

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

538.3:533.95

**ФИЗИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ  
ПЛАЗМЕННО-ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ****C. С. Калмыкова, В. И. Курилко**

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение . . . . .	681
2. Классическая линейная теория коллективного плазменно-пучкового взаимодействия . . . . .	682
2.1. Исходные уравнения и аналитические асимптотики спектра одномерных пространственно-периодических возмущений. 2.2. Особенности методического аппарата классической теории. 2.3. Сравнительный анализ результатов и выводов классической теории.	
3. Лагранжева динамика процессов спонтанного возбуждения и индуцированного поглощения поля продольных колебаний плазмы частицами пучка . . . . .	689
3.1. Конфигурация поля заряда, равномерно и прямолинейно движущегося в однородной изотропной плазме. 3.2. Поле гармонически модулированного пучка. 3.3. Обратное влияние поля на пучок. 3.4. Механизм группировки частиц пучка в когерентные струи. 3.5. Механизм передачи энергии пучка полю.	
4. Заключение . . . . .	698
Приложение. Кулоновское поле гармонически модулированного пучка в изотропной плазме . . . . .	699
Список литературы . . . . .	700

## I. ВВЕДЕНИЕ

Начало развития теоретических исследований коллективных плазменно-пучковых взаимодействий было положено классическими работами Ахиезера — Файнберга<sup>1, \*)</sup> и Бома — Гросса<sup>2</sup> (см. также<sup>3, 4</sup>). К настоящему времени эти исследования образовали самостоятельное направление теоретической физики плазмы — теоретическую плазменную электронику сверхвысоких частот. Ее фундаментальные результаты (см., например,<sup>4—34 \*\*</sup>) послужили основой для разработки оригинальных методов исследований и технических решений, а также создания новых исследовательских установок, приборов и технологий. Тем не менее вплоть до настоящего времени физическую теорию плазменно-пучковых неустойчивостей нельзя было считать полностью завершенной даже применительно к их линейной стадии. Дело в том, что на начальном этапе развития этой теории преобладал формализованный подход, который ограничивал возможности выявления физических механизмов, ответственных за обмен энергией между частицами пучка и возбуждаемыми ими в плазме высокочастотными полями. Поэтому с самого начала зарождения теоретической электроники сверхвысоких частот<sup>1, 3—7</sup>

\*) Эта работа выполнена в 1948 г.

\*\*) Здесь и ниже мы цитируем, в первую очередь, обобщающие публикации, в которых изложены результаты теории плазменно-пучковых неустойчивостей и можно найти подробные ссылки на соответствующие оригинальные работы.

наметился интерес к изучению этих механизмов. В дальнейшем этот интерес проявился как в росте количества новых публикаций по данной теме, так и в повышении их методического уровня, а именно, с течением времени в них наблюдался последовательный переход от формулировок качественных предположений относительно физической природы указанных механизмов к количественной реконструкции динамики процесса развития неустойчивости на основе анализа деталей движения и излучения индивидуальных зарядов пучка в плазме. Наиболее полно эта тенденция отражена в работах<sup>35–40</sup>, где основные характеристики гидродинамических коллективных процессов были установлены на основе анализа конфигурации поля и интенсивности спонтанного излучения движущихся зарядов<sup>35–39</sup>, а также динамики их движения в результате вынуждающем поле<sup>35–40</sup>\*). Вместе с тем совокупность материалов теоретических исследований данного направления до сих пор не была систематизирована и обобщена. Поэтому, в частности, даже для классической гидродинамической неустойчивости моноэнергетического пучка в изотропной плазме не были достаточно полно выявлены и освещены причины появления порога этой неустойчивости на оси волновых чисел возмущений, взаимосвязь теплового движения и когерентности элементарных излучателей, а также физическая роль коллективных эффектов в частотных спектрах возбуждаемых волн. Детальный анализ этих вопросов показывает, что для их выяснения необходимо расширение методической базы теории. Изложение методов и результатов этого анализа составляет основное содержание данной работы.

## 2. КЛАССИЧЕСКАЯ ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ КОЛЛЕКТИВНОГО ПЛАЗМЕННО-ПУЧКОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

### 2.1. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ И АНАЛИТИЧЕСКИЕ АСИМПТОТИКИ СПЕКТРА ОДНОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Пусть в однородной холодной и изотропной слабостолкновительной плазме со стационарной равновесной плотностью  $N_p$  движется скомпенсированный по заряду и току пучок электронов с пространственно-однородной и стационарной во времени равновесной плотностью  $N_b$  и максвелловской функцией распределения по скоростям с максимумом в точке  $v = V_b$ . Динамику развития во времени амплитуд малых одномерных возмущений рассматриваемого равновесного состояния описывает самосогласованная линеаризованная система уравнений, состоящая из уравнения Пуассона для поля  $\tilde{E}_z$  продольных колебаний плазмы, соответствующего возмущению плотности заряда пучка и плазмы  $\tilde{\rho}(z, t)$

$$\frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z(z, t) = 4\pi \tilde{\rho}(z, t) = 4\pi e \int dv \tilde{f}(v, z, t), \quad (2.1a)$$

и кинетического уравнения для вынужденной этим полем высокочастотной добавки  $\tilde{f}(v, z, t)$  к равновесной функции распределения частиц пучка и плазмы по скоростям  $f_0(v)$ :

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial t} + v \frac{\partial \tilde{f}}{\partial z} + \frac{e}{m} \tilde{E}_z \frac{\partial f_0(v)}{\partial v} = -v \tilde{f}, \quad (2.1b)$$

где  $v$  — эффективная частота столкновений.

\*) Процессы спонтанного и вынужденного взаимодействия частиц пучка с полем мы различаем по функциональным зависимостям их интенсивностей от заряда частицы и амплитуды поля<sup>41</sup>: интенсивность первого пропорциональна квадрату заряда и не зависит от амплитуды поля, а интенсивность второго квадратична по обоим этим параметрам.

Ниже мы ограничимся рассмотрением одномерных пространственно-периодических возмущений малой амплитуды, характеризуемых волновым числом  $k = k_z$ . Соответствующее уравнение спектра собственных волн рассматриваемой системы в простейшем случае холодной плазмы и максвелловского распределения частиц пучка по скоростям с максимумом в точке  $v = V_b$  имеет вид<sup>8, 11, 13, 18, 24</sup>:

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + iv)} + \frac{1}{k^2 a^2} \cdot \left( 1 + \frac{i\sqrt{\pi}\delta}{|k|v_T} \cdot W\left(\frac{\delta}{|kv_T|}\right) \right) = 0, \quad (2.2)$$

где

$$W(x) = e_0^{-x^2} \left( 1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^x dt e_0^{t^2} \right), \quad \delta = \omega - kV_b, \quad a = v_T/\omega_b, \quad e_0 = 2,71. \quad (2.3)$$

Наибольший интерес представляют аналитические асимптотики решений этого уравнения  $\omega(k)$ , соответствующие предельному случаю относительна малых (по сравнению с плотностью плазмы) значений плотности пучка. В общем случае эти асимптотики зависят не непосредственно от приведенной плотности пучка  $N_b/N_p$ , а от безразмерного параметра  $\mu = (N_b V_b^3 / N_p v_T^2)$ , определяемого относительной величиной интенсивности  $(N_b/N_p)$  и теплового разброса частиц пучка  $(v_T/V_b)$ . В частности, при  $\mu \ll 1$  комплексный пучковый сдвиг частоты  $\delta = \delta' + i\delta''$  оказывается пропорциональным плотности пучка и обратно пропорциональным его температуре:

$$\max \delta_{\text{кин}}''(k) = \frac{V_b}{8e_0} \frac{N_b}{N_p} \frac{V_b^2}{v_T^2} \omega_p, \quad e_0 = 2,71 \dots \quad (2.4)$$

При сравнительно малой величине теплового разброса, когда выполнена сильное неравенство  $\mu \gg 1$ , комплексный пучковый сдвиг частоты  $\delta_{\text{гд}}$  нелинейно зависит от плотности тока пучка и оказывается при этом существенно большим (2.4):

$$\begin{aligned} \delta_{\text{гд}}''(k) &= \frac{\pm \omega_b}{[2|1 - (kV_b/\omega_p)|]} \times 1, \quad 1 \gg \frac{kV_b}{\omega_p} - 1 \gg \left( \frac{N_b}{N_p} \right)^{1/3}, \\ &\quad \times i, \quad 1 \gg 1 - \frac{kV_b}{\omega_p} \gg \left( \frac{N_b}{N_p} \right)^{1/3}, \end{aligned} \quad (2.5a)$$

$$[\delta_{\text{гд}}''(k)]_{\text{max}} = \left( \frac{N_b}{2N_p} \right)^{1/3} e_0^{\pi i/3}, \quad \left| 1 - \frac{kV_b}{\omega_p} \right| \ll \left( \frac{N_b}{N_p} \right)^{1/3} \ll 1. \quad (2.5b)$$

Качественный график, иллюстрирующий зависимость  $\delta_{\text{гд}}''(k)$ , приведен на рис. 1.

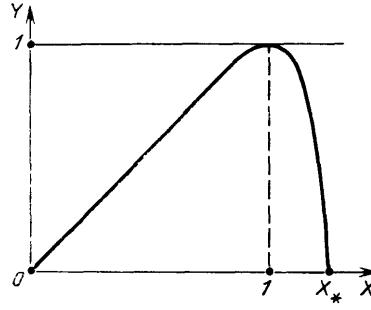


Рис. 1. Качественная зависимость безразмерного инкремента  $Y \equiv \delta_{\text{гд}}''(k)/\text{Max } \delta_{\text{гд}}''(k)$  от безразмерного продольного волнового числа  $X \equiv kV_b/\omega_p$

## 2.2. Особенности методического аппарата классической теории

Формулы (2.4) и (2.5) отражают существование аналитических результатов самосогласованной линейной теории спектров плазменно-пучковой неустойчивости. Описываемые этими формулами функциональные зависимости инкрементов плазменно-пучковой неустойчивости от внешних параметров пучка и плазмы, а также волнового числа возмущения  $k$  хорошо известны и неоднократно были приведены в цитированной выше литературе по теории коллективных плазменно-пучковых неустойчивостей. Тем не менее физическая природа этих закономерностей в течение длительного времени остава-

лась не выясненной. Существо вопросов, представляющих первоочередной научно-методический и прикладной интерес, можно свести к двум ключевым, а именно:

как конкретно условия излучения и характеристики поля спонтанного излучения индивидуальных зарядов связаны с основными параметрами коллективных неустойчивостей (условиями их развития и инкрементами); а также

каковы физические механизмы, приводящие к существенному увеличению потерь энергии каждой частицей пучка по сравнению с потерями энергии индивидуального излучателя в тех же условиях.

Следует заметить, что попытки выяснения физической природы рассматриваемой гидродинамической плазменно-пучковой неустойчивости неоднократно предпринимались ранее, начиная с основополагающей работы<sup>1</sup> (см. <sup>3–8, 11–13, 21, 25, 26, 31, 35, 40</sup>). Однако вследствие недостаточного совершенства методического аппарата теории и специфики его исторического развития соответствующие окончательные выводы нередко оказывались в различной степени обоснованными предположениями. Действительно, с самого начала своего развития самосогласованная теория плазменно-пучковых неустойчивостей опиралась на идеологию и методы теории дисперсии линейных возмущений в потоках жидкостей и газов. Поэтому наиболее широко используемыми моделями соответствующих плазменных систем являются модели многокомпонентных жидкостей. В таких моделях каждый из компонентов характеризуют эйлеровыми переменными — плотностью и скоростью частиц, их зарядом и массой. Выбор эйлеровых переменных существенно облегчает задачу учета самосогласованных полей, уравнения Максвелла (Пуассона) для которых также записаны именно в этих переменных. Главным достоинством такого подхода является возможность относительно просто и быстро установить условия развития неустойчивости и зависимость инкрементов от внешних параметров системы. Вместе с тем вклады от индивидуальных частиц пучка в количественные характеристики этих условий и инкрементов оказываются скрытыми. Естественно, что при этом возможности контроля вкладов спонтанного и индуцированного излучения частиц пучка в динамику процесса развития неустойчивости, а также степени когерентности этого излучения оказываются ограниченными. Исключение составляет лишь предельный случай стремящихся к нулю значений плотности тока пучка, когда выполнено сильное неравенство  $\mu \ll 1$ . В этом предельном случае кинетический инкремент (2.4) однозначно определен потерями энергии элементарных зарядов пучка в плазме и функцией распределения их по скоростям. Впервые этот подход, основанный на методе коэффициентов Эйнштейна, был использован в работе<sup>5</sup> для теоретического моделирования магнитотормозных неустойчивостей слабоинтенсивных потоков несфазированных осцилляторов, врачающихся во внешнем магнитном поле. Эта работа положила начало развитию самостоятельного направления теоретической физики плазмы<sup>9, 11, 19</sup>, в рамках которого был получен, в частности, и кинетический инкремент (2.4) черепковской неустойчивости потока свободных (не осциллирующих) заряженных частиц в холодной изотропной плазме<sup>42</sup>. Однако по самой физической природе исходных предположений, положенных в основу метода коэффициентов Эйнштейна, он применим только для описания ограниченного класса кинетических неустойчивостей, соответствующих стремящимся к нулю плотностям потоков заряженных частиц, и не может быть использован для моделирования гидродинамических неустойчивостей, соответствующих конечным значениям интенсивности пучка<sup>5</sup>.

Суммируя вышеизложенное, следует заключить, что даже качественный анализ методического аппарата классической теории гидродинамических плазменно-пучковых неустойчивостей демонстрирует неадекватность этого аппарата задаче выяснения физической природы этих неустойчивостей. В принципе, наиболее полную информацию по этим вопросам может дать

решение трехмерного кинетического уравнения для частиц пучка методом характеристик (в переменных Лагранжа) и трехмерного уравнения Пуассона для создаваемого ими поля в плазме — методом функции Грина. Однако ввиду существенной сложности такой подход до сих пор был использован редко (см., например, <sup>13, 35, 43–45</sup>). Что же касается нелинейной стадии развития гидродинамических неустойчивостей, на которой без лагранжевых переменных обойтись нельзя, то при ее теоретическом моделировании приходится использовать вычислительную технику и дополнительные сильные упрощающие предположения, которые существенно ограничивают возможности контроля механизмов обмена энергией между частицами пучка и возбуждаемыми ими полями <sup>26, 28, 30</sup>.

Таким образом, ввиду сложности динамики развития гидродинамической плазменно-пучковой неустойчивости и особенностей становления методической базы соответствующей классической теории основные физические механизмы, ответственные за развитие указанных неустойчивостей, оказались скрытыми и были изучены в меньшей степени, чем того требуют современный научно-методический уровень теории и ее приложения.

### 2.3. Сравнительный анализ результатов и выводов классической теории

Сформулированное выше утверждение о неадекватности методического аппарата классической теории гидродинамических неустойчивостей задаче выяснения их физической природы убедительно подтверждает сравнительный анализ основных результатов и выводов предшествующих работ данного направления. Для большей четкости изложения ниже мы остановимся более подробно на обсуждении физического содержания соответствующих конкретных вопросов.

#### 2.3.1. Пороговое волновое число

Пороговый характер зависимости коллективного гидродинамического инкремента  $\delta_{\text{гд}}$  от волнового числа возмущения  $k$  следует из решения общего уравнения спектра: неустойчивость пучка может иметь место (инкремент отличен от нуля и положителен) только в том случае, когда длина волны возмущения достаточно велика (см. <sup>13</sup>, а также рис. 1):

$$k < k_* = \frac{\omega_p}{V_b} \left[ 1 + \left( \frac{N_b}{N_p} \right)^{1/3} \right]^{3/2}. \quad (2.6a)$$

Пороговый характер зависимости инкремента гидродинамической неустойчивости  $\delta_{\text{гд}}$  от волнового числа  $k$  хорошо известен, однако до сих пор не получил убедительного объяснения. Предпринимались попытки, в частности, объяснить этот эффект изменением характера сил кулоновского взаимодействия частиц пучка с плазмой при изменении знака ее динамической диэлектрической проницаемости  $\epsilon_p^1 = \text{Re } \epsilon_p = 1 - (\omega_p^2/\omega^2)$  (см., например, <sup>33, 46</sup>). Можно, однако, показать, что такое объяснение не раскрывает существа механизма взаимодействия частиц пучка с возбуждаемым ими полем. Действительно, формально функция  $\epsilon_p^1(\omega)$  меняет знак в точке  $\omega = \omega_p$ . При этом она отрицательна именно в области неустойчивости пучка. Однако из этого формального совпадения совершенно не следует, что при переходе через это значение частоты изменяется знак силы кулоновского взаимодействия частиц пучка. Установленные ранее факты <sup>35</sup> свидетельствуют об отсутствии существенного влияния кулоновских полей частиц пучка в плазме на динамику процесса развития гидродинамической неустойчивости при относительно малых плотностях тока пучка, когда выполнены сильные неравенства  $N_b \ll N_p$ ,  $\mu \gg 1$ . В самом деле, группировка частиц пучка в когерентно излучающие сгустки, необходимая для развития рассматриваемой неустойчивости, обеспечивается не кулоновским полем пучка (которое

в плазме оказывается равным нулю), а полями возбуждаемых пучком в плазме продольных плазменных волн (поляризационных колебаний плазмы, синхронизуемых в пространстве пучком; подробнее см.<sup>35</sup> и п. 3.2). Во-вторых, это волновое поле не зависит от знака  $\epsilon_p^1(\omega)$ . Последний, в свою очередь, в рассматриваемом нами одномерном случае определяет не знак поля  $\tilde{E}_z$ , а знак продольного градиента этого поля, возбуждаемого соответствующей компонентой Фурье плотности заряда пучка  $\tilde{\rho}_b(z, \omega)$ :

$$\frac{d}{dz} \tilde{E}_z(z, \omega) = \frac{4\pi \tilde{\rho}_b(z, \omega)}{\epsilon_p(\omega)} \quad (2.66)$$

Таким образом, объяснение физической природы границы области устойчивости пучка на оси волновых чисел возмущений изменением характера сил кулоновского взаимодействия частиц пучка нельзя признать убедительным. С другой стороны, из результатов<sup>35</sup> следует, что переход через пороговое значение волнового числа возмущения изменяет знак эффекта обратной связи в системе; именно это изменение и является основной причиной пороговой зависимости инкремента  $\delta''_{rd}$  от длины волны начального возмущения.

### 2.3.2. Зависимость максимального инкремента от плотности пучка

Для выяснения физической природы рассматриваемой неустойчивости особое значение имеет тот факт, что функциональная зависимость максимального инкремента от плотности пучка существенно изменяется с ростом этой плотности. Такое изменение демонстрирует, в частности, сравнение инкрементов (2.4) и (2.5a), (2.5b), описывающих кинетическую и гидродинамическую

асимптотики этой неустойчивости соответственно. А именно: если при малых плотностях пучка ( $m \ll 1$ ) максимальный инкремент (2.4) пропорционален безразмерному параметру приведенной интенсивности пучка  $\mu$  (т. е. линеен по плотности пучка  $N_b$ ), то при достаточно больших плотностях ( $m \gg 1$ ) этот инкремент растет пропорционально корню кубическому из плотности пучка (см. формулу (2.5b) и рис. 2). Такое существенное изменение характера данной зависимости свидетельствуют о том, что при  $m \approx 1$  происходит смена одного механизма коллективного взаимодействия пучка с плазмой другим. Однако вопрос о том, чем физически отличаются процессы такого взаимодействия по обе стороны от точки  $m = 1$  (то есть при  $m \ll 1$  и  $m \gg 1$ ), до

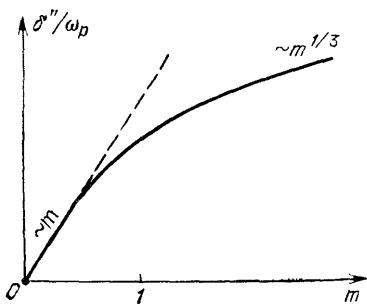


Рис. 2. Качественная зависимость инкремента  $y = \delta''_{max}/\omega_p$  от приведенного параметра интенсивности пучка  $x = m$

сих пор не был с необходимой степенью полноты освещен в литературе по теории плазменно-пучковых неустойчивостей. Наиболее существенную исходную информацию по этому вопросу дает рассмотрение деталей процедуры расчета кинетического инкремента из потерь энергии частиц пучка в плазме методом коэффициентов Эйнштейна<sup>5, 9, 11, 19</sup>, а также анализ физического содержания условий перехода от кинетической к гидродинамической асимптотике инкремента с ростом параметра  $m$ . Действительно, в этой процедуре отчетливо видно, что кинетический инкремент пропорционален сумме интенсивностей индуцированного излучения индивидуальных зарядов пучка<sup>11</sup>:

$$\delta''_{kin}(\mathbf{k}) = \frac{\dot{N}_{\mathbf{k}}}{N_{\mathbf{k}}} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d_{\mathbf{p}} w_{\mathbf{p}}(\mathbf{k}) \left( \hbar \mathbf{k} \cdot \frac{df_0}{d\mathbf{p}} \right); \quad (2.7)$$

$$w_{\mathbf{p}}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\hbar \omega(\mathbf{k})} \left( \mathbf{v}, \frac{d\mathbf{p}}{dt} \right), \quad (2.7')$$

$$N_{\mathbf{k}} = [8\pi \hbar \omega(\mathbf{k})]^{-1} |\mathbf{E}_{\mathbf{k}}|^2; \quad (2.7'')$$

здесь  $w_p(\mathbf{k})$  — вероятность спонтанного излучения продольного кванта с импульсом  $\hbar\mathbf{k}$  электроном с импульсом  $\mathbf{p}$ , равная отношению интенсивности спонтанного излучения этого кванта электроном к энергии кванта;  $N_k$  — число квантов с импульсом  $\hbar\mathbf{k}$ , пропорциональное интенсивности (плотности энергии) поля;  $f_0(\mathbf{p})$  — функция распределения электронов пучка по импульсам  $\mathbf{p}$ ;  $\varepsilon$  и  $\mathbf{v}$  — энергия и скорость электрона соответственно.

В правой части (2.7) суммируются не поля, а интенсивности излучения частиц пучка; само поле излучения характеризуется при этом не амплитудой и фазой, а числом квантов. Отсюда следует, что в рассматриваемых условиях индуцированное излучение продольных плазменных волн частицами пучка не является когерентным<sup>5, 9</sup>. Достоверность последнего вывода, также не вытекающего непосредственно из приведенных выше известных результатов формального анализа двухжидкостной модели (2.4), подтверждает рассмотрение физического содержания неравенства  $\delta''_{\text{кин}}(k) \ll kv_t$ , определяющего область значений внешних параметров системы, для которой применима кинетическая асимптотика инкремента (2.4). Действительно, параметр  $v_t$  по порядку величины равен разности направленных скоростей двух соседних частиц пучка. Поэтому отношение  $l_t = v_t/\delta''_{\text{кин}}$  дает то расстояние, на которое будут удалены друг от друга за время развития неустойчивости  $T_f = (\delta''_{\text{кин}})^{-1}$  частицы пучка, отличающиеся начальными координатами не более чем на половину длины возбуждаемой волны  $\lambda_p = V_p/\omega_p$ . Отсюда можно сделать вывод, что неравенство  $\delta''_{\text{кин}} \ll kv_t$  физически эквивалентно требованию, чтобы тепловой разлет частиц пучка за указанное время ( $l_t = v_t/\delta''$ ) был существенно большим длины волны возмущения  $\lambda_p$ :  $l_t \gg \lambda_p$  (см. п.<sup>13</sup>). Поскольку именно эта длина определяет максимально допустимые размеры когерентно излучающего сгустка частиц пучка (см. п. 3), то из неравенства  $\mu \ll 1$  однозначно следует, что в условиях применимости кинетической асимптотики инкремента ( $\delta''_{\text{кин}} \ll kv_t$ ) частицы пучка не могут образовывать когерентно излучающие сгустки. Именно этим физическим свойством излучения коллектива частиц пучка объясняется тот факт, что кинетический инкремент (2.4) описывает рассматриваемый процесс коллективного взаимодействия только в асимптотическом предельном случае стремящейся к нулю плотности частиц пучка.

В свете приведенных соображений и оценок может быть сформулировано предположение относительно роли эффектов когерентности в развитии гидродинамической неустойчивости рассматриваемой системы. В самом деле, из условия применимости гидродинамической асимптотики спектра  $\omega(k)$  ( $m = (D_{||}/l_t)^3 \gg 1$ ) следует, что тепловой разлет частиц пучка  $l_t$  при этом оказывается малым по сравнению с характерными продольными размерами сгустка ( $l_t \ll D_{||}$ ). Поэтому указанный разлет не может препятствовать когерентности коллективного взаимодействия пучка с плазмой. Если такая когерентность имеет место в действительности, то именно «включением» этого эффекта с ростом интенсивности пучка при  $\mu \simeq 1$  можно было бы объяснить рассматриваемое изменение функциональной зависимости инкремента от плотности тока пучка (параметра  $m$ ). Однако такое объяснение не может быть обосновано непосредственно приведенным выше анализом результатов формализованной теории для двухжидкостной модели. Действительно, в этих результатах не содержится информация о структуре поля, возбуждаемого индивидуальными частицами пучка в плазме. По этой причине, в частности, непосредственно из них невозможно установить, каковы характерные размеры когерентного сгустка в плоскости, перпендикулярной к направленной скорости частиц пучка, а также распространяется ли эта когерентность и на последовательность сгустков (каково при этом число когерентных сгустков). Для выяснения всех этих вопросов необходимо изучение конфигурации поля спонтанного излучения одиночного движущегося заряда и периодически модулированного в пространстве потока таких зарядов.

### 2.3.3. Механизм усиления поля пучком

Элементарные эффекты излучения поля частицами пучка являются единственными механизмами, обеспечивающими передачу кинетической энергии пучка полю<sup>7, 12, 47</sup>. Поэтому, облегчая или затрудняя условия реализации указанных эффектов, можно соответственно усилить или ослабить процессы развития пучковых неустойчивостей<sup>7, 12</sup>. Особенно важным в решении задачи управления этими неустойчивостями является то, что число таких элементарных эффектов, как известно, ограничено<sup>7, 12</sup>. К ним, в частности, относятся эффект Вавилова — Черенкова, нормальный и аномальный эффекты Допплера, а также переходное и тормозное излучение. Физически существование условий реализации первых трех из них в нерелятивистской классической (не квантовой) теории сводится к требованиям постоянства фазы поля в собственной системе движущегося заряда. Дифференцирование этой фазы по времени в простейшем случае одномерного движения дает следующие соотношения между частотой  $\Omega_0$  собственных колебаний излучателя — осциллятора, его направленной скоростью  $V_0$  и параметрами излучаемого им поля — его частотой  $\omega_0$  и волновым вектором  $k_0$ <sup>40</sup>:

$$\omega_0 - k_0 V_0 = s \Omega_0 \quad (s = 0, \pm 1). \quad (2.8)$$

При этом случай  $s = 0$  описывает эффект излучения Вавилова — Черенкова для свободного заряда ( $\Omega_0 = 0$ ), а случаи  $s = \pm 1$  — нормальный (+) и аномальный (—) эффекты Допплера соответственно.

Выраженные формулами (2.8) законы дисперсии полей излучения индивидуальных зарядов являются основными инструментами диагностики элементарных механизмов усиления поля частицами пучка в классической теории плазменно-пучковых неустойчивостей<sup>1, 7, 12, 40</sup>. Действительно, характеристики полей излучения движущихся зарядов в результатах этой теории непосредственно не фигурируют (см. выше п. 2.3). Именно поэтому указанные механизмы в рамках этой теории идентифицируют только по виду дисперсионной зависимости  $\omega_0(k_0)$ , обеспечивающей максимум инкремента соответствующей неустойчивости при относительно малых значениях плотности тока пучка. В частности, если при этом правая часть функции  $\Omega_0(k_0) = \omega_0(k_0) - k_0 V_0$  обращается в нуль, то такую неустойчивость считают черенковской; при выполнении неравенства  $\Omega_0(k_0) \geq 0$  — нормальной ( $\Omega_0 > 0$ ) или аномальной ( $\Omega_0 < 0$ ) допплеровской соответственно. Легко показать, однако, что такой критерий не дает однозначного ответа на поставленный вопрос (о механизме усиления поля пучком) для пучков конечной интенсивности. В самом деле, пренебрегая в правой части (2.5б) плотностью тока пучка ( $N_b \rightarrow 0$ ), можно прийти к заключению, что в этих условиях имеет место черепковское усиление поля продольных колебаний плазмы частицами пучка. Именно поэтому, а также ввиду отсутствия условий для реализации альтернативных механизмов спонтанного излучения этих частиц рассматриваемая неустойчивость была идентифицирована как черенковская уже в<sup>1, 3</sup> (см. также<sup>4, 7, 8, 12</sup>). С другой стороны, при учете токовых поправок в правой части (2.5б) соответствующая функция  $\Omega_0(k_0)$  становится отрицательной:

$$\Omega_0(k_0) = \omega_0(k_0) - k_0 V_0 = -\omega_p \left( \frac{N_b}{16 N_p} \right)^{1/3}.$$

Именно на этом основании в работах<sup>21, 31, 40</sup> был сформулирован вывод о том, что данная неустойчивость обусловлена аномальным эффектом Допплера. Ниже мы покажем (см. п. 3.1.3), что оба эти вывода не противоречат друг другу, поскольку они относятся к существенно разным областям значений внешних параметров рассматриваемой системы.

Таким образом, сами по себе результаты классической теории двухжидкостной модели не дают достаточных оснований для однозначного решения вопроса об элементарном механизме усиления поля пучком в процессе

развития гидродинамической неустойчивости моноэнергетического пучка в изотропной «холодной» плазме. В этих условиях изучение структуры поля спонтанного излучения частиц пучка и механизмов обратного влияния этого поля на пучок является основным инструментом исследования физических процессов, ответственных за развитие гидродинамических пучковых неустойчивостей.

### 3. ЛАГРАНЖЕВА ДИНАМИКА ПРОЦЕССОВ СПОНТАННОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ И ИНДУЦИРОВАННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ ПОЛЯ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЛАЗМЫ ЧАСТИЦАМИ ПУЧКА

#### 3.1. Конфигурация поля заряда, равномерно и прямолинейно движущегося в однородной изотропной плазме

Анализ картины поля, возбуждаемого при равномерном и прямолинейном движении заряда в однородной изотропной плазме, представляет особый интерес для исследования когерентности излучения частиц пучка и механизмов обратного влияния этого излучения на динамику их движения. В самом деле, именно структурой поля спонтанного излучения движущегося заряда определяются не только характерные размеры сгустка когерентно излучающих частиц, но и число когерентно излучающих сгустков<sup>48, 49</sup>. В свою очередь, указанные параметры определяют результирующую напряженность поля, действующую на каждую частицу пучка, и тем самым — эффективность их группировки этим полем в когерентно излучающие сгустки. Именно поэтому количественный анализ интенсивности и структуры поля спонтанного излучения одиночного заряда в плазме является ключевым элементом анализа всей совокупности физических процессов, обеспечивающих развитие гидродинамической плазменно-пучковой неустойчивости.

Итак, рассмотрим частицу с зарядом  $q$  и массой  $m$ , движущуюся в однородной изотропной плазме равномерно и прямолинейно по траектории

$$\mathbf{R}_s(t) = iX_s + jY_s + k(Z_s + V_0 t) = \mathbf{r}_s + \mathbf{V}_0 t,$$

где  $s$  — индекс частицы (ее номер);  $\mathbf{r}_s$  — ее радиус-вектор в момент времени  $t = 0$ ;  $\mathbf{V}_0$  — ее направленная скорость, вдоль которой ориентирована ось  $OZ$  декартовой системы координат.

Найдем полное поле  $E_{z_1}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_s)$ , возбуждаемое этим зарядом в плазме, и вычислим действующую на этот заряд со стороны создаваемого им поля силу

$$F_z = \frac{q}{2} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} [E_{z_1}(\mathbf{R}_s + \mathbf{k}\epsilon; t, \mathbf{r}_s) + E_{z_1}(\mathbf{R}_s - \mathbf{k}\epsilon; t, \mathbf{r}_s)]. \quad (3.1)$$

Картина поля, возбуждаемого рассматриваемым зарядом в плазме, определяется уравнениями Максвелла с заданным током заряда

$$\mathbf{j}_z^{(s)}(\mathbf{r}, t) = q\mathbf{V}_0 \delta[\mathbf{r} - \mathbf{R}_s(t)]$$

в качестве вынуждающей силы.

Соответствующая амплитуда полного вынужденного поля  $E_{z_1}$  в точке наблюдения с координатой  $\mathbf{r}$  в момент времени  $t$  определяется следующим выражением:

$$E_{z_1}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_s) = \frac{iq}{\pi} \gamma \int_0^\infty dk_\perp J_0(k_\perp \rho_s) k_\perp \int_{-\infty}^{+\infty} \omega d\omega [\beta^2 - \epsilon_p^{-1}(\omega)] \times \\ \times \frac{\exp[i\omega(z - Z_s(t))/V_0]}{\omega^2 + \gamma^2 [k_\perp^2 V_0^2 - \beta^2 \omega^2 (1 - \epsilon_p(\omega))]}, \quad (3.2)$$

$$\beta = \frac{V_0}{c}, \quad \gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}, \quad \epsilon_p(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + iv)},$$

$$Z_s(t) = z_s + V_0 t, \quad \rho_s = [(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2]^{1/2}.$$

Легко видеть, что при каждом фиксированном значении поперечного волнового числа  $k_{\perp}$  подынтегральная функция в интегrale по частотам имеет в качестве особенностей только простые полюса в точках

$$\begin{aligned}\omega_{\pm}^{(\text{кул})} &= \pm i\gamma(k_{\perp}^2 V_0^2 + \omega_p^2 \beta^2)^{1/2}, \\ \omega_{\pm}^{(\text{пл})} &= \pm\omega_p - \frac{i}{2}\nu, \quad \nu \ll \omega_p.\end{aligned}\quad (3.3)$$

Первая пара указанных полюсов дает кулоновское поле заряда в плазме, вторая — поле возбуждаемых этим зарядом продольных колебаний плазмы. Ниже мы рассмотрим эти поля раздельно.

### 3.1.1. Кулоновское поле

Конфигурация этого поля определяется формулой

$$\begin{aligned}E_{z1}^{(\text{кул})}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_s) &= qV_0^2 \int_0^{\infty} dk_{\perp} k_{\perp}^3 J_0(k_{\perp} \rho_s) [k_{\perp}^2 V_0^2 + \omega_p^2]^{-1} \times \\ &\times \left\{ \exp \left[ -|z - Z_s(t)| \gamma \left( k_{\perp}^2 + \frac{\omega_p^2}{c^2} \right)^{1/2} \right] \right\} \operatorname{sgn}(z - Z_s(t)).\end{aligned}\quad (3.4)$$

Для дальнейшего существенна его антисимметрия относительно плоскости  $Z_s(t)$ , в которой расположен возбуждающий его заряд. Это свойство обеспечивает равенство нулю действующего на заряд поля  $E_{z1}^{(\text{кул})}$  в точке, где находится заряд. Физически последний результат вполне понятен: как и в случае вакуума ( $\omega_p \rightarrow 0$ ), собственное кулоновское поле заряда не может ни тормозить, ни ускорять этот заряд. Вторым, не менее важным для рассматриваемых нами приложений, следствием антисимметрии кулоновского поля заряда является обращение в нуль результирующего поля, действующего на каждый индивидуальный заряд немодулированного достаточно плотного пучка: для каждого из соседей рассматриваемого заряда всегда найдется антисимметрично (зеркально) расположенный относительно него другой сосед, так что результирующее поле обоих соседей будет равно нулю.

### 3.1.2. Поле продольных колебаний плазмы

В отличие от кулоновского это поле несимметрично относительно плоскости  $z = Z_s(t)$ :

$$\begin{aligned}E_{z1}^{(\text{пл})}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_s) &= 0, \quad z \geq Z_s(t), \\ &= -\frac{2q\omega_p^2}{V_0^2} K_0 \left( \frac{\omega_p \rho_s}{V_0} \right) \cos \Phi_s(z, t) \exp \left[ -\frac{\nu}{2\omega_p} \Phi_s(z, t) \right], \\ &\quad z \leq Z_s(t),\end{aligned}\quad (3.5)$$

где  $K_0(x)$  — функция Макдональда,  $\Phi_s(z, t) = \omega_p [z - Z_s(t)]/V_0$ .

Как и следовало ожидать из физического смысла поставленной задачи и принципа причинности (отражаемого условиями излучения \*)), это поле равно нулю перед зарядом и при малых частотах столкновений ( $\nu \ll \omega_p$ ) имеет вид квазимохроматической волны, бегущей за зарядом с фазовой скоростью, в точности равной скорости заряда  $V_0$ . Эта особенность структуры возбуждаемых зарядом продольных колебаний плазмы имеет прозрачный физический смысл. Действительно, в рассматриваемой нами пространственно однородной плазме собственные частоты каждой точки плазмы равны друг другу. Поэтому поле этих колебаний оказывается монохроматическим по частоте при  $\nu \rightarrow +0$ . В лабораторной системе моменты начала возбуждения

\*) Для пучковых волн в изотропной плазме эти условия установлены в <sup>50</sup>.

колебаний перемещаются от одной плоскости  $z = Z_s(t)$  к другой вместе с зарядом, а начальные фазы колебаний в каждой из указанных плоскостей фиксированы — равны  $\pi$  для поля  $E_{z_1}^{(пл)}$  (тормозящего поля). Именно поэтому полное поле продольных колебаний имеет вид волн, бегущей за зарядом со скоростью самого заряда. Возбуждая продольные колебания плазмы, движущийся заряд, естественно, теряет кинетическую энергию. Поэтому результирующее поле этих колебаний, в отличие от кулоновского, имеет отличное от нуля среднее значение в плоскости  $z = Z_s(t)$ , которым и определяется действующая на заряд тормозящая сила (3.1):

$$F_z^{(пл)} = -\frac{q^2 \omega_p^2}{V_0^2} \Lambda; \quad \Lambda = \ln \frac{V_0}{\omega_p \rho_{min}}, \quad (3.5')$$

где  $\Lambda$  — кулоновский логарифм.

С ростом расстояния  $\rho_s$  от траектории заряда поле продольных колебаний плазмы (3.5) спадает экспоненциально с показателем экспоненты  $\kappa_\perp = k_*$ , в точности равным обратному продольному волновому числу:  $\kappa_\perp = D_{\parallel}^{-1}$ . Эти параметры определяют характерные продольные ( $\parallel$ ) и поперечные ( $\perp$ ) размеры области, в которой данный заряд может возбуждать продольные колебания плазмы когерентно со своими соседями:  $D_{\parallel} = D_{\perp} = \kappa_{\perp}^{-1} = \lambda_p = V_0/\omega_p$ . При этом для поля продольных колебаний плазмы такая когерентность имеет не только в окрестности движущегося заряда, но и распространяется вдоль его траектории на длину затухания поля  $L_{\parallel} = 2\pi V_0/v$ : каждый заряд, движущийся за рассматриваемым на расстоянии  $l_n$ , кратном длине продольной волны  $\lambda_p = 2\pi V_0/\omega_p$  ( $l_n = n\lambda_p$ , где  $n$  — целое число), будет возбуждать в плазме такое же поле, как и предыдущий<sup>48, 49</sup>.

Таким образом, исследуя картину поля продольных колебаний, возбуждаемых движущимся зарядом в изотропной «холодной» плазме, мы показали, что характерные размеры области когерентности этого поля (когерентно излучающего сгустка) однозначно определяются длиной волны этих колебаний, а число сгустков  $\mathcal{N}$ , возбуждающих плазму когерентно с данным, — отношением плазменной частоты  $\omega_p$  к частоте столкновений  $v$ :  $\max \mathcal{N} = 2\omega_p/v$ .

### 3.1.3. Механизм усиления поля

Существо этого механизма сводится к спонтанному черепковскому возбуждению поля собственных продольных колебаний плазмы. Определяющая роль в этом продольных колебаний плазмы видна из того факта, что при  $v \rightarrow +0$  это поле представлено вычетом в точке  $\omega = \omega_p$  и является поэтому монохроматическим по частоте. Черенковский характер коллективного взаимодействия заряда с плазмой однозначно следует из того, что фазовая скорость любой фурье-компоненты этого поля и полной суммы этих компонент в точности равна скорости заряда  $V_0$ :  $V_{\phi}^{(0)} = \omega_p(k)/k = V_0$ . С другой стороны, ни один из перечисленных выше других элементарных механизмов возбуждения поля в рассматриваемых условиях реализоваться не может. А именно: поперечные волны плазмы в области ее прозрачности не могут быть возбуждены черенковским механизмом, поскольку они имеют фазовые скорости, большие скорости света  $c$  ( $V_{\phi}^{(tr)} = c/\epsilon_p^{1/2}$ ,  $\epsilon_p' > 0$ ); для реализации нормального и аномального эффектов Допплера частица должна быть осциллятором; для тормозного излучения необходимо неравномерное или непрямолинейное движение заряда в полях внешних сил; для переходного излучения необходима неоднородность среды. Таким образом, черенковское возбуждение продольных колебаний однородной плазмы является в рассматриваемых условиях единственным механизмом, обеспечивающим передачу кинетической энергии частиц пучка полю.

Следует подчеркнуть, что сформулированный нами вывод о черенковском взаимодействии пучка малой плотности с плазмой в рассматриваемых условиях не противоречит отмеченному выше (см. п. 2.3.3) выводу авторов ра-

бот<sup>21, 31, 40</sup> об определяющей роли аномального эффекта Допплера в процессах колективного взаимодействия интенсивных пучков электронов с изотропной плазмой. Действительно, характерное для последнего эффекта колебательное движение частиц пучка в их собственном поле существенна для пучков конечной интенсивности в той области значений их параметров, где результирующая частота этих колебаний  $\Omega_0(k)$  велика по сравнению с инкрементом:  $\Omega_0(k) \gg \delta_{\text{гд}}^{\text{II}}$ . Последнее требование выполнено не только в интенсивных релятивистских пучках электронов<sup>40</sup>, но и в той конечной окрестности порогового волнового числа  $k_*$ , при котором этот инкремент обращается в нуль (см. (2.6) и рис. 1); именно этот предельный случай рассмотрен в работе<sup>21</sup> и монографии<sup>31</sup>. Что же касается точки резонанса  $\omega_M = \omega_p$ , где инкремент  $\delta_{\text{гд}}^{\text{II}}(\omega_M)$  достигает максимума, определяемого формулой (2.5б), то в этой точке неравенство  $\Omega_0 \gg \delta_{\text{гд}}^{\text{II}}$  не выполняется: согласно этой формуле максимальный инкремент Max  $\delta_{\text{гд}}^{\text{II}}$  оказывается в  $\sqrt{3}$  раз большим пучкового сдвига частоты  $\Omega_0(\omega_p)$ . Отсюда следует, что осцилляторный характер движения частиц пучка в их собственном поле, описываемый формулой (2.8'), не успевает проявиться за время развития неустойчивости вблизи точки резонанса  $\omega_M = \omega_p$ .

Таким образом, основной причиной кажущегося расхождения в выводах работ<sup>1, 3, 4, 7, 12, 25</sup>, с одной стороны, и<sup>21, 31, 40</sup> — с другой, является различие в исходных предположениях. А именно: авторы первой группы работ рассматривали слабоинтенсивные пучки и длины волн возмущений, соответствующие окрестности максимума инкремента, в то время как авторы обзоров<sup>21, 31, 40</sup> рассматривали окрестность порогового волнового числа  $k_*$  ( $k_* - k \ll \text{Max}[\delta_{\text{гд}}^{\text{II}}/V_0]$ ; см.<sup>21, 31</sup>), а также интенсивные релятивистские пучки, для которых инкременты малы по сравнению с характерными частотами коллективных продольных колебаний частиц пучка (см.<sup>40</sup>).

### 3.2. Поле гармонически модулированного пучка

Зная картину поля одиночного заряда, можно установить все основные характеристики поля, возбуждаемого в плазме гармонически модулированным по плотности пучком движущихся зарядов. С этой целью рассмотрим однородный по плотности пучок идентичных заряженных частиц, каждая из которых обладает зарядом  $q$  и массой  $m$  и движется в плазме со скоростью  $V_0$ . Полное поле, создаваемое такой системой зарядов в любой фиксированной точке плазмы с координатами  $\mathbf{r}$  в момент времени  $t$ , в общем случае равно сумме полей индивидуальных зарядов:

$$E_z^{(\text{tot})}(\mathbf{r}, t) = \sum_s E_{z1}^{(\text{пл})}(\mathbf{r}, t; \mathbf{r}_s). \quad (3.6)$$

При достаточно высокой плотности частиц пучка, когда выполнено сильное неравенство  $N_b \lambda_p^3 \gg 1$  (физически это неравенство обеспечивает малость относительного вклада эффекта дробового шума), в правой части последней формулы можно перейти от суммирования к интегрированию с учетом неравномерного распределения зарядов по координатам  $\mathbf{r}_s$  в системе их покоя. Для этого выразим число  $dQ_s$  идентичных частиц пучка в окрестности точки  $\mathbf{r}_s$  через их плотность в этой точке  $n_b(\mathbf{r}_s)$ :

$$dQ_s(\mathbf{r}_s) = n_b(\mathbf{r}_s) d\mathbf{r}_s. \quad (3.6')$$

Учтем гармонический характер модуляции пучка по скорости и плотности в рассматриваемой задаче, положив (рис. 3)

$$\begin{aligned} V_d(\mathbf{r}_s) &= V_0(1 + g \cos kz_s), \\ n_h(\mathbf{r}_s) &= N_0(1 + h \sin kz_s); \end{aligned} \quad (3.6'')$$

здесь  $h$  и  $g$  — глубины модуляции пучка по плотности и скорости соответственно;  $\lambda = 2\pi/k$  — пространственный период модуляции;  $N_0$  и  $V_0$  — равновесные (невозмущенные) плотность и скорость частиц пучка.

Выполняя интегрирование в правой части (3.6) по всем начальным координатам частиц с использованием поля одиночного заряда (3.5) и весовых коэффициентов (3.6'), (3.6''), окончательно получим следующее выражение

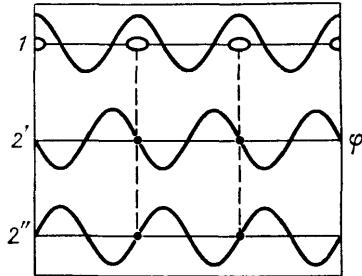


Рис. 3. Качественная картина взаимной фазировки возмущения плотности пучка  $\tilde{n}(\varphi)$  (1) и соответствующих коллективных полей  $\pm \tilde{E}_z(\varphi)$  (2') при  $kV_0 < \omega_p$  и  $\pm \tilde{E}_z(\varphi)$  (2'') при  $kV_0 > \omega_p$ . Овалами в максимумах плотности частиц пучка схематически изображены сгустки

для полного поля одномерных продольных колебаний плазмы, возбуждаемых слабо модулированным пучком малой плотности ( $h \ll 1$ ;  $N_0 \ll N_p$ ):

$$E_z^{(\text{tot})}(z, t) = \frac{2\pi q h N_0 V_0}{\omega_p - \omega_M} \cos(kz - \omega_M t), \quad (3.7)$$

$$v \ll \delta_{\text{рд}}'' \ll |\omega_p - \omega_M| \ll \omega_p; \quad \omega_M = kV_0.$$

Отличный от нуля вклад в правую часть последней формулы дает только поле продольных волн (3.5): амплитуда суммарного кулоновского поля пучка в плазме оказывается равной нулю вследствие взаимного когерентного гашения вакуумного кулоновского поля пучка с его «изображением» в плазме (плазменном экране; см. приложение).

Сравнивая поле модулированного пучка (3.7) с полем одиночного заряда (3.5), можно убедиться в том, что: частота поля, возбуждаемого таким пучком, равна частоте его модуляции в лабораторной системе отсчета; амплитуда этого поля не зависит от координаты в плоскости  $z = \text{Const}$ ; в общем случае эта амплитуда существенно превосходит амплитуду поля одиночного заряда и возрастает по мере приближения частоты модуляции пучка к плазменной. Физически все эти характеристики поля спонтанного излучения модулированного пучка в плазме можно объяснить не только качественно, но и количественно эффектами когерентности излучения частиц пучка как в пределах сгустков, образованных модулирующим сигналом (3.6''), так и между этими сгустками.

В самом деле, при отсутствии модуляции пучка ( $h \rightarrow 0$ ) поля продольных колебаний двух элементарных зарядов, отстоящих друг от друга на половину длины плазменной волны, когерентно складываются в противофазе, так что их суммарное поле равно нулю. Именно поэтому тождественно равно нулю суммарное поле продольных колебаний, возбуждаемых в плазме немодулированным пучком. Группировка частиц в сгустки, описываемая формулой (3.6''), с одной стороны, нарушает взаимное интерференционное гашение полей элементарных зарядов и дает отличное от нуля результирующее поле (3.7), пропорциональное глубине модуляции пучка по плотности  $h$ , его плотности  $N_0$  и заряду частицы пучка  $q$ . С другой стороны, такая группировка навязывает этому полю частоту  $\omega_M$ , однозначно определяемую пространственным периодом модуляции пучка. Именно этим и объясняется отличие частоты поля пучка (3.7) от частоты поля индивидуального заряда (3.5). Что касается относительной величины амплитуды поля пучка (3.7), то даже при малых возмущениях плотности пучка ( $hN_0\lambda_p^3 \gg 1$ ) эта амплитуда оказывается существенно большей амплитуды поля одиночного заряда (3.5) именно вследствие когерентного сложения полей, возбуждаемых индивидуальными

зарядами. Физически эффект когерентности учитывает и описывает приведенная выше процедура интегрирования поля (3.5) по всему объему начальных лагранжевых координат частиц пучка. Условно эту процедуру можно разделить на два этапа, а именно, интегрирование по цилиндрическому слою с толщиной, равной пространственному периоду модуляции пучка  $\lambda = 2\pi/k$ , и суммирование по совокупности всех таких слоев, следующих впереди рассматриваемого элементарного заряда. Первый из этих этапов количественно описывает эффект когерентного сложения полей, возбуждаемых всеми элементарными зарядами, образующими один из периодически следующих сгустков. Соответствующий коэффициент когерентности  $L$  оказывается равным отношению амплитуды поля (3.7), образуемого таким сгустком ( $A_{\text{cr}}$ ), к амплитуде поля одиночного заряда (3.5):

$$L = A_{\text{cr}} \left( \frac{q\omega_p^2}{V_0^2} \Lambda \right)^{-1} = (hN_0) \pi \lambda_p^3 \Lambda^{-1}. \quad (3.7')$$

Первый множитель в правой части данной формулы описывает возмущение плотности пучка (плотность сгустка), второй — объем этого сгустка; их произведение дает число частиц в сгустке. Множитель  $\Lambda$  описывает кулоновский логарифм, определяющий потери энергии и поле одиночного заряда. Второй этап учитывает когерентное сложение полей, возбуждаемых периодической последовательностью сгустков пучка<sup>47, 48</sup>, и дает следующий вклад:

$$\mathcal{M} := \frac{\omega_p}{|\omega_p - \omega_M|}, \quad v \ll \delta_{\text{рд}}' \ll |\omega_p - \omega_M| \ll \omega_p. \quad (3.7'')$$

Физически величину правой части последней формулы можно объяснить нарушением фазировки между собственными колебаниями плазмы (с частотой  $\omega_p$ ) и вынуждающей их силой (периодически следующими с частотой  $\omega_M$  сгустками пучка): при  $\omega_p \gg |\omega_p - \omega_M|$  за время, равное  $\mathcal{M}$  периодам этих колебаний, их разность фаз возрастает на величину порядка  $\pi/2$  (по модулю).

Результирующий эффект усиления поля за счет когерентного сложения полей элементарных излучателей в пределах каждого сгустка ( $L$ ) и между сгустками ( $\mathcal{M}$ ) равен произведению интенсивности обоих указанных эффектов:  $K_{\text{tot}} = L\mathcal{M}$ .

Таким образом, мы показали, что в рассматриваемом нами случае нерезонансной гидродинамической неустойчивости когерентное сложение полей элементарных черепковских излучателей, каковыми являются частицы пучка, приводит к существенному увеличению результирующего поля, созданного в плазме пучком заряженных частиц (по сравнению с полем продольных колебаний одиночного заряда).

### 3.3. О б р а т н о е в л и я н и е п о л я н а п у ч о к

До сих пор мы рассматривали только поле спонтанного излучения \*) частиц пучка при заданном движении этих частиц. По существу, мы пренебрегали при этом обратным влиянием этого поля на движение частиц пучка, т. е. индуцированным поглощением энергии этого поля пучком. В данном разделе мы рассмотрим эффект индуцированного взаимодействия модулированного пучка с возбуждаемым им полем и покажем, что обусловленный этим эффектом результирующий инкремент в точности совпадает с рассчитанным на основании гидродинамического анализа двухжидкостной модели.

\*) В рассматриваемых условиях поле продольных колебаний «холодной» плазмы не распространяется в плазме: по существу, заряд «отрывается» от возбуждаемого им поля, а не наоборот. Поэтому используемый здесь и ниже термин «излучение» мы используем только для обозначения эффекта возбуждения поля продольных колебаний плазмы, обеспечивающего усиление поля пучком, т. е. в смысле, обратном «поглощению».

Поскольку поле (3.7) модулированного пучка определено в эйлеровых переменных, в дальнейшем целесообразно и движение частиц пучка описывать в этих переменных, то есть гидродинамической скоростью  $v(z, t) = V_0 + \Delta v(z, t)$  и соответствующей плотностью  $n(z, t) = N_0 + \Delta n(z, t)$ :

$$\begin{aligned} v(z, t) &= V_0 [1 + g(t) \cos(kz - \omega_M t)]; \\ n(z, t) &= N_0 [1 + h(t) \sin(kz - \omega_M t)]. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Здесь мы ввели зависящие от эйлерового времени  $t$  безразмерные глубины модуляции пучка по плотности ( $h(t)$ ) и скорости ( $g(t)$ ).

Подставляя (3.8) в уравнение движения частиц пучка в результирующем поле (3.7)

$$m\hat{D}\Delta v(z, t) = qE_z^{(\text{tot})}(z, t), \quad \hat{D} = \frac{\partial}{\partial t} + V_0 \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.8')$$

и уравнение непрерывности

$$\hat{D} \Delta n(z, t) + N_0 \frac{\partial}{\partial z} \Delta v(z, t) = 0, \quad (3.8'')$$

получим для безразмерных амплитуд  $g(t)$  и  $h(t)$  систему из двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка в полных производных:

$$2(\omega_p - \omega_M) \dot{g} = \omega_b^2 h, \quad (3.9)$$

$$\dot{h} = \omega_M g, \quad \omega_b^2 = \frac{4\pi N_0 q^2}{m}. \quad (3.9')$$

Из условия отсутствия тривиальных (нулевых) решений этой системы однозначно следуют аналитические асимптотики соответствующих икрементов:

$$(\delta_{\text{рд}}'')_{\pm} = \frac{\pm \omega_b}{\{2[1 - (\omega_M/\omega_p)]\}^{1/2}}, \quad \omega_p \gg (\omega_p - \omega_M) \gg \omega_p \left(\frac{N_0}{N_p}\right)^{1/3}. \quad (3.9'')$$

Легко видеть, что эти асимптотики в точности совпадают с соответствующими результатами анализа гидродинамической модели в предельном случае  $v \ll \delta_{\text{рд}}'' \ll (\omega_p - \omega_M) \ll \omega_p$  (см. (2.5а)). Более того, учет в (3.9'') конечности числа когерентных сгустков в окрестности точки резонанса ( $\omega_M = \omega_p$ ) дает резонансный икремент (2.5б). Действительно, минимальное значение модуля расстройки ( $\omega_p - \omega_M$ ) определяется величиной икремента  $\delta_{\text{рд}}''$ , который, в свою очередь, определяет резонансное число когерентных сгустков  $M_{\text{рез}}$ :  $\text{Min} [|\omega_p - \omega_M|] = |\delta_{\text{рд}}| \approx M_{\text{рез}}^{-1} \omega_p$ . Подставляя эти соотношения в правую часть (3.9''), получим оценку резонансного икремента, в точности совпадающую с соответствующим классическим результатом (2.5б) по зависимости от внешних параметров:  $(\delta_{\text{рд}}'')_{\text{рез}} = \sqrt{3}[\omega_b^2 \omega_p / 16]^{1/3}$ .

Таким образом, описанная выше процедура суммирования полей спонтанного излучения элементарных излучателей пучка<sup>35-39</sup> и учет обратного влияния результирующего поля на пучок (индуцированного поглощения результирующего поля пучком<sup>35-40</sup> \*)) адекватно учитывают и описывают количественно основные физические процессы, ответственные за коллективное плазменно-пучковое взаимодействие в условиях, когда тепловое движение частиц пучка несущественно.

#### 3.4. Механизм группировки частиц пучка в когерентные сгустки

Выше мы выяснили элементарный механизм усиления поля пучком (п. 3.1) и установили эффект когерентности спонтанного излучения сгустков частиц пучка, образуемых модулирующим сигналом (п. 3.2). В данном разделе мы остановимся на выяснении физической природы появления границы

\*) В обзоре<sup>40</sup> вынуждающее поле считалось заданным: его взаимосвязь с характеристиками полей спонтанного излучения частиц пучка не была рассмотрена.

области неустойчивости на оси волновых чисел и покажем, что ответ на этот вопрос дает анализ механизма группировки частиц пучка в когерентно излучающие сгустки. Действительно, именно такая группировка является, как было показано выше, необходимым условием развития гидродинамической пучковой неустойчивости: она обеспечивает усиление поля излучения каждого заряда за счет когерентного сложения полей частиц, образующих когерентно излучающий сгусток. По существу, эта группировка является ключевым элементом механизма обратного влияния поля на движение частиц пучка:

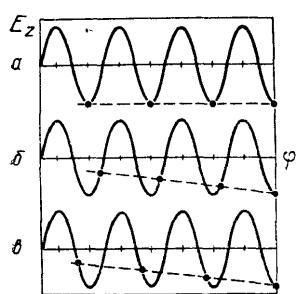


Рис. 4. Качественная картина относительной ориентации возбуждающего (1) и фокусируемых им (2, 3, 4, ...) сгустков

$$a - k_M = \omega_p/V_0, \quad b - k_M > \omega_p/V_0, \quad v - k_M < \omega_p/V_0$$

чем больше глубина модуляции пучка по плотности ( $h$ ), тем больше амплитуды поля его излучения (3.7), тем интенсивнее, согласно (3.9''), это поле группирует частицы пучка в когерентные сгустки (т. е. усиливает глубину модуляции  $h$ ). Приведенные качественные физические соображения лишь поясняют определяющую роль взаимной раскачки процессов спонтанного излучения и индуцированного поглощения поля частицами пучка, но не раскрывают существо механизма обратного влияния поля на пучок. Поэтому из такого пояснения не следует, в частности, ответ на поставленный выше вопрос, а именно: почему группировка имеет место (обратная связь в системе положительна) только при достаточно больших длинах волн ( $\lambda > \lambda_p = 2\pi V_0/\omega_p$ )? Ниже мы покажем, что рассматриваемая пороговая зависимость инкремента (2.5) от длины волны возмущения обусловлена

скачкообразной зависимостью знака эффективной обратной связи в системе от величины отношения указанной длины к плазменной длине волны <sup>35</sup>  $\lambda_p = 2\pi V_0/\omega_p$ .

Качественно и количественно эту зависимость можно объяснить действием механизма автофазировки Векслера—Макмиллана <sup>51–55</sup>.

Для качественной иллюстрации этой зависимости рассмотрим влияние поля спонтанного излучения индивидуального точечного сгустка на устойчивость продольного (фазового) движения последующих. Как видно из рис. 4, при строгом равенстве  $\lambda = \lambda_p$  каждый последующий пробный сгусток попадает точно на границу областей фокусирующих и дефокусирующих фаз поля продольных колебаний плазмы, возбуждаемого излучающим сгустком: в этой точке равны нулю квадраты локальных частот фазовых колебаний

$$\Omega_\Phi^2 = -\frac{q}{m} \frac{\partial E_z^{(tot)}}{\partial z}. \quad (3.10)$$

Если же равенство  $\lambda = \lambda_p$  не выполнено, то каждый последующий пробный точечный сгусток попадает либо в область дефокусирующих фаз указанного поля ( $\lambda < \lambda_p, \Omega_\Phi^2 < 0$ ), либо в область фокусирующих ( $\lambda > \lambda_p, \Omega_\Phi^2 > 0$ ). Именно этим различием и обусловлена исследуемая зависимость знака эффекта обратной связи от знака разности ( $k - k_p$ ): необходимая для развития неустойчивости группировка частиц пучка в когерентные сгустки возможна только на длинных волнах <sup>35</sup>.

Для более полного и строгого количественного объяснения рассматриваемого эффекта (пороговой зависимости инкремента от волнового числа возмущения) заметим, прежде всего, что в первом приближении по малому параметру рассматриваемой задачи ( $(\delta_{\text{гд}}^{\text{II}} [\omega_m | \epsilon'_p(\omega_m) ])^{-1} \ll 1$ ) фазовая скорость поля излучения в точности равна равновесной скорости частиц пучка:

$$V_\Phi = \frac{\text{Re } \omega(k)}{k} = V_0 + \frac{\delta_{\text{гд}}'(k)}{k} = V_0 \left[ 1 + O \left( \left( \frac{\omega_b}{\omega_M \epsilon'_p(\omega_M)} \right)^2 \right) \right].$$

В этом случае равновесные (синхронные) фазы поля  $\varphi_s$ , в которых заряженные частицы могут двигаться в синхронизме с волной, кратны нечетному числу четвертей длины волны<sup>53-55</sup> (рис. 5):

$$\varphi_{sp}^{(\pm)} = kZ_{sp}^{(\pm)}(t) - \omega(k)t = \frac{\pi}{2}(4p \pm 1)(p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (3.10')$$

Физически точки  $\varphi_{sp}^{(+)}$  соответствуют минимумам потенциала поля волны (3.7), а точки  $\varphi_{sp}^{(-)}$  — его максимумам. Действительно, в общем случае из двух значений синхронной фазы на каждом периоде поля (т. е. при заданном  $p$ ) устойчива только одна<sup>53-55</sup>. Критерием устойчивости является положительный знак квадрата частоты (3.10) фазовых колебаний частиц, слабо отклоняющихся от синхронной<sup>26</sup>. Подставляя в правую часть этой формулы поле (3.7), легко убедиться в том, что только в длинноволновой области возмущений ( $\omega_m = kV_0 < \omega_p$ ) устойчивыми являются именно те фазы  $\varphi_{sp}^{(+)}$ , которые соответствуют максимумам плотности пучка, определяемым законом его модуляции (см. (3.8''))<sup>35</sup>:

$$\Omega_\Phi^2(kz - \omega t = \psi_{sp}^{(\pm)}) = \pm \frac{\omega_b^2 \omega_m}{2(\omega_p - \omega_m)}. \quad (3.10'')$$

Таким образом, наличие границы области устойчивости пучка на оси волновых чисел возмущений однозначно объясняется спецификой механизма автофазировки Векслера — Макмиллана, обеспечивающего группировку частиц пучка в когерентные сгустки излучаемым ими полем только на длинных волнах.

### 3.5. Механизм передачи энергии пучка полю

Сам по себе механизм автофазировки Векслера — Макмиллана, формирующий когерентные сгустки, в рассматриваемых условиях не может обеспечить передачу кинетической энергии частиц пучка полю, необходимую для развития неустойчивости. В самом деле, непосредственно в устойчивой синхронной фазе  $\varphi_{sp}^{(+)}$  поля (3.7) амплитуда тормозящего сгусток поля равна нулю. Группируясь в этой фазе при строгом синхронизме волны с пучком ( $V_\Phi = V_0$ ), опережающие ее частицы тормозятся возбуждаемым полем, а отстающие ускоряются. В результате на линейной стадии (при малых амплитудах поля и смещений в этом поле частиц пучка) передача энергии от пучка полю отсутствует. Для того чтобы такая передача имела место, необходимо, чтобы в процессе развития неустойчивости сгусток смешался в область тормозящих фаз поля, опережая при этом волну<sup>26</sup>. Легко показать, что такое фазовое скольжение сгустка обеспечивается автоматически за счет коллективного эффекта снижения фазовой скорости возбуждаемой пучком волны относительно скорости пучка. Действительно, как следует из (3.7'') и (2.5''), такое снижение имеет место во всей области неустойчивых значений волновых чисел возмущений. При этом знак относительного фазового смещения сгустка  $\Delta$  за время развития неустойчивости  $T_f = (\delta_{\text{рд}}^{\text{II}})^{-1}$ , определяемого рассматриваемым эффектом, положителен:

$$\Delta = k(V_0 - V_\Phi(k))T_f = \frac{\Omega_0(k)}{\delta_{\text{рд}}''(k)} > 0. \quad (3.11a)$$

Это означает, что сгусток опережает волну, смещаясь в область ее тормозящего поля (см.<sup>26</sup> и рис. 6). Амплитуда этого смещения монотонно возрастает с приближением частоты модуляции пучка ( $\omega_m$ ) к резонансной ( $\omega_p$ ) и увеличением равновесной плотности тока пучка  $N_0$ ; в самой точке резо-

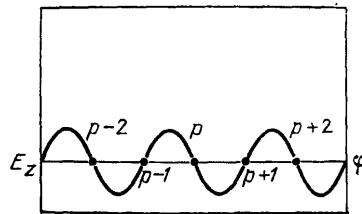


Рис. 5. Положения синхронных фаз при  $V_0 = V_\Phi$

нанса она достигает максимума, не зависящего от  $N_0$ :

$$\begin{aligned}\Delta(k) &= \frac{\omega_b \cdot \omega_M^2}{(\omega_p^2 - \omega_M^2)^{3/2}}, \quad \frac{N_0}{N_p} \ll \left( \frac{\omega_p^2}{\omega_M^2} - 1 \right)^3 \ll 1, \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \left( \frac{\omega_p^2}{\omega_M^2} - 1 \right)^3 \ll \frac{N_0}{N_p} \ll 1.\end{aligned}\quad (3.11б)$$

Таким образом, действие механизма автофазировки Векслера — Макмиллана, обеспечивающего группировку частиц пучка в когерентно излучающие сгустки при длинноволновых возмущениях ( $kV_0 < \omega_p$ ), усиливается

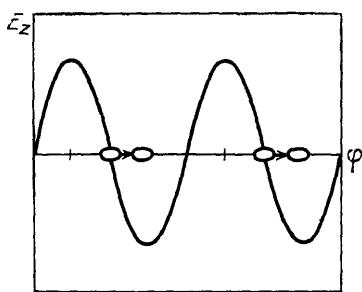


Рис. 6. Качественная картина фазового скольжения сгустков

перемещением формируемым таким путем сгустков в тормозящие фазы возбуждаемого ими поля за счет зависимости фазовой скорости этого поля от плотности частиц пучка (чисто коллективного эффекта \*)). Легко видеть, что при  $\omega < \omega_p [1 + (N_0/N_p)^{1/3}]^{3/2}$  необходимое для обеспечения такого перемещения условие  $V_\phi = \omega/k < V_0$  (см. 26), ограничивающее область неустойчивых волновых чисел возмущений  $k$  снизу, не противоречит неравенству (2.6), ограничивающему эту область сверху.

Завершая изложение данного раздела, уточним объем использованного нами выше понятия автофазировки. Дело в том, что Векслер и Макмиллан предсказали и описали механизм фазовой группировки неизохронных осцилляторов: именно такими осцилляторами являются рассмотренные ими заряженные частицы, циркулирующие по замкнутым круговым равновесным орбитам циклических резонансных ускорителей. Однако в адиабатическом приближении (при малых величинах отношения частоты фазовых колебаний к частоте поля ускоряющей резонансной волны) интенсивность фазовой группировки не зависит от кривизны равновесной орбиты заряда. Об этом свидетельствует тот факт, что и в циклических, и в линейных резонансных ускорителях динамику фазового движения заряда в указанном приближении описывает одно и то же уравнение математического маятника 53—55. По этим причинам рассмотренный нами механизм продольной группировки частиц пучка в когерентные сгустки излучаемым ими полем фактически представляет собою частный случай эффекта автофазировки Векслера — Макмиллана.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Суммируя результаты рассмотрения, изложенного в данном обзоре, можно следующим образом описать ключевые этапы схемы развития коллективной гидродинамической неустойчивости неравновесной системы плазма — пучок. Сигнал начального возмущения группирует частицы пучка в периодически следующие друг за другом когерентные сгустки. При этом характерный линейный размер области когерентного поля каждого заряда по порядку величины равен плазменной длине волны. Поэтому число частиц в каждом когерентном сгустке пропорционально амплитуде возмущения плотности частиц пучка и кубу плазменной длины волны. Эта последовательность когерентных сгустков возбуждает продольные колебания плазмы на частоте модуляции пучка за счет спонтанного черепковского излучения на указанных колебаниях. Индуцированное черепковское поглощение результирующего коллективного поля приводит к росту начальной глубины моду-

\*). Для количественного описания этого эффекта в правой части (3.8'), кроме поля излучения частиц пучка  $E_z^{(пл)}$ , необходимо учесть также его собственное поле (подробнее, см., например, 40, 44).

ляции пучка по плотности (числа когерентных частиц пучка в каждом сгустке). Для этого необходимо, чтобы длина волны возмущения была больше плазменной: только при этом условии сгустки формируются в устойчивых фазах возбуждаемого поля. В этом случае динамика рассматриваемой распределенной системы физически полностью аналогична динамике математического маятника в окрестности верхней точки равновесия. А именно: смещение маятника по углу из положения равновесия аналогично глубине модуляции пучка по плотности, а отклоняющая сила тяжести — коллективному полю (3.7), усиливающему эту модуляцию. Вследствие линейного роста силы с увеличением амплитуды возмущения последняя экспоненциально растет со временем с показателем экспоненты, пропорциональным корню квадратному из жесткости отклоняющей силы (ускорения силы тяжести; равновесной плотности частиц пучка). Поскольку фазовая скорость возбуждаемой волны всегда меньше скорости пучка, то формируемые таким путем сгустки опережают волну, перемещаясь из нулевой фазы в тормозящую.

Научно-методическое значение изложенного выше количественного обоснования ключевых этапов схемы развития плазменно-пучковой неустойчивости не ограничивается конкретным примером этой неустойчивости, поскольку все гидродинамические пучковые неустойчивости развиваются практически именно по этой схеме — с формированием когерентно излучающих сгустков вынуждающим полем их коллективного излучения<sup>35–40</sup>. Специфика каждой неустойчивости определяется лишь конкретным типом спонтанного излучения, обеспечивающего усиление поля. Мы остановили свой выбор на плазменно-пучковой неустойчивости только потому, что для нее наиболее просто найти явные аналитические выражения для функции Грина уравнения Пуассона, описывающей поле индивидуального заряда в плазме.

Авторы благодарны Н. И. Айзацкому, Б. М. Болотовскому, М. В. Незлину, А. А. Рухадзе, К. Н. Степанову, Я. Б. Файнбергу и В. Н. Цытовичу за стимулирующие обсуждения деталей физического содержания рассмотренных вопросов.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ. КУЛОНОВСКОЕ ПОЛЕ ГАРМОНИЧЕСКИ МОДУЛИРОВАННОГО ПУЧКА В ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ

Суммарное кулоновское поле пучка, модулированного по закону (3.6), описывает аналогичная (3.7) формула

$$E_z^{(\text{кул})}(\mathbf{r}, t) = \int E_{z1}^{(\text{кул})}(\mathbf{r}, t; r_s) dQ_s = A_{\text{tot}}^{(\text{кул})} \cos(k_M z - \omega_M t), \quad (\text{П.1})$$

в которой конфигурация кулоновского поля одиночного заряда определена соотношением (3.4).

Выполним интегрирование сначала по  $z$ , а затем по  $k_\perp$ . Эти операции дают амплитуду и фазу кулоновского поля гармонически модулированной нити на расстоянии  $\rho_s = \text{const}$  от нее:

$$E_z^{(\text{кул})}(\mathbf{r}, t; \rho_s) = A^{(\text{кул})}(\rho_s) \cos(k_M z - \omega_M t), \quad (\text{П.2})$$

где введены обозначения

$$A^{(\text{кул})}(\rho_s) = -\frac{4\pi q h N_0 V_0^2 k_M}{(b^2 - a^2) \gamma^2} (b^2 K_0(b\rho_s) - a^2 K_0(a\rho_s)), \quad (\text{П.3})$$

$$b = \left( \frac{\omega_p^2}{c^2} + \frac{k_M^2}{\gamma^2} \right)^{1/2}, \quad a = \frac{\omega_p}{V_0}.$$

Первое слагаемое в квадратной скобке правой части формулы (П. 3) отлично от нуля и в вакууме (при  $N_p \rightarrow 0$ ). Оно описывает слабо модифицированное наличием плазмы кулоновское поле заряженной по гармоническому закону (3.6б) линейной нити. Как видно из (П.3), это поле экспоненциально спадает с ростом расстояния  $\rho_s$  от нити с показателем экспоненты  $b$ . Мы будем

называть это поле, остающееся конечным и при нулевой плотности плазмы ( $N_p \rightarrow 0$ ), квазивакуумным. Второе слагаемое в правой части (П.3), обращающееся в нуль при отсутствии плазмы ( $N_p = 0$ ), физически учитывает и описывает эффект экранировки квазивакуумного поля плазмой, т. е. поле изображения гармонически заряженной нити в объеме безграничной плазмы. Действительно, знак этого поля противоположен знаку квазивакуумного. Конфигурация этого чисто плазменного поля подобна конфигурации квазивакуумного: оно также экспоненциально спадает с ростом расстояния от нити, хотя и с другим показателем экспоненты, определяемым плотностью плазмы и скоростью пучка ( $a = a_p/V_0$ ). Амплитуды обеих составляющих кулоновского поля таковы, что их суммарная амплитуда оказывается в точности равной нулю:

$$A_{\text{tot}}^{(\text{кул})} = 2\pi \int_0^{\infty} d\rho_s \rho_s A^{(\text{кул})}(\rho_s) = 0. \quad (\text{П.4})$$

Физически это означает, что экранировка кулоновского поля рассматриваемой нити является полной, аналогично тому, как это имеет место в идеальном сверхпроводнике.

Харьковский государственный университет  
им. А. М. Горького  
Харьковский физико-технический институт  
АН УССР

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б.//ДАН СССР. 1949. Т. 69. С. 555.
2. Bohm D., Gross E. P.//Phys. Rev. 1949. V. 75. P. 1851.
3. Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б.//ЖЭТФ. 1951. Т. 21. С. 1262.
4. Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б.//УФН. 1951. Т. 44. С. 321.
5. Гинзбург В. Л., Железняков В. В.//Астрон. ж. 1958. Т. 35. С. 694.
6. Файнберг Я. Б.//АЭ. 1961. Т. 11. С. 313.
7. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Половин Р. В. и др. Коллективные колебания в плазме.—М.: Госатомиздат, 1964.
8. Железняков В. В. Радиоизлучение Солнца и планет.—М.: Наука, 1964.
9. Веденов А. А. Теория турбулентной плазмы.—М.: ВИНИТИ АН СССР, 1965.
10. Цытович В. Н. Нелинейные эффекты в плазме.—М.: Наука, 1967.
11. Файнберг Я. Б.//Чехосл. физ. ж. Сер. B 1968. Т. 18. С. 652.
12. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей. Т. 1.—М.: Атомиздат, 1970.
13. Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А.//УФН. 1971. Т. 103. С. 609.
14. Веденов А. А., Рютов Д. Д.//Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леоновича.—М.: Атомиздат, 1972.—Т. 6. С. 3.
15. Силин В. П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму.—М.: Наука, 1973.
16. Брейзман Б. Н., Рютов Д. Д.//Яд. синтез. 1974. Т. 14. С. 873.
17. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Половин Р. В. и др. Электродинамика плазмы.—М.: Наука, 1974.
18. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика.—М.: Наука, 1975.
19. Кадомцев А. А. Коллективные колебания в плазме.—М.: Наука, 1976.
20. Незлин М. В./УФН. 1976. Т. 120. С. 481.
21. Рабинович М. С., Рухадзе А. А.//Физ. плазмы. 1976. Т. 2. С. 715.
22. Иванов А. А. Физика сильно неравновесной плазмы.—М.: Наука, 1977.
23. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы.—М.: Высшая школа, 1978.
24. Файнберг Я. Б.//Укр. физ. ж. 1978. Т. 23. С. 1885.
25. Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З. Физика плазмы для физиков.—М.: Атомиздат, 1979.
26. Bakaj A. S.//Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. 1978.—Vienna: IAEA, 1979. Suppl. V. III. P. 285.
27. Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлий В. Г. Физика сильноточных релятивистских пучков.—М.: Атомиздат, 1980.

29. Collective Methods of Acceleration/Ed. N. Rostoker, M. Reiser.— Hardwood: Acad. Publ., 1981.
30. Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А./УФН. 1981. Т. 133. С. 3.
31. Незлии М. В., Динамика пучков в плазме.— М.: Энергоиздат, 1982.
32. Ерохин Н. С., Кузелев М. В., Моисеев С. С. и др. Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике.— М.: Наука, 1982.
33. Абрамян Е. А., Альтеркоп Б. А., Кулешов Г. Д. Интенсивные электронные пучки.— М.: Энергоатомиздат, 1984.
34. Файнберг Я. Б./Физ. плазмы. 1985. Т. 11. С. 1398.
35. Курилко В. И./ДАН СССР. 1974. Т. 208. С. 1059.
36. Айзакий Н. И., Курилко В. И. К вопросу о механизме радиационной неустойчивости релятивистского пучка в вакууме: Препринт ХФТИ АН УССР 79-14.— Харьков, 1979.
37. Калмыкова С. С./УФН. 1982. Т. 137. С. 725.
38. Калмыкова С. С., Курилко В. И./Материалы II симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий. Ереван, октябрь 1983.— г.— Ереван: ЦНИИатоминформ, 1984.— С. 145.
39. Мирошниченко В. И., Файнберг Я. Б./ДАН УССР. 1986. С. 44.
40. Кузелев М. В., Рухадзе А. А./УФН. 1987. Т. 152. С. 285.
41. Файн В. М., Ханин А. Я./Квантовая радиофизика.— М.: Сов. радио, 1965.
42. Андронов А. А./Изв. вузов. Сер. «Радиофизика». 1961. Т. 4. С. 861.
43. Шафранов В. Д./Физика плазмы и управляемых термоядерных реакций.— М.: Изд-во АН СССР, 1958.— Т. 4. С. 416.
44. Курилко В. И./Труды VII Международной конференции по ускорителям заряженных частиц высоких энергий. Ереван — Цахкадзор, 1969 г.— Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1970.— Т. II. С. 498.
45. Курилко В. И., Толстолужский А. П., Файнберг Я. Б./Проблемы теории плазмы/Под ред. А. Г. Ситенко.— Киев: ИТФ АН УССР, 1972.— С. 246.
46. Рогашкова А. Н./Электрон. техника. 1970. № 5. С. 35.
47. Гинзбург В. Л./ДАН СССР. 1947. Т. 56. С. 253.
48. Болотовский Б. М./УФН. 1957. Т. 62. С. 201.
49. Болотовский Б. М./УФН. 1961. Т. 76. С. 295.
50. Калмыкова С. С./УФЖ. 1980. Т. 25. С. 1269.
51. Векслер В. И./ДАН СССР. 1944. Т. 43. С. 346.
52. McMillan E. M./Phys. Rev. 1945. V. 68. P. 143.
53. Капчинский И. М. Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях.— М.: Атомиздат, 1966.
54. Коломанский А. А. Физические основы методов ускорения заряженных частиц.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980.
55. Лебедев А. Н., Шалынов А. В. Основы физики и техники ускорителей. Т. 1: Ускорители заряженных частиц.— М.: Энергоиздат, 1981.