

538.915

# ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*И. В. Кукушкин, С. В. Мешков, В. Б. Тимофеев*

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение . . . . .	219
2. Вопросы теории . . . . .	221
2.1. Случайные потенциалы. 2.2. Невзаимодействующие электроны. 2.3. Линейное экранирование. 2.4. Нелинейное экранирование.	
3. Экспериментальные методы исследования термодинамической плотности состояний . . . . .	234
3.1. Осцилляции магнитного момента. 3.2. Осцилляции контактной разности потенциалов и тока через затвор. 3.3. Осцилляции электронной теплоемкости. 3.4. Осцилляции магнитоемкости. 3.5. Термоактивационная магнитопроводимость. 3.6. Другие методы.	
4. Спектроскопический метод исследования одночастичной плотности состояний . . . . .	244
4.1. Излучательная рекомбинация 2D-электронов в кремниевых МДП-структурах. 4.2. Осцилляции спинового и междолинного расщеплений в энергетическом спектре 2D-электронов. 4.3. Осцилляции плотности состояний 2D-электронов в поперечном магнитном поле. 4.4. Определение амплитуды и пространственного масштаба случайного потенциала дефектов. 4.5. Определение абсолютной величины плотности состояний.	
5. Заключение . . . . .	261
Список литературы . . . . .	262

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В полупроводниках квазидвумерные слои пространственного заряда, электронные или дырочные, возникают в каналах на границах раздела (интерфейсах) в гетеропереходах и структурах металл — диэлектрик — полупроводник (МДП) <sup>1</sup>. В таких каналах движение электрона по нормали к границе раздела ( $z$ -направление) ограничено узкой потенциальной ямой и электронный спектр в этом направлении оказывается дискретным. Электронный газ может считаться двумерным (2D-), если энергетические масштабы, связанные с поперечным квантованием в канале, превышают все другие характерные энергии электронной системы (энергию Ферми  $E_F$ , температуру  $T$ , циклотронную энергию  $\hbar\omega_c$  и пр.).

Интерес к 2D-электронным структурам особенно возрос в последние годы и обусловлен не только их разнообразными и эффективными применениями в микроэлектронике, но и открытием в этой области принципиально новых фундаментальных явления — квантового эффекта Холла (КЭХ), целочисленного <sup>2</sup> и дробного <sup>3</sup>, за которое Клаусу фон Клитцингу присуждена Нобелевская премия по физике в 1985 г. Эти явления (см. обзор <sup>4</sup>) специфичны для двумерных систем, и для их понимания на микроскопическом уровне весьма важно знать устройство энергетического спектра 2D-электронов в поперечном магнитном поле  $D$  ( $E$ ) при учете случайного потенциала, связанного с дефектами в реальных структурах, и эффектов экранирования этого потенциала 2D-электронами.

Энергетический спектр идеального 2D-электронного газа при включении поперечного магнитного поля  $H$  становится полностью дискретным из-за магнитного квантования орбитального движения в плоскости слоя  $(x, y)$ :

$$E_N = \hbar\omega_c \left( N + \frac{1}{2} \right);$$

здесь  $\omega_c = eH/m_c$  — циклотронная частота,  $m_c$  — эффективная масса,  $N$  — квантовое число. Плотность состояний (ПС) такой системы представляет собой набор  $\delta$ -функциональных пиков, отстоящих друг от друга на  $\hbar\omega_c$ . При наличии в системе электронов они заполняют уровни Ландау начиная с самого нижнего. Число уровней, на которых имеются электроны, характеризуется фактором заполнения  $\nu$ , определяемом как отношение концентрации электронов  $n_s$  к кратности вырождения уровня Ландау на единицу площади  $(2\pi l_H^2)^{-1}$  ( $l_H := (\hbar/eH)^{1/2}$  — магнитная длина):

$$\nu = 2\pi l_H^2 n_s = \frac{n_s \hbar}{eH}.$$

В реальных 2D-системах электроны испытывают действие случайного потенциала, связанного с разнообразными дефектами (шероховатости поверхности, заряженные примесные центры вблизи канала и пр.). Взаимодействие со случайным потенциалом снимает вырождение, и уровни Ландау приобретают конечную ширину. Распределение одночастичной плотности состояний определяется характером неоднородностей, а также экранированием создаваемого ими потенциала, которое, в свою очередь, зависит от фактора заполнения  $\nu$ . Исследование ПС в зависимости от величины магнитного поля и заполнения позволяет получить ценную информацию о линейных масштабах и амплитуде неоднородностей в реальных 2D-системах. Эта информация необходима, в частности, для понимания магнитотранспортных свойств 2D-слоев пространственного заряда в широком диапазоне изменений заполнения уровней носителями заряда.

К настоящему времени опробованы разнообразные экспериментальные методы измерения плотности состояний 2D-систем в поперечном магнитном поле. Большая часть этих методов исследует так называемую термодинамическую плотность состояний  $D_T(E_F) = dn_s/dE_F$ , являющуюся интегральной характеристикой энергетического спектра. Эта величина измерялась по осциллирующим зависимостям термодинамических величин — намагниченности<sup>5</sup>, электронной теплоемкости<sup>6</sup>, а также с помощью термоактивационной проводимости<sup>7</sup>. Обнаружилось, что вблизи полужелтых заполнений  $D_T(E_F)$  представляет собой довольно острый пик, ширина которого находится в хорошем соответствии с оценками по подвижности носителей (см.<sup>1</sup>), однако и в промежутке между уровнями Ландау ПС оказывается отнюдь не экспоненциально малой. Этот факт трактовался как некое «плато», на фоне которого возвышаются гауссоподобные пики плотности состояний, и высказывались различные соображения о порождающих его причинах. Объяснить наблюдающуюся картину удастся только экранированием случайного потенциала, осциллирующим в зависимости от фактора заполнения  $\nu$ .

Одночастичную плотность состояний  $D(E)$  можно исследовать с помощью спектроскопического метода<sup>8</sup>, основанного на измерениях спектров люминесценции 2d-электронов. Спектроскопический метод позволяет проследить за тем, как зависит распределение ПС от фактора заполнения, как сказывается на энергетическом спектре экранирование флуктуации случайного потенциала, а также получить информацию о самом случайном потенциале — его амплитуде и масштабах.

В настоящем обзоре обсуждается очерченный выше круг вопросов. В нем проанализированы как теоретические аспекты, касающиеся характеристик случайных потенциалов и формируемой ими плотности состояний 2D-систем, так и результаты экспериментальных исследований ПС в поперечном магнитном поле с использованием различных методов.

## 2. ВОПРОСЫ ТЕОРИИ

Прежде всего рассмотрим ряд вопросов, связанных с самим понятием плотности состояний. В наиболее простом случае идеального ферми-газа задача сводится к нахождению энергетического спектра (т. е. решению уравнения Шрёдингера) для одной частицы в случайном потенциале. При достаточно большой площади системы число состояний, отнесенное к единичному интервалу энергии и единичной площади системы, самоусредняется и является по определению плотностью состояний  $D(E)$ . Эта величина не зависит от температуры и положения уровня Ферми  $E_F$  и связана с концентрацией носителей в 2D-системе  $n_s$  интегралом

$$n_s(E_F) = \int_0^{\infty} D(E) \left( \exp \frac{E - E_F}{kT} + 1 \right)^{-1} dE. \quad (2.1)$$

Термодинамическая плотность состояний  $D_T(E_F) = dn_s/dE_F$  равна при  $T = 0$  значению  $D(E)$  на уровне Ферми.

При учете межэлектронного взаимодействия энергетический спектр многочастичной системы чрезвычайно усложняется и не имеет, строго говоря, отношение к спектру одной частицы. В этом случае одночастичная плотность состояний при любой температуре определяется как мнимая часть запаздывающей функции Грина, свернутой по всем координатам и усредненной по реализациям случайного потенциала:

$$D(E) = S^{-1} \text{Sp Im } \hat{G}(E).$$

Эта величина, совпадающая для идеального газа с данным выше определением, при наличии межчастичного взаимодействия параметрически зависит от  $E_F$  и  $T$  и является основной характеристикой энергетического спектра многочастичных систем. Для вычисления  $D(E)$  существует мощный аппарат гриновских функций с диаграммной техникой<sup>9</sup>, специально приспособленной для вычислений в магнитном поле<sup>10</sup>. В определенных условиях<sup>11</sup> она допускает и прямое экспериментальное измерение оптическими средствами (применительно к 2D-системам см. п. 4).

Связь (2.1) между  $D(E)$  и концентрацией  $n_s$  остается в силе и при наличии межчастичного взаимодействия для любых значений  $T$  и  $E_F$ , но вследствие зависимости  $D(E)$  от положения уровня Ферми  $D_T(E_F)$  уже не совпадает при нулевой температуре с  $D(E_F)$ .

Последовательный учет межэлектронного взаимодействия по теории возмущений предполагает малость кулоновской энергии на характерном расстоянии между электронами по сравнению с шириной их энергетического распределения. В магнитном поле параметром слабости взаимодействия обычно считается отношение магнитной длины к боровскому радиусу  $a^* = \kappa \hbar^2 / m e^2$  ( $\kappa$  — диэлектрическая проницаемость среды). На практике отношение  $l_H / a^*$  оказывается не малым ( $\geq 1$  для гетероструктур и  $\geq 3$  для МДП-систем), и эффект межэлектронного взаимодействия может быть существенным. Оно должно, в частности, приводить к уширению уровней Ландау за счет затухания квазичастиц, аналогичного обычному ферми-жидкостному<sup>9</sup> (оно отсутствует на верхнем из заполненных уровней Ландау вследствие энергетического запрета на распад квазичастиц, но на более низких уровнях мало только по параметру  $l_H / a^*$ ).

Строгий учет взаимодействия принципиально важен в проблеме основного состояния двумерной электронной системы при нецелочисленном факторе заполнения. Многочисленные расчеты в этой области, касаться которой мы не будем, выполнены в связи с исследованиями дробного КЭХ<sup>4</sup>.

В настоящее время единственной практической основой для количественного рассмотрения двумерных уровней Ландау в случайном потенциале

является приближение самосогласованного поля. Самосогласованный потенциал складывается из исходного случайного потенциала и электростатического потенциала, возникающего при пространственном перераспределении электронов, а при расчете уширения уровней и плотности заряда в этом потенциале электроны считаются невзаимодействующими. Неточности метода самосогласованного поля, игнорирующего корреляционные и ферми-жидкостные эффекты, по-видимому, не очень существенны на фоне обычно используемых дополнительных приближений. Отсутствие экспериментальных указаний на заметные перенормировки наблюдаемых физических величин также дает основание для оптимизма.

Ниже изложены известные в настоящее время теоретические результаты, касающиеся одночастичной плотности состояний. Сначала рассмотрены практически важные модели случайных потенциалов. Затем в порядке возрастания сложности рассмотрено уширение уровней в отсутствие межэлектронного взаимодействия, линейное экранирование слабого случайного потенциала и, наконец, нелинейные эффекты, возникающие при ширине уровней, сравнимой с расстоянием между ними. В большинстве теоретических работ обсуждаются вопросы, связанные с одночастичной плотностью состояний  $D(E)$ , т. е. с шириной и формой уровней Ландау при фиксированном заполнении  $\nu$ . Для термодинамической плотности состояний существуют в основном полукачественные соображения и оценки, рассматриваемые в разделе 2.4.

Обсуждая работы, мы будем отдавать предпочтение аналитическим результатам и качественным идеям, проясняющим физическую картину. Работы, посвященные численным реализациям сложных процедур самосогласования, будут практически только перечислены.

## 2.1. Случайные потенциалы

Пространственные неоднородности реального 2D-канала разнообразны как по физическому происхождению, так и по характеру их вклада в эффективный случайный потенциал. Несовершенства кристаллической структуры и, по-видимому, шероховатости поверхности создают сравнительно короткодействующий потенциал, свойства которого количественно изучены слабо. Одним из наиболее важных, применительно к экспериментальным ситуациям, источником случайного потенциала являются заряженные примесные центры, расположенные в окрестности канала. Их дальнodelействующие кулоновские потенциалы, перекрываясь, создают плавный случайный потенциал с большим характерным размером.

Большинство теоретических результатов получено для случайных потенциалов гауссового типа, которыми мы и ограничимся. Помимо простоты их корреляционных свойств, значительно облегчающей расчеты, такие потенциалы актуальны и по чисто физическим причинам, поскольку образуются при наличии большого числа перекрывающихся потенциалов сравнительно слабых рассеивателей, случайно распределенных в пространстве. Например, потенциал, создаваемый в плоскости канала кулоновскими центрами, с хорошей точностью является гауссовым на масштабах порядка или больше расстояния между ними.

Общим свойством гауссовых случайных потенциалов является их симметричность, т. е. равновероятность отклонений вверх и вниз от среднего значения. Потенциалы, создаваемые сильными короткодействующими рассеивателями, шероховатостями поверхности и другими подобными источниками, являются в общем случае негауссовыми и несимметричными, однако это принципиально важно, по-видимому, лишь при изучении подвижности в двумерном канале, циклотронного резонанса и т. п. С точки зрения уширения уровней Ландау эти факторы с достаточной точностью могут моделироваться короткодействующими гауссовыми потенциалами. Симметричность гауссо-

вых потенциалов не является в этом смысле помехой, поскольку в настоящее время имеется весьма небольшое число экспериментов<sup>12</sup>, указывающих на асимметрию плотности состояний относительно среднего положения уровней Ландау.

Гауссов случайный потенциал в плоскости канала  $U(\mathbf{r})$  с нулевым средним значением полностью задается своим парным коррелятором

$$Q(\mathbf{r}-\mathbf{r}') \equiv \langle U(\mathbf{r}) U(\mathbf{r}') \rangle$$

( $\mathbf{r}$  — двумерный радиус-вектор). Фурье-образ коррелятора

$$Q_{\mathbf{k}} \equiv \int Q(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) d^2r$$

определяет распределение фурье-компонент потенциала

$$\langle U_{\mathbf{k}} U_{\mathbf{k}'} \rangle = (2\pi)^2 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') Q_{\mathbf{k}}, \quad U_{\mathbf{k}} \equiv \int U(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) d^2r.$$

Важной характеристикой случайного потенциала является его дисперсия, т. е. среднеквадратичное значение  $\Gamma$ :

$$\Gamma^2 = \langle U(\mathbf{r}) U(\mathbf{r}) \rangle = \int Q_{\mathbf{k}} \frac{d^2k}{(2\pi)^2}. \quad (2.2)$$

Математически гауссов случайный потенциал определяется как потенциал, вероятность произвольной флуктуации которого  $u(\mathbf{r})$  пропорциональна

$$\exp\left(-\int U(\mathbf{r}) Q^{-1}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') U(\mathbf{r}') d^2r d^2r'\right)$$

где  $Q^{-1}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$  — оператор, обратный к  $Q(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ , т. е. имеющий фурье-образ  $Q_{\mathbf{k}}^{-1}$ .

Хаотически распределенные в пространстве рассеиватели с концентрацией  $n(\mathbf{R})$  ( $\mathbf{R} \equiv \{\mathbf{r}, z\}$  — трехмерный радиус-вектор) создают случайный потенциал с коррелятором

$$\begin{aligned} \langle U(\mathbf{R}) U(\mathbf{R}') \rangle &= \int V(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) V(\mathbf{R}', \mathbf{R}_0) n(\mathbf{R}_0) d^3R_0 - \\ &- \left( \int V(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) n(\mathbf{R}_0) d^3R_0 \right) \left( \int V(\mathbf{R}', \mathbf{R}_0) n(\mathbf{R}_0) d^3R_0 \right), \end{aligned} \quad (2.3)$$

где  $V(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0)$  — потенциал, создаваемый в точке  $\mathbf{R}$  рассеивателем, расположенным в точке  $\mathbf{R}_0$ . При однородном вдоль плоскости распределении рассеивателей  $n(z)$

$$Q_{\mathbf{k}} = \int \left| \int V(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) d^2r \right|^2 n(z_0) dz_0.$$

Подчеркнем, что характерный пространственный масштаб корреляций потенциала определяется только свойствами рассеивателей и не зависит от их концентрации. Однако от нее зависит, в какой мере случайный потенциал действительно является гауссовым.

Опишем теперь актуальные двумерные случайные потенциалы. Наиболее прост и удобен в применении (благодаря отсутствию расходимости на длинных волнах и быстрому убыванию на коротких) потенциал с гауссовой формой коррелятора:

$$Q(\mathbf{r}) = \Gamma^2 \exp\left(-\frac{r^2}{2d^2}\right), \quad Q_{\mathbf{k}} = 2\pi d^2 \Gamma^2 \exp\left(-\frac{k^2 d^2}{2}\right). \quad (2.4)$$

Этот чисто модельный потенциал может быть представлен согласно (2.3) как созданный случайно распределенными рассеивателями с потенциалом  $V(\mathbf{R}, \mathbf{R}_0) \sim \exp[-(\mathbf{R}-\mathbf{R}_0)^2/d^2]$ . Можно надеяться, что коррелятор (2.4) при соответствующем выборе параметров способен описать эффективный

потенциал, создаваемый шероховатостями поверхности. Часто используемый потенциал «белый шум» представляет собой гауссов потенциал с коррелятором

$$Q(\mathbf{r}) = w\delta(\mathbf{r}), \quad Q_{\mathbf{k}} = w = \text{const}$$

и может рассматриваться как предел потенциала (2.3) с малой корреляционной длиной, но большой дисперсией:

$$d \rightarrow 0, \quad (2\pi)^{1/2} \Gamma d \rightarrow w.$$

Потенциалы, создаваемые хаотически расположенными заряженными центрами, обычно имеют в большом диапазоне длин волн степенное поведение коррелятора  $Q_{\mathbf{k}}$ . Подробности этой зависимости определяются распределением примесей в перпендикулярном каналу направлении  $n(z)$ , неоднородностью в этом же направлении диэлектрической проницаемости вещества  $\kappa(z)$ , наличием металлического электрода (затвора) и т. п. (вдоль плоскости канала все предполагается однородным). С учетом этих факторов в общем виде коррелятор случайного потенциала, создаваемого в плоскости канала  $z = 0$ ,

$$Q_{\mathbf{k}} = \int G_{\mathbf{k}}^2(0, z_0) n(z_0) dz_0,$$

выражается через функцию Грина  $G_{\mathbf{k}}(z, z_0)$  уравнения Пуассона, т. е. решение уравнения

$$\kappa(z) \left( \frac{d^2 G}{dz^2} - k^2 G \right) + \frac{dG}{dz} \frac{d\kappa(z)}{dz} = -4\pi\delta(z - z_0),$$

убывающее при  $z \rightarrow \pm \infty$ . Наличию проводящего электрода формально отвечает обращению  $\kappa(z)$  в бесконечность при соответствующем значении  $z$ .

Из разнообразных примеров полупроводниковых систем, где реализуются двумерные каналы, перечислим только наиболее простые и типичные случаи. Равномерно распределенные в однородной среде однозарядные центры с концентрацией  $n_3$  создают в плоскости канала  $z = 0$  случайный потенциал с коррелятором

$$Q_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi^2 e^4 n_3}{\kappa^2 k^3}. \quad (2.5)$$

Такие же центры, распределенные непосредственно в плоскости канала с двумерной концентрацией  $n_2$ , дают коррелятор

$$Q_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi^2 e^4 n_2}{\kappa^2 k^2} \quad (2.6)$$

с меньшим содержанием длинноволновых гармоник и бóльшим — коротковолновых. В обоих случаях дисперсия потенциала (2.2) оказывается бесконечной, но для коррелятора (2.5) интеграл (2.2) имеет степенную расходимость на нижнем пределе, а для коррелятора (2.6) — логарифмическую расходимость на обоих пределах.

Для гетероструктур характерно наличие вблизи канала лишенного зарядов слоя (спейсера) толщиной  $h$ , что приводит к экспоненциальному спаду коррелятора в области коротких волн:

$$Q_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi^2 e^4 n_3}{\kappa^2 k^3} \exp(-2kh), \quad Q_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi^2 e^4 n_2}{\kappa^2 k^2} \exp(-2kh).$$

К примерно такому же эффекту должен приводить учет конечной толщины канала.

Для МДП-систем характерно заметное различие диэлектрических постоянных полупроводника  $\kappa_s$  и диэлектрика  $\kappa_d$  (в котором преимущественно расположены заряды), а также наличие экранирующего металлического

электрода. В этом случае корреляторы (2.5), (2.6) приобретают вид

$$Q_k = \frac{2\pi^2 e^4 n_3}{\bar{\kappa}^2 k^3} \frac{1 - 4kh \exp(-2kh) - \exp(-4kh)}{[1 - (\kappa_s - \kappa_d)(\kappa_s + \kappa_d)^{-1} \exp(-2kh)]^2}, \quad (2.7a)$$

$$Q_k = \frac{4\pi^2 e^4 n_2}{\bar{\kappa}^2 k^2} \left[ \frac{1 - \exp(-2kh)}{1 - (\kappa_s - \kappa_d)(\kappa_s + \kappa_d)^{-1} \exp(-2kh)} \right]^2, \quad (2.7b)$$

где  $\bar{\kappa} = (\kappa_s + \kappa_d)/2$ ,  $h$  — толщина диэлектрика,  $n_3$  — концентрация зарядов в диэлектрике. Исчезают расходимости на коротких волнах, и дисперсия (2.2) потенциала пространственно распределенных зарядов (2.7a) оказывается конечной (применительно к параметрам кремния  $\kappa_s = 11,5$ ,  $\kappa_d = 3,9$ ,  $\Gamma \approx 4,1 (10^{-10} \text{ см}^{-2} n_3 h)^{1/2} \text{ мэВ}$ ). Подобное же влияние на потенциал оказывает корреляция в расположении примесей.

## 2.2. Невзаимодействующие электроны

Одночастичная постановка задачи об уширении уровней Ландау является, по-видимому, простейшей из возможных и к настоящему времени всесторонне исследована. Условия применимости такой постановки к реальным системам довольно жестки. Для пренебрежения межэлектронным взаимодействием требуется не только малость параметра  $l_H/a^* \ll 1$ , но и слабость экранирования случайного потенциала, возможная только при целочисленном факторе заполнения  $\nu$  (см. раздел 2.3). Кроме того, необходима малость уширения уровней по сравнению с расстоянием между ними, в противном случае (см. раздел 2.4) даже при целочисленном  $\nu$  экранирование потенциала существенно. Несмотря на то, что перечисленные требования обычно не выполняются, вопрос о форме и ширине уровня Ландау и его зависимости от характера случайного потенциала представляет определенный интерес и в одночастичном приближении.

В отсутствие межэлектронного взаимодействия теория возмущений для электронной гриновской функции описывается последовательностью однониточных, т. е. не содержащих петель, диаграмм со всевозможными примесными линиями. В предположении малого уширения уровней гриновские функции нулевого приближения можно считать принадлежащими одному уровню. Возникающие при пересечении примесных линий фазовые множители делают суммирование диаграмм в общем виде затруднительным, и все расчеты основаны на тех или иных дополнительных предположениях.

Наиболее ранние в этом направлении работы Андо<sup>13</sup> основаны на практически никак не аргументированном отбрасывании неудобных диаграмм с пересекающимися примесными линиями. Получающееся в результате так называемое самосогласованное борновское приближение дает полуэллиптическую форму пика плотности состояний. Для  $N$ -го уровня плотность состояний

$$2\pi l_H^2 D(E) = (2\pi \Gamma_N)^{-1} \left[ 1 - \left( \frac{E}{2\Gamma_N} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad |E| < 2\Gamma_N, \quad (2.8)$$

отлична от нуля в конечном интервале энергий, а вне его обращается в нуль. Ширина  $\Gamma_N$  выражается через коррелятор случайного потенциала:

$$\begin{aligned} \Gamma_N^2 &= \int Q_k \exp\left(-\frac{k^2 l_H^2}{2}\right) \left[ L_N\left(\frac{k^2 l_H^2}{2}\right) \right]^2 \frac{d^2 k}{(2\pi)^2} = \\ &= \int Q(\mathbf{r}) \exp\left(-\frac{r^2}{2l_H^2}\right) \left[ L_N\left(\frac{r^2}{2l_H^2}\right) \right]^2 \frac{d^2 r}{2\pi l_H^2}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где  $L_N$  — полином Лагерра. За начало отсчета принята энергия неуширенного  $N$ -го уровня Ландау.

Физически нереальные обрывы плотности состояний (2.8) явно указывают на грубость самосогласованного борновского приближения. Действи-

тельная форма уровня зависит от соотношения характерного пространственного масштаба случайного потенциала  $d$  (для корреляторов, подобных (2.4)) и магнитной длины  $l_H$ , а также от номера уровня  $N$ . Мы перечислим результаты, получающиеся в различных предельных случаях.

1) В пределе плавного потенциала  $d \gg l_H$  интегралы в диаграммах набираются в области малых импульсов и фазовые множители можно не учитывать. Суммирование диаграмм становится в этом случае тривиальным и дает гауссову форму уровня:

$$2\pi l_H^2 D(E) = \frac{\Gamma_N^{-1}}{(2\pi)^{1/2}} \exp\left(-\frac{E^2}{2\Gamma_N^2}\right).$$

Этот результат был получен Герхардсом<sup>14</sup> методом кумулянтного разложения. Хиками и Брезан<sup>15</sup> продвинулись дальше, получив несколько первых членов разложения  $D(E)$  по обратным степеням корреляционной длины  $d$ . Однако их результаты фактически находятся за пределами применимости приближения невзаимодействующих электронов (см. раздел 2.3).

2) В обратном предельном случае  $d \ll l_H$  для высоких уровней Ландау  $N \gg 1$  возникает другое упрощение<sup>16</sup>: фазовые множители становятся быстро осциллирующими, и диаграммы, содержащие их, могут быть отброшены. Таким образом, самосогласованное борновское приближение оказывается в данном пределе вполне обоснованным и приводит к результату (2.8) с шириной

$$\Gamma_N^2 = \int Q(r) (2\pi l_H^2)^{-1} d^2r = \frac{w}{2\pi l_H^2}, \quad (2.10)$$

одинаковой для всех уровней и выражающейся через интенсивность белого шума  $w$ . Стремление формы уровня к полуэллиптической с возрастанием номера уровня при короткодействующем случайном потенциале было продемонстрировано в численных работах Андо<sup>17</sup>.

3) В пределе белого шума  $d \gg l_H$  для основного уровня Ландау  $N = 0$  Вегнером<sup>18</sup>, а затем Брезаном и др.<sup>19</sup> получено точное аналитическое решение:

$$2\pi l_H^2 D(E) = 2(\pi^{3/2}\gamma)^{-1} \exp\left(\frac{E}{\gamma}\right)^2 \left[1 + \left(2\pi^{-1/2} \int_0^{E/\gamma} \exp x^2 dx\right)^2\right]^{-1}, \quad (2.11)$$

$$\gamma^2 = \frac{w}{2\pi l_H^2},$$

$\gamma$  совпадает с шириной уровня (2.10).

4) Экспоненциальные (лифшицевские) хвосты плотности состояний  $D(E)$  в области  $\hbar\omega_c \gg |E| \gg \Gamma_N$  исследовались только в пределе белого шума<sup>20–22</sup>. Они имеют принципиальное значение для случая  $d \ll l_H$ ,  $N \gg 1$ , в котором «сердцевина» уровня имеет корневые обрывы плотности состояний при  $|E| = 2\Gamma_N$ . Метод оптимальной флуктуации дает

$$2\pi l_H^2 D(E) = C_N E^2 \gamma_N^3 \exp\left(-\frac{E^2}{\gamma_N^2}\right), \quad \gamma_N^2 = \frac{w}{2\pi l_H^2} \frac{(2N-1)!!}{(2N)!!}.$$

Для численного коэффициента  $C_N$  в предэкспоненте получено значение для основного уровня  $C_0 = \pi/\sqrt{2}$ <sup>21</sup>, согласующееся с точным решением (2.11) (в<sup>20</sup> приводится вдвое меньшее значение), и асимптотика высоких номеров  $N \gg 1$ <sup>22</sup>.

Резюмируя перечисленные результаты, отметим, что выражение (2.9) как в пределе  $d \gg l_H$ , так и в обратном пределе дает правильное значение среднеквадратичной ширины уровня Ландау (форма пика плотности состояний при этом существенно зависит от соотношения  $d$  и  $l_H$ ). Поэтому выражение (2.9) можно считать по меньшей мере хорошей интерполяционной формулой для произвольного гауссова потенциала.



Интересное свойство этой зависимости состоит в том, что вследствие равенства  $L_N(0) = 1$  ширина всех уровней Ландау оказывается одинаковой как в пределе плавного потенциала, так и в обратном пределе белого шума. Это можно проиллюстрировать явным выражением для  $\Gamma_N$  при гауссовой форме коррелятора (2.4)

$$\Gamma_N^2 = \frac{\Gamma^2 d^2}{d^2 + l_H^2} \left( \frac{d^2 - l_H^2}{d^2 + l_H^2} \right)^N P_N \left( \frac{d^4 - l_H^4}{d^4 + l_H^4} \right).$$

где  $P_N$  — полином Лежандра. Для плавного потенциала  $d \gg l_H$  отмеченный факт представляется естественным, поскольку может быть описан как эффект независимого локального смещения по энергии больших участков системы. Ширина уровней  $\Gamma_N$  при этом совпадает с дисперсией случайного потенциала  $\Gamma = (\langle U^2(\mathbf{r}) \rangle)^{1/2}$ . В пределе белого шума  $d \ll l_H$  совпадение уширений различных уровней гораздо менее тривиально и пока не имеет простого физического толкования.

В пределе  $d \ll l_H$  существует (см., например, <sup>23</sup>) простая связь ширины уровней (2.9) с подвижностью  $\mu$  электронов в том же канале в отсутствие магнитного поля, вычисленной в борновском приближении:

$$\Gamma_N = \hbar \omega_c \left( \frac{\pi \mu H}{2} \right)^{-1/2},$$

но эта связь является, по-видимому, формальным следствием совпадения входящих в выражения для  $\Gamma$  и  $\mu$  интегралов.

### 2.3. Л и н е й н о е э к р а н и р о в а н и е

В приближении линейного отклика экранирующие свойства 2D-электронного газа описываются его статической диэлектрической проницаемостью  $\tilde{\kappa}(\mathbf{k})$ . Эта функция, как обычно, показывает, во сколько раз уменьшаются за счет поляризации 2D-системы различные (двумерные) гармоники внешнего потенциала. Линейное экранирование не изменяет гауссова характера случайного потенциала: коррелятор  $\tilde{Q}_k$  самосогласованного потенциала получается из коррелятора  $Q_k$  потенциала, создаваемого внешними факторами, делением на диэлектрическую проницаемость  $\tilde{Q}_k = Q_k / \tilde{\kappa}^2(\mathbf{k})$ .

В отсутствие магнитного поля зависимость  $\tilde{\kappa}(\mathbf{k})$  хорошо известна (см., например, <sup>4</sup>). При температуре, малой по сравнению с  $E_F$ ,

$$\begin{aligned} \tilde{\kappa}(\mathbf{k}) &= 1 + \frac{2g_V}{ka^*}, \quad k \leq 2k_F, \\ &= 1 + \frac{2g_V}{ka^*} \left\{ 1 - \left[ 1 - \left( 1 - \frac{2k_F}{k} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}, \quad k > 2k_F, \end{aligned} \quad (2.12)$$

где  $2g_V$  — полная кратность спинового и долинного вырождения,  $k_F = \hbar^{-1}(2mE_F)^{1/2}$  — фермиевский импульс.

Изменения, возникающие при включении магнитного поля, видны уже в приближении Томаса — Ферми, справедливом в длинноволновом пределе. Получающееся выражение (см. <sup>4</sup>),

$$\tilde{\kappa}(\mathbf{k}) = 1 + \frac{2\pi e^2}{\kappa k} \frac{dn_S}{dE_F}, \quad (2.13)$$

означает, что диэлектрическая проницаемость осциллирует с фактором заполнения так же, как термодинамическая плотность состояний  $D_T(E_F) = dn_S/dE_F$ . В приближении невзаимодействующих электронов  $\delta$ -функциональный характер пиков ПС приводит при нулевой температуре к обращению  $\tilde{\kappa}(\mathbf{k})$  в бесконечность для всех значений  $n_S$ , за исключением отвечающих целочисленному заполнению уровней Ландау (при этих значениях  $n_S$  экранирование отсутствует  $\tilde{\kappa}(\mathbf{k}) \equiv 0$ ).

Более последовательный расчет  $\tilde{\kappa}(\mathbf{k})$  требует вычисления поляризуемости электронного газа в приближении случайных фаз. Для двумерных систем в магнитном поле такой расчет в полном объеме в настоящее время не выполнен, но наиболее важная при нецелочисленном заполнении часть  $\tilde{\kappa}(\mathbf{k})$ , связанная с переходами внутри  $N$ -го частично заполненного уровня, получена Лаббе<sup>24</sup>:

$$\tilde{\kappa}(\mathbf{k}) = 1 + \frac{e^2}{\kappa k l_H^2} \frac{v'(1-v')}{T} L_N\left(\frac{k^2 l_H^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{k^2 l_H^2}{2}\right), \quad (2.14)$$

где  $v'$  отсчитывается от ближайшего целочисленного значения,  $L_N$  — полином Лаггера. Обратим внимание, что при  $T \rightarrow 0$  обращение  $\tilde{\kappa}(\mathbf{k})$  в бесконечность имеет место для всех  $\mathbf{k}$  (из (2.13) это следует формально только для  $k \rightarrow 0$ ).

Для применимости результата (2.14) требуется малость получающегося самосогласованного потенциала по сравнению с  $T$ , а при низкой температуре — малость флуктуации электронной концентрации при экранировании по сравнению со средней концентрацией экранирующих носителей  $v'(1-v')/2\pi l_H^2$ .

Рассмотрим отдельно линейное экранирование при целочисленном факторе заполнения, когда 2D-система является с точки зрения спектра возбуждений диэлектриком. Наличие щели в спектре приводит в двумерном случае к отсутствию экранирования при  $k \rightarrow 0$ , однако при конечных  $k$  экранирование может оказаться вполне заметным, поскольку щель в «диэлектрике» невелика.

Вычисление диэлектрической проницаемости  $\tilde{\kappa}(\mathbf{k})$  двумерного канала в прибли-

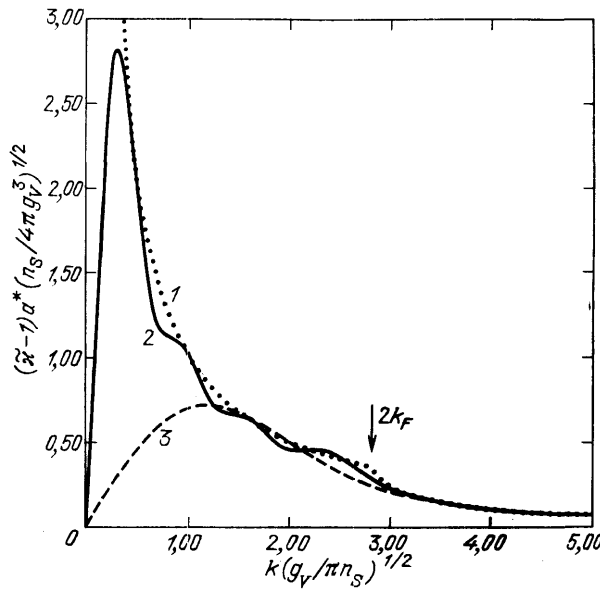


Рис. 1. Зависимость статической диэлектрической проницаемости двумерной (2D) электронной системы от волнового вектора без магнитного поля (1) и при полном заполнении четырех (2) и одного (3) нижних уровней Ландау

жении случайных фаз включает суммирование матричных элементов перехода с каждого заполненного уровня на каждый пустой. Это суммирование обрезается быстрым убыванием матричных элементов с расстоянием между уровнями. На рис. 1 приведены в безразмерном виде зависимости  $\tilde{\kappa}(\mathbf{k})$  для различного числа заполненных уровней (до номера  $N_F$  включительно) в двумерном канале бесконечно малой толщины. Для сравнения там же приведена зависимость  $\tilde{\kappa}(\mathbf{k})$  для того же канала в отсутствие магнитного поля, дающаяся выражением (2.12) с  $k_F = [2(N_F + 1)]^{1/2} l_H^{-1}$ . Видно, что диэлектрический характер экранирования сказывается только в длинноволновой области  $k l_H \ll (N_F + 1)^{-1/2}$ , где вместо расходимости  $\sim k^{-1}$  в отсутствие магнитного поля возникает линейная зависимость:

$$\tilde{\kappa}(\mathbf{k}) = 1 + 2g_V (N_F + 1) \frac{k l_H^2}{a^*}. \quad (2.15)$$

В области длин волн порядка размера орбиты на верхнем из заполненных уровней Ландау  $k l_H \approx (N_F + 1)^{-1/2}$  диэлектрическая проницаемость макси-

малы и равны

$$\tilde{\chi}(\mathbf{k}) \approx 1 + 2g_V (N_F + 1)^{1/2} \frac{l_H}{a^*}.$$

Для более коротких волн  $\tilde{\chi}(\mathbf{k})$  довольно близка к (2.12) (особенно при больших  $N_F$ ).

Длинноволновая асимптотика (2.15) легко может быть получена на основе представлений о смещении ларморовских орбит локальным электрическим полем, использованных при исследовании распределения тока в режиме квантового эффекта Холла<sup>25</sup>.

Уменьшение неоднородного уширения уровней Ландау за счет линейного экранирования зависит от характерного масштаба  $d$  пространственной корреляции потенциала. Оно исчезает в пределе плавного потенциала  $d \gg l_H$ , но при реальных значениях параметров оказывается значительным. Во всяком случае, оно не менее сильно, чем эффекты, учитываемые в разложениях по магнитной длине в одноуровневом приближении. Например, для гауссовой формы коррелятора (2.4) можно получить следующее разложение ширины уровня по магнитной длине:

$$\Gamma_N^2 = \Gamma^2 \left[ 1 - 2(N_F + 1) \left( \frac{l_H}{d} \right)^2 - 2\pi^{1/2} g_V (N_F + 1) \frac{l_H^2}{da^*} - \right. \\ \left. - 12g_V^2 (N_F + 1)^2 \frac{l_H^4}{(da^*)^2} \right].$$

Видно, что первый член разложения, следующий из выражения (2.9) для не взаимодействующих электронов, имеет ту же степень по  $l_H$ , что и второй, связанный с поляризационным экранированием (третий член имеет то же происхождение), который является главным по степени обратной корреляционной длины  $d^{-1}$ . Таким образом, учет экранирования принципиально важен даже при расчете уширения уровней слабым случайным потенциалом, и игнорирующие его асимптотики<sup>15</sup> не имеют большого смысла.

Оценим экранирующее действие 2D-системы при целочисленном заполнении. Ограничиться линейным экранированием можно только в МДП-системах, поскольку без экранирования проводящим электродом заряженные примеси вблизи канала даже при незначительной их концентрации создают крупномасштабный потенциал с бесконечной дисперсией  $\Gamma$  (см. раздел 2.1). При толщине диэлектрика  $h = 2,0 \cdot 10^{-5}$  см и концентрации заряженных примесей в нем  $n_3 \sim 10^{15}$  см<sup>-3</sup> дисперсия потенциала составляет  $\Gamma \approx 6$  мэВ, т. е. равна межуровневому расстоянию  $\hbar\omega_c$  при  $H = 10$  Тл. Дисперсия экранированного потенциала (2.7а) с  $\tilde{\chi}(\mathbf{k})$ , приведенной на рис. 1, при заполнении только нижнего уровня Ландау  $N_F = 0$  оказывается меньше примерно вдвое. Таким образом, на применимость линейного экранирования, т. е. на малость дисперсии  $\Gamma$  по сравнению с  $\hbar\omega_c$ , в полях  $H < 10$  Тл вполне можно рассчитывать.

#### 2.4. Нелинейное экранирование

Принципиальная важность нелинейных эффектов в экранировании случайного потенциала большой амплитуды связана с тем, что именно они отвечают за зависимость энергетического спектра от степени заполнения носителями уровней Ландау. Основной механизм нелинейности заключается в том, что число эффективно участвующих в экранировании, т. е. способных к перемещению вдоль плоскости, носителей заряда само зависит от уширения уровней Ландау. Носители возникают на хвостах верхнего из заполненных или нижнего из пустых уровней при пересечении ими уровня Ферми  $E_F$ . При увеличении ширины уровня увеличивается число экранирующих носителей,

что способствует уменьшению ширины уровня, поэтому ширина уровня определяется самосогласованно и зависит от положения невозмущенных уровней относительно хипотенциала.

Наиболее распространенный подход к нелинейному экранированию, инициированный работой Андо <sup>26</sup>, основан на самосогласованном борновском приближении (см. раздел 2.2), исправленном с учетом экранирования <sup>27–30</sup>. Рассмотрены разнообразные модели случайных потенциалов, но не исследована термодинамическая плотность состояний. При последовательном применении этот подход дает разумные значения для ширины уровней, хотя корневые обрывы плотности состояний могут проявиться в виде неаналитичностей на вычисляемых зависимостях ширины уровней от заполнения (это происходит, по-видимому, в расчетах <sup>28</sup>). Гудмундсоном и Герхардсом <sup>31</sup> был развит интересный, хотя и несколько искусственный подход, в котором пространственные флуктуации потенциала и концентрации замещаются чисто статистическими. Эта работа специально посвящена исследованию термодинамической плотности состояний, но может служить лишь качественной иллюстрацией процесса возникновения «плато» в  $D_T(E_F)$  за счет осцилляции ширины уровней.

Перечисленные подходы требуют численных расчетов, результаты которых <sup>26–30</sup> мало полезны для создания ясной физической картины и выявления качественных закономерностей. Значительное продвижение в исследовании нелинейного экранирования применительно к крупномасштабному потенциалу было сделано на основе методов, развитых в теории легированных полупроводников <sup>32</sup>. К двумерным системам эти методы применили Гергель и Сурис <sup>33</sup> (без магнитного поля), Лурьи <sup>34</sup>, Шкловский и Эфрос <sup>35</sup>. В этих работах рассматривается потенциал, создаваемый кулоновскими центрами, разбросанными в плоскости канала <sup>33,34</sup> или во всем объеме <sup>33</sup>, <sup>35</sup>, при малой концентрации электронов в канале <sup>33</sup> и при заполнении, близком к целочисленному значению <sup>34,35</sup>. Хотя применительно к реальным системам используемые допущения требуют, по-видимому, очень сильных магнитных полей (см. ниже), получающаяся картина, несомненно, отражает некоторые существенные особенности устройства самосогласованного потенциала и плотности состояний в области сильных магнитных полей. Ниже мы опишем эту картину, пренебрегая для простоты спиновым и долинным вырождением уровней Ландау.

В условиях, когда характерный пространственный масштаб случайного потенциала велик по сравнению с магнитной длиной  $l_H$ , можно говорить о локальном положении уровней Ландау  $E_N(r)$  и их флуктуациях в плоскости канала, отслеживающих самосогласованный потенциал  $\tilde{U}(\mathbf{r})$ . Крупномасштабный потенциал локально сдвигает дно двумерного канала и с ним все уровни Ландау как целое,

$$E_N(\mathbf{r}) = \tilde{U}(\mathbf{r}) + \left(N + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c.$$

Пусть в отсутствие неоднородностей хипотенциал проходил между уровнями  $N_F$  и  $(N_F + 1)$ , т. е. уровни с  $N < N_F$  были заполнены, а уровни с  $N > (N_F + 1)$  пусты. При наличии флуктуации в одних местах может произойти опускание пустого уровня Ландау  $(N_F + 1)$  ниже хипотенциала  $E_F$ , в других — поднятие заполненного уровня  $N_F$  выше  $E_F$ . На уровне  $(N_F + 1)$  при этом в соответствующих местах появляются электроны, на уровне  $N_F$  — дырки. Создаваемый ими электростатический потенциал компенсирует флуктуацию внешнего потенциала, приближая локальное положение соответствующего уровня Ландау к  $E_F$ . В пределе сильного магнитного поля обменные и корреляционные эффекты кулоновского взаимодействия несущественны, и экранирование носит пороговый характер. Это означает, что в тех местах, где на уровне  $N_F$  имеются дырки, его высота  $E_{(N_F+1)}(\mathbf{r})$  в точности равна  $E_F$ , а в тех местах, где на уровне  $(N_F + 1)$  имеются эле-

ктроны,  $E_{(N_F+1)}(\mathbf{r}) = E_F$ . В результате  $N$ -й уровень Ландау оказывается «зажатым» в промежутке

$$E_F - \hbar\omega_c (N_F - N + 1) \leq E_N(\mathbf{r}) \leq E_F - \hbar\omega_c (N_F - N). \quad (2.16)$$

Точный вид плотности состояний  $D(E)$  требует, даже в приближении порогового экранирования, численных расчетов. Тем не менее некоторые качественные зависимости могут быть поняты на основе наглядных масштабных соображений<sup>35</sup>. Ниже мы воспользуемся несколько более общим способом рассуждений, близким к<sup>33</sup>. Рассмотрим ситуацию с фиксированным значением концентрации  $n_s$  при заполнении, близком к целочисленному, т. е. при малой разности  $\delta n_s = n_s - [(N_F + 1)/(2\pi l_H^2)] \ll (2\pi l_H^2)^{-1}$ , и будем искать положение  $E_F$ . Рассмотрим сначала случай положительных  $\delta n_s$ , когда экранирующими носителями являются электроны на уровне  $(N_F + 1)$  и их концентрация  $\delta n_s$ . Взяв случайный потенциал, описывающийся коррелятором  $Q_k$ , включим его не сразу, а постепенно, начиная с самых длинноволновых его фурье-гармоник до некоторого  $k_{\max}$ . При малых  $k_{\max}$  экранирование будет полным, причем для экранирования плоской волны  $U(\mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$  нужно изменение концентрации  $\delta n_s(\mathbf{r}) = (\bar{\kappa}k/2\pi e^2) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ . По этой причине характерная флуктуация концентрации при идеальном экранировании гармоник от  $k = 0$  до  $k = k_{\max}$  включительно равна

$$\delta n_s(k_{\max}) \sim \left[ \int_0^{k_{\max}} Q_k \left( \frac{\bar{\kappa}k}{2\pi e^2} \right)^2 k \frac{dk}{2\pi} \right]^{1/2}.$$

Экранирование является идеальным при условии, что локальная концентрация электронов  $n_s(\mathbf{r})$  нигде не обращается в нуль. При малых  $k_{\max}$  добавка к концентрации  $\delta n_s(\mathbf{r})$  также мала, и количество областей, полностью оголяющихся в результате локального уменьшения  $n_s(\mathbf{r})$ , незначительно. Однако с добавлением все более коротковолновых гармоник флуктуации концентрации  $\delta n_s(\mathbf{r})$  растут и при некотором значении  $k_{\max} = L^{-1}$ , определяющемся уравнением

$$\delta n_s^2 \sim \int_0^{L^{-1}} Q_k \left( \frac{\bar{\kappa}k}{2\pi e^2} \right)^2 k \frac{dk}{2\pi}, \quad (2.17)$$

сравниваются со средней концентрацией  $\delta n_s$ . Это означает, что экранирование уже заметно неидеальное и распределение  $n_s(\mathbf{r})$  электронов по плоскости имеет лишённые заряда области размера  $L$  и того же масштаба области с увеличенной, грубо говоря, вдвое концентрацией электронов. Гармоники  $k > L^{-1}$  экранируются слабо и, следовательно, именно они отвечают за уширение уровней, которое можно, игнорируя негауссовость получающегося потенциала, оценить как

$$\Gamma^2 \sim \int_{L^{-1}}^{L^{-1}} Q_k k \frac{dk}{(2\pi)^2}. \quad (2.18)$$

Верхним пределом положена обратная магнитная длина, поскольку (см. раздел 2.2) более коротковолновые гармоники потенциала неэффективны в уширении уровней. Выражение (2.18) и уравнение (2.17) определяют характерный пространственный масштаб  $L$  и амплитуду  $\Gamma$  флуктуации самосогласованного потенциала.

Положение уровня Ферми  $E_F$  определяется следующими соображениями. В отсутствие примесей он совпадает с частично заполненным уровнем Ландау  $N_F$ , а при наличии флуктуации самосогласованного потенциала с ампли-

тудой  $\Gamma$  он сдвигается на нижнюю границу флуктуации этого уровня  $E_{(N_F+1)}(\mathbf{r})$ :

$$E_F = \hbar\omega_c \left( N_F + \frac{3}{2} \right) - \Gamma, \quad (2.19a)$$

поскольку электроны занимают самые выгодные места. Те же рассуждения можно повторить при отрицательных  $\delta n_s$ , когда экранирующими носителями являются дырки с концентрацией  $\delta n_s \ll (2\pi l_H)^{-1}$  на почти заполненном уровне  $N_F$ . В этом случае получаются те же выражения (2.18), (2.19) для  $L$  и  $\Gamma$ , но с химпотенциалом, проходящим по верхней границе флуктуации уровня Ландау  $E_{N_F}(\mathbf{r})$ :

$$E_F = \hbar\omega_c \left( N_F + \frac{1}{2} \right) + \Gamma. \quad (2.19b)$$

Изложенный способ рассуждений непосредственно применим лишь при заполнении, не слишком близком к целочисленному, поскольку предполагается, что получающееся уширение уровней Ландау  $\Gamma$  мало по сравнению с расстоянием между уровнями  $\hbar\omega_c$  и химпотенциал находится вблизи уровня  $N_F$  (при  $\delta n_s < 0$ ) или  $(N_F + 1)$  (при  $\delta n_s > 0$ ). В общем случае следует считать, что экранирующие носители имеются на обоих уровнях и в (2.17) фигурирует их суммарная концентрация  $\delta n_s$ . В области целочисленных заполнений  $\delta n_s = 0$  длина экранирования определяется условием (2.18) равенства ширины уровней расстоянию между ними  $\hbar\omega_c$ . Выражение (2.17) дает при этом оценку для суммарной концентрации экранирующих носителей обоих знаков.

Приведенные выражения дают возможность судить о качественном виде зависимости ширины уровней  $\Gamma$  и положения  $E_F$  от концентрации  $n_s$  при произвольном крупномасштабном потенциале. Рассмотрим теперь конкретные задачи о различных распределениях заряженных примесей, что сводится к подстановке соответствующих корреляторов в уравнения (2.17) и (2.18). Для потенциала равномерно распределенных в пространстве зарядов (2.5) интегрирование в (2.18) можно (в предположении  $l_H \ll L$ ) продлить до бесконечности и получить

$$L \sim \frac{n_3 \delta n_s^{-2}}{4\pi}, \quad \Gamma \sim \frac{e^2 n_3}{2\pi \delta n_s} \quad (2.20)$$

(при условии  $\Gamma \ll \hbar\omega_c$ ). Этот случай, как следует из результатов<sup>35</sup>, поддается в пределе порогового экранирования обезразмериванию, связывающему положение химпотенциала с концентрацией универсальной зависимостью

$$E_F = \hbar\omega_c \left( N_F + 1 + \Phi \left( \frac{\delta n_s a^*}{n_3 l_H^2} \right) \right), \quad (2.21)$$

где  $\Phi(x)$  — безразмерная нечетная функция, требующая численного расчета. Из (2.20) следует асимптотическое поведение этой функции при больших значениях аргумента:

$$\frac{1}{2} - |\Phi(x)| \sim |x|^{-1}.$$

Несколько сложнее обстоит дело с плоским распределением зарядов, поскольку интеграл (2.18) для уширения уровней с коррелятором (2.6) логарифмически расходится на верхнем пределе и в результат явно входит магнитная длина  $l_H$ :

$$L \sim \left( \frac{n_2}{4\pi} \right)^{1/2} \delta n_s^{-1}, \quad \Gamma \sim \frac{e^2}{\pi} \left( 2\pi n_2 \ln \frac{n_2^{1/2}}{\delta n_s l_H} \right)^{1/2}.$$

Положение химпотенциала определяется формулами (2.19). Естественно, что обезразмерить зависимость  $E_F$  от  $n_s$  в этом случае не удастся.

Термодинамическая плотность состояний, следующая из (2.20) или (2.21), имеет степенную расходимость вблизи каждого уровня Ландау,

$$D_T(E_F) \sim \frac{e^2 n_3}{\kappa (\Delta E_F)^2},$$

где  $\Delta E_F$  — расстояние от  $E_F$  до ближайшего уровня Ландау. Минимальное значение

$$D_T(E_F) \sim \frac{e^2 n_3}{\kappa (\hbar \omega_c)^2} \sim \frac{n_3 l_H^2}{a^* \hbar \omega_c}$$

отвечает положению  $E_F$  посередине между уровнями Ландау, т. е. при  $\Delta E_F \approx \hbar \omega_c / 2$ . При двумерном распределении примесей  $D_T(E_F)$  экспоненциально убывает с удалением  $E_F$  от уровня Ландау,

$$D_T(E_F) \sim \frac{\Delta E_F \bar{\kappa}^2}{e^4 l_H n_2^{1/2}} \exp \left( - \frac{\Delta E_F^2 \bar{\kappa}^2}{n_2 e^4} \right),$$

и посередине между уровнями оказывается экспоненциально малой <sup>35</sup>:

$$D_T(E_F) \sim \frac{(a^*)^2}{l_H^5 \hbar \omega_c n_2^{1/2}} \exp \left( - \frac{(a^*)^2}{n_2 l_H^4} \right). \quad (2.22)$$

Условия применимости приведенных оценок проанализируем для объемного распределения зарядов. Эти условия, помимо обычного требования слабости межэлектронного взаимодействия  $l_H / a^* \ll 1$ , заключаются в следующем.

1. Масштаб экранирования  $L$  должен быть велик по сравнению:

а) с расстоянием между примесями  $n_3 L^3 \gg 1$  (чтобы потенциал можно было считать гауссовым),

б) с магнитной длиной  $l_H$  (точнее — с размером орбиты на участвующих в экранировании уровнях).

2. Концентрация экранирующих носителей в (2.17) должна быть малой по сравнению:

а) с полным числом мест на уровне  $\delta n_s \ll (2\pi l_H^2)^{-1}$ ,

б) с характерным значением, при котором корреляционные сдвиги энергий сравниваются с шириной уровней  $(e^2 / \kappa) \delta n_s^{1/2} \ll \Gamma$ .

Оптимальным с точки зрения применимости теории к реальным системам является целочисленное заполнение, когда  $E_F$  находится точно посередине между уровнями, а ширина уровней максимальна  $\Gamma \sim \hbar \omega_c$ . В этих условиях все перечисленные требования сводятся к ограничениям на величину магнитного поля, но наиболее жестким оказывается, в принципе, условие 2. а), которое может быть, согласно (2.20), переписано в виде

$$l_H^4 n_3 \ll a^*. \quad (2.23)$$

Задача о плоском распределении примесей более сложна для оценок, но, по-видимому, с точностью до логарифмического коэффициента достаточно, чтобы показатель экспоненты в (2.22) был велик по сравнению с единицей:

$$l_H^4 n_2 \ll (a^*)^2. \quad (2.24)$$

Поскольку численные коэффициенты в приведенных оценках неизвестны, неравенства (2.23), (2.24) следует понимать не как количественный критерий, а скорее как качественное требование достаточной силы магнитного поля для существования хотя бы вблизи целочисленных заполнений области применимости концепции порогового экранирования.

Наличие проводящего электрода добавляет к перечисленным выше требования малости масштаба экранирования по сравнению с расстоянием до электрода  $L \ll h$ , сводящееся к ограничению на магнитное поле сверху. Нарушение этого требования означает, что существенно экранирование случайного потенциала электродом. В обратном пределе  $L \gg h$  двумерный канал вообще не принимает участия в экранировании.

Весьма интересный вопрос о форме пика одночастичной плотности состояний в условиях нелинейного экранирования до сих пор детально не рассматривался. Самосогласованные расчеты<sup>26–30</sup> для этого вообще непригодны, поскольку в любом случае дают только полуэллиптическую форму пиков. Качественные соображения<sup>34</sup> в рамках порогового экранирования свидетельствуют о том, что каждый уровень Ландау  $E_N(\mathbf{r})$  может иметь повышенную вероятность находиться на краях промежутка (2.16), а не в своем исходном положении без случайного потенциала. Для выяснения вопроса необходима численное моделирование, приближенное к реальной ситуации. В настоящее время все экспериментальные данные укладываются в традиционное описание одночастичной плотности состояний совокупностью колоколообразных пиков, отвечающих уширенным уровням Ландау.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ ПЛОТНОСТИ СОСТОЯНИЙ

Практически все методы, претендующие на определение термодинамической ПС, основаны на осциллирующем изменении полной энергии ( $E$ ), химического потенциала ( $E_F$ ) и магнитного момента ( $M$ ) системы 2D-электронов при вариации магнитного поля. Поэтому рассмотрим, как осциллируют указанные величины в простейшем случае — в идеальной системе невзаимодействующих 2D-электронов при  $T = 0$  и  $n_s = \text{const}$ <sup>36</sup>. В такой модельной системе, как уже отмечалось, энергетический спектр электронов представляет собой набор  $\delta$ -функций, разделенных циклотронной щелью (спином и неэквивалентностью электронных долин для простоты пока пренебрежем). Если величина магнитного поля столь велика, что концентрация 2D-электронов  $n_s$  меньше, чем емкость уровня Ландау  $H/eh$  (т. е.  $\nu < 1$ ), то все электроны будут находиться в основном состоянии, на нижнем уровне, и в этом случае для полной энергии, химического потенциала и магнитного момента будем иметь

$$0 < \nu < 1 :$$

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \hbar \omega_c S n_s, \\ M &= -\frac{dE}{dH} = -\frac{1}{2} \frac{eh}{m} S n_s, \\ E_F &= \frac{1}{S} \frac{dE}{dn_s} = \frac{1}{2} \hbar \omega_c; \end{aligned} \quad (3.1)$$

здесь  $S$  — площадь 2D-системы,  $m$  — эффективная масса электронов.

Если при  $n_s = \text{const}$  уменьшать магнитное поле (т. е. увеличивать  $\nu$ ), то при  $1 < \nu < 2$  часть электронов будет находиться на нижайшем уровне Ландау, а остальные — на первом возбужденном с  $N = 1$ . При этом  $1 < \nu < 2$ :

$$\begin{aligned} E &= S \frac{eH}{h} \frac{\hbar \omega_c}{2} + \frac{3}{2} \hbar \omega_c S \left( n_s - \frac{eH}{h} \right) = \frac{3}{2} \hbar \omega_c S n_s - \hbar \omega_c S \frac{eH}{h}, \\ M &= -\frac{1}{2} S n_s \frac{\hbar e}{m} \left( 3 - \frac{4}{\nu} \right), \\ E_F &= \frac{3}{2} \hbar \omega_c. \end{aligned} \quad (3.2)$$

В общем случае при  $k < \nu < (k + 1)$  ( $k$  — целое число) легко показать, что

$$\begin{aligned} E &= (2k + 1) S n_s \frac{\hbar \omega_c}{2} - k(k + 1) \frac{\hbar \omega_c}{2} S \frac{eH}{h}, \\ M &= -\frac{1}{2} S n_s \frac{\hbar e}{m} [(2k + 1) - 2k(k + 1)\nu^{-1}], \\ E_F &= \frac{1}{2} (2k + 1) \hbar \omega_c. \end{aligned} \quad (3.3)$$



Качественный вид зависимостей  $M(H)$  и  $E_F(H)$ , которые получаются из приведенных формул, представлен на рис. 2. Видно, что при целых значениях  $\nu$  происходят скачки как величины химического потенциала, так и магнитного момента. Из формул легко видеть, что скачки  $E_F$  отвечают величине энергетической щели  $\hbar\omega_c$ , а магнитный момент каждый раз меняется от значения  $-(1/2) S n_s e \hbar / m$  до величины противоположного знака  $(1/2) S n_s e \hbar / m$ . Конечно, в реальной 2D-системе наличие несовершенств и конечной температуры ( $T \neq 0$ ) приводит к тому, что указанные скачки размываются и уменьшаются по амплитуде. Кроме того, учет спиновых и междолинных расщеплений, которые имеются в энергетическом спектре реальных систем 2D-электронов, приводит к дополнительным скачкам химического потенциала. При этом при значениях  $\nu$ , когда полностью заполнены оба спиновых подуровня Ландау, скачки магнитного момента составляют  $S n_s e \hbar / m$ , а при значениях  $\nu$ , когда один спиновый подуровень Ландау заполнен, а другой пустой, скачок  $M$  составляет  $S n_s g e \hbar / m_0$ , где  $g_e$  —  $g$ -фактор 2D-электронов,  $m_0$  — масса свободного электрона. Рассмотренные осцилляции магнитного момента и химического потенциала системы 2D-электронов можно наблюдать в экспериментах по измерению намагниченности  $M^5$  и контактной разности потенциалов  $V_K$ <sup>37</sup>. В опытах по теплоемкости  $C_T$ <sup>6</sup> и электроемкости  $C_e$ <sup>38</sup> 2D-электронов первопричиной наблюдавшихся явлений также является осцилляция химического потенциала в магнитном поле. Рассмотрим по отдельности все отмеченные экспериментальные методы, которые используются для определения термодинамической ПС 2D-электронов в перпендикулярном магнитном поле.

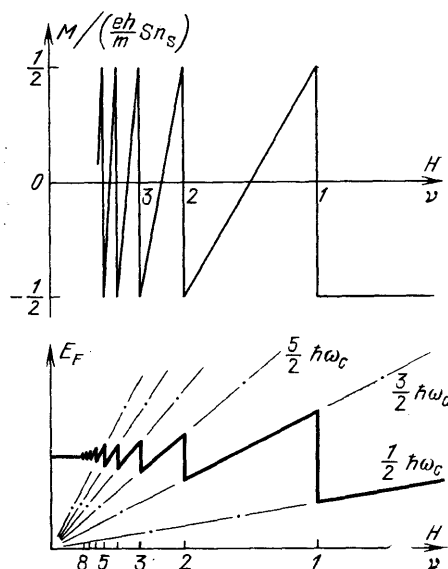


Рис. 2. Качественная картина осциллирующего поведения магнитного момента  $M$  и химического потенциала  $E_F$  идеального 2D-электронного газа при фиксированной концентрации  $n_s$  в магнитном поле,  $T=0$

### 3.1. Осцилляции магнитного момента

Измерения намагниченности системы 2D-электронов были впервые осуществлены в работе<sup>5</sup>. В этих опытах образцы закреплялись на тонкой нити, ось которой была перпендикулярна магнитному полю и нормали к 2D-слою. Магнитное поле в эксперименте было отклонено на некоторый малый угол от нормали к 2D-слою, параллельно которой должен быть направлен возникающий магнитный момент ( $M$ ) системы 2D-электронов. Величина вращающего момента в этих условиях определяется векторным произведением  $[M\mathbf{H}]$  и, следовательно, зависит от полного магнитного момента системы 2D-электронов. Осциллирующая от магнитного поля часть намагниченности измерялась с помощью высокочувствительного крутильного магнитометра. Детальное описание конструктивных особенностей этой техники, а также дифференциального емкостного метода измерений углов поворота магнитного момента при плавных разворотах магнитного поля можно найти в<sup>5, 39, 40</sup>.

В работах<sup>5, 39, 40</sup> использовались различные 2D-электронные системы: сверхрешетка GaAs — AlGaAs, содержащая около 100 квантовых ям с 2D-электронами (подвижность которых была невысока и составляла  $\sim 5 \times 10^4$  см<sup>2</sup>/В·с), а также одиночный гетеропереход GaAs — AlGaAs с большой

подвижностью электронов. В обоих случаях вместо скачкообразного изменения магнитного момента при целочисленных значениях фактора заполнения наблюдалось довольно плавное изменение намагниченности 2D-систем (рис. 3) от  $H$ . При этом величина амплитуды изменения  $M$  была существенно меньше (почти в пять раз) теоретического значения  $M_0 = n_S \hbar e / m$  (см. (3.3)). Указанные особенности означают, что в условиях КЭХ уровни Ландау сильно уширены и существенно перекрываются, так, что даже в сильном магнитном поле ( $\mu H \gg 1$ ) в щелях между уровнями Ландау плотность

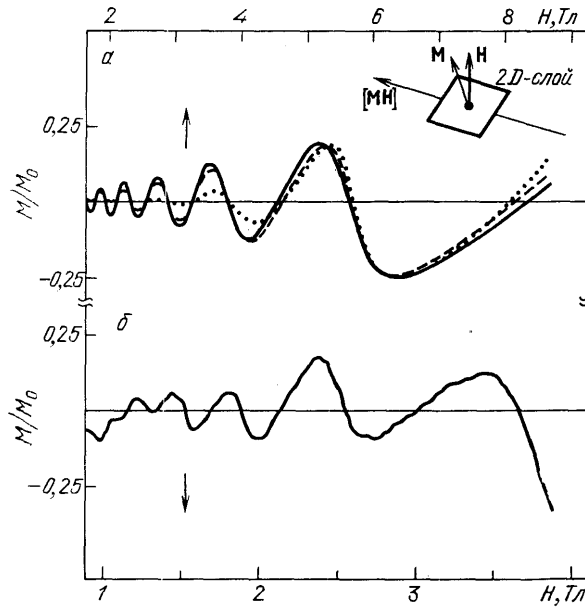


Рис. 3. Осциллирующая зависимость нормированной величины намагниченности 2D-электронов в GaAs — AlGaAs-гетероструктурах в магнитном поле.

$a$  — Гетероструктура, содержащая 140 идентичных квантовых ям; концентрация 2D-электронов в ямах  $n_S = 5,4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , электронная подвижность  $\mu = 8 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ .  $b$  — Одиночный гетеропереход,  $n_S = 3,7 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $\mu = 2,85 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ; на вставке сверху изображена геометрия эксперимента; штриховой и пунктирной линиями показана аппроксимация в рамках предположений о гауссовой форме пика ПС на уровне Ландау при различных значениях ширины уровня

состояний оказывается не мала, а составляет заметную часть от величины ПС в нулевом магнитном поле:  $D_0 = m / \pi \hbar^2$ .

Для определения ПС экспериментальная зависимость  $M_e(H)$  сравнивалась с теоретической зависимостью  $M_t(H)$ , которая получалась путем дифференцирования по магнитному полю выражения

$$E = \int \epsilon D(\epsilon, \Gamma) f(\epsilon, E_F, T) d\epsilon, \quad (3.4)$$

где  $f(\epsilon, E_F, T)$  — фермиевское распределение.

В этом выражении считалось, что каждый пик ПС описывается гауссовой функцией

$$D(\epsilon, \Gamma) = \frac{eH}{h} \sum_j D_j(\epsilon), \quad D_j(\epsilon) = \pi^{-1/2} \Gamma^{-1} \exp \left[ -\frac{(\epsilon - E_j)^2}{2\Gamma^2} \right]. \quad (3.5)$$

( $E_j$  — энергии не уширенных уровней Ландау). Параметр  $\Gamma$  считался зависящим от магнитного поля. Наилучшее согласие получалось при  $\Gamma = A H^{1/2}$ , где постоянная  $A$  зависит (но не очень сильно) от качества структуры и уменьшается с увеличением  $\mu$ .

Резюмируя, необходимо отметить, что в экспериментах по намагниченности 2D-электронных систем не удастся прямым образом определить плотность состояний. Наиболее уязвимым местом метода является предположение о том, что подгоночный параметр  $\Gamma$  монотонно зависит от  $H$  и не зависит от фактора заполнения. Как следует из прямых экспериментов и теоретических соображений<sup>26,35</sup>, это предположение не выполняется, поэтому количественное описание ПС, выполненное в работах<sup>5,39,40</sup>, оказывается доволь-

но грубым. Подчеркнем, однако, что именно в этих экспериментах были получены одни из первых указаний на то, что в условиях КЭХ уровни Ландау сильно перекрываются и в щелях между уровнями ПС не мала даже в очень сильном магнитном поле (т. е. при  $\mu H \gg 1$ ).

### 3.2. Осцилляции контактной разности потенциалов и тока через затвор

Метод контактной разности потенциалов, который применялся в работах <sup>37,41–43</sup> для изучения плотности состояний 2D-электронов, является, по существу, классическим методом Кельвина, использующимся для определения работы выхода электрона из вещества. Этот экспериментальный прием основан на измерении разности потенциалов  $V_K$  между 2D-каналом электронов (концентрация которых постоянна) и металлическим затвором при вариации магнитного поля. Если магнитное поле не влияет на свойства затвора, а химический потенциал 2D-электронов осциллирует в магнитном поле в соответствии с (3.3), то измеряемая разность потенциалов  $V_K$  (в условиях термодинамического равновесия, необходимого для постоянства электрохимического потенциала) должна отражать осцилляции уровня Ферми 2D-электронов в магнитном поле.

Следует отметить, что на возможность применения метода контактной разности потенциалов для изучения энергетического спектра электронов в магнитном поле было указано в 1956 г. в работах <sup>44, 45</sup>. Однако эксперименты, выполненные на примере металлов (Be), привели к негативному результату: осцилляции контактной разности потенциалов, обусловленные изменениями химического потенциала электронов в магнитном поле, не наблюдались, хотя чувствительность измерительной установки существенно превышала ожидаемые значения изменения  $V_K$  <sup>46</sup>. Отсутствие этого эффекта в металлах было объяснено в работе <sup>47</sup> тем, что в этом случае сжимаемость металла определяется электронами, и осцилляции контактной разности потенциалов не отвечают осцилляциям химического потенциала, а полностью компенсируются эффектом магнитострикции. В полуметаллах, где объемная концентрация электронов на 3–4 порядка меньше, чем в нормальных металлах, можно было ожидать, что эффекты магнитострикции не будут оказывать заметного влияния и осцилляции  $V_K$  будут проявляться. Однако, как было установлено в работе <sup>47</sup>, и в полуметаллах осцилляции контактной разности потенциалов также оказываются полностью скомпенсированными. Поэтому наблюдение осцилляции напряжения, измеренного между металлическим затвором и 2D-каналом в кремниевых МДП-структурах <sup>37</sup>, явились, по-видимому, первым экспериментальным наблюдением осцилляции контактной разности потенциалов металлической системы в магнитном поле. Помимо кремниевых МДП-структур, осцилляции  $V_K$  наблюдались также в гетеропереходах GaAs — AlGaAs <sup>48,49</sup>).

В экспериментах <sup>37,41–43</sup>, выполненных на Si-МДП-структурах, измерения  $V_K$  производились с помощью электрометра с большим входным сопротивлением ( $\sim 10^{14}$  Ом), которое было необходимо для того, чтобы за время измерений зависимости  $V_K(H)$  заряд на МДП-структуре не изменялся более чем на 0,1 %. На зависимостях

$$V_K(H) |_{n_S = \text{const}}$$

были обнаружены скачки контактной разности потенциалов, которые были наиболее значительны при целочисленных значениях  $\nu = 4, 8, 12, \dots$ , отвечающих полному заполнению уровней Ландау. Поскольку величина скачка химического потенциала при  $\nu = 4, 8, 12, \dots$  в идеальном случае приблизительно равна  $\hbar\omega_c$  (см. рис. 2), то изменение  $\Delta V_K$  должно составлять  $\hbar\omega_c/e$ . Однако в эксперименте величина скачка  $\Delta V_K$  была почти в пять раз меньше указанного значения, что свидетельствовало о значительном ушире-

нии уровней Ландау по сравнению с идеальным случаем. Параметры энергетического спектра 2D-электронов определялись авторами<sup>41</sup> по наилучшему совпадению измеренной зависимости  $\Delta V_K(H)$  и зависимости  $E_F(H)/e$ , полученной путем численного решения уравнения:

$$n_S = \frac{eH}{h} \sum_j \int_0^\infty D_j(\epsilon, E_F) \left( 1 + \exp \frac{\epsilon - E_F(H)}{kT} \right)^{-1} d\epsilon. \quad (3.6)$$

В этом уравнении, возникающем из условия постоянства концентрации 2D-электронов в магнитном поле, содержатся функции  $D_j(\epsilon)$ , описывающие энергетическое распределение плотности состояний на уровнях Ландау. Отсюда и проистекает возможность изучения ПС методом контактной разности потенциалов. Следует, однако, заметить, что при определении плотности состояний указанным методом используются несколько предположений и подгоночных параметров. Перечислим их:

1. Считается, что  $\Delta V_K(H) \equiv \Delta E_F(H)$ , хотя это равенство может не выполняться из-за эффектов компенсации, связанных, например, с магнито-стрикцией<sup>47</sup>.

2. Считается, что энергетические распределения плотности состояний на двух соседних уровнях Ландау описываются гауссовым распределением с шириной  $\Gamma$ , которая является подгоночным параметром и совпадает для соседних подуровней.

3. Подгоночным параметром является также величина энергетической щели  $\Delta v$ , отвечающая данному фактору заполнения  $v$ .

4. Поскольку экспериментальная зависимость  $\Delta V_K(H)$  описывается в некоторой области изменения магнитного поля в условиях, когда изменяется  $v$ , то, как следует из работы<sup>8</sup>, а также из выводов авторов<sup>41</sup>, подгоночные параметры  $\Delta v$  и  $\Gamma$  не являются постоянными величинами, а могут сильно изменяться по неизвестным законам  $\Delta v(H)$  и  $\Gamma(H)$ .

Указанные сложности метода контактной разности потенциалов снижают надежность полученных количественных результатов, но вместе с тем нельзя не отметить, что этим методом удалось обнаружить усиление междолинного и спинового расщеплений<sup>41</sup>.

Эксперименты по изучению контактной разности потенциалов непосредственно связаны с методом изучения ПС, основанном на измерениях тока, текущего в цепи 2D-канал — затвор при развертке магнитного поля. Эта методика была предложена в работе<sup>50</sup> для исследования ПС в гетероструктуре GaAs — AlGaAs. При изменении магнитного поля из-за осцилляции химического потенциала 2D-электронов и связанных с ними осцилляции контактной разности потенциалов по цепи затвор—2D-канал может перемещаться заряд. Величина этого заряда должна осциллировать в полном соответствии с осцилляциями контактной разности потенциалов. Величину заряда можно определить с помощью измерений тока по цепи затвор — 2D-канал, замкнутых через нагрузочное сопротивление. Ток в этом случае равен

$$I(H) = Se \frac{dn_S}{dt} = Se \frac{dn_S}{dH} \frac{dH}{dt}, \quad (3.7)$$

где  $S$  — площадь 2D-электронного канала,  $dH/dt$  — скорость развертки магнитного поля. Как видно из (3.7), измерения тока затвора  $I(H)$  также содержат информацию о плотности состояний.

### 3.3. О с и л л я ц и и э л е к т р о н н о й т е п л о е м к о с т и

Один из методов определения плотности состояний 2D-электронов в поперечном квантующем магнитном поле основан на измерениях электронной теплоемкости, которая по определению есть

$$c_T = \frac{dE}{dT} = \frac{d}{dT} \int_0^\infty \epsilon D(\epsilon) f(\epsilon, E_F) d\epsilon, \quad (3.8)$$

где  $E$  — внутренняя энергия электронной системы. При изменении температуры электроны перераспределяются вблизи фермиевской поверхности. В связи с этим теплоемкость электронов оказывается пропорциональной ПС на уровне Ферми, как видно из выражения (3.8). Существенно подчеркнуть, что вклад в теплоемкость дают как протяженные, так и локализованные электронные состояния.

Расчет теплоемкости 2D-электронных систем выполнен в работе <sup>51</sup>, где молчаливо предполагалась одноэлектронная природа ПС на уровнях Ландау и гауссовый характер распределения  $D(E)$ . В этой работе проанализированы внутриуровневый и межузловый вклады в теплоемкость. Вклад

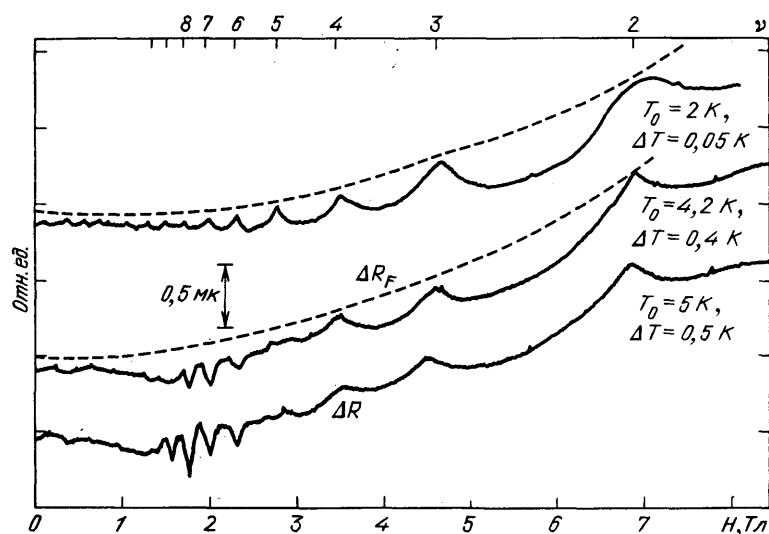


Рис. 4. Осцилляции электронной температуры 2D-электронного газа в многослойной GaAs—AlGaAs-гетероструктуре, содержащей 94 слоя, как функция магнитного поля<sup>6</sup>. Тепловой импульс увеличивает температуру образца на величину  $\Delta T$ . Штриховой линией показано, как возрастает температура решетки

от нескольких уровней Ландау приводит к осциллирующему поведению электронной теплоемкости при изменении фактора заполнения, так что минимумы в осциллирующей зависимости  $c_T(\nu)$  возникают при целочисленных  $\nu$ , а максимумы — при полуцелых. В противоположность этому внутриуровневый вклад в теплоемкость проявляется в возникновении узких пиков при целых  $\nu$ . Причем эти пики проявляются только при условии  $kT \sim \hbar\omega_c$  (т. е. в области относительно высоких температур в сравнении с щелями в спектре).

Электронный вклад в теплоемкость намного слабее фононного. В этом состоит главная трудность экспериментов, ставящих целью обнаружить осцилляции теплоемкости 2D-электронов при изменении поперечного квантующего магнитного поля. Эти сложности, тем не менее, удалось преодолеть благодаря использованию многослойных гетероструктур с большим числом идентичных квантовых ям, содержащих 2D-электронный газ. Так, в работах <sup>5,50</sup> для этих целей использовалась GaAs—AlGaAs-гетероструктура, содержащая около 100 квантовых ям (полное число 2D-электронов составляло порядка  $10^{13}$ ). Измерения электронной теплоемкости ведутся с использованием стандартной техники тепловых импульсов, разогревающих систему адиабатически. Детали этой экспериментальной техники можно найти в <sup>6,52</sup>.

Рис. 4 иллюстрирует осцилляции температуры при изменении магнитного поля, измеренные в многослойной гетероструктуре с квантовыми ямами при 1,5 К<sup>52</sup>. Изменения температуры контролируются по вариации сопро-

тивления Au — Ge детектора (шкала ординат на рис. 4), так как величина сигнала сопротивления  $\Delta R$  пропорциональна изменению температуры образца  $\Delta T$ .

Максимумы осцилляций температуры при развертке магнитного поля полностью коррелируют с возникновением минимумов в спектрах шубни-

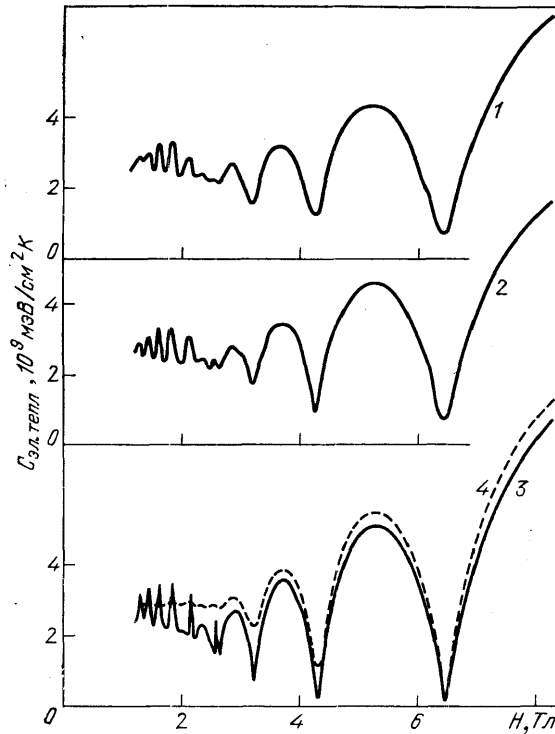


Рис. 5. Осцилляции электронной теплоемкости, построенные из осциллирующей зависимости электронной температуры, показанной на рис. 4<sup>6</sup>. Кривая 1 — эксперимент, 2—4 — расчет при значениях параметра  $\Gamma = 0,0$  мЭВ·Н<sup>1/2</sup>,  $\Gamma = 0,75$  мЭВ,  $\Gamma = 1,5$  мЭВ соответственно

ковских осцилляций магнитопроводимости  $\sigma_{xx}(H)$  и плато в зависимостях холловского сопротивления  $\rho_{xy}(H)$ , измеренных на той же структуре. Такая жесткая корреляция в осциллирующем поведении температуры и магнитотранспортных коэффициентов убеждает, что наблюдаемые в описанных экспериментах осцилляции температуры обусловлены исключительно электронной теплоемкостью.

С помощью измеренных осциллирующих зависимостей температуры  $\Delta T(H)$ , связанных с электронной теплоемкостью, делается затем попытка определить плотность состояний. С этой целью рассчитывается осциллирующее поведение электронной теплоемкости  $c_T^{el}(H)$  (рис. 5). При расчетах используются определенные предположения о форме ПС на уровнях Ландау, ширине пика ПС  $\Gamma$  и величине постоянного фона ПС под уровнями D ( $\Gamma$  и D — подгоночные параметры). Если в условиях эксперимента при импульсном адиабатическом разог-

реве образцу сообщается тепло  $\Delta Q$ , то электронная теплоемкость связана с результирующим изменением температуры  $\Delta T$ , которое непосредственно, измеряется с помощью следующего выражения:

$$c_T^{el}(T, H, \Gamma) = \frac{\Delta Q}{\Delta T} - \frac{1}{4} \frac{\alpha}{\Delta T} [(T + \Delta T)^4 - T^4], \quad (3.9)$$

где теплоемкость решетки  $c_T^L = \alpha T^3$  и предполагается, что  $c_T^{el}(T + \Delta T) \sim c_T^{el}(T)$ . Наилучшее согласие рассчитанных осцилляций с экспериментом достигается в рамках предположений о том, что на уровнях Ландау ширина пика ПС  $\Gamma \sim H^{1/2}$ , а в щелях спектра имеется конечная величина фоновой ПС (см. рис. 5). Таким образом, видно, что с помощью данного метода ПС состояний измеряется не непосредственно, а и использованием нескольких подгоночных параметров и априорных предположений о форме контура ПС на уровнях Ландау и наличия постоянного фона ПС, природа которого в рамках метода не раскрывается.

### 3.4. Осцилляции магнитоемкости

Электроемкость системы металл — диэлектрик — полупроводник (МДП) складывается не только из толщины диэлектрика ( $h$ ) и толщины 2D-канала  $z_0$ , но также зависит от плотности состояний электронов<sup>53</sup>. Действительно,

если при изменении напряжения на затворе  $\delta V_g$  концентрация 2D-электронов изменяется на величину  $\delta n_s$ , то в условиях термодинамического равновесия из постоянства электрохимического потенциала следует равенство  $e\delta V_g = \delta E_F$ , где  $\delta E_F$  — изменение химического потенциала 2D-электронов, отвечающее вариации  $\delta n_s$ . Поэтому для электроемкости имеем<sup>53</sup>:

$$C_e = \frac{dq}{dV_g} = Se \frac{\delta n_s}{\delta E_F/e} = Se^2 \frac{dn_s}{dE_F} = Se^2 D_T(E_F).$$

Таким образом, полная величина обратной электроемкости определяется суммой трех слагаемых:

$$C_e^{-1} = \frac{\hbar}{S\kappa_0\kappa_d} + \frac{\gamma z_0}{S\kappa_0\kappa_s} + (Se^2 D_T(E_F))^{-1}, \quad (3.10)$$

где  $\kappa_0$ ,  $\kappa_d$ ,  $\kappa_s$  — диэлектрические проницаемости вакуума, диэлектрика и полупроводника,  $S$  — площадь системы,  $D_T$  — термодинамическая плотность состояний 2D-электронов,  $\gamma$  — численный коэффициент, равный 0,5–0,7<sup>53</sup>. Важно, что при изменении магнитного поля первые два члена остаются постоянными и, следовательно, вариации электроемкости в магнитном поле прямо связаны с изменением плотности состояний на поверхности Ферми от  $H$ . Следует отметить, что характерная величина третьего слагаемого формулы (3.10) при  $H = 0$  обычно составляет лишь  $\sim 10^{-3}$  от первого, поэтому измерения требуют большой аккуратности и применения мостовой емкостной схемы<sup>38,54</sup>, в которой при изменении напряжения, пропорционального разности емкостей, необходимо контролировать сдвиг фаз и частотную зависимость. Магнитоемкостной метод отказывается при целочисленном заполнении уровней Ландау при низких температурах и больших магнитных полях (т. е. в условиях КЭХ). Дело в том, что в режиме квантового эффекта Холла диагональная проводимость  $\sigma_{xx}$  системы 2D-электронов становится экспоненциально малой, и сигнал напряжения, измеряемый в мостовой схеме, перестает быть пропорциональным разности емкостей и определяется величиной  $\sigma_{xx}$ . Условие того, что в магнитоемкостном методе измеряется чисто емкостной сигнал, имеет вид

$$\sigma_{xx} \gg \frac{\omega (C_e^0)^2}{\Delta C_e}, \quad (3.11)$$

где  $C_e^0$  — электроемкость, не зависящая от  $H$  и определяемая двумя первыми слагаемыми уравнения (3.10),  $\Delta C_e$  — изменение емкости, возникающее от вариации  $D_T$  (третий член уравнения (3.10)). Условие (3.11) оказывается очень сильным и делает практически невозможным определение  $D_T$  в режиме КЭХ. Действительно, поскольку в эксперименте  $C_e^0 \sim 10^{-9}$  Ф;  $\Delta C_e \sim 10^{-12}$  Ф,  $\omega \sim 10^2$  Гц, то требуется, чтобы  $\sigma_{xx}^1 \ll 10^4$  Ом, в то время как в условиях КЭХ при  $T = 2$  Тл,  $H = 5$  Тл,  $\sigma_{xx}^1 \gg 10^9$ – $10^{13}$  Ом<sup>55,56</sup>. Как видно из этих оценок, удовлетворить неравенству (3.11) можно лишь в условиях, далеких от режима КЭХ. Сложность измерения абсолютной величины емкости в условиях КЭХ также заключается в том, что при этом длина перетекания<sup>57</sup>  $L_{\Pi} = (\sigma_{xx} S / \omega C_e)^{1/2}$  становится очень маленькой и, как следствие, лишь часть площади 2D-электронной системы (вблизи контактов сток и исток) оказывается задействованной. Поэтому в формуле (3.10) в третьем слагаемом должна фигурировать эффективная площадь  $S^* < S$ . В связи с этим сильное уменьшение измеряемой емкости в условиях КЭХ может быть связано не с уменьшением  $D_T$ , а с уменьшением  $S^*$ . При этом в измерениях  $\Delta C_e$  не должно происходить сдвига фазы, поскольку проводимость через эффективную площадку  $S^*$  будет существенно больше, чем  $\sigma_{xx}^{\square}$  ( $\sigma_{xx}^{\square}$  — проводимость системы 2D-электронов на квадрат площади).

В первых магнитоемкостных экспериментах, выполненных в работе<sup>38</sup>, была осуществлена попытка определить величину  $D_T$  между уровнями Ландау при целых  $\nu$  в GaAs — AlGaAs гетероструктурах. Однако при

$T \approx 1,3$  К чисто емкостной сигнал удавалось измерить лишь при  $H < 1,6$  Тл. В работе<sup>54</sup> авторы применили магнетоемкостной метод при полужелтых  $\nu$ , когда  $\sigma_{xx}^{-1} \sim h/e^2 \sim 10^4$  Ом, и получили, что ширина уровней Ландау  $\Gamma$ , определяемая из величины магнетоемкости при полужелтых  $\nu$ , изменяется пропорционально  $H^{1/2}$  в соответствии с теорией короткодействующих рассеивателей<sup>23</sup> и зависит от подвижности 2D-электронов, что также согласуется с результатом этой теории.

Таким образом, магнетоемкостной метод оказался очень эффективным инструментом для определения плотности состояний системы 2D-электронов непосредственно на уровнях Ландау (при полужелтых  $\nu$ ). В наиболее интересном режиме квантового эффекта Холла (область целочисленных  $\nu$ ) этот метод, по-видимому сталкивается с непреодолимыми сложностями.

### 3.5. Термоактивационная магнитопроводимость

Идея метода определения плотности состояний 2D-электронов из анализа термоактивационной магнитопроводимости<sup>7</sup> основана на утверждении, что электронные состояния в щелях между уровнями Ландау являются локализованными, а протяженные состояния сосредоточены в узкой области вблизи

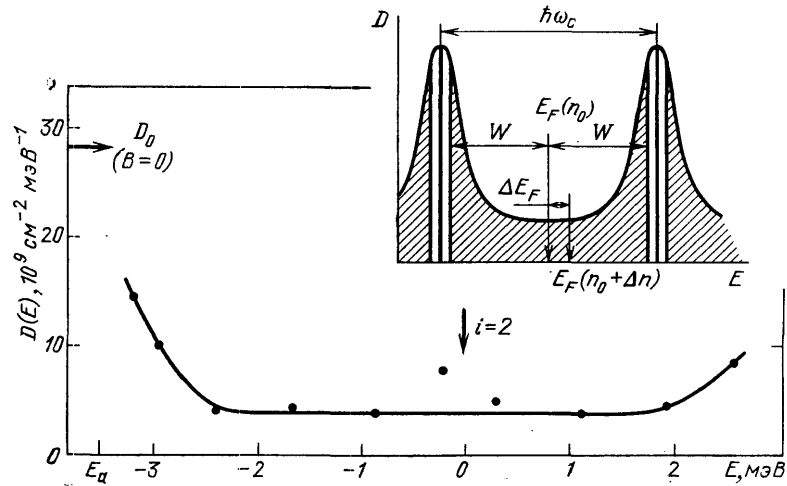


Рис. 6. Плотность состояний в функции энергии, восстановленная с помощью метода термоактивационной проводимости<sup>7</sup>.

Результат получен на GaAs — AlGaAs-гетероструктуре, подвижность 2D-электронов в канале  $\mu = 1,9 \cdot 10^5$  см<sup>2</sup>/В·с. Вставка качественно иллюстрирует распределение одночастичной ПС в условиях, близких к целочисленному заполнению уровней. Заштрихована область локализованных состояний

уровней Ландау. В рамках этого утверждения при полном заполнении очередного подуровня Ландау (т. е. при  $n_s = n_s^0 = \nu e H / h$ ,  $\nu$  — целое число) уровень Ферми оказывается в щели энергетического спектра (посредине между уровнями Ландау; см. вставку на рис. 6). Магнитопроводимость  $\sigma_{xx}$  в этом случае достигает минимума ( $\sigma_{xx}^{\min}$ ) и отличается от нуля (при не очень низких температурах) за счет термоактивации электронов и дырок с уровня Ферми в зоны подвижных состояний:

$$\sigma_{xx}^{\min} \sim \exp \left( -\frac{W}{kT} \right), \quad (3.12)$$

где  $W$  — энергия активации, равная половине величины энергетической щели. При изменении концентрации  $n_s$  на величину  $\Delta n_s$  от значения  $n_s^0$  уровень Ферми перемещается от середины энергетической щели к одному из уровней Ландау на  $\Delta E_F$ , что приводит к уменьшению энергии активации на  $\Delta E_F$ . Поэтому, следя за изменением энергии активации при вариации



$n_s$  в окрестности  $n_s^0$ , можно определить зависимость  $\Delta E_F$  от  $\Delta n_s$  и путем ее дифференцирования найти плотность состояний 2D-электронов в щелях энергетического спектра (см. рис. 6).

Следует заметить, что метод термоактивационной магнитопроводимости может претендовать на правильное определение величины  $D_T(E_F) = dn_s/dE_F$  лишь в узкой области вблизи целочисленного заполнения уровней Ландау (т. е. в условиях КЭХ, поэтому методы термоактивационной проводимости и магнетоемкости взаимно дополняют друг друга). Как было показано в работе<sup>58</sup>, именно в этой области при описании температурной зависимости  $\sigma_{xx}$  необходимо учитывать электронный  $\sigma_{xx}^e \sim \exp[-(W - \Delta E_F)/kT]$  и дырочный  $\sigma_{xx}^h \sim \exp[-(W + \Delta E_F)/kT]$  вклады в магнитопроводимость. Поэтому температурная зависимость магнитопроводимости описывается выражением<sup>58</sup>

$$\sigma_{xx}(\Delta n_s) \sim \exp\left(-\frac{W}{kT}\right) \operatorname{ch} \frac{\Delta E_F}{kT}. \quad (3.13)$$

Только в этом случае дифференцирование зависимости  $\Delta E_F(\Delta n_s)$ , найденной из (3.13), дает правильное значение плотности состояний  $D_T$  строго в середине энергетической щели.

Из анализа термоактивационной магнитопроводимости были получены следующие выводы<sup>7,58,59</sup>:

1) в середине энергетической щели плотность состояний слабо зависит от энергии;

2) величина  $D_T$  в щелях энергетического спектра не экспоненциально мала, а составляет заметную часть по сравнению с  $D_0$  (см. рис. 6) и слабо уменьшается по мере увеличения параметров  $\mu$  и  $H$ .

Наиболее уязвимыми местами метода термоактивационной магнитопроводимости являются:

1) предположение, что плотность состояний  $D(E)$  не зависит от  $\Delta n_s$  и  $T$ ;

2) предположение, что пороги подвижности, отделяющие локализованные и подвижные состояния, не изменяются при вариациях  $\Delta n_s$ ;

3) применимость метода ограничена довольно узким температурным интервалом;

4) в условиях КЭХ реализуется сильно неоднородное протекание измерительного тока (шнурование), поэтому измеряемая плотность состояний может характеризовать лишь часть системы 2D-электронов, по которой течет ток.

Вместе с тем нельзя не отметить, что именно методом термоактивационной магнитопроводимости была впервые обнаружена неэкспоненциальная малость плотности состояний 2D-электронов между уровнями Ландау в сильном магнитном поле<sup>60</sup>.

### 3.6. Другие методы

Помимо перечисленных методов экспериментального исследования плотности состояний 2D-электронов в перпендикулярном магнитном поле, необходимо отметить другие приемы, которые также использовались для этих целей. В работе<sup>61</sup> использовался метод, основанный на изучении нелинейных характеристик кремниевых МДП-структур, который физически эквивалентен методу термоактивационной магнитопроводимости, но имеет преимущество, заключающееся в том, что в эксперименте удастся зафиксировать распределение тока в МДП-структуре и в этих условиях изучать плотность состояний. Перспективным методом является также исследование резонансного туннелирования носителей заряда через тонкий слой диэлектрика в кремниевых МДП-структурах<sup>62</sup>. Кроме того, несомненный интерес представляют эксперименты по циклотронному резонансу<sup>63,64</sup>. Последним достижением в этой области является наблюдение осцилляции ширины линий цикло-

тронного резонанса при изменении фактора заполнения, обнаруженные в условиях, когда фактор заполнения зафиксирован, а изменяется частота излучения в далеком ИК диапазоне<sup>65</sup>.

#### 4. СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ОДНОЧАСТИЧНОЙ ПЛОТНОСТИ СОСТОЯНИЙ

Теперь рассмотрим спектроскопический метод определения ПС 2D-электронов в поперечном магнитном поле, который основан на измерениях спектров люминесценции, связанной с излучательной рекомбинацией двумерных электронов с неравновесными фотовозбужденными дырками на примере Si (001) МДП-структур<sup>8,66,67</sup>. Существенно, что этим методом измеряется энергетическое распределение одночастичной ПС —  $D(E)$  при фиксированном заполнении уровня Ландау электронами, тогда как с помощью методов, описанных в предыдущем параграфе (см. п. 3), изучается термодинамическая плотность состояний  $D_T(E_F) \equiv dn_s/dE_F$ . При учете межэлектронного взаимодействия и эффектов экранирования случайного потенциала  $D(E_F) \neq dn_s/dE_F$ . В рамках спектроскопического метода удастся проследить, как перераспределяется одночастичная ПС при изменении заполнения квантовых состояний в результате экранирования крупномасштабных составляющих случайного потенциала. Спектроскопический метод является не только эффективным инструментом изучения тонкой структуры уровней Ландау — спинового и долинно-орбитального расщеплений, но и с его помощью удастся исследовать непосредственно случайный потенциал, а именно оценить его амплитуду и линейные масштабы.

##### 4.1. Излучательная рекомбинация 2D-электронов в кремниевых МДП-структурах

Инверсионный слой пространственного заряда в кремниевых МДП-структурах является традиционной квазидвумерной системой, где свойства 2D-электронного газа исследовались наиболее всесторонне. В этих структурах кристалл Si имеет плоскую границу раздела с тонкой ( $10^{-5}$  см) пленкой диэлектрика  $\text{SiO}_2$ , на противоположную поверхность которой наносится металлический электрод-затвор (рис. 7). Напряжение  $V_g$ , приложенное между затвором и границей раздела, создает в  $\text{SiO}_2$  однородное электрическое поле, а в Si у границы раздела Si —  $\text{SiO}_2$  — объемный заряд и удерживающую его потенциальную яму. Со стороны диэлектрика яма ограничена высоким потенциальным барьером ( $\sim 2$  эВ) и имеет форму, близкую к треугольной. В равновесных условиях при достаточно большом  $V_g$  дно ямы опускается ниже уровня химического потенциала в объеме кристалла. Тогда тонкий приповерхностный слой ( $\sim 30\text{--}50$  Å), ограниченный стенками ямы, заполняется электронами-носителями инверсного знака по отношению к носителям в объеме (дыркам). Таким образом, у поверхности p-Si при  $V_g > 0$  возникает инверсионный слой пространственного заряда. Канал заполняется носителями через встроенные электроды (сток — исток) либо с помощью подсветки. Инверсионный слой отделен от объема кристалла областью обеднения, в которой носители отсутствуют, и поэтому эта область является изолятором. В области обеднения находятся ионизированные мелкие примеси, заряд которых тот же по знаку, что и заряд носителей в канале. При малых  $V_g$  экранирование внешнего электрического поля происходит лишь за счет формирования слоя обеднения с толщиной слоя  $L_D = n_d/N_A \sim 1$  мкм ( $n_d$  — поверхностная плотность заряда в обедненном слое,  $N_A$  — объемная концентрация акцепторных центров). Когда изгиб зон (см. рис. 7) сравнивается с шириной запрещенной зоны  $E_g$  и возникает 2D-канал, то дальнейшее увеличение  $V_g$  не меняет распределение зарядов в обедненном слое. Результирующую картину распределения зарядов и поля вблизи интерфейса Si— $\text{SiO}_2$

можно восстановить с помощью анализа осцилляции магнитопроводимости Шубникова — де Гааза<sup>67</sup>.

В условиях стационарного фотовозбуждения, генерирующего неравновесные электронно-дырочные пары вблизи границы раздела Si — SiO<sub>2</sub>, картина распределения зарядов и электрического поля радикально изменяется (см. рис. 7, в)<sup>67</sup>. Прежде всего в условиях фотовозбуждения система в целом является принципиально неравновесной. В этом случае возникает квазиравновесный аккумуляционный 2D-электронный канал, заряд которого практически полностью экранирует электрическое поле затвора за интерфейсом в глубине полупроводника. Поэтому слой обеднения исчезает и, следовательно, непосредственно за 2D-аккумуляционным каналом существуют нейтральные акцепторы, содержащие дырки. Поскольку волновая функция 2D-электронов в направлении нормали к интерфейсу  $z \parallel [001]$  имеет конечную протяженность ( $\psi(z) \sim \sim z \exp(-bz/2)$ , где  $b^{-1} \approx 10 \text{ \AA}$ ), то существует отличная от нуля вероятность их излучательной рекомбинации с инжектированными дырками. Однако эта рекомбинация является не прямой как в импульсном, так и в координатном пространстве, поэтому ее интенсивность должна быть чрезвычайно слабой в сравнении со всеми другими излучательными каналами в объеме полупроводника. Именно такая слабая по интенсивности линия люминесценции, 2D<sub>c</sub>, на 2—3 порядка слабее соответствующих линий излучения из объема, и наблюдается в эксперименте. На рис. 8 приведены спектры излучения, полученные при фиксированной подсветке аргоновым лазером с мощностью  $W_0 \approx 10^{-3} \text{ Вт/см}^2$  и различных напряжениях на затворе, варьирующих концентрацию 2D-электронов  $n_s$ , которая независимо контролировалась по шубниковским осцилляциям проводимости в тех же условиях. Не касаясь деталей механизма рекомбинации, который описан в<sup>67</sup>, остановимся сначала на основных свойствах линии 2D<sub>c</sub> в отсутствие магнитного поля (см. рис. 8). Прежде всего эта линия возникает в спектрах только при лазерной подсветке и напряжениях на затворе  $V_g > V_T$  ( $V_T$  — пороговое напряжение, соответствующее возникновению 2D-канала). Форма 2D<sub>c</sub>-линии представляет собой ступенчатую фун-

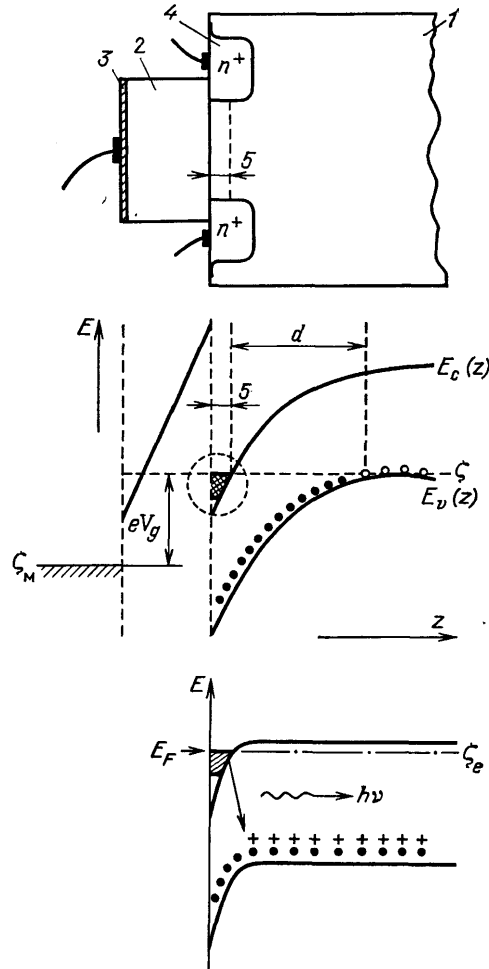


Рис. 7. МДП-структура: схематический разрез и изгибы энергетических зон вблизи границы раздела окисел — полупроводник. а — Схематический разрез; 1 — полупроводник p-типа; 2 — окисел (диэлектрик); 3 — металлический электрод — затвор; 4 — низкоомные электроды (сток-исток); 5 — инверсионный канал. б — Схема энергетических зон в отсутствие фотовозбуждения;  $E_c$  и  $E_v$  — дно зоны проводимости и потолок валентной зоны в полупроводнике; слева от канала показан ход дна зоны проводимости в окисле;  $\zeta$  — уровень Ферми в полупроводнике;  $\zeta_m$  — в металле;  $V_g$  — потенциал на затворе;  $L_d$  — ширина области обеднения; точки — ионизованные акцепторы, + : дырки на акцепторах; заштрихована область вырожденного электронного газа в — Схема энергетических зон при фотовозбуждении;  $\zeta_e$  — квазиуровень Ферми электронов,  $h\nu$  — энергии фотона при рекомбинации

кцию энергии в прямом соответствии с тем, что ПС 2D-электронов при  $H = 0$  не зависит от  $E$ . Ширина  $2D_e$ -линии линейно увеличивается с ростом концентрации электронов  $n_s$ , а фиолетовая граница ее спектра практически не зависит от напряжения на затворе. При рекомбинации 2D-электронов с фотовозбужденными дырками при участии ТО- и ТА-фононов, вероятность рекомбинации не зависит от энергии рекомбинирующих частиц (матричные элементы  $M_{TO}$ ,  $T_{TA} \approx \text{const}$ ), а фоновые реплики  $2D_e$ -линии наблюдаются в соответствующих областях спектра. ТО- и ТА-фононные компоненты

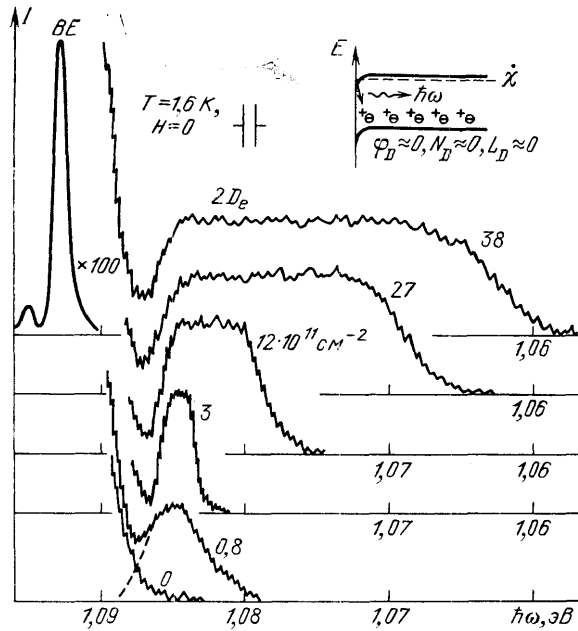


Рис. 8. ТО-фононные компоненты спектра излучения, измеренные в Si (100)-МДП-структуре при  $T = 1,6$  К и плотности мощности  $W = 10^{-3}$  Вт/см<sup>2</sup> и различных положительных напряжениях на затворе в условиях, когда образовывался 2D-канал электронов<sup>67</sup>.

Концентрация 2D-электронов измерялась одновременно по осцилляциям магнитопроводимости и указана на спектрах в ед. К)<sup>11</sup> см<sup>-2</sup>. Линия BE — излучение экситонов, связанных на боре, линия  $2D_e$  отвечает излучательной рекомбинации 2D-электронов. На вставке показаны схема энергетических зон в условиях фотовозбуждения (слой обеднения отсутствует) и процесс рекомбинации 2D-электрона с дыркой на нейтральном акцепторе

$2D_e$ -линии поляризованы в 2D-плоскости, так как только две из шести электронного долин на осях (001) заселены 2D-электронами. Очень слабое излучение линии  $2D_e$  удается наблюдать и в бесфононной области спектра благодаря передаче импульса, близкого к бриллюэновскому, примесному центру или поверхности.

В режиме сильной локализации 2D-электронов на флуктуациях случайного потенциала (область малых концентраций)  $2D_e$ -линия сильно уширена и перестает быть поляризованной. Ее ширина в этом случае отражает амплитуду флуктуации случайного потенциала. Скорость рекомбинации 2D-электронов с фотовозбужденными дырками очень медленная ( $\sim 10^3$  с<sup>-1</sup>), поэтому при таких скоростях 2D-электронная и дырочная подсистемы находятся в тепловом равновесии с решеткой. Спектр излучения  $2D_e$ -линии представляет собой свертку функций распределения 2D-электронов и фотовозбужденных дырок

$$I(\hbar\omega) \sim \int_0^\infty F_e(E) F_h(\hbar\omega - E) dE, \quad (4.1)$$

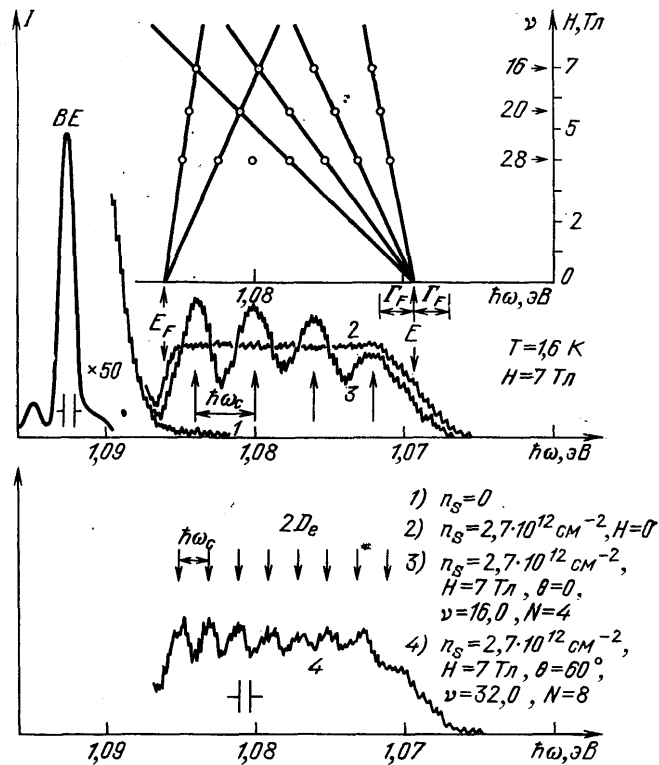
$$F_{e(h)} = f_{e(h)} D_{e(h)},$$

где  $f_{e(h)}$ ,  $D_{e(h)}$  — функции распределения и плотности состояний электронов и дырок. Поскольку ширина распределения дырок, установленная экспериментально<sup>68</sup>, оказывается достаточно узкой и не превышает 0,8 мэВ, спектр  $2D_e$ -линии с достаточно большой точностью передает энергетическое распределение одночастичной плотности состояний 2D-электронов.

Теперь рассмотрим основные свойства  $2D_e$ -линии в поперечном магнитном поле. В этом случае  $2D_e$ -линия расщепляется в соответствии с числом

заполненных уровней Ландау (рис. 9). Например, спектр 3 на рис. 9 соответствует при заданной величине магнитного поля полному заполнению четырех уровней Ландау. В соответствии с этим заполнением наблюдаются четыре эквидистантные линии, равно отстоящие на величину циклотронной энергии  $\hbar\omega_c = 4\text{ мэВ}$ . Для демонстрации двумерности электронной системы используется известная процедура поворота магнитного поля от нормали к 2D-слою. При углах отклонения  $\varphi = 60^\circ$  и фиксированных  $n_s$  и  $H$  фактор

Рис. 9. Спектры излучательной рекомбинации 2D-электронов с фотовозбужденными дырками (линии  $2D_e$ )<sup>67</sup>. Измерены для образца № 1 при  $W = 10^{-3} \text{ Вт/см}^2$ ,  $T = 1,6 \text{ К}$ ,  $n_s = 2,7 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  в условиях, когда магнитное поле  $H=0$  (спектр 2),  $H=7 \text{ Тл}$  и перпендикулярно 2D-слою (спектр 3),  $H=7 \text{ Тл}$  и поле наклонено по отношению к нормали на угол  $60^\circ$  (спектр 4). Спектр 1 получен в условиях, когда  $n_s = 0$  ( $V_g < V_T$ ). Линия BE отвечает излучению экситонов, связанных на атомах бора,  $\hbar\omega_c$  — циклотронное расщепление. В верхней части рисунка показан веер уровней Ландау (спектральное положение линий), построенный при  $n_s = 2,7 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$  в условиях целого заполнения четырех, пяти и семи уровней. Экстраполяции к  $H \rightarrow 0$  определяют положения дна размерно квантованной зоны  $E_0$  и энергии Ферми  $E_F$



заполнения возрастает ровно вдвое и под поверхностью Ферми число уровней Ландау удваивается (см. нижнюю часть рис. 9). С помощью известной процедуры построения веера уровней Ландау по положению линий излучения в спектре, измеренных при  $n_s = \text{const}$  в различных магнитных полях и в условиях целочисленного заполнения, нетрудно определить положение уровня размерного квантования  $E_0$  и энергию Ферми  $E_F$ . Это построение показано в верхней части рис. 9. ТО-фононная компонента  $2D_e$ -линии в поперечном магнитном поле поляризована практически полностью в направлении  $H$ . Наконец при температурах, когда парамагнитное расщепление дырок  $g_h \mu_B H \ll kT$  и заселено самое нижнее их состояние с проекцией углового момента  $J_z = -3/2$ , в спектрах рекомбинации участвуют 2D-электроны только с проекцией спина  $S_z = +1/2$ . В этом случае оптические переходы для электронов с проекцией спина  $S_z = -1/2$  запрещены. Это означает, что в спектрах проявляется излучение, соответствующее факторам заполнения  $\nu$ , удовлетворяющих условию  $(2 + 4k) < \nu < (4 + 4k)$ .

На рис. 10 показано, как изменяются спектральные положения линий рекомбинации при вариации концентрации  $n_s$  (или фактора заполнения  $\nu$ ) и фиксированном  $H$ . Кроме того, показаны измеренные зависимости (темные квадраты) положения дна зоны  $E_0$  и энергии Ферми  $E_F$  при изменении  $n_s$ . Из рисунка прежде всего видно, что в поперечном  $H = 7 \text{ Тл}$  наблюдается серия уровней Ландау, расщепление между которыми равно  $\hbar\omega_c$ . Спектральное положение линий, отвечающих уровням Ландау в глубине под поверхностью Ферми, линейно зависит от  $n_s$  и отвечает изменению положения дна

зоны  $E_0(n_s)$ . Вблизи поверхности Ферми в области нечетных  $\nu$  наблюдаются две линии излучения, отвечающие рекомбинации 2D-электронов из различных долин (подробно показано на вставке к этому рисунку, см. также раздел 4.2). Интересно изучить, как проявляется на зависимости спектрального положения линий рекомбинации эффект квантования холловского сопротивления<sup>2</sup>, связанный с тем, что при целых значениях  $\nu$  уровень Ферми оказывается в области локализованных состояний в щели между

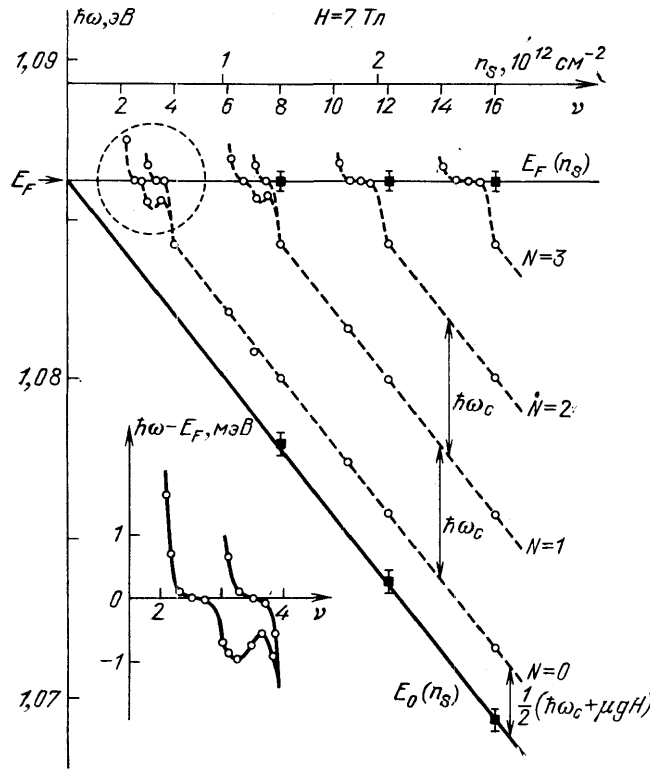


Рис. 10. Зависимость спектрального положения линий излучения 2D-электронов от концентрации  $n_s$ .

Измерена для образца № 3 при  $W = 10^{-3}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $T = 1.6$  К,  $H = 7$  Тл. Темные квадраты отвечают энергетическому положению энергии Ферми и дна зоны  $E_0$ , измеренным для разных  $n_s$  по веру уровней Ландау условиях целого заполнения. Область  $2 < \nu < 4$  более крупно показана на вставке. Наблюдаемое расщепление линий связано с неэквивалентностью электронных долин

уровнями Ландау. Как видно из рис. 10, в эксперименте наблюдается пиннинг спектрального положения линии  $2D_c$  при полуцелых  $\nu$ , а при целочисленном заполнении он отсутствует. Эти факты легко объяснить тем, что при целых  $\nu$  ПС на уровне Ферми невелика и величина  $E_F$  сильно изменяется при вариациях  $n_s$ , тогда как при полуцелых  $n_s$  величина  $D(E_F)$  велика и изменения  $E_F$  малы.

Уже из указанных свойств излучательной рекомбинации 2D-электронов с фотовозбужденными дырками видно, что метод оптической спектроскопии открывает новые возможности для изучения энергетического спектра системы 2D-электронов и его изменений от магнитного поля, фактора заполнения уровней Ландау, температуры и качества структуры. В следующем разделе будет показано, как этот метод используется для определения величины спинового и междолинного расщеплений и исследования осциллирующего поведения этих величин в зависимости от фактора заполнения.

#### 4.2. Осцилляции спинового и междолинного расщеплений в энергетическом спектре 2D-электронов

В системе (2D-) электронов на поверхности (100) кремния из-за наличия двух эквивалентных электронных долин и спина имеется четырехкратное вырождение энергетического спектра электронов<sup>1</sup>. Однако в самых ранних

экспериментах<sup>69</sup> было обнаружено, что указанное вырождение снимается в перпендикулярном магнитном поле и энергетический спектр 2D-электронов становится полностью дискретным. Это проявляется, например, в осцилляциях Шубникова — де Гааза, когда при заполнении каждого из четырех подуровней Ландау (т. е. при значениях фактора заполнения  $\nu = 1, 2, 3, 4$ ) наблюдаются минимумы магнитопроводимости, связанные с тем, что уровень Ферми попадает в область локализованных состояний в щелях между квантовыми подуровнями. Для определения величин спинового и междолинного расщеплений применялись разнообразные экспериментальные методы, основанные на изучении особенностей магнитопроводимости в наклонных полях  $H$ , термоактивационный магнитопроводимости (см.<sup>1</sup>), контактной разности потенциала<sup>41</sup>. Однако во всех указанных работах величина расщепления измерялась косвенным образом с использованием подгоночных параметров и предположений, требующих специального обоснования.

Применение метода оптической спектроскопии позволяет прямым образом измерить величины спинового и междолинного расщеплений как энергетический интервал между соответствующими линиями в спектрах излучательной рекомбинации.

#### 4.2.1. Междолинное расщепление $\Delta E_\nu$

В ряде работ<sup>70–72</sup> междолинное расщепление вычислялось без привлечения эффектов межэлектронного ( $e-e$ ) взаимодействия и полученная величина  $\Delta E_\nu^0$  определялась полем затвора. В этих теориях междолинное расщепление возникает из-за неэквивалентности двух электронных долин по отношению к направлению вектора электрического поля и имеет электростатическую природу. С другой стороны, в работах<sup>73–74</sup> отмечалось, что междолинное расщепление в перпендикулярном  $H$  должно значительно увеличиваться за счет вклада  $\Delta E_\nu^*$ , возникающего из-за взаимодействия 2D-электронов. Таким образом, полная величина междолинного расщепления  $\Delta E_\nu$  складывается из  $\Delta E_\nu^0$  и  $\Delta E_\nu^*$ , причем вклады  $\Delta E_\nu^0$  и  $\Delta E_\nu^*$  по-разному зависят от  $H$ ,  $\nu$  и  $N^{\perp}$ .

В спектре рекомбинации 2D-электронов при  $\nu = 3,0$  и  $T = 1,5$  К ( $H = 7$  Тл) наблюдается одна линия, связанная с рекомбинацией 2D-электронов из нижней электронной долины, имеющих спин  $S_z = +1/2$  и принадлежащих основному уровню Ландау ( $N = 0$ ) (как уже отмечалось, при низких температурах в рекомбинации участвуют лишь дырки из основного состояния с  $J_z = -3/2$  и оптические переходы с участием электронов со спином  $S_z = -1/2$  запрещены). При  $\nu > 3$  начинается заполняться следующая электронная долина и в спектре рекомбинации появляется новая линия (см. рис. 11), относительная интенсивность которой пропорциональна отклонению  $\nu$  от 3. Энергетический интервал между линиями отвечает междолинному расщеплению  $\Delta E_\nu$ . Методы оптической спектроскопии в этом случае позволяют не только прямым способом определить  $\Delta E_\nu$ , но и измерить зависимость  $\Delta E_\nu(\nu)$ <sup>75</sup>.

На рис. 12 показаны зависимости  $\Delta E_\nu(\nu)$ , измеренные при  $H = 1$  Тл,  $T = 1,6$  К. Видно, что величина  $\Delta E_\nu$  сильно осциллирует при изменении  $\nu$  и достигает максимума при целых, нечетных  $\nu = \nu^* = 3, 5, \dots$ , причем абсолютное значение  $\Delta E_\nu$ , измеренное методом оптической спектроскопии, существенно превышает соответствующие значения, полученные другими методами (см.<sup>14</sup>). Кроме того, видно, что  $\Delta E_\nu$  уменьшается при отклонении  $\nu$  от  $\nu^*$ , по мере заполнения очередной долины. Такое поведение отвечает механизму долинного расщепления, основанному на  $e-e$ -взаимодействии, и противоречит концепции неперенормированного  $\Delta E_\nu^*$ . Действительно, согласно<sup>73</sup>, усиление  $\Delta E_\nu$  возникает из-за того, что 2D-электронам из различных долин, имеющим разные квантовые числа, не запрещается принципом Паули располагаться близко друг к другу, благодаря чему и возникает до-

полнительное кулоновское отталкивание, которое приводит к увеличению  $\Delta E_V^0$  на  $\Delta E_V^*$ . При равном заполнении долинных подуровней Ландау (т. е.

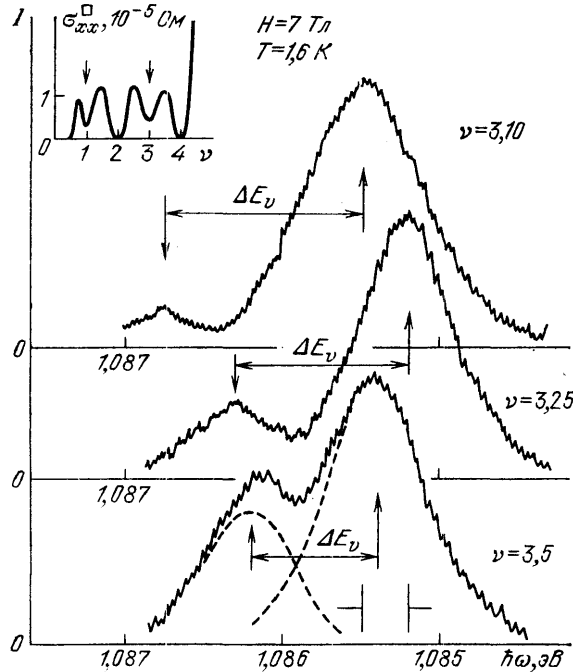


Рис. 11. Спектры излучательной рекомбинации 2D-электронов, измерение на образце № 2 при  $H = 7$  Тл,  $T = 1,6$  К,  $W = 10^{-3}$  Вт/см<sup>2</sup> и различных  $\nu$ : 3,1; 3,25 и 3,5.

$\Delta E_V$  отвечает величине междолинного расщепления. На вставке показана зависимость  $\sigma_{xx}(\nu)$ , измеренная одновременно при тех же параметрах  $H, T, W$ .

при целых четных  $\nu = \nu^0 = 2, 4, 6 \dots$ ) вклад  $\Delta E_V^*$  обращается в нуль<sup>73</sup> и  $\Delta E_V$  достигает минимума, поэтому штриховая кривая на рис. 12 отвечает

зависимости неперенормированного междолинного расщепления  $\Delta E_V^0$  от  $n_s$ . Измеренная функция  $\Delta E_V^0(n_s)$  оказалась универсальной и не зависела от магнитного поля<sup>75</sup>. Напротив, как видно из рис. 12, вклад  $\Delta E_V^*$  сильно зависит от  $H$  и номера квантового уровня  $N$ .

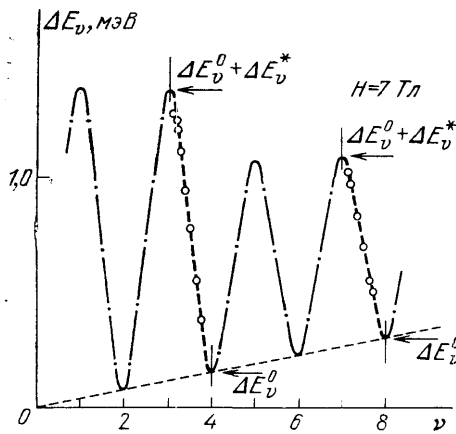


Рис. 12. Зависимость междолинного расщепления  $\Delta E_V$  от фактора заполнения  $\nu$ , измеренная при  $H = 7$  Тл,  $T = 1,6$  К

#### 4.2.2. Спиновое расщепление $\Delta E_S$

Как уже отмечалось, при низких температурах и сильных магнитных полях в спектрах рекомбинации проявляется лишь одна спиновая компонента 2D-электронов с проекцией спина  $S_z = +1/2$  и отсутствует излучение электронов с  $S_z = -1/2$ . Это связано с тем, что из-за эффекта Зеемана уровень дырок расщепляется на квартет и при низких температурах за время жизни

все неравновесные дырки оказываются в основном состоянии с  $J_z = -3/2$ . Оптические переходы с участием электронов, имеющих  $S_z = -1/2$ , и дырок с  $j_z = -3/2$  запрещены правилами отбора, и соответствующее излучение не наблюдается. Для того чтобы наблюдать рекомбинацию 2D-электронов с  $S_z = -1/2$  (и, следовательно, определить спиновое расщепление  $\Delta E_S \equiv g_e \mu_B H$ ), необходимо повысить температуру, чтобы появилась заметная доля дырок с  $J_z = -1/2$ .



При  $H = 6$  Тл,  $\nu = 2,5$  и  $T = 1,6$  К в спектре излучения наблюдается лишь одна линия, отвечающая рекомбинации 2D-электронов из нижней

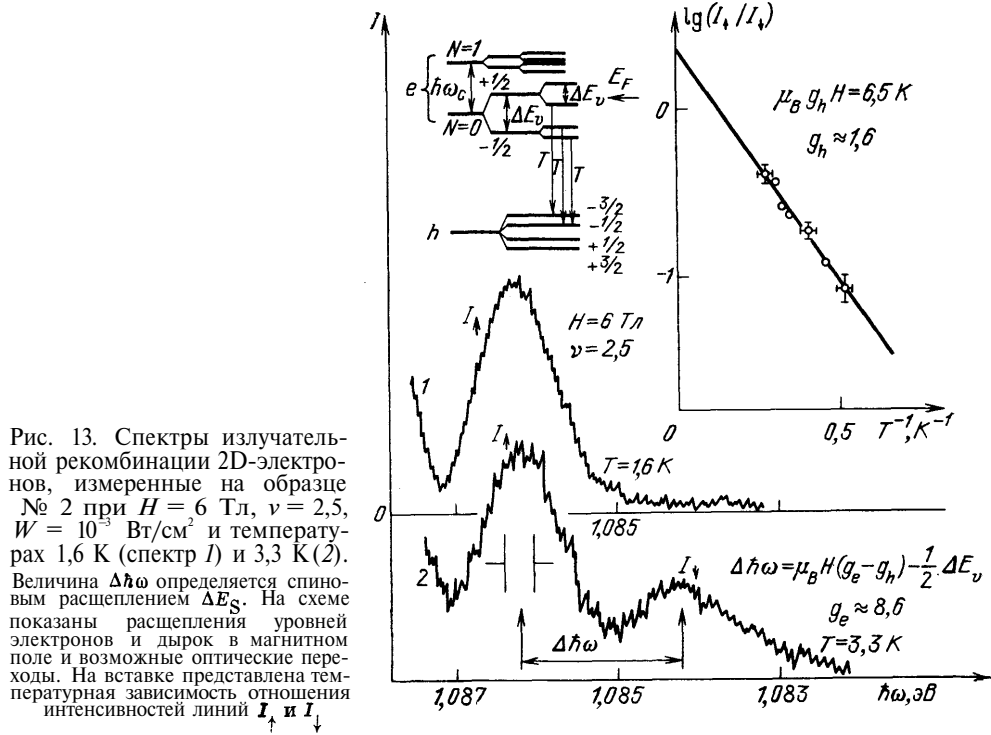


Рис. 13. Спектры излучательной рекомбинации 2D-электронов, измеренные на образце № 2 при  $H = 6$  Тл,  $\nu = 2,5$ ,  $W = 10^{-3}$  Вт/см<sup>2</sup> и температурах 1,6 К (спектр 1) и 3,3 К (2). Величина  $\Delta\hbar\omega$  определяется спиновым расщеплением  $\Delta E_S$ . На схеме показаны расщепления уровней электронов и дырок в магнитном поле и возможные оптические переходы. На вставке представлена температурная зависимость отношения интенсивностей линий  $I_{\uparrow}$  и  $I_{\downarrow}$ .

долины и имеющая  $S_z = +1/2$ , с дырками  $J_z = -3/2$ . При повышении температуры до 3,3 К в низкоэнергетической части спектра появляется дополнительная линия излучения (см. рис. 13), обусловленная рекомбинацией электронов, имеющих  $S_z = -1/2$ , с дырками  $J_z = -1/2$ <sup>68</sup>. Интенсивность этого излучения экспоненциально уменьшается с понижением температуры (см. вставку на рис. 13), что позволяет определять  $g$ -фактор дырок, участвующих в рекомбинации. Энергетический интервал между линиями на рис. 13 (спектр 2) определяется спиновым расщеплением 2D-электронов. Измеренный таким образом  $g$ -фактор 2D-электронов при  $H = 6$  Тл,  $\nu = 2,5$  и  $T = 3,3$  К оказался равным  $g_e = 8,6$ , что существенно больше объемного значения  $g^0 = 2$ . Такое усиление  $g_e$  для 2D-электронов, так же как и в случае с междолинным расщеплением, несомненно, обусловлено эффектами  $e$ - $e$ -взаимодействия<sup>29</sup>. Этот вывод подтверждается зависимостью  $g_e(\nu)$ , представленной на рис. 14, которая получена при  $H = 7$  Тл. Видно, что  $g$ -фактор 2D-электронов сильно осциллирует от  $\nu$ , достигая максимальных значений при  $\nu = 2, 6, 10 \dots$  и минимальных ( $g^0 = 2$ ) при равном заполнении спиновых компонент (т. е. при  $\nu = 4, 8, 12, \dots$ ).

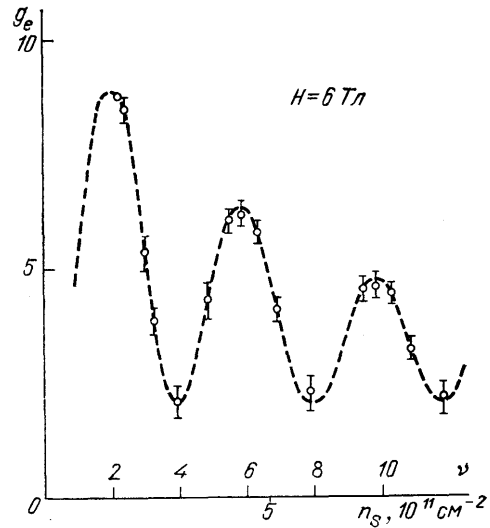


Рис. 14. Зависимость  $g$ -фактора 2D-электронов от фактора заполнения  $\nu$  и концентрации  $n_S$ , измеренная при  $H = 6$  Тл и  $T = 1,6$ – $3,3$  К.

Таким образом, методом оптической спектроскопии прямым образом измеряются величины спинового и междолинного расщеплений. В результате обнаружены очень сильно осциллирующие зависимости этих расщеплений от фактора заполнения  $\nu$ .

#### 4.3. Осцилляции плотности состояний 2D-электронов в поперечном магнитном поле

Эффекты экранирования случайного потенциала, связанного с дефектами, проявляются наиболее ярко в осциллирующем поведении ширины линий рекомбинационного излучения на уровнях Ландау при изменении их заполнения, а также в особенностях температурного поведения спектров рекомбинации. Эти эффекты целесообразно рассмотреть отдельно.

##### 4.3.1. Осцилляции ширины уровней Ландау при изменении фактора заполнения

На рис. 15 приведены записи спектров, отвечающих заполнениям нижайшего уровня Ландау:  $\nu = 2,5$ ; 3; 3,5 и 4,0. Дублетный характер спектра при  $\nu = 3,5$  связан с долинно-орбитальным расщеплением  $\Delta E_v$ . При  $\nu = 3,5$

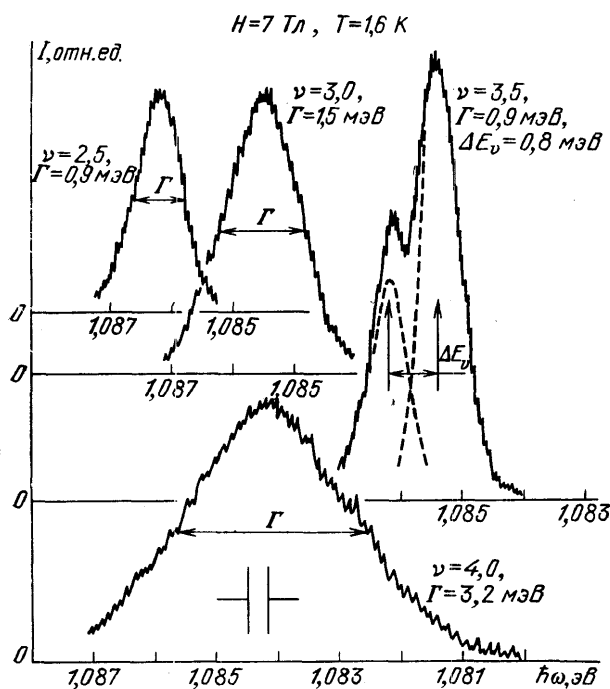


Рис. 15. Спектры излучательной рекомбинации 2D-электронов, полученные на образце № 1 при  $H = 7$  Тл,  $T = 1,6$  К и  $W = 10^{-3}$  Вт/см<sup>2</sup> для различных заполнений основного уровня Ландау ( $N = 0$ )

нижнее по энергии состояние, соответствующее проекции  $S_z = +1/2$ , заполнено полностью, а верхнее, отщепленное на величину  $\Delta E_v$  и с той же проекцией спина, заселено электронами наполовину. Поэтому интенсивность коротковолновой компоненты дублета, соответствующей верхнему отщепленному состоянию, вдвое слабее длинноволновой (на рис. 15 контуры компонент этого дублета разделены штриховой линией).

Сопоставляя спектры рекомбинации на рис. 15, легко увидеть, что ширины линий немонотонно зависят от заполнения электронных состояний: при полном заполнении (целочисленных  $\nu$ ) линии оказываются намного шире, чем в условиях полуцелого заполнения. Качественно аналогичное поведение при вариации  $\nu$  демонстрируют спектры рекомбинации, когда полностью

заполнены несколько уровней Ландау и изменяется населенность самого верхнего по энергии уровня. На рис. 16 приведены записи спектров, измеренных при полном заполнении двух нижайших уровней Ландау ( $N = 0; 1$ ) и разных заполнениях верхнего,  $N = 3$ , уровня. И в этом случае ширины всех линий в спектре немонотонно зависят от  $\nu$ : при целочисленных  $\nu$  линии заметно шире, чем при полужелом заполнении. Помимо этого видно, что при

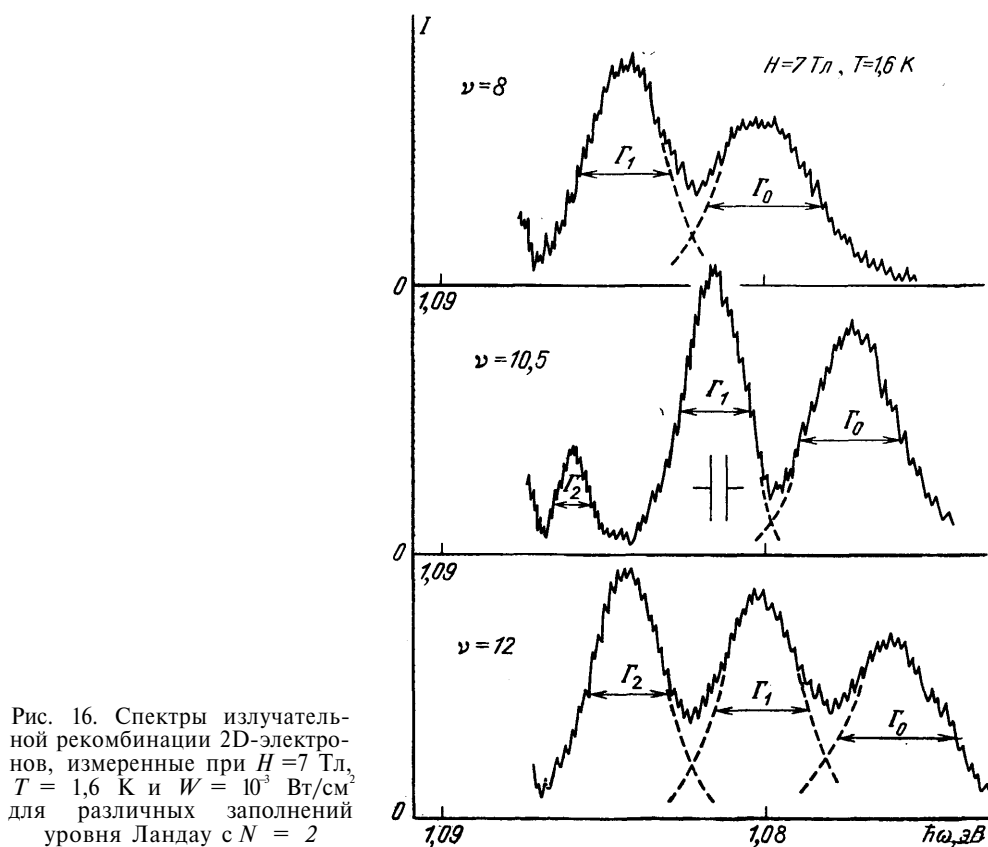


Рис. 16. Спектры излучательной рекомбинации 2D-электронов, измеренные при  $H=7$  Тл,  $T=1,6$  К и  $W=10^3$  Вт/см<sup>2</sup> для различных заполнений уровня Ландау с  $N=2$

заполнении нескольких уровней Ландау ширины линий монотонно возрастают с уменьшением квантового номера  $N$ .

Осциллирующее поведение ширины линий рекомбинации в зависимости от  $\nu$  при работе с одним и с несколькими уровнями Ландау иллюстрирует рис. 17, а, б. Эти осцилляции имеют наибольший размах при работе с одним (нижайшим) уровнем Ландау. При заполнении нескольких уровней Ландау осцилляции имеют тот же характер, но их глубина тем меньше, чем глубже под уровнем Ферми квантовое состояние (чем меньше  $N$ ). Обнаруженные осцилляции ширины линий в спектрах рекомбинации являются прямым следствием осциллирующего поведения ширины пиков плотности состояний на уровнях Ландау в зависимости от концентрации электронов. Природа этого явления, несомненно, связана с экранированием случайного потенциала.

Обсудим этот вопрос более подробно. При целочисленном  $\nu$  уровень Ферми оказывается строго посередине щели энергетического спектра. Электроны целиком заполняют уровни Ландау, и поэтому экранирование в этом случае носит ослабленный характер. В отсутствие экранирования уровни Ландау «отслеживают» потенциальный рельеф, обусловленный длиннопериодными флуктуациями. Если считать, что эти флуктуации связаны с заряженными дефектами в слое диэлектрика  $\text{SiO}_2$ , то неравновесные дырки, с которыми ре-

комбинируют 2D-электроны, испытывают действие этих флуктуаций слабее, поскольку значительно удалены от интерфейса  $\text{Si} - \text{SiO}_2$  ( $\geq 10^2 \text{ \AA}$ ). Тогда естественно заключить, что ширина линии излучения при целочисленном заполнении определяется амплитудой таких флуктуаций заряда в диэлектрике, поскольку в рекомбинации участвуют все электроны, распределенные по энергии в пределах данного уровня в соответствии с потенциальным

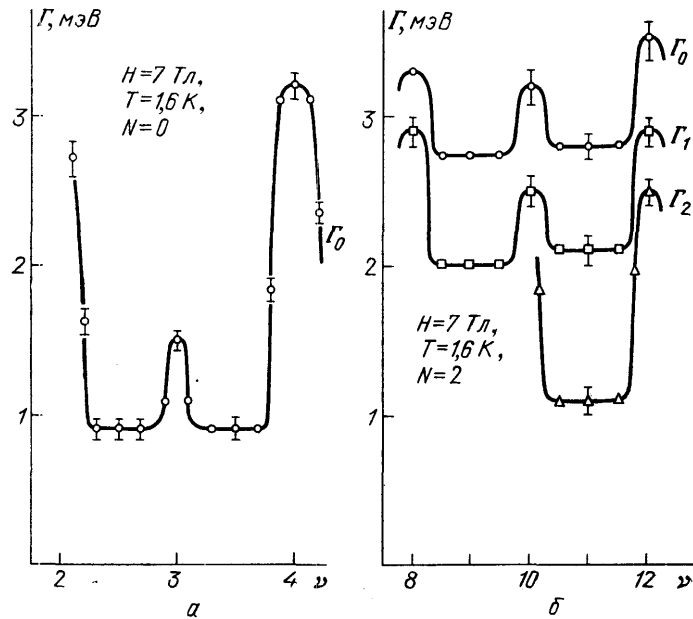


Рис. 17. Зависимости ширины уровней Ландау  $\Gamma$  от фактора заполнения  $\nu$ , измеренные на образце № 1 при  $H = 7 \text{ Тл}$ ,  $T = 1,6 \text{ К}$  для уровней Ландау с номерами  $N = 0$  (а) и  $N = 2$  (б).

рельефом<sup>68</sup>. Существенно, что найденные ширины линий при полном заполнении нижайшего уровня Ландау для нескольких МДП-структур практически совпадают с ширинами линий  $AE$ , измеренными в режиме сильной локализации при  $H = 0$ , которые также отражают амплитуду крупномасштабных флуктуаций<sup>67</sup>.

Полезно обратить внимание, что в случае циклотронного резонанса (ЦР), в отличие от рассматриваемого здесь метода люминесценции, крупномасштабные флуктуации случайного потенциала при  $d > l_n$  не дают вклада в ширину линии ЦР.

При полуцелом заполнении уровень Ферми совпадает с пиком плотности состояний (максимумом линии в спектре рекомбинации). В этой области энергетического спектра электронные состояния протяженные. Теперь электроны наиболее эффективно экранируют крупномасштабные флуктуации случайного потенциала, и, как следствие, потенциальный рельеф, связанный с ним, окажется сглаженным. Благодаря этому ширина пика люминесценции должна сузиться в полном соответствии с экспериментом (см. рис. 15). Конечная ширина пика ПС в описанных условиях должна определяться мелкомасштабными случайными рассеивателями, которые остаются незаэкранированными. Наблюдаемые в эксперименте ширины пиков люминесценции при полуцелых  $\nu$  имеют существенно большую величину  $\Gamma \approx 0,8 \text{ мэВ}$  (см. рис. 17), чем можно было бы ожидать при действии короткопериодных рассеивателей для данных  $H$  и  $\mu$ <sup>1,23</sup>. На самом деле минимальная величина  $\Gamma$  в этих экспериментах определяется энергетическим распределением неравновесных дырок, с которыми рекомбинируют элек-

троны. Если учесть уширение, связанное с дырками, то окажется<sup>68</sup>, что истинная ширина пиков люминесценции при полупелых  $\nu$ , отражающих ширины пиков плотности состояний на уровнях Ландау, должны быть много уже. Это означает, что истинный размах осцилляции ширины пика плотности состояний при изменении  $\nu$  примерно втрое больше, чем экспериментально наблюдаемый (см. рис. 17).

Осцилляции  $\Gamma$  при изменении заполнения были предсказаны в работах<sup>26,27,34</sup>. Природа осцилляции связывалась с периодическим изменением радиуса экранирования. Аналитические выражения для  $\Gamma$  в этих работах не приведены.

Недавно Шкловским и Эфросом была построена теория нелинейного экранирования потенциала заряженных центров, которые случайно распределены в объеме с концентрацией  $n_3$ , двумерными электронами<sup>35</sup>. Потенциал центров принимается кулоновским, а для описания экранирования рассматриваются флуктуации зарядов на размерах  $L$ . При целочисленном заполнении уровней Ландау экранирование отсутствует. Экранирование появляется при отклонении концентрации 2D-электронов  $n_s$  от  $n_s^0$ , соответствующей целочисленному заполнению ( $\delta n_s = n_s - n_s^0$ ). Если на масштабе  $L$  число дополнительных электронов в плоскости  $\delta n_s L^2$  равно флуктуации числа заряженных центров в объеме  $(n_3 L^3)^{1/2}$ , то на всех длинах больше  $L$  случайный потенциал полностью экранируется электронами. При изменении числа электронов  $\delta n_s$  изменяется длина экранирования, и в этом смысле масштаб  $L$  является радиусом нелинейного экранирования. В работе<sup>35</sup> найдена зависимость положения уровня Ферми и ширины пика плотности состояний на уровне Ландау от концентрации электронов в магнитном поле. Важное следствие теории нелинейного экранирования состоит в том, что в щелях между уровнями Ландау плотность состояний не мала экспоненциально, как это ожидается в случае короткодействующего потенциала<sup>1,23</sup>, а также в случае, если заряженные центры находятся в 2D-плоскости<sup>35</sup>. Это обстоятельство связано с тем, что заряженные центры в объеме играют более важную роль, чем поверхностные, поскольку при уменьшении  $\delta n_s$  в создании случайного потенциала вовлекаются новые центры в слое толщины  $L$ , которая быстро растет.

Теория<sup>35</sup> качественно объясняет основные экспериментальные результаты, связанные с осцилляциями плотности состояний при изменении концентрации электронов, которые обнаружены по спектрам люминесценции. Из<sup>35</sup>, в частности, следует, что когда амплитуда крупномасштабных флуктуаций оказывается порядка соответствующей щели в энергетическом спектре ( $\hbar\omega_c$ ,  $\Delta E_s$  или  $\Delta E_v$ ), в экранировании станут участвовать два соседних подуровня Ландау, в результате ширина пика плотности состояний перестает расти и оказывается ограниченной сверху величиной щели. Из эксперимента следует (см. рис. 17), что при полном заполнении уровня Ландау ( $\nu = 4$ ) ширина линии люминесценции существенно больше, чем при  $\nu = 3$ , в соответствии с тем, что энергетическая щель при  $\nu = 4$  ( $\hbar\omega_c \approx 4$  мэВ) существенно больше, чем при  $\nu = 3$  ( $\Delta E_v \approx 1,5$  мэВ<sup>75</sup>). Пользуясь формулами теории<sup>35</sup> и параметрами исследованных МДП-структур, можно оценить амплитуду и линейный масштаб флуктуации случайного потенциала (см. п. 4.4).

#### 4.3.2. Температурная зависимость ширины уровней Ландау

Как уже отмечалось, если в системе 2D-электронов в перпендикулярном магнитном поле полностью заполнены  $N$  уровней Ландау, то в этом случае электроны распределены равномерно по площади системы и экранирование отсутствует. Экранирование возникает, если ввести в систему некоторое число дополнительных электронов (или дырок)  $\delta n_s$ . Рождение электронов и дырок можно обеспечить не только изменением  $n_s$  или  $H$ , но

и повышением температуры при постоянных значениях  $n_s$  и  $H$ . Таким образом, в эксперименте следует ожидать сужения линий излучения, отвечающих целочисленному заполнению уровней Ландау (т. е. при  $n_s = \nu e H / h$ ,  $\nu$  — целое число) при повышении температуры. Поскольку концентрации термоактивированных электронов и дырок равны

$$\delta n_e = \delta n_h \sim \exp \left( -\frac{\hbar \omega_c}{2kT} \right), \quad (4.2)$$

то для наблюдения указанного эффекта необходимо, чтобы в эксперименте величины  $\hbar \omega_c$  и  $kT$  были сравнимы.

На рис. 18 представлены спектры излучения, полученные при  $n_s = 4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $\mu = 2,6 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  в магнитном поле  $H = 0$  (спектр 1)

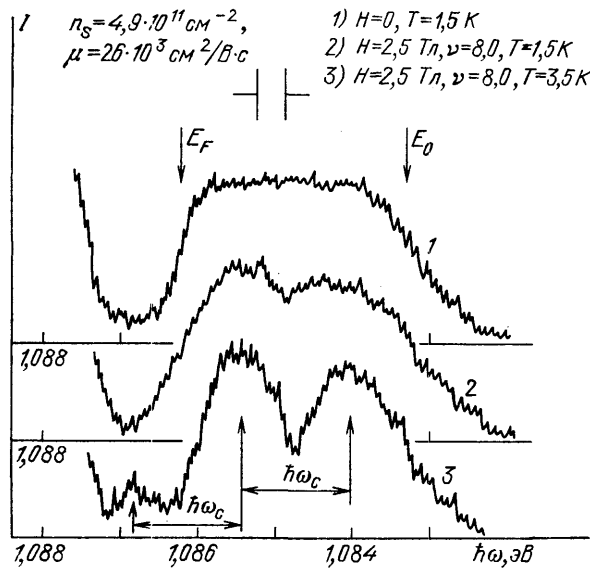


Рис. 18. Спектры излучательной рекомбинации 2D-электронов, измеренные на образце № 1 при  $n_s = 4,9 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $\mu = 2,6 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ,  $W = 10^{-3} \text{ Вт/см}^2$  и различных значениях  $H$  и  $T$ :  $H=0$ ,  $T=1,5 \text{ К}$  (спектр 1),  $H=2,5 \text{ Тл}$  ( $\nu=8,0$ ),  $T=1,5 \text{ К}$  (спектр 2) и  $H=2,5 \text{ Тл}$ ,  $T=3,5 \text{ К}$  (спектр 3)

и  $H = 2,5 \text{ Тл}$  (спектр 2) при температуре  $T = 1,5 \text{ К}$ . Прежде всего видно, что несмотря на то, что параметр  $\mu H$  существенно превышает 1 (в эксперименте  $\mu H = 6,5$ ), картина уровней Ландау в спектре излучения не проявляется. Это связано с тем, что ширина уровней (которую можно определить по высокоэнергетическому краю линии 2D<sub>c</sub>) практически равна циклотронному расщеплению. Указанное свойство оказывается общим для всех исследованных структур: при малых магнитных полях ширина пиков люминесценции оказывалась близкой к величине  $\hbar \omega_c$ , а по мере роста  $H$ , когда  $\hbar \omega_c$  подходит ближе к величине амплитуды флуктуации случайного потенциала  $Q$ , величина  $\Gamma$  стремится к насыщению и уровни Ландау хорошо разрешаются. Такая зависимость  $\Gamma(H)$  согласуется с теорией нелинейного экранирования крупномасштабных флуктуации случайного потенциала<sup>35</sup>.

Спектр 3 на рис. 18 отвечает случаю высоких температур ( $T = 3,5 \text{ К}$ ). Из этого спектра отчетливо видно, как сужаются уровни Ландау при повышении температуры, когда появляются электроны и дырки на подуровнях. Температурное заполнение вышележащего уровня сопровождается появлением дополнительной линии излучения, сдвинутой в сторону больших энергий на величину  $\hbar \omega_c$  (см. рис. 18, спектр 3).

Таким образом, изменения ширины уровней Ландау от фактора заполнения и температуры объясняются экранированием крупномасштабных флуктуации случайного потенциала дефектов и качественно согласуются с выводами теории<sup>35</sup>.

### 4.3.3. Ширина пика люминесценции при полуцелом заполнении уровня Ландау

При полуцелых заполнениях квантовых состояний крупномасштабные флуктуации потенциала заэкранированы и ширина пика плотности состояний сужается и становится минимальной —  $\Gamma_{\min}$ . Если определяющим станет взаимодействие с короткодействующими рассеивателями, то согласно теории<sup>1,23</sup> величина  $\Gamma_{\min}$  должна зависеть от единственного параметра  $H/\mu$ . Поэтому интересно проследить, как изменяется ширина пика плотности состояний, которую можно найти из анализа линии люминесценции, при вариациях параметра  $H/\mu$ .

Зависимость ширины пика плотности состояний при полуцелом заполнении от параметра  $H/\mu$  представлена в координатах  $\Gamma_{\min}^2 \div (H/\mu)$  на

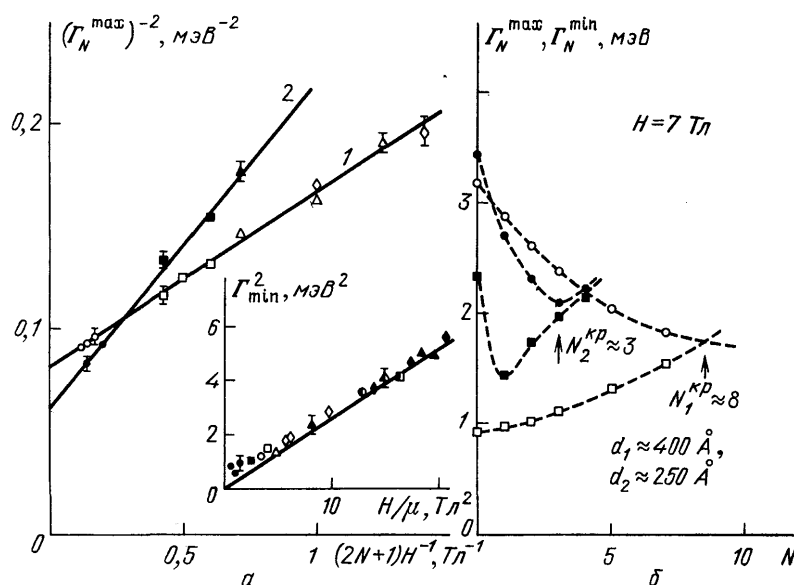


Рис. 19. *a* — Зависимости ширины  $N$ -го уровня Ландау  $\Gamma_N^{\max}$ , измеренные при целом заполнении  $N$  уровней в различных магнитных полях для двух структур (светлые и темные значки) от параметра  $(2N+1)H^{-1}$ ; разные номера  $N$  — различные значки:  $N=0$  (кружки),  $N=1$  (квадратики),  $N=2$  (треугольники),  $N=3$  (ромбики); *б* — Зависимости  $\Gamma_N^{\max}$  (кружки) и  $\Gamma_N^{\min}$  (квадратики) от номера уровня Ландау  $N$ , измеренные при  $H=7 T_l$  и  $T=1,6 K$  для этих же структур; на вставке показана зависимость от параметра  $H/\mu$ , измеренная для четырех различных структур (значки разной формы) и различных номеров  $N$  (значки разного света)

вставке в рис. 19. Экспериментальные точки, представленные на этом графике, были получены для разных структур, а также для различных квантовых чисел  $N$  (показаны различными значками). Тем не менее все они хорошо описываются универсальной зависимостью от параметра  $H/\mu$ , которую можно аппроксимировать прямой. Такое поведение указывает на то, что при полуцелых  $\nu$  ширина пика плотности состояний связана с процессами рассеяния на мелкомасштабных флуктуациях. Кроме того, из данных наблюдений следует, что ширины пиков не зависят от номера квантового состояния. Абсолютные значения  $\Gamma_{\min}$ , найденные в эксперименте для заданных  $H$  и  $\mu$ , близко подходят к величинам, вычисленным в работах<sup>1,23</sup>.

В области малых значений параметра  $H/\mu$  (вставка к рис. 19) экспериментальная зависимость  $\Gamma_{\min}^2(H/\mu)$  заметно отстает от линейного закона и при  $(H/\mu) \rightarrow 0$  симметричная линия люминесценции имеет конечную ширину. Эта величина связана непосредственно с шириной энергетического распределения неравновесных дырок ( $\approx 0,8 \text{ мэВ}$ <sup>68</sup>).

#### 4.4. Определение амплитуды и пространственного масштаба случайного потенциала дефектов

Как уже отмечалось в п. 4.3, при целочисленном заполнении уровней Ландау и при условии, что ширина уровней много меньше энергии щели ( $\Gamma \ll \hbar\omega_c$ ), плотность состояний в пределах одного уровня отражает энергетическое распределение крупномасштабных флуктуаций случайного потенциала и, следовательно, из ширины линий рекомбинации в спектре люминесценции можно определить амплитуду флуктуаций  $Q$ . Однако нужно иметь в виду, что электроны локализуются на флуктуациях случайного потенциала, если масштаб флуктуаций  $d$  превышает циклотронный радиус электрона  $l_H (2N + 1)^{1/2}$ , где  $l_H$  — магнитная длина<sup>1</sup>. Поэтому только при выполнении условий  $d \gg l_H (2N + 1)^{1/2}$  и  $\hbar\omega_c \gg Q$  ширина уровня Ландау будет равна амплитуде флуктуаций. В более общем случае, когда  $d \gg l_H (2N + 1)^{1/2}$ , ширина  $\Gamma$  меньше, чем  $Q$ , и зависит от отношения  $d^2/(2N + 1) l_H^2$  по закону<sup>15,17</sup>

$$\Gamma = Q \left[ 1 + \frac{l_H^2 (4N + 2)}{d^2} \right]^{-1/2}. \quad (4.3)$$

Выражение (4.3) получено для основного уровня Ландау в работе<sup>15</sup>, а для более высоких номеров  $N$  — в работе<sup>17</sup>. Используя формулу (4.3), можно из анализа спектров люминесценции определить параметры  $d$  и  $Q$  для разных структур. При этом надо иметь в виду, что формула (4.3) получена без учета эффектов экранирования и поэтому справедлива, во-первых, при целочисленном заполнении и, во-вторых, при  $\hbar\omega_c > Q$ , т. е. когда в спектре излучения хорошо разрешена структура уровней Ландау. На рис. 19, а показана зависимость  $\Gamma^{-2}(H, N)$  в координатах  $\Gamma^{-2}$  от  $(2N + 1)H^{-1}$  для двух структур. На этих зависимостях стоят точки, полученные для разных номеров  $N$ , и все они хорошо описываются единой прямой. Наклон этой прямой, в указанных координатах, позволяет определить величину  $d$ , а точка пересечения прямой с осью ординат — величину  $Q$ . Характерно, что для двух структур разного качества параметры  $d$  и  $Q$  получились различными, причем для структуры более плохого качества (судя по величине максимальной подвижности) амплитуда флуктуаций  $Q$  оказалась большей, а масштаб  $d$  — меньшим. Масштаб длиннопериодных флуктуаций случайного потенциала дефектов может быть оценен независимо из других измерений. Если при  $H = \text{const}$  сравнивать, как соотносятся ширины уровней Ландау при целом ( $\Gamma_{\max}$ ) и полуцелом ( $\Gamma_{\min}$ ) заполнении по мере увеличения квантового номера  $N$ , то можно надеяться обнаружить сближение величин  $\Gamma_{\max}$  и  $\Gamma_{\min}$ . Действительно, с ростом  $N$  циклотронный радиус увеличивается. Поэтому для циклотронных орбит  $l_H (2N + 1)^{1/2} > d$  флуктуации потенциала с линейным размером  $d$  уже станут мелкомасштабными. Как следствие, должна исчезнуть разница между  $\Gamma_{\max}$  и  $\Gamma_{\min}$ .

На рис. 19, б для двух структур (тех же, что на рис. 19, а) показано, как в поле 7 Тл изменяются величины  $\Gamma_{\max}$  и  $\Gamma_{\min}$  при увеличении номера  $N$ . Рост  $\Gamma_{\min}(N)$  объясняется уменьшением подвижности 2D-электронов при увеличении  $n_s$ . Видно, что при возрастании  $N$  значения  $\Gamma_{\max}$  и  $\Gamma_{\min}$  сближаются и сравниваются при  $N = N_{\text{кр}}$ . Можно считать, что при этом значении квантового номера сравниваются масштаб флуктуаций  $d$  и циклотронный радиус электрона  $l_H (2N_{\text{кр}} + 1)^{1/2}$ , откуда легко оценить величину  $d$ . Из сопоставления величин  $d$  следует, что разные методы дают близкие значения для масштаба крупнопериодных флуктуаций потенциала во всех исследованных структурах<sup>68</sup>. Кроме того, амплитуды флуктуаций  $\Delta E$ , полученные при  $H = 0$ , и значения  $Q$ , измеренные по зависимости  $\Gamma$  от  $H$ , хорошо соответствуют друг другу<sup>68</sup>.



Один из наиболее существенных вопросов, который может возникать в методе определения параметров  $Q$  и  $d$ , связан с тем, что длиннопериодная часть рельефа зоны проводимости вблизи интерфейса может частично повторяться и в глубине полупроводника, т. е. в той области, где находятся неравновесные дырки. Действительно, система 2D-электронов хорошо экранирует внешнее электрическое поле, которое возникает от полного заряда системы, но знакопеременная часть длиннопериодных флуктуаций заряда экранируется плохо. В работе<sup>68</sup> было показано, что уширение уровней дырок из-за флуктуаций потенциала с линейными масштабами  $d < 500$  Å незначительное и не может повлиять на интерпретацию, а также сильно изменить оцененные в рамках спектроскопического метода значения. К такому же заключению можно прийти и из качественных соображений. Предположим, что флуктуации потенциала в валентной зоне, где расположены неравновесные дырки, были бы существенны. Это означает, что измеренная в оптике ширина линий люминесценции была бы существенно меньше фактической ширины уровней Ландау  $\Gamma$ . Вместе с тем, как следует из представлений о нелинейном экранировании, величина  $\Gamma$  не может превышать  $\hbar\omega_c$ , и, следовательно, в оптике все наблюдаемые ширины линий при целом заполнении всегда были бы много меньше  $\hbar\omega_c$ , что противоречит эксперименту (см. рис. 18). Поэтому следует заключить, что реальные величины  $d$  в исследованных структурах оказываются не слишком большими, так что такие флуктуации случайного потенциала не сильно воздействуют на валентную зону, где расположены дырки. С другой стороны, также ясно, что флуктуации потенциала с масштабами  $>10^3$  Å почти полностью передаются в рельефе валентной зоны на расстояниях от интерфейса  $z = 100$  Å. Поэтому такие масштабы флуктуаций в рассматриваемом методе люминесценции практически не должны проявляться.

Таким образом, применение методов оптической спектроскопии не только позволило установить влияние длиннопериодных флуктуаций случайного потенциала дефектов в осцилляциях ширины уровней Ландау, но и впервые дало возможность определить амплитуду и масштаб этих флуктуаций по зависимостям ширины пиков Ландау от магнитного поля и квантового номера.

#### 4.5. Определение абсолютной величины плотности состояний

Как уже отмечалось выше (§ 3), в условиях целочисленного заполнения уровней Ландау (когда наблюдается квантовый эффект Холла<sup>2</sup>) использовались разнообразные методы, с помощью которых определялась термодинамическая ПС. Все они приводили к общему заключению: в щелях энергетического спектра величина плотности состояний не мала, а составляет значительную часть от ПС при  $H = 0$ . Авторы работ<sup>6,52</sup> дают следующее объяснение этому результату: плотность состояний 2D-электронов представляет собой суперпозицию узких гауссовых пиков на уровнях Ландау и фоновой ПС, не зависящей от энергии. Такое формальное объяснение выглядит мало убедительным и, по существу, является попыткой вернуться к «модели резервуара»<sup>76</sup>, ранее предложенной для объяснения квантового эффекта Холла, а затем отклоненной как недостаточная для описания КЭХ. Нам представляется более естественным объяснение, основанное на том, что ширины уровней Ландау осциллируют в зависимости от  $\nu$ . Согласно этому объяснению при целочисленном заполнении уровни Ландау сильно уширены за счет крупномасштабных флуктуаций случайного потенциала и, как следствие, ПС между уровнями оказывается большой. При полужелом заполнении, когда уровень Ферми оказывается в области протяженных состояний и крупномасштабные флуктуации заэкранированы, уровни Ландау

сильно сужаются и ПС на уровне Ферми оказывается очень большой, а в щелях между уровнями Ландау — экспоненциально малой.

Интересно количественно сопоставить величины ПС 2D-электронов, которые измеряются в совершенно различных экспериментах — с помощью магнитооптики и термоактивационной магнитопроводимости. Следует прежде всего иметь в виду, что эти два метода определяют разные величины. Если оптическая спектроскопия 2D-электронов дает возможность изучать всю зависимость  $D(E)$  и позволяет определять величину  $D(E_F)$ , то во всех остальных экспериментах определяется термодинамическая ПС — т. е. величина  $dn_s/dE_F$ , которая в общем случае не равна значению  $D(E_F)$ . Вместе с тем можно ожидать, что в случае, когда  $E_F$  оказывается в минимуме  $D(E)$ , значения  $D(E_F)$  и  $dn_s/dE_F$  будут близки<sup>31</sup>, поэтому их следует сравнивать именно при целочисленных  $\nu$ .

Обратимся теперь к вопросу о количественном определении ПС по спектрам излучательной рекомбинации<sup>67,68</sup>. Этот метод основан на сопоставлении спектра излучения, измеренного в магнитном поле при полном заполнении  $N$  уровней Ландау со спектром излучения, измеренным при той же концентрации  $n_s$  и  $H = 0$ . Для определения постоянной, связывающей интенсивность и ПС, вспомним, что при  $H = 0$  форма линии 2D<sub>e</sub> представляет собой ступенчатую функцию энергии, отражающую постоянство ПС 2D-электронов при  $H = 0$ :  $D = 2\hbar/\pi m = D_0$ . Это обстоятельство позволяет прокалибровать шкалу интенсивностей в абсолютных значениях ПС и уже затем производить количественное определение функции  $D(E)$  и величины  $D(E_F)$ , сравнивая спектр излучения, полученный в магнитном поле, со спектром, измеренным при той же концентрации 2D-электронов и  $H = 0$ . При сопоставлении спектров требуется, чтобы их интегральные интенсивности совпадали, так как величина  $n_s$  в обоих случаях одинакова.

На рис. 20 в качестве примера показано, как из спектров излучения, полученных для  $n_s = 1,36 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ,  $T = 1,6 \text{ К}$  при  $H = 0$  (спектр 1 на рис. 20, а) и  $H = 7 \text{ Тл}$  ( $\nu = 8$ , спектр 2), можно количественно определить величину плотности состояний и ее зависимость от энергии, а также значение  $D(E_F)$  (см. рис. 20, б). Отметим, что в этих условиях не возникает дополнительных сложностей, связанных с междолинным и спиновым расщеплением, поскольку при низких температурах наблюдается излучение только одной спиновой компоненты электронов, а междолинное расщепление практически равно нулю:  $\Delta E_V = 0,3 \text{ мэВ}$ <sup>75</sup>. На рис. 20, б пунктиром показаны контуры уровней Ландау, которые при свертке с функцией  $F_b(E)$  (измеренной отдельно при  $\mu H = 50$ , когда  $\Gamma_{\min} \rightarrow 0$ ) точно описывают спектр излучения 2 на рис. 20, а. Штрихпунктирной кривой на рис. 20, б показан следующий незаполненный уровень Ландау, сплошной — суммарная плотность состояний в щелях между уровнями. Видно, что величина  $D(E_F)$  при указанных условиях ( $H = 7 \text{ Тл}$ ,  $\nu = 8$ ,  $\mu H = 11$ ) равна  $D(E_F) = 0,32D_0$ .

Одновременно на этих же структурах мы измеряли величину термодинамической плотности состояний методом активационной магнитопроводимости (см. п. 3.5). Поскольку нас интересовало значение термодинамической ПС строго посередине между уровнями Ландау (так как только в области минимума  $D(E)$  значения  $D(E_F)$  и  $dn_s/dE_F$  должны быть близки), то для определения этой величины, как было показано в<sup>58</sup>, необходимо учитывать как электронный, так и дырочный вклады в магнитопроводимость. При этом температурная зависимость магнитопроводимости, измеренная в области минимума, описывается выражением (3.13). В условиях, представленных на рис. 20, когда из магнитооптических измерений получается значение  $D(E_F) = 0,32D_0$ , величина ПС, определенная из анализа термоактивационной магнитопроводимости, оказалась несколько меньшей и равной  $dn_s/dE_F = 0,25 D_0$  (изменение  $dn_s/dE_F$  от  $E_F$  также показано на рис. 20, б).

Таким образом, величины  $D(E_F)$  и  $dn_s/dE_F$ , определенные в условиях полного заполнения уровней Ландау с помощью совершенно разных экспериментальных методов, достаточно хорошо согласуются между собой. Небольшое расхождение найденных значений можно объяснить несколькими причинами, но более важно, что при изменении параметров  $\mu$ ,  $H$  или структуры величины  $D(E_F)$  и  $dn_s/dE_F$  (при целых  $\nu$ ) изменяются одинаковым образом<sup>68</sup>.

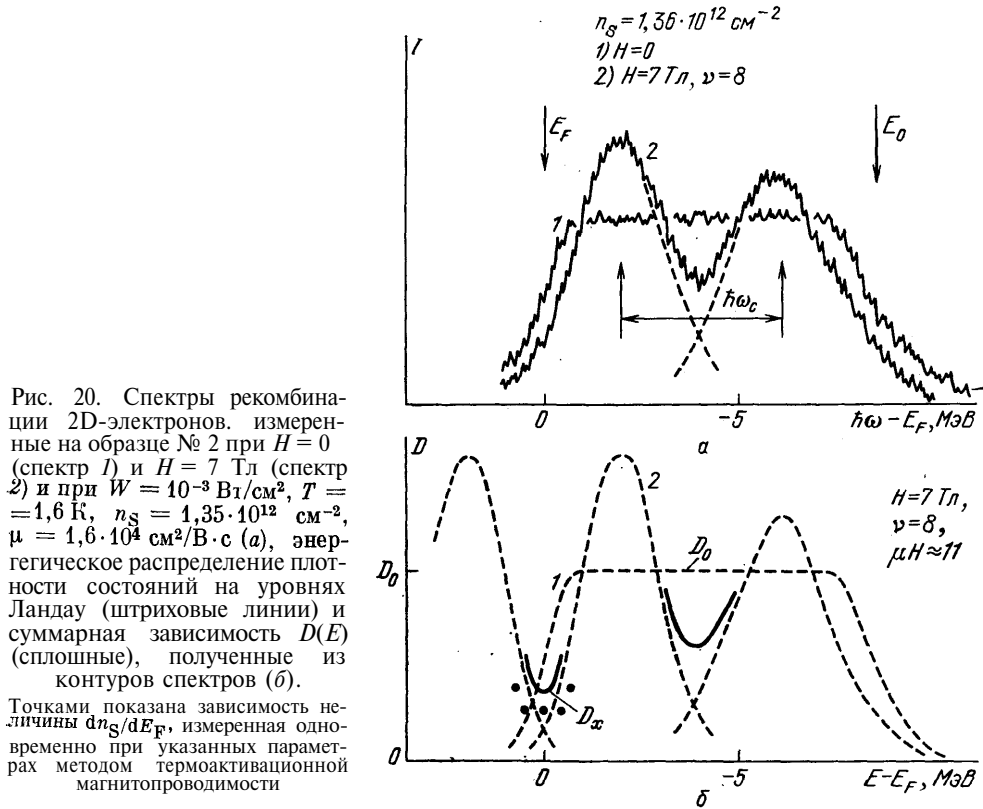


Рис. 20. Спектры рекомбинации 2D-электронов, измеренные на образце № 2 при  $H=0$  (спектр 1) и  $H=7 \text{ Тл}$  (спектр 2) и при  $W=10^{-3} \text{ В/см}^2$ ,  $T=1,6 \text{ К}$ ,  $n_s=1,35 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$ ,  $\mu=1,6 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  (а), энергетическое распределение плотности состояний на уровнях Ландау (штриховые линии) и суммарная зависимость  $D(E)$  (сплошные), полученные из контуров спектров (б).

Точками показана зависимость величины  $dn_s/dE_F$ , измеренная одновременно при указанных параметрах методом термоактивационной магнитопроводимости

Поведение плотности состояний между уровнями Ландау в зависимости от магнитного поля следует представлять себе следующим образом: в области магнитных полей, когда  $\mu H > 1$ , но величина циклотронного расщепления меньше амплитуды крупномасштабных флуктуации случайного потенциала  $\hbar\omega_c < Q$ , из-за эффектов нелинейного экранирования ширина уровней  $\Gamma$  оказывается порядка  $\hbar\omega_c$  и ПС в щелях спектра составляет заметную часть от  $D_0$ . До тех пор пока выполняется это условие, величина плотности состояний в щели уменьшается с ростом магнитного поля экспоненциально, а более слабо, например степенным образом<sup>35</sup>. Когда же магнитное поле достигнет такой величины, что  $\hbar\omega_c \geq Q$ , ширина  $\Gamma$  насыщается и стремится к  $Q$ , а ПС в щелях экспоненциально уменьшается с ростом магнитного поля. На этом пути можно оценивать величину амплитуды флуктуации случайного потенциала не только оптическими методами, но и, например, с помощью термоактивационной магнитопроводимости.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем обзоре рассмотрены основные теоретические концепции, применяющиеся для описания плотности состояний 2D-систем в магнитном поле, и экспериментальные методики ее измерения. Рассмотренная область

исследований, так же как и весь комплекс проблем, связанных с квантовым эффектом Холла, еще далека от завершенности и непрерывно развивается. Вместе с тем можно констатировать, что определенный уровень понимания устройства энергетического спектра реальных 2D-систем и определяющих его механизмов на нынешнем этапе достигнут. Заканчивая обзор, уместно очертить круг вопросов, наиболее принципиальных и перспективных для будущих исследований. Такими вопросами являются, на наш взгляд, поведение плотности состояний в области дробных заполнений и его связь с дробным КЭХ, продвижение в область сильных магнитных полей с целью лучшего выявления свойств случайного потенциала, строгое вычисление коэффициента линейного экранирования, расчет и экспериментальное выделение ферми-жидкостных эффектов, детальное исследование формы пиков одночастичной плотности состояний.

Институт физики твердого тела АН СССР,  
Черноголовка (Московская обл.)

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ando T., Fowler A. B., Stern F. // *Rev. Mod. Phys.* 1982. V. 54. P. 437.
2. Klitzing K., Dorda G., Pepper M. // *Phys. Rev. Lett.* 1980. V. 45. P. 494.
3. Tsui D. C., Stormer H. L., Gossard A. C. // *Phys. Rev. Lett.* 1982. V. 48. P. 1559.
4. Рашба Э. И., Тимофеев В. Б. // *ФТП*. 1986. Т. 20. С. 977.
5. Eisenstein J. P., Störmer H. L., Narayanamurti V., Cho A. Y., Gossard A. C. // *Phys. Rev. Lett.* 1985. V. 55. P. 875.
6. Gornik E., Lassnig R., Strasser G., Störmer H. L., Gossard A. C., Wiegmann W. // *Ibidem*. V. 54. P. 1820.
7. Stahl E., Weiss D., Weimann G., Klitzing K. V., Ploog K. // *J. Phys. Ser. C*. 1985. V. 18. P. L783.
8. Кукушкин И. В., Тимофеев В. Б. // *Письма ЖЭТФ*. 1986. Т. 43. С. 387.
9. Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. *Методы квантовой теории поля в статистической физике*. — М.: Физматгиз, 1962.
10. Левинсон И. Б., Матулис А. Ю., Щербakov А. М. // *ЖЭТФ*. 1971. Т. 60. С. 859.
11. Бонч-Бруевич В. Л., Розман Р. // *ФТТ*. 1963. Т. 5. С. 2890.
12. Furneaux J. E., Reinecke T. L. // *Phys. Rev. Ser. B*. 1986. V. 33. P. 6897.
13. Hang R. J., Klitzing J., von, Ploog K. // *Phys. Rev. Ser. B*. 1987. V. 35. P. 5933.
14. Ando T. // *J. Phys. Soc. Japan*. 1974. V. 36. P. 1521; V. 37. P. 622, 1233.
15. Gerhardt R. // *Zs. Phys. Kl. B*. 1975. Bd 21. S. 275; *Surf. Sci.* 1976. V. 58. P. 227.
16. Hikami S., Brezin E. // *J. de Phys.* 1985. Т. 46. P. 2021; *Surf. Sci.* 1986. V. 170. P. 262.
17. Benedict K. A., Chalker J. T. // *J. Phys. Ser. C*. 1986. V. 19. P. 3587.
18. Ando T. // *J. Phys. Soc. Japan*. 1983. V. 52. P. 1740; V. 53. P. 3101, 3126.
19. Wegner F. // *Zs. Phys. Kl. B*. 1983. Bd 51. S. 279.
20. Brezin E., Gross D. J., Itzykson C. // *Nucl. Phys. Ser. B*. 1984. V. 235. P. 24.
21. Иоффе, Л. Б., Ларкин А. И. // *ЖЭТФ*. 1981. Т. 81. С. 1048.
22. Affleck I. // *J. Phys. Ser. C*. 1984. V. 17. P. 279.
23. Benedict K. A. // *Nucl. Phys. Ser. B*. 1987. V. 280. P. 549.
24. Ando T., Uemura Y. // *J. Phys. Soc. Japan*. 1974. V. 36. P. 959. Ando T. // *Ibidem*. 1983. V. 52. P. 1740.
25. Labbe J. // *Phys. Rev. Ser. B*. 1987. V. 35. P. 1373.
26. MacDonald A. H., Rice T. M., Brinkman W. F. // *Phys. Rev. Ser. B*. 1983. V. 28. P. 3648.
27. Ando T. // *J. Phys. Soc. Japan*. 1974. V. 37. P. 1616.
28. Ando T., Murayama Y. // *Ibidem*. 1985. V. 54. P. 1519.
29. Cai W., Ting C. S. // *Phys. Rev. Ser. B*. 1986. V. 33. P. 3967.
30. Ando T., Uemura Y. // *J. Phys. Soc. Japan*. 1974. V. 37. P. 1044.
31. Murayama Y., Ando T. // *Phys. Rev. Ser. B*. 1987. V. 35. P. 2252.

31. Gerhardt R. R., Gudmundsson V.//*Ibidem*. 1986. V. 34. P. 2999.
32. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников.— М.: Наука, 1982.
33. Гергель В. А., Сурис Р. А.//ЖЭТФ. 1983. Т. 84. С. 719.
34. Luryi S.//International Conference on Applied High Magnetic Fields in Semiconductor Physics. Würzburg/Ed G. Lauderh. — Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo: Springer-Verlag, 1986. — P. 24.—(Springer Series in Solid-State Sciences. V.71).
35. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л.//Письма ЖЭТФ. 1986. Т. 44. С. 520.
36. Peierls R.//Zs. Phys. 1933. Bd 81. S. 186.
37. Пудалов В. М., Семенчинский С. Г., Эдельман В. С.//Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 39. С. 474.
38. Smith T. P., Goldberg B. B., Stiles P. J., Heiblum M.//Phys. Rev. Ser. B. 1985. V. 32. P. 2696; Surf. Sci. 1986. V. 170. P. 180.
39. Eisenstein J. P., Störmer H. L., Narayanamurti, Cho A. Y., Gossard A. C.//*Ibidem*. P. 271; Superlatt and Microstruct. 1985. V. 11. P. 1.
40. Eisenstein J. P.//Appl. Phys. Lett. 1985. V. 46. P. 695.
41. Пудалов В. М., Семенчинский С. Г., Эдельман В. С.//ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 1870.
42. Pudalov V. M., Semenchinskii S. G., Edelman V. S.//Sol. State Commun. 1984. V. 51. P. 713.
43. Пудалов В. М., Семенчинский С. Г., Эдельман В. С.//Письма ЖЭТФ. 1985. Т. 41. С. 265.
44. Лифшиц И. М., Косевич А. М.//ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 730.
45. Каганов М. И., Лифшиц И. М., Синельников К. Д.//ЖЭТФ. 1959. Т. 32. С. 605.
46. Алексеевский Н. Е., Нижанковский В. И.//ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 1163.
47. Алексеевский Н. Е., Нижанковский В. И.//ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 1771.
48. Нижанковский В. И., Мокеров В. Г., Медведев Б. К., Шалдин Ю. В.//ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 1326.
49. Zeller R. T., Fang F. F., Goldberg B. B., Wright S. L., Stiles P. J.//Phys. Rev. Ser. B. 1986. V. 33. P. 1529.
50. Weiss D., Klitzing K., von, Mossar V.//Two-Dimensional Systems: Physics and New Devices/Eds G. Baner, F. Kuchar, H. Heinrich.— Berlin; Heidelberg; New York; London; Paris; Tokyo: Springer-Verlag, 1986.— P. 204.—(Springer Series in Solid-State Sciences. V. 67).
51. Zawadzki W., Lassnig R.//Surf. Sci. 1984. V. 142. P. 225.
52. Lassnig R., Gornik E.//<sup>50</sup>— P. 218.
53. Stern F.//Phys. Rev. Ser. B. 1972. V. 5. 4891.
54. Mosser V., Weiss D., Klitzing J., von, Ploog K., Weimann G.//Sol. State Commun. 1986. V. 58. P. 5.
55. Tsui D. C., Störmer H. L., Gossard A. C.//Phys. Rev. Ser. B. 1982. V. 25. P. 1405.
56. Klitzing K., von//Festkörperprobleme. 1981. Bd 21. S. 1.
57. Долгополов В. Т., Дорожкин С. И.//Поверхность. 1985. Т. 2. С. 5.
58. Гаврилов М. Г., Кукушкин И. В.//Письма ЖЭТФ. 1986. Т. 43. С. 79.
59. Weiss D., Stahl E., Weimann G., Ploog K., Klitzing K., von//Surf. Sci. 1986. V. 170. P. 285.
60. Tausendfreund B., Klitzing K., von//*Ibidem*. 1984. V. 142. P. 220.
61. Шашкин А. А., Долгополов В. Т., Дорожкин С. И.//ЖЭТФ. 1987. Т. 92. С. 1987.
62. Hartstein A., Koch R. H.//Proc. of the 18th Intern. Conference on the Physics of Semiconductors.— Stockholm 1986.—P. 481.
63. Seidenbusch W., Lassnig R., Gornik E., Weimann G.//*Ibidem*. P. 593.
64. Englert Th., Maan J. C., Vihlein C., Tsui D. C., Gossard A. C.//Physica. Ser. B. 1983. V. 117/118. P. 631.
65. Heitmann D., Ziesmann M., Chang L. L. Phys. Rev. Ser. B. 1986. V. 34. P. 7463.
66. Кукушкин И. В., Тимофеев В. Б.//Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 40. С. 413.

67. К у к у ш к и н И. В., Т и м о ф е е в В. Б.//ЖЭТФ. 1987. Т. 92. С. 258.
68. К у к у ш к и н И. В., Т и м о ф е е в В. Б.//Ibidem. Т. 93. С. 1088.
69. F o w l e r A. B., F a n g F. F., H o w a r d W. E., S t i l e s P. J.//Phys. Rev. Lett. 1966. V. 16. P. 901.
70. K u m m e l R.//Zs. Phys. Kl. B. 1975. Bd 22. S. 223.
71. O h k a w a F. J., U e m u r a Y.//J. Phys. Soc. Japan. 1977. V. 43. P. 907, 917.
72. S h a m L. J., N a k a y a m a M.//Phys. Rev. Ser. B. 1979. V. 20. P. 734; Surf. Sci. 1978. V. 73. P. 272.
73. O h k a w a F. J., U e m u r a Y.//J. Phys. Soc. Japan. 1977. V. 43. P. 925.
74. R a m h H., K u m m e l R.//Surf. Sci. 1980. V. 98. P. 370.
75. К у к у ш к и н И. В.//Письма ЖЭТФ. 1987. Т. 45. С. 222.
76. B a r a f f G. A., T s u i D. C.//Phys. Rev. Ser. B. 1981. V. 24 P. 2274.