

СОВЕЩАНИЯ И КОНФЕРЕНЦИИ

53(048)(092)

**НАУЧНАЯ СЕССИЯ ОТДЕЛЕНИЯ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ И АСТРОНОМИИ
И ОТДЕЛЕНИЯ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ АКАДЕМИИ НАУК СССР****(20—21 января 1988 г.)**

20 и 21 января 1988 г. в Институте физических проблем им. С. И. Вавилова состоялась совместная научная сессия Отделения общей физики и астрономии и Отделения ядерной физики АН СССР, на которой были заслушаны перечисленные ниже доклады.

Юбилейная научная сессия, посвященная 80-летию со дня рождения академика Л. Д. Ландау (1908–1968)

20 января

1. А. М. Поляков. Задачи квантовой геометрии.
2. П. Б. Вигман. Сверхпроводимость в сильно коррелированных электронных системах.

21 января

3. Д. А. Киржниц. Электродинамика магнитного монополя.
4. В. Е. Захаров. Волновые коллапсы.

Ниже приводится краткое содержание одного доклада.

530.182(048)

В. Е. Захаров. Волновые коллапсы. В различных разделах современной теоретической физики активно используются солитоны — устойчивые локализованные возбуждения. Солитоны представляют собой наиболее известный класс существенно нелинейных волновых явлений.

Цель настоящего доклада — обратить внимание на другой класс таких явлений, на волновые коллапсы — взрывообразные процессы концентрации волновой энергии в уменьшающемся объеме. Теория коллапсов тесно связана с теорией солитонов: в тех случаях, когда солитон теряет устойчивость, нелинейной стадией неустойчивости обычно оказывается волновой коллапс. Результатом коллапса может быть образование солитона меньшего размера, но наиболее типичны ситуации, когда энергия, попадающая в коллапс, поглощается за счет включения несущественных ранее диссипативных эффектов. В этом случае коллапс оказывается существенно нелинейным и, может быть, очень важным механизмом диссипации волновой энергии.

Стационарные возбуждения типа солитонов могут давать вклад в термодинамические свойства вещества и изучаться статистической физикой. Волновые коллапсы — принципиально нестационарные явления, необходимые для понимания многих сильно неравновесных процессов турбулентного

типа. Среди них — волновая турбулентность, возникающая при распространении интенсивных световых импульсов по нелинейному диэлектрику (коллапс здесь — это стационарная или нестационарная самофокусировка), протекание интенсивных токов по плазме (коллапс — катастрофическое сжатие z -пинча), распространение бесстолкновительных ударных волн под углом к магнитному полю. Коллапсы лэнгмюровских волн играют центральную роль в теории лэнгмюровской турбулентности плазмы, возникающей при интенсивных методах ее нагрева — электромагнитным излучением или пучками¹.

Количество физических ситуаций, для понимания которых необходимо привлекать коллапсы, постоянно возрастает, и может оказаться, что коллапсы имеют в физике значение, сравнимое со значением солитонов.

В простейшем варианте теория коллапса — это теория возникновения особенностей у решений нелинейных волновых уравнений. Так, нелинейное уравнение Шрёдингера (универсальная модель для квазимонохроматических волновых пакетов в нелинейной среде)

$$i\Psi_t + \Delta\Psi + |\Psi|^2\Psi = 0 \quad (1)$$

в размерности $d = 1$ описывает устойчивые солитоны, но при $d \geq 2$ начальное условие, для которого интеграл движения (гамильтониан) отрицателен:

$$H = \int \left(|\nabla\Psi|^2 - \frac{1}{4} |\Psi|^4 \right) d\mathbf{r} < 0,$$

в конечный момент времени $t = t_0$ оканчивается особенностью². Вопрос о характере этой особенности решен лишь в последнее время. Рассматривались³ два варианта особенности: «слабый коллапс», когда энергия, попадающая в особенность, формально равна нулю и в точке коллапса формируется интегрируемая особенность распределения волновой энергии, и «сильный коллапс», когда энергия, концентрирующаяся в точке коллапса, конечна. Выбор между этими возможностями существенно влияет на формулу для эффективного коэффициента нелинейного затухания, вносимого коллапсами. В настоящее время установлено^{4,5}, что при $d = 3$ коллапс является слабым (хотя возможны неустойчивые режимы сильного коллапса⁶) и автомодельным

$$\Psi \rightarrow \frac{1}{(t_0 - t)^{1/2} + i\varepsilon} F\left(\frac{r}{(t_0 - t)^{1/2}}\right), \quad \varepsilon = 0,545, \quad (2)$$

причем при $t \rightarrow t_0$

$$|\Psi|^2 \rightarrow \frac{2c^2}{r^2}, \quad c = 1,01.$$

Более трудна теория в двумерном случае $d = 2$. Еще в 1975 г. была высказана гипотеза⁷, что коллапс является квазиавтомодельным:

$$|\Psi| \rightarrow \frac{1}{f(t)} R_0\left(\frac{r}{f(t)}\right), \quad (3)$$

причем функция $R_0(\xi)$ совпадает с профилем стационарного двумерного солитона, обладающего в данном случае безразличной устойчивостью. Эта гипотеза доказана в работе⁸, в которой также установлен вид функции $f(t)$:

$$f(t) = \left(\frac{t}{la(t)}\right)^{1/2}, \quad a \ln a = \alpha |\ln(t_0 - t)| \quad (\alpha = \text{const}).$$

Асимптотика (3) означает, что коллапс является сильным, причем в особенность попадает постоянное и фиксированное значение энергии (критическая энергия). При построении теории коллапса в рамках уравнения (1) большую роль сыграло его численное решение. Были созданы специальные численные схемы с адаптивной сеткой, позволившие⁹ весьма близко подойти к особен-

ности ($|\Psi_{\max}|^2/|\Psi_0|^2 \sim 10^{18}$). Вообще, численное моделирование имеет для теории волновых коллапсов принципиальное значение.

Коллапс лэнгмюровских волн представляет собой образование в плазме сжимающихся областей пониженной плотности — каверн, являющихся резонаторами для электромагнитных колебаний дипольного типа. Каверны имеют чечевицеобразную форму и первоначальный размер, на несколько порядков превышающий дебаевский радиус. Основной процесс коллапса описывается системой уравнений для комплексной огибающей высокочастотного потенциала Ψ и вариации плотности n , родственной уравнению (1):

$$\Delta(i\Psi_t + \Delta\Psi) = \text{div } n \nabla\Psi, \quad (4)$$

$$n_{it} - \Delta n = \Delta |\nabla\Psi|^2.$$

Система (4) неоднократно подвергалась численному моделированию¹. На основании комбинированного аналитического и численного исследования установлено, что в наиболее интересной области масштабов

$$1 \ll \frac{L}{r_D} \ll \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2}$$

коллапс является сильным, причем в особенность попадает энергия порядка

$$E \sim A \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2} r_D^3 n T;$$

A — некоторый структурный фактор.

Концентрирующаяся в коллапсе колебательная энергия на заключительной стадии процесса передается электронам плазмы, коллапсирующая каверна является также генератором звуковых колебаний. Для изучения этой стадии коллапса необходимо численное моделирование плазмы методом частиц в ячейках, причем требуется решение существенно трехмерной задачи. Это моделирование, находящееся на пределе возможностей современных ЭВМ, недавно было проделано на вычислительном комплексе ИКИ АН СССР¹⁰. Моделирование показало, что заключительный размер каверны достаточно велик ($L/r_D \sim 15-20$, что согласуется с ранее казавшимися необъяснимыми данными лабораторного эксперимента¹¹), и подтвердило гипотезу о том, что коллапс является эффективным механизмом ускорения горячих электронов, обычно наблюдающихся при лазерном нагреве плазмы.

Изучение элементарного акта коллапса — предпосылка для развития теории «световой турбулентности», описываемой уравнением (1) и лэнгмюровской турбулентности плазмы, основанной на системе (4). В обоих случаях турбулентность сопровождается множественными коллапсами, в которых происходит диссипация волновой энергии и генерация мелкомасштабных возмущений. Численное моделирование этих типов турбулентности представляет собой весьма актуальную задачу, в решении сделаны лишь первые шаги¹². Другими до некоторой степени изученными типами плазменной турбулентности, которые сопровождаются коллапсами, являются нижегибридная турбулентность¹³ и магнитозвуковая турбулентность в случае положительной дисперсии звука¹⁴, осуществляющейся при распространении звуковых волн под углом к магнитному полю. Следует заметить, что в плазме, помещенной в магнитное поле, может развиваться множество различных типов турбулентности и, несомненно, многие из них происходят с участием коллапсов.

Существует важная общезначимая ситуация, приводящая к коллапсам. В сильно неравновесных средах (при наличии пучков заряженных частиц, течений и т. д.) могут существовать волны отрицательной энергии, распространение которых уменьшает общую энергию системы. В таких средах возможно явление взрывной неустойчивости, осуществляющееся тогда, когда существуют тройки волн с волновыми векторами $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3$ и частотами $\omega_1,$

ω_2, ω_3 , для которых выполнены условия резонанса

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 = 0, \quad \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 0 \quad (i = 1, 2, 3). \quad (5)$$

Этот процесс описывается системой уравнений для огибающих волн

$$\frac{\partial \Psi_i}{\partial t} + (\mathbf{v}_i \nabla) \Psi_i = i \Psi_j^* \Psi_k^* \quad (i \neq j \neq k); \quad (6)$$

здесь $\mathbf{v}_i$ — групповые скорости волновых пакетов. Система (6) принадлежит к числу уравнений, точно решаемых при помощи метода обратной задачи рассеяния (см.¹⁵), применение которого показывает, что достаточно интенсивное начальное условие общего вида приводит к образованию точечной особенности — коллапса. Интегрируемость уравнений при помощи МОЗР не только не исключает возможности коллапса, но наоборот — большинство интегрируемых уравнений в «общем положении» являются коллапсирующими. Так, уравнение Кортевега — де Фриса

$$u_t + uu_x + u_{xxx} = 0 \quad (7)$$

для комплексной функции u приводит к коллапсу, в чем легко убедиться, анализируя простейшее точное решение односолитонного типа. В вещественном случае для уравнения типа

$$u_t + u^p u_x + u_{xxx} = 0 \quad (8)$$

коллапс имеет место при $p \geq 4$.

Итак, турбулентность с участием волн отрицательной энергии сопровождается коллапсами. Конкретные физические примеры такой турбулентности еще не изучены,

они должны осуществляться в физике плазмы и гидродинамике. Вообще, вопрос о роли коллапсов в гидродинамической турбулентности является одним из самых важных. Целый ряд экспериментальных данных — переменяемость, сильное отличие турбулентного случайного процесса от гауссовости (большие величины «экспессов» в высших корреляторах) и т. д. приводят к мысли, что диссипация турбулентной энергии носит неравномерный, «пятнистый», характер, что могло бы быть объяснено коллапсами. Однако доказательства возможности коллапса в гидродинамике пока не дано. Существует, однако, численный эксперимент¹⁶, описывающий коллапс в задаче о взаимодействии двух вихревых нитей конечной толщины (в рамках достаточно грубой модели такого взаимодействия). Анонсируем аналитическое объяснение этого эксперимента. Пусть заданы две симметрично относительно оси x расположенные вихревые нити равной и противоположной завихренности Γ и радиуса d ; пусть расстояние между нитями a (см. рисунок), x — координата центра системы. Тогда в приближении $R \gg a \gg d$

$$\frac{a_{zz}}{a} \sim \frac{1}{R^2},$$

имеет место система уравнений

$$\begin{aligned} \Delta &= \Gamma \ln \frac{a}{d}, \\ \dot{X} &= \frac{\Gamma}{a} - \Delta \frac{\partial^2 a}{\partial z^2}, \\ \dot{a} &= \Delta \frac{\partial^2 x}{\partial z^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

имеющая коллапсирующее автомодельное решение вида

$$a = (t_0 - t)^{1/2} f\left(\frac{z}{(t_0 - t)^{1/2}}\right),$$

качественно и количественно согласующееся с данными эксперимента¹⁶. Состояние нитей в момент коллапса изображено на рисунке. Система (9), однако, теряет применимость при $a \sim d$, и вопрос о дальнейшем поведении системы нитей остается открытым.

Заметим, что не вызывает сомнения роль коллапсов в турбулентности потенциальных колебаний сжимаемой жидкости (акустическая турбулентность). Роль коллапсов здесь играют ударные волны; отличие от предыдущей ситуации состоит в том, что ударные волны являются длительно существующими плоскими областями диссипации энергии. Весьма интересен вопрос могут ли существовать точечные или нитевидные области такого рода (их можно было бы назвать «воронками»; см.¹⁷). Исследование показывает, что в нелинейном уравнении Шрёдингера (1) точечные воронки существуют, если размерность пространства $d \geq 4$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захаров В. Е. // Основы физики плазмы. — М.: Энергоатомиздат, 1984. Т. 2. С. 79.
2. Власов С. В., Пискунова Л. В., Таланов В. И. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. С. 1602.
3. Захаров В. Е. // ЖЭТФ. 1972. Т. 75. С. 1602.
4. McLaughlin D. W., Paranicolaon G. G., Sulem S., Sulem P. L. // Phys. Rev. Ser. A. 1986. V. 34. P. 1200.
5. Захаров В. Е., Литвак А. Г., Ракова Е. А., Сергеев А. М., Швеиц В. Ф. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. вып. 5.
6. Захаров В. Е., Кузнецов Е. А. // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. С. 1310.
7. Захаров В. Е., Сыпих В. С. // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. С. 940.
8. Захаров В. Е. О характере особенности критического коллапса // ЖЭТФ. 1988.
9. Захаров В. Е., Швеиц В. Ф. // Письма ЖЭТФ. 1988. Т. 47, № 4.
10. Захаров В. Е., Пушкарёв А. Н., Рубенчик А. М., Сагдеев Р. З., Швеиц В. Ф. Заключительная стадия трехмерного лэнгмюровского коллапса // Ibidem. 1988.
11. Cheung P. Y., Wong A. Y. // Phys. Fluids. 1985. V. 28. P. 1538.
12. Дегтярев Л. М., Ибрагимов И. М., Сагдеев Р. З., Соловьев Т. И., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. // Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 40. С. 455.
13. Мушер С. Л., Стурман В. И. // Ibidem. 1975. Т. 22. С. 537.
14. Кузнецов В. Е., Мушер С. Л., Шафаренко А. В. // Ibidem. 1983. Т. 37. С. 204.
15. Захаров В. Е., Мананков С. В. // Ibidem. 1973. Т. 18. С. 413.
16. Pumić A., Siggia E. D. // Phys. Fluids. 1987. No. 9.
17. Захаров В. Е., Шур Л. Н. // ЖЭТФ. 1987. Т. 81. С. 2019.

530.12:531.51(063)

МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКОЛА ПО ГРАВИТАЦИИ И КОСМОЛОГИИ: КУРС 10 «ГРАВИТАЦИОННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ, ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ МЕТРОЛОГИЯ И КОНСТАНТЫ»

(Эриче, Сицилия, 2—12 мая 1987 г.)

«Международная школа по гравитации и космологии» — одна из 70 различных школ, которые организует и финансирует Итальянский центр «Научная культура» им. Э. Майораны. Директор центра — профессор А. Зикикки, директор школы — профессор В. Де Саббата.

Директор школы предлагает проведение очередных курсов известным специалистам из разных стран. Курсы по гравитации и космологии ранее возглавляли Дж. Вебер, П. Бергманн, Н. Розен, Э. Шмутцер и др.

Со 2-го по 12-е мая 1987 г. в г. Эриче, Сицилия, школа по гравитации и космологии проводила свой 10-й курс на тему «Гравитационные измере-