

532.783:548-14

**ДЕФЕКТЫ В ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ:
ГОМОТОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

М. В. Курик, О. Д. Лаврентович

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	381
2. Общие представления о топологических дефектах	383
2.1. Гомотопическая классификация. 2.2. Методы экспериментального исследования.	
3. Одноосные нематики	389
3.1. Дискликации в объеме. 3.2. Точечные дефекты — ежи. 3.3. Дефекты на поверхности. 3.4. Солитоны.	
4. Двuosные нематики	403
4.1. Дискликации. 4.2. Буджумы.	
5. Холестерики	407
6. Смектические фазы А и С	409
6.1. Дислокации и дискликации. 6.2. Ежи и конфокальные домены в смектиках А. 6.3. Монополи и конфокальные домены в смектиках С.	
7. Колончатые системы с гексагональным упорядочением	421
8. Заключение	424
Список литературы	425

1. ВВЕДЕНИЕ

Физика дефектов упорядоченности традиционно является одной из наиболее актуальных областей физики конденсированных сред. Объясняется это важностью роли дефектов в протекании различных процессов (фазовые превращения, пластические деформации, электронные процессы и т. п.). Не являются исключением в этом отношении и дефекты в жидких кристаллах (ЖК), которые влияют на проявление целого ряда оптических, полевых, гидродинамических и других эффектов.

Многообразие неоднородных распределений в ЖК чрезвычайно велико. Здесь можно наблюдать сингулярные и несингулярные особенности, линейные (дислокации, Дискликации) и точечные дефекты (в объеме — ежи и на поверхности — буджумы), монополи и солитоны, доменные стенки. Природа их тесно связана с характером упорядочения ЖК. Не удивительно поэтому, что исторически расшифровка строения основных типов ЖК основывалась на поляризационно-микроскопическом изучении структурных дефектов¹; в отдельных случаях подобный подход информативнее даже рентгеноструктурного^{2,3}. Особое внимание дефекты в ЖК привлекли в 70-е годы, когда был накоплен достаточный для обобщений экспериментальный материал и оказалось, что стандартных теоретических методов (типа процесса Вольтерры) явно недостаточно — возникают неразрешимые парадоксы⁴. Крайне

сложной для традиционных методов оказалась и задача классификации дефектов в другом классе конденсированных сред, а именно, в сверхтекучих анизотропных «жидкокристаллических» фазах гелия-3, открытых в 1972 г.

Как было впервые последовательно показано Воловиком, Минеевым⁵⁻⁷ и Тулузом, Клеманом, Мишелем⁸⁻¹⁰, для адекватного описания дефектов в ЖК и в других конденсированных средах необходимо привлечение нового математического аппарата. Речь идет о топологии, точнее, — о теории гомотопий *).

Именно на языке топологии удалось впервые однозначно связать характер упорядоченности среды и типы возникающих в ней дефектов, решить задачи о структуре дефектов, их устойчивости по отношению к релаксации в однородное состояние, законах распада и слияния, поведении при фазовых переходах и под воздействием внешних полей. Центральное место в этом подходе занимает понятие топологического заряда, присущего каждому дефекту. Устойчивость последнего гарантируется сохранением его топологического заряда. Законы сохранения таких зарядов, аналогично законам сохранения электрического и других физических зарядов, регулируют распад и слияние дефектов, их рождение, уничтожение и взаимопревращения.

Топологические методы в настоящее время интенсивно применяются в самых различных областях физики неоднородных распределений: в теории поля, биофизике, астрофизике, при изучении сверхтекучих жидкостей, магнетиков, стекол, ЖК, других сред. Однако из всех перечисленных областей детальное экспериментальное исследование дефектов упорядоченности в настоящее время возможно в основном только для ЖК. Это позволяет, с одной стороны, экспериментально проверять ключевые положения топологической теории, применяемой в физике в целом, ставить перед ней новые задачи, а с другой — использовать дефекты в ЖК как модели при изучении других, менее доступных сред или полей. В частности, исследование эффекта нерасцепления дисклинаций в двuosных нематиках¹⁴ может способствовать решению задачи об удержании кварков в адронах; монополярные структуры в ЖК¹⁵ дают возможность моделировать свойства магнитных монополей; много общего между процессами проскальзывания фазы с участием дефектов в нематиках и нестационарным эффектом Джозефсона¹⁶. Не вызывает сомнений важность изучения дефектов в ЖК и для понимания процессов в биосистемах¹⁷.

Теорию дефектов в ЖК, основанную на топологическом подходе, следует считать уже сложившейся в целом наукой. Ей посвящен ряд обзорных¹⁸⁻²⁸ и популярных^{29,30} статей. Что касается экспериментальных исследований, отдельные результаты которых изложены в известных монографиях³¹⁻³⁷, то, несмотря на их количественный рост, они пока охватывают далеко не все интересные и принципиальные вопросы (о существовании и свойствах солитонов в ЖК, о зацеплениях дисклинаций, о дефектном строении голубой фазы, о превращениях дефектов различной симметрии друг в друга и т. п.).

Основное внимание в настоящем обзоре уделяется связи топологических представлений с экспериментально наблюдаемыми структурными свойствами дефектов в ЖК. В разделе 2 описаны общие принципы классификации дефектов, а также основные методы их экспериментального исследования. Далее рассматриваются дефекты для различных сред, а именно, в разделе 3 рассмотрены одноосные нематические ЖК (НЖК), в разделе 4 — двuosные НЖК, в разделе 5 — холестерические ЖК (ХЖК), в разделе 6 — смектические ЖК А- и С-типов (СЖКА, СЖКС), в разделе 7 — колончатые (несмектические) гексагональные ЖК.

*) Некоторые более ранние применения топологического подхода для классификации дефектов в конденсированных средах см. в^{11,12}. Формализм гомотопических групп в физике впервые был использован в теории поля¹³.

2. ОБЩИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ДЕФЕКТАХ

2.1. Гомотопическая классификация

Ключевыми понятиями при классификации дефектов упорядоченности являются понятия параметра порядка, пространства вырождения параметра порядка, гомотопических групп пространства вырождения и, наконец, топологического заряда дефекта. Первые два фактически описывают само строение среды, характер ее упорядоченности. Так, параметр порядка можно определить как поле (скалярное, векторное, тензорное), заданное в каждой точке системы и описывающее ее состояние в этой точке. Область возможных значений параметра порядка, которые не изменяют термодинамических потенциалов системы, называют пространством вырождения⁶.

В общем случае параметр порядка является функцией координат и осуществляет отображение точек реального пространства, заполненного средой, в пространство вырождения \mathcal{N} . Если во всех точках среды значение параметра порядка одинаково (соответствует одной точке пространства \mathcal{N}), то среда не содержит никаких нарушений упорядоченности и называется однородной. Неоднородные же распределения параметра порядка могут быть двух типов: содержащие сингулярности и свободные от них. Для трехмерной среды сингулярные области либо нульмерны (точки), либо одномерны (линии), либо двумерны (стенки). Это и есть дефекты. В случае, если непрерывными изменениями параметра порядка подобный дефект устранить нельзя (т. е. не удастся перейти к однородному состоянию), его называют топологически устойчивым или просто топологическим дефектом. Если же неоднородное состояние не содержит сингулярностей, но тем не менее не деформируемо непрерывно в однородное, говорят, что система содержит топологический солитон^{6,38}.

Топологическая устойчивость дефектов определяется видом гомотопических групп $\pi_i(\mathcal{N})$ пространства вырождения, элементами которых служат отображения i -мерных сфер, охватывающих дефект в реальном пространстве, в пространство вырождения. Дефекты мерности t в t' -мерной среде классифицируются группой $\pi_i(\mathcal{N})$ с $i = t' - t - 1$. Каждому элементу гомотопической группы соответствует, с одной стороны, класс устойчивых дефектов, эквивалентных друг другу с точностью до непрерывных деформаций, а с другой — определенный топологический инвариант, который и является топологическим зарядом дефекта. Однородное состояние соответствует единичному элементу и нулевому топологическому заряду.

Проиллюстрируем принципы гомотопической классификации дефектов примерами для двумерных систем, обладающих ориентационной (двумерный НЖК) и трансляционной (двумерный СЖК) упорядоченностью.

2.1.1. Дефекты в двумерном нематике

Нематик, как известно, представляет собой среду с ориентационным упорядочением: он состоит из осесимметричных молекул, ориентированных вдоль некоторого общего направления \mathbf{n} — директора. В силу неполярности НЖК $\mathbf{n} \equiv -\mathbf{n}$.

В нашей модели двумерного НЖК центры тяжести всех молекул лежат в одной плоскости, а директор \mathbf{n} составляет с нормалью \mathbf{r} к ней угол $0 \leq \alpha \leq \pi/2$. Параметр порядка можно выбрать либо в виде единичного вектора $\boldsymbol{\tau}$ проекций осей молекул на плоскость, либо в виде волновой функции $\Psi = \alpha \exp(i\varphi)$, где φ — азимутальный угол наклона молекул. Свободная энергия f системы зависит лишь от модуля α волновой функции и вырождена по φ :

$$f = A |\Psi|^2 + B |\Psi|^4. \quad (2.1)$$

Область \mathcal{R} всех возможных значений φ , для которых энергия f принимает минимальное значение, и является пространством вырождения двумерного НЖК. Вид \mathcal{R} существенно зависит от значения модуля α .

В самом деле, если $0 < \alpha < \pi/2$, то фаза φ может меняться от 0 до 2π и пространство \mathcal{R} есть окружность S^1 , каждая точка которой соответствует определенному значению φ . При $\alpha = \pi/2$ оси всех молекул лежат в одной плоскости и любые две диаметрально противоположные точки S^1 становятся идентичными из-за неполярности НЖК; такую окружность записывают в виде S^1/Z_2 , где Z_2 — группа вычетов по модулю 2, т. е. группа двух чисел 0 и 1: $0+0=0$, $0+1=1+0=1$, $1+1=0$. Наконец, если $\alpha = 0$, пространство \mathcal{R} сужается до одной точки. Неоднородности ориентации молекул в слое двумерного НЖК с определенным равновесным значением угла наклона $\alpha = \alpha_0$ приводят к появлению дополнительного градиентного слагаемого в выражении для свободной энергии:

$$f = A |\Psi|^2 + B |\Psi|^4 + \frac{1}{2} K |\nabla \Psi|^2, \quad (2.2)$$

где K — упругий модуль Франка. Если характерный масштаб неоднородности много больше длины когерентности $\xi = (K/|A|)^{1/2}$, то угол α мало отклоняется от равновесного значения α_0 и неоднородность связана лишь с изменениями функции $\varphi(x, y)$, отображающей точки (x, y) реального пространства

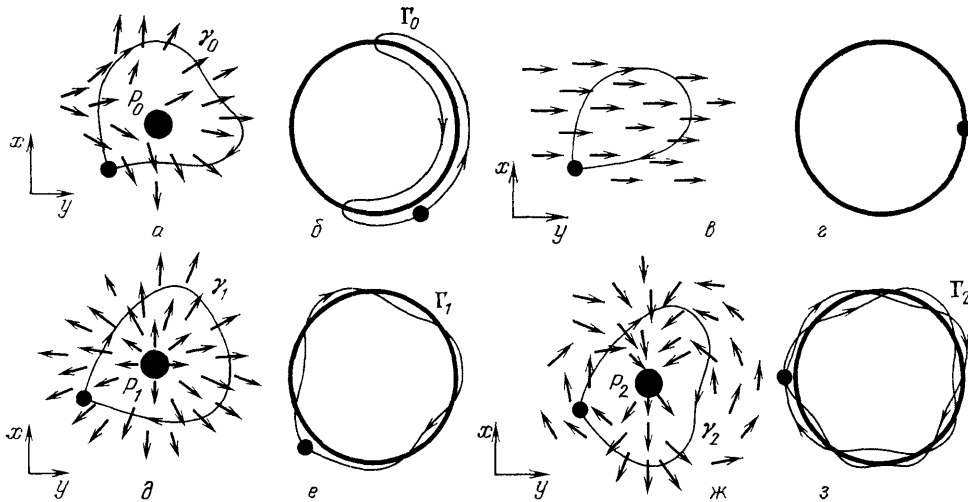


Рис. 1. Точечные дефекты в двумерном НЖК при $0 < \alpha_0 < \pi/2$ с различными топологическими зарядами m .

$m = 0$ (а, в), 1 (д), 2 (ж). Стрелками обозначено поле τ проекций молекул на плоскость, б, г, е, з — Соответствующие дефектам контуры в пространстве вырождения S^1

в пространство вырождения \mathcal{R} . Изучение характера подобных отображений и позволяет определить, устойчив дефект или нет. Для примера выясним устойчивость дефекта в точке P_0 , отмеченной на рис. 1, а при $0 < \alpha_0 < \pi/2$.

Охватим точку P_0 замкнутым ориентированным контуром γ_0 ; функцией $\varphi(x, y)$ он отобразится в пространство S^1 в виде некоторого также замкнутого ориентированного контура Γ_0 (рис. 1, б). Как легко видеть, контур Γ_0 гомотопен нулю: непрерывными деформациями его можно стянуть в точку на S^1 (рис. 1, г). Соответственно неоднородное распределение (см. рис. 1, а) непрерывно деформируемо в однородное (рис. 1, в) с меньшей энергией упругих искажений. Пробный дефект оказался устранимым, топологически неустойчивым.

Иная ситуация для распределения, изображенного на рис. 1, д. Соответствующий ему контур Γ_1 (рис. 1, е) обегает всю окружность S^1 , и его можно стянуть в точку, лишь если допустить либо разрушение конденсиро-

ванного состояния на целой линии, берущей начало в точке P_1 , либо снятие контура Γ_1 с окружности S^1 (т. е. допустить заметное отклонение α от α_0). Разумеется, в обоих случаях требуется преодоление значительного энергетического барьера, во много раз превышающего энергию самого дефекта. Иными словами, дефект на рис. 1, δ топологически устойчив. Устойчив и дефект на рис. 1, ϵ , контур Γ_2 для которого обегает S^1 уже дважды.

В целом множество всех точечных сингулярностей разбивается на классы, каждому из которых соответствует свой класс гомотопически эквивалентных контуров Γ_m , одинаковое количество раз m обегаящих S^1 в данном направлении. Множество классов контуров Γ_m образует так называемую фундаментальную, или первую, гомотопическую группу пространства \mathcal{R} , обозначаемую $\pi_1(\mathcal{R})$. Каждому элементу группы соответствует определенное число m обходов S^1 . Это и есть топологический заряд дефекта. Его нельзя изменить никакими непрерывными деформациями, что и определяет устойчивость соответствующего дефекта. Аналитически

$$m = \frac{1}{2\pi} \oint \nabla \varphi \, dl = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.3)$$

Легко видеть, что классификация дефектов в двумерном НЖК радикально изменяется даже при незначительных на первый взгляд изменениях пространства \mathcal{R} . Так, при $\alpha_0 = \pi/2$ пространство вырождения есть окружность S^1/Z_2 , т. е. отличающаяся от «обычной» S^1 лишь идентичностью антиподальных точек. Но уже одно это приводит к удвоению множества дефектов, которые теперь могут принимать не только целые значения заряда m , но и полуцелые.

Если же $\alpha_0 = 0$, то $\mathcal{R} = 0$ и никаких дефектов нет вообще ($\pi_1(0) = 0$).

Слияние дефектов определяется правилами операции умножения, действующей в гомотопической группе. Слиянию дефектов в двумерном НЖК при $0 < \alpha_0 < \pi/2$ соответствует простое сложение зарядов m : группа $\pi_1(S^1)$ изоморфна группе Z целых чисел m , и групповой операцией является обычное сложение. Так, например, два дефекта с $m = 1$ и $m = -1$ аннигилируют, образуя однородное состояние с $m = 0$.

Процессы аннигиляции и распада точечных дефектов, не сопровождающиеся изменением суммарного значения топологического заряда системы, как правило, энергетически выгодны.

Действительно, минимизация энергии упругих искажений (2.2) дает уравнения равновесия

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (2.4)$$

с решениями

$$\varphi = m \operatorname{tg}^{-1} \frac{y}{x} + \text{const}, \quad (2.5)$$

из которых следуют выражения для энергии изолированного дефекта

$$F = \pi m^2 K \ln \frac{R}{\rho} \quad (2.6)$$

(R — характерный размер системы, ρ — радиус ядра дефекта, т. е. области, в которой $\alpha \neq \alpha_0$) и энергии пары дефектов, находящихся на расстоянии d друг от друга:

$$F = -2\pi m_1 m_2 K \ln \frac{d}{\rho}. \quad (2.7)$$

Соответственно выражениям (2.6) и (2.7), дефектам с большими зарядами m выгодно расщепиться на несколько дефектов с меньшими m , а дефектам с противоположными по знаку m — притягиваться и аннигилировать.

Результат слияния дефектов в двумерном НЖК всегда однозначен. Однако в тех случаях, когда среда характеризуется неабелевой гомотопической группой, результат слияния неоднозначен и зависит от пути слияния. Простейшим примером такой среды служит двумерная система эквидистантных полос, двумерный смектик.

2.1.2. Дефекты в двумерном смектике

Хорошей экспериментальной моделью двумерного СЖК служат лиотропные P_B фазы фосфолипидов в виде изолированных в большом объеме

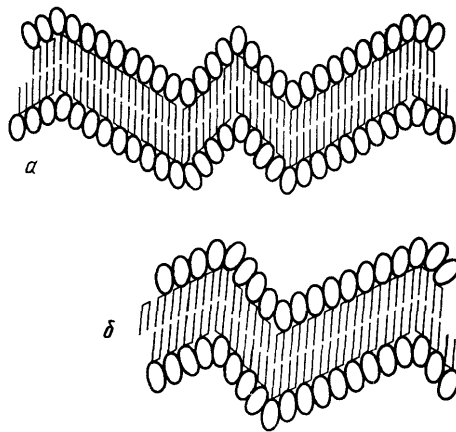


Рис. 2. Молекулярная упорядоченность λ -фазы (а) и $\lambda/2$ -фазы (б) ^{39,40}

воды тонких пленок, похожих на биомембраны. P_B -фаза проявляет два типа гребнеобразной надмолекулярной структуры — λ -фазу и $\lambda/2$ -фазу ^{39,40} (рис. 2). Как показывают электронно-микроскопические исследования этих фаз, в них присутствуют многочисленные точечные дефекты, связанные с неоднородными искажениями системы слоев, соответствующих гребням и впадинам мембран. Выясним особенности топологического поведения таких систем ³⁹.

Для нахождения пространства вырождения воспользуемся общим правилом, согласно которому пространство вырождения среды есть полная группа симметрии функционала энергии G , профакторизованная по своей

подгруппе H , преобразования которой оставляют параметр порядка неизменным ¹⁰:

$$\mathcal{R} = G/H. \quad (2.8)$$

В качестве группы G для λ и $\lambda/2$ фаз можно выбрать одну и ту же полную евклидову группу E всех трансляций и вращений в плоскости. В λ -фазе, как видно из рис. 2, а, существует непрерывная трансляционная симметрия вдоль слоев, дискретная (с масштабом λ) в перпендикулярном направлении, а также вращательная симметрия вокруг оси C_2 , перпендикулярной плоскости системы. Поэтому группа симметрии H_λ имеет вид $(R \times Z) \square C_2$, или, что то же самое,

$$H_\lambda = (R \times Z) \square Z_2, \quad (2.9)$$

где R — группа действительных чисел, а символы \times и \square обозначают соответственно прямое и полупрямое произведение групп. Фундаментальная группа пространства $R_\lambda = E/H_\lambda$ некоммутативна и изоморфна полупрямому произведению двух групп целых чисел ³⁹

$$\pi_1(\mathcal{R}_\lambda) = Z \square Z. \quad (2.10)$$

Следовательно, каждому точечному дефекту в λ -фазе соответствует пара целых чисел (b, m) . Элементы вида $(b, 0)$ описывают точечные дислокации с вектором Бюргерса $b\lambda$, а элементы вида $(0, m)$ — точечные дисклинации целой и полужелой силы. При этом, однако, из-за некоммутативности $\pi_1(\mathcal{R}_\lambda)$ каждому дефекту соответствует уже не один элемент группы, а целый класс сопряженных элементов. Действительно, простой пример (рис. 3)

показывает, что дислокацию $(1,0)$ после обхода вокруг дисклинации $(0, 1/2)$ следует характеризовать уже парой $(-1,0)$; иными словами, элементы $(1,0)$ и $(-1,0)$ описывают один и тот же дефект. Поэтому дислокация $(1,0)$ и «антидислокация» $(-1,0)$ при слиянии либо аннигилируют (рис. 4, б), либо образуют двойную дислокацию $(2,0)$, если по пути к месту слияния точка $(-1,0)$ обошла вокруг дисклинации $(0, 1/2)$ (рис. 4, в). Неоднозначность результата слияния связана с тем, что он определяется не результатом перемножения отдельных элементов гомотопической группы, как в случае «абелевых» сред,

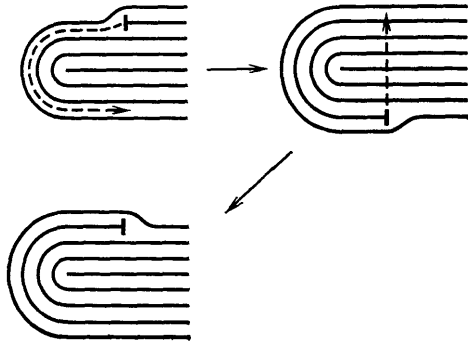


Рис. 3. Превращение дислокации с зарядом $(1,0)$ в антидислокацию $(-1, 0)$ при обходе вокруг дисклинации $(0, 1/2)$ в λ -фазе.

Линии обозначают гребни фазы

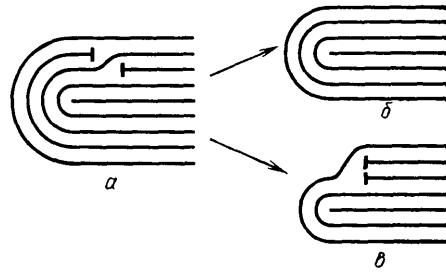


Рис. 4. Зависимость результата слияния дислокаций $(1, 0)$ и $(-1, 0)$ в λ -фазе (а) от пути слияния: над дисклинацией $(0, 1/2)$ (б) и под дисклинацией (в)

а всем множеством результатов перемножения классов сопряженных элементов.

Другая разновидность P_{β} -фазы, $\lambda/2$ -структура, казалось бы, почти не отличается от λ -структуры (рис. 2): исчезла лишь ось симметрии второго порядка C_2 и группа симметрии имеет вид $H_{\lambda/2} = (R \times Z) \times Z$. Однако теперь группа точечных дефектов³⁹

$$\pi_1(\mathcal{K}_{\lambda/2}) = Z \times Z \quad (2.11)$$

уже коммутативна и результат слияния двух дефектов всегда однозначен; кроме того, в отличие от λ -фазы, в $\lambda/2$ -фазе отсутствуют изолированные дисклинации с полуцелой силой, что подтверждается и экспериментом³⁹.

Простые примеры λ и $\lambda/2$ -фаз демонстрируют также некоторые ограничения применимости гомотопической теории для классификации дефектов в средах с нарушенной трансляционной симметрией. Как видно из выражений (2.10) и (2.11), в двумерной системе слоев гомотопическая теория предсказывает существование дисклинации с бесконечно большими значениями m . В то же время очевидно, что создание дисклинации уже с $m = 2$ из-за нарушения эквидистантности слоев требует введения в систему большого количества дислокаций, что энергетически невыгодно. Не требуют изменения толщины слоев лишь значения $m = 1, 1/2, 0$.

На примере двумерных систем были кратко рассмотрены основные принципы гомотопической классификации топологических дефектов. По аналогичной схеме описываются и несингулярные распределения — топологические солитоны. Их характеризуют так называемыми относительными гомотопическими группами^{6,24,38}. Относительные гомотопические группы используются также при классификации дефектов на поверхности упорядоченных сред. Конкретные примеры будут приведены в следующих разделах.

Остановимся теперь кратко на особенностях экспериментального изучения неоднородностей в жидких кристаллах.

2.2. Методы экспериментального исследования

Наиболее простым и надежным методом экспериментального исследования дефектов в жидких кристаллах давно зарекомендовала себя поляризационная микроскопия. При рассмотрении в поляризационный микроскоп тонкого слоя ЖК, помещенного, например, между двумя прозрачными пластинками, видна характерная многоцветная картина, текстура. Если не принимать специальных мер по однородной ориентации ЖК, то в образце присутствует большое количество разнообразных дефектов, что определяет особенности двулучепреломления в среде, а следовательно, и характер текстуры.

Главной особенностью текстур, как правило, является наличие широких темных полос, или ветвей погасания, которые в отдельных местах сходятся в точечных центрах. Ветви погасания покрывают те области, в которых локальная оптическая ось лежит в плоскости поляризации одного из николей и свет распространяется в виде либо чисто обыкновенной, либо чисто необыкновенной волны. Поскольку, в свою очередь, распределение оптической оси жестко связано с распределением осей молекул (и поля параметра порядка), то, наблюдая положение ветвей погасания при различных положениях образца, можно установить распределение молекул в текстуре (подробнее см., например, ^{41–43}).

При изучении дефектов применяют, по существу, все методы современной световой микроскопии. Так, освещение объектов ведется линейно и циркулярно поляризованным светом, белым и монохроматическим; используют темнопольную ^{11,44}, фазово-контрастную ⁴⁴, а также интерференционную ^{45–47} микроскопию, другие специальные методики ^{47–51}. В частности, методом динамического рассеяния света по величине доплеровского сдвига в частоте отраженного света, вызванного движущимися рассеивателями — дисклинациями, удалось измерить среднюю скорость дисклинаций при конвективном течении НЖК в области электрогидродинамической неустойчивости ⁵². В ряде случаев полезны методы декорирования поверхности ЖК различными примесями ^{53–55} и добавления красителей ⁵⁶.

В последние годы все большее распространение получают методы электронной микроскопии в изучении текстур как лиотропных ^{57–59}, так и термотропных ^{60–63} систем.

Важное значение при исследовании дефектов в ЖК имеет задание граничных условий и геометрии опыта. Не останавливаясь подробно на специфике поверхностной ориентации ЖК (см. обзоры ⁶⁴ и монографии ^{31–36,65}), укажем, что выбор геометрии опыта, как правило, диктуется особенностями самих исследуемых дефектов. Так, образцы в форме клина давно используются при изучении линейных дефектов в ХЖК и СЖК; классические опыты поставлены для цилиндрических капилляров (пор) при наблюдении дисклинаций в нематиках, холестериках и смектиках ^{45,66–74}.

Особый интерес представляют жидкокристаллические структуры сферической формы. Их можно создать, заполняя жидкокристаллической фазой стеклянные сферические колбочки ⁷⁵. В ряде случаев находится более изящное решение, восходящее к опытам Плато: удается получить капли ЖК, свободно взвешенные в растворе (см. работы по лиотропным системам ^{76–79}), расплаве (особенно это относится к углеродистым фазам ⁸⁰) или в специально подобранной прозрачной матрице, не растворяющей ЖК. В качестве последней выбирают полимерные жидкости ^{42,81,82}, агар-агар ⁸³, канадский бальзам, иммерсионное масло ³⁰ и даже воду ⁸⁴. Перспективен в этом отношении глицерин, традиционно используемый в качестве среды для заключения микрообъектов ⁸⁵. С помощью глицерина, содержащего примеси лецитина, удается не только задавать однородные граничные условия на поверхности капель (нормальные, тангенциальные, конические), но и легко варьировать их в широких пределах от строго нормальных до строго тангенциальных и наоборот за счет изменения температуры ⁸⁶.

3. ОДНООСНЫЕ НЕМАТИКИ

Одноосные нематики состоят из молекул (или их агрегатов — мицелл, как в случае лиотропных фаз^{87,88}), обладающих симметрией эллипсоидов вращения. В зависимости от того, является ли ось вращения длинной осью молекулы или короткой, различают цилиндрические и дискотические НЖК⁸⁹. Взаимодействие между молекулами стремится выстроить их параллельно друг другу, вследствие чего в объеме НЖК возникает выделенное направление преимущественной ориентации осей вращения молекул, характеризующееся директором \mathbf{n} . Директор можно выбрать в качестве параметра порядка НЖК как цилиндрической, так и дискотической фазы.

Очевидно, что любые повороты нематической системы как целого в реальном пространстве, связанные с переориентацией \mathbf{n} , не изменяют энергии системы. Поэтому пространством вырождения \mathcal{R}_N является двумерная сфера S^2 , профакторизованная из-за условия $\mathbf{n} = -\mathbf{n}$ по группе Z_2 (проективная плоскость)^{6,8}:

$$\mathcal{R}_N = S^2/Z_2. \quad (3.1)$$

Выясним теперь, какие типы линейных дефектов допускает подобный вид пространства вырождения, т. е. какой вид имеет группа $\pi_1(S^2/Z_2)$.

3.1. Дисклинации в объеме

На сфере S^2/Z_2 существует лишь два класса замкнутых контуров: контуры Γ_0 , гомотопные нулю, и контуры Γ_1 , связывающие антиподальные точки сферы S^2/Z_2 и потому нестягиваемые в точку. Следовательно, $\pi_1(S^2/Z_2) = Z_2$ и линейные дефекты, дисклинации, в объеме НЖК принадлежат лишь к двум классам: неустранимые с зарядом $N = 1$ (рис. 5, а и б)

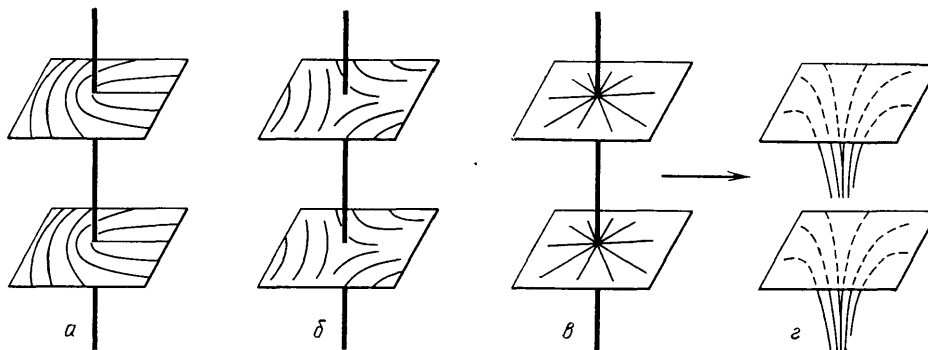


Рис. 5. Дисклинации в объеме одноосного НЖК с различными топологическими зарядами N и силами m .

а — $N = 1, m = 1/2$. б — $N = 1, m = -1/2$. в, г — $N = 0, m = 1$. Линиями обозначено распределение поля директора \mathbf{n}

и устранимые с $N = 0$ (рис. 5, в и г). Переходы между классами требуют разрыва структуры на целой полуплоскости Σ и энергий $\sim K\Sigma/\xi$, что значительно больше энергии $\sim KL$ самой дисклинации длиной L .

Наличие лишь двух топологических классов, конечно же, не означает, что распределение поля директора вокруг дисклинации проявляется лишь в двух каких-либо вариантах. В пределах одного и того же класса существует большое разнообразие дисклинации, отличающихся друг от друга своей симметрией или же симметрией ядра, а следовательно, и физическими свойствами (например, величиной заряда, вызванного флексоэлектрическим эффектом на ядре дефекта)⁹⁰. Из-за того, что заданная симметрия в общем случае приводит к ограничению области изменения параметра порядка, для описания различных по симметрии состояний дисклинации следует при-

влекать дополнительные топологические инварианты. Например, если дисклинация обладает плоскостью симметрии, перпендикулярной ее оси (такие дисклинации называются плоскими из-за плоского распределения \mathbf{n}), то этот дополнительный заряд является хорошо известным индексом Франка⁹¹ или силой m дисклинации, которую принято считать равной половине индекса Франка (см., например,³¹). Фактически, сила плоской дисклинации — это рассмотренный в разделе 2.1 топологический заряд точечного дефекта в двумерном НЖК с $\alpha_0 = \pi/2$. Приведенные на рис. 5, а, б дисклинации из класса $N = 1$ имеют разные силы и симметрии (соответственно $m = 1/2$, D_{1h} и $m = -1/2$, D_{3h}). Замечательным результатом симметричной классификации дисклинации, предложенной Балинским, Воловиком и Кацем⁹⁰, явилось предсказание фазовых переходов между состояниями дисклинации разной симметрии и силы, происходящих при изменении температуры или Давления, но не связанных с изменением фазового состояния самого НЖК. Например, возможен переход первого рода между состояниями $m = 1/2$, D_{1h} и $m = -1/2$, D_{3h} из рис. 5, а и б. Существование таких переходов доказано экспериментально для точечных дефектов (см. раздел 3.2).

Как уже указывалось, переходы дисклинации между разными топологическими классами требуют преодоления больших энергетических барьеров. В пределах же одного класса дисклинации различных конфигураций можно непрерывно переводить друг в друга; энергетический барьер, если и существует при таких деформациях, мал (порядка $K\xi$)⁶. Более сложным является вопрос о локально устойчивых типах дисклинации или их ансамблях в пределах каждого класса с учетом конкретных параметров НЖК и внешних условий. Исследования в этом направлении — как теоретические (на основе рассмотрения энергии упругих искажений^{66,67,91–99}), так и экспериментальные^{11,66–71,96,100} — интенсивно велись еще до возникновения гомотопической классификации. Наиболее подробное теоретическое решение дано Дзялошинским и Анисимовым⁹⁴, которые, используя общее выражение для плотности энергии упругих искажений ориентации директора

$$f = \frac{1}{2} [K_{11} (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 + K_{22} (\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n})^2 + K_{33} [\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n}]^2] \quad (3.2)$$

(K_{11} , K_{22} , K_{33} — константы Франка поперечного изгиба, кручения и продольного изгиба соответственно), показали, что наряду с плоскими дисклинациями могут существовать «объемные» (директор не лежит в одной плоскости). Плоские дисклинации устойчивы при $2K_{22} > K_{11} + K_{33}$, а объемные — при $2K_{22} < (K_{11} + K_{33})$, причем при близких значениях констант K устойчивы лишь элементарные дисклинации с $m = 1/2$. Дисклинации с **большими** значениями m становятся устойчивыми при $K_{22} \gg K_{11}$, K_{33} (плоские) и при $K_{33} \gg K_{11}$, K_{22} (объемные).

Выводы теории в целом подтверждаются экспериментально. Ряду авторов удалось наблюдать неустойчивость плоской дисклинации с $m = 1$ в цилиндрических капиллярах, заключающуюся в переориентации директора вдоль оси цилиндра (так называемый эффект «вытекания дисклинации в третье измерение»)^{11,45,66,71} (см. рис. 5, в, г). Вытекание соответствует стягиванию контура Γ_0 с экватора сферы S^2/Z_2 в точку на полюсе и сопровождается монотонным понижением энергии дисклинации. Последнее легко показать в рамках одноконстантного приближения $K_{11} = K_{22} = K_{33}$. В этом случае энергия единицы длины плоской дисклинации с $m = 1$ определяется выражением (2.6) и равна $\pi K \ln(R/\rho)$, а для «вытекающей» конфигурации из рис. 5, г составляет $3\pi K$, и следовательно, в образце реальных размеров ($R \gtrsim 20\rho$) такая неособая конфигурация энергетически выгоднее. Отметим, что часто экспериментальная ситуация выглядит несколько сложнее, чем на рис. 5, г: поскольку вытекание «вверх» и «вниз» вдоль оси капилляра равновероятно, эффект приводит к появлению разрывов текстуры —

точечных особенностей, локализованных в объеме НЖК^{11,66,67,69–71} и носящих название «ежи» (см. раздел 3.2)⁸⁶.

Отсутствие сингулярного ядра у дисклинации с $m = 1$ подтверждается также исследованием так называемых шлирен-текстур, образующихся в плоских слоях НЖК с тангенциальными или коническими граничными условиями^{11,36,67,96,101}. Главной особенностью шлирен-текстур является наличие двух типов центров, из которых исходят 2 или 4 ветви погасания. Центры с двумя ветвями имеют сингулярное ядро, по всей видимости, молекулярных размеров и соответствующие устойчивым дисклинациям с $m = \pm 1/2$. Центры с 4 ветвями погасания размыты, по крайней мере, на расстояниях ~ 1 мкм. Если осветить образец монохроматическим светом, вблизи таких ядер отчетливо видны интерференционные кольца, вызванные изменением двулучепреломления при вытекании директора вдоль вертикальной оси^{67,96}. Центры рассматриваемого типа соответствуют не линейным, а точечным сингулярностям, образовавшимся в результате вытекания дисклинации с $m = 1$ в объеме образца и локализованным на поверхности. Такие дефекты называют буджумами⁸⁶; их свойства существенно отличаются от свойств точечных сингулярностей в объеме — ежей (см. раздел (3.3)).

Эффект вытекания в третье измерение может проявляться не только на макроскопических масштабах для всей структуры дисклинации в целом, как в случае с дисклинацией $m = 1$. Как впервые показал Люксютов¹⁰², в области расстояний, которые для классических НЖК не превышают $\rho_c \approx 2 \cdot 10^{-8}$ м, параметр порядка вырожден не на S^2/Z_2 , а на четырехмерной сфере S^4 , для которой $\pi_1(S^4) = 0$. Стало быть, на малых масштабах дисклинации с $N = 1$ также несингулярны. Поскольку возможны различные типы «вытекания», следует ожидать фазовых превращений между ними внутри ядра⁹⁰. Такие превращения удобно искать вблизи перехода одноосный — двуосный НЖК, где ρ расходится⁹⁰, однако не исключено, что они могут проявляться в экспериментах по рассеянию света жидкими кристаллами в микропорах¹⁰³.

Как видно из гомотопической классификации, при слиянии дисклинаций должен выполняться закон сохранения топологических зарядов N в виде

$$1 + 1 = 0, \quad 1 + 0 = 1.$$

И действительно, Нейринг и Саупе⁹⁶ наблюдали слияние двух сингулярных дисклинаций с $N = 1$ в одну несингулярную с $N = 0$. Известен и обратный процесс диссоциации линии $N = 0$ на две с $N = 1$ ⁶⁹. Теоретические расчеты взаимодействия дисклинации приведены в^{69,96,104,105}. Из них следует, в частности, что две одинаковые дисклинации в зависимости от значений констант Франка и геометрии образца могут не только отталкивать, но и притягивать друг друга.

Подавляющее большинство работ по экспериментальному изучению дисклинации проведено для классических термотропных НЖК типа МВБ или ПАА с молекулами цилиндрической формы. Естественно, все многообразие возможных свойств дефектов в них не проявляется. В связи с необходимостью выяснения деталей связи между особенностями молекулярного строения среды и характером дефектов в последнее время возрос интерес к новым нематическим системам: полимерным НЖК, как термотропным^{106,107}, так и лиотропным¹⁰⁸, термотропным и лиотропным дисконематикам^{109,110}, углеродистым фазам^{62,80}, наконец, к различным смесям мезогенных и немезогенных веществ¹⁰¹. Именно для таких смесей, составленных из классических НЖК (типа октилцианбифенила) и немезогенного вещества с молекулами пластинчатой формы (1,4,9,10-тетрагидроксиантрацена), Мадхусудана и Пратибха¹⁰¹ впервые наблюдали в шлирен-текстурах дисклинации с $m = \pm 2$ и $m = \pm 3/2$. Им удалось показать, что дефекты с $m = \pm 3/2$ сингулярны и могут диссоциировать на пары $m = \pm 1/2$ и $m = \pm 1$ (по сце-

нарию для $N : 1 \rightarrow 1 + 0$). Вероятно, полученные результаты объясняются резким изменением упругих констант НЖК при введении указанной примеси — например, увеличением констант K_{22} или K_{33} , что по теории⁹⁴ должно приводить к устойчивости дисклинаций с большими m .

Необычные результаты получены и для лиотропных НЖК в виде кислотных растворов жесткоцепных полимеров¹⁰⁸. Преобладающим типом дисклинаций в этих средах оказались линии силы $m = 1$ с тонким сингулярным ядром. По всей видимости, это связано с тем, что константа K_{33} продольного изгиба системы жестких полимерных цепей должна заметно превышать константы K_{11} , K_{22} , а как следует из⁹⁴, при $K_{33} > K_{11}$, K_{22} дисклинаций с $|m| \geq 1$ становятся устойчивыми и обладают объемной структурой.

Выводы работы¹⁰⁸ находятся в определенном противоречии с наблюдениями в термотропных полимерных НЖК^{106,107} линий с $m = 1$ с размытым несингулярным ядром и линий $m = 1/2$ с сингулярным ядром. Хотя текстуры в этих системах внешне мало отличаются от текстур классических НЖК, ядра дефектов могут иметь свои особенности, в частности, содержать много концов полимерных макромолекул^{107,108}.

Выяснение влияния специфики молекулярного строения НЖК на особенности дисклинаций проявляется и в углеродистых фазах. Углеродистые НЖК состоят из больших пластинчатых многоядерных ароматических молекул с молекулярным весом 1500—2000, которые упакованы параллельно друг другу и фактически образуют плоские слои. Поэтому вытекание в третье измерение дисклинаций с $m = 1$ становится невыгодным. Электронно-микроскопические снимки срезов твердых модификаций углеродистых фаз подтверждают наличие сингулярных ядер как $m = 1$, так и $m = 1/2$ линий (см., например, обзоры⁶²).

3.2. Точечные дефекты — ежи

Как указывалось выше, следствием эффекта вытекания дисклинаций с $m = 1$ в круглых капиллярах может быть возникновение точечных особенностей — ежей в объеме НЖК. Несколько более удобную геометрию опыта для создания ежей в системе представляют сферические капли НЖК с нормальными граничными условиями. Существует также предположение¹¹¹, что ежи могут возникать в виде поляризационной деформационной шубы вокруг внедренных в НЖК ионов.

Топологическая классификация ежей основана на рассмотрении отображения замкнутой поверхности σ , окружающей точечный дефект, в пространство вырождения⁶. Образом σ в пространстве вырождения будет поверхность Σ , которая либо стягиваема в точку и соответствует неустойчивой конфигурации, либо $N \neq 0$ раз окутывает сферу S^2/Z_2 и соответствует ежу с зарядом N . Классы гомотопных друг другу поверхностей Σ формируют вторую гомотопическую группу $\pi_2(S^2/Z_2)$, изоморфную группе целых чисел Z . Топологический заряд ежа (степень отображения сферы σ на сферу S^2/Z_2)

$$N = \frac{1}{4\pi} \oint_{\sigma} \mathbf{n} \left[\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \theta} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \varphi} \right] d\theta d\varphi \quad (3.3)$$

(θ, φ — произвольные координаты на σ) принимает только целочисленные значения. Простейший пример точечного дефекта с $N = 1$, действительно напоминающий ежа, представлен на рис. 6, а. Это сингулярная точка, из которой во все стороны вдоль радиусов-векторов расходятся линии поля директора \mathbf{n} :

$$\mathbf{n}(x, y, z) = (x, y, z) (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}. \quad (3.4)$$

На рис. 6, б изображен еще один еж с $N = 1$, но уже гиперболической структуры:

$$\mathbf{n}(x, y, z) = (-x, -y, z) (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}. \quad (3.5)$$

Здесь, как и в случае с дисклинациями, возникает ситуация, когда одному и тому же гомотопическому классу соответствуют различные по симметрии

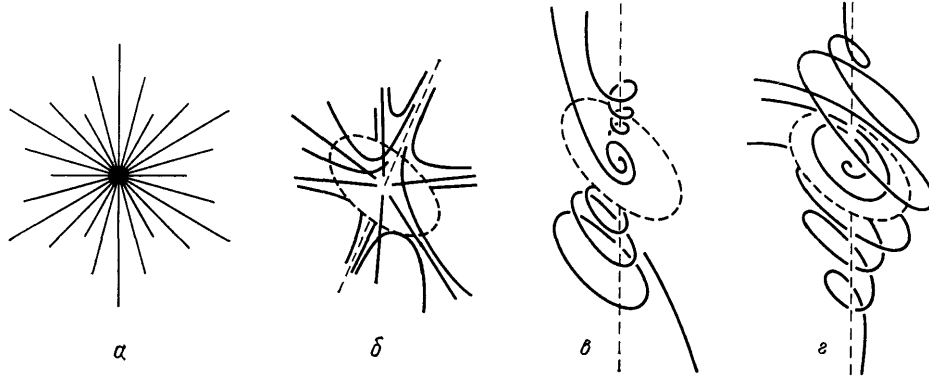


Рис. 6. Точечные дефекты — ежи различной структуры в объеме НЖК¹¹⁴

конфигурации дефектов, между которыми при изменении внешних условий могут происходить фазовые переходы. Чтобы убедиться в этом, подставим выражения (3.4) и (3.5) в (3.2) и найдем энергию двух типов ежей (соответственно):

$$F_R = 8\pi K_{11}R,$$

$$F_H = 8\pi R \left(\frac{K_{11}}{5} + \frac{2K_{33}}{15} \right)$$

(R — характерный размер системы). Легко видеть, что в зависимости от соотношения упругих констант изгиба K_{11} и K_{33} энергетически выгодной может оказаться как радиальная (при $K_{33} > 6K_{11}$), так и гиперболическая (при $K_{33} < 6K_{11}$) структура. Переход одного ежа в другой, таким образом, может иметь место вблизи точки фазового превращения нематик-смектик, где K_{33} обнаруживает критическое возрастание, тогда как K_{11} практически не меняется.

Экспериментально фазовый переход с изменением симметрии ежей был обнаружен в сферических каплях, на поверхности которых задавалась нормальная ориентация молекул¹¹². Такие граничные условия с неизбежностью ведут к возникновению в объеме капли ежа с $N = 1$. Вблизи точки перехода еж имеет радиальную структуру, однако при повышении температуры он превращается в сочетание гиперболического ежа и охватывающей его кольцевой несингулярной дисклинации. Дисклинация обеспечивает гладкое сопряжение распределений директора в центре и на периферии капли (рис. 7). Фазовый переход сопровождается изменением симметрии $K_h \rightarrow C_{\infty h}$ и является переходом II рода¹¹².

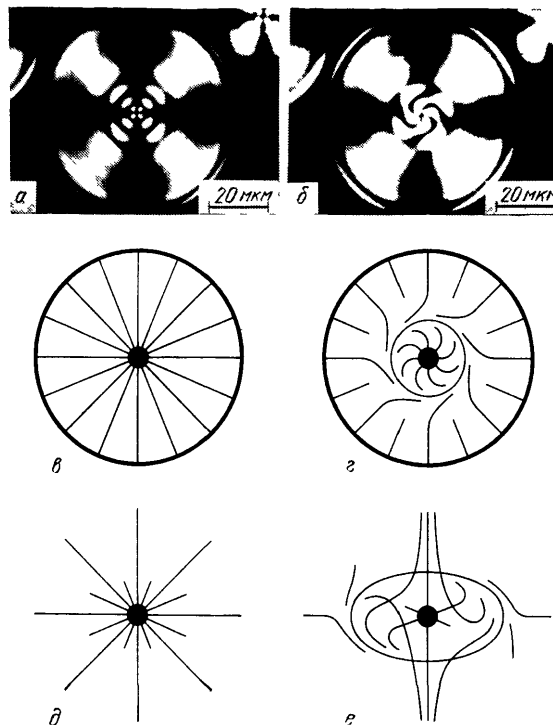


Рис. 7. Превращение радиальный (слева) — гиперболический (справа) еж вблизи перехода НЖК — СЖК в сферической капле НЖК.

$a, б$ — Текстуры капли. $в, г$ — Сечение каплей экваториальной плоскостью. $д, е$ — Объемные изображения ежей

Подавляющее большинство экспериментальных исследований точечных особенностей в объеме НЖК выполнено для капилляров с нормальными граничными условиями ^{11,66,67,69,71}. В такой геометрии, как и в сферических каплях, возникают радиальные и гиперболические ежи. Для капилляров с тангенциальной ориентацией \mathbf{n} Мельзер и Набарро ⁷⁰ доказали существование еще одного типа ежа — со спиральным распределением поля \mathbf{n} . Такая сингулярность соответствует особой точке «седло-фокус» в терминологии Пуанкаре ¹¹³, тогда как радиальный

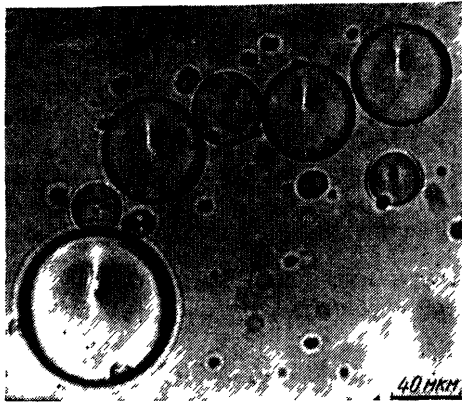


Рис 8 Текстура сферических капель одноосного НЖК со струнами, соединяющими еж внутри каждой капли с парой буджумов — полюсов на ее поверхности

еж соответствует узловой особой точке, а гиперболический — седловой. Связь между различными конфигурациями ежей и особыми точками Пуанкаре подробно проанализировал Набарро ¹¹⁴.

Вернемся к общей гомотопической классификации ежей. В ее рамках Воловик и Минеев ⁶ предсказали существование удивительного свойства слияния ежей, а именно, зависимости результата слияния от пути слияния. Для выяснения сущности эффекта прежде всего необходимо обратить внимание на то, что в НЖК заряд ежа N (3.3) определен лишь с точностью до знака. Поэтому априори неясно к какому результату приведет слияние двух

ежей с одинаковыми N : к аннигиляции или к образованию ежа с удвоенным N . Казалось бы, парадокс устраняется просто: необходимо на некоторое время заменить поле директора \mathbf{n} векторным полем \mathbf{n}' , для которого и заряды N , и результаты слияния определяются однозначно. Такая процедура решает проблему, но лишь если в среде отсутствуют топологически устойчивые дисклинации. Обход ежа вокруг дисклинации по замкнутому контуру меняет направление \mathbf{n}' , а следовательно, и знак заряда N , на противоположные. Теперь два ежа с одинаковыми N при наличии дисклинации могут либо аннигилировать, либо породить еж с удвоенным зарядом — в зависимости от пути слияния относительно дисклинации. Благодаря этой особенности можно уничтожить все ежи в системе (или, по крайней мере, все, кроме одного с $N = 1$).

Рассмотренный эффект носит название влияния группы $\pi_1(\mathcal{R})$ на группу $\pi_2(\mathcal{R})$ и обусловлен нетривиальностью $\pi_1(\mathcal{R})$. К сожалению, экспериментальные наблюдения слияния ежей в присутствии дисклинации в НЖК отсутствуют.

Интересен вопрос об энергетике взаимодействия ежей в НЖК. Рассмотрим изолированный еж. Его упругая энергия пропорциональна радиусу R рассматриваемого объема (например, для радиального ежа $F = 8\pi K_{11}R$). Стало быть, энергия взаимодействия двух ежей пропорциональна расстоянию между ними, что напоминает взаимодействие кварков. Более того, как показал Остлунд ¹¹⁵, линии поля \mathbf{n} в области между ежами коллапсируют в струну. Струны могут соединять еж и с буджумами — поверхностными дефектами (рис. 8).

По своей топологической природе близкими к ежам дефектами являются дисклинационные кольца. В общем случае кольцевые особые линии являются сочетанием дисклинации и ежей и характеризуются двумя зарядами: N_L , элементом группы $\pi_1(S^2/Z_2)$, и N_P , элементом группы $\pi_2(S^2/Z_2)$ ^{10,24}. Для классификации кольцевых особенностей можно использовать так называемые торические гомотопические группы: кольцевой дефект охватывается

не сферой, а тором, после чего исследуются гомотопические классы отображений тора в пространство вырождения^{26,116}. Двойственный характер

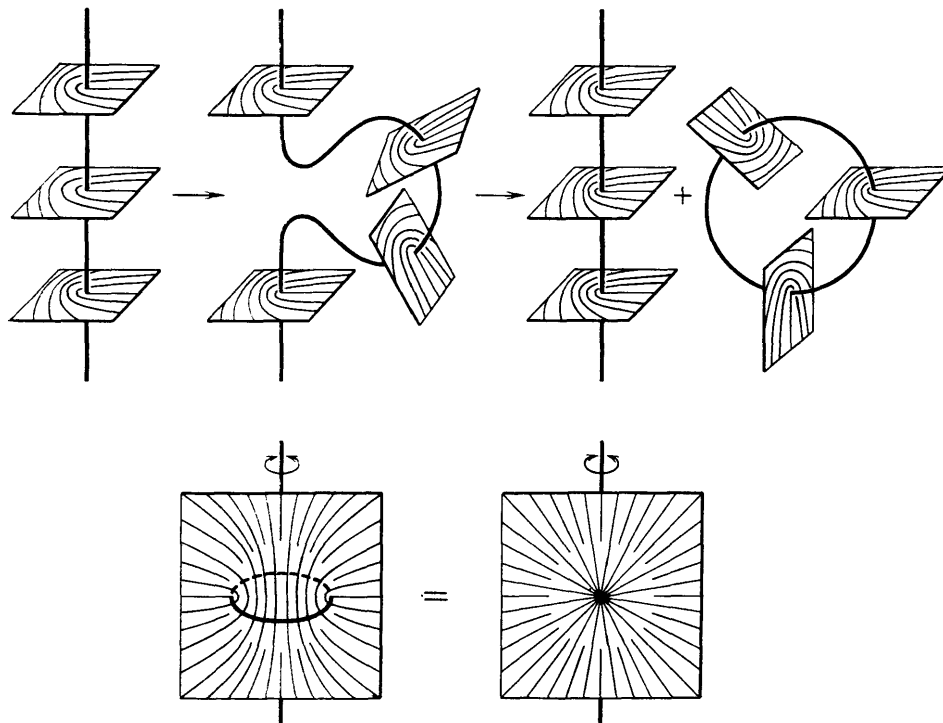


Рис. 9. Схема испускания ежи друклинационной линией в одноосном НЖК³

таких дефектов приводит к тому, что дисклинации могут испускать (и поглощать) ежи в неограниченных количествах (рис. 9). Топологическая эквивалентность ежа с $N = 1$ и кольцевой дисклинации (еж, «растянутый» в кольцо) продемонстрирована в⁸⁶ на примере дефектных структур в каплях НЖК.

3.3. Дефекты на поверхности

3.3.1. Буджумы

Трехмерный НЖК может содержать дефекты не только в объеме, но и на поверхности. Так, вытекание вертикальной дисклинации с $m = 1$ в плоском капилляре со шпирен-текстурой приводит к образованию точечных дефектов-буджумов, локализованных на поверхности и не связанных с какими-либо сингулярностями в объеме. Первым это установил Р. Мейер⁶⁷. Буджумы представляют собой широкий класс дефектов в различных средах (впервые они были идентифицированы для сверхтекучего $^3\text{He-A}$ ^{117,118}), главной отличительной чертой которых является невозможность ухода с поверхности среды в объем: при такой операции буджум оказывается связанным с поверхностью линейным дефектом, что невыгодно по энергетическим соображениям.

Буджумы в НЖК наблюдались и в других условиях^{83,92,119}; в работе¹²⁰ продемонстрировано возникновение целой системы трансляционно упорядоченных буджумов на границе раздела НЖК — изотропный расплав; аналогичная система устанавливается и при конвективной неустойчивости в гомеотропном слое НЖК, подогреваемого сверху¹²¹. В работах^{11,122},

в которых описано слияние дефектов силы $m = 1$, по всей видимости, наблюдалось слияние именно буджумов.

Первая попытка дать гомотопическую классификацию поверхностных дефектов была предпринята в работе¹²³, однако теория оказалась неполной, так как фактически описывались дефекты в двумерных НЖК (см. раздел 2.1 и^{27,124}), а не на границе трехмерного НЖК. Недостаток такого подхода — в невозможности разделения изолированных точечных особенностей и дефектов, являющихся окончаниями линейных особенностей, локализованных в объеме.

Последовательная классификация дефектов на границе упорядоченных сред была предложена Воловиком¹²³. Согласно¹²⁵ для выяснения топологической устойчивости точечного дефекта на поверхности его следует охватить не только контуром на поверхности, но и натянутой на этот контур полусферой $\tilde{\sigma}$ со стороны объема. Поле \mathbf{n} осуществляет отображение самой полусферы $\tilde{\sigma}$ в пространство S^2/Z_2 вырожденных состояний системы в объеме, а ее края (контур) — в пространство состояний $\tilde{\mathcal{R}}_N$, которые может принимать система на поверхности. В результате образуется относительная гомотопическая группа $\pi_2(\mathcal{R}_N, \tilde{\mathcal{R}}_N)$. Обычно (и это имеет место в НЖК) эту группу можно представить в виде произведения двух групп:

$$\pi_2(\mathcal{R}_N, \tilde{\mathcal{R}}_N) = P \times Q.$$

Элементы группы P описывают те точечные дефекты, которые существуют только на поверхности и не могут уйти в объем из-за топологических ограничений, т. е. буджумы. Группа P является ядром гомоморфизма $\pi_1(\tilde{\mathcal{R}}_N) \rightarrow \pi_1(\mathcal{R}_N)$, т. е. состоит из тех элементов $\pi_1(\tilde{\mathcal{R}}_N)$, которые при гомоморфизме переходят в единичный элемент $\pi_1(\mathcal{R})$ (это и означает, что буджумы не являются точками выхода на поверхность линейных сингулярностей). Учитывая, что $R_N = S^2/Z_2$, а $\tilde{\mathcal{R}}_N$ в зависимости от значения угла α_0 между директором на поверхности и нормалью \mathbf{v} к ней имеет вид (см.⁸⁶ и п. а) раздел 2)

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{R}}_N &= 0, & \text{если } \alpha_0 &= 0, \\ &= S^1, & \text{если } 0 < \alpha_0 < \frac{\pi}{2}, \\ &= S^1/Z_2, & \text{если } \alpha_0 &= \frac{\pi}{2}, \end{aligned}$$

получаем, что группа P состоит из целых чисел m при $\alpha_0 > 0$ и тривиальна при $\alpha_0 = 0$. Иными словами, буджумы существуют при любых конических граничных условиях с $\alpha_0 \neq 0$ и описываются целочисленными зарядами m (2.3).

Группа Q в НЖК совпадает с группой $\pi_2(\mathcal{R}_N)$ и описывает ежи, пришедшие из объема и не исчезнувшие на поверхности в силу топологических условий на границе¹²⁵; их характеризуют целочисленные заряды N (3.3).

В общем случае дефект на поверхности представляет собой комбинацию ежа и буджума и, следовательно, характеризуется двумя зарядами — N и m . Для определения заряда N дефекта на поверхности нужно вычислить интеграл (3.3) по полусфере $\tilde{\sigma}$. Величина A , которая при этом получается, связана с N , m и с проекцией \mathbf{n} на нормаль \mathbf{v} следующим соотношением⁸⁶:

$$A = \frac{1}{4\pi} \int_{\tilde{\sigma}} \mathbf{n} \left[\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \theta} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \varphi} \right] d\theta d\varphi = \frac{m}{2} (\mathbf{n}\mathbf{v} - 1) + N; \quad (3.6)$$

здесь \mathbf{n} рассматривается как вектор, а не как директор, что имеет место в отсутствие дисклинаций в объеме НЖК. С помощью (3.6) из A находится N , поскольку заряд m определяется независимо по формуле (2.3).

Непрерывные топологические заряды A , введенные в ⁸⁶, являются важными характеристиками буджумов. Они позволяют описывать процессы

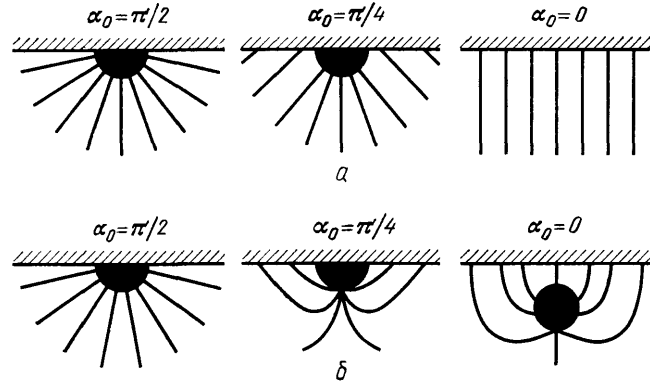


Рис. 10. Эволюция структуры буджума на поверхности одноосного НЖК при изменении граничных условий от тангенциальных к нормальным. *a* — Исчезновение буджума. *b* — Превращение буджума в еж

топологической эволюции дефектов, заключающейся в их рождении, уничтожении и взаимопревращении. На рис. 10 показаны процессы плавного исчезновения буджума с $A = \sin^2(\alpha_0/2)$ при изменении граничных условий от тангенциальных к нормальным ($A \rightarrow 0$) и превращения буджума с $A = \cos^2(\alpha_0/2)$ в еж ($A \rightarrow 1$) при тех же условиях. Рассмотрим теперь более сложную и интересную задачу об эволюции дефектов в замкнутой системе, в которой суммарный топологический заряд должен оставаться неизменным при любых трансформациях дефектов.

3.3.2. Топологическая эволюция буджумов и ежей

Наиболее наглядным и удобным с точки зрения эксперимента объектом для исследования топологической эволюции дефектов являются сферические капли НЖК с регулируемыми граничными условиями. При нормальных граничных условиях в капле НЖК в равновесии обязательно содержится элементарный еж с $N = 1$ ^{83,86,112}, а при тангенциальных — два буджума $m_1 = m_2 = 1$ на полюсах (рис. 11, *a, e*)^{83,86,126}. При плавном изменении граничных условий равновесное состояние в капле должно измениться так, что еж исчезнет, а вместо него появятся буджумы. Для описания процесса, помимо соотношений (3.6), необходимо ввести ограничения на заряды N и m при наклонных конических условиях на границе. Этими ограничениями являются теорема Пуанкаре (при $\alpha_0 \neq 0$):

$$\sum_{i=1}^b m_i = 2 \quad (3.7)$$

(сумма индексов m_i векторного поля, заданного на замкнутой поверхности, равна эйлеровой характеристике этой поверхности, т. е. в случае сферы — двум, см. также¹¹⁷) и следствие теоремы Гаусса в виде^{86,127}

$$\sum_{j=1}^{b+h} N_j = 1 \quad (3.8)$$

(b — количество буджумов в системе, h — количество ежей).

Соотношения (3.6)–(3.8) и позволяют описывать эволюцию дефектов в капле НЖК при изменении граничных условий как непрерывное перераспределение зарядов A между дефектами при суммарном сохранении полного заряда. Теория предсказывает несколько наиболее вероятных сценариев перестроек структуры, реализация которых зависит от игры энергетических параметров системы. Ответить на вопрос о конкретном пути эволюции можно

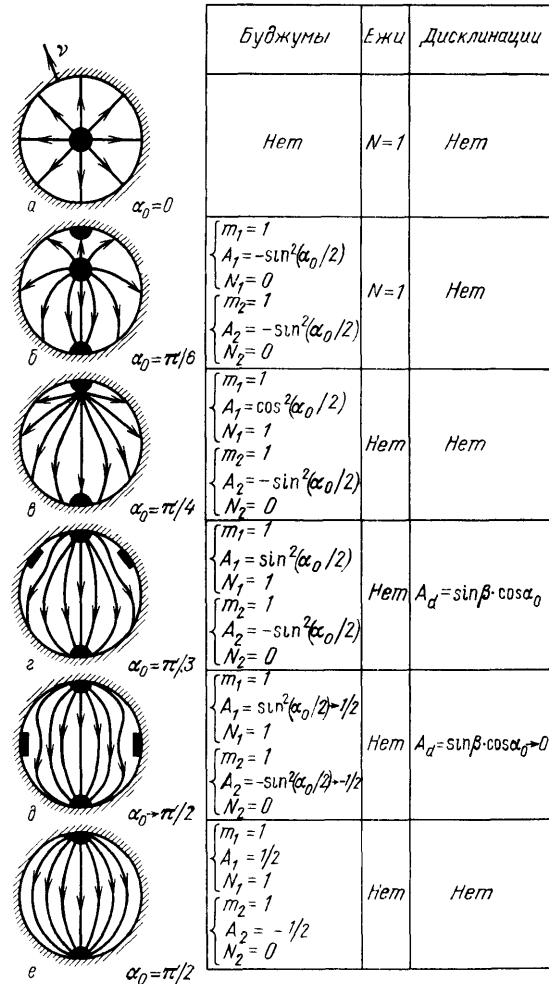


Рис. 11. Топологическая эволюция дефектов в сферической капле одноосного НЖК при изменении граничных условий по данным эксперимента⁸⁶

с этим происходит усиление буджумов по закону $\pm \sin^2(\alpha_0/2)$ (рис. 11, д). В конечном итоге дисклинация плавно исчезает, и в капле остаются два буджума с зарядами $A_1 = -A_2 = 1/2$, $N_1 = 1$, $N_2 = 0$ (рис. 11, е).

Таким образом, в описанном процессе происходят плавные переходы друг в друга дефектов различных топологических типов (ежи, буджумы, дискликации) и различных гомотопических классов, сопровождаемые плавным перераспределением зарядов A при неизменном полном заряде, как и предсказывает теория.

В заключение этого пункта остановимся на рассмотрении еще одного примера фазового перехода в структуре дефектов, на этот раз буджумов. На рис. 11, е распределение директора в капле с биполярной текстурой изо-

с помощью эксперимента. Такой эксперимент был осуществлен для мелких капель НЖК, свободно взвешенных в изотропной матрице, состав которой позволял варьировать граничные условия в зависимости от температуры⁸⁶. Динамика дефектов в капле при изменении условий от нормальных до тангенциальных показана на рис. 11. Суть процесса заключается в следующем.

При отклонении вектора \mathbf{n} от направления нормали в капле помимо ежа рождаются «из ничего» два буджума на полюсах (рис. 11, б) с $m_1 = m_2 = 1$. $A_1 = A_2 = -\sin^2(\alpha_0/2)$ и, как следует из (3.6), $N_1 = N_2 = 0$. Оба буджума играют роль стоков поля \mathbf{n} . Источником служит еж, который движется к одному из буджумов и сливается с ним, образуя новый буджум-источник с $A_1 = \cos^2(\alpha_0/2)$ и $N_1 = 1$ (рис. 11, в). Однако последний оказывается неустойчивым и распадается на буджум с $A_1 = \sin^2(\alpha_0/2)$, $N_1 = 1$ и дисклинационное кольцо, которое также обладает непрерывно определенным топологическим зарядом, $A_d = \sin \beta \cos \alpha_0$ (β — широта расположения дискликации на сфере) (рис. 11, г). Дисклинация, отталкиваясь от буджума, движется к экватору, постепенно рассасываясь. Одно-

бражено упрощенно, без учета возможных деформаций кручения. Структура на рис. 11, *е* энергетически выгодна, если $K_{11} \ll K_{22}, K_{33}$, т. е. вблизи перехода НЖК — СЖКА. Однако, по мере удаления от точки перехода с уменьшением величин K_{22} и K_{33} , происходит фазовый переход второго рода в закрученную структуру, в которой директор на поверхности капли распределен не вдоль меридианов, а вдоль локсодром — линий, пересекающих меридианы под постоянным ненулевым углом; по мере приближения к оси

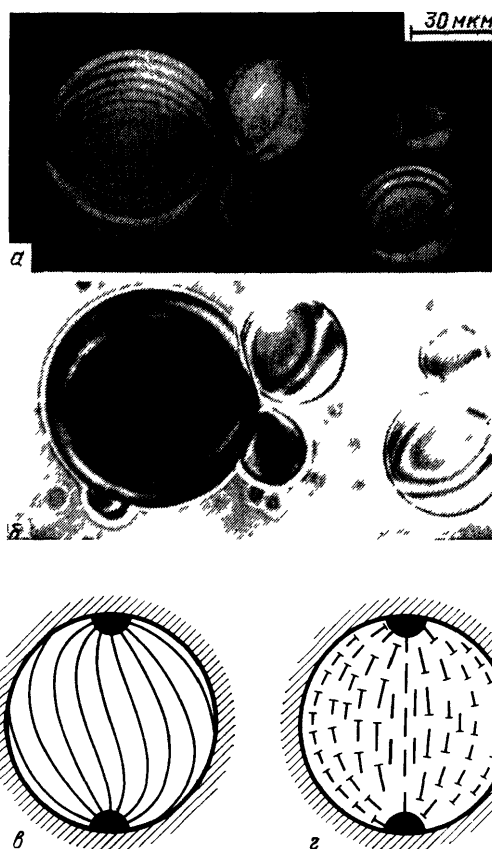


Рис 12 Закрученная биполярная структура одноосного НЖК в сферической капле.

a, б — Микрофотографии каплей при скрещенных и кососкрещенных николях. *в* — Распределение поля директора на поверхности капли. *г* — Распределение молекул в меридиональном сечении

капли этот угол уменьшается до нуля^{128,86}. При переходе исчезает зеркальная симметрия буджумов. Описанная структура с кручением наблюдалась экспериментально (рис. 12) и представляет собой простой пример возникновения закрученности одноосного НЖК в равновесном состоянии, не связанной с присутствием хиральных примесей. При этом закрученность распространяется не в одном, как в обычном ХЖК, а в двух направлениях, как в голубых фазах (см. раздел 5).

3.3.3. Дисклинации на поверхности

Согласно¹²⁵ поверхностные дисклинации, наблюдающиеся, например, на границе каплей НЖК, описываются элементами относительной гомотопической группы $\pi_1(\mathcal{H}_N, \tilde{\mathcal{H}}_N)$. Для НЖК с непрерывно вырожденными граничными условиями⁸⁶

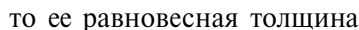
$$\begin{aligned} \pi_1(\mathcal{H}_N, \tilde{\mathcal{H}}_N) &= \pi_1(\mathcal{H}_N) = Z_2, \quad \text{если } \alpha_0 \neq \frac{\pi}{2}, \\ &= 0, \quad \text{если } \alpha_0 = \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

Большинство работ по экспериментальному изучению и расчету энергетических параметров поверхностных дисклинаций в обычных ^{51,83,86,129—136} и полимерных ¹⁰⁷ НЖК посвящено изучению линий при тангенциальных граничных условиях в плоских кюветах ^{51,96,129—132,135}. Устойчивость их в данном случае обеспечивается натиранием подложек в одном направлении, что сужает пространство вырождения \tilde{R}_N на поверхности до одной точки. Общей особенностью поверхностных дисклинаций является наличие широкого несингулярного ядра, размер ρ которого связан со значением энергии сцепления W ^{130,132}:

что позволяет экспериментально оценить величину $\mathbf{H}^{431,135}$. Наличие не-сингулярного ядра понятно уже из того, что любую дисклинацию на по-верхности можно дополнить виртуальной дисклинацией до линии с $m = 1$ ¹³². Эти выводы сохраняются для поверхностных дисклинаций и в случае наклон-ных условий на границе НЖК с твердой подложкой¹³³, изотропной матри-цей^{83,84,126} и воздухом⁵.

3.4.1. Планарные солитоны

директор будет поворачиваться на 180° (рис. 13). Толщина стенки фиксирована и определяется балансом энергии упругих искажений и энергии взаимодействия молекул с поверхностью капилляра. Если записать энергию стенки в виде



где d — толщина капилляра. Такие стенки с неоднородным несингулярным распределением директора принято называть планарными солитонами^{38,24} топологического типа. Помимо устойчивости и сохранения характерного размера, топологические солитоны обладают нетривиальными значениями топологических зарядов. Действительно, рассмотрим отображение линии γ , прошивающей стенку, в пространство вырождения НЖК (см. рис. 13). Концы

линии отображаются в антиподальные тождественные точки $\mathbf{n} = \pm \mathbf{h}$ на S^2/Z_2 , а сама линия γ — в замкнутый контур $\Gamma_{1/2}$, соединяющий эти точки. Такой контур нестягиваем в точку никакими непрерывными преобразованиями, что и определяет топологическую устойчивость планарного солитона.

В общем случае классы гомотопных отображений линии γ , прошивающей солитон, образуют относительную гомотопическую группу $\pi_1(\mathcal{R}, \tilde{\mathcal{R}})$, где $\tilde{\mathcal{R}}$ — область возможных значений параметра порядка вдали от ядра солитона, суженная по сравнению с \mathcal{R} из-за дополнительного взаимодействия (внешнего поля, граничных условий и т. д.)^{38,24}. Если \mathcal{R} состоит из одной точки, как в рассматриваемом случае, группа $\pi_1(\mathcal{R}, \tilde{\mathcal{R}})$ совпадает с абсолютной группой $\pi_1(\mathcal{R})$. Следовательно, солитонные стенки в НЖК находятся во взаимно однозначном соответствии с породившими их дисклинациями и описываются той же группой $\pi_1(S^2/Z_2) = Z_2$; планарному солитону можно приписать заряд той дисклинации, на которой он обрывается.

В конденсированных средах возможно существование плоских стенок другой природы, обусловленных несвязностью пространства $\tilde{\mathcal{R}}$. При несвязном $\tilde{\mathcal{R}} : \pi_1(\mathcal{R}, \tilde{\mathcal{R}})$ уже не является группой, и переходные слои между областями, характеризуемыми различными несвязными компонентами $\tilde{\mathcal{R}}$, являются доменными стенками типа стенок Блоха и Нееля, которые Минеев предложил называть «классическими доменными стенками», чтобы отличать их от стенок-солитонов, заканчивающихся на линейных дефектах²⁴. Это терминологическое отличие имеет физическую основу: для устранения стенки, связанной с линейной особенностью, достаточно создать в плоскости стенки кольцо дисклинации, которое, расширяясь, «съедает» стенку; в то же время для устранения классической стенки необходимо преодолеть значительно больший энергетический барьер и провести преобразования параметра порядка во всем полупространстве по одну сторону от стенки²⁴.

Солитоны, описываемые группой $\pi_1(S^2/Z_2) = Z_2$, были известны в НЖК задолго до развития гомотопической классификации. Так, конфигурации, изображенные на рис. 13, представляют собой не что иное, как инверсные стенки первого типа, изученные в деталях Нейрингом, Саупе⁹⁶ и другими³⁶. Они содержат не только дисклинации с $m = \pm 1/2$, но и центры с $m = \pm 1$. Плеченные солитоны возникают и в образцах, помещенных в магнитное^{137–143} или электрическое^{143,144} поле, и представляют собой переходные слои между двумя различным образом ориентированными областями (параллельно и антипараллельно полю) в эффекте Фредерикса. Если стенка образует замкнутую петлю, то согласно теории Брошар¹³⁸ ее форма должна быть эллиптической, причем по соотношению осей можно определить соотношение упругих констант, что и выполнил для термотропного НЖК Леже¹³⁹.

В теории Брошар рассматривались стенки с деформацией изгиба, однако, как показали недавние исследования, в общем случае следует учитывать и деформации кручения¹⁴¹, которые приводят к экспериментально наблюдаемым особенностям стенок в лиотропных НЖК¹⁴².

3.4.2. Линейные солитоны

Подобно тому, как дисклинация во внешнем поле способна породить планарный солитон, так и точечный дефект способен породить линейный солитон (рис. 14). Линейные солитоны описываются относительной группой $\pi_2(\mathcal{R}, \tilde{\mathcal{R}})$; в случае НЖК, помещенного во внешнее магнитное поле, ориентирующее директор вдоль поля, $\pi_2(\mathcal{R}_N, \tilde{\mathcal{R}}_N) = \pi_2(\mathcal{R}_N) = \pi_2(S^2/Z_2) = Z$, и их классификация совпадает с классификацией ежей^{6,38}. Отметим, что ядро линейного солитона может содержать точечные сингулярности, отличные

от сингулярности, на которой обрывается солитон¹⁴⁵. Экспериментально линейные солитоны можно было бы обнаружить, помещая каплю НЖК с ежом в центре во внешнее магнитное поле. Нам известна лишь одна подобная

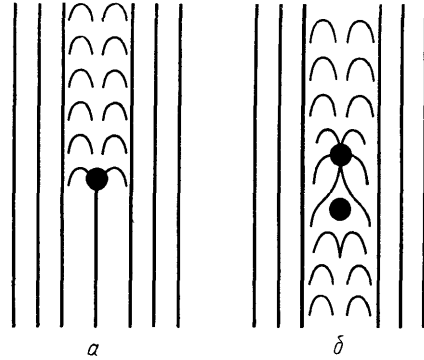


Рис. 14. *a* — Линейный солитон в одноосном НЖК, возникающий на еже с $N = 1$ в присутствии магнитного поля²⁴. *б* — Уничтожение солитона за счет рождения и разведения пары ежей с $N = 1$ и $N = -1$ ²⁴

постановка эксперимента⁸³, однако результатом явилось образование не солитона, а кольцевой дисклинации.¹

3.4.3. Частицеподобные солитоны

Распределение параметра порядка в частицеподобных солитонах зависит от всех трех пространственных координат. Они описываются группой $\pi_3(\tilde{\mathcal{H}}, \mathcal{H})$ гомотопических классов отображений трехмерного шара D^3 , содержащего солитон, в пространство \mathcal{H} , причем граница шара, сфера σ , отображается в суженное пространство $\tilde{\mathcal{H}}$ ^{6,24}. Если $\tilde{\mathcal{H}}$ состоит из одной точки, то частицеподобные солитоны описываются группой $\pi_3(\tilde{\mathcal{H}})$. Для НЖК $\pi_3(S^2/Z_2) = Z$ и частицеподобный солитон представляет собой неоднородное распределение поля директора, локализованное в области конечных размеров, вне которой распределение однородно²⁴. Такие солитоны, как правило, неустойчивы по отношению к уменьшению размера и последующему исчезновению на масштабах, меньших длины когерентности ξ . Действительно, уменьшение размера солитона $L \rightarrow L\mu$ ($\mu < 1$) влечет за собой увеличение плотности упругой энергии солитона в $1/\mu^2$ раз и уменьшение его объема в μ^3 раз, так что общая упругая энергия уменьшается^{24,26,146}: $F \rightarrow F\mu$. Стабилизации частицеподобных солитонов может способствовать какое-либо дополнительное взаимодействие, в частности спиральная закрученность структуры¹⁴⁶ (см. в связи с этим работу¹⁴⁷ о роли солитонов в переходе НЖК — ХЖК).

Очень интересный экспериментальный результат, подтверждающий наличие в ЖК топологически устойчивых структур, описываемых группой $\pi_3(S^2/Z_2) = Z$, был получен Булиганом^{148,149}. В слабозакрученной нематико-холестерической смеси Булиган наблюдал две однократно зацепленные кольцевые несингулярные дисклинации силы $m_1 = m_2 = 1$, каждая из которых сама по себе топологически неустойчива, из-за чего все точки ядра дисклинации отображаются в одну точку пространства вырождения S^2/Z_2 . Как удалось показать, при переходе от одного кольца к другому директор претерпевает поворот на 180° и кольца можно представить как прообразы двух диаметрально противоположных точек на сфере S^2 (директор \mathbf{n} в отсутствие сингулярностей в конфигурации можно заменить вектором \mathbf{n}'). Ясно, что перевести конфигурацию в однородное состояние невозможно из-за того, что кольца сцеплены: при попытке расцепить кольца они должны пересечь друг друга и в конфигурации возникнут сингулярности. Степень зацепления колец, равная в данном случае единице, совпадает с инвариантом Хопфа, являющегося элементом группы $\pi_3(S^2/Z_2) = Z$. Таким образом, устойчивость конфигурации в целом гарантируется сохранением инварианта Хопфа.

4. ДВУОСНЫЕ НЕМАТИКИ

Двуосная нематическая фаза обнаружена экспериментально совсем недавно — в лиотропных системах, как промежуточная между одноосными цилиндрической и дискотической фазами^{110,150,151}. Структурные единицы таких сред, мицеллы, по-видимому, имеют симметрию параллелепипеда, или, другими словами, симметрию точечной группы D_2 . Параметром порядка является тройка директоров $\mathbf{l} \equiv -\mathbf{l}$, $\mathbf{n} \equiv -\mathbf{n}$, $[\mathbf{n}, \mathbf{l}] \equiv -[\mathbf{l}, \mathbf{n}]$, что соответствует ориентационной упорядоченности как длинных, так и коротких осей мицелл. Следовательно, пространство вырождения двуосного НЖК — это пространство $SO(3)$ вращений тройки \mathbf{l} , \mathbf{n} , $[\mathbf{n}\mathbf{l}]$, профакторизованное по точечной группе D_2 вращений на углы $\pm 180^\circ$ вокруг направлений \mathbf{l} , \mathbf{n} , $[\mathbf{n}\mathbf{l}]$ ¹⁴:

$$R_{bx} = SO(3)/D_2, \quad (4.1)$$

или, что то же самое, поскольку $SO(3) = S^3/Z_2$,

$$R_{bx} = S^3/Q, \quad (4.2)$$

где S^3 — трехмерная сфера в четырехмерном пространстве, Q — группа кватернионных единиц $\{1, -1, i, -i, j, -j, k, -k\}$ со следующими правилами умножения:

$$ij = -ji = k, \quad jk = -kj = i, \quad ki = -ik = j, \quad ii = jj = kk = -1. \quad (4.3)$$

Таким образом, пространство вырождения двуосного НЖК есть сфера S^3 , каждая точка которой имеет 7 себе эквивалентных, получающихся инверсией и поворотами на $\pm 180^\circ$ тройки \mathbf{l} , \mathbf{n} , $[\mathbf{n}\mathbf{l}]$.

4.1. Д и с к л и н а ц и и

4.1.1. Процессы слияния—распада и зацепления

Фундаментальная группа, описывающая дисклинаций в двуосном НЖК¹⁴,

$$\pi_1(S^3/Q) = Q, \quad (4.4)$$

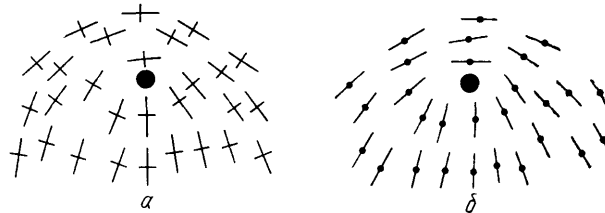
некоммутативна и состоит из пяти классов сопряженных элементов. Из-за этого свойства дисклинаций в двуосном НЖК резко отличаются от свойств дисклинаций в одноосном НЖК. Среди них следует различать уже не один, а пять классов топологически устойчивых линий, которые соотносятся с пятью классами сопряженных элементов группы Q ^{6,14}:

$$C_0 = \{1\}, \quad \bar{C}_0 = -\{1\}, \quad C_x = \{i, -i\}, \quad C_y = \{j, -j\}, \quad C_z = \{k, -k\}. \quad (4.5)$$

Соответственно топологический заряд может принимать значения 1; -1; $(i, -i)$; $(j, -j)$, $(k, -k)$ с правилами умножения (4.3). Строение различных

Рис. 15. Распределение полей директоров \mathbf{l} (длинные черточки) и \mathbf{n} (короткие) для дисклинаций различных типов в двуосном НЖК.

Показаны сечения плоскостью, перпендикулярной к оси дисклинаций. *a* — Дисклинация силы $m = 1/2$, сингулярная как в поле \mathbf{l} , так и в поле \mathbf{n} (класс C_x). *б* — Дисклинация с $m = 1/2$, сингулярная лишь в поле \mathbf{l} (класс C_y)



дисклинаций приведено на рис. 15. Аналогично ситуации с дисклинациями в одноосном НЖК, классификация дефектных линий в двуосном НЖК дается не только элементом группы кватернионных единиц Q , но и силой m , которая может быть целой или полуцелой. В единственном эксперименте, посвящен-

ном дефектам в двуосном НЖК, как раз и наблюдались дисклинации с $m = 1/2$ ¹⁵².

Следует особо подчеркнуть, что пять классов дисклинации соотносятся именно с классами элементов группы Q , а не с самими элементами. Действительно, дисклинации, соответствующие различным элементам, например k и $-k$ одного и того же класса C_2 , можно перевести друг в друга непрерывными преобразованиями, что означает их топологическую эквивалентность. Естественным следствием этого является то обстоятельство, что слияние и распад дисклинации в двуосном НЖК подчиняется правилам перемножения именно классов элементов, а не самих элементов^{14,22}. Результаты такого

	c_0	\bar{c}_0	c_x	c_y	c_z
C_0	C_0	\bar{C}_0	C_x	C_y	C_z
\bar{C}_0	\bar{C}_0	C_0	C_x	C_y	C_z
C_x	C_x	C_x	C_0 или \bar{C}_0	C_z	C_y
C_y	C_y	C_y	C_z	C_0 или \bar{C}_0	C_x
C_z	C_z	C_z	C_y	C_x	C_0 или \bar{C}_0

перемножения²² даны таблицей. Если происходит слияние двух дисклинации, относящихся к двум различным классам группы Q , то образуется дисклинация, относящаяся к классу-произведению первых двух. Результат слияния дисклинации одного и того же класса из числа C_x, C_y, C_z неоднозначен: может образоваться либо однородное распределение (класс C_0), либо дисклинация из класса \bar{C}_0 — в зависимости от пути слияния относительно других дефектных линий в системе.

Неоднозначность результатов перемножения классов группы Q проявляется и при распаде дефектов. Так, любая дисклинация из классов $C_x, C_y,$

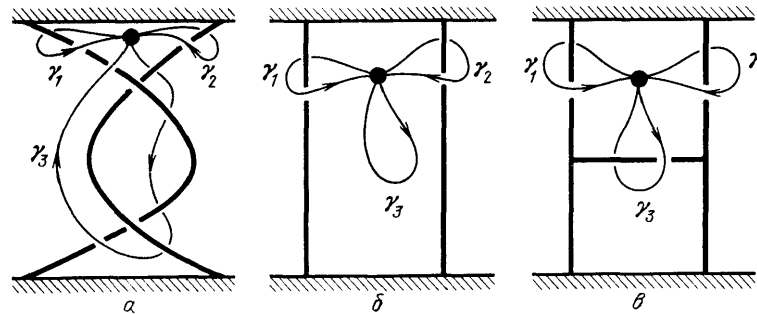


Рис. 16. Зацепление дисклинации в двуосном НЖК (см. текст)

C_z способна катализировать исчезновение любой дисклинации из класса \bar{C}_0 . Для этого достаточно расщепить последнюю на две, не принадлежащие классу линии-катализатора, а затем опять свести их вместе вдоль путей, проходящих по разные стороны от катализатора.

Указанные особенности слияния и распада дисклинации являются следствием некоммутативного характера группы Q . Еще одним следствием этого являются особенности процессов зацепления дисклинации в двуосных НЖК^{10,14,22,153–155}, к рассмотрению которых мы теперь и перейдем.

На рис. 16, а изображены две сцепленные друг с другом дисклинации. Вопрос заключается в том, переводятся ли они непрерывными изменениями поля параметра порядка в расцепленную конфигурацию (рис. 16, б), если потребовать, чтобы концы дисклинации оставались несмещенными.

Для нахождения ответа проведем из точки P реального пространства три контура $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ (см. рис. 16), образами которых в пространстве вырождения будут контуры $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$. Очевидно, что расщепление дефектов возможно лишь в том случае, если контур Γ_3 гомотопен нулю. Если это не так, то разведение дисклинаций приведет к возникновению в среде своеобразного следа в виде третьей дисклинаций (рис. 16, в). Результат зависит от природы зацепленных дисклинаций. Действительно, можно показать^{11, 22}, что контур Γ_3 гомотопен произведению $\Gamma_1\Gamma_2\Gamma_1^{-1}\Gamma_2^{-1}$; элемент такого вида называют коммутатором в фундаментальной гомотопической группе. Для абелевых групп коммутатор всегда совпадает с единичным элементом, так как $\Gamma_1\Gamma_2 = \Gamma_2\Gamma_1$. Для неабелевых групп это не так; в частности, для группы Q контур Γ_3 может принадлежать либо к классу $C_0(\Gamma_1\Gamma_2\Gamma_1^{-1}\Gamma_2^{-1} = 1)$, либо к классу $\bar{C}_0(\Gamma_1\Gamma_2\Gamma_1^{-1}\Gamma_2^{-1} = -1)$. Вторая ситуация соответствует зацеплению двух дисклинаций, принадлежащих к различным классам из числа C_x, C_y, C_z . Поэтому после протаскивания линий друг через друга они оказываются связанными дисклинацией из \bar{C}_0 . Поскольку увеличение длины дисклинаций-перемычки требует увеличения упругой энергии, то, как отметил Тулуз¹⁴, двуосный НЖК должен проявлять своеобразную «топологическую жесткость» при механических деформациях.

Рассмотренное однократное зацепление обобщено для p -кратного¹⁵⁴. Оказывается, все $2p$ -кратные зацепления в двуосном НЖК сводятся к конфигурации, изображенной на рис. 16, б, а все $(2p + 1)$ -кратные — к конфигурации, изображенной на рис. 16, в. Обобщенное исследование зацеплений дефектов различной мерности проведено Поэнару и Тулузом¹⁵³, а также Монастырским и Ретахом¹⁵⁵.

4.1.2. Дисклинации при фазовых превращениях

Из имеющихся экспериментальных данных^{110, 150–152} известно, что двуосная нематическая фаза возникает в лиотропных системах как промежуточная между двумя одноосными. Переходы происходят при изменении концентрации и (или) температуры. Возникает вопрос, как при этом меняется набор топологических дефектов в системе. На примере перехода двуосный — одноосный НЖК с цилиндрическими структурными единицами (пространство вырождения S^3/Q преобразуется в S^2/Z_2) такую задачу рассмотрел Требин²⁶. Пусть в двуосном НЖК имеется дисклинация. Будем считать, что при фазовом переходе в каждой точке такой неоднородной системы (кроме ядра дефекта) параметр порядка преобразуется так же, как и в однородной среде. Охватим дисклинацию контуром γ , образ которого в пространстве S^3/Q обозначим Γ . Контур Γ при фазовом переходе преобразуется в контур Γ^1 из пространства S^2/Z_2 . Очевидно, что если контур Γ^1 гомотопен нулю, то пробная дисклинация после фазового перехода станет топологически неустойчивой. В целом неустойчивыми станут все те дисклинаций, которые соответствуют элементам группы $\pi_1(S^3/Q)$, переходящим в единичный элемент группы $\pi_1(S^2/Z_2)$, т. е. принадлежащим ядру гомоморфизма

$$\pi_1(S^3/Q) \rightarrow \pi_1(S^2/Z_2). \quad (4.6)$$

Ядру гомоморфизма (4.6) в рассматриваемом переходе соответствуют дисклинаций из классов \bar{C}_0 и C_x . Следовательно, в процессе перехода в каламитик они теряют топологическую устойчивость и могут непрерывно исчезнуть. Что касается дисклинаций из классов C_y и C_z , то они переходят в топологически устойчивые дисклинаций с $m = \pm 1/2$.

Во втором переходе двуосный — одноосный дискотический НЖК дисклинаций из класса C_x уже сохраняются, но исчезают дисклинаций из C_y . Это свойство полезно помнить при экспериментальной идентификации дисклинаций по принадлежности к классам группы кватернионных единиц Q .

Правила превращений дисклинаций при обратном направлении перехода, из одноосной в двуосную фазу, легко выводятся из рассмотренного выше. Менее тривиальной выглядит задача о превращении точечных дефектов. Действительно, в объеме одноосного НЖК могут находиться ежи. В двуосном НЖК, поскольку $\pi_2(S^3/Q) = 0$, такие дефекты не существуют. Во что же тогда превращаются ежи? Оказывается, они перестают быть изолированными и превращаются в монополи — точечные центры, из которых исходят дефекты более высокой размерности — дисклинаций²⁶. Подобный эффект впервые предсказывался для сверхтекучего $^3\text{He-A}$ ¹¹⁷ и для СЖК¹⁵⁶. Экспериментальное подтверждение имеется для перехода СЖКА — СЖКС в сферической капле, где точечный еж заменяется монополем с одной или двумя дисклинациями¹⁵⁷ (см. также раздел 6.3). В двуосных НЖК, однако, монополи должны быть нестабильными, так как их устойчивость в конденсированных средах обусловлена одномерной трансляционной упорядоченностью, которой двуосные НЖК не обладают. Следует ожидать поэтому, что монополи, образуемые из ежей в двуосном НЖК, будут уходить на поверхность системы (за счет сокращения связанных с ними дефектных линий) и превращаться в буджумы — точечные поверхностные сингулярности.

4.2. Буджумы

Существование буджумов в двуосном НЖК обусловлено нетривиальностью относительной гомотопической группы $\pi_2(S^3/Q, \tilde{\mathcal{H}}_{\text{bx}})$, которая, как следует из¹²³, изоморфна ядру гомоморфизма

$$\pi_1(\tilde{\mathcal{H}}_{\text{bx}}) \rightarrow \pi_1(S^3/Q) \quad (4.7)$$

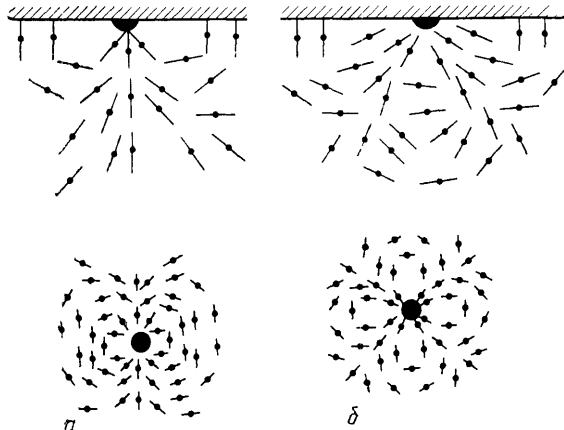


Рис. 17. Буджумы в двуосном НЖК.

Вверху — распределение поля \mathbf{l} в сечении вертикальной плоскостью вдоль оси симметрии, внизу — распределение поля \mathbf{p} на поверхности НЖК. a — Будзум с $m_n = 2$. b — Будзум с $m_n = 4$

($\tilde{\mathcal{H}}_{\text{bx}}$ — пространство вырождения двуосного НЖК на поверхности). Стало быть, задача топологической классификации буджумов сводится к нахождению пространства $\tilde{\mathcal{H}}_{\text{bx}}$, вид которого зависит от граничных условий, и к вычислению ядра гомоморфизма (4.7).

Пусть, например, директор \mathbf{l} ориентирован перпендикулярно к поверхности,

а директор \mathbf{n} лежит в плоскости поверхности. Тогда $\tilde{\mathcal{H}}_{\text{bx}} = S^1/Z_2$ и

$$\text{kern}(\pi_1(S^1/Z_2) \rightarrow \pi_1(S^3/Q)) = 2Z = \{0, \pm 2, \pm 4, \dots\}, \quad (4.8)$$

что означает существование топологически устойчивых буджумов с зарядом m_n , кратным двум (рис. 17). Заряд m_n есть число оборотов директора \mathbf{n} при обходе вокруг дефекта по расположенному на границе замкнутому контуру.

Необходимо также задать топологический заряд N_l , характеризующий распределение поля \mathbf{l} и определяемый как степень отображения полусферы $\tilde{\sigma}$, окружающей будзум, на сферу S^2 возможных ориентации \mathbf{l} в объеме:

$$N_l = \frac{1}{4\pi} \int_{\tilde{\sigma}} \mathbf{l} \left[\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial \theta} \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial \varphi} \right] d\theta d\varphi = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.9)$$

Несколько сложнее выглядит классификация буджумов в двуосном НЖК при наклонных конических граничных условиях. Кроме целочисленных зарядов, необходимо задать еще и непрерывные, зависящие от граничных условий, аналогично ситуации с одноосным НЖК (см. раздел 3.3).

Экспериментальных подтверждений существования буджумов в двуосных НЖК пока нет. Изолированный буджум с $m = 2$, $N = 1$ в силу теорем Пуанкаре и Гаусса должен наблюдаться в сферических каплях двуосного нематика. Интересно, что при изменении граничных условий динамика дефектов в такой капле ограничивается одним и тем же буджумом²⁷.

5. ХОЛЕСТЕРИКИ

Холестерик в равновесии обладает структурой, в которой директор \mathbf{n} , описывающий ориентацию длинных осей молекул, закручен в спираль:

$$\mathbf{n}(\mathbf{r}) = \mathbf{n}(\mathbf{r}_0) \cos \left[\frac{2\pi}{P} \mathbf{l}(\mathbf{r}_0) (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \right] + [\mathbf{l}(\mathbf{r}_0) \mathbf{n}(\mathbf{r}_0)] \sin \left[\frac{2\pi}{P} \mathbf{l}(\mathbf{r}_0) (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \right]$$

(\mathbf{l} — единичный директор оси спирали, P — шаг спирали); как и в двуосном НЖК, параметр порядка имеет вид тройки \mathbf{l} , \mathbf{n} , \mathbf{nl} , а пространство вырождения⁶ $\mathcal{R}_{\text{ch}} = S^3/Q$.

Вывод этот справедлив лишь для масштабов, много больших шага спирали ХЖК; для масштабов, сравнимых с шагом спирали, или меньших

$$\mathcal{R}_{\text{ch}} = \mathcal{R}_N = S^2/Z_2.$$

Классификация дефектов в ХЖК в крупномасштабном приближении из-за совпадения пространств вырождения совпадает с классификацией дефектов в двуосных НЖК⁶: точечных особенностей — едей нет, а дисклинации описываются пятью классами $C_0, \bar{C}_0, C_x, C_y, C_z$ сопряженных элементов группы кватернионных единиц Q . Первые три класса описывают линейные дефекты, лишенные сингулярностей в распределении поля \mathbf{n} , поскольку принадлежат ядру гомоморфизма¹⁵⁸ $\pi_1(S^3/Q) \rightarrow \pi_1(S^2/Z_2)$. Размер ядра таких дефектов сравним с величиной шага спирали ХЖК. Два других класса, C_y и C_z , описывают дисклинации с сингулярным ядром, размеры которого порядка молекулярных (или, как и в случае дисклинации с сингулярным ядром в одноосном НЖК, несколько больше).

При описании дефектов в ХЖК принято пользоваться давно установившейся терминологией Клемана и Фриделя¹⁵⁹, согласно которой различают три типа дисклинации: $\lambda(m)$, $\tau(m)$ и $\chi(m)$. Распределение их по классам группы кватернионных единиц Q выглядит следующим образом⁶:

$$\begin{aligned} C_0: & \lambda(2p), \tau(2p), \chi(2p), \\ \bar{C}_0: & \lambda(2p+1), \tau(2p+1), \chi(2p+1), \\ C_x: & \lambda\left(p + \frac{1}{2}\right), C_y: \tau\left(p + \frac{1}{2}\right), C_z: \chi\left(p + \frac{1}{2}\right); \\ & p — \text{целое} \end{aligned}$$

(в скобках обозначена сила дисклинации). При этом в λ -линиях длинные оси молекул параллельны оси дисклинации, в τ — перпендикулярны (несингулярные и сингулярные ядра соответственно) (рис. 18). В обоих случаях ось спирали \mathbf{l} всегда перпендикулярна оси дефекта. В отличие от λ - и τ -линий, χ -линии могут ориентироваться под различными углами к \mathbf{l} .

Экспериментальным исследованиям дисклинации в ХЖК, их поведения во внешних полях посвящена обширная литература^{11, 44, 53, 72, 81, 106, 148, 159–171}. В большинстве из этих работ рассматриваются χ -линии (сингулярные — силы $\pm 1/2$ и несингулярные — силы ± 1) в плоских текстурах клина Кано, которые ориентированы перпендикулярно оси спирали \mathbf{l} . Расчеты

энергии таких дисклиний приведены в ¹⁷². Как правило, χ -линии в клине Кано диссоциируют на дисклинационные пары $\lambda\lambda$, $\lambda\tau$ и $\tau\tau$.

Неспаренные λ - и τ -дисклинации силы $\pm 1/2$ наблюдаются в другой геометрии опытов — в текстурах «отпечатков пальцев». Чаше возникают λ -линии, из-за несингулярного строения ядра они обладают меньшей энергией. Необычный результат здесь был недавно получен Ливолан ¹⁷³, которая изучала холестерические структуры ДНК в хромосомах водорослей группы динофлагеллят, полученных *in vitro* и *in vivo* *). Как и в текстурах отпечатков

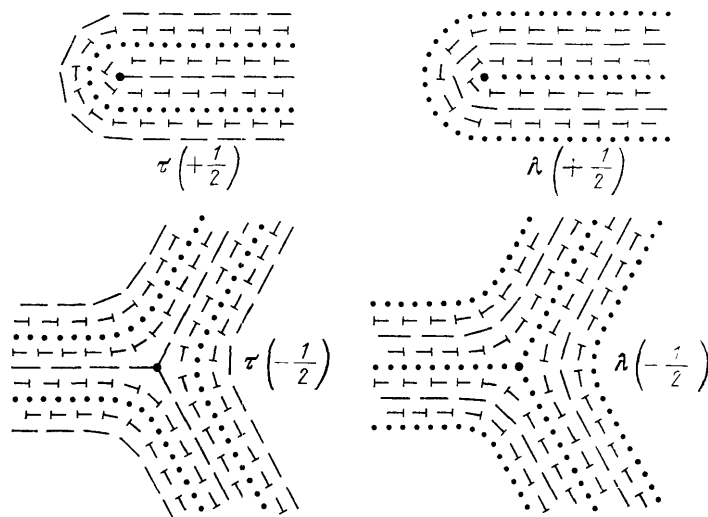


Рис. 18. Дисклиний λ и τ в ХЖК ¹⁵⁹

пальцев, наблюдались λ - и τ -линии. Удивительным оказалось то, что «живые» хромосомы содержали только τ -дисклинации, а «неживые» — только λ .

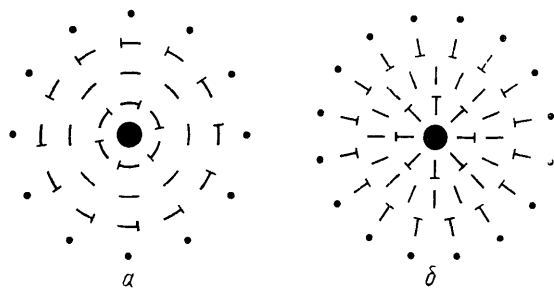


Рис. 19. Модели пузырьковых доменов в ХЖК

По-видимому, в основе этого отличия лежат энергетические причины. Отметим также, что λ -линии силы $m = 1$ могут содержаться в пузырьковых доменах, которые возникают в ХЖК под действием различных внешних полей (температурного, ультразвукового, электрического ¹⁷⁷⁻¹⁸⁰).

Простая модель такого домена с $\lambda (+1)$ -дисклинией.

предложенная Акахане и Тако ¹⁸¹, изображена на рис. 19, а

и, по существу, является переносом модели Клэди и Клемана ¹⁸² структуры полосовых доменов на структуру пузырьковых доменов. Однако, как недавно показали эти же авторы, основываясь на данных не только поляризационной, но также голографической и интерференционной микроскопии, более адекватна экспериментальным данным модель, изображенная на рис. 19, б ¹⁸³.

Рассмотрим теперь дисклинации, ось которых совпадает с осью спирали, — вертикальные χ -линии. Наиболее полно изучены свойства $\chi (+1)$ -линий с $m = 1$ ^{11, 53, 81, 161, 163, 165-167, 170-171}. Модель ядра такой дисклинации, как

*) По своему строению эти хромосомы напоминают капли обычных ХЖК ¹⁷³⁻¹⁷⁵, и, возможно, известный для последних эффект деления ¹⁷⁵ способен служить отправной точкой при изучении механизма деления хромосом. Интересно отметить, что существует дисклинационная модель такого деления ¹⁷⁶.

следует из поляризационно-микроскопических наблюдений, обладает следующими особенностями (рис. 20):

- а) молекулы в ядре ориентированы вдоль оси дефекта;
- б) размер ядра сравним с величиной шага спирали ХЖК;
- в) в ядре возможно появление точечных и линейных особенностей.

Изолированная $\chi (+1)$ -дисклинация, как правило, имеет прямую форму. Однако две спаренные $\chi (+1)$ -дисклинации всегда находятся в закрученном состоянии из-за спиральной закрученности самой среды. При этом взаимное отталкивание стремится увеличить расстояние между ними, однако из-за ненулевого линейного натяжения дисклинаций геликоидальная конфигурация остается стабильной⁹⁹. Если же дисклинаций имеют неодинаковую силу и, следовательно, неодинаковые значения линейного натяжения, то одна из них (с большим натяжением) остается прямой, а другая обвивает первую, что действительно наблюдалось экспериментально для различных ситуаций: для пары $\chi (+1)$, $\chi (-1)$ ^{163,165} и для системы из одной $\chi (+2)$ и двух $\chi (-1/2)$ дисклинаций⁷².

Во многих веществах в узком температурном интервале ($\sim 1^\circ\text{C}$) между изотропной и холестерической фазами существует одна или несколько промежуточных фаз, носящих название голубых (см. обзор¹⁸⁴). Экспериментально установлено, что так называемые I и II голубые фазы имеют периодическую кубическую структуру. В частности, об этом свидетельствуют микрофотографии¹⁸⁵ монокристаллов I голубой фазы, на которых отчетливо видны винтовые дислокации, возникшие в процессе роста монокристалла из расплава. Однако наиболее интересным является то, что сама решетка этих фаз есть, по-видимому, не что иное, как периодическая сеть дисклинаций. Дело в том, что в общем случае хиральные молекулы не обязаны образовывать структуру, закрученную лишь в одном направлении, как в обычном ХЖК: локально более выгодна закрученность в двух направлениях (см. рис. 12). Однако двойная закрученность не может распространяться непрерывным образом на большие объемы. Из-за этого в системе и возникает решетка сингулярностей в виде дисклинаций силы $m = -1/2$, стабильная при определенном соотношении параметров системы (подробнее см. обзор¹⁸⁴),

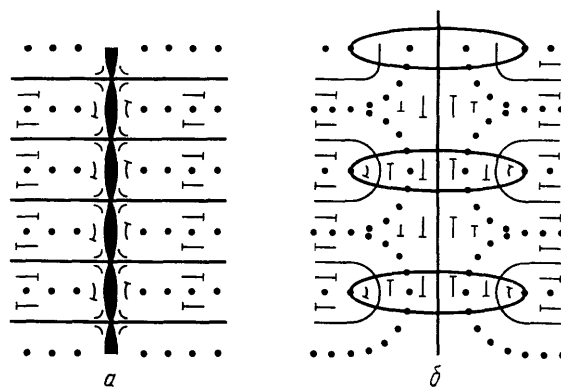


Рис. 20. Вертикальная $\chi (+1)$ -дисклинация в ХЖК, содержащая точечные (а) и линейные кольцевые (б) дефекты в ядре¹⁶⁷

6. СМЕКТИЧЕСКИЕ ФАЗЫ А И С

Главной отличительной особенностью смектических жидких кристаллов (СЖК), состоящих из стержнеобразных молекул, является их слоистая упорядоченность. Функция плотности СЖК А и С типов, в отличие от НЖК и ХЖК, модулирована вдоль нормали к слоям с периодом порядка длины молекулы $u \sim 10^{-8}$ м. В пределах каждого слоя плотность постоянна, а молекулы ориентированы либо нормально к слою (СЖКА), либо наклонно (СЖКС). Подобные типы упорядочения распространены не только в термотропных, но и в лиотропных и биологических системах (ламеллярные структуры, мембраны и т. п.)^{17,88}.

Ориентационное упорядочение СЖКА, как и одноосного НЖК, описывается директором \mathbf{n} . Кроме того, необходимо учитывать и трансляционную упорядоченность вдоль нормали к слоям. Для нахождения пространства вы-

рождения СЖКА можно воспользоваться общим рецептом (2.4); как показали Клеман и Мишель¹⁵⁶,

$$\mathcal{H}_A = R^3 \times \text{SO}(3)/(R^2 \times Z) \square D_{\infty h}. \quad (6.1)$$

Аналогично для СЖКС

$$\mathcal{H}_C = R^3 \times \text{SO}(3)/(R^2 \times Z) \square C_{2h}. \quad (6.2)$$

Ориентационную часть параметра порядка СЖКС следует выбирать в виде тройки $\mathbf{n}, \boldsymbol{\tau}, [\boldsymbol{\tau}\mathbf{n}]$, где $\boldsymbol{\tau}$ — единичный вектор, задающий ориентацию проекций молекул в плоскости слоя, \mathbf{n} — нормаль к слою¹⁸⁶.

Известны также хиральные СЖКС*, у которых направление длинных осей молекул прецессирует вокруг нормали к слоям. Симметрия фазы при этом понижается до группы C_2 и $\mathcal{H}_{C*} = R^3 \times \text{SO}(3)/(R^2 \times Z) \square C_2$.

6.1. Дислокации и дисклинации

Для установления типов топологически устойчивых особых линий в СЖКА и С необходимо вычислить группы $\pi_1(\mathcal{H}_A)$ и $\pi_1(\mathcal{H}_C)$. Ввиду сложности пространств вырождения \mathcal{H}_A и \mathcal{H}_C (см. (6.1), (6.2)) прямой алгебраический подход к вычислениям затруднителен. Воспользуемся поэтому более наглядной геометрической схемой вычисления на примере СЖКА.

Пространство вырождения СЖКА можно представить в виде сплошного тора $(S^2/Z_2) \times S^1$. Вертикальные сечения тора в виде двух кругов представляют собой полусферы S^2/Z_2 , растянутые в диски, точки которых характеризуют ориентацию директора \mathbf{n} . Точки, расположенные вдоль больших окружностей тора, соответствуют точкам вдоль отрезка $[0, u]$, замкнутого в окружность S^1 . В пространстве вырождения $(S^2/Z_2) \times S^1$ существует два типа элементарных негомотопных нулю контуров: Γ_1 , соединяющие диаметрально противоположные точки дисков S^2/Z_2 и описывающие дисклинации, и Γ_2 , охватывающие отверстие тора и описывающие дислокации. Фундаментальная группа пространства вырождения СЖКА $\pi_1((S^2/Z_2) \times S^1)$, следовательно, имеет вид

$$\pi_1(\mathcal{H}_A) = \pi_1(S^1) \times \pi_1(S^2/Z_2) = Z \times Z_2 \quad (6.3)$$

с элементами (b, p) , где b — целое, а p принимает значения 0 или 1. Это предполагает существование в СЖКА одного класса устойчивых дисклинации (элементы (0,1)), бесконечного числа классов дислокаций с различными значениями вектора Бюргерса, кратными u (элементы (6, 0)), а также их комбинаций — дисгираций.

Для СЖКС группу $\pi_1(\mathcal{H}_C)$ легко вычислить, используя соотношение $\mathcal{H}_A = \mathcal{H}_C \cdot S^1$, которое означает, что из-за наклона молекул в слоях СЖКС каждой точке \mathcal{H}_A соответствует в \mathcal{H}_C целое семейство S^1 точек, задающих ориентацию вектора $\boldsymbol{\tau}$ в плоскости слоя. Непосредственное вычисление показывает, что

$$\pi_1(\mathcal{H}_C) = Z \square Z_4, \quad (6.4)$$

где $Z_4 = (I, a, a^2, a^3)$ — группа вычетов по модулю 4 с единичным элементом I .

6.1.1. Дислокации в смектиках A

Как и в обычных кристаллах, в СЖКА выделяют краевые и винтовые дислокации (рис. 21, a и b). Из рис. 21 видно, что дислокации в СЖКА не связаны с сингулярностями поля директора и являются, таким образом, простейшим примером полудефектов. Термин «полудефект» был введен недавно¹⁸⁷ для обозначения таких нарушений упорядоченности, которые свя-

заны с сингулярным распределением не всего параметра порядка, а лишь его части. Так как распределение директора связано с распределением оптической оси, указанная особенность делает прямое наблюдение элементарных дислокаций в СЖКА с помощью светового микроскопа крайне затруднительным. Сравнительно просто наблюдать дислокации или их группы с большими

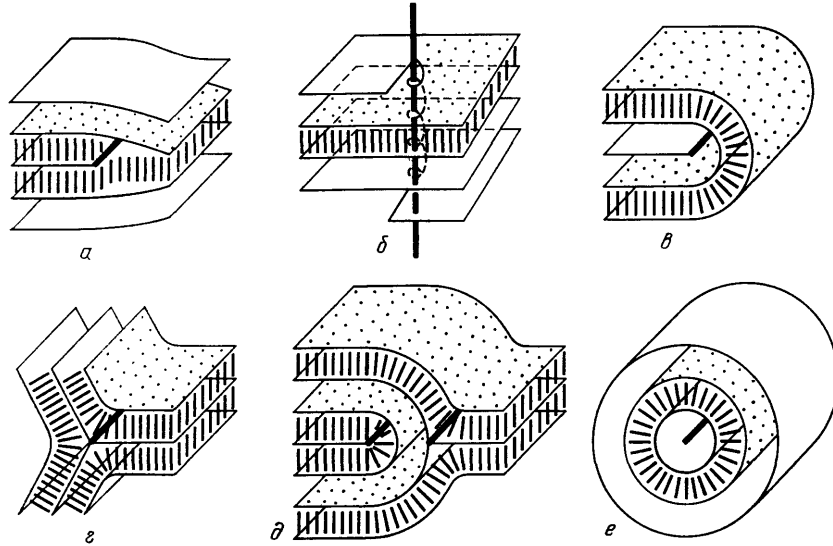


Рис. 21. Дислокации (а, б) и дисклинации (в — е) в СЖК А-типа

векторами Бюргерса^{188,189}; при этом есть основания предполагать, что группы дислокаций входят в состав так называемых маслянистых бороздок^{48,58,59,190}. Однако, несмотря на то, что маслянистые бороздки очень часто встречаются в самых различных слоистых средах, вопрос об их детальном строении остается дискуссионным^{58,59,191,192}. По всей видимости, обилие моделей вызвано самой природой маслянистых бороздок, зависимость их строения от конкретных значений параметров среды.

Для регистрации изолированных элементарных краевых дислокаций в последние годы были разработаны специальные экспериментальные методики^{58,59,193,194}. В термотропных смектиках Майер, Лажуолл и Стеблер

использовали особенности фазового перехода второго рода СЖКА — СЖКС в ячейках формы клина с углом $w \sim 10^{-4}$ рад и нормальной ориентацией молекул у поверхностей (рис. 22)¹⁹³. Геометрия ячейки с необходимостью вела к образованию системы краевых дислокаций, отстоящих друг от друга на расстоянии $w/u \sim 10$ мкм. Идея эксперимента по визуализации дислокаций основывалась на том факте, что локальные напряжения вблизи дефектов в области фазового перехода ($s = \pm u/d$, где d — толщина образца) либо инициируют образование СЖКС ($s > 0$), либо задерживают его ($s < 0$). Действительно, плотность свободной энергии системы, согласно теории Ландау, вблизи точки перехода T_c при наложенном напряжении s имеет вид

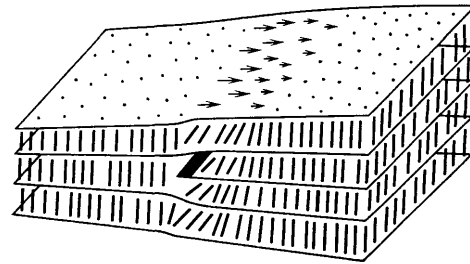


Рис. 22. Фазовый переход СЖКА — СЖКС с участием краевой дислокации в клине

$$f = f_0 + A(T - T_c)\alpha^2 + B\alpha^4 + C\left(s + \frac{1}{2}\alpha^2\right)^2, \quad (6.5)$$

где α — угол наклона молекул к нормали в СЖКС. При понижении температуры до T_c в геометрии рис. 22 слева от дислокации $s < 0$ и сохраняется А-фаза, а справа $s > 0$ и возникает С-фаза. Элементарную краевую дислокацию, разделяющую области А- и С-фаз, легко наблюдать в микроскоп: оптический контраст обеспечивается резким изменением в наклоне молекул (рис. 22).

Сходная геометрия опыта была использована Ченом и Уэббом¹⁹⁴ при исследовании лиотропной ламеллярной фазы L_α (лецитин в водном растворе), структурном аналоге СЖКА. Регистрация элементарных краевых дислокаций осуществлялась благодаря введению в систему флуоресцирующих добавок. Измерение подвижности дислокаций ($q = 10^{-15}$ см² с/г) позволило определить коэффициент просачивания для L_α -фазы: $\eta = 10^{-30}$ см²/пуаз. Обе величины оказались на много порядков меньше аналогичных значений для термотропных СЖКА¹⁹⁵ и лиотропных неионных систем¹⁹⁶ ($q = 10^{-6} - 10^{-7}$ см² с/г и $\eta = 10^{-14}$ см²/пуаз). По-видимому, отличия связаны с присутствием в двух последних системах большого количества винтовых дислокаций и пор, которые облегчают просачивание молекул поперек слоев и скольжение краевых дислокаций.

Дислокации в лиотропных L_α -фазах наблюдались также методом электронной микроскопии^{58,59,196,197}. Оказалось, что краевые дислокации, если не обеспечивать специальных геометрических условий, встречаются гораздо реже винтовых. Аналогичные данные были получены и при исследовании термотропных систем^{198–200}. Эффект можно интерпретировать как проявление условия эквидистантности смектических слоев: винтовые дислокации, в отличие от краевых, в первом приближении не изменяют толщину слоев и имеют сравнительно низкие энергии образования^{201,202}. В теории Логинова и Терентьева²⁰² дислокаций общего вида показано, что энергия винтовой линии в СЖКА состоит лишь из энергии ядра, а энергия упругих искажений вне ядра обращается в нуль. Интересным результатом теории явилось предсказание эффекта объединения дислокаций с единичным и двойным вектором Бюргерса (в одно и два межслоевых расстояния) в одну с большим вектором Бюргерса, по мере приближения к точке фазового перехода СЖКА — НЖК.

Следует упомянуть еще об одном интересном вопросе, связанном с дислокациями в СЖКА. Речь идет о модели де Жена фазового перехода СЖКА — НЖК²⁰³ (ХЖК²⁰⁴), основанной на аналогии с теорией перехода сверхпроводник — нормальный металл. Как и сверхпроводники, СЖКА в зависимости от величины соотношения λ/ξ глубины λ проникновения деформаций в объем и расстояния ξ , на котором разрушается слоистая упорядоченность, разделяются на два рода — I ($\lambda/\xi < 1/\sqrt{2}$) и II ($\lambda/\xi > 1/\sqrt{2}$). При наложении деформаций кручения или продольного изгиба в СЖКА II рода следует ожидать возникновения системы дислокаций, спрямляющих напряжения в среде (аналог фазы Шубникова). Известные СЖКА принадлежат к I роду (см., например,²⁰⁵), однако не исключено, что СЖКА II рода образуют холестерилпеларгонат²⁰⁶ и его смеси¹⁷⁵.

6.1.2. Дисклинации в смектике А

Как правило, дисклинации в СЖКА возникают в виде пар $m = 1/2$ и $m = -1/2$ линий, например, в результате расщепления краевых дислокаций^{189–191,58,59,207} (рис. 21, д). В круглых капиллярах с нормальной ориентацией молекул на внутренней поверхности наблюдались и дисклинации силы $m = 1$ (рис. 21, е)^{45,69,72,73,208}. В отличие от соответствующей ситуации в НЖК, эти дисклинации энергетически устойчивы: вытеканию в третье измерение препятствует условие эквидистантности слоев. Вместе с тем, известен другой тип неустойчивости дисклинации с $m = 1$ в СЖКА, а именно

возникновение вблизи ядра специфической периодической структуры^{69,208}, обусловленной, вероятно, сжатием смектических слоев в процессе приготовления образца или при изменении его температуры²⁰⁹.

6.1.3. Дислокации в смектике С

Как свидетельствует ряд исследований^{186,210,211}, дислокации в СЖКС по своим структурным свойствам во многом аналогичны дислокациям в СЖКА, поэтому мы не будем подробно останавливаться на их описании.

6.1.4. Дисклинации в смектике С

Дисклинации в СЖКС разделяют на два типа: m -линии в распределении векторного поля \mathbf{t} проекций молекул, не связанные с искажениями смектических слоев, и l -линии в распределении поля \mathbf{n} нормали к слоям¹⁸⁶. Вертикальные m -линии часто встречаются в шлирен-текстурах СЖКС с горизонтально расположенными слоями^{11,96,36,211,212}. В отличие от нематических

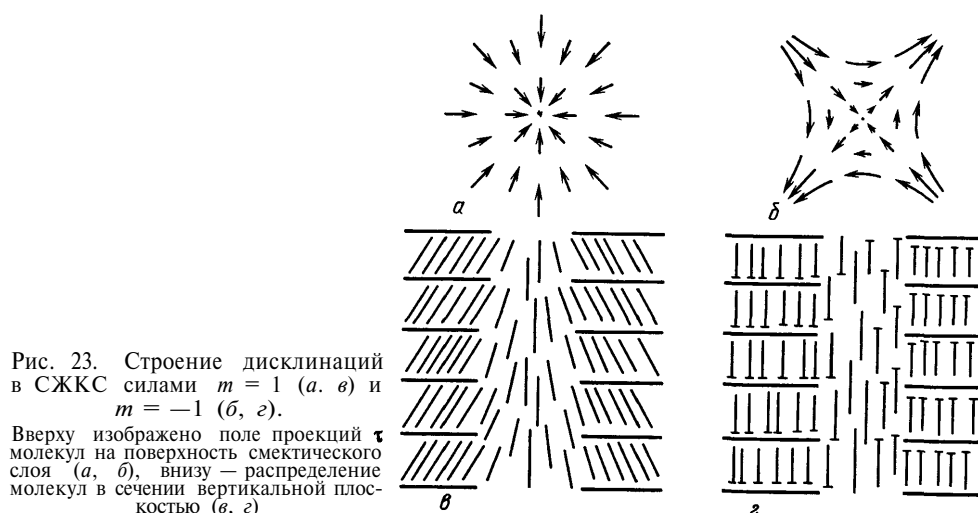


Рис. 23. Строение дисклинаций в СЖКС силами $m = 1$ (а, в) и $m = -1$ (б, г). Вверху изображено поле проекций \mathbf{t} молекул на поверхность смектического слоя (а, б), внизу — распределение молекул в сечении вертикальной плоскостью (в, г)

шлирен-текстур, существуют лишь m -дисклинации целой силы, а линии с полуцелой силой не образуются, что объясняется векторным и двумерным характером поля \mathbf{t} . Наиболее удобным объектом для изучения особенностей m -линий являются монополи (см. п. 6.3) раздел 6), содержащие (0,1) и (0, a^2) дисклинации силой $m = 2$ и $m = 1$ соответственно. Как свидетельствуют поляризационно-микроскопические исследования, ядра m -линий в монополях несингулярны и имеют размер порядка 1 мкм, причем с изменением угла наклона молекул к слоям соответствующим образом изменяется и толщина ядер. Наиболее предпочтительной моделью строения ядер m -дисклинаций является модель нематического ядра, в котором молекулы ориентированы вдоль оси дефекта (рис. 23).

Дисклинации l -типа, в отличие от m -линий, могут обладать и полуцелой силой. Если такая дисклинация не перпендикулярна плоскости симметрии СЖКС, распределение поля \mathbf{t} вдоль каждого слоя неоднородно и напоминает распределение спинов в стенке Нееля или же содержит ряд чередующихся точечных дефектов с $m = 1$ и $m = -1$ ^{186,213}. Изучая поведение таких линий в магнитном поле, можно определить некоторые комбинации упругих постоянных СЖКС²¹⁴.

6.1.5. Линейные дефекты в хиральных смектиках С

Из-за наличия двух трансляционно упорядоченных одномерных подрешеток в СЖКС* с хиральной закрученностью линейные дефекты возникают и в распределении собственно смектических слоев, и в распределении «слоев» хиральной структуры²¹⁵. Различные типы таких дефектов изучены экспериментально в^{200,216}.

Обычно шаг спирали СЖКС* несоизмерим с толщиной смектического слоя; такой СЖКС* является простым примером несоизмеримой структуры. Если несоизмеримая фаза (СЖКС*) сосуществует с соизмеримой (СЖКС), то на границе раздела должен возникать ряд дисклинаций, или линий дехирализации, которые разделяют области закрученной и незакрученной фаз²¹⁷. Подобная ситуация возникает в плоской ячейке СЖКС*, ось спирали которого ориентирована вдоль ячейки, при условии, что на верхней и нижней поверхностях этой ячейки задана пленарная ориентация молекул, — тогда дисклинации отделяют область СЖКС* в объеме от области СЖКС вблизи поверхностей^{218–220}. Движение и аннигиляция линий дехирализации являются одним из основных механизмов перехода СЖКС* — СЖКС в плоском образце под влиянием электрического поля²¹⁸.

6.2. Ежи и конфокальные домены в смектиках А

Гомотопическая классификация точечных ежей в СЖКА совпадает с классификацией ежей в одноосных НЖК и предсказывает существование бесконечного множества типов точечных особенностей в поле директора $\mathbf{n} : \pi_2(\mathcal{R}_A) = \mathbb{Z}$. Однако применение метода гомотопических групп к описанию дефектов в смектиках ограничено из-за нарушенной трансляционной симметрии этих сред^{22, 221} (см., впрочем, ²²²). Это свойство, вместе с тем, облегчает решение задач о неоднородностях геометрическими построениями^{1, 221, 223}. Поскольку для изменения толщины смектического слоя требуются энергии, значительно превышающие энергию изгиба слоев, СЖКА можно представить в виде простого геометрического образа: семейства гибких, но всюду эквидистантных поверхностей. Геометрические методы позволяют решить, в частности, довольно трудную задачу о заполнении пространства смектиком. Задача сводится к нахождению таких сплошных упаковок слоев в объеме, при которых, во-первых, толщина слоев остается неизменной, во-вторых, удовлетворяются условия ориентации молекул у границы и, в-третьих, полная энергия искажений близка к минимальной. Прежде чем перейти к ней, обсудим, какие типы искажений принципиально возможны в системе слоев.

Рассмотрим поле нормалей к параллельным смектическим слоям, которое в случае СЖКА совпадает с полем директора \mathbf{n} . Для слоистой эквидистантной структуры $\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n} = 0$ и $[\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n}] = 0$, что влечет за собой требование прямолинейности линий поля \mathbf{n} : если линия \mathfrak{N} перпендикулярна какому-либо слою \mathfrak{M} , то она останется перпендикулярной любому другому пересекаемому ею слою. Точка пересечения \mathfrak{N} и \mathfrak{M} характеризуется определенными значениями двух главных радиусов кривизны. Соответствующие центры кривизны принадлежат \mathfrak{N} и являются центрами кривизны и для других точек пересечения \mathfrak{N} со слоями, параллельными \mathfrak{M} ²²¹. Кроме того, эти центры являются дефектами, поскольку в их окрестности радиусы кривизны стремятся к нулю.

Когда нормаль \mathfrak{N} пробегает все точки поверхности \mathfrak{M} , оба центра кривизны описывают двулистую поверхность \mathfrak{E} , которую называют фокальной поверхностью или эволютой поверхности \mathfrak{M} ²²¹. Логично ожидать, что энергетически выгодны такие ситуации, в которых двумерный дефект \mathfrak{E} вырожден в нульмерный (точку) или одномерный (линию, пару линий).

Единственными поверхностями с нульмерными эволютами являются сферы. Соответственно единственными точечными сингулярностями, не изменяющими толщину смектических слоев, будут радиальные ежи (рис. 24, а). Однозначно их существование в СЖКА было доказано лишь недавно в опытах со сферическими каплями, на поверхности которых задавалась нормальная ориентация молекул⁴³. В многочисленных экспериментальных исследованиях смектических текстур в плоских образцах, однако, такие точечные дефекты в изолированном виде не выявлены. Наиболее характерными структурными дефектами «плоских» текстур являются линейные особенности в виде правильных по форме эллипса и гиперболы, образующих своеобразные каркасы конфокальных доменов. Отдельный домен можно представить

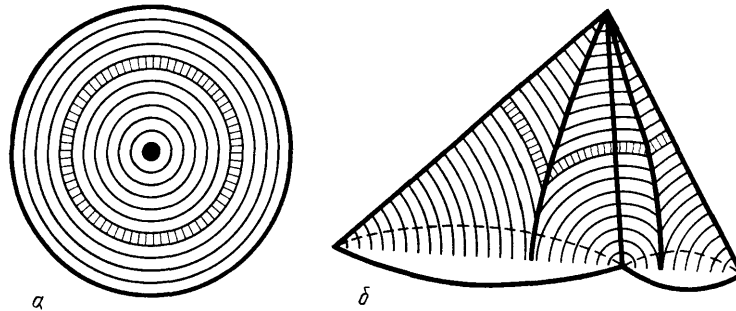


Рис. 24. Семейство эквидистантных смектических поверхностей с нульмерной эволютой-точкой (радиальный еж в поле нормали к слоям) (а) и с линейными эволютами в виде софокусных линий эллипса и гиперболы (конфокальные домены) (б)

в виде конуса вращения, основой которого служит эллипс, а вершина лежит на гиперболе (рис. 24, б). Эллипс и гипербола являются линейными эволютами, которым, как известно из геометрии, соответствует единственный класс поверхностей, а именно так называемые циклиды Дюпена²²⁴. Поверхности в форме циклид Дюпена и составляют структуру конфокальных доменов. Циклидами Дюпена являются, в частности, цилиндр, тор, конус вращения²²⁴. В целом различают циклиды Дюпена трех типов с эволютами в виде: (1) пары эллипса и гиперболы, лежащих во взаимно перпендикулярных плоскостях, причем таких, что одна кривая проходит через фокус другой (т. е. софокусных, или конфокальных); (2) пары софокусных парабол; (3) пары окружности — прямая, проходящая через центр окружности.

Все три типа эволют — линейных дефектов наблюдались экспериментально (см. соответственно: (1) — ^{1, 189, 225, 226} — в СЖКА, ^{227, 228} — в СЖКС и СЖКС*, ^{197, 199} — в лиотропных ламеллярных фазах; (2) — ^{229, 46} — в СЖКА, ^{48, 192, 230} — в лиотропных фазах; (3) — ²³¹ — в СЖКА, ²³² — СЖКС*, ^{58, 59, 199} — в лиотропных фазах).

Преобладание конфокальных доменов над сферическими в смектических текстурах обусловлено несколькими причинами: влиянием граничных условий, условий роста и релаксации СЖК, наконец, балансом энергий локальных искажений^{233, 234, 148}, которые связаны со значениями главных радиусов кривизны R_1 и R_2 . В общем случае энергия искажения системы слоев СЖК неизменной толщины рассчитывается по формуле

$$F = \frac{1}{2} \int K_{11} (\operatorname{div} \mathbf{n})^2 dV = \frac{1}{2} K_{11} \int \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^2 dV \quad (6.6)$$

(V — объем домена). Для каждой точки \mathfrak{P} на поверхности \mathfrak{M} величины R_1 и R_2 следует брать с определенным знаком, который зависит от того, является ли точка \mathfrak{P} точкой эллиптической кривизны ($R_1 R_2 > 0$) или гиперболической ($R_1 R_2 < 0$). Для сферической системы слоев $R_1 = R_2 = R > 0$ и $F_{\text{сф}} = 8\pi K_{11} R$. Однако при $R_1 R_2 < 0$, что как раз и реализуется в части объема конфокального домена, энергия может быть и меньшей. В частности,

как показал Клеман²³⁴, энергия торического домена с циклидами Дюпена типа (3) составляет

$$F_{(3)} = 2\pi^2 K_{11} R \left(\ln \frac{2R}{\rho} - 2 \right) \quad (6.7)$$

где R — радиус окружности. Еще меньшей энергией может обладать «обычный» конфокальный домен с циклидами Дюпена типа (1):

$$F_{(1)} = \pi K_{11} (1 - e^2) p \ln \frac{a}{\rho}, \quad (6.8)$$

где e , p , a — параметры эллипса: соответственно эксцентриситет, периметр и половина большой оси.

Обычно в текстурах наблюдают не изолированные, а целые группы соприкасающихся конфокальных доменов. При этом никаких двумерных



Рис. 25. Текстура с конфокальными доменами в СЖКА

дефектов, стенок, не образуется. Возникает вопрос: каким же образом слои заполняют пространство, не создавая дефектов размерности выше единицы? Долгое время единственной моделью была модель итерационного заполнения²³⁵, в которой предполагалось, что промежутки между большими доменами заняты меньшими и т. д., вплоть до молекулярных масштабов. Такие итерации действительно проявляются во многих текстурах, однако процесс, как правило, прерывается на масштабах, мною больших молекулярных. Как видно из рис. 25, между большими доменами существуют области, свободные от более мелких доменов и, следовательно, заполненные слоями особой формы.

Вторая модель, рассмотренная Сетной и Клеманом²²¹, объясняет заполнение промежуточных областей между конфокальными доменами

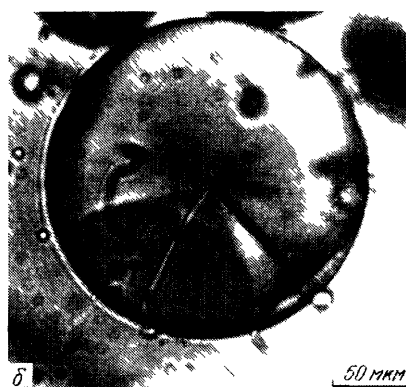
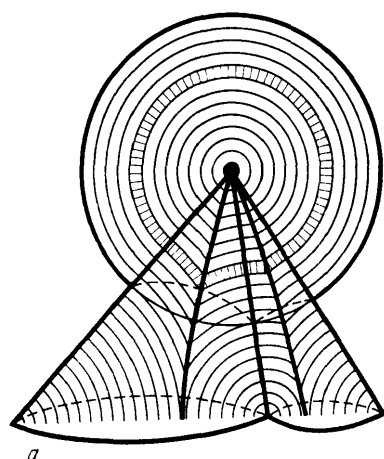


Рис. 26. Заполнение промежутков между конфокальными доменами слоями сферической формы

a — Модель Сетны и Клемана²²¹. b — Микрофотография сферической капли СЖКА со структурой, аналогичной изображенной на рис. a

возникновением систем концентрических сферических слоев. Модель довольно проста.

Рассмотрим шар со сферической концентрической системой слоев (рис. 26, *a*) и вырежем из него несколько шаровых секторов вдоль поверхностей круговых конусов нормалей \mathfrak{N} с вершинами в центре шара. Внутренние области конусов заполним слоями с конфигурацией циклид Дюпена, т. е. отдельными конфокальными доменами. Поскольку на поверхности

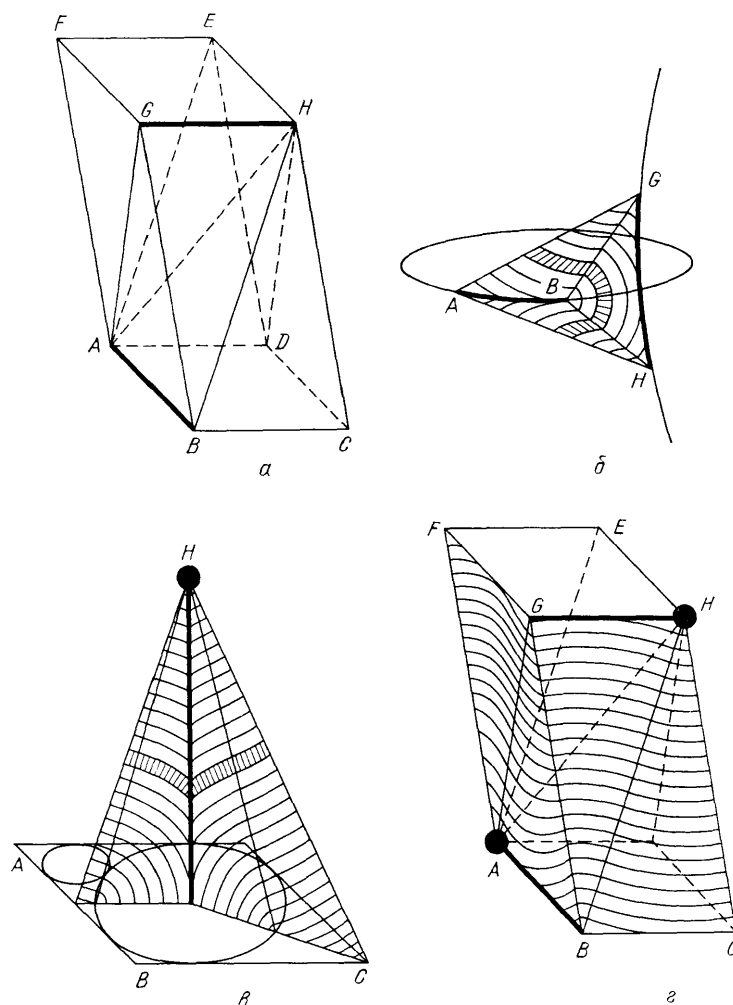


Рис. 27. Общая схема заполнения пространства смектическими слоями.

a — Разбиение параллелепипеда, которым можно заполнить пространство с помощью параллельных переносов, на пару пирамид $H(ABCD)$ и $A(EFGH)$ и пару тетраэдров $ABGH$ и $ADEH$. *б* — Заполнение тетраэдра $ABGH$ единым семейством циклид Дюпена, пересекающих его грани под прямым углом. *в* — Заполнение пирамиды единым семейством сферических слоев, в которое гладко встроены конфокальные домены. *г* — Схема гладкого перехода слоев от пирамиды к тетраэдру в пределах одного параллелепипеда

«сшивки» линии \mathfrak{N} являются общими нормальными для слоев обоих доменов — и сферического, и конфокального, то легко видеть, что такое построение как раз и обеспечивает плавный переход слоев между конфокальными доменами за счет участков сферического домена, заполняющих промежуточные области. Возможность такого заполнения видна на примере сферических капель СЖКА (рис. 26, *б*)^{27, 236}.

Недавно было показано²³⁶, что и в других геометриях опытов заполнение пространства смектическими слоями неизменной толщины может достигаться исключительно за счет комбинаций сферических и фокальных доменов. Общая схема заполнения, предложенная в²³⁶, заключается в следующем (рис. 27).

На больших масштабах, сравнимых с характерным размером L системы, заполнение осуществляется конфокальными доменами размером $\sim L$. Промежутки между ними занимают меньшими конфокальными доменами и т. д., до тех пор, пока размеры оснований (эллипсов) наименьших доменов не достигнут некоторого критического масштаба ρ^* , определяемого балансом объемной и поверхностной энергий. В общем случае

$$\rho^* = L \left(a + \frac{bL\Delta\sigma}{K_{11}} \right)^{-1},$$

где a, b — численные константы, зависящие от геометрии системы, $\Delta\sigma = \sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}$, σ_{\perp} и σ_{\parallel} — значения поверхностного натяжения для ориентации молекул нормально и тангенциально к границе соответственно.

На масштабах, меньших ρ^* , иерархия конфокальных доменов заменяется упаковкой слоями сферической формы, которые осуществляют гладкий переход между конфокальными доменами и полностью заполняют все свободные промежутки.

Описанная иерархия структур, вообще говоря, реализуется в ограниченной части пространства в виде пирамиды; с каждой пирамидой связано одно семейство соприкасающихся конфокальных доменов с общей вершиной и одно семейство сферических концентрических слоев (центр — в вершине пирамиды) (см. рис. 27, *в*). К боковым граням каждой пирамиды, основанием которой может быть любой многоугольник, примыкают тетраэдры, целиком заполненные слоями одного-единственного конфокального домена (см. рис. 27, *б*). К тетраэдрам, в свою очередь, примыкают пирамиды, перевернутые на 180° относительно начальной, и т. д. Можно проследить, что сопряжение слоев между всеми указанными многогранниками осуществляется гладко, без создания стенок (подробнее см. ²³⁶). Таким образом, единственными дефектами в системе являются точечные ежи и линейные дефекты.

В реальных экспериментах структура сферических и конфокальных доменов может искажаться, во-первых, из-за нарушения условий эквидистантности слоев $\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n} = 0$ и $\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{n} = 0$, что означает возникновение соответственно краевых и винтовых дислокаций ^{223, 162}, а во-вторых, из-за стремления циклид Дюпена принять форму минимальных поверхностей ($R_1 = -R_2$), что, вероятно, наблюдалось в некоторых случаях для лиотропных ⁵⁹ и холестерических термотропных ¹⁶² фаз. Однако в целом эти искажения не вносят существенных изменений в крупномасштабную картину заполнения.

6.3. Монополи и конфокальные домены в смектиках С

Изолированные точечные особенности в СЖКС отсутствуют: $\pi_2(\mathcal{R}_C) = 0$. Возникает вопрос, как трансформируется структура радиального ежа в системе сферических концентрических слоев при фазовом переходе СЖКА — СЖКС?

Если смектические слои в процессе фазового перехода сохранили свою сферическую упаковку, в поле нормали \mathbf{n} в С-фазе, как и в А-фазе, существует точечный еж с $N = 1$. Однако в СЖКС этот дефект уже не является изолированным. Действительно, из-за наклона молекул на поверхности каждого слоя СЖКС возникает касательное поле $\boldsymbol{\tau}$ проекций молекул, и в силу теоремы Пуанкаре радиальный еж оказывается связанным с дисклинациями в поле $\boldsymbol{\tau}$. Это может быть одна линия силой $m = 2$, или две — силой $m_1 = m_2 = 1$ (соответственно $(0,1)$ и $(0,a^2)$ -дисклинации) ¹⁵⁶. Образующаяся структура в виде ежа, из центра которого исходят одна или две дисклинации, и есть монополюс в СЖКС. Топологически образование монополя при переходе СЖКА — СЖКС аналогично образованию буджума из ежа при переходе одноосный — двуосный НЖК. Фактически монополюс — это буджум, уве-

денный с поверхности в объем и связанный с этой поверхностью дисклинацией. Устойчивость подобной структуры обеспечивается сохранением расстояний между смектическими слоями.

Впервые представление о монопольных структурах возникло в 1931 г., когда Дирак предсказал существование изолированных магнитных зарядов в виде ежа в магнитном поле с присоединенной линейной сингулярностью в поле вектора-потенциала²³⁷. Несмотря на то, что в пользу реального существования монополей свидетельствует ряд весомых аргументов, экспериментальные поиски этих объектов (см., например,²³⁸) однозначного положительного результата не дали. В связи с этим особый интерес вызывает исследование структурных аналогов монополей в различных конденсированных средах, в том числе жидкокристаллических — холестериках^{239, 15, 81, 170, 171, 240} и смектиках С^{156, 157, 241}. Как впервые показал Воловик²³⁹, для них можно ввести переменные, непосредственно описывающие распределение молекул и совпадающие по своему аналитическому выражению с видом вектора потенциала монополя Дирака. Покажем это на примере монополя в СЖКС¹⁵⁷.

Параметр порядка СЖКС можно задать не только в виде тройки $\mathbf{n}, \boldsymbol{\tau}, [\boldsymbol{\tau} \mathbf{n}]$, но и с помощью волновой функции $\Psi = \alpha \exp(i\varphi)$. Изменение фазы волновой функции, $\varphi \rightarrow \varphi + \beta$, имеет смысл поворота векторов $\boldsymbol{\tau}$ и $[\boldsymbol{\tau} \mathbf{n}]$ относительно \mathbf{n} . Для величины β в каждой точке системы определены пространственные производные

$$\kappa_x = \frac{\partial \beta}{\partial x}, \quad \kappa_y = \frac{\partial \beta}{\partial y}, \quad \kappa_z = \frac{\partial \beta}{\partial z}. \quad (6.9)$$

Так как величина β не является полным дифференциалом какой-либо функции (повороты тройки $\mathbf{n}, \boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\tau} \times \mathbf{n}$ некоммутативны, $\partial^2 \beta / \partial x \partial y \neq \partial^2 \beta / \partial y \partial x$ и т. д.), то в общем случае $\text{rot } \boldsymbol{\kappa} \neq 0$. Для СЖКС величина $\boldsymbol{\kappa}$ есть поле искажений ориентации проекций молекул на поверхности слоев. Если слои образуют сферическую концентрическую систему, то в сферических координатах

$$\text{rot } \boldsymbol{\kappa} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}. \quad (6.10)$$

Решением уравнения (6.10) будет, например,

$$\kappa_r = \kappa_\theta = 0, \quad \kappa_\varphi = \frac{1}{2} \text{tg } \frac{\theta}{2}. \quad (6.11)$$

Выражение (6.11), содержащее линейную сингулярность, расположенную вдоль отрицательной части оси OZ , совпадает с решением для вектора-потенциала монополя Дирака²³⁷, а также с выражением для поля дисторсий монополя Воловика в ХЖК²³⁹.

Экспериментальные исследования свободно взвешенных капель СЖКС подтверждают возможность существования монопольных структур¹⁵⁷. Они действительно имеют вид концентрических сферических систем смектических слоев, из центра которых исходят одна, как в решении (6.11), или две дисклинации m -типа (рис. 28).

Описанные радиальные монополи способны при изменении температуры превращаться в гиперболические, строение которых напоминает торические конфокальные домены (см. раздел 6.2). В таком монополе точечный дефект поля \mathbf{n} имеет вид гиперболического ежа (рис. 7, z, e), а связанные с ним дисклинации характеризуются силой $m_1 = m_2 = -1$ ²⁴¹.

Монополи обнаружены и в холестерических каплях^{15, 81, 170, 171, 240}; они устойчивы, если шаг спирали ХЖК много меньше размеров капли. В отличие от СЖКС, в ХЖК в зависимости от типа спиральной закрученности (правая или левая) можно различать монополь с $N = 1$ и антимониполь с $N = -1$. При помощи компенсированных бинарных смесей холестерических веществ, изменяющих направление закрученности при изменении температу-

ры, удалось на опыте осуществить непрерывный переход монополю — антимополю²⁰⁾. В области инверсии раскручивание холестерической спирали приводит к возникновению в капле дефектов, присущих нематической фазе, — ежей, буджумов и поверхностных дисклинаций. Иными словами, здесь опять

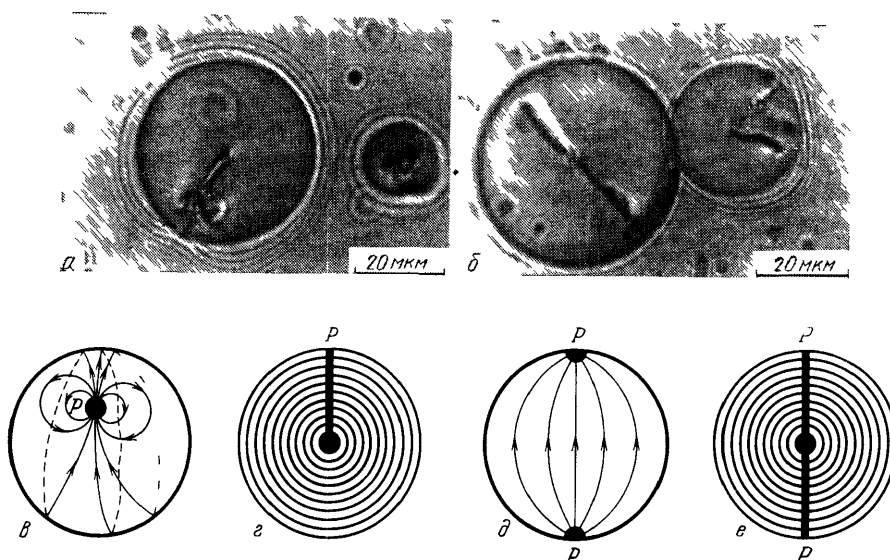


Рис. 28. Монополи в СЖКС.

a, б — Микрофотографии сферических капель СЖКС содержащих монополи с одной и двумя дисклинациями. *в, д* — Соответствующие распределения поля τ на сферических поверхностях смектических слоев. *г, е* — Распределение слоев СЖК и дисклинаций внутри капель

имеет место топологическая динамика дефектов, обусловленная изменением пространства вырождения.

Монополи могут образовываться и в других конденсированных средах, если эти среды отвечают следующим двум требованиям наличие параметра

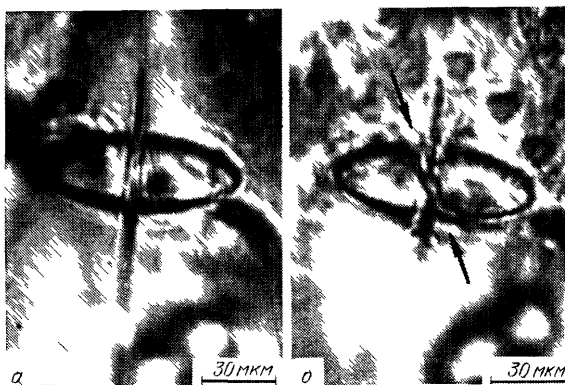


Рис. 29 Возникновение пары m дисклинаций силой $m = -1$ каждая в конфокальном домене при фазовом переходе СЖКА (а) — СЖКС (б)

порядка в виде ортонормированной тройки векторов (директоров) и наличие одномерной периодической структуры с эквидистантными слоями вдоль одного (и только одного) из этих векторов. В таких средах, как сверхтекучий $^3\text{He-A}$ или двуосный НЖК, монополи неустойчивы и релаксируют в буджумы, поскольку не выполняется второе из условий.

В обычном твердом кристалле монополи также не образуются из-за больших энергий деформаций, связанных с нарушениями трехмерной периодической решетки. Перечисленным требованиям удовлетворяют, в частности, хиральные смектики С.

Изолированный радиальный еж при переходе СЖКА — СЖКС, как было показано выше, превращается в монополю с дисклинационными линиями. Сходные изменения претерпевают и конфокальные домены: в СЖКС

эллипс и гипербола оказываются связанными друг с другом двумя дисклинациями силы $m = -1$ (рис 29). По своей топологической природе этот эффект, обнаруженный Пересом и др.²²⁷ и детально изученный в^{232, 228}, аналогичен эффекту превращения e_2 — монополю и связан с возникновением поля τ при переходе СЖКА — СЖКС.

7. КОЛОНЧАТЫЕ СИСТЕМЫ С ГЕКСАГОНАЛЬНЫМ УПОРЯДОЧЕНИЕМ

Гексагональная упорядоченность к настоящему времени обнаружена в многочисленных жидкокристаллических средах. Это, например, термотропные смектики В с трансляционным гексагональным упорядочением молекул в пределах каждого слоя²⁴² и их лиотропные аналоги⁸. По существу,

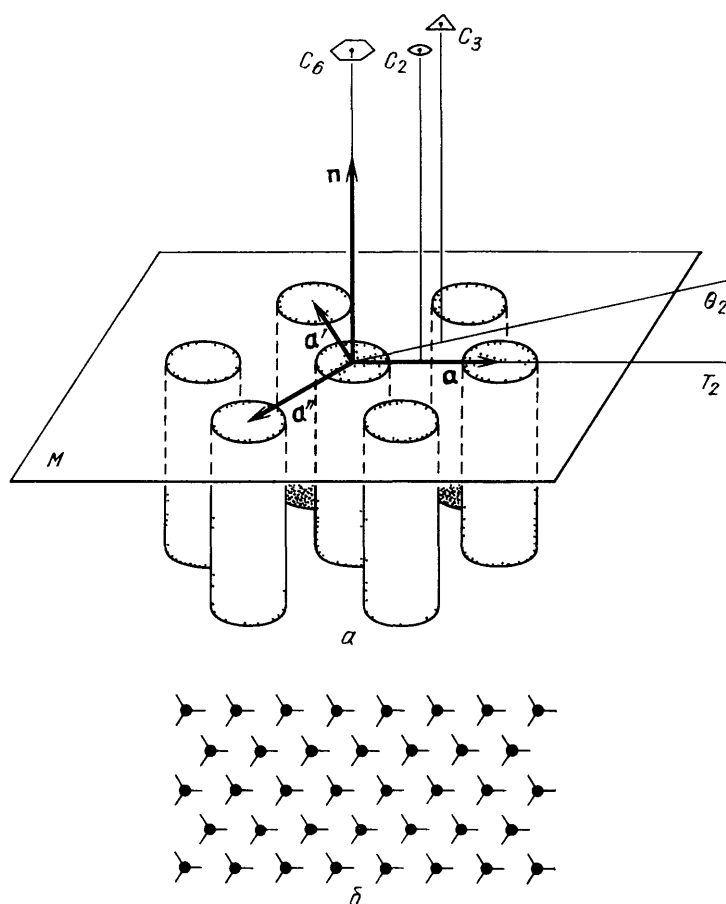


Рис. 30. Гексагональная решетка жидких столбиков, ориентация которых задается директором \mathbf{n} .

\mathbf{a} — Векторы трансляций \mathbf{a} , \mathbf{a}' , \mathbf{a} перпендикулярны к \mathbf{n} . Оси симметрии структуры C_2 , θ_2 , τ_2 — второго порядка, C_3 — третьего, C_6 — шестого. δ — Пример гексагональной структуры, не обладающей осями C_6 , C_2 , θ_2 .

дефекты в таких средах классифицируются так же, как и дефекты в обычных твердокристаллических трехмерных решетках *) (см. по этому поводу²⁴³) и имеют сходные с ними физические свойства²⁴⁴, поэтому рассматривать их мы не будем.

*) Исключение составляют гексатические смектики В²⁴², в слоях которых трансляционный порядок отсутствует, но имеется упорядоченность ориентации связей между молекулами.

Более интересны с точки зрения топологических свойств несмектические колончатые фазы, образованные либо длинными цилиндрическими мицеллами⁸⁸, либо жидкими столбиками дископодобных молекул⁸⁹ и обладающие двумерной трансляционной упорядоченностью — гексагональной (рис. 30) или прямоугольной.

Для нахождения пространства вырождения среды, изображенной на рис. 30, Булиган²⁴⁵ предложил следующую наглядную схему. Обозначим через \mathbf{n} единичный директор, задающий ориентацию осей жидких столбиков. Область изменения \mathbf{n} есть сфера S^2/Z_2 , которую можно представить в виде полусферы или диска. Диаметально противоположные точки на границе диска взаимно эквивалентны. Следует задать и ориентацию вектора \mathbf{a} (см. рис. 30), например, с помощью непрерывного параметра, меняющегося на линейном отрезке от 0 до $\pi/3$ (или до $2\pi/3$, если в структуре отсутствуют оси симметрии C_6). Тогда ориентационная часть пространства вырождения представляет собой сплошной тор $(S^2/Z_2) \times S^1$. Его необходимо дополнить трансляционной частью, которая для двумерной решетки имеет вид полого тора $S^1 \times S^1$. Следовательно, полное пространство вырождения гексагональной жидкости является сложным пятимерным многообразием и допускает существование дислокаций *) с вектором Бюргерса $\mathbf{b} = l\mathbf{a} + m\mathbf{a}'$ и дисклинаций (рис. 31), ось которых может быть ориентирована либо вдоль столбиков, либо перпендикулярно к ним. Поперечные дисклинации энергетически более выгодны, поскольку не требуют изменения расстояния между столбиками.

Если среда обладает осью симметрии C_6 , то поперечные дисклинации образуются как вдоль оси T_2 , так и вдоль оси θ_2 (рис. 31, в, г). В отсутствие оси C_6 отсутствует и ось θ_2 (пример представлен на рис. 30, б), а значит, отсутствуют и дисклинации вдоль θ_2 . Эта особенность позволила однозначно доказать наличие оси C_6 в гексагональной фазе гексапентокситрифенилена. Освальду² удалось наблюдать специфические дефектные образования в виде двух взаимно перпендикулярных дисклинаций, что возможно лишь тогда, когда одна из них образована поворотами столбиков вокруг оси T_2 , а другая — вокруг оси θ_2 ; существование последней и означает существование оси C_6 . Интересно, что рентгеноструктурный анализ не позволяет осуществить подобную идентификацию.

Структура гексагональных фаз допускает также образование особых доменов, которые, подобно конфокальным доменам в смектиках, не укладываются очевидным образом в гомотопическую классификацию, но описываются геометрическими построениями. Речь идет о так называемых «развертывающихся» (developable) доменах, впервые рассмотренных Булиганом²⁴⁵ и Клеманом²⁴⁷. Подобно ситуации с конфокальными доменами в слоистых средах, в развертывающихся доменах при наличии деформаций продольного изгиба поля \mathbf{n} (и только их) столбики сохраняют как толщину, так и гексагональную (или прямоугольную) упаковку. Построение таких доменов связано с представлением о развертывающихся поверхностях²²⁴ и сводится к следующему.

Выделим ось изогнутого столбика — пространственную кривую \mathcal{N} . Каждой точке \mathcal{P} на \mathcal{N} поставим в соответствие плоскость \mathcal{M} , перпендикулярную к \mathcal{N} в точке \mathcal{P} . Оси соседних столбиков гексагональной решетки, параллельные \mathcal{N} , в отсутствии деформаций кручения и поперечного изгиба ($\mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{n} = 0$, $\operatorname{div} \mathbf{n} = 0$) также пересекают плоскость \mathcal{M} под прямым углом. Передвижение точки \mathcal{P} вдоль линии \mathcal{N} задает однопараметрическое семейство плоскостей $\{\mathcal{M}\}$, общей огибающей которого служит некая поверхность \mathcal{D} (рис. 32). Поверхность \mathcal{D} составлена из прямых линий $\{g\}$, которые являются предельными линиями пересечения двух соседних плоскостей из семейства $\{\mathcal{M}\}$. Стало быть, поверхность \mathcal{D} имеет всюду нулевую гауссову кривизну и путем изгибания ее могло развернуть на плоскости («развертывающаяся»

*) Расчет энергий различных типов таких дислокаций см. в²⁴⁶.

поверхность). Столбики пересекают развертывающуюся поверхность \mathfrak{D} под прямым углом и реально могут существовать лишь по одну сторону от нее (там, где можно расположить по крайней мере одну касательную к плоскости

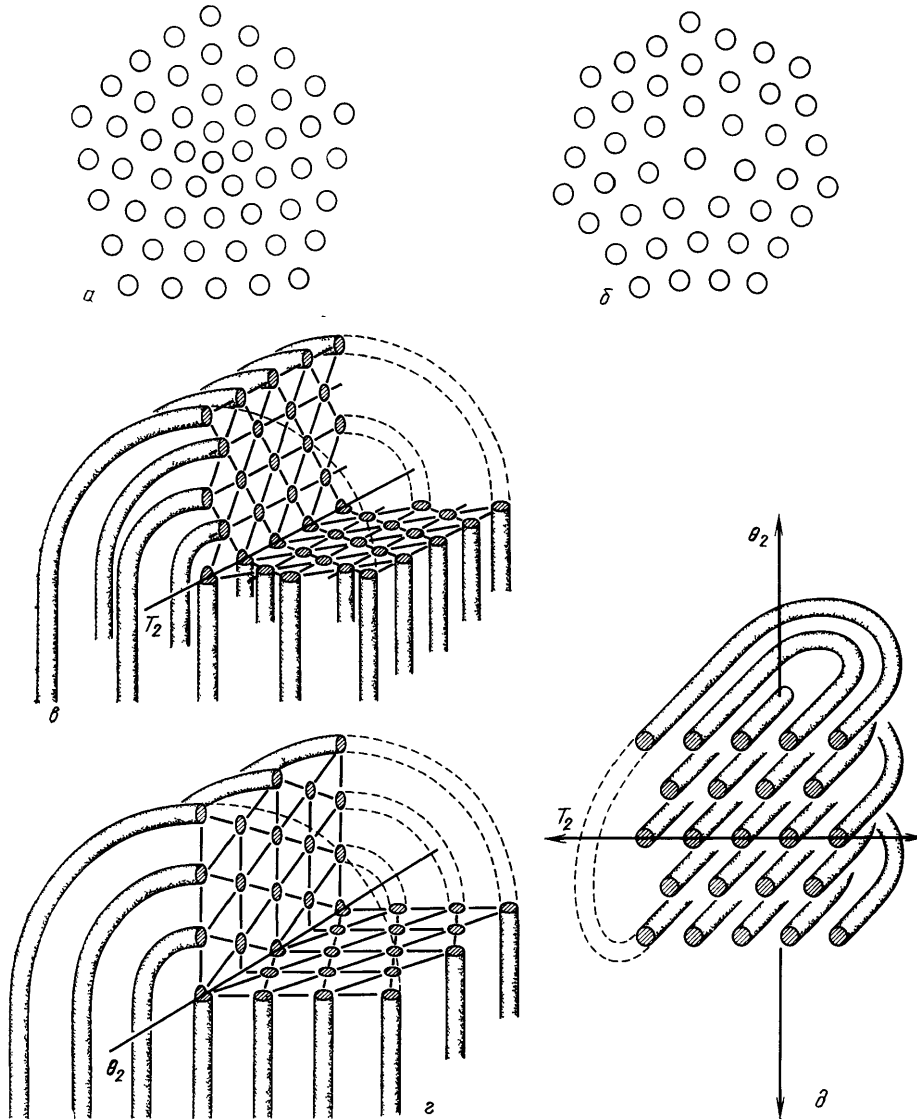


Рис. 31. Дискликации в гексагональной структуре²⁷.

$a, б$ — Продольные дискликации $\pi/3$ и $-\pi/3$, ориентированные вдоль оси C_6 . $в, г$ — Поперечные дискликации, ориентированные вдоль осей T_2 и θ_2 соответственно. $д$ — Две поперечные взаимно перпендикулярные дискликации, расположенные вдоль осей T_2 и θ_2 .

из семейства $\{\mathfrak{M}\}$). Семейство прямых $\{g\}$ имеет общую огибающую — кривую E в виде ребра возврата поверхности \mathfrak{D} ²²⁴. Кривая E и сама развертывающаяся поверхность \mathfrak{D} являются сингулярными областями в распределении \mathbf{n} . Можно показать, кроме того, что сами семейства столбиков, формирующие один ряд решетки (например, вдоль вектора \mathbf{a} ; см. рис. 30, a) также имеют вид развертывающихся поверхностей.

В зависимости от конкретного вида развертывающейся поверхности \mathfrak{D} выделяют развертывающиеся домены различных типов. Поверхность \mathfrak{D} может быть поверхностью Римана, если E — винтовая линия; конической поверхностью, если E — точка; цилиндром, если E — точка, удаленная

в бесконечность. Распределение столбиков для последнего случая представлено на рис. 33. Каждый столбик описывает плоскую спираль, все витки которой пересекаются под прямым углом одной из двух касательных к окружности — сечению цилиндра \mathfrak{D} , причем отрезок касательной между двумя

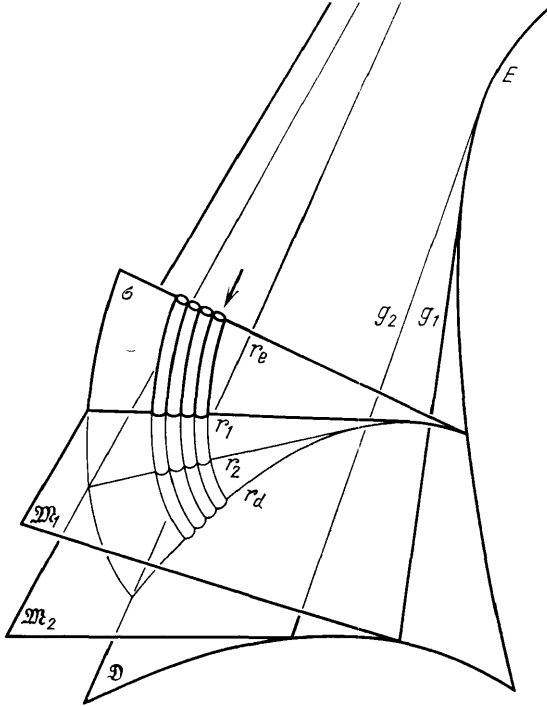


Рис. 32. Построение развешивающейся поверхности \mathfrak{D} и ребра возврата E , соответствующих пространственной кривой \mathfrak{N} (стрелка) — оси столбика (обозначения: r_e — это $\Delta \mathcal{R}_0$, $r_{1,2}$ — это $\mathcal{R}_{1,2}$, r_d — это \mathcal{R}_3)³

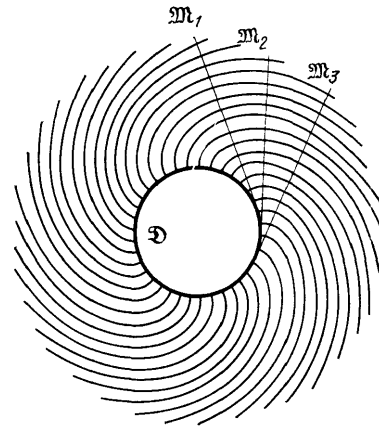


Рис. 33. Цилиндрический развешивающийся домен в гексагональной фазе с развешивающейся поверхностью в виде цилиндра \mathfrak{D} ²⁴⁵

последующими витками имеет постоянную длину, равную длине этой окружности. Рассмотренный домен имеет вид дисклинации силы $m = 1$. Подобные структуры наблюдались в работе²⁴⁸, причем оказалось, что чаще возникают дисклинации силы $m = 1/2$, представляющие собой половину развешивающегося домена. Упомянем здесь также работу²⁴⁹ по изучению флексоэлектрических свойств развешивающихся доменов.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как видно из содержания предыдущих разделов, набор дефектов в жидких кристаллах весьма многочисленный и разнообразный — от «обычных» дислокаций и дисклинаций до будзумов, монополей и солитонов. Неудивительно поэтому, что единый подход к описанию и классификации всех этих объектов был выработан лишь недавно благодаря применению методов гомотопической топологии. Уже один тот факт, что этот язык описания необходим и при решении целого ряда задач в других областях физики, свидетельствует об общезначимости важности исследований дефектов в жидких кристаллах.

Несмотря на очевидный прогресс в последние годы, исследования дефектов в жидких кристаллах далеки от завершения. Выше мы попытались рассмотреть лишь ограниченный круг вопросов, связанных с классификацией макроструктур изолированных дефектов. Однако даже на этом уровне

развиваются как теория (прежде всего за счет применения наряду с гомотопической топологией теории гомологии), так и эксперимент, что обусловлено обнаружением все новых и новых типов жидкокристаллических фаз. Еще больше задач, ожидающих своего решения, посвящено выяснению влияния дефектов на такие физические свойства жидких кристаллов, как вязкость и упругость, на процессы фазовых переходов и «самоорганизации» в ограниченных объемах. Очевидно также, что физика топологических дефектов тесно связана с процессами образования различных модулированных структур при диссипативных и недиссипативных неустойчивостях, являющихся, по-видимому, наиболее популярными объектами науки о жидких кристаллах последнего десятилетия³⁴.

Таким образом, следует ожидать, что дефекты в жидкокристаллических средах будут и впредь привлекать внимание исследователей, обнаруживать новые интересные свойства и служить удобной моделью при решении общеп физических задач.

Институт физики АН УССР

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Friedel G., Grandjean F. // Bull. Soc. Fr. minér. et cryst. 1910. Т. 33. P. 409.
2. Friedel G. // Ann. de Phys. 1922. Т. 18. P. 273.
3. Oswald P. // C.R. Ac. Sci. Sér. II. 1981. Т. 292. P. 149; J. de Phys. Lett. 1981. Т. 42. P. L-171.
4. Bouligand Y. // Physics of Defects/Eds R. Balian, M. Kléman, J.-P. Poirier. — Amsterdam: North-Holland, 1981. — P. 665.
5. Toulouse G. // Modern Trends in the Theory of Condensed Matter. — Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag, 1980. — P. 188.
6. Воловик Г. Е., Минеев В. П. // Письма ЖЭТФ, 1976. Т. 24. С. 605.
7. Воловик Г. Е., Минеев В. П. // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. С. 2256.
8. Воловик Г. Е., Минеев В. П. // Ibidem. Т. 73. С. 767.
9. Toulouse G., Kléman M. // J. de Phys. Lett. 1976. Т. 37. P. L-149.
10. Kléman M., Michel L., Toulouse G. // Ibidem. 1977. Т. 38. P. L-195.
11. Kléman M., Michel L. // Phys. Rev. Lett. 1978. V. 40. P. 1387.
12. Kléman M. // J. de Phys. Lett. 1977. Т. 38. P. L-199.
13. Saure A. // Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1973. V. 21. P. 211.
14. Чечеткин В. Р. // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. С. 1463.
15. Rogula D. // Trends in Applications of Pure Mathematics to Mechanics/Ed. G. Fichera. — New York: Pitman, 1976. — P. 311.
16. Blaha S. // Phys. Rev. Lett. 1976. V. 36. P. 874.
17. Finkelstein D. // J. Math. Phys. 1966. V. 7. P. 1218.
18. Тюпкин Ю. С., Фатеев В. А., Шварц А. С. // Письма ЖЭТФ. 1975. Т. 21. С. 91.
19. Монастырский М. И., Переломов А. М. // Ibidem. С. 94.
20. Toulouse G. // J. de Phys. Lett. 1977. Т. 38. P. L-67.
21. Курик М. В., Лаврентович О. Д. // Природа. 1986. № 12. С. 55.
22. Kats E. I., Volovik G. E. // J. de Phys. Lett. 1979. Т. 40. P. L-149.
23. Dreufus J.-M., Pieranski P. // J. de Phys. 1981. Т. 42. P. 459.
24. Минц Р. И., Коненко Е. В. // Итоги науки и техники. Сер. «Биофизика». Т. 13. — М.: ВИНТИ, 1982.
25. Булиган И. // Жидкокристаллический порядок в полимерах/Под ред. А. Блюмштейна. — М.: Мир, 1981; //3. — P. 777.
26. Браун Г., Уолкен Дж. Жидкие кристаллы и биологические структуры. — М.: Мир, 1982.
27. Shankar R. // J. de Phys. 1977. Т. 38. P. 1405.
28. Kléman M. // Ibidem. 1978. Т. 39. Coll. C5. P. C5-23; J. Microsc. et spectrosc. electron, 1978. Т. 3. P. 357.
29. Kléman M. Points, Lines and Walls in Liquid Crystals, Magnetic Systems and Various Ordered Media. — New York: J. Wiley and Sons, 1983.
30. Michel L. // Lect. Notes Phys. 1978. V. 79. P. 247; Rev. Mod. Phys. 1980. V. 52. P. 617; //3. — P. 361.
31. Mermin N. D. // J. Math. Phys. 1978. V. 19. P. 1457; Rev. Mod. Phys. 1979. V. 51. P. 591.
32. Poénaru V. // Ill-Condensed Matter/Eds R. Balian, R. Maynard, G. Toulouse. — Amsterdam: North-Holland, 1979. — P. 264; Lect. Notes Phys. 1980. V. 116. P. 148.

24. Mineev V. P.//Sov. Sci. Rev. Sect. A./Ed. I. M. Khalatnikov.— Chur; London; New York: Hardwood Academic Publ., 1980.— V. 2. P. 173.
25. Dzyaloshinskii J.//³.— P. 217.
26. Trebin H.-R.//Adv. Phys. 1982. V. 31. P. 195; MATCH. 1981. No. 10. P. 211.
27. Лаврентович О. Д.//Укр. физ. ж. 1986. Т. 31. С. 551.
28. Рожков С. С.//УФН. 1986. Т. 149. С. 259.
29. Монастырский М. И.//Природа. 1979. № 5. С. 55.
Воловик Г. Е., Минеев В. П. Физика и топология.— М.: Знание, 1980.
Минеев В. П.//Наглядная топология.— М.: Наука, 1982.— С. 148.
30. Курик М. В., Лаврентович О. Д.//Знання та праця. 1983. № 9. С. 4 (укр.).
Rosenbaum T. F., Stein D. L.//Am. J. Phys. 1981. V. 49. P. 128.
Brinkham W. F., Cladis P. E.//Phys. Today. 1982. V. 35. P. 48.
31. Де Жен П. Ж. Физика жидких кристаллов.— М.: Мир, 1977.
32. Чандрасекар С. Жидкие кристаллы.— М.: Мир, 1980.
33. Блинов Л. М. Электро- и магнитооптика жидких кристаллов.— М.: Наука, 1978.
34. Пикин С. А. Структурные превращения в жидких кристаллах.— М.: Наука, 1981.
35. Сонин А. С. Введение в физику жидких кристаллов.— М.: Наука, 1983.
36. Demus D., Richter L. Textures of Liquid Crystals.— Leipzig: VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, 1980.
37. Беляков В. А. Жидкие кристаллы.— М.: Знание, 1986.
38. Mineev V. P., Volovik G. E.//Phys. Rev. Ser. B. 1978. V. 18. P. 3197.
39. Rüppel D., Sackmann E.//J. de Phys. 1983. T. 44. P. 1025.
40. Sackmann E., Rüppel D., Gebhardt C.//Liquid Crystals in One- and Two Dimensional Order/Eds W. Helfrich, G. Heppke.— Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag, 1980.— P. 309.
41. Стойбер Р., Морзе С. Определение кристаллов под микроскопом.— М.: Мир, 1974.
42. Sakagami S., Takase A., Nakamizo M., Kakiyama H.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1973. V. 19. P. 303.
43. Курик М. В., Лаврентович О. Д.//Укр. физ. ж. 1983. Т. 28. С. 452.
44. Malet G., Martin J. C.//J. de Phys. 1979. T. 40. P. 355.
45. Scudieri F.//Appl. Opt. 1979. V. 18. P. 1455.
Scudieri F., Bertolotti M., Ferrari A.//⁴⁰.— P. 90.
46. Clark N. A., Hurd A. J.//J. de Phys. 1982. T. 43. P. 1159.
47. Lagerwall S. T., Stebler B.//³.— P. 757.
48. Benton W. J., Miller C. A.//Prog. Colloid. and Polym. Sci. 1983. V. 68. P. 71.
49. Баранова Н. Б., Зельдович Б. Я.//Письма ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 636.
50. Вистинь Л. К., Яковенко С. С.//Кристаллография. 1983. Т. 28. С. 992.
51. Ryschenkow G.//J. de Phys. 1975. T. 36. P. 243.
52. Miike H., Kuriyama Y., Itou Y., Hashimoto H., Ebina Y.//Phys. Rev. Ser. A. 1985. V. 31. P. 2756.
53. Rault J.//C.R.Ac. Sci. Ser. B. 1971. T. 272. P. 1275.
54. Cladis P., Kléman M., Pieransky P.//Ibidem. T. 273. P. 275.
55. Melzer D., van Es A., Nabarro F.R.N., Godinho E.//Phil. Mag. Ser. A. 1981. V. 44. P. 835.
56. Demus D., Schiller P., Sharma N. K.//Cryst. Res. and Technol. 1984. V. 19. P. 577.
57. Goodman J. F., Clunie J. S.//Liquid Crystals and Plastic Crystals/Eds G. W. Gray, P. A. Winsor.— New York: Ellis Hordwood Chichester and Halsted Press. 1974.— V. 2. P. 1.
58. Kléman M., Colliex C., Veyssie M.//Adv. Chem. Ser. 1976. V. 152. P. 71.
59. Kléman M., Williams C. E., Costello M. J., Gulik-Krzywicki T.//Phil. Mag. 1977. V. 35. P. 33.
60. Van der Veen J., Haanstra H. B.//J. de Phys. Lett. 1976. T. 37. P. L-43.
61. Kästner G., Dietzsch Ch.//Electron Micr. 1980. V. 4. P. 400.
62. Zimmer J. E., White J. L.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1977. V. 38. P. 177; Adv. Liq. Cryst. 1982. V. 5. P. 157.
63. Meiboom S., Sammon M.//Phys. Rev. Ser. A. 1984. V. 29. P. 2957.
Zasadzinski J. A. M., Meiboom S., Sammon M. J., Bergeman D. W.//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 364.
64. Лукьянченко Е. С., Козунов В. А., Григос В. И.//Усп. химии. 1985. Т. 54. С. 214.
Кан Ф., Тейлор Г., Шонхорн Г.//ТИИЭР. 1973. Т. 61. С. 28.

65. Де Жё В. Физические свойства жидкокристаллических веществ.— М.: Мир, 1982.
Коньяр Ж. Ориентация нематических жидких кристаллов и их смесей.— Минск: изд-во «Университетское», 1986.
66. Williams C., Pieranski P., Cladis P. E.//Phys. Rev. Lett. 1972. V. 29. P. 90.
Williams C., Cladis P. E., Kléman M.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1973. V. 21. P. 355.
67. Meyer R. B.//Phil. Mag. 1973. V. 27. P. 405.
68. Williams C., Bouligand Y.//J. de Phys. 1974. T. 35. P. 589.
69. Cladis P. E.//Phil. Mag. 1974. V. 29. P. 641.
70. Melzer D., Nabarro F. R. N.//Ibidem. 1977. V. 35. P. 901.
71. Melzer D., Nabarro F. R. N.//Ibidem. P. 907.
72. Cladis P. E., White A. E., Brinkman W. F.//J. de Phys. 1979. T. 40. P. 325.
73. Курик М. В.//ЖТФ. 1981. Т. 51. С. 2385.
74. Kuzma M., Labes M. M.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1983. V. 100. P. 103.
75. Di Meglio J. M., Dvolaitzky M., Ober R., Taupin C.//J. de Phys. Lett. 1983. T. 44. P. L-229.
76. Robinson C.//Trans. Farad. Soc. 1956. V. 52. P. 571; Tetrahedron. 1961. V. 13. P. 219.
77. Robinson C., Ward J. C., Beevers R. B.//Disc. Farad. Soc. 1958. No. 25. P. 29.
78. Filas R. W.//J. de Phys. 1978. T. 39. P. 49.
79. Matsuo M., Ozaki F., Konno Y., Ogita T.//J. Polym. Sci. Polym. Phys. Ed. 1981. V. 19. P. 1531.
80. Anguie D., Oberlin M., Hyvernat P.//Carbon. 1980. T. 18. P. 337.
Perrota A. J., Henry R. M., Bacha J. D., Albaugh E. W.//High Temp.— High Press. 1981. V. 13. P. 159.
White J. L., Buechler M., Ng C. B.//Carbon. 1982. T. 20. P. 536.
Buechler M., Ng C. B., White J. L.//Carbon. 1983. T. 21. P. 603.
Honda H.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1983. V. 94. P. 97.
Higuchi S., Otsuka B., Shiraishi M.//J. Mater. Sci. 1984. V. 19. P. 270.
Чувывров А. Н., Лебедев Ю. А.//Письма ЖТФ. 1984. Т. 10. С. 1439.
81. Kurik M. V., Lavrentovich O. D.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. Lett. 1982. T. 72. P. 239.
82. Quigley J. R., Benton W. J.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1977. V. 42. P. 43.
83. Candau S., le Roy P., Debeauvais F.//Ibidem. 1973. V. 23. P. 283.
Le Roy P., Candau S., Debeauvais F.//C. R. Ac. Sci. Ser. B. 1972. T. 274. P. 419.
84. Press M., Arrott A.//Phys. Rev. Lett. 1974. V. 33. P. 403; J. de Phys. 1975. V. 36. Suppl. Cl. P. Cl-177.
85. Шиллабер Ч. Микрофотография.— М.: ИЛ. 1951.
86. Воловик Г. Е., Лаврентович О. Д.//ЖЭТФ. 1983. Т. 85. С. 1997.
87. Forrest B. J., Reeves L. W.//Chem. Rev. 1981. V. 81. P. 1.
88. Веденов А. А., Левченко Е. Б.//УФН. 1983. Т. 141. С. 3.
89. Chandrasekhar S.//Indian J. Pure and Appl. Phys. 1981. V. 19. P. 769; Adv. Liq. Cryst. 1982. V. 5. P. 47.
90. Балицкий А. А., Воловик Г. Е., Кац Е. И.//ЖЭТФ. 1984. Т. 87. С. 1305.
91. Frank F. C.//Trans. Farad. Soc. 1958. V. 25. P. 19.
92. Meyer R. B.//Phys. Rev. Lett. 1969. V. 22. P. 918.
93. Дзялошинский И. Е.//ЖЭТФ. 1970. Т. 58. С. 1443.
94. Анисимов С. И., Дзялошинский И. Е.//ЖЭТФ. 1972. Т. 63. С. 1460.
95. Cladis P. E., Kléman M.//J. de Phys. 1972. T. 33. P. 591.
96. Nehring J., Saure A.//J. Chem. Soc. Farad. Trans. Ser. II. 1972. V. 68. P. 1.
97. Nehring J.//Phys. Rev. Ser. A. 1973. V. 7. P. 1737.
98. Kléman M.//Adv. Liq. Cryst. 1975. V. 1. P. 267.
99. Ranganath G. S.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1983. V. 97. P. 77.
100. Graziano D. J., Mackley M. R.//Ibidem. 1984. V. 106. P. 103.
101. Madhusudana N. V., Pratibha R.//Ibidem. 1983. V. 103. P. 31; Curr. Sci. 1982. V. 51. P. 877.
102. Люксютов И. Ф.//ЖЭТФ. 1978. Т. 75. С. 358.
103. Алпев Ф. М.//Письма ЖЭТФ. 1985. Т. 41. С. 254.
104. Эриксен Дж. Исследования по механике сплошных сред.— М.: Мир, 1977.
105. Imura H., Okano K.//Phys. Lett. Ser. A. 1973. V. 42. P. 405.
106. Bouligand Y., Cladis P. E., Liébert L., Strzelecki P.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1974. V. 25. P. 233.

- Fayolle B., Noel C., Billard J.//J. de Phys. 1979. T. 40. Coll. C3. P. C3-485.
107. Kléman M., Liébert L., Strzelecki P.//Polymer. 1983. V. 24. P. 295.
108. Millaud B., Thierry A., Skoulios A.//J. de Phys. 1978. T. 39. P. 1109; J. de Phys. Lett. 1979. T. 40. P. L-607.
109. Nguyen Huu Tinh, Gasparoux H., Destrade C.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1981. V. 68. P. 101.
110. Saupe A., Boonbrahm P., Yu L. J.//J. de Chim. Phys. 1983. T. 80. P. 3.
111. Белоцкий Е. Д., Лев Б. Н., Томчук П. М.//Укр. физ. ж. 1981. т. 26. С. 625; Письма ЖЭТФ. 1980. Т. 31. С. 573.
112. Лаврентович О. Д., Терентьев Е. М.//ЖЭТФ. 1986. Т. 91. С. 2084.
113. Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями.— М.: Л.: ОГИЗ. 1947.
114. Naborro F. R. N.//J. de Phys. 1972. T. 33. P. 1089.
115. Ostlund S.//Phys. Rev. Ser. B. 1981. V. 24. P. 485.
116. Garel A. T.//J. de Phys. 1978. T. 39. P. 225.
117. Мермин Н. Д.//Квантовые жидкости и кристаллы.— М.: Мир, 1979.— С. 9.
118. Воловик Г. Е.//УФН. 1984. Т. 143. С. 73.
119. Meyer R. B.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1972. V. 16. P. 355.
120. Madhusudana N. V., Sumathy K. R.//Ibidem. 1983. V. 92. P. 193.
121. Pieranski P., Dubois-Violette E., Guyon E.//Phys. Rev. Lett. 1973. V. 30. P. 736.
122. Сонин А. С., Чувывров А. Н., Собачкин А. С., Овчинников В. А.//ФТТ. 1976. Т. 18. С. 3099.
123. Stein D. L., Pisarski R. D., Anderson P. W.//Phys. Rev. Lett. 1978. V. 40. P. 1269.
124. Rościszewski K.//Acta Phys. Polon. Ser. A. 1980. V. 57. P. 927.
125. Воловик Г. Е.//Письма ЖЭТФ. 1978. Т. 28. С. 65.
126. Madhusudana N. V., Sumathy K. R.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. Lett. 1983. V. 92. P. 179.
127. Stein D. L.//Phys. Rev. Ser. A. 1979. V. 19. P. 1708.
128. Williams R. D. Prepring RAL No. 85-062.— July 1985.
129. Williams C., Vitek V., Kléman M.//Sol. State Commun. 1973. V. 12. P. 581.
130. Meyer R. B.//Ibidem. P. 585.
131. Kléman M., Williams C.//Phil. Mag. 1973. V. 28. P. 725.
132. Vitek V., Kléman M.//J. de Phys. 1975. T. 36. P. 59.
133. Porte G.//Ibidem. 1977. T. 38. P. 509.
134. Ranganath G. S.//Ibidem. 1979. T. 40. Coll. C3. P. C3-87.
135. Lejček L.//Czech. J. Phys. Ser. B. 1983. V. 33. P. 447.
136. Faetti S., Palleschi V.//J. de Phys. 1985. T. 46. P. 415.
137. Helfrich W.//Phys. Rev. Lett. 1968. V. 21. P. 1518.
- De Gennes P. G.//J. de Phys. 1971. T. 32. P. 789.
138. Brochard F.//Ibidem. 1972. T. 33. P. 607.
139. Léger L.//Sol. State Commun. 1972. V. 10. P. 697; V. 11. P. 1499; Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1973. V. 24. P. 33.
140. Heppke G., Schneider F.//Zs. Naturforsch. 1973. Bd 28a. S. 1044.
141. Figueiredo Neto A. M., Martinot-Lagarde Ph., Durand G.//J. de Phys. Lett. 1984. T. 45. P. L-793.
142. Liébert L., Figueiredo Neto A. M.//Ibidem. P. L-173.
143. Чигринов В. Г.//Кристаллография. 1982. Т. 27. С. 404.
144. Чувывров А. Н.//Кристаллография. 1974. Т. 19. С. 297.
- De Jeu W. H., Gerritsma C. J., Lathouwers Th. W.//Chem. Phys. Lett. 1972. V. 14. P. 503.
- Stieb A., Baur G., Meier G.//J. de Phys. 1975. T. 36. Coll. C1. P. C1-185.
- Rapini A., Léger L., Martinet A.//Ibidem. P. C1-189.
145. Овдьяко И. А.//ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 1301.
146. Pisarski R. D., Stein D. L.//J. de Phys. 1980. T. 41. P. 345.
147. Yamashita M., Kimura H., Nakano H.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1981. V. 68. P. 79.
148. Bouligand Y.//J. de Phys. 1974. T. 35. P. 959.
149. Bouligand Y., Derrida B., Poénaru V., Pomeau Y., Toulouse G.//Ibidem. 1978. T. 39. P. 863.
150. Yu L. J., Saupe A.//Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 1000.
151. Bartolino R., Chiaranza T., Meuti M., Compagnoni R.//Phys. Rev. Ser. A. 1982. V. 26. P. 1116.

152. Galerne Y., Liébert L.//Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. P. 2449.
153. Poenaru V., Toulouse G.//J. de Phys. 1977. T. 38. P. 887.
154. Jänich K., Trebin H.-R.//³.— P. 421.
155. Monastyrsky M. I., Retakh V. S.//Commun. Math. Phys. 1986. V. 103. P. 445.
156. Kléman M., Michel L.//J. de Phys. Lett. 1978. T. 39. P. L-29.
157. Курик М. В., Лаврентович О. Д.//ЖЭТФ. 1983. Т. 85. С. 511.
158. Mineyev V. P.//Preprint of Inst. of Sol. State Phys. USSR Acad. of Sci.— Chernogolovka, 1979.
159. Kléman M., Friedel J.//J. de Phys. 1969. T. 30. Coll. C4. P. C4-43.
160. Cano R.//Bull. Soc. Fr. minér et cryst.— 1967. T. 90. P. 333.
Orsay Group on Liquid Crystals//Phys. Lett. Ser. A. 1969. V. 28. P. 687; J. de Phys. 1969. T. 30. Coll. C4. P. C4-38.
161. Bouligand Y., Kléman M.//J. de Phys. 1970. T. 31. P. 1041.
162. Bouligand Y.//Ibidem. 1972. T. 33. P. 715; 1973. T. 34. P. 603, 1011; 1974. T. 35. P. 215.
163. Rault J.//Sol. State Commun. 1971. V. 9. P. 1965.
164. Rault J.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1972. V. 16. P. 143.
165. Rault J.//J. de Phys. 1972. T. 33. P. 383.
166. Rault J.//Phil. Mag. 1973. V. 28. P. 11.
167. Rault J.//Ibidem. 1974. V. 29. P. 621.
168. Malet G., Marignan J., Parodi O.//J. de Phys. Lett. 1975. T. 36. P. L-317; J. de Phys. 1976. T. 37. P. 865.
De Zwart M.//Ibidem. P. 423.
Press M. J., Arrott A. S.//Ibidem. 1978. T. 39. P. 750.
Stieb A. E.//Ibidem. 1979. T. 40. Coll. C3. P. C3-94.
Kohn T., Miike H., Ebina Y. J.//J. Phys. Soc. Japan. 1978. V. 44. P. 1678.
Nawa N., Nakamura K.//Japan. J. Appl. Phys. 1979. V. 18. P. 2041.
Parodi O., Durand G., Malet G., Marignan J.//J. de Phys. Lett. 1982. T. 43. P. L-727.
169. Беляев С. В., Блинов Л. М.//ЖЭТФ. 1976. Т. 70. С. 184.
Чигринов В. Г., Беляев В. В., Беляев С. В., Гребенкин М. Ф.//ЖЭТФ. 1979. Т. 77. С. 2016.
Минц Р. И., Кононенко Е. В., Аксельрод Е. Г.//ЖЭТФ. 1981. Т. 80. С. 1122; Кристаллография. 1980. Т. 25. С. 989.
170. Курик М. В., Лаврентович О. Д.//Письма ЖЭТФ. 1981. Т. 33. С. 545.
171. Клеопов А. Г., Курик М. В., Лаврентович О. Д., Тищенко В. Г.//ЖФХ. 1982. Т. 56. С. 2422.
172. De Gennes P. G.//C.R.Ac. Sci. Ser. B. 1968. T. 266. P. 571.
Scheffer T. J.//Phys. Rev. Ser. A. 1972. V. 5. P. 1327.
Ranganath G. S.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1983. V. 94. P. 285.
173. Livolant F.//Europ. J. Cell Biol. 1984. V. 33. P. 300.
174. Bouligand Y.//J. de Phys. 1975. T. 36. Coll. C1. P. C1-331.
Bouligand Y., Livolant F.//Ibidem. 1984. T. 45. P. 1899.
Kléman M.//Ibidem. 1985. T. 46. P. 1193.
175. Лаврентович О. Д., Настишин Ю. А.//Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 40. С. 242.
176. Grassé P.-P., Hollande A., Cachon J., Cachon-Eujumet H.//C.R.Ac. Sci. 1965. T. 260. P. 6975.
177. Haas W., Adams J.//Appl. Phys. Lett. 1974. V. 25. P. 263, 535.
Kawashi M., Kogure O., Kato Y.//Japan. J. Appl. Phys. 1974. V. 13. P. 1457.
Kawachi M., Kogure M.//Ibidem. 1976. V. 15. P. 1557.
Nawa N., Nakamura K.//Ibidem. 1977. V. 17. P. 219.
Bhide V., Chandra S., Jain S., Medhekar R.//J. Appl. Phys. 1976. V. 47. P. 120.
Wahl J.//J. de Phys. 1979. T. 40. Coll. C3. P. C3-98.
178. Володько Л. В., Абдулин А. З., Последович Н. Р., Щорс Н. П.//Оптические методы обработки результатов.— Минск: Наука и техника, 1978.
Алиев Д. Ф., Чирков В. Н., Зейналы А. Х.//Кристаллография. 1979. Т. 24. С. 118.
179. Stieb A. E.//J. de Phys. 1980. T. 41. P. 961.
180. Kerllenevich B., Coche A.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1981. V. 68. P. 47.
181. Akahane T., Tako T.//Japan. J. Appl. Phys. 1976. V. 15. P. 1559; Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1977. V. 38. P. 251.
182. Gladis P., Kléman M.//Ibidem, 1972. V. 16. P. 1.
183. Hirata S., Akahane T., Tako T.//Ibidem. 1981. V. 75. P. 47.

184. Беляков В. А., Дмитриенко В. Е.//УФН. 1985. Т. 146. С. 369.
185. Pieranski P., Barbet-Massin R., Cladis P.//Phys. Rev. Ser. A. 1985. V. 31. P. 3912.
186. Bouligand Y., Kléman M.//J. de Phys. 1979. T. 40. P. 79.
187. Kutka R., Trebin H. R.//J. de Phys. Lett. 1984. T. 45. P. 1119.
188. Williams C. E., Kléman M.//Ibidem. 1974. T. 35. P. L-33.
Steers M., Kléman M., Williams C.//Ibidem. P. L-21.
189. Williams C. E., Kléman M.//Ibidem. 1975. T. 36. Coll. C1. P. C1-315.
190. Asher S. A., Pershan P. S.//Biophys. J. 1979. V. 27. P. 393.
191. Rault J.//C.R. Ac. Sci. Ser. B. 1975. T. 280. P. 417.
Pershan P. S., Prost J.//J. Appl. Phys. 1975. V. 46. P. 2343.
Schneider M. B., Webb W. W.//J. de Phys. 1984. T. 45. P. 273.
192. Candau F., Ballet F., Debeauvais F., Wittmann J.-C.//J. Colloid. and Interface Sci. 1982. V. 87. P. 356.
193. Meyer R. B., Stebler B., Lagerwall S. T.//Phys. Rev. Lett. 1978. V. 41. P. 1393.
Lagerwall S. T., Meyer R. B., Stebler B.//Ann. of Phys. 1978. V. 3. P. 249.
Lagerwall S. T., Stebler B.//Phys. Bull. 1980. V. 31. P. 349.
194. Chan W. K., Webb W. W.//Phys. Rev. Lett. 1981. V. 46. P. 603; J. de Phys. 1981. T. 42. P. 1007.
195. Oswald P.//C.R.Ac. Sci. Ser. 1983. T. 296. P. 1385.
196. Oswald P., Allain M.//J. de Phys. 1985. T. 46. P. 831.
197. Allain M.//Ibidem. P. 225.
198. Williams C. E., Kléman M.//Phil. Mag. 1976. V. 33. P. 213.
199. Williams C.//J. de Phys. 1978. T. 39. Coll. C2. P. C2-48; Thèse.— Orsay, 1976.
200. Bourdon L.//Thèse.— Paris, 1980.
201. De Gennes P. G.//C.R.Ac. Sci. Ser. B. 1972. T. 275. P. 939.
Pershan P. S.//J. Appl. Phys. 1974. V. 45. P. 1590.
Kléman M.//J. de Phys. 1974. T. 35. P. 595; J. de Phys. Lett. 1976. T. 37. P. L-93; Phil. Mag. 1976. V. 34. P. 79.
202. Логинов Е. Б., Терентьев Е. М.//Кристаллография. 1985. Т. 30. С. 10.
203. De Gennes P. G.//Sol. State Commun. 1972. V. 10. P. 753; Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1973. V. 21. P. 49.
204. Вигман П. Б., Филев В. М.//ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 1466.
Филев В. М.//ЖТЭФ. 1978. Т. 74. С. 1899.
205. Cladis P. E., Torza S.//J. Appl. Phys. 1975. V. 46. p. 584.
Madhusudana N. V., Srikantha B. S.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1983. V. 99. P. 375.
206. Курик М. В., Руденко А. А.//Письма ЖТФ. 1978. Т. 4. С. 480; Укр. физ. ж. 1979. Т. 24. С. 31.
207. Galerne Y.//J. de Phys. Lett. 1979. T. 40. P. L-73.
208. Cladis P. E., White A. E.//J. Appl. Phys. 1977. V. 47. P. 1256.
209. Cladis P. E.//J. de Phys. 1976. T. 37. Coll. C3. P. C3-137.
De Gennes P. G., Pincus P.//Ibidem. P. 1359.
210. Lefevre M., Martinand J.-L., Durand G., Veyssie M.//C.R.Ac. Sci. Ser. B. 1974. T. 273. P. 403.
Bartolino R., Durand G.//Ann. of Phys. 1978. V. 3. P. 257.
Kléman M.//Ibidem. P. 263.
Kléman M., Lejček L.//Phil. Mag. 1980. V. 42. P. 671.
211. Hinov H. P., Petrov M.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1983. V. 100. P. 223.
212. Arnold H., Demus D., Sackmann H.//Zs. phys. Chem. 1963. Bd 222. S. 15.
Demus D.//Krist. und Techn. 1975. Bd 10. S. 933.
213. Allet C., Kléman M., Vidal P.//J. de Phys. 1978. T. 39. P. 181.
214. Hinov H. P.//J. de Phys. Lett. 1984. T. 45. P. L-185; Докл. Болг. АН 1983. Т. 33. С. 611.
215. Lejček L.//Czech. J. Phys. Ser. B. 1984. V. 34. P. 563; 1985. V. 35. P. 726.
216. Brunet M., Williams C.//Ann. of Phys. 1978. V. 3. P. 237.
217. Janovec V.//Phys. Lett. Ser. A. 1983. V. 99. P. 384.
218. Glogarova M., Lejček L., Pavel J., Janovec V., Fousek J.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1983. V. 91. P. 309.
Fousek J., Glogarova M.//Ferroelectrics. 1984. V. 58. P. 71.
Pavel J.//J. de Phys. 1984. T. 45. P. 137.
Glogarova M., Pavel J.//Ibidem. P. 143.
Lejček L.//Czech. J. Phys. Ser. B. 1985. V. 35. P. 655.
219. Brunet M., Parodi O.//J. de Phys. 1982. T. 43. P. 515.

220. Yamashita M.//J. Phys. Soc. Japan. 1983. V. 52. P. 3735; Ferroelectrics. 1984. V. 58. P. 149.
221. Sethna J. P., Kléman M.//Phys. Rev. Ser. A. 1982. V. 26. P. 3037.
222. Trebin H.-R., Kutka R.//J. de Phys. Lett. 1981. T. 42. P. L-421.
223. Bouligand Y.//J. de Phys. 1972. T. 33. P. 525, 715.
224. Гильберт Дж., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия.— М.: Наука, 1981.
225. Hartshorne N. H., Stuart A. Crystals and the Polarizing Microscope.— London: Arnold, 1970.
Delaye M. et al.//Phys. Lett. Ser. A. 1973. V. 44. P. 139.
Clark N. A., Meyer R. B.//Appl. Phys. Lett. 1973. V. 22. P. 403.
Hareng M., Le Berre S., Metzger J. J.//Ibidem. 1975. V. 27. P. 575.
Williams C. E.//Phil. Mag. 1975. V. 32. P. 313.
Scudieri F.//Ann. of Phys. 1978. V. 3. P. 311.
Marignan J., Malet G., Parodi O.//Ibidem. P. 221.
Marignan J., Parodi O.//J. de Phys. 1979. T. 40. Coll. C3. P. C3-78; 1983. T. 44. P. 665.
Hinov H. P., Shonova N., Аврамова К.//Mol. Cryst. and Liq. Cryst. 1983. V. 97. P. 297.
Fernandes M.//Atti Fondaz. G. Ronchi. 1983. V. 38. P. 112.
226. Адоменас П. В., Вистинь Л. К., Месропян А. Н., Тубели-те А. А., Чистяков И. Г., Чумакова С. П., Эйгенброт В. М., Яковенко С. С.//ЖЭТФ. 1977. Т. 73. С. 1903.
Несруллаев А. Н., Сонин А. С.//ЖФХ. 1979. Т. 53. С. 2481.
227. Perez A., Brunet M., Parodi O.//J. de Phys. Lett. 1978. T. 39. P. L-353.
228. Bourdon L., Sommeria J., Kléman M.//J. de Phys. 1982. T. 43. P. 77.
229. Rosenblatt Ch. S., Pindak R., Clark N. A., Meyer R. B.//Ibidem. 1977. T. 38. P. 1105.
Oswald P., Béhar J., Kléman M.//Phil. Mag. Ser. A. 1982. V. 46. P. 899.
230. Asher S. A., Pershan P. S.//J. de Phys. 1979. T. 40. P. 161.
Benton W. J., Toor E. W., Miller C. A., Fort T., Jr.//Ibidem. P. 107.
231. Perez A., Proust J. E.//J. de Phys. Lett. 1977. T. 38. P. L-117.
Le Berre S., Hareng M.//Ann. of Phys. 1978. V. 3. P. 327.
Hinov H. P.//J. de Phys. 1981. T. 42. P. 307.
Chou N. J., Depp S. W., Eldrige J. M., Lee M. H., Sprokel G. J., Juliana A., Brown J.//J. Appl. Phys. 1983. V. 54. P. 1827.
232. Perez A., Bruent M., Parodi O.//J. de Phys. 1981. T. 42. P. 1559.
233. Geurst J. A.//Phys. Lett. Ser. A. 1971. V. 34. P. 283.
Kléman M., Parodi O.//J. de Phys. 1975. T. 36. P. 671.
Kléman M.//Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1976. V. 347. P. 387.
234. Kléman M.//J. de Phys. 1977. T. 38. P. 1511.
235. Bidaux R., Воссара N., Sarma G., de Seze L., de Gen-нес P. G., Parodi O.//Ibidem. 1973. T. 34. P. 661.
236. Лаврентович О. Д.//ЖЭТФ. 1986. Т. 91. С. 1666.
237. Dirac P. A. M.//Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1931. V. 133. P. 60.
238. Cabrera B.//Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48. P. 1387.
Cabrera B., Taber M., Gardner B., Bour J.//Ibidem. 1983. V. 51. P. 1933.
239. Воловик Г. Е.//Письма ЖЭТФ. 1979. Т. 29. С. 357.
240. Курпик М. В., Лаврентович О. Д.//Ibidem. 1982. Т. 35. С. 362.
241. Лаврентович О. Д.//Ibidem. 1986. Т. 43. С. 297.
242. Кац Е. И.//УФН. 1984. Т. 142. С. 99.
243. Gunn J. M. F., Ма К. В.//J. Phys. Ser. C. 1980. V. 13. P. 963.
Ма К. В., Gunn J. M. F.//Prog. Cryst. Growth Charact. 1981. V. 3. P. 273.
244. Oswald P.//J. de Phys. Lett. 1984. T. 45. P. L-1037; J. de Phys. 1985. T. 46. P. 1255.
245. Bouligand Y.//Ibidem. 1980. T. 41. P. 1297, 1307.
246. Kléman M., Oswald P.//Ibidem. 1982. T. 43. P. 655.
247. Kléman M.//Ibidem. 1980. T. 41. P. 737.
248. Chandrasekhar S., Sadashiva B. K., Suresh K. A., Madhu-sudana N. V., Kumar S., Shashidhar R., Venkatesh G.//Ibi-dem. 1979. T. 40. Coll. C3. P. C3-120.
Oswald P., Kléman M.//Ibidem. 1981. T. 42. P. 1461.
Cagnon M., Gharbia M., Durand G.//Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 938.
249. Santos M. B. L., Durand G.//J. de Phys. Lett. 1983. T. 44. P. L-195.