

Книга снабжена довольно подробной библиографией — более трехсот названий.

В целом впечатление от книги Мёртиг, Мрозана и Цише примерно следующее: книга не лишена недостатков, это в первую очередь — непоследовательность в подборе материала. В то же время в ней можно найти неплохое изложение ряда вопросов, отсутствующих в монографиях, доступных советскому (да, вероятно, и зарубежному) читателю. Она будет полезна тем, кто занимается теорией многократного рассеяния в приложении к неупорядоченным твердым телам и примесям и расчетами транспортных свойств твердых тел.

И. И. Мазин

532.517.4(049.3)

НОВАЯ КНИГА ПО МЕХАНИКЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Lesieur M. *Turbulence in Fluids.* — Dordrecht, Holland; Boston; Lancaster: M. Nijhoff Publishers, 1987.— XII + 286 p.

Книга известного французского ученого М. Лезьёра в основном посвящена изучению однородной и изотропной турбулентности, причем очень много внимания уделено рассмотрению выводов, вытекающих из приближенных «двухточечных замыканий» уравнений механики турбулентности. Эти замыкания основываются на тех или иных гипотезах, позволяющих замкнуть уравнения для двухточечных корреляционных функций турбулентных пульсаций (или, что часто оказывается более удобным, для преобразований Фурье этих функций, т. е. спектров турбулентности). С этой точки зрения рассматриваемая книга примыкает к известной книге Лесли по механике турбулентности¹, обладающей теми же особенностями. Однако при сравнении указанных двух книг сразу бросается в глаза, что они резко отличаются друг от друга. Книга Лесли заметно больше по своему объему, и основное место в ней занимает очень подробное и аккуратное изложение двух самых первых и в 1973 г. казавшихся основными «двухточечных замыканий» — появившегося в 1959 г. приближения прямых взаимодействий Р. Крейчнана и развитой чуть позже тем же автором модифицированной теории (в отличие от первоначального приближения согласующейся уже с известными общими результатами А. Н. Колмогорова и А. М. Обухова), в которой приближение прямых взаимодействий прилагается не к эйлеровым, а к лагранжевым характеристикам турбулентности (оба эти «двухточечные замыкания» вкратце рассматриваются также и в книге²). Книга же Лезьёра написана гораздо менее систематически: многие громоздкие выкладки опущены или лишь намечены (со ссылками, где они изложены во всей полноте). По этой причине новая книга (в отличие от книги Лесли) никак не может использоваться в качестве учебника; в то же время краткость изложения сложных выводов позволила Лезьёру рассмотреть очень много вопросов, не упоминавшихся в книге Лесли (включая ряд результатов, полученных после появления последней книги, и выводов французских ученых, недостаточно освещенных почти во всех книгах английских и американских авторов). При этом приближению прямых взаимодействий и его модификациям Лезьёр уделил очень мало места, а из числа «двухточечных замыканий» наиболее подробно рассмотрел предложенное Орсагом³ так называемое «марковизированное квазинормальное приближение с вихревым затуханием» (eddy-damped quasi-normal Markovian approximation—EDQNM), используемое в рецензируемой книге при рассмотрении целого ряда задач. Отметим в этой связи, что уже после появления книги Лезьёра было показано, что, применив метод ренорм-группы, можно уточнить приближение EDQNM и теоретически рассчитать значения входящих в него подгоночных параметров, которые Лезьёр ре-

комендует определять с помощью сравнения с данными эксперимента результатов расчетов, опирающихся на EDQNM (см. ⁴).

Перейдем теперь к краткому обзору содержания отдельных глав книги. Глава I посвящена определению турбулентности и обсуждению ее роли в механике жидкостей; здесь же кратко излагаются важные для механики турбулентности современные представления о возможности «хаотического поведения» динамических систем с небольшим числом степеней свободы и о возникновении в течениях жидкости упорядоченных («когерентных») структур, а также представлен ряд эффектных фотографий, иллюстрирующих некоторые интересные примеры природных и лабораторных турбулентных течений очень разных масштабов. В гл. II приводятся основные уравнения гидромеханики и некоторые следствия из них; здесь явно проявляется нашедший отражение и во многих других главах книги специальный интерес автора к геофизической турбулентности (в частности, рассматриваются важные для геофизики уравнения движения термически стратифицированной жидкости во вращающейся системе координат и теория внутренних волн в расслоенной жидкости). В небольшой гл. III дается общее представление о линейной теории гидродинамической устойчивости (с примерами ее приложений), рассказывается о различных путях турбулизации течения и вводятся основные безразмерные критерии турбулизации — числа Рейнольдса, Рэлея, Россби и Фруда. В гл. IV рассматриваются преобразования Фурье уравнений гидродинамики — и в этой связи указываются некоторые полезные (но малоизвестные) разложения поля скорости течения жидкости. Глава V посвящена кинематике однородной и изотропной турбулентности; при этом, в отличие от книг ^{1,2}, изотропия здесь определяется как инвариантность статистических характеристик турбулентности лишь относительно вращений (но не зеркальных отражений), так что теперь уже однородная и изотропная турбулентность может обладать ненулевой спиральностью $H = \langle \mathbf{u} \text{ rot } \mathbf{u} \rangle / 2$ (где \mathbf{u} — поле скорости, а угловые скобки — знак осреднения), играющей важную роль при изучении многих магнитогидродинамических течений жидкостей, проводящих ток. Здесь же указывается общий вид корреляционного и спектрального тензоров однородной и изотропной (в разъясненном выше смысле) турбулентности и вводятся отвечающие такой турбулентности спектры энергии, энстрофии (квадрата завихренности), спиральности и скалярных полей (т. е. полей температуры и концентрации примеси). В начальной части гл. VI выводится общее уравнение, связывающее спектр энергии $E(k, t)$ изотропной турбулентности с переносом энергии по спектру $T(k, t)$ (это уравнение является преобразованием Фурье известного уравнения Кармана — Ховарта, содержащего корреляционные функции второго и третьего порядков, исходная форма которого в книге Лезьёра не приводится); далее здесь же излагаются основы общей теории локально изотропной турбулентности, развитой А. Н. Колмогоровым и А. М. Обухова, рассматривается принадлежащий Л. Ричардсону «закон 4/3» для относительной турбулентной диффузии, определяющий скорость расплывания облака примеси в турбулентном потоке, указываются некоторые полезные формулы для масштабов длины и некоторых других характеристик изотропной турбулентности, а также вкратце рассматривается важный вопрос о влиянии флуктуации скорости диссипации энергии на характеристики турбулентности, относящиеся к итерационному интервалу масштабов. Глава VII посвящена так называемым «аналитическим теориям турбулентности» (т. е. различным «двухточечным замыканиям») и методам численного решения уравнений, отвечающих этим теориям; основное внимание здесь уделяется приближению EDQNM. В гл. VIII рассматривается задача о перемешивании турбулентностью поля температуры или концентрации какой-то материальной примеси к потоку; здесь выводятся общие результаты А. М. Обухова, С. Корсина и Дж. Бэтчелора о структуре поля температуры или концентрации в инерционном интервале масштабов и в более мелкомасштабной об-

ласти, а также исследуется приложение приближения EDQNM к изучению диффузии скалярной примеси. В гл. IX изучается (опять же с привлечением EDQNM-теории) однородная и изотропная двумерная турбулентность и родственная ей квазигеострофическая турбулентность, часто являющаяся очень удобной моделью совокупности крупномасштабных возмущений в атмосфере или океане; в этой связи здесь обсуждается ряд конкретных задач геофизической гидродинамики. В гл. X рассматриваются турбулентность в кубическом (или квадратном) «ящике» и отвечающие ей модельные конечномерные системы уравнений, получающиеся при сохранении лишь конечного числа компонент Фурье поля скорости или функции тока; материал этой главы примыкает к получившему в последнее время большое распространение методу моделирования уравнений гидродинамики системами конечного числа обыкновенных дифференциальных уравнений (см.³). Гл. XI посвящена статистической задаче о предсказуемости турбулентных течений, т. е. об оценке скорости возрастания со временем ошибки рассчитываемых значений поля скорости трехмерной или двумерной турбулентности при заданной ошибке задания начального поля в момент $t = 0$; здесь снова за основу берутся расчеты по методу EDQNM. В гл. XII обсуждается «моделирование больших вихрей», т. е. метод численного расчета эволюции во времени крупномасштабных турбулентных возмущений, при котором динамика возмущений «подсеточного масштаба» (меньшего типичного расстояния между соседними узлами сетки, используемой при решении на ЭВМ точных гидродинамических уравнений в частных производных) моделируется с помощью применения к таким возмущениям какого-то приближенного «двухточечного замыкания» (например, EDQNM). Наконец, в последней гл. XIII (названной «По направлению к реальной турбулентности») рассматривается вопрос об обобщении результатов, относящихся к идеализированной однородной и изотропной турбулентности, на случай двух важных для геофизики классов неизотропных турбулентных течений — течения, возникающего после того, как в момент $t = 0$ в устойчиво стратифицированной (и, следовательно, неизотропной) среде создается однородная и изотропная турбулентность, и турбулентного течения, порождаемого потерей устойчивости слоя смешения двух плоскопараллельных потоков, обладающих разными по величине скоростями (в последнем случае особенное внимание уделяется возникновению в слое смешения когерентных структур). Завершает книгу список литературы из 291 названия и предметный указатель.

Книга Лезьёра имеет характер обзорной монографии, где заметно больше внимания уделяется физической сути дела, чем математическим тонкостям; в этом отношении она резко отличается от весьма частых книг по гидродинамике, в которых эта дисциплина фактически рассматривается как часть прикладной математики. Ясно, что рассматриваемая книга должна представлять значительный интерес для физиков, желающих, не теряя много времени, ознакомиться с современным положением дел в теории турбулентности; особенно полезной она окажется для широких кругов геофизиков, сталкивающихся с турбулентными течениями в своей работе.

А. М. Яглом

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Leslie D. C. *Developments in the Theory of Turbulence*. — Oxford: Clarendon Press, 1973; 1983 (with corrections).
2. Монин А. С., Яглом А. М. *Статистическая гидромеханика*. Ч. 2. — М.: Наука, 1967.
3. Orszag S. A. // *J. Fluid Mech.* 1970. V. 40. P. 363.
4. Dannevik W. P., Aukhort V., Orszag S. A. // *Phys. Fluids*. 1987. V. 30. P. 2021.
5. Гледзер Е. Б., Должанский Ф. В., Обухов А. М. *Системы гидродинамического типа и их применение*. — М.: Наука, 1981.