

530.12:531.51+524.35

ГРАВИТАЦИОННО-ВОЛНОВАЯ АСТРОНОМИЯ *)*Л. Я. Грищук*

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение. Гравитационно-волновая астрономия в действии	297
2. Астрономические проявления гравитационных волн	298
2.1. Двойной радиопульсар PSR 1913+16. 2.2. Катаклизмические переменные.	
2.3. Сверхновые звезды I типа.	
3. Теория и некоторые новые результаты	301
3.1. Математическое описание гравитационных волн. 3.2. Релятивистская небесная механика.	
4. Источники гравитационных волн и современные экспериментальные пределы	303
4.1. Импульсные источники. 4.2. Периодические источники.	
5. Стохастический фон гравитационных волн и ранняя Вселенная	308
5.1. Квантовое рождение гравитонов. 5.2. Наблюдательные ограничения интенсивности стохастического фона и физика ранней Вселенной.	
6. Детектирование гравитационных волн	314
6.1. Краткая характеристика детекторов. 6.2. Шумы и чувствительность.	
7. Новые идеи и перспективы	318
7.1. Кинематический резонанс и эффект памяти. 7.2. Возможности детектирования высокочастотных реликтовых гравитонов.	
Список литературы	321

1. ВВЕДЕНИЕ. ГРАВИТАЦИОННО-ВОЛНОВАЯ АСТРОНОМИЯ В ДЕЙСТВИИ

Гравитационно-волновая астрономия часто воспринимается как очень увлекательная область науки, обещающая грандиозные открытия и достижения, но ... в очень отдаленном будущем.

Такое суждение основано на том, что гравитационные волны еще никогда непосредственно не наблюдались. Постановка опыта по излучению и детектированию гравитационных волн в лабораторных условиях пока неосуществима. Попытки прямой регистрации на Земле гравитационного излучения от космических источников также были пока безуспешными. Несмотря на огромные усилия экспериментаторов сроки достижения требуемого уровня чувствительности наземными детекторами все еще неопределенны.

И тем не менее имеется много неоспоримых, хотя и косвенных, свидетельств того, что гравитационное излучение играет важную роль в реальных астрофизических процессах. Наблюдения подтверждают теоретические предсказания, основанные на учете гравитационно-волновых эффектов, не только качественно, но и количественно. В этом смысле гравитационно-волновая астрономия уже сейчас реально существует и успешно развивается. Современное состояние гравитационно-волновой астрономии характеризуется уверенными наблюдениями косвенных проявлений гравитационных волн (изме-

*) Статья представляет собой переработанный текст пленарного доклада «Гравитационно-волновая астрономия»^{1а} (см. также^{1б}), сделанного автором на XI Международной гравитационной конференции (Стокгольм, июль 1986 г.). Недавно появился хороший обзор², более подробно освещающий некоторые вопросы гравитационного излучения и его детектирования.

нение орбиты двойного пульсара PSR 1913 + 16³⁾, признанием решающей роли гравитационных волн в конкретных наблюдаемых астрофизических явлениях (эволюция тесных двойных систем, приводящая к образованию катаклизмических переменных⁴⁾ и сверхновым I типа⁵⁾, получением содержательных ограничений на параметры ранней Вселенной из гравитационно-волновых соображений (сопоставление разнообразных наблюдательных данных и теоретических предсказаний о спектре и плотности энергии реликтовых гравитонов)^{6, 7)}. Можно сказать, что гравитационно-волновая астрономия уже сейчас представляет собой действенный инструмент изучения природы.

Успехи гравитационно-волновой астрономии были бы весомее, если бы проводились систематические, непрерывные гравитационно-волновые обзоры неба хотя бы на том лучшем уровне чувствительности, который сейчас достигнут. Отсутствие таких наблюдений особенно остро сказалось недавно, когда была зарегистрирована в электромагнитном и нейтринном излучении вспышка сверхновой звезды в Большом Магеллановом Облаке (LMC SN 1987A). При благоприятном стечении обстоятельств и при оптимистических предположениях о гравитационном энерговыделении при вспышке сверхновой это событие могло быть также зафиксировано лучшими гравитационными детекторами. В крайнем случае мог быть установлен содержательный верхний предел на энергию, выделившуюся в виде гравитационно-волнового импульса:

$$\Delta E < M_{\odot} c^2 = 2 \cdot 10^{54} \text{ эрг.}$$

Однако наиболее чувствительные антенны в этот момент не работали, а намеки на сигнал, обнаруженные итальянской группой⁸⁾ на недостаточно чувствительной антенне, если и имеют отношение к обсуждаемому событию, то вряд ли вызваны гравитационными волнами. Были предприняты попытки организовать наблюдения на существующих лазерных интерферометрах в Калифорнийском технологическом институте и в других местах в расчете на гравитационное излучение от пульсара — возможного остатка сверхновой SN 1987A. Скорее всего, эти наблюдения тоже не приведут к успеху, так как даже при наиболее оптимистических предположениях о пульсаре чувствительности интерферометров все еще не достаточно⁹⁾ (см. также ниже, раздел 4). Этот пример лишний раз подчеркивает настоятельную необходимость существенного повышения чувствительности детекторов и организации систематического патрулирования неба.

В данной статье вначале рассмотрены астрономические проявления гравитационных волн (раздел 2). Затем кратко изложены некоторые новые теоретические результаты, имеющие значение для гравитационно-волновой астрономии (раздел 3). В разделе 4 обсуждаются космические источники гравитационных волн; предсказания о форме и амплитуде излучаемых ими сигналов сравниваются с существующими экспериментальными пределами. Особое внимание уделено стохастическому гравитационно-волновому излучению; это связано с фундаментальной значимостью возможного детектирования фона реликтовых гравитационных волн (раздел 5). В разделе 6 изложены простейшие принципы детектирования гравитационных волн и указаны основные причины, ограничивающие чувствительность детекторов. Наконец, некоторые новые экспериментальные идеи кратко обсуждены в разделе 7.

2. АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

2.1. Двойной радиопульсар PSR 1913+16

Двойная звездная система неизбежно излучает гравитационные волны. В уравнениях движения радиационные поправки появляются в приближении $(v/c)^5$, где v — характерная скорость орбитального движения. В этом

приближении двойная система излучает энергию и угловой момент, а полный импульс системы остается неизменным. Следствием излучения гравитационных волн является систематическое изменение параметров кеплеровской орбиты. Эксцентриситет и размеры орбиты, а также период обращения тел вековым образом уменьшаются¹⁰. Радиационные поправки становятся особенно заметными в компактных системах, содержащих массивные тела.

Пульсар PSR 1913+16, входящий в тесную двойную систему, стал поистине гравитационной лабораторией в космосе^{3, 11}. Релятивистский характер системы иллюстрируется тем фактом, что орбитальная скорость пульсара превышает 300 км/с, т. е. $v/c \approx 10^{-3}$. Вся система, состоящая из двух нейтронных звезд с массой $1,4 M_{\odot}$ каждая, имеет размеры примерно такие же, как размеры нашего Солнца. Кроме того, высокая стабильность периодического излучения пульсара делает возможным наблюдение времени прихода отдельных импульсов с огромной точностью.

Наблюдения пульсара продолжают более или менее регулярно с 1974 г. Основной релятивистский эффект, появляющийся в уравнениях движения уже в членах порядка $(v/c)^2$, — поворот периастра орбиты — составляет в этой системе 4° в год, вместо $42''$ в столетие для Меркурия. Поворот периастра легко обнаруживается за время наблюдения порядка 10 дней. Хронометрирование времени прихода пульсарных импульсов позволяет получить набор данных, с избытком достаточных для того, чтобы определить все параметры двойной системы, в том числе массы компаньонов. Релятивистские эффекты, измеряемые в системе, включают вековое уменьшение орбитального периода \dot{P} , поворот периастра орбиты, задержку во времени распространения сигналов в гравитационном поле соседней нейтронной звезды, квадратичный эффект Допплера, релятивистские поправки в лучевой скорости, позволяющие определить наклонение орбиты. Точность и разнообразие наблюдательных данных столь велики, что вместе с определением ньютоновских и релятивистских эффектов в движении пульсара удается дать очень жесткие ограничения на возможные отклонения от простейшей и самой естественной модели всей системы, а именно модели в виде пары изолированных нейтронных звезд без каких-либо третьих тел, а также без сколько-нибудь значительных потоков вещества или газа. Возможные отклонения, выраженные в относительных единицах, не превышают нескольких процентов.

По последним данным масса пульсара PSR 1913+16 равна *) (см. ³) $(1,445 \pm 0,007) M_{\odot}$, а масса его компаньона равна $(1,384 \pm 0,007) M_{\odot}$. Наблюдаемое значение \dot{P} согласуется с теоретическим значением, основанным на эйнштейновской квадрупольной формуле, со всей достигнутой сейчас точностью, лучше 4 %. На современном этапе развития астрофизики двойной пульсар PSR 1913+16 используется уже не столько для проверки предсказаний общей теории относительности, включая излучение гравитационных волн, сколько для определения все более тонких физических свойств системы.

2.2. Катаклизмические переменные

Катаклизмические переменные звезды, а также некоторые рентгеновские источники умеренной светимости представляют собой очень тесные двойные системы. Один из компонентов системы, называемый первичным, является компактной звездой — вырожденным карликом, нейтронной звездой или даже черной дырой. Второй компонент чаще всего бывает маломассивной звездой главной последовательности. Масса первичного компаньона обычно оценивается в $(0,6—1,5) M_{\odot}$, а вторичного — от $0,3M_{\odot}$ до $0,03M_{\odot}$. В этих

*) В ¹² приводятся соответственно значения $m_1 = 1,451 \pm 0,007$ и $m_2 = 1,378 \pm 0,007$.

системах наблюдается перенос массы с маломассивной звезды на другую, более массивную, с темпом аккреции примерно $10^{-10} M_{\odot}$ в год. Другим важным наблюдательным фактом является резкий обрыв в распределении катаклизмических переменных по орбитальным периодам. Наблюдается всего несколько систем с периодами короче 80 мин. Эти наблюдения находят качественное и количественное объяснение при учете гравитационного излучения^{4, 13}.

Устойчивый и длительный перенос массы в системах подобного типа возможен только по причине уменьшения орбитального момента системы за счет излучения в виде гравитационных волн. Под действием гравитационно-волнового торможения звезды сближаются, маломассивная звезда заполняет свою полость Роша и начинает истекать на первичную компоненту. Перенос массы с маломассивной звезды на более массивную при условии сохранения орбитального момента должен был бы сопровождаться увеличением радиуса орбиты. Другими словами, если бы не было гравитационного излучения, расстояние между звездами увеличилось бы и перетекание вещества прекратилось. Однако гравитационно-волновое торможение доминирует, в результате чего аккреция не прекращается, а радиус орбиты продолжает уменьшаться, хотя и несколько медленнее, чем до начала перетекания вещества.

Постепенное и медленное сближение звезд происходит примерно в течение $5 \cdot 10^9$ лет. На этом интервале эволюции истекающая звезда продолжает оставаться вблизи состояний для звезд главной последовательности. По этой причине продолжается сближение звезд и обеспечивается устойчивый темп аккреции на уровне $(10^{-10} - 10^{-11}) M_{\odot}$ год, т.е. близкий к наблюдаемому. Однако, когда масса истекающей звезды уменьшается примерно до $0,08 M_{\odot}$, звезда выходит из теплового равновесия и становится вырожденной. Теперь уменьшение массы звезды сопровождается увеличением ее радиуса. В результате начинает преобладать тенденция к увеличению размера орбиты, и система проходит через стадию минимального орбитального периода. По расчетам в простейших предположениях минимальный орбитальный период должен составлять 65–70 мин, что хорошо согласуется с наблюдениями и объясняет обрыв в распределении по периодам. Знаменательно, что несколько известных двойных систем с существенно более короткими периодами (~11 мин) также находят объяснение в рамках этих же представлений. В этих системах вторичная компонента является гелиевой звездой, а не водородной звездой главной последовательности. Размеры гелиевых звезд примерно в четыре раза меньше, что позволяет им приблизиться к первичной компоненте на более близкое расстояние. В результате двойная система имеет более короткий минимальный период. Аналогичные модели, использующие решающим образом динамическую роль гравитационного излучения, объясняют также эволюцию и свойства некоторых компактных рентгеновских объектов.

2.3. Сверхновые звезды I типа

В контексте гравитационно-волновой астрономии вспышки сверхновых звезд обычно упоминают в качестве мощных источников гравитационного излучения. Однако гравитационные волны имеют отношение к сверхновым и в другом смысле. Они играют, по-видимому, решающую роль в динамической эволюции звезд, приводящей к вспышкам сверхновых определенного типа.

Вспышки сверхновых принято подразделять на I и II типы. В свою очередь, вспышки I типа в последнее время подразделяют на два подтипа⁴.

По всей совокупности признаков сверхновые II типа соотносят с концом эволюции одиночных массивных звезд, $M \gtrsim 9 M_{\odot}$, не исчерпавших еще полностью своего водорода. В то же время сверхновые I типа сопровождают взрывы не слишком массивных, глубоко проэволюционировавших звезд.

В спектрах таких вспышек нет водорода и гелия, но есть тяжелые элементы. Сверхновые II типа встречаются преимущественно в спиральных рукавах галактик, где есть много молодых звезд. В противовес этому сверхновые I типа распределяются по объему галактик более или менее равномерно. Только сверхновые первого типа встречаются в эллиптических галактиках, где процесс звездообразования, как правило, давно закончился. Кривые блеска этих сверхновых, их спектры и скорости расширения оболочек довольно похожи. Все это указывает на универсальность механизма, приводящего к этим вспышкам. Сверхновые I типа, скорее всего, являются результатом эволюции не слишком массивных звезд, $M \lesssim 8M_{\odot}$, входящих в двойные системы, где активно проходят процессы перетекания вещества⁵. (Действительно, не видно причины для взрыва спокойной, долгоживущей звезды, расположенной где-нибудь на окраине эллиптической галактики, если бы не было взаимодействия с близко расположенным соседом.) Проведенные эволюционные расчеты в рамках этой модели убедительно заканчиваются взрывами с характеристиками вспышек сверхновых I типа. Эти эволюционные треки обязательно содержат стадию, где существенную динамическую роль играют гравитационные волны. На этой стадии в системе присутствуют два вырожденных белых карлика, сближение которых происходит только под действием гравитационно-волнового торможения. В ходе дальнейшей эволюции начинается аккреция вещества с менее массивной на более массивную звезду. Собственно вспышка сверхновой происходит тогда, когда аккрецирующий белый карлик набирает массу, превышающую чандрасекаровский предел, $M \approx 1,4M_{\odot}$. Расчетные характеристики вспышек, в том числе ожидаемое число событий в типичной галактике, хорошо согласуются с реально наблюдаемыми.

3. ТЕОРИЯ И НЕКОТОРЫЕ НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Математическое описание гравитационных волн

Теоретической основой гравитационно-волновой астрономии является общая теория относительности (ОТО). Гравитационные волны есть неизбежное следствие этой теории. Эйнштейн был первым, кто их исследовал¹⁵.

Как известно, в ОТО одни и те же величины играют роль переменных гравитационного поля и компонент метрики пространства-времени. В обычной, «геометрической» формулировке ОТО эту двойную роль играет метрический тензор искривленного пространства-времени $g_{\mu\nu}(x)$. Математическое описание гравитационных волн обычно строится путем спецификации величин $g_{\mu\nu}(x)$. В приближении слабого поля компоненты $g_{\mu\nu}$ представляются в виде

$$g_{\mu\nu} \approx \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (1)$$

где $\eta_{\mu\nu}$ можно считать компонентами метрики плоского мира Минковского. Величины $\eta_{\mu\nu}$ имеют значения: $\eta_{00} = -\eta_{11} = -\eta_{22} = -\eta_{33} = 1$, остальные $\eta_{\mu\nu}$ равны нулю. Осциллирующие поправки $h_{\mu\nu}(x, t)$ представляют собой слабые гравитационные волны в линейном приближении. В этом случае говорят о слабых гравитационных волнах, распространяющихся на фоне плоского мира. Описание нелинейных эффектов потребовало бы учета последующих членов в разложении (1).

На Земле мы всегда имеем дело со слабыми гравитационными волнами. Приближение слабого поля справедливо и вблизи большинства астрономических источников гравитационных волн. Оно может нарушаться лишь вблизи источников, включающих сверхкомпактные массивные тела.

В космологии учитывается фоновое гравитационное поле однородной, изотропной (фридмановской) Вселенной, поэтому разложение (1) заменяется

на

$$g_{\mu\nu} \approx \gamma_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (2)$$

где $\gamma_{\mu\nu}$ — метрика Фридмановского мира. Нам потребуется это описание только в разделе 5, где обсуждаются космологические гравитационные волны.

Следует сказать, что представление о динамическом гравитационном поле $h^{\mu\nu}$, заданном на фоне некоторого вспомогательного пространства-времени с метрическим тензором $\gamma_{\mu\nu}$, можно сделать точным и строгим, а не только приближенным и справедливым лишь в некоторых случаях. На этом пути строится совершенно эквивалентная «полевая» формулировка ОТО. Удобная связь между величинами $\gamma^{\mu\nu}$, $h^{\mu\nu}$ и $g^{\mu\nu}$ выражается равенством

$$(-g)^{1/2} g^{\mu\nu} \equiv (-\gamma)^{1/2} (\gamma^{\mu\nu} + h^{\mu\nu}),$$

причем в случае плоского фонового пространства-времени величины $\gamma^{\mu\nu}$ есть компоненты метрики мира Минковского, записанные в произвольных криволинейных координатах. Возникающая теория обладает всеми необходимыми атрибутами «полевой» теории, а именно: теория содержит лагранжиан и действие; вариационный принцип приводит к уравнениям поля для динамических переменных, полностью эквивалентным уравнениям Эйнштейна; по стандартным правилам выводятся тензор энергии-импульса гравитационного поля (тензор, а не псевдотензор!) и законы сохранения, отражающие симметрию фонового пространства-времени; теория допускает координатную и калибровочную группу преобразований. В связи с теорией гравитационного излучения такой подход полезен потому, что делает аналогию между гравитационными и электромагнитными волнами особенно наглядной²⁹.

Пользуясь калибровочной свободой, можно добиться выполнения удобных (хотя и не обязательных) дополнительных условий $h^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$ аналогично тому, как калибровочная свобода в теории электромагнитного поля позволяет добиться выполнения калибровочного условия Лоренца. После этого (точные!) уравнения Эйнштейна можно привести к уравнениям явно волнового вида:

$$\square h_{\mu\nu} = \frac{16\pi G}{c^4} (t_{\mu\nu} + \tau_{\mu\nu}),$$

где \square — волновой оператор Даламбера, $t_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса гравитационного поля, $\tau_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса материальных источников.

Совпадая с «геометрической» формулировкой ОТО во всех экспериментально проверяемых выводах, «полевая» формулировка ОТО имеет вид обычной полевой теории и удобна в теоретических исследованиях. Этот подход интересен, в частности, тем, что дает дополнительное обоснование стандартным результатам, которые выводились ранее с помощью так называемого псевдотензора энергии-импульса. (Подробнее о полевой формулировке ОТО, ее свойствах и о ее сопоставлении с обычной, «геометрической» формулировкой см¹⁶.)

3.2. Р е л я т и в и с т с к а я н е б е с н а я м е х а н и к а

В последние годы оживленно обсуждались уравнения движения тяготеющих тел с учетом периодических и вековых релятивистских поправок. Эта задача имеет не только принципиальный, но и практический интерес, так как ее решение позволяет строго и последовательно учитывать все релятивистские поправки до радиационного приближения включительно. Примером астрономической системы, где такой учет необходим, является упоминавшийся двойной пульсар PSR 1913+16. Наиболее подробные резуль-

таты получены для двойных систем, состоящих из сферически-симметричных невращающихся тел. Предполагается, что относительная скорость тел мала, т. е. используется приближение медленных движений, $v/c \ll 1$. К настоящему времени эта задача решена с той степенью строгости и полноты, которая принята в обычной небесной механике. Уравнения движения для тел как целых выведены с учетом всех релятивистских поправок до членов порядка $(v/c)^5$ включительно. Найдены все периодические и вековые релятивистские поправки к кеплеровской орбите. Получено явное выражение для силы реакции гравитационного излучения, найдены выражения для dE/dt , dP^i/dt , dL^i/dt , где E — полная энергия двойной системы, P^i — ее импульс, а L^i — ее угловой момент. Приведено явное и полное выражение для лагранжиана системы, справедливое в приближении до $(v/c)^4$ включительно, в котором система еще консервативна. Показано, что развитая теория применима к протяженным и к компактным объектам (таким, как нейтронные звезды или черные дыры) вне зависимости от их внутренней структуры. Это обусловлено тем, что в уравнения движения входит единственная характеристика тел, а именно их релятивистская (толменовская) масса. Следует специально подчеркнуть, что выводы, относящиеся к вековому изменению параметров орбиты, в точности совпадают с теми, которые получаются обычным путем, с использованием эйнштейновской квадрупольной формулы. Исчерпывающий анализ этой проблемы явился следствием многих независимых работ, выполненных разными методами, но приведших к частично перекрывающимся или совпадающим результатам (см., например, ¹⁷).

4. ИСТОЧНИКИ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН И СОВРЕМЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЫ

Источники гравитационных волн принято разделять на импульсные, периодические и стохастические. Импульсный сигнал представляет собой несколько колебаний поля $h^{\mu\nu}$, причем длительность переменной части сигнала, во всяком случае, мала по сравнению с временем наблюдения *). Периодический сигнал моделируется монохроматической волной, т. е. считается, что амплитуда и частота сигнала мало изменяются за время наблюдения. Стохастический сигнал представляет собой стационарный шум с достаточно широким спектром. Мы рассмотрим все виды излучения последовательно, причем анализироваться будут лишь те астрофизические источники, которые представляются наиболее интересными и заведомо существующими.

4.1. И м п у л ь с н ы е и с т о ч н и к и

Наибольшее внимание обычно уделяется импульсному гравитационному излучению, сопровождающему космические катастрофы. Именно на этот тип излучения в основном ориентированы современные экспериментальные программы. Импульсные источники представлены на рис. 1. Там же указаны достигнутые экспериментальные пределы и ожидаемая чувствительность некоторых детекторов.

Создаваемое источником гравитационно-волновое поле на Земле выражается в терминах характерной безразмерной амплитуды h в зависимости от частоты ν в герцах. Значительная неопределенность в структуре источника позволяет использовать упрощенные формулы для описания его излучения. Если считать обе поляризации гравитационной волны равноправными и произвести усреднение по времени, то плотность потока энергии в плоской

*) Об импульсах с «памятью», содержащих постоянную часть поля $h^{\mu\nu}$, см. в разделе 7.1.

гравитационной волне выражается формулой

$$I = \frac{\pi c^3}{4G} h^2 v^2.$$

Источник, находящийся на расстоянии r от Земли и излучивший за время $T \approx 1/v$ энергию $\Delta E = 4\pi r^2 I/v$, создает характерную амплитуду

$$h \approx \frac{1}{r} \left(\frac{G}{\pi^2 c^3} \frac{\Delta E}{v} \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Типичным источником импульсного гравитационного излучения является вспышка сверхновой звезды. Достаточно массивная одиночная звезда, с массой $M \geq 8M_{\odot}$, может закончить свою эволюцию в виде вспышки сверхновой II типа, приводящей к образованию нейтронной звезды. Расчеты гравитационно-волнового энерговыделения довольно сложны и неоднозначны

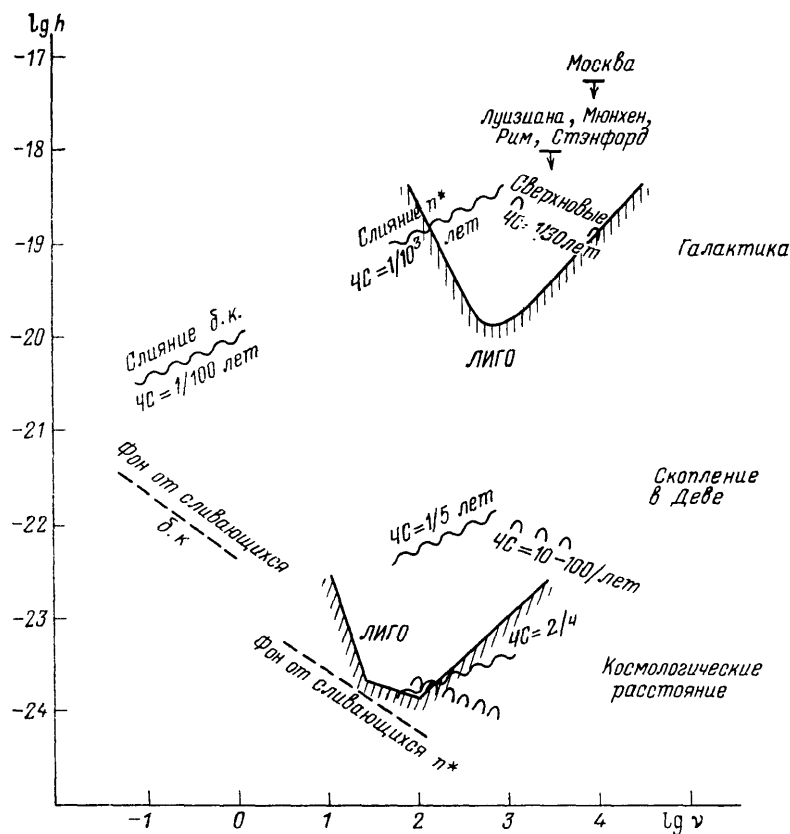


Рис. 1. Импульсные источники (б.к.— белые карлики, ЧС— число событий)

(см. ¹⁸ и последний обзор ²), однако результаты группируются вблизи некоторых средних значений, следующих из самых общих соображений. Действительно, характерная шкала времени для заключительных стадий коллапса и колебаний звездного ядра составляет $3 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-4}$ с, т. е. $\nu \approx 3 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^3$ Гц. Вместе с тем несферичность ядра, вызванная вращением, магнитным полем или возможными неустойчивостями, вряд ли меньше 1 %, что приводит к оценке гравитационно-волнового энерговыделения $\Delta E = 10^{-4} M_{\odot} c^2$. Такая оценка не слишком велика, она составляет примерно 0,1 % ожидаемого нейтринного энерговыделения. На эту оценку ΔE и фор-

мулу (3) мы и опираемся при нахождении значений h :

$$h \approx 2 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{10 \text{ кпк}}{r} \left(\frac{\Delta E}{10^{-4} M_{\odot} c^2} \right)^{1/2} \left(\frac{10^3 \text{ Гц}}{\nu} \right)^{1/2}.$$

В принципе, подобные значения h могут быть характерными также для вспышек сверхновых первого типа и «тихих» коллапсов, не проявляющих себя в оптическом диапазоне.

Амплитуда от отдельного события падает с увеличением расстояния как $1/r$. Ожидаемое число событий (ЧС) растет пропорционально рассматриваемому объему пространства. В нашей Галактике интересные нас события могут происходить примерно раз в 30 лет. Принимая, очень грубо, что в каждом объеме 3 (Мпк)³ находится одна галактика и в ней происходят события с тем же темпом, можно оценить h и ЧС для разных расстояний. На рис. 1 указаны эти величины для событий, происходящих соответственно в центре Галактики ($r = 10$ кпк), в объеме, включающем скопление галактик в созвездии Девы ($r = 20$ Мпк, 3 тысячи галактик) и в далеких галактиках, находящихся на космологических расстояниях ($r = (1-6) \cdot 10^3$ Мпк). К сожалению, есть большие неопределенности как в амплитуде сигнала, так и в числе ожидаемых событий.

С большей определенностью известны амплитуда и форма гравитационно-волнового поля, создаваемого в процессе сближения за счет излучения гравитационных волн и последующего слияния пары компактных объектов — нейтронных звезд, белых карликов или даже черных дыр. На начальной стадии этого процесса излучается квазипериодический сигнал, заключительная стадия носит характер всплеска. Важность этого процесса подчеркивается Торном².

Два тела сравнимой массы m , находящиеся на круговой орбите, создают на расстоянии r от них характерную амплитуду h^{19} :

$$h \approx 4 \frac{G^{5/3}}{c^4} \frac{1}{r} m^{5/3} v^{2/3}, \tag{4}$$

что можно переписать в виде

$$h \approx 4 \frac{r_g}{r} \left(\frac{v}{c} \right)^2,$$

где $r_g = 2Gm/c^2$ — гравитационный радиус тела с массой m , а v — орбитальная скорость. Слияние нейтронных звезд заведомо заканчивается к моменту их соприкосновения, что соответствует максимальной излучаемой частоте $\nu \approx 10^3$ Гц и $(v/c)^2 \approx 10^{-2}$. При этих условиях $h = 5 \cdot 10^{-19}$ от источника, находящегося на расстоянии $r = 10$ кпк.

Слияние нейтронных звезд — мощный, но очень редкий процесс. В галактике типа нашей одно событие может произойти примерно за несколько тысяч лет. Число событий становится приемлемым с точки зрения наблюдений, если включить в сферу обзора галактики, находящиеся на космологических расстояниях (см. оценку ЧС на рис. 1). На частотах $10^2 \lesssim \nu \lesssim 10^3$ Гц излучение носит характер индивидуальных событий, т. е. в диапазон частот $\Delta\nu \approx \nu$ попадает не более одной излучающей системы. Сигнал от отдельного события изображен на рис. 1 волнистой линией «Слияние n*». События, происходящие на разных расстояниях, соответствуют разным линиям. На частотах $\nu \lesssim 10^2$ Гц излучающих систем много, их сигналы перекрываются и образуют стохастический фон. Характерные значения $h(\nu)$ на этих частотах в $N^{1/2}$ раз больше, чем отдельной системы, где N — число систем, попадающих в диапазон частот $\Delta\nu \approx \nu$. Спектр среднеквадратичной амплитуды всех таких источников, расположенных на всех расстояниях вплоть до Хаббловского радиуса, изображен на рис. 1 штриховой линией «фон от сливающихся n*»²⁰.

Квазипериодический характер излучения от отдельной сливающейся двойной системы может быть использован для повышения чувствительности детектора в специально поставленном эксперименте. Действительно, можно повторять измерения в течение нескольких десятков периодов n , прежде чем частота сигнала существенно изменится. Другими словами, уменьшается полоса частот $\Delta\nu_n$, дающих вклад в шум детектора, $\Delta\nu_n = \nu/n$. В результате чувствительность к амплитуде h увеличивается в $n^{1/2}$ раз, где $n = \nu^2/\dot{\nu}$, ν — переменная частота излучаемой волны². На заключительной фазе слияния $n \approx 20-30$.

Хорошо разработанная теория процесса слияния позволяет, в принципе, извлечь из наблюдений важную дополнительную информацию. Так, одновременное измерение зависимости $h(t)$ и $\nu(t)$ могло бы позволить определить абсолютное расстояние до источника, так как удается исключить неизвестные массы звезд, образующих двойную систему²¹.

Слияние белых карликов является более частым эволюционным процессом, чем слияние нейтронных звезд. Однако из-за большего радиуса белых карликов слияние заканчивается при меньшей частоте и меньшей амплитуде излучаемой гравитационной волны. Индивидуальное событие в центре Галактики дает сигнал, изображенный на рис. 1 волнистой линией «слияние белых карликов (б. к.)». Совокупность таких событий в объеме пространства с хаббловским радиусом образует стохастический фон. С учетом числа систем, излучающих в данном диапазоне $\Delta\nu \approx \nu$, получается спектр, изображенный на рис. 1 линией «фон от сливающихся б. к.»²⁰.

Достиженные разными группами экспериментальные пределы отмечены на рис. 1 стрелками. Отмечен также уровень ожидаемой чувствительности лазерно-интерферометрической гравитационной обсерватории (ЛИГО), создаваемой совместно Калифорнийским Технологическим институтом и Массачусетским Технологическим институтом в США⁴⁴. Из рис. 1 видно, что вторая очередь эксперимента (нижняя кривая) должна позволить надежную регистрацию множества астрофизических источников гравитационных волн. Необходимо подчеркнуть, что аналогичные проекты реализуются в нескольких странах. (Экспериментальные возможности обсуждаются подробнее в разделе 6.)

4.2. Периодические источники

Обратимся теперь к периодическим источникам гравитационных волн (рис. 2). Типичным источником является близкая двойная звезда, например ι Волопаса. Из формулы (4) следует, что характерная амплитуда гравитационных волн на Земле есть

$$h \approx 10^{-21} \cdot \frac{100 \text{ ПК}}{r} \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right)^{5/3} \left(\frac{\nu}{10^{-4} \text{ Гц}} \right)^{2/3}.$$

Для простоты мы рассматриваем пару звезд одинаковой массы, находящихся на круговой орбите. Для компактных систем, излучающих относительно много, орбиты всегда успевают стать круговыми. Список конкретных двойных систем в Галактике приведен в²².

Совокупность всех двойных звезд в Галактике создает стохастический фон. Его характеристики зависят от распределения звезд по массам, параметрам орбиты, эволюционным сценариям. Результаты новых расчетов спектра среднеквадратичной амплитуды приведены на рис. 2^(20, см. также²³). Максимум спектра создается большим числом систем $N \approx 3 \cdot 10^7$. Спектр утрачивает непрерывный характер в районе частот $\nu \approx 10^{-2}$ Гц. На более высоких частотах имеется не более одной системы в диапазоне частот $\Delta\nu \approx \nu$.

На рис. 2 приведены также ожидаемые значения h от отдельных пульсаров при возможных предположениях об их деформированности. Верхний предел для h получается из предположения, что все наблюдаемое замедление

пульсара обусловлено гравитационно-волновым радиационным торможением. Более реалистичные оценки отклонений от аксиальной симметрии для некоторых известных пульсаров приводят к значениям h , указанным на рис. 2²⁴.

Чем больше асимметрия вращающейся звезды, тем больше, при прочих равных условиях, она излучает и тем быстрее энергия вращения уносится гравитационными волнами. Энергия вращения есть $J\Omega^2/2$, где J — момент

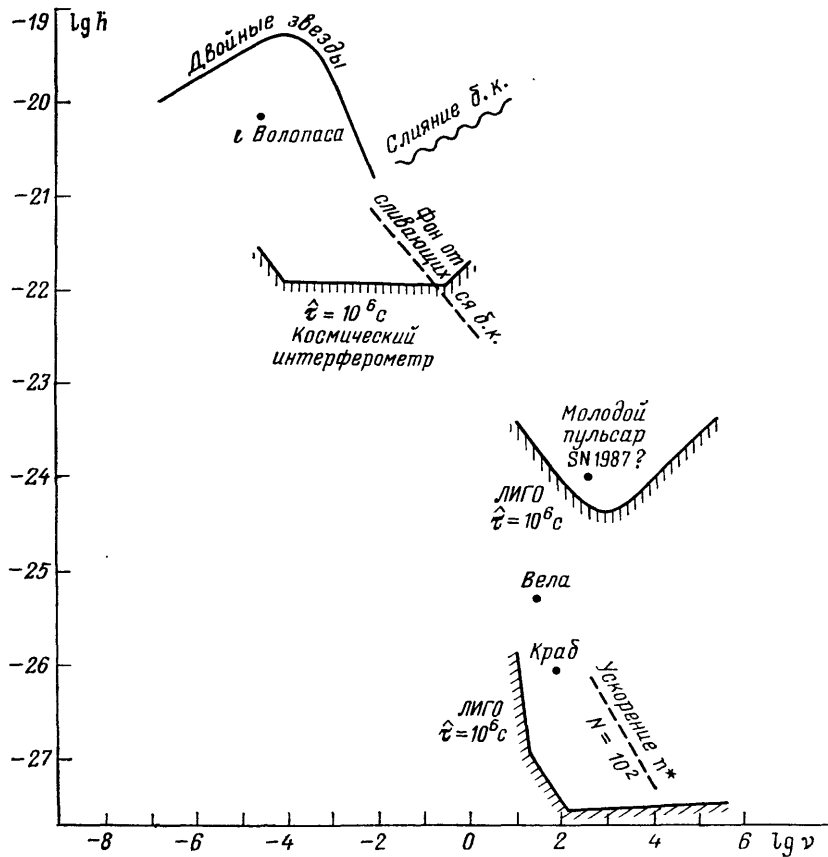


Рис. 2. Периодические источники

инерции, $\Omega = 2\pi\nu/2$ — круговая частота вращения, ν — частота излучаемой гравитационной волны. Время торможения за счет излучения гравитационных волн обозначим $\tau/2$. Тогда, приравняв величину $(J\Omega^2/\tau)/4\pi r^2$ плотности потока энергии I , находим характерное h :

$$h \approx \frac{1}{r} \left(\frac{GJ}{c^3\tau} \right)^{1/2}.$$

Вместо неопределенности в асимметрии звезды здесь присутствует неопределенность в τ . Типичная величина J для нейтронных звезд есть $J \approx 10^{45}$ г·см². Сделаем некоторые оценки h .

Распространена точка зрения, что пульсары рождаются медленно вращающимися и не имеют заметной деформации. Однако не исключена и противоположная точка зрения, согласно которой рождение нейтронных звезд не протекает «гладко». Примем для определенности $\tau \approx 10^8$ с = 3 года. Тогда, как следует из формулы для h , молодая нейтронная звезда, родившаяся на расстоянии $r = 50$ кпк, создает $h = 10^{-24}$ на Земле, что и обозначено на рис. 2. Время «высвечивания» $\tau = 10^8$ с выбрано не случайно. С одной стороны, оно соответствует не слишком большой относительной деформации

звезды, $\varepsilon \approx 10^{-2}$, и дает сравнительно большое h . С другой стороны, за это время, в случае оптического отождествления источника, могут быть организованы гравитационно-волновые наблюдения, причем с использованием в полной мере накопления квази-периодического сигнала. Предполагается, конечно, что за это время асимметрия не релаксирует по каким-то внутренним причинам. Эти соображения могут стать особенно актуальными в связи с недавней вспышкой сверхновой в Большом Магеллановом Облаке ($r \approx \approx 55$ кпк) и ожидаемым созданием (в 1990 г.?) лазерных интерферометрических обсерваторий типа ЛИГО. Как видно из рис. 2, такие детекторы могли бы легко обнаружить гравитационные волны от этого объекта, если бы в результате вспышки SN 1987A образовался источник с параметрами, близкими к обсуждаемым.

На рис. 2 приводится также ожидаемый уровень излучения от аккрецирующей нейтронной звезды, угловая скорость которой превысила критическое значение, в результате чего звезда сильно деформировалась и стала интенсивным источником гравитационных волн²⁵. Приведенная на рис. 2 пунктирная линия учитывает фактор $N^{1/2}$, где $N \approx 100$ — ожидаемое число таких систем в Галактике.

Периодичность сигнала означает для экспериментатора возможность длительного выделения сигнала из шума. На рис. 2 приведена ожидаемая чувствительность наземных лазерно-интерферометрических антенн (проект типа ЛИГО) при времени накопления $\hat{\tau} \approx 10^6$ с.

Очень перспективным выглядит проект лазерного интерферометра в космосе²⁶. Длина плеча космического интерферометра может составлять 10^6 — 10^8 км. Такой детектор наиболее чувствителен в диапазоне частот, где излучают двойные звезды. Детектор может быть использован для регистрации излучения отдельной системы и стохастического фона. Чувствительность космического лазерного интерферометра к периодическим сигналам при времени накопления $\hat{\tau} \approx 10^6$ с указана на рис. 2.

Отметим, что в режиме интерферометра может работать и техника доплеровского слежения за космическими аппаратами. В этом случае ослабляются требования к стабильности генератора частоты, лежащего в основе техники доплеровского слежения, что в результате может повысить чувствительность этой техники к гравитационно-волновым сигналам.

5. СТОХАСТИЧЕСКИЙ ФОН ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН И РАННЯЯ ВСЕЛЕННАЯ

Как мы видели, стохастический фон гравитационных волн может быть образован совокупностью периодических или импульсных источников, существующих в современную эпоху. Однако наибольший интерес представляет первичный, или космологический, стохастический фон гравитационных волн, происхождение которого связано с квантовыми процессами в очень ранней Вселенной. Регистрация такого фона реликтовых гравитонов обещает важнейшую информацию о физических условиях, имевших место в планковскую эпоху. Возможно, она даже позволит экспериментальным путем определить, не связано ли рождение Вселенной с процессом квантово-механического туннелирования²⁷.

Наряду с реликтовым гравитационным излучением, возможно, существуют и другие стохастические компоненты, образованные в более поздние эпохи: в период нуклеосинтеза, фазовых переходов, на стадии образования галактик или первичных звезд и т. д. Однако мы их здесь подробно не рассматриваем.

5.1. К в а н т о в о е р о ж д е н и е г р а в и т о н о в

Напомним основные черты механизма квантового рождения гравитонов, ведущего к образованию реликтового стохастического фона^{28, 29, 6}. Такое напоминание особенно уместно потому, что буквально те же принципы активно используются сейчас в современной инфляционной космологии для объяснения происхождения первичных флуктуаций скалярных полей, способных привести к возмущениям плотности и, в конце концов, к образованию наблюдаемой галактической структуры (см., например,^{30, 31}).

Гравитационно-волновое возмущение

$$h = \frac{1}{a(\eta)} \mu(\eta) e^{inx},$$

взаимодействующее с фоновым гравитационным полем изотропной Вселенной,

$$ds^2 = a^2(\eta) (d\eta^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2),$$

подчиняется уравнению

$$\mu'' + \mu \left(n^2 - \frac{a''}{a} \right) = 0, \tag{5}$$

где $a(\eta)$ — масштабный фактор однородного изотропного мира, а n — безразмерное волновое число, выраженное в долях масштабного фактора $a(\eta)$. Длина гравитационной волны с волновым числом n есть $\lambda_g = 2\pi a/n$. Пространственная зависимость возмущения всегда сохраняет вид e^{inx} .

Физическая интерпретация уравнения (5) очевидна — это есть уравнение для осциллятора, параметрически возбуждаемого взаимодействием с внешним гравитационным полем путем изменения частоты осциллятора. Это же уравнение можно рассматривать как уравнение Шрёдингера с потенциалом $U(\eta) = a''/a$ для частицы с энергией n^2 . В уравнении (5) переменная η в этом случае играет роль пространственной координаты. Произвольно изменяющийся масштабный фактор $a(\eta)$ создает потенциал $U(\eta) \neq 0$, если $a''/a \neq 0$.

Пусть происходит непрерывное расширение Вселенной, т. е. увеличение $a(\eta)$ с ростом η . Типичный потенциал изображен на рис. 3. В областях, где волна с данным n удовлетворяет условию $n^2 \gg |U(\eta)|$, уравнение (5) принимает вид $\mu'' + n^2\mu = 0$, и волновое поле изменяется по закону

$$h = \frac{A}{a} \sin(n\eta + \varphi) e^{inx}, \quad A = \text{const}, \quad \varphi = \text{const}. \tag{6}$$

На фоне медленно растущей функции $a(\eta)$ численная величина амплитуды волны адиабатически уменьшается пропорционально a^{-1} , а плотность энергии — пропорционально a^{-4} . Для простоты в данном обсуждении мы предполагаем, что условия $n^2 \gg |U(\eta)|$ и $n^2 \gg (a'/a)^2$ примерно совпадают, хотя в общем случае это не так.

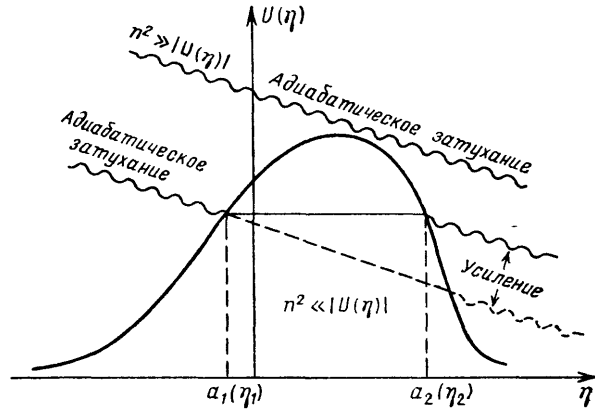


Рис. 3. Усиление волн

Однако в области, где $n^2 \ll |U(\eta)|$, уравнение (5) принимает вид $\mu'' - \mu(a''/a) = 0$, и его решение имеет вид ⁵⁴

$$h_1 = C_1 e^{inx}, \quad h_2 = C_2 \int a^{-2} d\eta e^{inx}; \quad C_1 = \text{const}, \quad C_2 = \text{const}.$$

После прохождения через барьер и выхода в область, где опять $n^2 \gg |U(\eta)|$, «типичная» волна будет иметь бóльшую амплитуду, чем та, которую она имела бы в соответствии с адиабатическим законом изменения. Под амплитудой «типичной» волны понимается среднеквадратичная величина амплитуды, получающаяся возведением в квадрат, усреднением по произвольной начальной фазе φ и извлечением квадратного корня. Можно сказать, что под барьером амплитуда волны в соответствии с доминирующим решением h_1 остается практически постоянной, несмотря на увеличение масштабного фактора $a(\eta)$. (Если бы волна вела себя по адиабатическому закону в области $a_1 < a < a_2$, занятой потенциалом $U(\eta)$, то с ростом $a(\eta)$ ее амплитуда уменьшалась бы, что и обозначено штриховой линией на рис. 3.) Таким образом, если слева от барьера волна имела вид (6), то после прохождения барьера волна с данным номером n приближенно ведет себя по закону

$$h \approx \frac{A}{a} \frac{a_2}{a_1} e^{in\eta} e^{inx}, \quad \frac{a_2}{a_1} \gg 1.$$

Амплитуда такой волны, завершившей после выхода из-под барьера одно полное колебание (т. е. длина которой сравнялась с текущим хаббловским радиусом), адиабатически уменьшается по мере роста $a(\eta)$. Коэффициент усиления, т. е. отношение фактической амплитуды к той, которая была бы, если бы волна все время изменялась по адиабатическому закону, примерно равен $a_2/a_1 \gg 1$.

Любопытно, что и при сжатии «типичная» волна усиливается, причем с тем же коэффициентом a_2/a_1 . Это происходит потому, что при сжатии оказывается доминирующим подбарьерное решение h_2 , которое при приближенном описании потенциала в виде $U(\eta) = \text{const}$ сводится к величине, пропорциональной $(a_2/a_1)^2$. Можно сказать, что вместо адиабатического роста в a_2/a_1 раз фактически амплитуда волны растет под барьером в $(a_2/a_1)^2$ раз.

Изложенные выводы составляют суть явления сверхадиабатического усиления классических волн и нулевых квантовых флуктуаций.

Из рис. 3 видно, что волны с разным n подвергаются усилению в разной степени, что приводит к переработке начального спектра флуктуаций (например, спектра нулевых квантовых флуктуаций) в конечный. Те или иные предположения о поведении масштабного фактора в ранней Вселенной приводят к различным предсказаниям об амплитуде $\langle h^2 \rangle$, плотности энергии ε_g и спектре стохастического фона в современную эпоху.

5.2. Наблюдательные ограничения интенсивности стохастического фона и физика ранней Вселенной

Чтобы облегчить переход к величинам, которыми оперирует экспериментатор, удобно использовать следующие обозначения:

$$h(x, t) \sim \int h_k e^{ikx} d^3k.$$

Статистическая независимость волн с разными волновыми векторами k и k' означает, что

$$\langle h_k h_{k'} \rangle = h_v^2 \delta(k - k'),$$

откуда

$$\langle h^2 \rangle \sim \int h_v^2 v^2 dv = \int h^2(v) \frac{dv}{v}, \quad h(v) \equiv (h_v v^3)^{1/2},$$

и плотность энергии

$$\epsilon_g = \int \epsilon_\nu d\nu = \int \epsilon(\nu) \frac{d\nu}{\nu} \sim \int h^2(\nu) \nu^2 \frac{d\nu}{\nu}, \quad \epsilon(\nu) \equiv \epsilon_\nu \nu.$$

Спектр гравитационно-волнового фона можно характеризовать безразмерной величиной $h(\nu)$ или величиной $\epsilon(\nu)$, имеющей размерность эрг/см³. Часто используется также параметр

$$\Omega_g = \frac{\epsilon(\nu)}{\epsilon_{cr}},$$

где ϵ_{cr} — космологическая критическая плотность энергии.

Зависимость $a(\eta)$ и, следовательно, вид потенциала $U(\eta)$ в силу уравнений Эйнштейна можно выразить в терминах эффективного уравнения

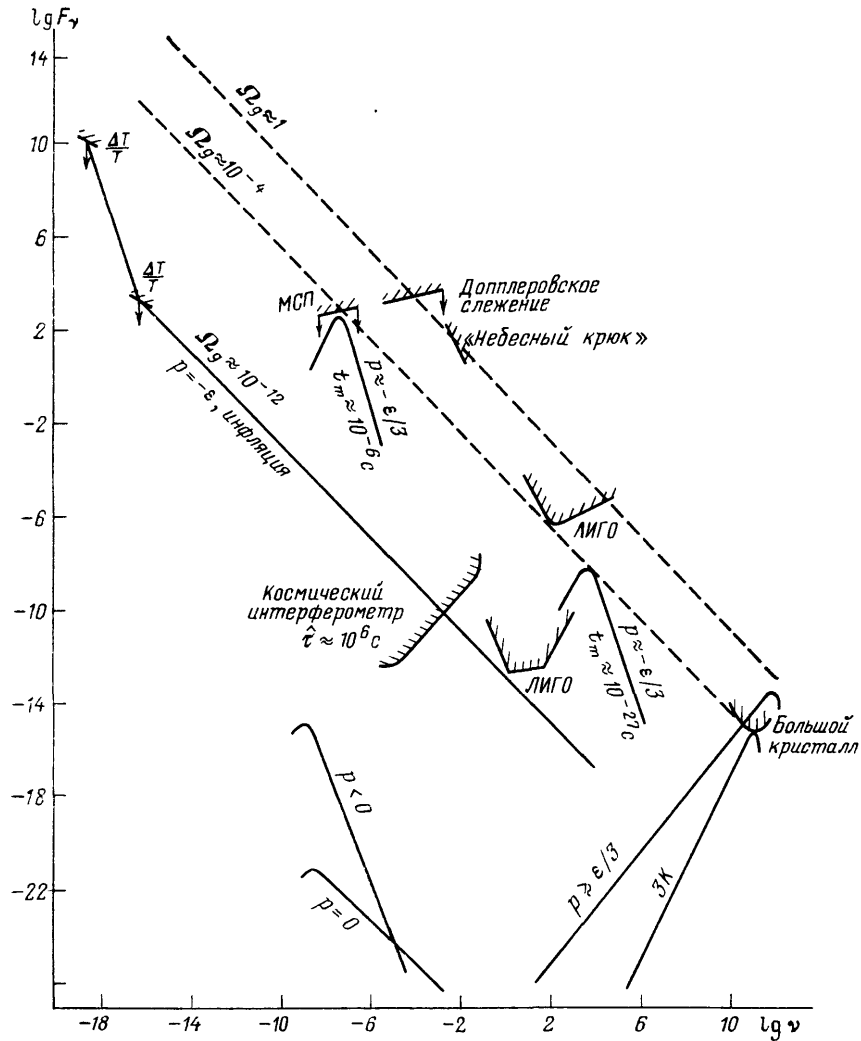


Рис. 4. Стохастический фон

состояния $p(\epsilon)$. Если в адронную эпоху, т. е. для $10^{-43} \text{ с} < t < 10^{-6} \text{ с}$, имели место отклонения от $p = \epsilon/3$ в сторону более жестких уравнений состояния, т. е. $p > \epsilon/3$, то они должны привести к «фиолетовым» спектрам реликтовых гравитонов, в которых полная плотность энергии ϵ_g определяется высокочастотным концом спектра. Отрицательное эффективное давление, $p < 0$, обычно приводит к «красным» спектрам. Некоторые возможные спектры при разных $p(\epsilon)$ нарисованы на рис. 4 тонкими сплошными линиями

(см. также ³²). Спектры выражены в терминах спектральной плотности потока F_ν (эрг/с·см² Гц·ср) в зависимости от частоты, при этом

$$\varepsilon_g = \frac{4\pi}{c} \int F_\nu d\nu.$$

Для сравнения указан спектр 3-градусного микроволнового фона. Его плотность энергии обозначается ε_ν .

Слишком жесткое эффективное уравнение состояния, скажем $p \approx \varepsilon$, не могло выполняться в адронную эпоху, так как оно предсказывает недопустимо высокую плотность реликтовых гравитонов, $\varepsilon_g/\varepsilon_\nu \gg 1$, в высокочастотном диапазоне, $\nu \approx 10^{12}$ Гц. Параметры инфляционной модели ранней Вселенной (эффективное уравнение состояния $p = -\varepsilon$), наоборот, ограничиваются амплитудой гравитационных волн в наиболее низкочастотном диапазоне, $\nu \approx 10^{-18} - 10^{-16}$ Гц. Спектр величины $\langle h^2 \rangle$ сразу после окончания инфляционной стадии должен быть «плоским», что легко следует из изложенных выше элементарных соображений. Действительно, спектр нулевых флуктуаций определяется спектральной компонентой

$$h_n = \frac{1}{(2n)^{1/2}} e^{in\eta}.$$

Масштабный фактор имеет вид $a(\eta) = -1/\eta$ (параметр η отрицателен и растет от $-\infty$). Волна с данным n начинает усиливаться (т. е. ее амплитуда становится постоянной вместо адиабатического уменьшения) начиная с момента η_i , определяемого условием $n^2\eta_i^2 \approx 1$. Дальше находятся под барьером длинные волны, т. е. волны с меньшими n . Коэффициент усиления равен отношению масштабных факторов в конце и в начале усиления. В данном случае это сводится к умножению h_n на n^{-1} . В результате к моменту окончания инфляционной стадии получается спектр

$$h_n \approx \frac{1}{(2n)^{1/2}} \frac{1}{n} e^{in\eta} \approx n^{-3/2} e^{in\eta}.$$

Игнорируя на время тот факт, что $n\eta \ll 1$, и считая, что волны «уже осциллируют», получаем

$$h^2(n) \approx h_n^2 n^3 \sim n^0, \quad \langle h^2 \rangle \sim \int \frac{dn}{n}.$$

По сложившейся терминологии этот спектр называют «плоским» спектром Зельдовича — Гаррисона ³³. (Он является аналогом известного в радиофизике спектра $1/f$.) Поскольку $h^2(n)$ не зависит от n , то этот спектр можно характеризовать утверждением, что если бы в постинфляционную эпоху волны не ослаблялись и не усиливались, то свою адиабатическую эволюцию (когда длина волны становится меньше хаббловского радиуса) все они начинали бы с одинаковой амплитудой, вне зависимости от длины волны. В действительности $U(\eta) = 0$ на радиационно-доминированной стадии, где $p = \varepsilon/3$, но затем, на материально-доминированной стадии, когда $p = 0$, потенциал $U(\eta)$ опять не равен нулю. На этой стадии дополнительно усиливаются наиболее длинные волны — те, современные частоты которых меньше чем $\nu \approx 10^{-16}$ Гц ⁷. Остальные волны испытывают обычный переход из режима, когда их длина волны больше хаббловского радиуса, в режим, когда длина волны становится меньше хаббловского радиуса. При этом более короткие волны дольше ослаблялись адиабатически, в результате чего в настоящую эпоху спектр в диапазоне частот $10^9 \gtrsim \nu \gtrsim 10^{-16}$ Гц имеет вид $h(\nu) \sim \nu^{-1}$, $\varepsilon(\nu) \sim \nu^0$. (Подробнее о гравитонах в инфляционной модели см. ^{7, 31, 34}.)

Возможный инфляционный спектр, ограниченный на наиболее низких частотах существующими наблюдательными пределами на угловую анизотропию микроволнового электромагнитного фона, $\Delta T/T$, изображен на рис. 4. Для волн с частотами $\nu \gtrsim 10^{-16}$ Гц соответствующее Ω_g должно быть $\Omega_g \lesssim 10^{-12}$.

Для сравнения на рис. 4 нанесены два спектра реликтовых гравитонов, которые могли бы образоваться в моделях, имеющих на определенной стадии эволюции от $t = t_{p1}$ до некоторого $t = t_m$ эффективное уравнение состояния $p = (-1/3) \epsilon$. Эффективное уравнение состояния $p = -\epsilon/3$ соответствует масштабному фактору $a(\eta) \sim e^n$. Это уравнение состояния интересно не только потому, что оно дает простейший потенциал $U(\eta)$ в виде П-образной ступеньки конечной ширины, но и потому, что $p = -\epsilon/3$ естественно возникает в некоторых моделях ранней Вселенной, например в классе решений для массивного скалярного поля³⁵. (Такое же уравнение состояния характеризует совокупность космических струн³⁶.) Приведенные на рис. 4 конкретные спектры отличаются предположением о моменте времени t_m , в который эффективное уравнение состояния $p = -\epsilon/3$ сменяется обычным $p = \epsilon/3$. В первом случае предполагалось, что $t_m = 10^{-6}$ с, во втором — $t_m = 10^{-27}$ с. Соответственно в первом случае спектр концентрируется в районе частоты $\nu \approx 3 \cdot 10^{-7}$ Гц, во втором — $\nu \approx 10^4$ Гц. По существу, дело сводится к «впрыскиванию» гравитонов с плотностью энергии, равной плотности энергии фонового вещества в момент t_m , и последующему, начиная с t_m , адиабатическому охлаждению гравитонов до нашей эпохи.

Пунктирные линии на рис. 4 указывают положение максимумов широких спектров, с полосой частот $\Delta\nu \approx \nu$, дающих в интеграле $\epsilon_g \approx \epsilon_{cr}$ ($\Omega_g = 1$) или $\epsilon_g \approx \epsilon_\gamma$ ($\Omega_g = 10^{-4}$). В последнем случае характерное $h(\nu)$ выражается равенством $h(\nu) \approx 10^{-20/\nu}$.

Теперь перейдем к обсуждению имеющихся экспериментальных ограничений интенсивности стохастического фона. На рис. 4 они обозначены линиями со стрелками. В наиболее низкочастотном диапазоне ограничения вытекают из измерений угловых вариаций микроволнового фона, $\Delta T/T$. Эти измерения устанавливают предел на амплитуду волн не только с длиной волны порядка хаббловского радиуса, но и более длинных³⁷.

Волны с длиной порядка современного хаббловского радиуса ($\nu_H \approx 2 \cdot 10^{-18}$ Гц) дают наибольший вклад в квадрупольную компоненту $\Delta T/T$. Так как $\Delta T/T < 10^{-4}$, то приблизительно $h < 10^{-4}$ и Ω_g для этих волн есть $\Omega_g \approx h^2 < 10^{-8}$. Волны, длина которых сравнивалась с текущим хаббловским радиусом в эпоху «рекомбинации», т. е. когда реликтовые фотоны становились свободными, дают наибольший вклад в $\Delta T/T$ в диапазоне углов в несколько градусов. Современная частота этих волн $\nu \approx 10^{-16}$ Гц. Опять-таки из экспериментальных данных по $\Delta T/T$ вытекает, что в этом диапазоне длин волн было $h < 10^{-4}$ в эпоху рекомбинации и, следовательно, $h < 10^{-8}$ сейчас. Так как частота на два порядка больше ν_H , то соответствующее $\Omega_g \approx h^2 (\nu/\nu_H)^2 < 10^{-12}$. Ограничения на Ω_g в области еще более коротких волн не столь эффективны, так как вызываемое этими волнами $\Delta T/T$ «завывается» немгновенностью процесса перехода из радиационно-доминированной в материально-доминированную стадию³⁸.

Слежение за временем прихода импульсов миллисекундного пульсара PSR 1937+21 (МСП) дает информацию о волнах с периодом в несколько лет. Эта техника уже сейчас приводит к содержательным ограничениям в терминах Ω_g . В соответствии с новыми данными³ $\Omega_g \leq 10^{-6}$ в диапазоне частот $\nu \approx 10^{-8}$ Гц. Дальнейшее увеличение длительности пульсарных наблюдений резко усиливает ограничения на Ω_g при условии, что экспериментатор располагает хорошим стандартом частоты. Такой стандарт нужен для того, чтобы в течение всего времени наблюдений хранить фазу колебаний, которая потом сравнивается с последовательно приходящими пульсарными импульсами. Усиление ограничений на Ω_g происходит не столько из-за статистического уменьшения ошибок наблюдений, сколько из-за того, что увеличение длительности наблюдений означает перемещение максимальной чувствительности в область все более длинных волн. Одному и тому же ограничению по h соответствуют все более жесткие ограничения по Ω_g с увеличением длины волны, что наглядно видно из рис. 4. В принципе эта техника очень чув-

ствительна в терминах Ω_g к длинным волнам, $\lambda_g \gg cT$, где T — полное время наблюдения. Но длинные волны проявляются в очень медленных, вековых изменениях времени прихода импульсов. Такие же изменения происходят по более прозаической причине — из-за векового изменения частоты самого пульсара. Не имея возможности их разделить, мы вынуждены все низко-частотные компоненты отнести за счет пульсара и отбросить с помощью «полиномиальной подгонки» времени прихода. В результате указанная техника оказывается наиболее чувствительной к волнам с $\lambda_g \approx cT$ ³⁹.

Для волн с частотами больше 10^{-7} Гц косвенные ограничения на уровне $\Omega_g \lesssim 10^{-4}$ определяются условиями нуклеосинтеза в ранней Вселенной⁴⁰. Дело в том, что слишком большая плотность гравитонов, нейтрино или других безмассовых частиц изменяла бы темп расширения Вселенной в эпоху нуклеосинтеза, в результате чего количество синтезированного гелия стало бы слишком большим, и это вступило бы в противоречие с наблюдениями.

Наконец, определенные экспериментальные ограничения на стохастический фон на уровне $\Omega_g \approx \Omega_{cl}$ вытекают из доплеровских космических наблюдений в диапазоне частот 10^{-2} – 10^{-4} Гц⁴¹.

Перспективы более глубоких ограничений на Ω_g в разных диапазонах спектра выглядят обнадеживающими. Как видно из рис. 4, особенно впечатляющим является проект лазерного интерферометра в космосе. Правда, наряду с преодолением технических проблем предстоит задача борьбы со стохастическим шумом, создаваемым двойными звездами в Галактике. Видимо, необходим аккуратный поиск подходящего диапазона частот и, возможно, специальная ориентация диаграммы направленности гравитационной антенны вне плоскости Галактики.

На рис. 4 представлена также ожидаемая чувствительность других возможных методов наблюдения: улучшенный вариант доплеровского слежения за космическими аппаратами⁴², «небесный крюк»⁴³, наземный лазерный интерферометр типа ЛИГО^{2, 44}.

Заслуживает особого внимания возможность использования специальных кристаллических антенн для детектирования фона в высокочастотной области спектра⁴⁵. Ожидаемый уровень чувствительности обозначен на рис. 4 линией «большой кристалл». (Подробнее это предложение обсуждается ниже, в п. 7.2.) Важно подчеркнуть, что в указанном диапазоне частот ($\nu \approx 10^{10}$ – 10^{11} Гц) может быть сосредоточен не только высокочастотный конец нетепловых спектров, но и максимум теплового фона реликтовых гравитонов с температурой порядка 1 К.

Следует отметить, что стохастический фон в разных диапазонах может создаваться и другими процессами в ранней Вселенной⁴⁶, но они выглядят более проблематичными.

6. ДЕТЕКТИРОВАНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

6.1. Краткая характеристика детекторов

Гравитационно-волновые антенны можно условно разделить на две большие группы: осцилляторы и свободные тела. К первой группе относятся обычные твердотельные антенны (веберовские цилиндры) и некоторые естественные детекторы, такие как блоки в земной коре⁴⁷, собственные колебания Земли и планет, двойных систем⁴⁸ и т. д.

Современная предельная чувствительность твердотельных детекторов к гравитационно-волновым всплескам находится на уровне $h \sim 5 \cdot 10^{-18}$ — 10^{-18} . Постепенное повышение чувствительности происходит хоть и медленно, но постоянно⁴⁹.

Ко второй группе детекторов можно отнести наземные и космические лазерные интерферометры, доплеровское слежение за космическими аппа-

ратами, хронометрирование прихода пульсарных импульсов, измерение угловой анизотропии ЗК микроволнового электромагнитного фона. Эти системы, а также «истинные» электромагнитные детекторы в виде электромагнитных резонаторов отличаются существенным использованием в той или иной форме электромагнитных полей. Эти детекторы называются «электромагнитно-связанными». В основе описания принципов действия этих детекторов лежит хорошо разработанная теория распространения электромагнитных волн в слабом гравитационно-волновом поле при тех или иных граничных условиях (см., например, обзоры^{32, 50}).

Радужные и близкие надежды связываются с построением наземных лазерных интерферометров. В настоящее время создание этих детекторов приобрело характер международных усилий. Прототипы этих систем уже успешно конкурируют с твердотельными детекторами. Сходные проекты больших систем находятся на разных стадиях разработки в США, Великобритании (Глазго), ФРГ (Мюнхен), Франции (Орсе)*. Мы кратко рассмотрим один из проектов — ЛИГО^{2, 44}.

Обсерватория будет расположена в двух местах — на западном и на восточном побережье США. В каждом месте будет находиться один, два или несколько интерферометров. Максимальная длина плеча интерферометра 4 км. Вся система будет поддерживаться в условиях вакуума и сейсмоизоляции. Интерферометры снабжаются зеркалами с очень низкими потерями. В дальнейшем предполагается использовать новые технические методы — такие, как «циркуляция света», что эквивалентно повышению мощности лазера и позволяет в конечном счете увеличить чувствительность детектора. Первую очередь обсерватории предполагается ввести в строй к 1990 году или несколько позже. На уровне максимальной чувствительности детекторы будут работать, вероятно, к 2000 году. Соответствующие два уровня чувствительности представлены верхней и нижней линиями ЛИГО на рис. 1, 2, 4.

6.2. Шумы и чувствительность

Как обычно, чувствительность гравитационно-волновых детекторов определяется соотношением полезного сигнала и шума. В твердотельных детекторах первым типом шумов, с которыми сталкивается экспериментатор, является неизбежный тепловой шум антенны, приводящий к тому, что антенна совершает хаотически модулированные колебания. В лазерных интерферометрах неизбежным является дробовой шум, т. е. флуктуации интенсивности света и связанные с этим флуктуации фазы. Разумеется, создают шумы и последующие каскады детекторов, поэтому минимальное обнаружимое h , h_{\min} , вычисленное с учетом только теплового или дробового шума, часто оказывается слишком оптимистичным. Такое вычисление предполагает, что вкладом других шумов можно пренебречь. Тем не менее именно эти оценки дают представление о потенциальной чувствительности разнообразных детекторов.

Чувствительность детектора зависит от того, в какой форме реализован сигнал, является ли он периодической волной, коротким всплеском или стохастическим шумом. Ясно, что возможность длительного накопления сигнала при регистрации периодической волны или стационарного шума повышает чувствительность детектора. Именно поэтому для одного и того же детектора численное значение h_{\min} может сильно различаться в зависимости от типа детектируемого сигнала.

Простые оценки h_{\min} для трех типов гравитационно-волнового излучения и с учетом теплового шума твердотельных антенн содержатся, напри-

*) Насколько известно автору, ничего подобного в Советском Союзе пока, к сожалению, не проектируется.

мер, в ²⁹. Выяснение возможностей широкого класса «электромагнитно-связанных» детекторов требует рассмотрения электродинамических уравнений в поле гравитационных волн.

В приближении геометрической оптики мы имеем дело с очень простыми формулами. Вариация частоты ω электромагнитного сигнала, испущенного в момент t_e одним свободным телом и принятого в момент t_0 другим свободным телом, равна

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \equiv z(t_0) = \int_{t_e}^{t_0} \frac{\partial h_{ik}}{\partial t} n^i n^k dt, \quad (7)$$

где n^i — единичный вектор в направлении источника.

В гравитационно-волновом поле с компонентами h_{ik} , которые являются произвольными функциями от аргумента $u \equiv (\omega_g/c)(x^0 + k_i x^i)$, $k_i k^i = 1$, формула (7) сводится к выражению

$$\frac{\Delta\omega}{\omega}(t_0) = \frac{1}{2} \frac{n^i n^k}{1 - k_i n^i} (h_{ik}(0) - h_{ik}(e)), \quad (8)$$

где $h_{ik}(e)$ и $h_{ik}(0)$ обозначают соответственно значения h_{ik} в точках-событиях отправления электромагнитного сигнала с одного тела и его приема на другом. Если сигнал испускается с одного тела, отражается от другого и вновь принимается на первом, как в процедуре доплеровского слежения за космическими аппаратами, то в выражении (8) событие e заменяется событием отражения сигнала и к правой части (8) добавляется еще один член, содержащий значения h_{ik} в момент испускания сигнала с первого тела. В применении к регистрации коротких гравитационно-волновых всплесков подобная формула впервые обсуждалась в ⁵¹.

Для непрерывно излучающего источника электромагнитных волн величина z является непрерывной функцией текущего времени приема t_0 . Как следует непосредственно из формулы (7), частота непрерывного электромагнитного сигнала, принимаемого в точке наблюдения, приобретает в поле монохроматической гравитационной волны периодическую поправку с периодом, равным периоду $T_g = 1/\nu$ гравитационной волны. Амплитуда вариаций частоты зависит от l/λ_g , где l есть расстояние между источником (отражателем) сигнала и приемником. В пренебрежении угловыми множителями и численными коэффициентами порядка единицы амплитуда $\Delta\omega/\omega$ выражается равенством

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx h \frac{l}{\lambda_g}, \quad (9)$$

если $l \ll \lambda_g$, и

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx h \quad (10)$$

в случае, когда l сравнимо с λ_g или $l \gg \lambda_g$. Таким образом, в зависимости от фазы гравитационной волны в момент наблюдения, величина $\Delta\omega/\omega$ может быть близка к нулю либо достигать положительных и отрицательных максимальных значений (9) или (10). Среднеквадратичное значение $\Delta\omega/\omega$ в $\sqrt{2}$ раз меньше максимального. Если на расстоянии l друг от друга находятся зеркала (как в интерферометре), а начальное значение $\Delta\omega/\omega$ близко к (9), то при не слишком большом числе отражений B , $B \ll \lambda_g/2l$, начальное значение $\Delta\omega/\omega$ увеличивается в B раз и может достичь величины (10), т. е. амплитуды $\Delta\omega/\omega$, получающейся при одном прохождении света, но с большого расстояния, порядка λ_g .

Фаза электромагнитных колебаний также приобретает в поле гравитационной волны периодическую поправку с периодом T_g . Вариация фазы,

накопившаяся от некоторого $t = 0$ до текущего t , выражается формулой

$$\Delta\varphi = \int_0^t \Delta\omega(t) dt.$$

За время порядка $T_g/2$ вариация фазы достигает максимального значения (для $l \ll \lambda_g$)

$$\Delta\varphi \approx \omega h \frac{l}{\lambda_g} T_g \approx 2\pi h \frac{l}{\lambda_e}, \quad (11)$$

где λ_e — длина электромагнитной волны.

За время наблюдения $T \ll T_g$ вариация фазы составляет долю T/T_g от ее максимального значения (11), т. е.

$$\Delta\varphi(T) \approx \omega h \frac{l}{\lambda_g} T. \quad (12)$$

Отметим, что поскольку вариация фазы электромагнитного сигнала выражается периодической функцией, то существуют такие моменты начала отсчета фазы, когда ее накопление пропорционально t^2 , а не t . (В литературе иногда приводится ошибочное утверждение, что какой-то один из этих законов является правильным, а другой — неправильным. В действительности оба правильные, но относятся к разным начальным фазам.)

Среднеквадратичное значение $\Delta\varphi$ в $\sqrt{2}$ раз меньше максимального. За B отражений между зеркалами, расположенными на расстоянии l , начальное значение $\Delta\varphi$, близкое к (11), увеличивается в B раз и составляет сигнальное значение фазы

$$\Delta\varphi \approx 2\pi B h \frac{l}{\lambda_e}. \quad (13)$$

(Конкретные расчеты отклика лазерных интерферометров см., например, в⁵².)

В лазерном интерферометре сигнальное изменение фазы (13), удвоенное за счет двух плечей интерферометра, надо сравнивать с флуктуационным уходом фазы $\delta\varphi$, «дробовым» шумом. Для лазерного света, находящегося в когерентном состоянии, $\delta\varphi \cdot \delta N \approx 1$, где $\delta N \approx N_\gamma$, N_γ — число фотонов, испущенных лазером и поглощенных фотодетектором за рассматриваемое время порядка $T_g/2$. При мощности лазера W и эффективности фотодетектора η имеем

$$\delta\varphi \approx \left(\frac{2\hbar\omega}{W\eta T_g} \right)^{1/2},$$

откуда

$$h_{\min} \approx \frac{1}{lB} \left(\frac{\hbar c^2}{W\eta} \frac{\nu}{\omega} \right)^{1/2}.$$

Именно эта оценка определяет чувствительность лазерных интерферометров к всплескам в диапазоне частот $10^2 \lesssim \nu \lesssim 10^4$ Гц. При более низких частотах доминируют сейсмические шумы².

При хронометрировании пульсаров можно говорить о вариации фазы либо о вариации времени прихода отдельных импульсов $R(t)$:

$$R(t) = \int_0^t z(t') dt'.$$

В поле стохастического гравитационного излучения $\langle R(t) \rangle = 0$, но $\langle R^2(t) \rangle \neq 0$. С умеренной точностью наблюдательные пределы на h и, следовательно, на Ω_g можно просто получить, используя приведенные выше формулы. Как следует из (12), гравитационные волны с длиной λ_g , меньшей, чем расстояние l между пульсаром и Землей, создают вариацию Δt между предвычис-

ленным и фактическим приходом импульса порядка

$$\Delta t \approx hT, \quad cT \ll l, \quad (14)$$

где T — полное время наблюдений. В принципе, соотношение (14) дает одинаковые ограничения на h для всех волн в диапазоне $cT \lesssim \lambda_g < l$. Однако, как указывалось выше, «полиномиальная подгонка» эффективно вырезает низкие частоты, так что при разумных предположениях о спектре стохастического фона соотношение (14) относится фактически к волнам с длиной $\lambda_g \approx cT$. Так как наблюдаемая среднеквадратичная вариация Δt (после «полиномиальной подгонки») не превосходит одной микросекунды, а T составляет несколько лет, то отсюда приближенно и получаются пределы на h на уровне $h \lesssim 10^{-13} - 10^{-14}$ и $\Omega_g < 10^{-6}$ для волн с частотами $\nu \approx 10^{-8}$ Гц.

Общность принципов детектирования и приведенные здесь оценки лишней раз демонстрируют большие трудности, которые необходимо преодолеть на пути к успешной регистрации гравитационного излучения.

7. НОВЫЕ ИДЕИ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Хотя несколько гравитационно-волновых детекторов давно существуют, а другие находятся в стадии технического исполнения, область гравитационно-волновой астрономии далека еще от превращения в чисто инженерную. Здесь есть широкий простор для новых идей и предложений даже на уровне первых принципов.

7.1. Кинематический резонанс и эффект памяти

В качестве примера рассмотрим обсуждавшиеся недавно эффекты в движении свободных пробных тел — кинематический резонанс и эффект памяти⁵³. Оба эффекта относятся к конечному состоянию пары тел, находившихся в покое в начальный момент времени и испытавших воздействие гравитационной волны. И оба эффекта вытекают из анализа элементарного уравнения механики $m\ddot{x} = F(t)$, к которому сводится в простейшем случае уравнение движения частицы под действием гравитационно-волновой силы.

Кинематический резонанс состоит в том, что две частицы, находящиеся в поле гравитационной волны и ставшие свободными в некоторый начальный момент времени, будут испытывать наряду с относительным колебательным движением систематическое сближение или удаление друг от друга в зависимости от начальной фазы гравитационной волны (разновидность эффекта дрейфа⁵⁴). К моменту времени $\hat{\tau}$ систематическое изменение расстояния Δl выражается формулой

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{2} h \omega_g \hat{\tau} \cos \psi,$$

где l — начальное расстояние, а h , ω_g и ψ — соответственно амплитуда, частота и фаза гравитационной волны. Заметим, что $\hat{\tau}$ может удовлетворять условию $\omega_g \hat{\tau} \gg 1$, и следовательно, результирующее Δl может быть много больше, чем hl .

Эффект памяти состоит в том, что после прохождения гравитационного импульса определенной временной формы пара свободных частиц, покоившихся на некотором расстоянии друг от друга, остается в покое, но на другом расстоянии. Этим гравитационный импульс с «памятью» отличается от обычного импульса (без «памяти»), после прохождения которого пара свободных частиц возвращается на исходное относительное расстояние. В терминах компонент \hat{h}_{ik} импульс с «памятью» характеризуется тем, что $\hat{h}_{ik} = 0$ до прихода импульса, затем некоторое время величины \hat{h}_{ik} переменны и, на-

конец, $h_{ik} = \text{const} \neq 0$ после прохождения переменной части импульса. Изменение Δl под действием импульса с «памятью» определяется простой формулой:

$$\Delta l = \frac{1}{m} \int \left(\int^t F(\tau) d\tau \right) dt$$

(см. также⁵⁵). Импульсы с «памятью» должны излучаться при нелобовом столкновении тяготеющих тел и вообще в процессах, в которых различаются асимптотические при $t \rightarrow \pm \infty$ значения второй производной от квадрупольного момента источника.

Важно, что оба эффекта, как показано в работе⁵³, могут быть, в принципе, использованы в наземных и космических интерферометрах, а также в наблюдениях по программе POINTS⁵⁶. Например, зеркала в интерферометре не возвращаются в исходное положение сразу же после прохода импульса, а некоторое время ($\sim 10^{-1}$ с) остаются выведенными из равновесного положения. Тем самым экспериментатор имеет возможность использовать значительно более длительное время усреднения ($\sim 10^{-1}$ с), чем длительность импульса ($\sim 10^{-3}$ с). В технике доплеровского слежения также возникают отличия. Как следует из простейшей формулы (8), прохождение короткого импульса с «памятью» сопровождается значениями $\Delta\omega/\omega \neq 0$ не только потому, что переменная часть импульса проходит через источник или приемник излучения, но также длительное время $\Delta\omega/\omega = \text{const} \neq 0$ потому, что $h_{ik}(0) - h_{ik}(e) \neq 0$ из-за постоянной части импульса. Конкретные оценки возможности наблюдения импульсов с «памятью» в технике доплеровского слежения рассмотрены в⁵⁷.

Следует подчеркнуть, что рассмотренные здесь импульсы с «памятью» точнее было бы называть импульсами с «памятью положения», так как изменяется расстояние между частицами, но не их относительная скорость. В принципе могут существовать импульсы с «памятью скорости», т. е. такие, после прохождения которых изменяется относительная скорость между частицами. Для этого в источнике гравитационного излучения должны различаться асимптотические значения третьей производной от квадрупольного момента. Трудно оценить, насколько часто могут возникать такие импульсы в природе, но ясно, что их существование открывает совершенно новые возможности в постановке задачи детектирования.

7.2. Возможности детектирования высокочастотных реликтовых гравитонов

Другое направление поисков связано с оценкой реальности постановки эксперимента по детектированию высокочастотной части спектра реликтового гравитационно-волнового шума, $\nu \approx 10^{10} - 10^{11}$ Гц. Рассмотрим одно новое предложение, дающее основания для оптимизма⁴⁵. Это предложение основано на использовании составной кристаллической антенны («большой кристалл») и существенно опирается на вычисление сечения поглощения гравитационных волн такими системами.

Пусть на тонкий стержень (одномерный кристалл) падает по нормали к нему гравитационная волна. Длина волны λ_g велика по сравнению с длиной стержня l . Известно, что если волна возбуждает наименьшую акустическую моду $n = 1$, т. е. $\nu \approx v_s/2l$, то сечение поглощения σ_1 , проинтегрированное по частотам резонансного контура осциллятора, выражается формулой

$$\sigma_1 \approx \frac{G}{c^3} M v_s^2,$$

где M — масса стержня, а v_s — скорость звука^{58, 59}. Теперь пусть на этот же стержень падает высокочастотная гравитационная волна, возбуждающая

n -ю моду акустических колебаний, $n \gg 1$ (но по-прежнему $l \ll \lambda_g$). Если предположить, что концы стержня свободны, т. е. натяжение на концах стержня равно нулю, то на этой моде получается $\sigma_n = \sigma_1/n^2$ ⁵⁹. Другими словами, получается сечение тем меньше, чем больше n .

Однако для кристаллов и вообще систем, где важны объемные эффекты, а не эффекты на границах, более адекватными являются периодические граничные условия, а не условия свободных концов. Повторяя вычисление сечения поглощения с периодическими граничными условиями, получаем в этом случае $\sigma_n \approx \sigma_1$, т. е. одинаковые сечения для всех n . В случае падения гравитационного сигнала с широкой полосой частот, $\Delta\nu \approx \nu$, надо учитывать число возбуждаемых в стержне мод Δn и вычислять полное сечение поглощения σ_{tot} . В одномерном случае $\Delta n \approx n$ и

$$\sigma_{\text{tot}} \approx \frac{G}{c^3} M v_s^2 \cdot n = \frac{G}{c^3} m v_s^2 \cdot n^2.$$

В последнем равенстве введена масса m одного маленького элемента стержня (элементарного квадруполь), имеющего размер порядка длины звуковой волны λ_s ; при этом $M = mn$. Теперь видно, что σ_{tot} пропорционально квадрату числа таких элементарных квадруполей.

В случае трехмерной системы с размерами $l \ll \lambda_g$ также можно ожидать, что σ_{tot} будет определяться формулой

$$\sigma_{\text{tot}} \approx \frac{G}{c^3} m v_s^2 \cdot N^2,$$

где m — масса кубика, имеющего размеры порядка λ_s , N — полное число таких кубиков, и полная масса кристалла есть $M = mn^3 = mN$.

Выписанные формулы применимы, пока l меньше λ_g . Чтобы получить большую составную антенну с общим объемом большим, чем λ_g^3 , надо взять много таких кристаллов, работающих независимо. При этом общее сечение поглощения растет пропорционально числу этих кристаллов.

Следует оговориться, что детальный расчет может как ухудшить, так и улучшить приведенные выше оценки. Формула

$$\sigma_{\text{tot}} \approx \frac{G}{c^3} m v_s^2 \cdot N^2$$

для одного кристалла с размерами $l \ll \lambda_g$ предполагает, что в нем возбуждаются все моды акустических колебаний, попадающие в интервал частот $\Delta\nu \approx \nu$. Однако тензорный характер гравитационных волн может привести к тому, что некоторые из мод не возбуждаются, и тогда зависимость от N будет более слабой, чем N^2 , но не хуже, чем $N^{2/3}$. С другой стороны, при определении сечения поглощения составной антенны делалось самое скромное предположение, согласно которому это сечение есть просто сумма сечений отдельных кристаллов. В действительности не исключено, что с учетом связей между кристаллами, это сечение можно сделать больше.

Применим сделанные оценки сечения поглощения составной антенны без каких-либо изменений к задаче детектирования стохастического фона. Считаем, что в рассматриваемом диапазоне частот в форме гравитационно-волнового шума содержится плотность энергии $\varepsilon_g \approx \varepsilon_\nu$. Критерием обнаружения считаем поглощение всей системой энергии $\hbar\omega_g$, равной энергии одного фонона. Тогда оказывается, что общая масса системы должна быть $M \approx 10^4$ г и время накопления $\hat{\tau} \approx 10^5$ с. Эти оценки исходят лишь из принципиальных требований и полностью игнорируют возможные технические проблемы. Но если ориентироваться на полученные цифры, то задача детектирования реликтового гравитационно-волнового фона не выглядит безнадежной.

Можно надеяться, что содержание статьи демонстрирует увлекательность, важность и плодотворное развитие гравитационно-волновой астро-

номии. Быть может, самым интересным является то, что о наиболее замечательных явлениях в этой области мы еще, вероятно, и не подозреваем.

Автор благодарен В. Л. Гинзбургу и В. Ф. Муханову за полезные замечания.

Государственный астрономический институт
им. П. К. Штернберга (МГУ)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Grishchuk L. P. // a) Proc. of the XIth Intern. Conference on GRG/Ed. M. MacCallum. — Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1987. — P. 86; б) Sov. Phys. Rev., Harwood, USA. Sec. B. 1988. V. 7. P. 1.
2. Thorne K. S. // 300 Years of Gravitation/Eds S. Hawking, W. Israel. — Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1988.
3. Taylor J. H. // ^{1a}. — P. 209.
4. Rapaport S., et al. // Astrophys. J. 1982. V. 254. P. 616.
5. Iben I., Tutukov A. V. // Astrophys. J. Suppl. 1984. V. 54. P. 335.
6. Grishchuk L. P. // Ann. N.Y. Acad. Sci. 1977. V. 302. P. 439.
7. Rubakov V. A., Sazhin M. V., Veryaskin A. V. // Phys. Lett. Ser. B. 1982. V. 115. P. 189.
8. Amaldi E. et al. Preprint. — 1987.
9. Thorne K. S. April 1987 (частное сообщение).
10. Peters P. C., Mathews J. // Phys. Rev. 1963. V. 131. P. 435.
11. Hulse R. A., Taylor J. H. // Astrophys. J. Lett. 1975. V. 195. P. L51.
Taylor J. H., Hulse R. A. et al. // Ibidem. 1976. V. 206. P. L53.
Will C. M. Theory and Experiment in Gravitational Physics. — Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1981.
12. Weisberg J. M., Taylor J. H. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. P. 1348.
Taylor J. H. // 13th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics/Ed. M. Ulmer. — Singapore: The World Scientific, 1987. — P. 467.
13. Kraft R. P. et al. // Astrophys. J. 1962. V. 136. P. 312.
Paczynski B. // Acta Astronaut. 1967. V. 17. P. 287.
Faulkner J. // Astrophys. J. Lett. 1971. V. 170. P. L99.
Tutukov A. V., Yungelson L. R. // Acta Astron. 1979. V. 23. P. 665.
Paczynski B., Sienkiewicz R. // Astrophys. J. Lett. 1981. V. 248. P. L27.
Savonije G. J. et al. // Astron. and Astrophys. 1986. V. 155. P. 51.
14. Блинные С. И., Лозинская Т. А., Чугай Н. Н. // Итоги науки и техники. Сер. «Астрономия». — М.: ВИНТИ АН СССР, 1987. — Т. 32. С. 142.
15. Einstein A. // Sitzungber. Preuss. Acad. Wiss. 1916. Bd 1. S. 688; 1918. Bd 1. S. 154; переводы: Эйнштейн А. Собр. науч. трудов. — М.: Наука, 1963. — Т. 1. С. 514, 631.
16. Grishchuk L. P., Petrov A. D., Porova A. D. // Comm. Math. Phys. 1984. V. 94. P. 379.
Зельдович Я. Б., Грищук Л. П. // УФН. 1986. Т. 149. С. 695.
Грищук Л. П., Петров А. Н. // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. С. 9.
17. а) Damour T. // Gravitational Radiation/Eds N. Deruelle, T. Piran. — Amsterdam: North-Holland, 1983. — P. 59.
б) Grishchuk L. P., Kopejkin S. M. // Relativity in Celestial Mechanics and Astrometry/Eds J. Kovalevsky, V. A. Brumberg. — Amsterdam: North-Holland, 1986. — P. 19.
Rapaport A., Linet B. // Gen. Relat. and Gravit. 1981. V. 13. P. 335.
Schäfer G. // Ibidem. 1986. V. 18. P. 255.
Damour T., Deruelle N. // Ann. Inst. H. Poincaré. 1985. T. 43. P. 107; 1986. T. 44. P. 263.
18. Shapiro S. L. // Sources of Gravitational Radiation/Ed. L. Smarr. — Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1979.
Eardley D. M. // ^{17a}.
19. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1973.
20. Lipunov V. M., Postnov K. A., Prokhorov M. E. // Astron. and Astrophys. 1987. V. 176. P. L1.
21. Schutz B. F. Cardiff preprint. — 1986.
22. Douglass D. N., Braginsky V. B. // General Relativity/Eds S. Hawking, W. Israel. — Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1979.
23. Hills D., Bender P., Faller J. E., Webbink R. F. // Abstracts of Contributed Papers of GRG XI. — 1986. — P. 509.
24. Zimmernann M. // Nature. 1978. V. 271. P. 524.
25. Chandrasekhar S. // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 24. P. 611.
Friedman J., Schutz E. // Astrophys. J. 1978. V. 222. P. 281.
Wagoner R. V. // Ibidem. 1984. V. 278. P. 345.

26. Faller J. E., Bender P. L., Chan Y. M. et al.//Contributed Papers of GRG X/Eds B. Bertotti, F. de Felice, A. Pascolini. — Roma, 1983. — P. 960.
72. Grishchuk L. P.//Mod. Phys. Lett. Ser. A. 1987. V. 2. P. 631.
28. Грищук Л. П.//ЖЭТФ. 1974. Т. 67. С. 825; Lett. Nuovo Cimento. 1975. V. 12. P. 60; Письма ЖЭТФ. 1976. Т. 23. С. 326.
29. Грищук Л. П.//УФН. 1977. Т. 121. С. 69.
30. Brandenberger R.//Rev. Mod. Phys. 1985. V. 57. P. 1.
Turner M. S.//^{1a}. — P. 223.
Гончаров А. С., Linde A. D., Mukhanov V. F.//Intern. J. Mod. Phys. Ser. A. 1987. V. 2. P. 561.
31. Halliwell J. J., Hawking S. W.//Phys. Rev. 1985. V. 31. P. 1777.
32. Grishchuk L. P., Polnarev A. G.//General Relativity and Gravitation/Ed. A. Held. — New York: Plenum Press, 1980. — P. 393.
33. Zeldovich Ya. B.//Mon. Not. RAS. 1972. V. 180. P. 1.
Harrison B. R.//Phys. Rev. Ser. D. 1970. V. 1. P. 2726.
34. Старобинский А. А.//Письма ЖЭТФ. 1979. Т. 30. С. 719.
Fabbri R., Pollock M. D.//Phys. Lett. Ser. B. 1983. V. 125. P. 445.
Abbott L. F., Wise M. B.//Nucl. Phys. Ser. B. 1984. V. 224. P. 541.
Witten E.//Phys. Rev. Ser. D. 1984. V. 30. P. 272.
Abbott L. F., Narari D. D.//Nucl. Phys. Ser. B. 1986. V. 264. P. 487.
Krauss L. M.//Gen. Relat. and Gravit. 1986. V. 18. P. 723.
35. Белинский В. А., Грищук Л. П., Зельдович Я. Б., Халатников И. М.//ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 346.
36. Zeldovich Ya. B.//Mon. Not. RAS. 1980. V. 192. P. 663.
Vilenkin A.//Phys. Rev. 1985. V. 55. P. 1801.
37. Грищук Л. П., Зельдович Я. Б.//Астрон. ж. 1978. Т. 55. С. 209.
38. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Стрoение и эволюция Вселенной. — М.: Наука, 1975.
39. Bertotti B., Carr B. J., Rees M. J.//Mon. Not. RAS. 1983. V. 203. P. 945.
Blandford R., Narayan R., Romani R. W.//J. Astrophys. and Astron. 1984. V. 5. P. 369.
40. Шварцман В. Ф.//Письма ЖЭТФ. 1969. Т. 9. С. 315.
41. Hellings R. W., Callahan P. S., Anderson J. D., Moffet A. T.//Phys. Rev. Ser. D. 1981. V. 23. P. 844.
42. Anderson A. J.//²⁶. — P. 945.
Anderson J. D., Lau E. L., Estabrook F.//²³. — P. 130.
Bertotti B., Iess L.//Gen. Relat. and Gravit. 1985. V. 17. P. 1043.
Mashhoon B., Grishchuk L. P.//Astrophys. J. 1980. V. 236. P. 990.
43. Braginsky V. B., Thorne K. S.//Nature. 1985. V. 316. P. 610.
44. Drever R. V. P., Weiss P. et al.//Proposal for LIGO. — 1985 (не опубликовано).
45. Грищук Л. П., Ильченко А. С.//Тезисы VI Советской гравитационной конференции. — М.: МГПИ, 1984. — С. 303.
46. Carr B. J.//Astron. and Astrophys. 1980. V. 89. P. 6.
Rees M. J.//^{1a}. — P. 296.
Hogan C.//Mon. Not. RAS. 1986. V. 218. P. 629.
Deruyagin O. V., Grigoriev D. Y., Rubakov V. A., Sazhin M. V.//Ibidem. 1987. V. 244. P. 487.
47. Брагинский В. Б., Гусев А. В., Митрофанов В. П., Руденко В. Н., Якимов В. Н.//УФН. 1985. Т. 47. С. 422.
48. Voughn S. P., Kuhn J. R.//¹². — P. 31.
Mashhoon B., Carr B. J., Hu B. L.//Astrophys. J. 1982. V. 246. P. 569.
49. Fairbank W. M.//^{1a}. — P. 313.
50. Grishchuk L. P.//Proc. of IXth Intern. Conference on GRG/Ed. E. Schmutzer. — Jena, DDR, 1983. — P. 255.
51. Estabrook F. B., Wahlquist H. D.//Gen. Relat. and Gravit. 1975. V. 6. P. 439.
52. Руденко В. Н., Сажин М. В.//КЭ. 1980. Т. 7. С. 2334.
53. Брагинский В. Б., Грищук Л. П.//ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 744.
54. Грищук Л. П.//ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 833.
55. Зельдович Я. Б., Полнareв А. Г.//Астрон. ж. 1974. Т. 51. С. 30.
Kovacs S., Thorne K. S.//Astrophys. J. 1978. V. 224. P. 62.
56. Reasenberg R. D., Shapiro I. I.//Acta Astronaut. 1982. V. 9. P. 103.
57. Braginsky V. B., Thorne K. S.//Nature. 1987. V. 327. P. 123.
58. Weber J. General Relativity and Gravitational Waves. — New York: J. Wiley, 1961.
59. Misner C. W., Thorne K. S., Wheeler J. A. Gravitation. — San Francisco: Freeman and Co, 1973.