

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

53(092)

ЛУИ де БРОЙЛЬ
(1892—1987)

Я. А. Смородинский, Т. Б. Романовская

Луи де Бройль, нобелевский лауреат, член Французской академии, иностранный член АН СССР и т.д. ... не дожил до своего девяностопятилетия менее полугода. С его кончиной из жизни ушел последний из ставшей легендарной плеяды создателей квантовой механики. Однако и среди этих необычных людей Л. де Бройль стоит особняком.

Его долгая жизнь была на редкость небогата внешними событиями: он прожил в одном и том же городе — Париже, проучился и проработал в одном и том же учебном заведении — университете, занимался одним и тем же делом — теоретической физикой, но вместе с тем эта жизнь была полна парадоксов и внутренне глубоко драматична. Физик по призванию, он получил блестящее гуманитарное образование и, как он признавался, на склоне лет своему ученику, прочел больше книг по истории, нежели по физике¹. Демократ по убеждениям, он единственный из своих коллег носил титул князя. Посвятивший всю свою жизнь науке, выпустивший сорок три книги, последняя из которых вышла в 1982 г., опубликовавший более двухсот статей, многие уже в 50-е и 60-е годы, он приобрел мировую славу благодаря трем работам, написанным начинающим физиком-теоретиком в 1923 г.^{2–4} и обобщенным в его диссертации 1924 г. «Исследования по теории квантов»⁵. Один из самых непримиримых противников вероятностной интерпретации квантовой механики, он в течение почти двадцати лет, отказавшись от своих первоначальных идей, преподавал ее своим ученикам и студентам с тем, чтобы уже на склоне лет вновь вернуться к идеалам своей молодости, несмотря на почти единодушное непонимание такого шага физическим сообществом. И последняя его книга⁶ была записью его лекций с изложением копенгагенской интерпретации, но на полях этой книги стояли вопросы, па которые ее автор пытался найти ответ вне рамок этой интерпретации.

В своих работах 1923—1924 гг. Л. де Бройль впервые в мире высказал мысль о наличии волновых свойств у частицы, и, будучи последовательным, сформулировал идею об универсальности корпускулярно-волнового дуализма, смысл которой был в том, что корпускулярные и волновые свойства вещества не только не исключают друг друга, но находятся в каком-то таинственном, но вполне реальном единстве.

Защищенная осенью 1924 г. в Сорбонне перед комиссией из четырех крупнейших ученых Франции: П. Ланжевена, Ж. Перрена, Э. Картана и Ш. Могэна, диссертация отвечала необходимому условию великой работы: из присутствовавших ее никто до конца понять не мог. Однако П. Ланжевен интуитивно оценил ее значение и написал в своем отзыве, что «диссертант с удивительным мастерством предпринял усилие с тем, чтобы побороть труд-

ности, с которыми встречается физика»⁷; он и послал в конце 1924 г. оттиск Л. Эйнштейну*). Адрес оказался правильным. Создатель теории световых квантов и был первым, кто, по существу, оценил важность новых идей. Эйнштейн сразу же отметил, что «де Бройль увидел нечто большее, чем просто аналогию»⁹.

Это замечание Эйнштейн приводит в своей статье 1925 г.⁹ о волновых свойствах одноатомного газа, написанной им под влиянием работы Дж. Ч. Бозе, которую А. Эйнштейн получил летом 1924 г.¹⁰ Идеи де Бройля тоже сыграли свою роль в написании этой статьи Эйнштейна, ведь он был одним из первых, кто рассмотрел статистические свойства газа, состоящего из квантов, очень близко подходя к статистике Бозе — Эйнштейна**).

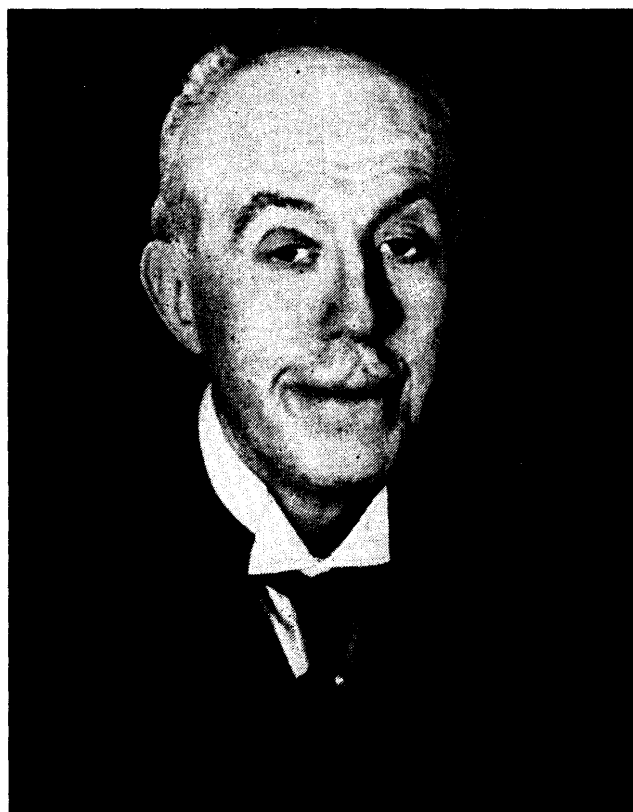
Эйнштейн же и привлек к диссертации Л. де Бройля внимание Э. Шрёдингера. Доклад Э. Шрёдингера на семинаре П. Дебая о диссертации Л. де Бройля, вернее о том, как он, Шрёдингер, понял эту диссертацию, уже содержал основы того, что будет названо впоследствии волновым уравнением или уравнением Шрёдингера (⁸, с. 254, ¹²). Таким образом, на генеалогическом древе квантовой механики диссертация Луи де Бройля оказалась прямым предшественником как статистики Бозе — Эйнштейна, так и уравнения Шрёдингера.

Напомним, что в первой половине 20-х годов, когда Л. де Бройль выдвинул свои идеи, подавляющее большинство физиков считали, что кванты есть не более чем удобный метод описания свойств излучения и не претендуют на связь с чем-то реальным. Если сам М. Планк, рекомендовавший А. Эйнштейна в Прусскую академию наук в 1913 г., как бы извинялся за то, что «он в своих умозрительных построениях иногда, возможно, заходит слишком далеко, как, например, в гипотезе световых квантов...» (⁸, с. 54), и это мнение разделяли и подписавшие вместе с ним рекомендацию другие ведущие немецкие физики, то за последующее десятилетие подобная точка зрения существенного изменения не претерпела (достаточно вспомнить позицию Н. Бора). Действительно, ведь вполне могло случиться так, что формула для импульса кванта, предложенная в 1909 г. И. Штарком¹³, была бы сразу обобщена на единственную известную тогда субатомную частицу — электрон. Но этому препятствовало то обстоятельство, что квант света как частицу практически никто не рассматривал. Почти все физики продолжали верить, что свет — это движение эфира и между свойствами волны-фотона и частицы-электрона лежит пропасть. В диссертации Л. де Бройля квант света рассматривался именно как частица, а система квантов как газ, поэтому и электрон в свою очередь представлялся, как и квант света, как некоторая частица энергии, которая странным образом заполняет все пространство: «Электрон представляется нам некоторой порцией энергии, которую мы полагаем, возможно ошибочно, наиболее нам известной; в соответствии с развитыми представлениями энергия электрона должна быть распространена во всем пространстве со значительным сгущением в области очень небольших размеров...» (⁵, с. 21). Переход к рассмотрению волновых свойств корпускулы, совершенный Л. де Бройлем вопреки привычным представлениям и, казалось, каким бы то ни было экспериментальным подтверждениям (соответствующие опыты были адекватно истолкованы значительно позднее), стал возможен благодаря его исходной установке, а именно, Л. де Бройль совершенно не сомневался в реальности квантов, и поэтому именно он поставил вопрос о том, какому все-таки реальному процессу обязано появление частоты в формуле Планка. Ответ на этот вопрос, находясь в плену клас-

*) Существуют свидетельства Л. Ф. Иоффе о том, что о работах Л. де Бройля Эйнштейн узнал от Ланжевена еще весной 1924 г. во время IV Сольвеевского конгресса и тогда же проявил к ним интерес, попросив прислать оттиск работ⁸.

**) Очевидно, одно из первых использований газа, состоящего из квантов, как из атомов, принадлежит А. Ф. Иоффе и относится к 1910 г.¹¹. (На эту статью обратила наше внимание Т. Алексахина.)

сических представлений, найти было нельзя. Л. де Бройль исходил из того, что свойства кванта не могут принципиально отличаться от свойств обычных частиц. Однако он знал, что все известные тогда частицы были похожи друг на друга тем, что имели отличную от нуля массу покоя. Поэтому Л. де Бройль вводит нелогичную и, как мы знаем сейчас, ненужную и даже ошибочную гипотезу о том, что квант тоже имеет массу покоя; тогда он действительно становится похожим на другие частицы. Это гипотеза была тем более необходима для Л. де Бройля, что никто в то время вообще не мог воспринимать квант как частицу, если он имеет массу покоя равную нулю: специальный вопрос о механике кванта обходили молчанием.



Луи де Бройль
(1892—1987)

Конечно, Л. де Бройль знал, что его гипотеза «небезопасна», и, чтобы не прийти к противоречию с известными фактами, он ограничил массу покоя кванта условием $m_0 < 10^{-50}$ г, уводя тем самым ее за область, доступную эксперименту. Но если квант имеет массу покоя, то существует система координат, в которой квант покоится, и тогда, перейдя в такую систему, его можно лучше «рассмотреть». Тогда Л. де Бройль писал так: «Руководствуясь идеей об общем соотношении между понятиями частоты и энергии, мы допустим в данной работе существование периодического явления, природу которого нам еще предстоит определить и которое будет связано с каждой изолированной порцией энергии и будет зависеть от собственной массы согласно уравнению Планка — Эйнштейна» (с. 9). Если обозначить массу покоя кванта через m_0 , то в системе, в которой квант покоится, согласно сказанному выше, частота «периодического явления» определяется очевидным образом: $\nu = \varepsilon/h$, и, следовательно, $\nu_0 = m_0 c^2/h$. Для наблюдателя,

относительно которого квант (т. е. носитель колебаний) движется со скоростью $v = \beta c$, частота уменьшается. Квант в такой модели — это часы, а часы в движущейся системе идут медленнее; значит, и частота должна быть *меньше*. Поэтому частота «колебаний кванта», измеренная наблюдателем, относительно которого квант движется со скоростью $v = \beta c$, должна быть $\nu_0 (1 - \beta^2)^{1/2}$.

Но приведенное рассуждение не единственно возможное. Если говорить о кванте не как о частице, а как о волне, то мы должны его описывать какой-то функцией типа $\sin [\nu_1 t - (x/\lambda)]$, где ν_1 — частота волны, λ — ее длина. Согласно преобразованию Лоренца, частота в системе, в которой квант покоится (квант-частица) и частота в системе наблюдателя ν_1 связаны соотношением $\nu_1 = \nu_0 / (1 - \beta^2)^{1/2}$.

Но это совсем другая частота, чем мы получили раньше. Вторая отличается от первой на множитель $(1 - \beta^2)^{-1}$. Таким образом, рассуждения зашли в тупик, и если следовать обычной логике доказательств, то их надо отбросить. Но, как в шахматной игре, Л. де Бройль делает хороший ход и спасает, казалось бы, безнадежную партию.

Он замечает, что не только частота двух процессов, но и их скорости должны быть различны*). На этом логическая цепь рассуждений обрывается, и для дальнейшего продвижения вперед нужно было сделать тот шаг, который сделал автора великим. Де Бройль формулирует никак не обоснованное и даже не очень понятное требование. «Если вначале внутренний процесс в движущемся теле находится в фазе с волной, такая гармония в фазе будет всегда сохраняться» (3, с. 18).

Сравним фазу двух колебаний в момент времени t или в точке $x = vt$ (в точке, где находится квант). «Внутреннее» колебание имеет в этой точке фазу

$$\nu_1 t = \nu_0 (1 - \beta^2)^{1/2} \frac{x}{v}. \quad (1)$$

Для «волны» фаза вычисляется так:

$$\nu_1 t - \frac{1}{\lambda} x = \nu_0 \left(\frac{x}{v} - \frac{x}{u} \right) \frac{1}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad (2)$$

если принять скорость фазы волны $\nu_1 \lambda = u$; ее называют обычно «фазовой скоростью».

Чтобы фазы (1) и (2) совпадали, надо, чтобы фазовая скорость была такой, чтобы выполнялось равенство

$$(1 - \beta^2) \frac{1}{v} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}.$$

Отсюда (вспоминая, что $\beta^2 = v^2/c^2$) получаем, что $u = c^2/v$.

Фазовая скорость u оказалась больше скорости света. Однако это не новый парадокс, и де Бройль отмечает, что с этой скоростью ничто материальное не перемещается, масса (и энергия) движется со скоростью v , так что гипотезы Л. де Бройля не привели к противоречию с релятивистским принципом.

После этого де Бройль делает еще одно замечание, которое завершает его построения. Фазовая скорость волн не постоянна, а зависит от длины волны λ . Но тогда, как показал еще Дж. Рэлей (на него и ссылается де Бройль), энергия в волне переносится с «групповой скоростью», равной

$$v = \frac{dv}{d\lambda^{-1}}.$$

*) Заметим, что если бы не было гипотезы, что квант имеет массу, то не было бы и двух частот. Парадокс бы не возник, но с ним не состоялось бы и открытие!

Подставляя

$$v = \frac{u}{\lambda} = \frac{c^2}{v} \frac{1}{\lambda},$$

мы и получим групповую скорость, в точности равную скорости кванта v ! Теперь все стало на место. Удивительно, как много изобретательности надо было проявить, чтобы получить результат, который сейчас представляется почти тривиальным.

Таким образом, правильный результат был получен из двух произвольных, необоснованных гипотез — из гипотезы о массе фотона и из гипотезы о гармонии фаз. Первая гипотеза разделила волновое движение на два. Вторая вернула им единство. В итоге появилась групповая скорость и волновое движение оказалось присущим не только квантам, но и любым другим частицам. Интуиция оказалась сильнее логики.

С поразительной прозорливостью Л. де Бройль почувствовал значение этого открытия. Результаты своих французских работ он публикует в 1924 г. на английском в «Philosophical Magazin»,¹⁴ и там также указывает на многие следствия из своей гипотезы и формулирует программу дальнейшего ее развития. Так, де Бройль в ответ на вопрос Ж. Перрена о возможном экспериментальном подтверждении волновой гипотезы выдвинул идею дифракции электронов. И действительно, феномен дифракции электронов был открыт три года спустя в 1927 г. в специально поставленных для этого опытах К. Дэвиссона и Л. Джермера¹⁵ и независимо от них Дж. П. Томсона*)¹⁶.

Уже в 1924 г. Л. де Бройль связывает стабильность атома с тем, что на стационарной орбите электрона должно укладываться целое число волн. Это утверждение уже давно, кажется, потеряло авторство, но именно в нем волны де Бройля впервые обрели реальность.

Картина, возникающая перед де Бройлем, разительно отличалась от того, что видели его современники. В то время только де Бройлю дуальность волновых и квантовых свойств в природе представлялась не парадоксом, а проявлением некоторой симметрии — органическим, неперменным свойством природы — свидетельством ее гармонии.

Надо было обладать поразительной духовной независимостью, чтобы в одиночку двигаться по еще никому не веданной дороге. Фантазия работ 1923 г. и плодотворность заключенной в них мысли заставляют вспомнить другого одинокого фантаста, жившего на 400 лет раньше, — Иоганна Кеплера. Уверенность в совершенстве и гармонии мироздания вели Кеплера от гипотез о присущей миру симметрии к глубоким истинам о строении Солнечной системы, математический смысл которых был вскрыт лишь Ньютоном. Именно симметрия между волновой и корпускулярной картинками, увиденная Л. де Бройлем, привела его к не менее глубоким истинам о строении микромира. Роль Ньютона в этом случае досталась Э. Шрёдингеру. Одним из наиболее очевидных проявлений гармонии мира было для Л. де Бройля тождество между принципом наименьшего действия и принципом Ферма. «Руководимый идеей глубокого тождества между принципом наименьшего действия и принципом Ферма, — писал де Бройль в своей диссертации, — я с самого начала моих исследований по этому вопросу принял, что для заданной величины полной энергии движущегося тела и, следовательно, для заданной частоты ее волны и фазы динамически возможные траектории движущегося тела совпадают с возможными лучами волн»⁽⁵⁾, с. 33). Отмечая, что уже У. Гамильтон обращал внимание на сходство в уравнениях волновой оптики и описании кинематики частиц, Л. де Бройль именно в

*) Еще в 1921 г. возник вопрос об интерпретации углового распределения рассеянных электронов при изучении вторичной электронной эмиссии в опытах К. Дэвиссона и К. Кунсмана¹⁷. Попытка объяснить полученную картину в рамках квантовой теории Н. Бора была явно неудовлетворительной. Уже в 1925 г. молодой физик В. Эльзассер¹⁸ интерпретировал результаты этих опытов с помощью идей Л. де Бройля, что никто не воспринял тогда всерьез.

теории Гамильтона — Якоби нашел то, что он назвал эмбриональной теорией союза волн и частиц.

Как бы ни был одинок Л. де Бройль в своем творчестве, его истоки тем не менее лежали во внешнем мире, и, двигаясь вверх по течению, мы придем к Первому международному Сольвеевскому физическому конгрессу, состоявшемуся в Брюсселе с 30 октября по 3 ноября 1911 г. под председательством Г. Лоренца. Объявленной темой конгресса была «Теория излучения и кванты». В работе его приняли крупнейшие физики того времени, среди них: В. Нернст, М. Планк, А. Эйнштейн, М. Кюри, П. Ланжевен, А. Зоммерфельд, М. Бриллюэн. Но и такое созвездие не привело к существенному прогрессу в понимании роли и места кванта в системе электродинамики и физической статистики.

Ученым секретарем конгресса (а позже одним из редакторов трудов конгресса) был Морис де Бройль, старший брат Луи. Сам Луи не только не был на конгрессе, но вообще не занимался в это время физикой, будучи увлеченным проблемами истории средних веков и философией. Однако нельзя считать лишь случайностью, что именно в год конгресса в 1911 г. Луи де Бройль перешел на естественный факультет Сорбонны *). Очевидно, что влияние старшего брата, ознакомившего его с докладами, прочитанными на конгрессе, сыграло решающую роль в развитии младшего. Морис де Бройль был семнадцатью годами старше Луи. В 1904 г. он отказался от карьеры морского офицера и возглавил созданную им в Париже лабораторию, где с 1906 г. посвятил все свое время изучению рентгеновских спектров и явлению фотоэффекта. Уровень экспериментов лаборатории М. де Бройля был очень высок, сам руководитель лаборатории был учеником П. Ланжевена, а избрание его в качестве ученого секретаря Первого Сольвеевского конгресса достаточно наглядно демонстрирует международный авторитет старшего из братьев де Бройлей.

Именно с Морисом де Бройлем и обсуждает прежде всего младший брат свои научные идеи, именно под его влиянием и приходит он в 1922 г. к выводу, который приводит в своей диссертации, завершая историческое к ней введение: «Кажется, наступил момент попытаться предпринять усилие для объединения корпускулярной и волновой точки зрения и углубить понимание квантов. Это то, что мы недавно сделали, и диссертация имеет своей основной целью представить, по возможности полно как те новые идеи, которые мы предложили, и те успехи, к которым они ведут, так и многочисленные проблемы, которые в них содержатся» (⁵, с. 9).

Говоря о творчестве Л. де Бройля и отмечая необычность как самого прихода его в физику, так и всего подхода ученого к окружающему его миру, было бы неправильным обойти молчанием и его необычную родословную. Сведения о генеалогическом древе великих физиков, как правило, отсутствуют в их научных биографиях, но в данном случае такое умолчание было бы просто неверным: семейные традиции не могли не сказаться на особенностях творчества Луи де Бройля.

Единственный князь в многовековой истории физики **), он принадле-

*) Специальный доклад М. Планка был посвящен на конгрессе противоречию между гипотезой квантов света Эйнштейна и теорией электромагнитного поля Максвелла, причем Планк возлагал особые надежды в преодолении этого противоречия на использование принципа наименьшего действия. Л. де Бройль вспоминал спустя почти полвека, что именно этот вопрос и заинтересовал его более всего: «Со всем пылом моего возраста я был покорен изучаемыми проблемами и решил посвятить все свои усилия тому, чтобы понять истинную природу таинственных квантов, которые десятью годами раньше Макс Планк ввел в теоретическую физику, но глубокое значение которых не было понято» (с. 459).

**) Старший брат, Морис де Бройль, был герцогом, младшему достался титул князя. Отношение самого Л. де Бройля к его аристократическому происхождению характеризуется уже то, что он никогда взрослым не бывал в своем родовом имении, стремясь, как он писал сам, избавиться от контактов с аристократическим окружением.

жит к роду де Броглиа *). Упоминание о его предках встречается в итальянских хрониках уже XII века. В середине XVII века граф Пьемонтский Франсуа Мариа Броглиа переходит на службу к французскому королю, и с этого времени начинается длящаяся уже три века военная и государственная деятельность представителей рода де Бройлей во Франции. В числе предков Луи де Бройля были депутаты Ассамблеи и министры, маршалы и члены Французской академии. Добавим, что основатель современной волновой оптики О. Френель имеет (хотя и косвенное) отношение к этому семейству: он родился в имении де Бройлей, где его дед служил управляющим.

Независимость мышления была наиболее характерной чертой творчества Л. де Бройля. Отчасти она и способствовала тому, что его глубокие идеи не находили понимания физического сообщества, но не будем слишком строги к этому сообществу — сам Луи де Бройль далеко не всегда был последователен в своих утверждениях. Так, в 1923 г. он фактически предлагает аналог того, что можно считать вероятностной интерпретацией вынужденного излучения атома, продолжая ту линию, которую в свое время предложил А. Эйнштейн²⁰. Л. де Бройль пишет: «Когда фазовая волна пересекает возбужденный атом, у атома есть вероятность излучить квант света, определенная в каждый момент интенсивностью волны» (¹⁴, с. 450). Но сам же автор не хочет идти столь далеко. Когда в 1926 г. М. Борн предложил последовательную вероятностную интерпретацию решения уравнения Шрёдингера для задачи рассеяния²¹, Л. де Бройль стал одним из наиболее уверенных ее противников. На протяжении всей жизни, правда с временными вынужденными отступлениями, выражавшимися в присоединении к вероятностной трактовке, прежде всего вызванном нуждами преподавания, Л. де Бройль пытается найти другую интерпретацию, более близкую к идеалу классической физики. Его мечтой становится найти «ясный образ дуализма волна-частица, согласующийся с классическими концепциями»²². При этом его попытки построения теории двойного решения, введения дополнительного нелинейного уравнения, т.е. отказ от принципа суперпозиции — одного из краеугольных камней квантовой механики, представляют на деле не менее радикальный отказ от классических концепций, чем обычная квантовая механика. Так же, как и попытка рассматривать частицу как особенность волны, а волне отвести роль направляющей движение этой особенности. Такой образ волны-пилота вселял в него надежды, которые и по сей день увлекают его учеников.

Однако в своих попытках более логичного (с точки зрения классической теории) объяснения квантовой механики Л. де Бройль был, как известно, не одинок. В этом смысле он был солидарен с А. Эйнштейном и Э. Шрёдингером, которые, как и он, до конца своих дней не могли примириться с миром, который они сами создали.

Никто не знает, сколько правды содержится в сомнениях этих великих одиночек. Сегодня затихшие в свое время дискуссии о природе и смысле физической реальности увлекают новое поколение. Приговор еще не вынесен. Поэтому как иллюстрацию тех проблем, которые волновали великих, но остались актуальными и сегодня, приведем два отрывка из переписки в феврале—марте 1954 г.²³:

«Дорогой де Бройль.

Вчера я прочел уже знакомую мне переведенную на немецкий Вашу статью по проблеме «кванты и детерминизм» и мне доставила большое удовольствие ясность Вашей мысли...

... На самом деле я, точно так же как и Вы, убежден, что надо искать субструктуру, тогда как современная квантовая механика искусно прячет эту необходимость, применяя статистическую форму.

Но я издавна убежден, что эту субструктуру нельзя найти *конструктив-*

*) И сейчас фамилию де Бройля иногда произносят как де Броглиа.

ным путем, исходя из эмпирически известного поведения объектов, так как необходимое здесь усилие превышает человеческие силы. Не из-за тщетности моих многолетних усилий пришел я к этому выводу, а благодаря моему опыту в теории гравитации. Уравнения гравитации могли быть открыты *только* на основе чисто формального принципа (общей ковариантности), т.е. на убеждении, что законы природы основаны на наибольшей возможной логической простоте...». (Из письма А. Эйнштейна от 15 февраля 1954 г.).

А вот из ответа Л. де Бройля от 8 марта 1954 г.:

«Уважаемый господин Эйнштейн,

... я вновь склонен считать, что принятая в настоящее время статистическая интерпретация «неполна» и что надо искать точные пространственно-временные образы для дуализма «волна-частица», которые позволили бы оправдать успех статистических законов в квантовой механике.

То, что вы в своем письме говорите о вашем отношении к проблеме квантов и доверии к методу «логической простоты», привлекло мое пристальное внимание. Действительно, мне кажется, что те общие логические связи, которые привели вас к великолепным результатам общей теории относительности и единых теорий поля, позволят в будущем лучше понять смысл квантов и дуализма волна-частица...

Я еще раз благодарю вас за пользу, которую мне принесло чтение вашего драгоценного письма, и за ту огромную поддержку, которое оно мне дает в моих новых работах»²³.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова, Москва
Институт философии АН СССР

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иошак Ж.// Бройль Л., де. Соотношение неопределенностей Гейзенберга и вероятностная интерпретация квантовой механики.— М.: Мир, 1986.— С. 9.
2. Broglie L., de. Ondes et quanta//C. R. Ac. Sci., Paris. 1923. T. 177. P. 507—510; перевод://УФН. 1967. Т. 93. С. 178—180.
3. Broglie L., de. Quanta et lumiere, diffraction et interferences//Ibidem. P. 548—550; перевод://Ibidem². С. 180—181.
4. Broglie L., de. Les quanta, la théorie cinétique de gaz et le principe de Fermat//Ibidem. P. 630—632; перевод://Ibidem^{2, 3}. С. 182—183.
5. Broglie L., de. Recherches sur la théorie des Quanta//Reedition de la these de doctorat de L. de Broglie.— Paris, 1963; перевод: де Бройль Л.//Виртуальные принципы механики/Под ред. Л. С. Положа.— М.: Физматгиз, 1959. — С. 641—668.
6. Broglie L., de. Les incertitudes de Heisenberg et l'interpolation probabiliste de la mecanique ondulatoire.— Paris, Gauthier-Villars, 1982; перевод://¹.
7. Mauguin Ch.//Louis de Broglie, physicien et penseur.— Paris, 1953.— P. 434.
8. Джеммер М. Эволюция понятий квантовой механики.— М.: Мир, 1985.
9. Einstein A.//Berl. Ber. 1924. S. 261; перевод: Эйнштейн А. Собрание трудов.— М.: Наука, 1966.— Т. 3. С. 481.
10. Bose S.//Zs. Phys. 1924. Bd 26. S. 176; перевод: Ibidem⁹.— С. 475.
11. Иоффе А. Ф.//ЖРФХО. Сер. физ. 1910. Т. 42, вып. 9.
12. Schrödinger E.//Ann. d. Phys. 1926. Bd 79. S. 361, 489; Bd 80. S. 437; перевод://Шрёдингер Э. Избранные труды по квантовой механике.— М.: Наука, 1976.— С. 21, 75, 116.
13. Stark J.//Phys. Zs. 1909. Bd 10. S. 902.
14. Broglie L., de. A Tentative Theory of Light Quanta//Phil. Mag. 1924. V. 47. P. 446—458; перевод://УФН. 1977. Т. 122. С. 562—571, и там же, где и в⁵.
15. Davisson C. J., Germer L. H.//Phys. Rev. 1927. V. 30. P. 705.
16. Thomson G. P.//Proc. Roy. Soc. Ser. A 1928. V. 117. P. 600.
17. Davisson C., Kunsman C. H.//Science. 1921. V. 54. P. 522.
18. Elsassner W.//Naturwissenschaften. 1925. Bd 13. S. 711.
19. Broglie L., de. Vue d'ensemble sur mes travaux scientifiques//⁷.— P. 458—470.
20. Einstein A.//Phys. Zs. 1909. Bd 10. S. 185; перевод://Как в⁹.— С. 164.
21. Born M.//Zs. Phys. 1926. Bd 38. S. 863; перевод://УФН. 1977. Т. 122. С. 632.
22. Broglie L., de.//Wave Mechanics: the First Fifty Years.— 1973.— P. 12—18.
23. Из переписки А. Эйнштейна и Л. де Бройля//ВИИЕТ АН СССР. 1981. № 1. С. 58—59.