобен функции распределения атомов в состоянии $6^2D_{3/2}$ по проекции скорости на направление наблюдения. В эксперименте газовая ячейка имела форму параллелепипеда с размерами $25 \times 25 \times 20$ мм. Результаты вычисления спектра (расчет проводился методом Монте-Карло) приведены на рис. 2. Кривая 1 — $N_{II} = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ($k_D L \sim 0,1$) соответствует отсутствию пленения и описывает распределение атомов по скоростям, создаваемое в результате столкновений. k_D — коэффициент в центре линии при доплеровском уширении. Кривая 2 — $N_{II} = 10^{12} \text{ см}^{-3}$ соответствует $k_D L \sim 10$, пленение в этом случае меняет спектр в сторону равновесия (равновесное распределение показано штриховой линией). Кружками нанесены экспериментальные точки.

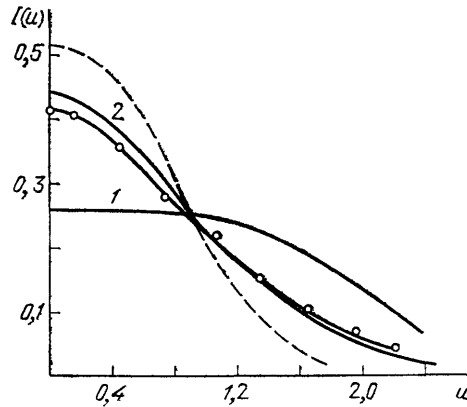


Рис. 2. $u = (\omega - \omega_0) / \Delta\omega_D$ (пояснения в тексте)

6. ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИ ШТАРКОВСКОМ УШИРЕНИИ

Задача о переносе излучения в штарковски уширенных линиях водородоподобных ионов существенна для плазмы с параметрами, характерными для проблемы лазерного термоядерного синтеза ($N_i \sim 10^{21}$, $T \sim 1$ кэВ, $Z \sim 10$)²⁸, при которых штарковское уширение примерно на порядок превосходит другие типы уширения²⁹.

Проблема перераспределения при штарковском уширении нуждается в анализе с нескольких точек зрения. За время, в течение которого ион находится в возбужденном состоянии, плазменное поле меняет свое значение. Этот эффект описывается параметром

$$\delta = \frac{v_0}{\gamma r_0} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{2T}{M} \right)^{1/2} (2\pi N_i)^{1/3}, \quad (6.1)$$

где v_0 — тепловая скорость ионов, r_0 — характерное расстояние между ними, M — приведенная масса излучающего и возмущающего иона. Если $\delta \gg 1$, то значение плазменного микрополя (и штарковский сдвиг) меняется сильно за время излучения и корреляция между частотами излученного и поглощенного квантов отсутствует, т. е. осуществляется ППЧ для каждой штарковской компоненты. В обратном предельном случае $\delta \ll 1$ плазменное поле меняется незначительно, т. е. осуществляется почти когерентное рассеяние. Простые оценки показывают, что величина δ варьирует в широких пределах и в том числе возможен случай $\delta \ll 1$ ¹⁴.

Вторым существенным фактором может быть перераспределение возбужденного иона по штарковским подуровням за счет неупругих столкновений. Если скорость такого «перемешивания» существенно превышает скорость спонтанного излучения, то за время жизни возбужденного состояния может произойти полное перераспределение по штарковским подуровням. В обратном предельном случае, который, как показывают оценки²⁹, больше соответствует действительности, ион остается на том же штарковском подуровне. И наконец, возбужденный ион может перейти при излучении кванта на произвольный штарковский подуровень нижнего состояния. Влияние этого обстоя-

тельства на перераспределение по частотам пока не исследовано и здесь мы его касаться не будем. Этот эффект отсутствует для линий серии Лаймана, рассмотрением которых и ограничимся.

Будем полагать, что для линии $L_\alpha \delta \ll 1$ и столкновительным перемешиванием по штарковским подуровням можно пренебречь. В этом случае перенос излучения можно рассматривать в каждой из боковых компонент по отдельности. Для микрополя примем модель «ближайшего соседа»³⁰, т. е. будем полагать, что микрополе создается только ближайшим ионом, который за время излучения смещается на величину $v_0/\gamma \ll r_0$. Вычисление функции перераспределения приводит к результату

$$W(\omega, \omega') = \frac{1}{\delta \omega^2} \left(\frac{\omega' \Delta \omega_S}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau} \exp \left[-\tau - \frac{\Delta \omega_S (\omega + \omega')}{\omega \omega' (\delta \tau)^2} \right] \operatorname{sh} \frac{2\Delta \omega_S}{(\delta \tau)^2 (\omega \omega')^{1/2}}. \quad (6.2)$$

Если выполняется условие

$$\omega_{\text{eff}} \ll \frac{\Delta \omega_S}{\delta^2}, \quad (6.3)$$

где $\Delta \omega_S$ — штарковская ширина линии, то применимо условие почти когерентного рассеяния и $D(\omega) = 4\omega^3 \delta^2 \Delta \omega_S$. Решение уравнения (4.8) в этом случае выражается через функцию Макдональда:

$$f(\omega) = \frac{1}{\delta \Gamma(7/8)} \left(\frac{\omega}{\omega_{\text{eff}}} \right)^{1/4} K_{1/8} \left(\left(\frac{\omega}{\omega_{\text{eff}}} \right)^2 \right), \quad (6.4)$$

$$\omega_{\text{eff}} = \left(\frac{24}{\lambda_0} \right)^{1/4} (\delta k_S L)^{1/2} \Delta \omega_S, \quad (6.5)$$

$$k_S = \frac{1}{8} \frac{\gamma N_i \lambda^2}{\Delta \omega_S}.$$

Вычисление эффективной скорости высвечивания по формуле (4.11) приводит к результату

$$\tau_{\text{eff}}^{-1} = \left(\frac{\lambda_0}{24} \right)^{1/8} \frac{\delta^{7/4}}{(k_S L)^{1/4}} \gamma. \quad (6.6)$$

Полученные результаты справедливы при условии

$$\frac{1}{\delta} \ll k_S L \ll \frac{2}{\delta^5}.$$

При меньших оптических толщинах перераспределение по частотам не играет роли и перенос описывается уравнением (4.1). При больших оптических толщинах одновременно нарушаются условия (4.3) и (6.3) и приближение почти когерентного рассеяния становится неприемлемым. При условии, обратном (6.3), функция перераспределения (6.2) существенно упрощается:

$$W(\omega, \omega') = \varepsilon(\omega) \frac{2}{\delta^3 \pi^{1/2}} \int_0^\infty \frac{d\tau}{\tau^3} \exp \left[-\tau - \frac{\Delta \omega_S}{\omega' (\delta \tau)^2} \right]. \quad (6.8)$$

Из (6.8) видно, что $W(\omega, \omega')$ отлична от нуля при $\omega' \sim \Delta \omega_S \delta^2 \ll \omega_{\text{eff}}$, где излучение равновесно. Простое интегрирование показало, что в этом случае выполнено условие ППЧ в пределах одной штарковской компоненты. В соответствии с этим эффективное время выхода излучения

$$\tau_{\text{eff}} \sim (k_S L)^{0,6}. \quad (6.9)$$

Закон (6.9) соответствует спектральной зависимости $\varepsilon(\omega)$ в крыле линии $\varepsilon(\omega) \sim \omega^{-5/2}$.

Рассмотрим для сравнения найденную методом Монте-Карло скорость высвечивания из плоского слоя толщины L с определенной по формуле (6.6) при условии, что в начальный момент все фотоны имели частоту $\omega = 2\Delta \omega_S$

(рис. 3). На примере кривой с $\delta = 0,05$ хорошо видны три характерных режима: когерентное рассеяние, диффузия в крыло спектральной линии и ППЧ в пределах штарковской компоненты.

Полное пренебрежение переходами между штарковскими компонентами для линии L_α физически не оправдано. Центральная компонента имеет хотя и малую, но конечную ширину, обусловленную эффектом Допплера и столкновениями с электронами. Поэтому переизлучения в центре линии приведут к эффективному перемешиванию по штарковским подуровням. Таким образом, на смещенных подуровнях будет находиться лишь половина возбужденных ионов и скорость высвечивания окажется равной половине от вычисленной по формуле (6.9).

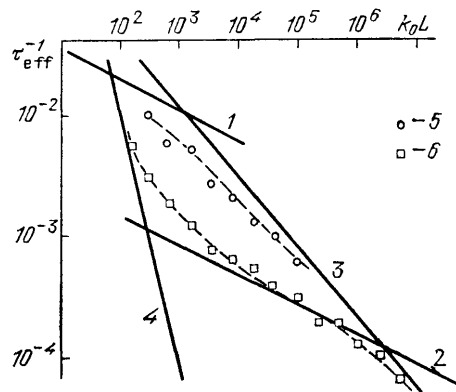


Рис. 3. Скорость высвечивания из плоского слоя при штарковском уширении.

1, 2 — расчет по формуле (6.6) при $\delta = 0,2$ и $0,05$ соответственно, 3 — расчет по формуле (6.9), 4 — когерентное переизлучение, 5 — расчет с $\delta = 0,2$ методом Монте-Карло, 6 — расчет с $\delta = 0,05$ методом Монте-Карло

Оценим еще, при каких условиях столкновительное уширение не будет влиять на перераспределение излучения по частотам. Ясно, что для этого должна быть мала вероятность такого столкновения за время, в течение которого фотон находится в крыле линии. Согласно оценкам раздела 4, это время можно оценить как $[\gamma (\delta^5 k_s L)^{1/3}]^{-1}$. Если учесть, что скорость перемешивающих столкновений $\sim Z^{-331}$, а $\gamma \sim Z^4$, то ясно, что для больших Z это условие выполняется.

При $\delta \sim 1$, даже если ограничиться приближением «ближайшего соседа», нет оснований считать, что в момент поглощения и в момент испускания поле создается одним и тем же ионом. За время переизлучения ближайший ион может смениться и функция перераспределения (6.2) будет описывать процесс неверно. Полный расчет этой функции в приближении «ближайшего соседа» дан в ¹⁴. Там же вычислена и временная функция перераспределения $W(\omega, \omega', t)$. С использованием такой функции $W(\omega, \omega', t)$ методом Монте-Карло решена задача о вычислении времени τ_{eff} , относящегося к излучению из сферического объема при разных значениях параметра δ . Переход от диффузионного закона при $\delta = 0$ к ППЧ при $\delta \gg 1$ происходит в узком интервале значений δ , что соответствует сделанным выше выводам.

Численный расчет перераспределения по частотам с учётом действия многих возмущающих ионов методом молекулярной динамики проведен в ^{32, 33}.

Перенос излучения в других линиях серии Лаймана рассматривать в рамках двухуровневой модели уже некорректно. Однако вопрос о перераспределении по частотам решается усреднением (6.2) по штарковским компонентам.

7. ПЕРЕНОС В КРЫЛЕ ЛИНИИ С ЕСТЕСТВЕННЫМ УШИРЕНИЕМ

Существенный теоретический интерес представляет задача, когда характерная частота ω_{eff} , на которой излучение выходит из объема, попадает в область спектра, определяемую естественным уширением. Так как доплеров-

ское уширение обычно значительно превышает естественное, объем должен иметь достаточно большую оптическую толщину. В то же время давление должно быть относительно малым, чтобы столкновения не приводили к полной потере когерентности при рассеянии. Такие условия реализуются во многих астрофизических задачах, для которых характерны малые плотности наряду со значительной протяженностью объектов. Другой областью является высокотемпературная плазма, содержащая ионы большой кратности Z . Естественное время жизни возбужденных состояний для них падает как Z^4 и для больших значений Z естественная ширина линии может оказаться сопоставимой с другими уширяющими факторами. Наконец, аномально большой естественной шириной обладают многие атомные линии, с верхнего уровня которых происходит процесс автоионизации⁶⁵. Примером может служить линия меди $\lambda = 453.9$ нм, естественная ширина которой ~ 1 А.

При одном естественном уширении рассеяние кванта на атоме происходит когерентно. Другие типы уширения (будем по-прежнему рассматривать доплеровское, ударное и штарковское уширения) приводят к частичному перераспределению. Если оно невелико, то применим подход, изложенный в разделе 4.

Рассмотрим влияние штарковского перераспределения по частотам. Функция перераспределения при совместном действии штарковского и естественного уширений может быть найдена из простых вероятностных соображений и равна

$$W(\omega, \omega') = \int_{-\infty}^{+\infty} du W_s(\omega - \omega' + u, u) \frac{\varepsilon_s(u) \varepsilon_{sp}(\omega' - u)}{\varepsilon(\omega')}, \quad (7.1)$$

где W_s , ε_s обусловлены чисто штарковским механизмом, ε_{sp} — естественным уширением, ε — полный профиль линии, определяемый совместным влиянием обоих факторов. Выражение (7.1) в общем виде весьма сложно. Кроме того, в случае идеальной плазмы среднее от квадрата изменения частоты расходуется, и для оценки времени выхода излучения необходимо решать интегральное уравнение (4.4). Случай неидеальной плазмы является, как это ни парадоксально, более простым, так как экспоненциальное обрезание крыльев штарковского уширения за счет неидеальности (см., например,³⁴) позволяет перейти к диффузионному приближению во всей шкале частот. Перенос рассматриваем по-прежнему в линии L_α . В указанных выше условиях главную роль играют плазменные поля, приводящие к изменению частоты порядка $\Delta\omega_s/\kappa^2 \gg \Delta\omega_s$, когда применимо приближение «ближайшего соседа».

$$\kappa = (2\pi N_1)^{1/3} \frac{Z(Z-1)e^2}{T}$$

— параметр неидеальности плазмы. Движение возмущающего иона нельзя уже считать прямолинейным, и выражение для $D(\omega)$ становится сложным. Рассмотрим его в двух предельных случаях. При $\delta \ll \kappa$, когда изменение плазменного микрополя за время излучения мало,

$$D = \frac{16}{3} \frac{\Delta\omega_s^3}{\kappa^3}. \quad (7.2)$$

В противоположном случае

$$D = \frac{2}{3} \left(\frac{\Delta\omega_s}{\kappa} \right)^2. \quad (7.3)$$

Условие применимости обоих выражений

$$\omega_{eff} \gg \frac{\Delta\omega_s}{\kappa^2}. \quad (7.4)$$

Учитывая, что при $\omega \sim \omega_{\text{eff}}$ можно использовать асимптотическое значение коэффициента поглощения³⁴, уравнение (4.8) легко решить:

$$f(\omega) = \exp \left[-\frac{1}{3} \left(\frac{\omega}{\omega_{\text{eff}}} \right)^3 \right], \quad (7.5)$$

$$\omega_{\text{eff}} = \left(\frac{3D}{2\lambda_0} \right)^{1/6} \left(\frac{\gamma^2 k_{\Sigma} L}{2\pi} \right)^{1/3}. \quad (7.6)$$

Вычисление эффективного времени высвечивания приводит к результату

$$\tau_{\text{eff}}^{-1} = \left(\frac{2}{3} \frac{D\lambda_0}{\gamma^2} \right)^{1/2} \frac{\gamma}{k_{\Sigma} L}. \quad (7.7)$$

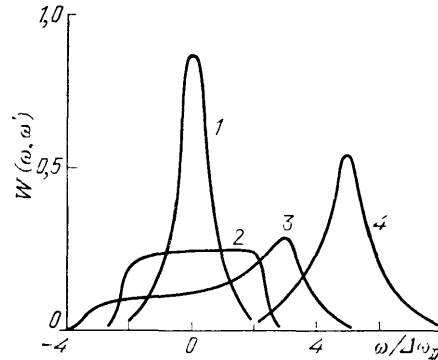
Видно, что из двух условий (4.3) и (7.4), необходимых для применимости сделанных приближений, более жестким является последнее, которое приводится к виду

$$\begin{aligned} \left(\frac{\gamma k_{\Sigma} L}{\Delta \omega_{\Sigma}^2} \right)^{1/3} &\gg \kappa^{-3/2}, \quad \delta \ll \kappa, \\ &\gg \kappa^{-11/6}, \quad \delta \gg \kappa. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Ясно, что оно может быть выполнено.

Изложенное выше о штарковском перераспределении при существенном влиянии естественного уширения нуждается в следующем пояснении. Основным предположением было представление о процессе рассеяния, как о последовательности поглощений кванта с изменением частоты штарковского

Рис. 4. Функция перераспределения при доплеровском и естественном уширении.
1 — $\omega'/\Delta\omega_D = 0$, 2 — $\omega'/\Delta\omega_D = 2$, 3 — $\omega'/\Delta\omega_D = 3$, 4 — $\omega'/\Delta\omega_D = 5$



подуровня и испусканием кванта на другой частоте. Подчеркнем, что время изменения частоты — это фактически время жизни атома. В данных условиях такое приближение неочевидно, и вопрос требует дальнейшего исследования.

Рассмотрим теперь доплеровское перераспределение по частотам. Функция перераспределения, отвечая случаю совместного воздействия доплеровского и естественного уширений, может быть вычислена с помощью чисто доплеровской функции перераспределения по формуле, аналогичной (7.1). Хотя аналитические выкладки до конца провести не удастся, но свойства соответствующей функции перераспределения хорошо изучены^{3,20-21}. Алгоритм быстрого вычисления этой функции приведен в³⁵. Коэффициент поглощения при совместном влиянии доплеровского и естественного уширения описывается функцией Фойгта³¹. Целесообразно ввести параметр Фойгта $a = \gamma/2\Delta\omega_D$, а также частоту ω_F , на которой частотные функции $\varepsilon(\omega)$, вычисленные для чисто доплеровского и для чисто дисперсионных типов уширения, совпадают между собой. Графики функции перераспределения при $a = 10^{-3}$ приведены на рис. 4. Из них хорошо видно, что при $\omega \gg \omega_F$ происходит почти когерентное рассеяние. Если выполняется условие

$$\omega_{\text{eff}} \gg \omega_F, \quad (7.9)$$

то опять возвращаемся к уравнению (4.8), причем

$$D = \Delta\omega_D^2. \quad (7.10)$$

Различные аспекты задачи в этом приближении рассмотрены в работах^{15,36-40}. Решение уравнения (4.8)¹⁵ дается формулой (7.5) с

$$\omega_{\text{eff}} = \left(\frac{3}{2\pi\lambda_0} \right)^{1/6} (ak_D L)^{1/3} \Delta\omega_D, \quad (7.11)$$

$$k_D = \frac{k_\Sigma}{V \pi \Delta\omega_D}.$$

Эффективная скорость высвечивания, согласно (7.7), равна

$$\tau_{\text{eff}}^{-1} = \left(\frac{2\lambda_0}{3\pi} \right)^{1/2} \frac{\gamma}{k_D L}. \quad (7.12)$$

Интересен вопрос о длине термализации³⁸⁻³⁹. Если дезактивация в среде определяется тушением возбужденных атомов со скоростью α , то согласно (7.12) и (3.11),

$$L_{\text{eff}} = \left(\frac{a\gamma}{\alpha} \right)^{1/3}. \quad (7.13)$$

Если же дезактивация обязана нерезонансному поглощению фотонов в среде, то ограничена длина пробега фотона l , а не время жизни возбуждения. Легко показать, что в этом случае

$$L_{\text{eff}} \sim \frac{e^{3/4}}{(ak_D)^{1/4}}. \quad (7.14)$$

Условие применимости полученных формул для τ_{eff} и L_{eff} принимает вид

$$(ak_D L)^{1/3} \gg 1. \quad (7.15)$$

В обратном предельном случае ($a \ll 1$), согласно результатам раздела 5, мы должны получить скорость высвечивания в рамках ППЧ для доплеровского уширения.

Интересно проследить, как для эффективной скорости происходит переход от (7.12) к формулам раздела 3. Точное решение задачи возможно только численными методами (например, методом Монте-Карло⁴¹⁻⁴⁴, конечно-разностными методами^{40, 45-46}). Однако, считая, что при $\omega < \omega_F$ имеет место полное перераспределение, а при $\omega > \omega_F$ справедливо уравнение (4.8), можно предложить аппроксимационную формулу¹⁵:

$$\tau_{\text{eff}}^{-1} = \frac{2}{\pi} (\text{arctg } \eta) \tau_H^{-1} + \frac{1}{1 + \eta} \tau_{\text{dif}}^{-1}, \quad (7.16)$$

где τ_H — время высвечивания по Холстейну при доплеровском уширении, τ_{dif} определяется формулой (7.12), а

$$\eta = \frac{\pi\lambda_0}{3} \left(\frac{\omega_F}{\Delta\omega_D} \right)^4 \frac{1}{(ak_D L)^2}. \quad (7.17)$$

Формула (7.16) дает точный результат в двух предельных случаях: ППЧ и почти когерентного рассеяния. Как показывают сравнения с численными расчетами, формула (7.17) справедлива во всей области параметров с точностью порядка 20 %. Изложенный подход является в известном смысле уточнением и обобщением приближенного подхода Джеффриса и Уайта⁴⁶, которые вообще пренебрегли диффузией фотонов по частотам в крыле линии. Как уже отмечалось выше, при больших оптических толщинах это может привести к значительным ошибкам.

Столкновительное перемешивание по частотам приводит к функции перераспределения^{3,20}

$$W(\omega, \omega') = (1 - P_c) \delta(\omega - \omega') + P_c \varepsilon(\omega), \quad (7.18)$$

где $P_c = \gamma_c / (\gamma_c + \gamma)$, γ_c — скорость уширяющих столкновений, $\varepsilon(\omega)$ дисперсионный профиль. Физически формула (7.18) отражает тот факт, что если за время существования возбужденного атома не происходит столкновения, то рассеяние когерентно, в противном случае имеет место ППЧ. Такой подход полностью подтверждается квантомеханическими расчетами в ударном приближении⁴⁷. Решение уравнения (4.4) с такой функцией перераспределения несложно; оно дает

$$f(\omega) = \frac{1}{1 + (\omega - \omega_{\text{eff}})^2}, \quad (7.19)$$

$$\omega_{\text{eff}} = \left(\frac{3P_c}{\lambda_0} \right)^{1/4} \left[\frac{(\gamma + \gamma_c) k_\Sigma L}{2\pi} \right]^{1/2}, \quad (7.20)$$

$$\tau_{\text{eff}}^{-1} = \gamma \left(\frac{\lambda_0}{3} \right)^{1/4} \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma + \gamma_c}{k_\Sigma L} \right)^{1/2} P_c^{4/3}. \quad (7.21)$$

Условие применимости диффузионной теории в данном случае имеет вид

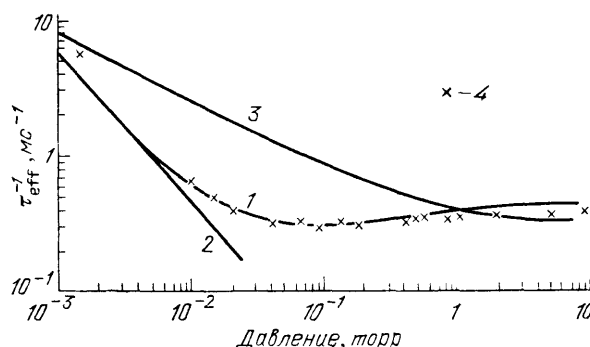
$$P_c \ll 1, \quad (7.22)$$

однако сравнение (7.21) с результатами раздела (5) показывает, что (7.21) удовлетворительно описывает ситуацию почти во всей области параметров.

При совместном действии шарковского и доплеровского механизмов перераспределения их коэффициенты диффузии по частоте складываются.

Рис. 5. Скорость высвечивания линии 1048 Å аргона.

1 — результат¹⁵, 2 — полное перераспределение при доплеровском уширении, 3 — полное перераспределение при естественном и столкновительном уширении, 4 — экспериментальные данные



Одновременно с ними учет столкновительного перераспределения требует численного решения уравнения (4.4). С точностью ~20% эффективная скорость высвечивания дается суммой (7.21) и (7.7):

$$\tau_{\text{eff}}^{-1} = \left(\frac{2}{3} D \lambda_0 \right)^{1/2} \frac{\gamma}{k_\Sigma L} + \gamma \left(\frac{\lambda_0}{3} \right)^{1/4} P_c^{4/3} \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma + \gamma_c}{k_\Sigma L} \right)^{1/2}. \quad (7.23)$$

Из (7.23) видно, что столкновительный и диффузионный механизмы перераспределения по частоте выравниваются при

$$P_c \sim \left(\frac{D}{\gamma k_\Sigma L} \right)^{2/3} \ll 1. \quad (7.24)$$

Для проверки полученных результатов было проведено сравнение с результатами экспериментального измерения скорости высвечивания аргона в линии 1048 Å⁴⁸ из цилиндрического объема радиуса 1,1 см в интервале давлений 0,0015—10 торр. Параметры таковы, что при давлении порядка 0,1 торр выходящее излучение попадает в крыло естественного уширения, и в эксперименте наблюдаются значительные отклонения от холстейновской скорости высвечивания. При меньших давлениях результаты удовлетворительно описываются в рамках приближения ППЧ с доплеровским уширением, а при больших давлениях ППЧ обеспечивается резонансными столкновениями. На рис. 5 видно, что учет совместного влияния, описываемого формулами (7.16) и (7.23), во всей области хорошо согласуется с экспериментальными

данными. Для наглядности там же приведена эффективная скорость высвечивания, вычисленная по Холстейну¹⁰. Недавно были опубликованы результаты экспериментов^{49–50}, в которых аналогичный эффект наблюдался в линии 1849 Å ртути естественной изотопной смеси. Эти данные также достаточно точно описываются диффузией фотонов по частоте с учетом сверхтонкого расщепления линий.

8. ПЕРЕНОС ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

До сих пор излучение и атомы среды рассматривались без учета их поляризации. Процесс рассеяния предполагался изотропным. В действительности поляризационные эффекты делают процесс рассеяния анизотропным, и необходимо выяснить, в какой степени за счет этого может измениться выход излучения. В общей постановке задачи необходимо оперировать поляризационной матрицей плотности фотонов и возбужденных атомов, так как в процессе рассеяния исходный линейно-поляризованный фотон перестает быть таковым и переходит в смешанное состояние, описываемое матрицей плотности. Уравнения радиационной кинетики в таком виде сформулированы в¹⁶. Ниже ограничимся случаем, когда атомы в основном состоянии имеют полный момент $j_0 = 0$, а в возбужденном $j_1 = 1$. При рассеянии на таких атомах линейно-поляризованный фотон остается линейно-поляризованным, но меняет направление поляризации. Интенсивность излучения начинает зависеть еще от одного аргумента — направления поляризации фотонов \mathbf{e} . Функция перераспределения поляризаций и направлений имеет вид:

$$W_{pol}(\mathbf{e}, \Omega | \mathbf{e}', \Omega') = \frac{3}{4\pi} (\Omega \mathbf{e}')^2 \delta \left(\mathbf{e} - \frac{\mathbf{e}' - (\Omega \mathbf{e}') \Omega}{[1 - (\Omega \mathbf{e}')^2]^{1/2}} \right). \quad (8.1)$$

Первый множитель в (8.1) учитывает угловое распределение при дипольном излучении, второй — изменение поляризации излучения. В (8.1) предполагается, что за время существования возбужденного атома он не подвергается столкновениям, способным повлиять на его поляризацию. Таким образом, плотность среды считается небольшой и функция перераспределения по частоте определяется эффектом Доплера.

Уравнения переноса с учетом поляризации весьма сложны для решения. В⁵¹ приведены некоторые оценки характерных величин. В частности, показано, что при больших оптических толщинах эффективная скорость высвечивания уменьшается по сравнению с холстейновской на величину

$$\Delta \tau_{eff} \sim \frac{\tau_{eff}}{\ln(k_0 L)}. \quad (8.2)$$

Численное решение уравнений переноса показывает, что изменение эффективного времени высвечивания ни при каких оптических толщинах не превышает 10 %.

Интересен вопрос о степени поляризации возбужденных атомов. Ниже будут приведены результаты вычислительного эксперимента, проделанного методом Монте-Карло. Рассматривается плоский слой толщины L , в котором однородно по объему со скоростью F образуются неполяризованные возбужденные атомы (это соответствует, например, возбуждению тепловыми электронами). Количество возбужденных атомов в каждой точке будет определяться возбуждением неупругими ударами и поглощением излучения, испущенного в других точках объема. Так как излучение неизотропно, это приводит к образованию поляризованных атомов. В качестве меры поляризации можно взять величину

$$p = \frac{n_0 - 0.5(n_1 + n_{-1})}{\sum_i n_i}, \quad (8.3)$$

где индексы 0, ± 1 означают проекцию момента возбужденного атома на ось, перпендикулярную поверхностям, ограничивающим плоский слой. Когда все атомы имеют нулевую проекцию момента, $p = 1$; если таких атомов нет вообще, то $p = -0,5$. Значение степени поляризации отличается численным множителем от фактора выстраивания, определенного как второй

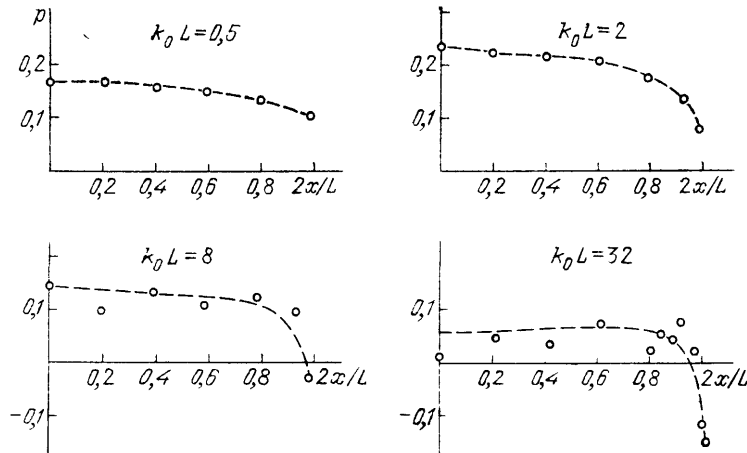


Рис. 6. Выстраивание возбужденных атомов в плоском слое толщины L

момент матрицы плотности возбужденных атомов⁵³. Результаты расчета величины p для плоского слоя различной оптической толщины приведены на рис. 6. Видно, что наиболее сильное выстраивание наблюдается в слое с оптической толщиной порядка 1. С ростом оптической толщины выстраивание в целом уменьшается, что соответствует оценкам работы⁵², где показано, что в центре слоя при $k_D L \gg 1$

$$p \sim \frac{1}{k_D L \ln^{1/2}(k_D L)}. \quad (8.4)$$

В соответствии с оценками работы⁵² в узкой области у границы выстраивание меняет знак. Это объясняется тем, что в центре слоя атомы возбуждаются в основном излучением, распространяющимся вдоль слоя, а на границе — выходящим из слоя.

В ситуации, рассмотренной выше, выстраивание создавалось неанизотропностью излучения в данной точке объема. Однако, даже если излучение изотропно (как, например, в центре сферического объема), но обладает конечной спектральной шириной, атом, имеющий скорость v , за счет эффекта Доплера воспринимает это излучение неанизотропно. Излучение, распределяющееся перпендикулярно движению атома, будет поглощаться более эффективно, чем распространяющееся коллинеарно. Это приведет к тому, что ансамбль атомов со скоростью v будет обладать выстраиванием с осью v , хотя в целом атомы неполяризованы.

Такое выстраивание по терминологии М. П. Чайки⁵² называется скрытым. Рассчитанное авторами методом Монте-Карло выстраивание атомов в центре сферы приведено на рис. 7. Видно, что с ростом скорости выстраивание может стать значительным, но атомов, имеющих такую скорость, чрезвычайно мало.

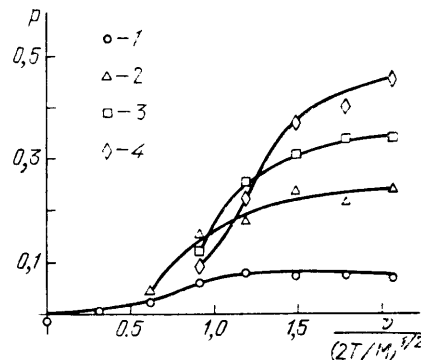


Рис. 7. Скрытое выстраивание в центре сферы.
1 — $h_0 R = 0,5$, 2 — $h_0 R = 2$, 3 — $h_0 R = 4$, 4 — $h_0 R = 8$

В заключение этого раздела можно сделать вывод, что эффекты поляризации слабо влияют на выход излучения. В то же время выстраивание изменяется в магнитном поле и наблюдение зависимости выстраивания (или деполяризации излучения) от напряженности поля может служить инструментом для определения атомных параметров, констант релаксации, магнитных характеристик и т. п.^{52, 53}. Однако рассмотрение этих вопросов выходит за рамки данного обзора.

9. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ЗАДАЧЕ О ПЛЕНЕНИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Процесс переноса излучения большой интенсивности весьма сложен. Даже если с двухуровневым изолированным атомом взаимодействует монохроматическая волна значительной амплитуды, то и в этом случае приходится принимать во внимание ряд трудно учитываемых эффектов: просветление, изменение спектра состава рассеянного излучения и т. д.⁵⁴. Рассмотрению только этого вопроса посвящена обширная литература. В вопросе же о взаимодействии с двухуровневой системой нескольких волн, обладающих разными частотами и направлениями, результатов практически нет. Поэтому в небольшом числе работ по переносу излучения большой интенсивности предполагалось ППЧ. В⁵⁵ задача решалась в двухуровневой постановке с сохранением числа атомов на обоих уровнях. Перейдя от координаты к новой переменной, фактически оптическому пути, авторы⁵⁵ получили уже линейное уравнение переноса, но в неизвестном масштабе. Получена оценка решения в полубесконечном пространстве и вычислен контур линии выходящего излучения. В⁵⁶ на основе асимптотической теории найдено решение задачи о распределении заселенности в плоском слое. Качественный вывод из работ^{55, 56} достаточно прозрачен: вынужденное излучение снижает оптическую толщину перехода и уменьшает степень изменения заселенности. В работе⁵⁷ методом Монте-Карло исследована задача о взаимодействии излучения большой интенсивности с газом двухуровневых атомов при доплеровском уширении. Вычислены коэффициенты пропускания и отражения для плоского слоя в зависимости от интенсивности падающего на слой излучения. Показано, что увеличение коэффициента отражения за счет градиента коэффициента поглощения несколько компенсирует эффект просветления. Отмечено, что при рассеянии пространственно ограниченного пучка эффект просветления изменяет индикатрису рассеянного назад излучения. Интенсивность становится более вытянутой в направлении «назад» — слой начинает работать как зеркало. На рис. 8 приведены изолинии заселенностей, на рис. 9 — индикатриса рассеянного излучения. В работе⁵⁸ также методом Монте-Карло решалась задача вычисления τ_{eff} для цилиндра при наличии вынужденного излучения в условиях доплеровского уширения. В начальный момент заселенности нижнего и верхнего состояний были равнены. Результат моделирования можно сформулировать так: при $k_0 R < 1$ τ_{eff} совпадает с радиационным временем жизни, при $k_0 R > 1$ τ_{eff} быстро выходит на асимптотику Холстейна. Под k_0 понимается «обобщенный» (с учетом вынужденного испускания) коэффициент поглощения в центре линии.

Следует заметить, что предположение о ППЧ не является очевидным при значительном возбуждении среды и становится заведомо несправедливым при наличии инверсии. В среде с инверсией происходит сужение частотного распределения, появляется сильная анизотропия излучения и так далее. Во всех случаях (и поглощения, и усиления) необходимо учитывать искажение контуров испускания и поглощения излучением.

При рассмотрении переноса излучения большой интенсивности в плотной плазме водородоподобных ионов в работах^{32–33} анализировалась функция перераспределения по частотам при штарковском уширении. В этом случае функция перераспределения начинает зависеть от интенсивности излучения.

При малой интенсивности результат близок к линейной теории, при очень сильной — наступает ППЧ при «полевом» уширении⁵⁴. В промежуточном случае задача чрезвычайно сложна, и функцию перераспределения можно найти только численно. Решение же задачи переноса излучения с такой

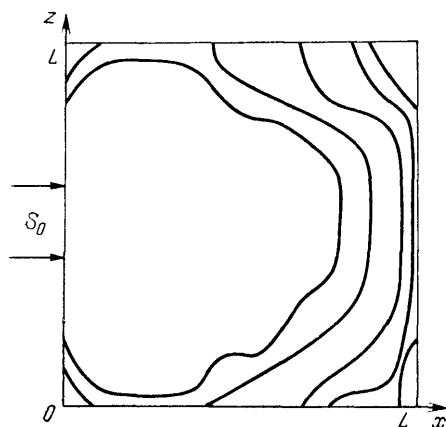


Рис. 8. Изолинии населенности возбужденного состояния при значительной интенсивности излучения.

Стрелками обозначено положение возбужденного луча

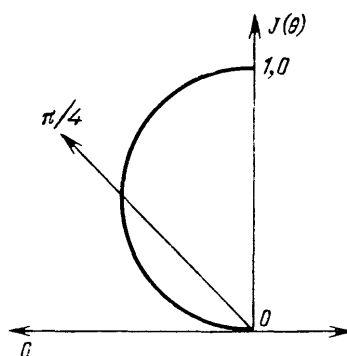


Рис. 9. Индикатриса излучения, рассеянного назад

функцией перераспределения, насколько нам известно, в литературе отсутствует. Таким образом, излучение проблем переноса излучения большой интенсивности находится в начальной стадии.

В работах^{59,60} рассматривается трехуровневая система атома, в которой между уровнями 3 и 2 осуществляется лазерный переход, а на переходе $3 \rightarrow 1$ — пленение излучения (рис. 10). Задача возникла в связи с интерпретацией экспериментов⁶¹, где было зафиксировано расхождение данных измерений и расчетов для генерации лазера. Попытки интерпретации заглаживания лэмбовского провала за счет столкновений приводили к аномально большим сечениям столкновений. Поэтому в^{59,60} «диффузия в провал» объяснялась изменением частоты при рассеянии света на переходе $3 \rightarrow 1$. Качественно это явление можно понять, если рассматривать формирование «дырок Беннета» на функции распределения возбужденных атомов по скоростям (на уровне 3) в присутствии пленения излучения. Наличие «дырок Беннета», как известно, связано с тем, что при доплеровском уширении линии с лазерным полем взаимодействует лишь небольшая часть атомов. Индуцированные переходы $3 \rightarrow 2$ для этой группы атомов и приводят к уменьшению числа атомов на уровне 3. При наличии пленения на переходе $3 \rightarrow 1$, атомы из других областей в состоянии 3 могут спонтанно перейти на уровень 1 и вернуться за счет поглощения в область взаимодействия. Возможно и обратное движение. Скорость первых переходов, очевидно, превалирует над скоростью вторых, в результате чего имеет место частичное «замазывание» провала. Теория этого явления, предложенная в^{59,60}, находится в количественном соответствии с данными эксперимента.

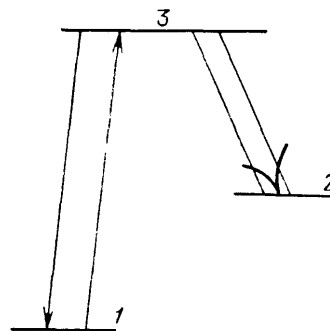


Рис. 10. Схема уровней к задаче о пленении в трехуровневой системе.

1 — основное состояние, 2 — нижний лазерный уровень, 3 — верхний уровень

10. ПЛЕНЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В СЛУЧАЕ СВОБОДНО-СВЯЗАННЫХ ПЕРЕХОДОВ

Радиационные свободно-связанные переходы в плазме можно формально сопоставить со связанными-связанными. Действительно, если предположить, что атом имеет только два состояния — основное и ионизационное, а также присутствует излучение, способное ионизовать атомы, то процессы переноса излучения в линиях и континууме формально совпадают. Основываясь на этой аналогии, авторы⁶² получили уравнение для концентрации ионов типа уравнения Бибермана — Холстейна:

$$\frac{dN_i}{dt} = -n_e N_i k_r + \int_V G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') n_e(\mathbf{r}') N_i(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}', \quad (10.1)$$

где k_r — коэффициент рекомбинации.

Если считать, что электроны и ионы образуются только за счет фотоионизации, то $n_e(\mathbf{r}) = N_i(\mathbf{r})$ и уравнение (10.1) становится нелинейным. Если предположить, что ионы данного сорта — малая добавка, а электроны составляет легко ионизируемая компонента, то $n_e(\mathbf{r})$ — величина известная, и уравнение (10.1) остается линейным. Авторы⁶², предполагая ППЧ для рекомбинационного континуума, перешли в уравнении (10.1) к приближению τ_{eff} , вынося $N_i(\mathbf{r})$ за знак интервала. Этот прием в данном случае не вполне очевиден. Предположение о ППЧ в этом случае не вызывает сомнений. Действительно, ППЧ достигается за счет столкновений свободного электрона с другими компонентами плазмы. Сечения столкновений с изменением скорости, как правило, много больше соответствующего сечения для фоторекомбинации. Для того, чтобы метод был оправдан, необходимо еще совпадение частотных характеристик коэффициентов испускания и поглощения⁶³. В данном случае это как раз не так, и точность приближения τ_{eff} может оказаться невысокой. Как показано в⁶³ на модельном примере, расхождения с точным решением может достигать порядка величины». В случае рекомбинационного континуума средняя длина свободного пробега кванта является конечной величиной и по порядку равна длине пробега на границе континуума. Более естественным является диффузионное приближение, однако решение уравнения (10.1) в этом приближении не производилось, так что окончательного заключения о точности приближения в настоящий момент не сделано.

Менее обоснованным, чем для переноса в линиях, является и приближение двух уровней. Действительно, рекомбинировать электрон может и на возбужденный уровень, что ведет к «дроблению» кванта.

Небольшое число работ, касающихся переноса в рекомбинационном континууме, косвенно свидетельствует и о том, что формирование ионизационного состояния излучением — относительно редкая ситуация, в отличие от пленения излучения в линиях.

11. СОВМЕСТНЫЙ ПЕРЕНОС ВОЗБУЖДЕНИЯ

При рассмотрении ряда экспериментальных ситуаций наряду с учетом чисто радиационного механизма переноса необходима оценка влияния собственного перемещения возбужденных атомов. Хаотическое движение последних можно интерпретировать как процесс диффузии. При этом коэффициент диффузии возбужденных атомов определяется не газокINETической длиной свободного пробега l , а эффективной⁶⁴:

$$l_{eff}^{-1} = l^{-1} + \frac{\gamma + \alpha}{\langle v \rangle}, \quad (11.1)$$

$\langle v \rangle$ — средняя скорость атома. Последнее слагаемое в (11.1) учитывает уменьшение длины свободного пробега вследствие высвечивания и тушения

Аналитическое исследование влияния диффузии атомов проведено в работах ⁷¹⁻⁷³; численные расчеты описаны в ^{74,75}. Экспериментальная проверка некоторых теоретических результатов выполнена в ⁷⁶. Для наших целей прежде всего следует иметь в виду результаты простых оценок, а также упомянутых выше численных и экспериментальных исследований, из которых следует, что для оптически разрешенного перехода собственная диффузия атомов может конкурировать с переносом излучения только в тонком слое вблизи границ объема и не меняет существенным образом общей картины процесса. Если вероятность γ мала, то роль движения атомов может стать преобладающей. Критерием отсутствия влияния диффузии возбужденных атомов может служить соотношение

$$\frac{\langle v \rangle l_{\text{eff}}}{L^2} \ll \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} . \quad (11.2)$$

Если среда движется со скоростью v , то это скажется на населенности возбужденных атомов при условии, что

$$\frac{v}{L} \gtrsim \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} . \quad (11.3)$$

Данное условие часто реализуется при вычислении плотности возбужденных атомов перед фронтом ударной волны ⁷⁷⁻⁷⁹.

12. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение подведем некоторые итоги и обозначим смежные и нерешенные вопросы.

Теория переноса при ППЧ в настоящее время близка к завершению. Определение области применимости, детальное сравнение с экспериментом, большое количество задач, решенных в асимптотической области, а также приближенными и численными методами — все это позволяет сделать такой вывод. Сложнее обстоит дело при сильном отступлении от упрощенных условий линейной двухуровневой задачи. Перенос излучения большой интенсивности, взаимодействие излучения с большим числом уровней атома — эти вопросы разработаны еще далеко не полно. Трудность теоретического анализа состоит здесь в нелинейности характера уравнений. Следует еще отметить, что перенос излучения в этих случаях необходимо рассматривать совместно с другими кинетическими процессами и гидродинамическим движением среды.

Также далека от завершения теория переноса при НПЧ. Хотя функции перераспределения по частотам для многих случаев уширения вычислены, примеров решения конкретных задач при НПЧ пока еще очень немного. Появление новых объектов исследования, например, лазерной плазмы, требует построения теории в условиях, резко отличающихся от традиционно рассматриваемых. Работы, в которых оба фактора: НПЧ и нелинейность проявляются одновременно, вообще единичны. В этом направлении теория делает лишь первые шаги. Результаты теории переноса в предположении ППЧ, как правило, адекватно описывают физические процессы, наблюдаемые в лабораторном эксперименте. Отдельные параметры, когда ППЧ не выполняется, приведены в п. 5—7; из них видно, что отклонение от ППЧ приводит к значительным различиям в наблюдаемых величинах. Однако наибольший интерес теория переноса при НПЧ представляет для решения задач, связанных с экстремальным состоянием среды: при исследовании сильных ударных волн, лазерной плазмы, плазмы сильноточных разрядов и других объектов, в которых образуются ионы высокой кратности Z . Как показывают оценки, в этих условиях по ряду причин (в основном из-за увеличения скорости спонтанных переходов пропорционально Z) ППЧ перестает выполняться.

Однако перенос излучения в этих объектах является весьма важным, но не единственным фактором. При моделировании необходимо учитывать еще условия диссипации энергии, гидродинамику, кинетику ионизации, перенос в сплошном спектре и т. п. «Чистые» эксперименты, выделяющие одну только роль пленения излучения, указать очень трудно. Описанные выше подходы при решении задач переноса в условиях НПЧ являются в то же время неотъемлемой частью более общего, комплексного расчета.

В настоящем обзоре рассматривался перенос излучения в условиях, когда среда далека от состояния равновесия, в том числе обсуждались предельно неравновесные ситуации, когда скорости радиационных процессов много больше скоростей столкновительных процессов. Однако перенос излучения в линиях может играть важную роль и в условиях ЛТР. Не меняя заселенностей уровней явно, излучение сказывается на них косвенно — за счет теплообмена. Большая серия работ в этом направлении выполнена В. Г. Севастьяненко с соавторами (см., например, ⁶⁶).

Сосредоточив свое внимание на переносе в спектрах атомов и ионов, авторы не затрагивали вопросов радиационного переноса в молекулярных средах. Серия работ о переносе излучения в спектрах двухатомных молекулах ^{67,68} была построена по аналогии с переносом в атомарных спектрах. В приближении «прострельного вылета» фотонов был решен ряд задач атмосферной оптики ^{69,70}.

Следует отметить, однако, что аналогия с атомами не является далеко идущей и проблема переноса в молекулярных спектрах по-прежнему остается актуальной как в плане обоснования исходных уравнений, так и при решении прикладных задач.

Институт теоретической и прикладной механики
СО АН СССР, Новосибирск

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболев В. В. Перенос лучистой энергии в атмосфере звезд и планет.— М.: Гостехиздат, 1965.
2. Иванов В. В. Перенос излучения и спектры небесных тел.— М.: Наука, 1969.
3. Михалас Д. Звездные атмосферы. Ч. 1, 2.— М.: Мир, 1982.
4. Нагирнер Д. П. Теория переноса излучения в спектральных линиях//Итоги науки и техники. Сер. «Астрономия».— М.: ВИНТИП АН СССР, 1983.— С. 220.
5. Compton K.//Phys. Rev. 1922. V. 29. P. 283.
6. Milne E.//J. Lond. Math. Soc. 1926. V. 1. P. 40.
7. Zetansky M.//Phys. Rev. 1927. V. 29. P. 513.
8. Биберман Л. М.//ДАН СССР. 1940. Т. 27. С. 920.
9. Биберман Л. М.//ЖЭТФ. 1947. Т. 17. С. 416.
10. Holstein T.//Phys. Rev. 1947. V. 72. P. 1212.
11. Van Trigt C.//Ibidem. Ser. A. 1976. V. 13. P. 734.
12. Alpert A., McCoubay A., Holstein T.//Phys. Rev. 1949. V. 76. P. 1257.
13. Van Tongeren H.//J. Appl. Phys. 1973. V. 45. P. 89.
14. Булышев А. Е., Суворов А. Е.//Физ. плазмы. 1986. Т. 12. С. 38.
15. Суворов А. Е.//ЖЭТФ. 1987. Т. 92. С. 444.
16. Дьяконов Н. Н., Перель В. Н.//ЖЭТФ. 1966. Т. 47. С. 1483.
17. Вдовин Ю. А., Ермаченко В. М.//ЖЭТФ. 1968. Т. 54. С. 148.
18. Векленко Б. А., Ткачук Г. Б.//Опт. и спектр., 1975. Т. 38. С. 1132.
19. Левинсон Н. Б.//ЖЭТФ. 1978. Т. 75. С. 234.
20. Hummer D. G.//Mon. Not. RAS. 1962. V. 125. P. 24.
21. Hummer D. G.//Ibidem. 1969. V. 145. P. 95.
22. Hearn A. G.//Proc. Phys. Soc. 1964. V. 84. P. 11.
23. Klotz C., Anderson V.//J. Chem. Phys. 1972. V. 56. P. 120.
24. Van Trigt C.//Phys. Rev. Ser. A. 1976. V. 13. P. 73.
25. Преображенский Н. Г., Суворов А. Е.//Опт. и спектр., 1978. Т. 45. С. 1062.
26. Булышев А. Е., Малкин В. Г., Преображенский Н. Г., Суворов А. Е.//Тезисы докладов Всесоюзного совещания по квантовой химии.— Новосибирск, 1978.— С. 47.

27. Bulishev A. E., Suvorov A. E., Kraulinaya E. K., Liepa S. Ya., Skudra A. Ya.//VI Intern. Conference of Atomic Physics.— Riga, 1978.— P. 270.
28. Басов Н. Г., Михайлов Ю. А., Склизков Г. В., Федотов С. П.//Итоги науки и техники. Сер. «Радиофизика».— М.: ВИНТИ СССР. 1984.— Т. 25.
29. Лисица В. С.//УФН. 1977. Т. 122. С. 449.
30. Кудрин Л. П. Статистическая физика плазмы.— М.: Атомиздат, 1974.— С. 459.
31. Вайнштейн Л. А., Собельман И. И., Юков Ю. А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий.— М.: Наука, 1979.
32. Булышев А. Е., Преображенский Н. Г., Суворов А. Е.//ДАН СССР. 1987. Т. 296. С. 91.
33. Булышев А. Е., Преображенский Н. Г., Суворов А. Е.//Физ. плазмы. 1987. Т. 13. С. 1221.
34. Грим Р. Уширение спектральных линий в плазме.— М.: Мир, 1978.
35. Adams T., Hummer D. G., Rybicki G.//J. Quantit. Spectr. and Rad. Transfer. 1971. V. 11. P. 1365.
36. Osterbrock D. E.//Astrophys. J. 1962. V. 135. P. 195.
37. Harrington J. P.//Mon. Not. RAS. 1973. V. 162. P. 43.
38. Баско М. М.//ЖЭТФ. 1978. Т. 75. С. 1278.
39. Frish H.//Astron. and Astrophys. 1980. V. 87. P. 357.
40. Hummer D. G., Kunasz P. B.//Astrophys. J. 1980. V. 236. P. 609.
41. Avery L. W., House L. L.//Ibidem. 1968. V. 152. P. 493.
42. Ferland G., Netzer H.//Ibidem. 1979. V. 239. P. 274.
43. Bonilha J. R., Ferch R. L., Salpeter E. E., Slater G., Noerdlinger P. D.//Ibidem. V. 233.
44. Баско М. М.//Астрофизика. 1981. Т. 17. С. 125.
45. Adams T. F.//Astrophys. J. 1972. V. 174. P. 439.
46. Jeffries J., White O.//Ibidem. 1960. V. 132. P. 767.
47. Huber D. L.//Phys. Rev. 1969. V. 178. P. 93.
48. Payne M. G., Talmage J. E., Hurst G. S., Wagner E. B.//Ibidem. Ser. A. 1974. V. 9. P. 1050.
49. Post H. A.//Ibidem. 1986. V. 33. P. 2003.
50. Post H. A.//Ibidem. P. 2017.
51. Перель В. П., Рогова И. В.//ЖЭТФ. 1973. Т. 75. С. 1012.
52. Чайка М. П. Интерференция вырожденных атомных состояний.— Л.: Изд-во Ленингр. ун-та. 1975.— С. 191.
53. Преображенский Н. Г., Суворов А. Е. Эффект Ханле в полупрозрачном газе: Препринт ИТПМ СО АН СССР № 2.— Новосибирск, 1978.
54. Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы.— М.: Мир, 1978.
55. Абрамов Ю. Ю., Дыхне А. М., Напартович А. П.//ЖЭТФ. 1967. Т. 56. С. 536.
56. Абрамов Ю. Ю., Дыхне А. М., Напартович А. П.//ЖЭТФ. 1969. Т. 56. С. 654.
57. Булышев А. Е., Денисов В. И., Преображенский Н. Г., Суворов А. Е.//Опт. и спектр. 1986. Т. 61. С. 871.
58. Булышев А. Е., Денисов В. И., Преображенский Н. Г., Суворов А. Е.//Ibidem. 1985. Т. 59. С. 696.
59. Бетеров П. М., Матюгин Ю. А., Раутман С. Г., Чеботаев В. П.//ЖЭТФ. 1970. Т. 58. С. 1243.
60. Дьяконов Н. И., Перель В. И.//ЖЭТФ. 1970. Т. 58. С. 1090.
61. Кольченко А. П., Раутман С. Г.//Опт. и спектр. 1969. Т. 27. С. 368.
62. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Лагарьков А. Н.//Ibidem. 1965. Т. 19. С. 326.
63. Васильев А. П., Коган В. И.//ДАН СССР. 1966. Т. 170. С. 1044.
64. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы.— М.: Наука, 1982.
65. Griem H. R.//Basic Plasma Physics 1/Gen. Eds M. N. Rosebluth, R. Z. Sagdeev.— Amsterdam: North-Holland, 1983.— P. 73.
66. Ковальская Г. А., Севастьяненко В. Г.//Свойства низкотемпературной плазмы и методы ее диагностики.— Новосибирск: Наука, 1977.
67. Kruglov V. I., Khodyko Yu. V.//Heat and Mass Transfer. 1978. V. 21. P. 163.
68. Круглов В. И., Катковский Л. В., Ходыков Ю. В.//Инж.-физ. ж. 1979. Т. 36. С. 284.
69. Смирнов Б. М., Шлянников Г. В.//УФН. 1980. Т. 130. С. 377.
70. Остроухова П. П., Шлянников Г. В.//ЖЭТФ. 1978. Т. 74. С. 1257.

71. Векленко Б. А.//Изв. вузов. Сер. «Физика». 1960. № 2. Т. 64.
72. Лагарьков А. Н.//Теоретические и прикладные вопросы рассеяния света. Минск: Наука и техника. 1971. С. 114.
73. Лагарьков А. Н., Медведева Н. А.//J. Quantit. Spectr. and Rad. Transfer. 1973. V. 13. P. 209.
74. Hummer D. G., Kunasz P. B.//Ibidem. 1976. V. 16. P. 77.
75. Kunasz C. V., Kunasz P. B.//Comput. Phys. Commun. 1977. V. 10. P. 304.
76. Zajtse A. G., Phelps A. V.//Phys. Rev. Ser. A. 1981. V. 23. P. 24.
77. Биберман Л. М., Векленко Б. А.//ЖЭТФ. 1969. Т. 37. С. 164.
78. Лагарьков А. Н., Якубов П. Т.//Опт. и спектр. 1983. Т. 14. С. 164.
79. Лагарьков А. Н., Медведева Н. А.//J. Quantit. Spectr. and Rad. Transfer. 1973. V. 13. P. 225.
80. Биберман Л. М.//Низкотемпературная плазма.— М.: Мир, 1967.— С. 90.
81. Векленко Б. А., Ткачук Г. В.//Опт. и спектр. 1976. Т. 44. С. 621.