

539.12.01

**НЕСОХРАНЕНИЕ БАРИОННОГО ЧИСЛА
В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ*****В. А. Матвеев, В. А. Рубаков, А. Н. Тавхелидзе,
М. Е. Шапошников*****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение	253
2. Калибровочные вакуумы и несохранение фермионных квантовых чисел фермионов	255
2.1. Структура вакуума в калибровочных теориях. 2.2. Пересечение уровней и несохранение квантовых чисел фермионов.	
3. Монопольный катализ распада протона	263
3.1. Магнитный монополю в SU (2)-модели. 3.2. Отсутствие подавления несохранения фермионного числа. 3.3. Асимптотические состояния фермионов в присутствии монополя. 3.4. Рассеяние s-волновых фермионов: правила отбора. 3.5. Монопольный катализ распада протона в SU (5)-теории. 3.6. О модельной зависимости монопольного катализа.	
4. Несохранение фермионного числа в холодной плотной фермионной среде . . .	273
4.1. Неустойчивость нормальной симметричной фермионной материи при высоких плотностях. 4.2. Капли аномальной материи в абелевых (V — A)-теориях. 4.3. Судьба аномального состояния в неабелевых теориях. 4.4. Несимметричная материя: анизотропный конденсат W-бозонов.	
5. Несохранение барионного числа в стандартной электрослабой теории при высоких температурах и барионная асимметрия Вселенной	279
5.1. Скорость процессов с несохранением фермионного числа при высоких температурах. 5.2. Судьба барионной асимметрии, возникающей в ТВО. 5.3. Барионная асимметрия Вселенной в стандартной электрослабой теории.	
6. Аномальные электрослабые распады тяжелых частиц	288
7. Заключение	292
Список литературы	292

1. ВВЕДЕНИЕ

Современные теории элементарных частиц основываются на принципе калибровочной симметрии. Калибровочная теория цветных кварков и глюонов — квантовая хромодинамика — является в настоящее время общепринятой теорией сильных взаимодействий. Слабые и электромагнитные взаимодействия успешно описываются стандартной электрослабой теорией. Достигнуты определенные успехи на пути объединения взаимодействий: построен ряд реалистических моделей большого объединения, в рамках которых сильные, слабые и электромагнитные взаимодействия представляют собой низкоэнергетические проявления единого калибровочного взаимодействия; имеются попытки включения в схему объединения гравитации, основанные на теориях супергравитации и суперструн.

Наряду с развитием калибровочных теорий «вширь» — в направлении объединения взаимодействий, происходит и их развитие «вглубь» — в направлении исследования эффектов, связанных со сложными динамическими свойствами калибровочных теорий. Сейчас ясно, что динамическое содержание калибровочных теорий не исчерпывается теорией возмущений даже в моделях со слабой связью. Среди непертурбативных аспектов калибровочных теорий можно выделить сложную структуру вакуума и обусловленное ею

несохранение фермионных квантовых чисел (таких, как барионное и лептонное число), а также существование солитонов — частицеподобных решений классических уравнений поля, которым на квантовом уровне соответствуют протяженные частицы.

Одно из наиболее интересных предсказаний объединенных калибровочных теорий — несохранение барионного числа. В настоящее время обсуждаются по крайней мере два возможных механизма несохранения числа барионов. Первый из них естественным образом возникает в теориях большого объединения в рамках теории возмущений^{1,2} (см. обзоры^{3,4}). В простейшем варианте он связан с обменом сверхтяжелыми векторными или скалярными бозонами, как изображено на рис. 1. Среди возможных проявлений этого механизма — спонтанный распад протона^{1,2} и нейтрон-антинейтронные осцилляции⁵.

Другой механизм возникает уже в стандартной электрослабой теории⁶ и связан со сложной структурой вакуума⁶⁻⁸ и треугольной аномалией^{9,10}.

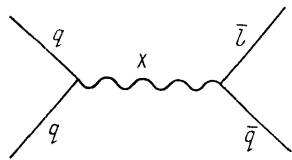


Рис. 1. Два кварка переходят в антикварк и лептон в результате обмена сверхтяжелым бозоном

В нормальных условиях амплитуды с несохранением барионного числа, обусловленным этим механизмом, подавлены фактором $\exp(-8\pi^2/g_W^2) \sim 10^{-77}$, где $g_W^2 = e^2/\sin^2 \theta_W$ — константа связи электрослабой калибровочной группы $SU(2)_L$ (подгруппы $SU(2)_L \times U(1)$). Поэтому прямое наблюдение процессов с электрослабым B -нарушением невозможно при низких энергиях. Однако имеется ряд ситуаций, когда скорость аномальных процессов с несохранением барионного числа может быть не мала. Реакции с электрослабым несохранением барионного числа могут происходить с большой вероятностью в экстремальных условиях: при высоких плотностях фермионов¹¹⁻¹⁴ и при высоких температурах¹⁵. Быстрое несохранение барионного числа возможно и в распадах частиц достаточно большой массы ($M \gtrsim 10$ ТэВ)¹⁶⁻²⁰.

Эффекты, связанные со сложной структурой вакуума в калибровочных теориях, играют существенную роль и во взаимодействиях фермионов с магнитными монополями. Монополи появляются в теориях большого объединения как статические решения классических полевых уравнений — солитоны²¹ (см. обзоры²²). В большинстве моделей большого объединения взаимодействие кварков и лептонов с монополями приводит к распаду протона с большими сечениями (порядка сечений, характерных для сильных взаимодействий)²³⁻²⁵. Это явление, получившее название монопольного катализа распада протона, также служит примером сильного несохранения барионного числа в экстремальных условиях (в интенсивном магнитном поле монополя). Похожими свойствами должны были бы обладать и капли аномальной материи, появляющиеся в абелевых ($V - A$)-теориях^{11,14}: при контакте с обычным веществом такие капли поглощали бы нуклоны, что сопровождалось бы энерговыделением, близким к энергии покоя протона.

Таким образом, значительного (на десятки порядков!) ускорения процессов с несохранением барионного числа следует ожидать в целом ряде экстремальных ситуаций. Кроме чисто теоретического интереса, эта возможность привлекает внимание и в связи с экспериментальными, космологическими и астрофизическими приложениями. Монопольный катализ распада протона, который должен идти с большим сечением, сравнимым с ядерным, и сопровождаться энерговыделением, близким к энергии покоя протона, представляет собой один из процессов, позволяющих вести поиск монополей.

В ряде случаев характерные энергетические масштабы (температуры, химические потенциалы, массы распадающихся частиц) составляют величину порядка 10^2 – 10^4 ГэВ, что значительно меньше энергий, типичных для теорий большого объединения (10^{15} ГэВ). Поэтому имеется надежда на пря-

мую проверку предсказаний теории. Поиск магнитных монополей и монополюсного катализа распада протона ведется на большинстве подземных установок (наилучшее на сегодняшний день ограничение на поток сверхтяжелых магнитных монополей получено на подземном сцинтилляционном телескопе Баксанской нейтринной обсерватории ИЯИ АН СССР²⁶) и на байкальском подводном детекторе²⁷. На этих установках возможен и поиск капель аномальной материи. Распады тяжелых частиц, сопровождаемые несохранением барионного числа, можно будет искать на ускорителях (правда, довольно отдаленного будущего).

Единственным пока наблюдательным аргументом в пользу несохранения барионного числа в природе является барионная асимметрия Вселенной^{28, 29} (см. обзор³⁰). Прямое отношение к проблеме генерации барионной асимметрии имеет электрослабое несохранение барионного числа, которое должно идти достаточно быстро при температурах порядка сотен ГэВ и выше. Не исключено, что наблюдаемая барионная асимметрия Вселенной возникла именно в результате электрослабых процессов^{15,31} при относительно низких температурах (порядка сотен ГэВ); эта возможность тесно связана с вопросом о характере электрослабого фазового перехода и массе хиггсовского бозона. Быстрое несохранение барионного числа при высоких фермионных плотностях существенно для нестандартных космологических моделей с промежуточной холодной стадией (такие модели недавно предлагались, например, в связи с суперсимметричными объединенными теориями³²). Эффекты, связанные с несохранением барионного числа, могут приводить к образованию неоднородных анизотропных фаз в таких моделях³³. Наблюдаемым проявлением наличия таких фаз в ранней Вселенной является довольно интенсивный реликтовый гравитационно-волновой шум³⁴.

В этом обзоре мы рассмотрим теоретические идеи и представления, приводящие к выводу о возможности быстрого несохранения барионного числа в экстремальных условиях. Ключевым для нас свойством калибровочных теорий является сложная структура вакуума и связанное с ней несохранение фермионных квантовых чисел; этому кругу вопросов посвящен раздел 2. Затем мы изложим результаты, касающиеся конкретных физических ситуаций, в которых несохранение барионного числа должно происходить с большой вероятностью: монополюсный катализ распада протона (раздел 3), (V — A)-теории при высоких фермионных плотностях (раздел 4), электрослабая теория при высоких температурах (раздел 5), электрослабые распады тяжелых частиц (раздел 6). Раздел 7 содержит заключительные замечания.

2. КАЛИБРОВОЧНЫЕ ВАКУУМЫ И НЕСОХРАНЕНИЕ КВАНТОВЫХ ЧИСЕЛ ФЕРМИОНОВ

2.1. Структура вакуума в калибровочных теориях

Сложная структура вакуума является общим свойством четырехмерных неабелевых калибровочных теорий^{6, 7}, а также ряда двумерных калибровочных моделей теории поля^{8, 35} (см. также обзоры^{36, 37}). Рассмотрим для определенности четырехмерную модель с калибровочной группой SU (2) и хиггсовским полем ϕ , которое преобразуется по некоторому нетривиальному представлению T группы SU (2) (это представление не будем пока фиксировать). Мы будем использовать матричное поле

$$A_\mu = -ig \frac{\tau^a}{2} A_\mu^a,$$

где g — калибровочная константа связи, A_μ^a ($a = 1, 2, 3$) — действительные векторные поля, τ^a — матрицы Паули. При калибровочных преобразова-

ниях $\omega(x)$ из $SU(2)$ поля преобразуются следующим образом:

$$A_\mu \rightarrow A_\mu^\omega = \omega A_\mu \omega^{-1} + \partial_\mu \omega^{-1},$$

$$\varphi \rightarrow \varphi^\omega = T(\omega) \varphi.$$

Удобно использовать калибровку $A_0 = 0$. В этой калибровке имеется остаточная калибровочная свобода относительно преобразований с калибровочными функциями $\omega(\mathbf{x})$, не зависящими от времени. Ограничимся рассмотрением калибровочных функций, стремящихся к не зависящей от направления константе на пространственной бесконечности *):

$$\lim_{|\mathbf{x}| \rightarrow \infty} \omega(\mathbf{x}) = \omega_0. \quad (2.1)$$

При этом условии калибровочные функции характеризуются целым числом (топологическим числом калибровочного преобразования)

$$n[\omega] = \frac{1}{24\pi^2} \int d^3x \epsilon^{ijk} \text{Tr}(\partial_i \omega \cdot \omega^{-1} \partial_j \omega \cdot \omega^{-1} \partial_k \omega \cdot \omega^{-1}). \quad (2.2)$$

Это число является степенью отображения трехмерного пространства с отождествленной (в силу (2.1)) бесконечностью в калибровочную группу $SU(2)$. Калибровочные преобразования $\omega(\mathbf{x})$ и $\omega'(\mathbf{x})$ могут быть получены друг

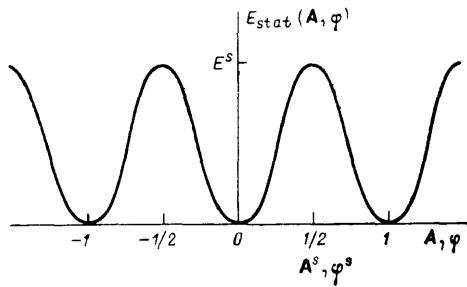


Рис. 2. Схематическое изображение зависимости статической энергии от бозонных полей.

Минимумы соответствуют классическим вакуумам. Точка (A^s, φ^s) определяет высоту барьера между различными вакуумами; она является седловой точкой функционала статической энергии (сфалерон)

из друга последовательным применением инфинитезимальных калибровочных преобразований тогда и только тогда, когда они принадлежат одному и тому же классу (т. е. $n[\omega] = n[\omega']$). Примером калибровочной функции с топологическим числом может служить функция

$$\omega_n(\mathbf{x}) = \exp\left(i \frac{\mathbf{r}\mathbf{n}}{2} \Omega(r)\right), \quad (2.3)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{x}/r$, а $\Omega(r)$ — произвольная действительная функция, удовлетворяющая условиям

$$\Omega_n(r=0) = 0, \quad \Omega_n(r=\infty) = 2\pi n. \quad (2.4)$$

Классические вакуумы — конфигурации полей с минимальной энергией — представляют собой чисто калибровочные конфигурации, $\mathbf{A} = \omega \mathbf{d}\omega^{-1}$, $\varphi = T(\omega) \varphi_0$, где φ_0 — значение хиггсовского поля при $\mathbf{A} = 0$. Если мы не будем различать конфигурации, отличающиеся друг от друга инфинитезимальными калибровочными преобразованиями, то различные вакуумы будут соответствовать калибровочным функциям с различными топологическими числами. Таким образом, имеется дискретный набор классических вакуумов, нумеруемых целым числом n и отличающихся друг от друга топологически — нетривиальными калибровочными преобразованиями (рис. 2).

*) Не исключено, что это ограничение является слишком сильным в некоторых моделях³⁸. В настоящее время вопрос о роли преобразований, не удовлетворяющих этому условию, совершенно не ясен.

Важной характеристикой калибровочных теорий является высота энергетического барьера между соседними вакуумами. Она равна статической энергии седловой конфигурации $(\mathbf{A}^s, \varphi^s)$ (на рис. 2 показано лишь одно направление в функциональном пространстве (\mathbf{A}, φ) , поэтому $(\mathbf{A}^s, \varphi^s)$ выглядит как максимум функционала статической энергии; в действительности $(\mathbf{A}^s, \varphi^s)$ является седлом, поскольку статическая энергия растет по другим направлениям, не показанным на рис. 2). Седловая точка является неустойчивым решением статических уравнений поля. Это решение было найдено (для модели с дублетным хиггсовским полем) в работе³⁹, а затем переоткрыто в работе⁴⁰; тот факт, что решение неустойчиво, был обнаружен в работе⁴¹; роль седлового решения как конфигурации, определяющей минимальную высоту барьера между соседними вакуумами, была выяснена в работе⁴², где это решение было предложено называть сфалероном *) (от греческого σφαλερός — готовый упасть, неустойчивый). Сфалеронная конфигурация имеет вид

$$\begin{aligned} A_i^s &= i \frac{\varepsilon_{ijk} x_j \tau_k}{r^2} f(\xi), \\ \varphi^s &= \frac{\varphi_0}{\sqrt{2}} h(\xi) \frac{i \tau^a x^a}{r} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где $\xi = g\varphi_0 r$, а функции $f(\xi)$ и $h(\xi)$ имеют следующие асимптотики:

$$f(0) = h(0) = 0, \quad f(\infty) = h(\infty) = 1.$$

Энергия сфалерона (высота барьера между вакуумами) дается выражением

$$E^s = \frac{2M_W}{\alpha_W} B\left(\frac{\lambda}{g^2}\right), \quad (2.6)$$

где M_W — масса векторного бозона, появляющаяся в результате механизма Хиггса, λ — константа самодействия скалярного поля, $\alpha_W = g^2/4\pi$. В модели с дублетным хиггсовским полем функция $B(\lambda/g^2)$ изменяется от 1,56 до 2,72 при изменении λ/g^2 от нуля до бесконечности⁴². Отметим, что в стандартной электрослабой теории (где $M_W \approx 80$ ГэВ, $\alpha_W = \alpha/\sin^2\theta_W \approx 1/30$) высота барьера составляет величину $E^s \approx 10$ ТэВ; в дальнейшем мы увидим, что эта величина определяет энергетический масштаб, характерный для процессов с быстрым несохранением барионного числа.

Поскольку в теориях с малой константой связи высота барьера значительно превышает характерный для теории возмущений энергетический масштаб M_W , в квантовой теории каждому классическому вакууму соответствует состояние $|n\rangle$, волновая функция которого сосредоточена вблизи n -го минимума. В частности, тривиальному классическому вакууму ($\mathbf{A} = 0$, $\varphi = \varphi_0$) соответствует вакуум теории возмущений $|0\rangle$. Состояние $|n\rangle$ получается из $|0\rangle$ действием унитарного оператора $U[\omega_n]$, осуществляющего калибровочное преобразование с топологическим числом n . В силу калибровочной инвариантности гамильтониана состояния $|n\rangle$ вырождены между собой.

В калибровочных теориях накладывается требование инвариантности (с точностью до фазы) всех физических состояний относительно калибровочных преобразований. Инвариантность относительно топологически — тривиальных калибровочных преобразований, получающихся последовательным применением инфинитезимальных преобразований, обеспечивается наложением дополнительного условия (закона Гаусса) на физические состояния,

$$(D_i E_i + J_0)|\text{физ.}\rangle = 0, \quad (2.7)$$

*) Оценка для высоты барьера между вакуумами была независимо получена в работе¹⁷.

где $E_i = F_{0i}$, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$, J_μ — калибровочный ток материи (в данном случае — хиггсовского поля). Однако условие (2.7) не обеспечивает инвариантности относительно топологически-нетривиальных калибровочных преобразований. Например, каждый из $|n\rangle$ -вакуумов может быть выбран так, чтобы закон Гаусса для него выполнялся, однако при калибровочном преобразовании $U[\omega'_n]$ состояние $|n\rangle$ переходит в $|n + n'\rangle$. Инвариантное (с точностью до фазы) относительно всех калибровочных преобразований основное состояние (θ -вакуум) представляет собой линейную суперпозицию вида

$$|\theta\rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in\theta} |n\rangle. \quad (2.8)$$

Для него $U[n]|\theta\rangle = e^{in\theta}|\theta\rangle$.

Различные θ -секторы теории отщепляются, поскольку матричные элементы любого калибровочно-инвариантного оператора \hat{O} между вакуумами с различными значениями θ равны нулю,

$$\langle\theta'|\hat{O}|\theta\rangle = 0 \text{ при } \theta' \neq \theta. \quad (2.9)$$

Действительно, $|n\rangle$ -вакуумы можно выбрать в виде $|n\rangle = U_1^n|0\rangle$, где $U_1 \equiv U[\omega_1]$ осуществляет преобразование с единичным топологическим числом (любой другой выбор отличается от этого топологически-тривиальным калибровочным преобразованием, несущественным в силу условия Гаусса). Для калибровочно-инвариантного оператора \hat{O} имеем

$$\langle\theta'|\hat{O}|\theta\rangle = \sum_{n,m} \exp(-im\theta' - in\theta) \langle 0|\hat{O}U_1^{n-m}|0\rangle,$$

откуда и следует (2.9).

Таким образом, вакуумный угол θ является еще одним параметром теории (наряду с константами связи и вакуумным средним хиггсовского поля). Появление этого параметра носит непертурбативный характер; в некоторых теориях (например, в квантовой хромодинамике) оно приводит к нарушению СР-симметрии. Возможность решения сильной СР-проблемы путем введения дополнительной симметрии⁴³ и аксиона^{43, 44} рассматривается в обзоре³⁶⁶.

К структуре вакуума (2.8) можно подойти и несколько иным образом, рассматривая туннелирование между n -вакуумами. Квазиклассическая амплитуда туннельного перехода между тривиальным вакуумом ($n = 0$) и вакуумом с топологическим числом n определяется минимумом евклидова действия на бозонных полях с асимптотиками

$$\begin{aligned} A &\rightarrow 0, \quad \varphi \rightarrow \varphi_0, \quad t \rightarrow -\infty, \\ A &\rightarrow \omega_n \vec{\partial} \omega_n^{-1}, \quad \varphi \rightarrow T(\omega_n) \varphi_0, \quad t \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Для таких конфигураций справедливо равенство

$$Q[A(x, t)] = n[\omega_n] \equiv n,$$

где

$$Q[A] = \frac{1}{32\pi^2} \int d^3x dt \operatorname{Tr} F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} - \quad (2.11)$$

топологическое число калибровочного поля⁴⁵. Минимум действия достигается на (много-) инстантонных конфигурациях⁴⁵, переведенных в калибровку $A_0 = 0$. При этом $S_{\min} = 8\pi^2 |n|/g^2$ (учет хиггсовских полей приводит к малым поправкам к инстантонному значению⁶), так что амплитуда туннелирования подавлена фактором $\exp(-8\pi^2 |n|/g^2)$.

Поскольку туннелирование между n -вакуумами возможно, ни один из них не является собственным состоянием гамильтониана. Гамильтониан теории калибровочно-инвариантен, и он диагонализуетс одновременно с оператором U_1 . Соответствующими собственными состояниями и являются θ -вакуумы (2.8).

Экспоненциальное подавление амплитуды туннелирования означает, что в нормальных условиях эффекты сложной структуры вакуума крайне малы. Однако, как мы увидим в дальнейшем, они становятся существенными в экстремальных условиях. Прежде чем переходить к этому вопросу, остановимся на механизме аномального несохранения фермионных квантовых чисел.

2.2. Пересечение уровней и несохранение квантовых чисел фермионов

Несохранение квантовых чисел фермионов обсудим на примере калибровочной модели с группой SU (2) и левыми безмассовыми дублетами фермионов $\Psi_L^{(i)}$ ($i = 1, \dots, n_F$), не взаимодействующими с хиггсовским полем (для отсутствия глобальной аномалии⁴⁶ необходимо, чтобы число дублетов n_F было четным). Калибровочно-инвариантный ток каждого дублета $J_\mu^{(i)} = \bar{\Psi}_L^{(i)} \gamma^\mu \Psi_L^{(i)}$ сохраняется на классическом уровне, но на квантовом уровне аномален⁹:

$$\partial_\mu J_\mu^{(i)} = \frac{1}{32\pi^2} \text{Tr} F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}. \quad (2.12)$$

Правая часть этого равенства представляет собой полную дивергенцию:

$$\frac{1}{32\pi^2} \text{Tr} F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu K_\mu,$$

где

$$K_\mu = \frac{1}{16\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \text{Tr} \left(F_{\nu\rho} A_\sigma - \frac{2}{3} A_\nu A_\rho A_\sigma \right). \quad (2.13)$$

Поэтому можно определить сохраняющийся ток, который, однако, не будет калибровочно инвариантным:

$$j_\mu^{(i)} = J_\mu^{(i)} - K_\mu, \quad \partial_\mu j_\mu^{(i)} = 0. \quad (2.14)$$

Соотношение (2.12) указывает на то, что число фермионов может не сохраняться. Интегрируя (2.12) по области четырехмерного пространства, заключенной между трехмерными гиперплоскостями $t = t_1$ и $t = t_2$, получим

$$N^{(i)}(t_2) - N^{(i)}(t_1) = N_{CS}(t_2) - N_{CS}(t_1), \quad (2.15)$$

где $N^{(i)} = \int J_0^{(i)} d^3x$ — фермионное число,

$$N_{CS} = \int K_0 d^3x = \frac{1}{16\pi^2} \int d^3x \epsilon^{ijk} \text{Tr} \left(F_{ij} A_k - \frac{2}{3} A_i A_j A_k \right)$$

— число Черна — Саймонса калибровочного поля A . Соотношение (2.15) получено в предположении о достаточно быстром убывании поля A_μ на пространственной бесконечности (для теории в конечном объеме достаточно предположить периодические граничные условия на A_μ).

Равенство (2.15) предполагает, что если калибровочное поле эволюционирует так, что изменяется его число Черна — Саймонса, то изменяется и число фермионов в системе. Это несохранение числа фермионов возникает в результате явления пересечения уровней (см. работы^{47–49} и ссылки там).

Рассмотрим систему во внешнем калибровочном поле $A(x, t)$, которое адиабатически изменяется от $A(x, t_1)$ до $A(x, t_2)$. В каждый промежуточный момент времени t можно вычислить спектр фермионов (набор собственных значений гамильтониана Дирака во внешнем поле при фиксированном t). С течением времени спектр изменяется, при этом часть уровней пересекает нуль сверху, а часть — снизу. Разность $(N_+ - N_-)$ количества уровней, пересекающих нуль сверху (N_+), и количества уровней, пересекающих нуль снизу (N_-), отлична, вообще говоря, от нуля.

При каждом значении A основным состоянием фермионной системы является состояние, в котором заполнены все уровни с отрицательной энергией и незаполнены уровни с положительной энергией. Реальному фермиону

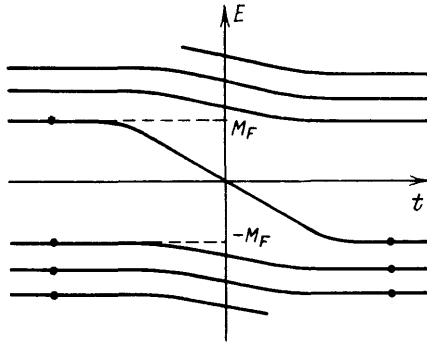


Рис. 3. Явление пересечения фермионных уровней

соответствует заполненный положительный уровень, а антифермиону — свободный отрицательный уровень. В результате явления пересечения уровней число реальных фермионов меняется (рис. 3): если в начальный момент в системе имелось N фермионов, то в конечный момент количество реальных фермионов будет равно

$$N(t_2) = N - (N_+ - N_-).$$

Разность $(N_+ - N_-)$ связана с разностью чисел Черна — Саймонса калибровочного поля $N_{CS}(t_2) - N_{CS}(t_1)$. Мы рассмотрим здесь два важных для дальнейшего типа внешнего поля $A(x, t)$.

В первом случае калибровочное поле группы $SU(2)$ изменяется на чистую калибровку:

$$\begin{aligned} A(x, t_1) &= A(x), \\ A(x, t_2) &= \omega A(x) \omega^{-1} + \omega \vec{\partial} \omega^{-1}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Можно проверить непосредственным вычислением, что для такого поля

$$N_{CS}(t_2) - N_{CS}(t_1) = n[\omega],$$

где $n[\omega]$ — топологическое число калибровочного преобразования. Следствием теоремы Атьи — Патоди — Зингера⁵⁰ является равенство

$$N_+ - N_- = -n[\omega],$$

которое и обеспечивает выполнение соотношения (2.15).

До сих пор мы для простоты говорили об адиабатически изменяющихся внешних полях $A(x, t)$. Однако изложенные результаты переносятся и на случай быстро меняющихся полей. Они также справедливы и тогда, когда поля $A(x, t)$ возникают спонтанно, например при туннельном переходе между классическими вакуумами с различными топологическими числами.

Частным случаем поля с граничными значениями (2.16) является поле с асимптотиками (2.10), описывающее переход между топологически различными классическими вакуумами бозонных полей. Здесь важное значение имеет сфалеронная конфигурация (2.4). Если траектория в пространстве полей проходит через нее в некоторый момент t_0 , то

$$Q = \frac{1}{32\pi^2} \int_{t_1}^{t_0} d^3x dt \operatorname{Tr} F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}.$$

При этом явление пересечения фермионных уровней будет происходить именно в момент t_0 . Число фермионов не сохраняется, причем

$$\Delta N^{(i)} = n. \quad (2.17)$$

Альтернативный вывод этого соотношения, использующий свойства нулевых фермионных мод в поле инстантонного типа, дан в известной работе 'т Хоофта⁶ и последующих работах⁵¹.

Сделаем несколько замечаний относительно этого важного результата.

1) Равенство (2.17) имеет место в теории с левыми фермионными дублетами. Для теории с правыми дублетами вместо него имеем $\Delta N^{(i)} = -n$; в общем случае

$$\Delta N_L^{(i)} = -\Delta N_R^{(i)} = n, \quad (2.18)$$

где $\Delta N_L^{(i)}$ ($\Delta N_R^{(i)}$) — фермионное число i -го левого (i -го правого) дублета. Таким образом, в вектороподобных теориях (квантовой хромодинамике и квантовой электродинамике) фермионное число сохраняется, а нарушается киральность $Q^5 = N_L - N_R$. В (V — A)-теориях не сохраняется фермионное число.

2) В теориях с массивными фермионами результат зависит от того, каким образом фермионы приобретают массу. Если масса вводится явно в лагранжиан, то в правой части (2.12) появляются дополнительные слагаемые, пропорциональные массе фермиона. Для полей с пространственно-временными размерами, большими по сравнению с комптоновской длиной волны фермиона, эти вклады сокращают аномальное слагаемое $F\tilde{F}$; в этом случае пересечение уровней отсутствует, и фермионные квантовые числа сохраняются. В стандартной электрослабой теории фермионы приобретают массу за счет взаимодействия с хиггсовским полем. При таком введении массы картина пересечения уровней для полей с асимптотиками (2.10) не изменяется^{17, 52}; в частности, для каждого дублета остается справедливым равенство (2.17). Это равенство определяет правила отбора для электрослабых процессов с несохранением фермионного (барионного, лептонного) числа:

$$\begin{aligned} \Delta N_e &= \Delta N_\mu = \Delta N_\tau = \dots = n, \\ \Delta N_q &= N_c N_g n, \end{aligned} \quad (2.19)$$

где N_e (N_μ , ...) — электронное (мюонное, ...) лептонное число, N_q — число кварков, $N_c = 3$ — число цветов, N_g — число поколений. Поскольку n всегда целое, барионное число изменяется не менее чем на 3; протон в электрослабой теории стабилен, а дейтрон в принципе может распадаться (хотя его время жизни экспоненциально велико). Отметим также, что в электрослабой теории точно сохраняется $(B - L)$, где $L = N_e + N_\mu + N_\tau + \dots$ — полное лептонное число.

3) Наличие в модели безмассовых фермионов полностью подавляет туннелирование между *вакуумами* с различными топологическими числами (это же относится и к стандартной электрослабой теории). Действительно, если система находится в классическом бозонном вакууме с $n = 0$ и при этом она также находится в фермионном вакууме (нет фермионов или антифермионов), то при туннелировании в классический бозонный вакуум с $n > 0$ в ней обязательно должны рождаться фермионы. Спонтанно такой процесс не может происходить из-за сохранения энергии. Поясним сказанное несколько иным образом. Введем сохраняющееся, но калибровочно-неинвариантное фермионное число

$$N_0^{(i)} = \int j_0^{(i)} d^3x, \quad (2.20)$$

где j_μ определяется соотношением (2.14). При калибровочном преобразовании $\omega(\mathbf{x})$ имеем

$$N_0^{(i)} \rightarrow U[\omega] N_0^{(i)} U[\omega^{-1}] = N_0^{(i)} - n[\omega]. \quad (2.21)$$

Поэтому оператор калибровочного преобразования U_n с топологическим числом n несет отличное от нуля $N_0^{(i)}$,

$$[N_0^{(i)}, U_n] = nU_n. \quad (2.22)$$

Вакуум $|n\rangle \equiv U_n|0\rangle$ обладает $N_0^{(i)} = n$, так что переходы между различными $|n\rangle$ -вакуумами невозможны. В точно решаемой двумерной безмассовой квантовой электродинамике операторы U_n были построены явно⁸, и соотношения типа (2.21), (2.22) были получены в результате этого построения.

Рассмотрим другой важный для нас случай, а именно, конфигурацию абелева калибровочного поля вида^{10, 13, 14}

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = a(\mathbf{e}_1 \cos \mathbf{k}\mathbf{x} - \mathbf{e}_2 \sin \mathbf{k}\mathbf{x}), \quad (2.23)$$

где \mathbf{k} — произвольный вектор, $\mathbf{e}_{1,2}$ — два действительных вектора поляризации, ортогональные друг другу и вектору \mathbf{k} . Фермионный лагранжиан выберем в виде

$$\mathcal{L}_F = \sum_{i=1}^f \bar{\Psi}_L^{(i)} i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - i \frac{\tau^3}{2} A_\mu \right) \Psi_L^{(i)},$$

где

$$\Psi_L^{(i)} = \begin{pmatrix} \Psi_L^{(i, +)} \\ \Psi_L^{(i, -)} \end{pmatrix}$$

— дублет левых фермионов ($\Psi_L^{(i, +)}$ и $\Psi_L^{(i, -)}$ имеют заряды $+1/2$ и $-1/2$ соответственно). Аналогом соотношения (2.15) в этом случае будет

$$\Delta N^{(i)} = \Delta N_{CS}, \quad (2.24)$$

где

$$N_{CS} = -\frac{1}{32\pi^2} \int d^3x \epsilon^{ijk} F_{ij} A_k = -\frac{1}{16\pi^2} \int d^3x \mathbf{H} \mathbf{A} \quad (2.25)$$

— число Черна — Саймонса абелева поля. Для конфигурации (2.23) $\mathbf{H} = k\mathbf{A}$, так что

$$N_{CS} = -\frac{L^3}{16\pi^2} k a^2, \quad (2.26)$$

где L — размер ящика, в который помещена система.

Проследим за пересечением уровней явно, считая, что

$$H \gg k^2 \quad (2.27)$$

(или, что то же самое, $a \gg k$). Направим импульс \mathbf{k} вдоль первой оси, \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 — вдоль третьей и второй осей соответственно. Условие (2.27) означает, что вектор-потенциал вблизи, скажем, $x = 0$ может быть представлен в виде

$$\mathbf{A} = a\mathbf{e}_1 - kax^1\mathbf{e}_2, \quad (2.28)$$

т. е. магнитное поле можно считать однородным, $H_1 = H_2 = 0$, $H_3 = H$. Спектр левых фермионов во внешнем поле (2.28) характеризуется двумя непрерывными переменными p_3 и p_2 (импульс вдоль третьей оси и положение орбиты на плоскости (x^1, x^2) ⁵³) и одной дискретной переменной $n = 0, 1, 2, \dots$ (номер орбиты). Энергии равны

$$\begin{aligned} n = 0, \quad E &= p_3 - \frac{a}{2}, \\ n > 0, \quad E &= \pm \left[\left(p_3 - \frac{a}{2} \right)^2 + nH \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Число уровней для фиксированного n в интервале равно ⁵³

$$2 \frac{L^3}{(2\pi)^2} \frac{H}{2} dp_3 \quad (2.30)$$

(множитель 2 учитывает наличие двух типов фермионов в дублете). Равенство (2.29) показывает, что при изменении амплитуды от a до $(a + da)$ фермионные уровни с $n=0$, $a/2 < p_3 < (a+da)/2$ пересекают нуль сверху, пересечений нуля снизу нет. С учетом (2.30) находим, что количество уровней, появляющихся в дираковском море при изменении амплитуды от нуля до a , равно

$$N_+ = 2 \frac{L^3}{(2\pi)^2} \int_0^a \frac{1}{2} H \cdot \frac{1}{2} da = \frac{L^3}{16\pi^2} ka^2,$$

что полностью согласуется с (2.24), (2.26).

Отметим важное отличие абелевых четырехмерных теорий от неабелевых. В абелевых теориях отличие от нуля числа Черна — Саймонса требует наличия магнитного поля в системе (см. (2.25)). Число фермионов изменяется только тогда, когда в системе возникает магнитное поле. Это поле «помнит» исходное число фермионов: при выключении магнитного поля фермионные уровни вновь переходят из отрицательной области спектра в положительную, и число фермионов восстанавливается. В неабелевых теориях число Черна — Саймонса отлично от нуля и для чисто калибровочных полей, для которых все калибровочно-инвариантные величины равны нулю. Поэтому в процессах типа переходов между топологически-различными классическими вакуумами фермионное поле исчезает бесследно.

3. МОНОПОЛЬНЫЙ КАТАЛИЗ РАСПАДА ПРОТОНА

Обсуждение процессов с быстрым несохранением барионного числа мы начнем с распада протона, индуцированного магнитным монополюм в теориях большого объединения. Основные идеи мы сначала проиллюстрируем на примере SU (2)-модели (разделы 3.1—3.4), а затем рассмотрим взаимодействия фермионов с простейшим (фундаментальным) монополюм в SU (5)-теории (раздел 3.5). В разделе 3.6 мы кратко коснемся вопроса о модельной зависимости эффекта катализа.

3.1. Магнитный монополюм в SU (2)-модели

Напомним основные свойства монополюмного решения 'т Хоофта — Полякова ²¹ в модели с калибровочной группой SU (2) и триплетом хиггсовских полей (см. обзоры ²²). Мы будем использовать матричное обозначение для хиггсовского поля, $\varphi = \tau^a \varphi^a$ ($a = 1, 2, 3$), так что вакуумное среднее в унитарной калибровке равно $\langle \varphi \rangle = v \tau^3$. В этой калибровке векторные бозоны $V_\mu^\pm = (1/\sqrt{2})(A_\mu^1 \pm iA_\mu^2)$ приобретают массу $M_V = gv$, а бозон A_μ^3 остается безмассовым («фотон»). При калибровочных преобразованиях ω поле φ преобразуется следующим образом: $\varphi \rightarrow \omega \varphi \omega^{-1}$; в унитарной калибровке ненарушенная подгруппа $U(1)_{\text{EM}}$ имеет генератор τ^3 , коммутирующий с $\langle \varphi \rangle$. Эта модель нереалистична, однако ее обсуждение полезно перед обобщением результатов на реалистические теории.

В калибровке, где все поля регулярны, классическая монополюмная конфигурация имеет вид

$$\begin{aligned} A_0^{\text{cl}} &= 0, \\ A_i^{\text{cl}} &= \frac{\varepsilon_{aij} \tau^a n_j}{2ir} (1 - K(r)), \\ \varphi^{\text{cl}} &= \tau^a n^a v (1 - H(r)), \\ \mathbf{n} &= \frac{\mathbf{x}}{r}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Функции K и H удовлетворяют уравнениям, вытекающим из классических уравнений поля, и обладают асимптотиками

$$K(0) = H(0) = 1, \quad (3.2)$$

$$K(\infty) = H(\infty) = 0,$$

причем K и H стремятся к нулю экспоненциально. Характерный размер области (ядра монополя), где K и H отличны от нуля, имеет порядок $r_m \sim \sim M_V^{-1}$ (если масса хиггсовского бозона $M_H \sim M_V$). Масса монополя (классическая энергия конфигурации (3.1)) оценивается величиной $M_M \sim \sim M_V/\alpha$, где $\alpha = g^2/4\pi$. Для дальнейшего важно, что конфигурация (3.1) является сферически-симметричной, если пространственные вращения одновременно дополнять глобальными калибровочными преобразованиями.

В регулярной калибровке (3.1) ненарушенная подгруппа $U(1)_{\text{ЕМ}}$ имеет генератор (\mathbf{n}) , коммутирующий с φ^{cl} . При $r \gg r_m$ тензор напряженности для решения (3.1) имеет вид

$$\begin{aligned} F_{0i}^{\text{cl}} &= 0, \quad F_{ij}^{\text{cl}} = \varepsilon_{ijk} \mathcal{H}_k^{\text{cl}}, \\ \vec{\mathcal{H}}^{\text{cl}} &= \mathbf{n}(\mathbf{n}) \cdot \frac{1}{2ir^2}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Это поле действительно описывает монополь с магнитным зарядом $4\pi g^{-1}$: магнитное поле $\vec{\mathcal{H}}^{\text{cl}}$ направлено вдоль радиуса-вектора \mathbf{n} в обычном пространстве и пропорционально (\mathbf{n}) , т. е. имеет только электромагнитную компоненту.

3.2. Отсутствие подавления несохранения фермионного числа

В отличие от вакуумного сектора, в присутствии магнитного монополя процессы с несохранением фермионного числа не подавлены. Здесь мы приведем простые соображения в пользу этого утверждения^{23, 24}. Включим в $SU(2)$ -модель n левых безмассовых фермионных дублетов. Как обсуждалось в разделе 2.2, несохранение фермионного числа связано с переходами между состояниями, отличающимися топологически-нетривиальными калибровочными преобразованиями. В полной аналогии с вакуумным сектором рассмотрим состояния монополя $|M, n\rangle = U[\omega_n] |M, 0\rangle$, где $|M, 0\rangle$ — состояние монополя в теории возмущений. Переходы между состояниями $|M, 0\rangle$ и $|M, n\rangle$ описываются конфигурациями бозонных полей с асимптотиками *) (мы по-прежнему используем калибровку $A_0 = 0$):

$$\begin{aligned} A(\mathbf{x}, t) &\rightarrow A^{\text{cl}}(\mathbf{x}), \quad \varphi(\mathbf{x}, t) \rightarrow \varphi^{\text{cl}}(\mathbf{x}) \\ (t \rightarrow -\infty), \\ A(\mathbf{x}, t) &\rightarrow \omega_n A^{\text{cl}}(\mathbf{x}) \omega_n^{-1} + \omega_n \vec{\partial} \omega_n^{-1}, \\ \varphi(\mathbf{x}, t) &\rightarrow \omega_n \varphi^{\text{cl}}(\mathbf{x}) \omega_n^{-1}, \quad n[\omega_n] = n \\ (t \rightarrow +\infty). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Покажем, что евклидово действие для евклидовых конфигураций с такими асимптотиками может быть сколь угодно мало. Это будет означать, что процесс перехода не является процессом туннельного типа и не подавлен экспоненциально. Поскольку при таком процессе не сохраняется фермионное число (отметим, что поля (3.4) являются частным случаем (2.16)), нарушение фермионного числа также не подавлено.

*) Буквально переходы между состояниями $|M, 0\rangle$ и $|M, n\rangle$ запрещены правилом отбора (2.17) и сохранением энергии (см. обсуждение в части 2.2); мы здесь имеем в виду переходы между возбуждениями над $|M, 0\rangle$ и $|M, n\rangle$.

Рассмотрим в качестве примера конфигурацию вида

$$\begin{aligned} A_0 &= 0, \\ \mathbf{A} &= h\mathbf{A}^{\text{cl}}h^{-1} + h\vec{\partial}h^{-1}, \\ \varphi &= h\varphi^{\text{cl}}h^{-1} = \varphi^{\text{cl}}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где

$$h(x, t) = \exp\left(i \frac{\mathbf{r}\mathbf{n}}{2} S(r, t)\right). \quad (3.6)$$

Для того чтобы конфигурация (3.5) имела асимптотики (3.4), необходимо, чтобы S имела следующие асимптотики:

$$\begin{aligned} S(r, t) &\rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow -\infty, \\ S(r, t) &\rightarrow \Omega_n(r) \text{ при } t \rightarrow +\infty, \end{aligned}$$

где $\Omega_n(r)$ — произвольная функция, удовлетворяющая (2.4). При вычислении действия нужно учесть массу монополя, т. е. необходимо рассматривать $(S - S_M)$, где $S_M = M_M T$, T — нормировочное время. Имеем

$$S - S_M = \frac{2\pi}{g^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_0^{\infty} dr [r^2 (\partial_r \partial_t S)^2 + K^2 (\partial_t S)^2]. \quad (3.7)$$

Поскольку $K(\infty) = 0$, этот интеграл конечен (это не так в вакуумном секторе, где $K = 1$: из-за того, что $\partial_t S(r = \infty) \neq 0$, аналогичный интеграл расходится). Величина действия (3.7) может быть сделана сколь угодно малой масштабным преобразованием времени $t \rightarrow \lambda t$, при котором $(S - S_M) \rightarrow \lambda^{-1} (S - S_M)$.

Таким образом, действие для конфигураций типа (3.5) может быть сколь угодно мало, и экспоненциальное подавление процессов с несохранением фермионного числа отсутствует. Иными словами, конфигурации (3.5) вносят большой вклад в функциональный интеграл для функций Грина, нарушающих фермионное число. Обсудим свойства конфигураций (3.5) несколько подробнее.

Если мы выберем $S(r, t)$ так, что она отлична от нуля только вне ядра монополя, то тензор напряженности для конфигурации (3.5) будет иметь вид

$$F_{ij} = F_{ij}^{\text{cl}}, \quad (3.8a)$$

$$F_{0i} = \frac{1}{2i} (\tau^a n^a) \xi_i, \quad (3.8b)$$

$$\xi = \mathbf{n} \partial_r \partial_t S. \quad (3.8в)$$

Из (3.8в) следует, что «электрическое» поле является радиальным, а в групповом пространстве направлено вдоль φ^{cl} . Иначе говоря, это поле имеет чисто электромагнитную природу. Возможность того, что чисто электромагнитные радиальные флуктуации «электрического» поля приводят в SU(2)-модели к несохранению фермионного числа, является спецификой монопольного сектора. Действительно, именно благодаря наличию радиального магнитного поля отлично от нуля топологическое число таких флуктуаций:

$$Q \propto \int \vec{\mathcal{H}}^{\text{cl}} \xi d^3x dt \propto \int \xi dr dt.$$

Выделенность монопольного сектора состоит и в том, что в отличие от вакуумного сектора калибровочные функции (2.3) коммутируют с φ^{cl} , т. е. целиком лежат в $U(1)_{\text{EM}}$.

Отсутствие подавления переходов с несохранением фермионного числа означает, что для изучения монополь-фермионного взаимодействия нельзя использовать ни теорию возмущений, ни стандартный метод квазиклассики. Мы обсудим некоторые подходы к исследованию этого взаимодействия позже, а сейчас рассмотрим эти взаимодействия на основе правил отбора.

3.3. Асимптотические состояния фермионов в присутствии монополя

Для того чтобы рассмотреть рассеяние фермионов на монополе с учетом эффектов несохранения фермионного числа, необходимо в первую очередь найти асимптотические состояния фермионов в присутствии монополя. Рассмотрим поэтому уравнение Дирака во внешнем поле монополя вдали от ядра монополя. В регулярной калибровке это уравнение имеет вид

$$i\sigma^\mu(\partial_\mu + A_\mu^{\text{cl}})\psi_L = 0, \quad (3.9)$$

где $\sigma^\mu = (1, \boldsymbol{\sigma})$, ψ_L — вейлевский двухкомпонентный спинор. Как отмечалось в разделе 3.1, поле монополя инвариантно относительно пространственных вращений, дополненных глобальными $SU(2)$ -преобразованиями. Поэтому сохраняется угловой момент

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}, \quad (3.10)$$

где \mathbf{L} и \mathbf{S} — обычные орбитальный момент и спин, $\boldsymbol{\tau}$ действует на $SU(2)$ -индексы. Благодаря наличию дополнительного слагаемого $\boldsymbol{\tau}/2$ («спин из изоспина»⁵⁴) угловой момент (3.10) принимает целочисленные значения. Этот факт согласуется с известным результатом Тамма⁵⁵ о целочисленности углового момента в поле дираковского монополя.

В унитарной калибровке дублет фермионов содержит левые поля a_+ и b_- с электрическими зарядами $(+g/2)$ и $(-g/2)$ соответственно; оператор заряда в этой калибровке совпадает с τ^3 (с точностью до множителя $g/2$). В регулярной калибровке (3.1) оператор заряда равен $(\boldsymbol{\tau}\mathbf{n})$; можно проверить, что вдали от центра монополя этот оператор коммутирует с оператором Дирака $\sigma^\mu(\partial_\mu + A_\mu^{\text{cl}})$, т. е. заряд фермиона не изменяется при его движении вдали от центра монополя. Вблизи центра монополя заряд фермиона не сохраняется на уровне квантовой механики; это связано с наличием в ядре монополя заряженных полей \mathbf{V}^\pm , которые в уравнении (3.9) фигурируют как внешние классические поля. Мы обсудим этот вопрос несколько позже.

Рассмотрим решения уравнения Дирака с низшим угловым моментом (s -волны, $J = 0$). Наиболее общий вид сферически-симметричной волновой функции содержит две радиальные функции $\chi_{1,2}(r, t)$ ⁵⁴

$$\psi_{\alpha i} = \frac{1}{\sqrt{8\pi r}} (\varepsilon_{\alpha i} \chi_1 - i\tau_{\alpha\beta}^a \varepsilon_{\beta i} n_a \chi_2). \quad (3.11)$$

где $\alpha = 1, 2$ и $i = 1, 2$ — лоренцевы и $SU(2)$ -индексы. Вводя столбец

$$\chi = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix},$$

запишем радиальное уравнение вне ядра монополя

$$(i\tilde{\gamma}^0\partial_t + i\tilde{\gamma}^r\partial_r)\chi = 0, \quad (3.12)$$

где $\tilde{\gamma}_0 = \tau^1$, $\tilde{\gamma} = -i\tau^3$ — двумерные γ -матрицы. Оператор электрического заряда в этих обозначениях равен двумерной γ^5 -матрице $\tilde{\gamma}^5 = \tau^2$. Его сохранение очевидно из (3.12).

Важным свойством s -волновых фермионов, отличающим их от фермионов с высшими угловыми моментами, является отсутствие центрального барьера. Вне ядра монополя независимые решения уравнения (3.12) имеют вид

$$\chi_+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp[-iE(t+r)] \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad (3.13a)$$

$$\chi_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp[-iE(t-r)] \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \quad (3.13b)$$

При $E > 0$ решение (3.13а) описывает положительно заряженный фермион a_+ , а решение (3.13б) — отрицательно заряженный фермион b_- . Из (3.13) следует, что χ_+ содержит только падающую волну, а χ_- — только отраженную. Итак, левые положительно заряженные s-волновые фермионы могут только падать на монополь, а отрицательно заряженные — только вылетать из центра^{56, 57}. Для правых s-волновых фермионов (в нашей модели это антифермионы) ситуация обратная: положительно заряженные испускаются из центра, а отрицательно заряженные падают на центр. Возможные асимптотические состояния s-волновых фермионов показаны в таблице. Эти свойства сохраняются и для массивных дираковских фермионов, причем роль киральности играет спиральность фермиона^{56, 57}.

Отсутствие центробежного барьера и свойства асимптотических состояний s-волновых фермионов, перечисленные в таблице, приводят к двум важным следствиям. Во-первых, s-волновые фермионы даже малой энергии легко «прошупывают» структуру ядра монополя.

Действительно, решения (3.13) справедливы всюду вне ядра монополя, и только взаимодействия на малых расстояниях (порядка размера ядра монополя M) приводят к переходу падающей волны в отраженную. Во-вторых, рассеяние фермионов на монополе нельзя изучать в рамках квантовой механики фермионов во внешнем монопольном поле. На уровне уравнения Дирака (3.9) левый фермион не может превратиться в правый антифермион. Поэтому процесс рассеяния падающего s-волнового фермиона a_+ выглядит на квантовомеханическом уровне так (напомним, что в нашей модели правых фермионов нет; отраженная s-волна имеется только у фермиона b_-):

$$a_+ + M \rightarrow b_- + M. \quad (3.14)$$

Этот процесс противоречит закону сохранения электрического заряда. Явное построение⁵⁸ решения уравнения Дирака (3.9) подтверждает этот вывод: s-волна вдали от ядра представляет собой суперпозицию решений (3.13а) и (3.13б) с равными амплитудами. Рассеяние фермиона на монополе можно описать лишь в рамках квантовой теории с учетом взаимодействия фермионов с флуктуациями бозонных полей. При этом принципиальную роль играют процессы несохранения фермионного числа, связанные с аномалией и сложной структурой основного состояния.

Отметим, что эти особенности характерны только для s-волновых фермионов. Фермионы с высшими угловыми моментами имеют как падающую, так и отраженную волну при любом знаке заряда. Они отражаются от монополя за счет центробежного барьера задолго до достижения ядра.

3.4. Рассеяние s-волновых фермионов: правила отбора

Поскольку процесс (3.14), возникающий на уровне уравнения Дирака во внешнем поле монополя, противоречит сохранению электрического заряда, необходимо рассмотреть альтернативные конечные состояния для рассеяния s-волнового a_+ на монополе с учетом эффектов квантовой теории поля.

1) a_+ переходит в b_- , а лишний заряд перемещается на монополь (т. е. монополь превращается в дион — электрически заряженный монополь). Однако дион тяжелее монополя, разность масс составляет величину порядка g^2/r_M . Следовательно, такой процесс противоречит сохранению

Заряд фермиона	Киральность (спиральность при $m_F \neq 0$)	Направление движения
+	Левый (+)	К центру
—	Левый (+)	От центра
+	Правый (—)	От центра
—	Правый (—)	К центру

энергии при энергиях налетающего фермиона, малых по сравнению с g^2/r_m (в теориях большого объединения $g^2/r_m \sim 10^3$ ГэВ).

2) s-волновой a_+ может превратиться в a_+ с более высоким угловым моментом в результате испускания фотона. Этот процесс был рассмотрен в работе⁵⁹, где показано, что его амплитуда мала (пропорциональна g^2 и конечна). Таким образом, процессы с изменением углового момента играют незначительную роль.

3) Остается единственная возможность: процесс рассеяния происходит с несохранением фермионного числа за счет сложной структуры основного состояния и аномалии. Этот вывод вполне согласуется с аргументами раздела 3.2, показывающими, что в присутствии монополя это несохранение происходит интенсивно.

В ряде моделей процессы рассеяния s-волновых фермионов на монополе можно найти исходя только из правил отбора и свойств асимптотических состояний^{60–62}. Рассмотрим, например, SU(2)-модель с двумя левыми фермионными дублетами (количество левых дублетов должно быть четным для сокращения глобальной аномалии⁴⁶),

$$\psi_L^{(1,2)} = \begin{pmatrix} a_+^{(1,2)} \\ b_-^{(1,2)} \end{pmatrix}_L.$$

Из свойств s-волновых фермионов, перечисленных в таблице, и сохранения электрического заряда следует, что падение a_+ на монополь приводит к появлению \bar{b} в конечном состоянии (антифермион \bar{b} — правый и положительно заряженный). Этот процесс происходит с несохранением фермионного числа; оно возникает из-за сложной структуры основного состояния и аномалии. Далее, из правила отбора (2.17) следует, что изменение числа фермионов первого и второго типов должно быть одинаково. Таким образом, единственным возможным процессом с s-волновым $a^{(1)}$ в начальном состоянии является процесс

$$a^{(1)} + M \rightarrow \bar{b}^{(2)} + M (+ \bar{b}b\text{-пары}).$$

Сечение этого процесса определяется вероятностью найти s-волновой фермион $a^{(-1)}$ в падающей плоской волне. Оно равно³⁷

$$\sigma_{a \rightarrow b} = \frac{\pi}{2k^2}, \quad (3.15)$$

где k — импульс налетающего фермиона. Таким образом, сечение процессов с несохранением фермионного числа действительно велико: оно не содержит подавляющих факторов, связанных с малостью константы связи или малостью размера ядра монополя.

Несколько более сложная ситуация возникает в модели с четырьмя левыми фермионными дублетами. В этом случае сохранение электрического заряда и правила отбора (2.17) не допускают ни одного конечного состояния с определенным (целым) числом фермионов для налетающего s-волнового $a^{(1)}$. Этот парадокс разрешается в теории со строго безмассовыми фермионами тем, что в присутствии монополя в ней существуют состояния с дробными фермионными числами^{61, 62}. В строго безмассовой теории разрешенный процесс происходит с несохранением квантовых чисел фермионов и имеет вид

$$a^{(1)} + M \rightarrow \frac{1}{2} b^{(1)} + \frac{1}{2} \bar{b}^{(2)} + \frac{1}{2} \bar{b}^{(3)} + \frac{1}{2} \bar{b}^{(4)} + M. \quad (3.16)$$

Если массы фермионов конечны, но малы, то асимптотических состояний рассеяния с дробными фермионными числами нет. В этом случае, однако, часть правил отбора (2.17) нарушается массовыми членами. Процессы типа (3.16) возникают как промежуточные на расстояниях от центра, меньших m_F^{-1} , а в конечном состоянии число фермионов всегда целое. Однако и в тео-

риях с массивными фермионами аномальное несохранение фермионных квантовых чисел велико; это ясно из того, что на расстояниях от центра, значительно меньших m_F^{-1} , массами фермионов можно пренебречь.

Как уже отмечалось, последовательное изучение взаимодействий фермионов с монополями возможно только в рамках квантовой теории поля. Стандартные методы теории возмущений и квазиклассики неприменимы для этой задачи; тем не менее достаточно подробный анализ удастся провести. Он основывается на том факте, что особенности фермион-монопольных взаимодействий связаны со сферически-симметричными флуктуациями бозонных полей (см. часть 3.2) и s-волновыми фермионными степенями свободы. Поэтому можно ограничиться изучением s-волнового сектора теории, исключив поля с высшими угловыми моментами. Имеется ряд результатов^{24, 59, 63}, показывающих, что влияние полей с высшими угловыми моментами на s-волновую динамику действительно мало.

В s-волновом приближении система становится эффективно двумерной: угловая зависимость всех полей известна явно, и существенными переменными являются только расстояние до центра монополя и время. Для изучения использовались методы, разработанные для двумерных квантовополевых моделей. Теория с безмассовыми фермионами решается точно^{23–25}. В частности, можно вычислить функции Грина с несохранением фермионного числа. В модели с четырьмя левыми дублетами простейшим оператором, несущим фермионное число и удовлетворяющим правилам отбора (2.17), является четырехфермионный оператор типа $a^{(1)}a^{(2)}b^{(3)}b^{(4)}$, где все поля берутся в одной пространственно-временной точке. Среднее этого оператора по состоянию монополя (фермионный конденсат) отлично от нуля и равно

$$\langle (a^{(1)}a^{(2)}b^{(3)}b^{(4)}) (\mathbf{x}) \rangle = \frac{\text{const}}{r^6}, \quad (3.17)$$

где численная постоянная порядка единицы. В функциональный интеграл для конденсата (3.17) дают вклады евклидовы конфигурации бозонных полей с $Q = 1$ ^{23, 24}. Тот факт, что величина конденсата не подавлена, является еще одним свидетельством быстрого несохранения фермионного числа.

В поле монополя отличны от нуля и конденсаты, сохраняющие фермионное число, но связанные с изменением аромата фермиона, например⁶⁴

$$\langle a^{(1)}\bar{b}^{(1)}\bar{a}^{(2)}b^{(2)} \rangle = \frac{\text{const}}{r^6}. \quad (3.18)$$

Большое значение таких средних также связано с особенностями взаимодействия фермионов с монополями: в вакуумном секторе аналогичные функции Грина возникают из-за обмена тяжелыми векторными бозонами V_μ^\pm и подавлены обратными степенями M_V . В монопольном секторе фермионы интенсивно взаимодействуют с ядром монополя, содержащим тяжелые бозоны, что и приводит к отсутствию подавления.

S-волновая динамика в теории с массивными фермионами не решается точно. Однако в этом случае ряд качественных результатов можно получить, используя метод бозонизации²⁵. Мы не будем здесь останавливаться на этих результатах, ограничимся лишь ссылками на оригинальные работы^{25, 61, 65}.

3.5. Монопольный катализ распада протона в SU (5)-теории

Модель с калибровочной группой SU(5)² представляет собой одну из самых простых моделей большого объединения. Цветная SU (3)- и слабая SU (2)-группы вложены в SU (5) следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{SU}(3)_c &= \begin{pmatrix} \text{SU}(3) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\ \text{SU}(2) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \text{SU}(2) \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

а матрица электромагнитного заряда равна

$$Q_{\text{EM}} = \text{diag} \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, 1, 0 \right).$$

Левые фермионы и антифермионы каждого поколения образуют $\bar{5}$ - и 10-плеты. Например, для первого поколения имеем

$$\begin{aligned} \bar{5} &= (\bar{d}_1, \bar{d}_2, \bar{d}_3, e^-, \nu_e)_L, \\ 10 &= \begin{pmatrix} 0 & \bar{u}_3 & -\bar{u}_2 & u^1 & d^1 \\ & 0 & \bar{u}_1 & u^2 & d^2 \\ & & 0 & u^3 & d^3 \\ & & & 0 & e^+ \\ & & & & 0 \end{pmatrix}_L, \end{aligned}$$

где черта обозначает античастицу, индексы 1, 2, 3 относятся к цвету.

$SU(5)$ нарушается до $SU(3)_c \times U(1)_{\text{EM}}$ в два этапа. На первом этапе нарушение происходит до $SU(3)_c \times SU(2) \times U(1)$ за счет образования конденсата хиггсовского 24-плета (присоединенное представление):

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{24} \rangle &= V \text{diag} (2, 2, 2, -3, -3), \\ V &\sim 10^{15} \text{ ГэВ}. \end{aligned}$$

На втором этапе $SU(3)_c \times SU(2) \times U(1)$ нарушается до $SU(3)_c \times U(1)_{\text{EM}}$. Простейший способ состоит во введении хиггсовского 5-плета, приобретающего вакуумное среднее:

$$\langle \varphi_5 \rangle = v \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v \sim 250 \text{ ГэВ}.$$

Хотя минимальная $SU(5)$, по-видимому, исключена экспериментами по поиску нестабильности протона⁶⁶, мы будем обсуждать именно ее в целях простоты. Дальнейшее рассмотрение прямо переносится на другие варианты модели.

Хиггсовский 24-плет непосредственно не взаимодействует с фермионами. Фермионы приобретают массу за счет взаимодействия с 5-плетами.

Простейший (фундаментальный) монополю в $SU(5)$ -модели⁶⁷, по существу, совпадает с рассмотренным в разделе 3.1 монополем группы $SU(2)_M$, вложенной в $SU(5)$ следующим образом:

$$SU(2)_M = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & 1 & \\ 0 & & SU(2)_M \\ & & & 1 \end{pmatrix}.$$

Единственным ненарушенным генератором $SU(2)_M$ в унитарной калибровке (аналогом τ^3 части 3.1) является генератор

$$t_M^1 = \text{diag} (0, 0, 1, -1, 0) = Q_{\text{EM}} + \frac{1}{3} Y_c, \quad (3.19)$$

где Y_c — цветной гиперзаряд. В соответствии с (3.19) фундаментальный монополю имеет как обычный магнитный заряд, так и цветной магнитный заряд. Массивные векторные бозоны X группы $SU(2)_M$ (аналоги V_μ^\pm раздела 3.1) являются сверхтяжелыми ($M_X \sim 10^{16}$ ГэВ), так что масса монополя и размер его ядра определяются масштабом большого объединения:

$$M_M \sim \frac{M_X}{\alpha} \sim 10^{16} \text{ ГэВ}, \quad r_M \sim M_X^{-1} \sim 10^{-28} \text{ см}.$$

Фермионы первого поколения образуют четыре левых дублета относительно $SU(2)_M$:

$$\begin{pmatrix} -\bar{u}_2 \\ u^1 \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \bar{u}_1 \\ u^2 \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \bar{d}^3 \\ e^+ \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} e^- \\ \bar{d}^3 \end{pmatrix}_L.$$

Другие фермионы первого поколения синглетны относительно $SU(2)_M$, они не взаимодействуют с монополюсом на расстояниях, больших размера его ядра, и не будут нас интересовать. Если пренебречь фермионами следующих поколений и взаимодействиями, не включенными в $SU(2)_M$, то модель в точности сводится к рассмотренной в разделе 3.4 $SU(2)$ -модели с четырьмя левыми дублетами. Среди конденсатов (3.18) имеются конденсаты, нарушающие барионное число, например

$$\langle (\bar{u}_{1L} \bar{u}_{2L} \bar{d}_{3L} e_L^+) (x) \rangle = \frac{\text{const}}{r^6}. \quad (3.20)$$

Несохранение барионного числа имеется и в конденсатах типа (3.18); примером служит

$$\langle (\bar{u}_{1L} \bar{u}_{2R} \bar{d}_{3R} e_L^+) (x) \rangle = \frac{\text{const}}{r^6}. \quad (3.24)$$

Квантовые числа этих конденсатов соответствуют процессам (монопольный катализ распада нуклона)

$$p + M \rightarrow e^+ + M \quad (+ \text{ пионы}), \quad (3.22)$$

$$n + M \rightarrow e^+ + \pi^- + M \quad (+ \text{ пионы}). \quad (3.23)$$

Большие значения этих конденсатов означают, что данные процессы происходят с большими сечениями; поскольку единственным существенным масштабом энергий является характерный масштаб сильных взаимодействий, ожидается, что сечения процессов (3.22), (3.23) порядка сечений, типичных для сильных взаимодействий²³⁻²⁵.

Быстрое несохранение барионного числа можно увидеть и на уровне правил отбора. Среди реакций типа (3.16) имеются процессы с нарушением барионного числа, например

$$d_L^3 + M \rightarrow \frac{1}{2} e_L^+ + \frac{1}{2} (\bar{u}_{1R} + \bar{u}_{2R}) + \frac{1}{2} d_{3R} + M. \quad (3.24)$$

Квантовые числа этого процесса соответствуют реакции

$$p + M \rightarrow \frac{1}{2} e^+ + \frac{1}{2} p + M. \quad (3.25)$$

Волновая функция конечного состояния интерпретируется как линейная суперпозиция протона и позитрона: процесс (3.25) эффективно описывает две реакции

$$p + M \rightarrow e^+ + M,$$

$$p + M \rightarrow p + M,$$

происходящие с примерно равными сечениями. В картине рассеяния особенно ясно, что процессы с нарушением барионного числа происходят с большими сечениями; напомним, что (3.24) является единственной возможной реакцией для начального d_L^3 (в пределе безмассовых фермионов).

Включение фермионов следующих поколений приводит к появлению других каналов монопольного катализа^{23, 60, 68} (наряду с (3.22)):

$$p + M \rightarrow e^+ + \mu^+ \mu^- + M, \quad (3.26a)$$

$$p + M \rightarrow \mu^+ + K^0 + M, \quad (3.26b)$$

$$p + M \rightarrow \mu^+ + K^+ + \pi^- + M. \quad (3.26b)$$

Ожидается, что сечения этих процессов имеют тот же порядок величины, что и сечение процесса (3.22) (в частности, (3.26а) не является радиационной поправкой к (3.22)).

Учет эффектов, возникающих из-за взаимодействий, не включенных в $SU(2)_M$, производился в ряде работ^{25, 69, 70}. Было показано, что основной вывод о большом сечении катализа остается в силе, хотя некоторые детали поведения фермионов вблизи монополя изменяются.

Оценка сечения катализа является довольно сложной задачей, и в настоящее время имеются лишь некоторые частичные результаты. Проблема заключается в необходимости сшивки больших расстояний ($r \gg 1$ фм), где нуклоны взаимодействуют с монополем за счет своего магнитного момента, промежуточных расстояний ($r \sim 1$ фм), где вступает в игру кварковая структура нуклона, и малых расстояний ($r \ll 1$ фм), ответственных за несохранение барионного числа. Электромагнитные взаимодействия приводят к специфической зависимости сечения от относительной скорости монополя и нуклона при малых скоростях. Для протона и нейтрона эти зависимости различны^{60, 71}:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \frac{\sigma_0}{\beta^2}, \\ \sigma_n &= \frac{\sigma_0}{\beta}, \quad \beta = \frac{v}{c}.\end{aligned}\tag{3.27}$$

β^{-2} -зависимость для протона аналогична усилению неупругого сечения притягивающим кулоновским потенциалом (ср. (3.15)). Отметим, что для некоторых ядер зависимость от β еще слабее, чем для нейтрона⁷¹. Пределы применимости формул типа (3.27) рассмотрены в работе⁷¹.

Другим эффектом взаимодействий на больших расстояниях является возможность захвата монополем протона или ядра на квазистационарную орбиту⁷². Сечение этого процесса составляет величину порядка $1 \div 0,1$ мбн при $\beta \sim 10^{-3}$. Этот эффект может приводить к увеличению сечения катализа.

В настоящее время имеется только одно вычисление⁷³ константы σ_0 в (3.27), основанное на нерелятивистской кварковой модели. Согласно результатам работы⁷³ $\sigma_0 \sim 0,1$ мбн. Однако требуется еще большая работа для получения сколько-нибудь надежной оценки.

3.6. О модельной зависимости монопольного катализа

Итак, в $SU(5)$ -модели распад протона, индуцированный фундаментальным монополем, должен происходить с большим сечением (порядка сечений, характерных для сильных взаимодействий). Существование магнитных монополей является общим свойством моделей большого объединения, основанных на простых или полупростых калибровочных группах⁷⁴. Поэтому возникает вопрос о том, в каких объединенных теориях и для каких типов монополей характерен монопольный катализ распада протона.

Этому вопросу посвящен целый ряд работ. Было показано, что в $SU(5)$ -модели распад протона индуцируется не только фундаментальным монополем, но и монополями многих других типов^{60, 75}. В действительности в этой модели неизвестен пример монополя, не приводящего к катализу. Суперсимметризация модели не изменяет свойств катализа⁷⁶: сечение по-прежнему имеет характерный адронный масштаб, а основными модами остаются (3.22), (3.23), (3.26). Отметим, что основными модами распада протона в суперсимметричной $SU(5)$ -теории являются $p \rightarrow K^+ \bar{\nu}_\mu$, $p \rightarrow K^0 \mu^+$. Монопольный катализ имеет место также в $SO(10)$ -модели⁷⁵ и в модели Пати — Салама $SU(4) \times SU(2) \times SU(2)$ ⁷⁷. По-видимому, катализ возникает во всех моделях, не содержащих экзотические тяжелые фермионы^{75, 78}. Однако в моделях с экзотическими тяжелыми фермионами катализ может отсут-

ствовать^{69, 75}. Пример такой модели дает SU (5)-теория с удвоением поколений, предложенная в другом контексте в работе⁷⁹. В работе⁶⁹ показано, что в этой модели монопольный катализ не происходит по крайней мере при малых относительных скоростях протона и монополя. Таким образом, монопольный катализ распада протона является модельно зависимым эффектом.

Другой аспект вопроса о модельной зависимости — задача о катализе в моделях типа Калуцы — Клейна, где также известны монопольные решения⁸⁰. Решения уравнения Дирака в поле монополя в пятимерной модели Калуцы — Клейна рассматривались в работах^{81, 82}, где было показано, что несохранение заряда, имеющееся на уровне уравнения Дирака в поле монополя 'т Хоофта — Полякова, отсутствует в модели Калуцы — Клейна, а вместо него возникает несохранение киральности. Этот факт рассматривается в^{81, 82} как указание на отсутствие катализа. Однако вопрос нельзя считать решенным окончательно, поскольку рассмотренная пятимерная модель обладает рядом особенностей, делающих ее нереалистической (наличие безмассового скалярного поля, взаимодействующего с фермионами, векторная связь калибровочного поля с фермионами вместо (V — A)-связи и т. д.). Эти нежелательные черты модели в то же время весьма существенны для взаимодействия фермионов с монополями. Не исключено, что монопольный катализ распада протона будет иметь место в более реалистических моделях типа Калуцы — Клейна.

4. НЕСОХРАНЕНИЕ ФЕРМИОННОГО ЧИСЛА В ХОЛОДНОЙ ПЛОТНОЙ ФЕРМИОННОЙ СРЕДЕ

Эффекты, связанные с несохранением фермионного числа и треугольной аномалией, во многом определяют свойства плотной холодной фермионной материи в (V — A)-теориях^{11–14}. Здесь мы рассмотрим как случай нейтральной по всем калибровочным зарядам фермионной материи (разделы 4.1–4.3), так и случай фермионной среды с ненулевой плотностью Z^0 -заряда в стандартной электрослабой теории (раздел 4.4).

4.1. Неустойчивость нормальной симметричной фермионной материи при высоких плотностях¹¹

Неустойчивость нормальной нейтральной материи при достаточно высоких плотностях фермионов возникает как в абелевых, так и в неабелевых (V — A)-теориях. Рассмотрим для простоты абелеву (V — A)-модель с левыми фермионами и будем считать, что векторные поля приобретают массу за счет механизма Хиггса. Лагранжиан модели имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4g^2} F_{\mu\nu}^2 + |(\partial_\mu - iA_\mu) \varphi|^2 - \lambda (|\varphi|^2 - c^2)^2 + \\ + \sum_{i=1}^f \bar{\psi}_L^{(i)} i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - iA_\mu \frac{\tau^3}{2} \right) \psi_L^{(i)},$$

где

$$\psi_L^{(i)} = \begin{pmatrix} \psi_L^{(i, +)} \\ \psi_L^{(i, -)} \end{pmatrix},$$

фермионы $\psi_L^{(i, \pm)}$ имеют заряды $(\pm g/2)$. Условие симметричности фермионной среды имеет вид

$$N_F^{(i, +)} = N_F^{(i, -)} \equiv \frac{N_F}{2f},$$

где $N_F^{(i, \pm)}$ — числа положительно и отрицательно заряженных фермионов типа i при $A = 0$. Мы будем считать, что система помещена в ящик большого размера L , так что N_F велико, но конечно.

Как отмечалось в части 2.2, появление классических калибровочных полей (конденсатов) приводит к явлению пересечения уровней, так что число реальных фермионов может изменяться. В связи с этим необходимо различать исходное число фермионов, N_F , и число реальных фермионов, N_R . Основным параметром изучаемой системы является именно N_F , которое, по определению, сохраняется. Физический смысл N_F достаточно прозрачен. Пусть сначала система находилась в очень большом объеме $(L')^3$, $L' \gg L$, так что плотность фермионов была невысока, и материя была в нормальном состоянии с бозонными конденсатами $\varphi = c$, $A = 0$. В этом состоянии N_F — это число реальных фермионов в системе. При уменьшении размера от L' до L в ней возможно возникновение конденсата калибровочного поля и изменение числа реальных фермионов, однако свойства системы по-прежнему определяются N_F .

В неабелевых теориях нормальное состояние имеет, вообще говоря, бозонные поля вида

$$\varphi = T(\omega)\varphi_0, A = \vec{\omega}\vec{\partial}\omega^{-1},$$

где ω — некоторая калибровочная функция. При этом число реальных фермионов равно

$$N_F = N_0 + n[\omega],$$

где $n[\omega]$ — топологическое число (2.2), а N_0 определено согласно (2.20). Таким образом, N_F является калибровочно-инвариантной величиной (см. (2.21)). Состояния с различными ω физически неразличимы, поэтому без ограничения общности можно считать, что $\omega = 1$. В этом случае

$$N_F = N_0.$$

По виду это соотношение определяет N_F как величину, не инвариантную относительно топологически-нетривиальных калибровочных преобразований, однако такой инвариантности и не требуется, поскольку мы положили $\omega = 1$.

Нестабильность нормальной материи относительно образования конденсата калибровочных полей возникает при достаточно высоких плотностях по следующей причине. Появление конденсата с отрицательным N_{CS} приводит к уменьшению числа реальных фермионов согласно (2.24), что, в свою очередь, ведет к уменьшению энергии фермионов на

$$-\Delta E_F = f\mu_0 N_{CS}, \quad (4.1)$$

где μ_0 — химический потенциал (энергия Ферми) в нормальном состоянии. В то же время энергия бозонных полей увеличивается, но это увеличение не зависит от плотности фермионов *). Ясно, что выигрыш в энергии (4.1) преобладает над увеличением бозонной энергии при достаточно больших μ_0 , так что выпадение конденсата энергетически выгодно при больших плотностях.

В соответствии со сказанным эффективный гамильтониан статических бозонных полей в однопетлевом приближении имеет вид **)

$$E_B^{\text{eff}} = \int d^3x \left[\frac{1}{4g^2} F_{ij}^2 + (\partial_i \varphi)^2 + A^2 \varphi^2 + \lambda (\varphi^2 - c^2)^2 - \mu_0 f \varepsilon_{ijk} \frac{F_{ij} A_k}{32\pi^2} \right], \quad (4.2)$$

*) Строго говоря, мы здесь делаем предположение об отсутствии экранировки магнитных полей в холодной среде (эффекта Мейснера) на двухпетлевом уровне, т. е. об отсутствии в эффективном гамильтониане бозонных полей слагаемого типа $g^2 \mu_0^2 A^2$. Аргументы, указывающие на отсутствие эффекта Мейснера в теории возмущений, приведены, например, в книге ¹¹⁴.

**) Формально последнее слагаемое в (4.2) получается путем вычисления однопетлевого вклада в поляризационный оператор поля A в главном порядке по импульсу ¹¹⁵; разумеется, оно точно совпадает с (4.1).

где мы использовали унитарную калибровку и предположили, что поле A мало, а характерный импульс калибровочного поля $k \ll \mu_0$. Из (4.2) следует, что при $\mu > \mu_{\text{crit}}$, где

$$\mu_{\text{crit}} = \frac{16\pi^2 M_V}{g^2 f},$$

нормальное состояние становится неустойчивым: появляется отрицательная мода вида

$$A = a (e_1 \cos \mathbf{kx} - e_2 \sin \mathbf{kx}) \quad (4.3)$$

с $k = M_V$ (здесь a — малая амплитуда, $e_{1,2}$ и \mathbf{k} образуют ортогональный базис). Мы увидим в частях 4.2 и 4.3, что эта неустойчивость приводит к существенно различным состояниям в абелевых и неабелевых теориях.

4.2. Капли аномальной материи в абелевых (V — A)-теориях^{11, 14}

Как отмечалось в разделе 2.2, в абелевых (V — A)-теориях пересечение фермионных уровней и исчезновение реальных фермионов требует образования магнитных полей в системе. Поэтому конечное состояние, к которому приводит развитие неустойчивости, в абелевом случае характеризуется отличными от нуля классическими магнитными полями. Основное состояние является неоднородным¹⁴: в нем имеются капли «аномальной материи», вне которых реализуется нормальный вакуум, а внутри образуется конденсат калибровочного поля со структурой типа (4.3). За счет образования этого конденсата практически все фермионы переходят в дираковское море, так что реальные фермионы практически отсутствуют как вне капель, так и внутри них.

Свойства капель можно определить следующим образом. Пусть в области размером R возник конденсат калибровочного поля со структурой типа (4.3), причем амплитуда конденсата a и импульс k пока не фиксируются. Если появление конденсата привело к переходу в дираковское море N_F фермионов, то его число Черна — Саймонса должно быть равно N_F/f :

$$N_{\text{CS}} \sim \frac{R^3}{16\pi^2} k a^2 = \frac{N_F}{f}. \quad (4.4)$$

Энергия капли определяется энергией бозонных полей (вкладом дираковского моря в энергию можно пренебречь при малых константах связи). При $\lambda \ll g^2$ энергетически выгодно исчезновение скалярного конденсата; внутри капли $\phi = 0$ (в случае $\lambda \gg g^2$ конденсаты бозонных полей имеют более сложную структуру, аналогичную смешанному состоянию сверхпроводника второго рода в магнитном поле; окончательные формулы в случае $\lambda \gg g^2$ незначительно отличаются от проводимых ниже выражений). Следовательно, энергия бозонных полей содержит два слагаемых, связанных с энергией магнитного поля и с энергией хиггсовского поля при $\phi = 0$:

$$E = R^3 \frac{k^2 a^2}{g^2} + \lambda c^4 R^3, \quad (4.5)$$

где мы опустили константы порядка единицы и пренебрегли поверхностными членами (такое приближение оправдано при $N_F \gg 1$).

При фиксированном R минимизация энергии по k при дополнительном условии (4.4) приводит к тому, что k принимает наименьшее возможное значение,

$$k \sim \frac{1}{R}. \quad (4.6)$$

Из (4.4) следует тогда, что

$$a \sim \frac{1}{R} \left(\frac{N_F}{f} \right)^{1/2}. \quad (4.7)$$

Для таких значений импульса и амплитуды имеем из (4.5)

$$E = \lambda c^4 R^3 + \frac{N_F}{f g^2} \frac{1}{R}.$$

Минимизация этого выражения по R определяет размер и энергию капли:

$$\begin{aligned} R &\sim \frac{1}{c} \left(\frac{1}{f \lambda g^2} \right)^{1/4} N_F^{1/4}, \\ E &\sim c \left(\frac{\lambda}{f^3 g^6} \right)^{1/4} N_F^{3/4}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Магнитное поле внутри капли не зависит от N_F

$$H \sim \sqrt{\lambda} g c^2. \quad (4.9)$$

Таким образом, энергия капли аномальной материи растет с N_F медленнее, чем линейно. Поэтому энергетически выгодно слияние капель, и состоянием с наименьшей энергией является состояние с одной каплей. Далее, химический потенциал фермионов внутри капли мал,

$$\frac{\partial E}{\partial N_F} \sim N_F^{-1/4}, \quad (4.10)$$

поэтому реальных фермионов как внутри капли, так и вне ее действительно практически нет. В теориях, где фермионы приобретают массу за счет взаимодействия с хиггсовским полем, соотношение (4.10) означает, что при достаточно большом N_F капли стабильны, даже если вне их вообще нет фермионов. Условие стабильности в этом случае имеет вид

$$\frac{\partial E}{\partial N_F} < m_F, \quad (4.11)$$

где m_F — масса фермиона. Это условие выполняется при

$$N_F \gtrsim \frac{\lambda}{f^3 g^6} \left(\frac{c}{m_F} \right)^4.$$

Отметим, что для параметров (констант связи и вакуумных средних), по порядку величины близких к параметрам стандартной электрослабой теории, число фермионов, размер и масса капли на границе стабильности оцениваются величинами $N_F \sim 10^{16}$, $M \sim 10^{15}$ ГэВ, $R \sim 10^{-12}$ см.

Таким образом, в абелевых ($V - A$)-теориях возникают стабильные протяженные объекты — капли аномальной материи. Как следует из (4.11), энергия фермиона внутри капли меньше энергии покоя свободного фермиона; следовательно, при контакте с обычным веществом такие капли должны поглощать фермионы. Этот процесс должен сопровождаться энергосвободением порядка массы покоя фермиона.

Изложенные результаты справедливы не только для ($V - A$)-теорий, но и для других абелевых моделей, не имеющих векторной структуры. Из известных взаимодействий такими свойствами обладает взаимодействие, связанное с $U(1)$ -подгруппой стандартной калибровочной группы $SU(2) \times U(1)$. Однако оно имеет те же правила отбора, что и $SU(2)$ -взаимодействие, но характеризуется меньшей константой связи. Поэтому возможность образования капель аномальной материи, связанных с этой подгруппой $U(1)$, является проблематичной. Абелевы взаимодействия, не обладающие векторной структурой и отличающиеся от $U(1)$, предсказываются рядом теорий большого объединения, в том числе моделями, основанными на суперструнах⁸³.

4.3. Судьба аномального состояния в неабелевых теориях¹⁴

В неабелевых калибровочных теориях несохранение фермионного числа за счет пересечения уровней может происходить в результате перехода системы в топологически нетривиальный калибровочный вакуум. Поэтому основным состоянием симметричной среды с N_F фермионами в действительности является состояние без реальных фермионов над вакуумом с топологическим числом N_F/f (в $SU(2)$ -модели с левыми дублетами f — это количество дублетов). При малых плотностях нормальное состояние (вырожденный ферми-газ) метастабильно, однако уменьшение числа фермионов в нем происходит за счет туннельных переходов инстантонного типа, и время жизни нормального состояния экспоненциально велико.

Возникает вопрос, является ли метастабильной аномальная абелева материя, рассмотренная в разделе 4.2, или же возможен ее быстрый (классический) переход в состояние с малым фермионным числом над топологически нетривиальным вакуумом. Этот вопрос рассматривался в работе¹⁴, где было показано, что в неабелевых теориях реализуется вторая возможность. Отметим, что совершенно аналогичный результат имеется в двумерных калибровочных теориях со сложной структурой вакуума и несохранением фермионного числа^{12,13}: в них также происходит классический переход в нормальное состояние с малым числом реальных фермионов над топологически-нетривиальным вакуумом.

В четырехмерных неабелевых теориях абсолютная неустойчивость абелевой аномальной материи возникает следующим образом. Рассмотрим $SU(2)$ -модель, в которой абелево аномальное состояние характеризуется калибровочным конденсатом с $A^1 = A^2 = 0$, $A^3 = a(e_1 \cos \mathbf{kx} - e_2 \sin \mathbf{kx})$, амплитуда и импульс даются выражениями (4.6), (4.7). Из (4.8), (4.9) следует, что магнитное поле почти однородно, $H^{1/2} \gg k$. В однородном магнитном поле H^3 возмущения полей $A^{1,2}$ имеют отрицательные моды⁸⁴; эти моды обладают тем свойством, что их возбуждение не изменяет числа Черна — Саймонса калибровочного поля^{11, 14}. Следовательно, возбуждение отрицательных мод уменьшает энергию бозонных полей и не изменяет число реальных фермионов (которое практически равно нулю) и их энергию, что и означает нестабильность аномального состояния.

Можно показать (детали см. в¹⁴), что развитие этой нестабильности и приводит к переходу системы в состояние с малым (значительно меньше критического) числом фермионов над топологически-нетривиальным вакуумом. Таким образом, в неабелевых четырехмерных теориях плотность холодной симметричной фермионной материи не может превышать критического значения

$$n_{\text{crit}} = \frac{2f}{3\pi^2} (\mu_{\text{crit}})^3.$$

По достижении критической плотности происходит интенсивное несохранение фермионного числа, в результате которого система переходит в нормальное состояние с малой плотностью фермионов.

Изложенные результаты непосредственно применимы к стандартной электрослабой теории без правых нейтрино. Условие нейтральности в этой теории имеет вид

$$n_u^{(\alpha)} = n_d^{(\alpha)} = n_e = n_{\nu_e} = \dots, \quad (4.12)$$

где $n_u^{(\alpha)}$ — плотность u -кварков цвета α ($\alpha = 1, 2, 3$) и т. д. В стандартной модели с тремя поколениями кварков и лептонов ($f = 12$) критическая плотность составляет

$$n_{\text{crit}} = 3 \cdot 10^{12} \text{ фм}^{-3},$$

что примерно на 12 порядков выше ядерной плотности.

4.4. Несимметричная материя: анизотропный конденсат W-бозонов

В несимметричном случае, когда фермионная материя обладает отличной от нуля плотностью Z^0 -заряда, имеется другой механизм, приводящий к неустойчивости нормального состояния и бозе-конденсации W-бозонов⁸⁵. Рассмотрим, например, $SU(2) \times U(1)$ — модель с одним дублетом лептонов (без кварков). В электрически нейтральной нормальной (без конденсата W-бозонов) фермионной среде присутствуют только нейтрино. Если химический потенциал (энергия Ферми) нейтрино превышает $(M_W + m_e)$, то энергетически выгодной становится реакция

$$\nu_e \rightarrow W^+ + e^-.$$

В результате этой реакции в среде появляются электроны, а образовавшиеся W-бозоны выпадают в конденсат. Этот фазовый переход является фазовым переходом второго рода⁸⁵; критическое значение химического потенциала равно $(M_W + m_e)$ и значительно меньше μ_{crit} нейтральной симметричной среды.

Аналогичная ситуация имеет место и в стандартной электрослабой теории (в которой есть как лептоны, так и кварки) в случае несимметричной среды, для которой не выполняется (4.12). Без учета несохранения фермионного числа образующийся конденсат W-бозонов однороден и изотропен⁸⁵. Учет этого несохранения приводит к качественно новому эффекту: конденсат W-бозонов становится анизотропным³³ и имеет структуру

$$\mathbf{A} = a (\mathbf{e}_1 \cos \mathbf{kx} - \mathbf{e}_2 \sin \mathbf{kx}), \quad (4.13)$$

где амплитуда a мало меняется по сравнению с однородным случаем, а

$$k \sim \alpha_W \mu.$$

Появление анизотропии конденсата можно пояснить следующим образом (подробнее см. в³³). В пренебрежении эффектами, связанными с несохранением фермионного числа, эффективный бозонный гамильтониан можно схематически представить в виде (здесь используется унитарная калибровка)

$$E_B^{\text{eff}(0)} = \int d^3x \left[\frac{1}{4g^2} (F_{ij}^a)^2 + \frac{1}{2} (\mathbf{d}\varphi)^2 + \mathcal{U}(\mathbf{A}^a, \varphi) \right] \quad (4.14)$$

где \mathbf{A} и F_{ij}^a — вектор-потенциал и напряженность поля W-бозонов, φ — хиггсовское поле, \mathcal{U} — некоторая (довольно сложная) функция, включающая в себя как классическую энергию бозонных полей, так и вклады, возникающие из-за взаимодействия фермионов с конденсатом. Наличие W-бозонного конденсата связано с тем, что \mathcal{U} имеет минимум при

$$|\mathbf{A}| = a \neq 0.$$

Учет эффектов несохранения фермионного числа приводит к появлению в эффективном гамильтониане слагаемого, линейного по производным калибровочного поля,

$$E_B^{\text{eff}} = E_B^{\text{eff}(0)} + E_B^{\text{eff}(1)},$$

где

$$E_B^{\text{eff}(1)} = \frac{\bar{\mu}}{32\pi^2} \int \epsilon_{ijk} F_{ij}^a A_k^a d^3x. \quad (4.15)$$

причем $\bar{\mu} \sim \mu$ (явное выражение для $\bar{\mu}$ довольно громоздко и мы его здесь не приводим, см. ³³). Происхождение слагаемого (4.15) такое же, как и (4.1): при возникновении калибровочного поля с ненулевым числом Черна — Саймона энергия фермионов среды понижается в результате пересечения уровней и уменьшения количества реальных фермионов. Формально выражение

(4.15) получается путем вычисления лидирующего вклада в однопетлевой поляризационный оператор в фермионной среде.

Из (4.14), (4.15) следует, что конфигурация типа (4.13) действительно минимизирует эффективный бозонный гамильтониан, причем $k = g^2/16\pi^2\bar{\mu}$, а амплитуда a находится из минимизации функции

$$\mathcal{U}(a, \varphi) = \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\mu}g}{16\pi^2} \right)^2 a^2.$$

Можно показать, что второе слагаемое здесь является малой поправкой к первому, поэтому учет (4.15) не изменяет амплитуду конденсата в главном порядке по g .

Состояние с анизотропным бозонным конденсатом устойчиво относительно малых возмущений вблизи него, но нестабильно по отношению к переходам в состояние с меньшим числом фермионов над топологически нетривиальным вакуумом³³. В отличие от случая симметричной среды такие переходы могут происходить только туннельным образом. Задача вычисления вероятностей этих переходов представляется весьма сложной; не исключено, что скорость таких туннельных процессов может оказаться значительно выше скорости инстантонных переходов в вакууме.

Анизотропия тензора энергии-импульса в состоянии с W -бозонным конденсатом (4.13) составляет в стандартной модели величину порядка 10^{-4} . В стандартных космологических моделях с промежуточной холодной стадией такой анизотропии достаточно для генерации реликтового гравитационно-волнового шума амплитудой $10^{-18} \div 10^{-20}$ и с периодом 3 часа — 10 дней³⁴. Это один из наиболее мощных возможных источников гравитационных волн в данном диапазоне.

В настоящее время обсуждаются детекторы гравитационных волн, чувствительность которых будет достаточна для регистрации шума с такими параметрами (см. ³⁴ и ссылки там).

5. НЕСОХРАНЕНИЕ БАРИОННОГО ЧИСЛА В СТАНДАРТНОЙ ЭЛЕКТРОСЛАБОЙ ТЕОРИИ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ И БАРИОННАЯ АСИММЕТРИЯ ВСЕЛЕННОЙ

5.1. Скорость процессов с несохранением фермионного числа при высоких температурах

Электрослабое несохранение барионного числа, обусловленное сложной структурой вакуума, должно происходить весьма интенсивно при достаточно высоких температурах¹⁵. Если при нулевой температуре переходы между топологически различными вакуумами (например, с $n = 0$ и $n = 1$, см. рис. 2) — это туннельные процессы, то при конечных температурах такие переходы возможны в результате термодинамических надбарьерных флуктуаций.

Рассмотрим одну из равновесных конфигураций калибровочного и скалярного полей при температуре T , малой по сравнению с высотой барьера E^6 , расположенную «вблизи» вакуума с $n = 0$. В результате термодинамической флуктуации система может «перепрыгнуть» через барьер и оказаться вблизи вакуума с $n = 1$. Такой процесс сопровождается изменением фермионного (барионного, лептонного) числа.

Приведем оценку вероятности перескока в высокотемпературном приближении, при $T \gg M_W$. Рассмотрим **квазиравновесный** термодинамический ансамбль, построенный над одним из калибровочно-эквивалентных вакуумов, скажем, с $n = 0$. (Считаем, что неравновесными являются только процессы с B -несохранением.) Тогда вероятность термодинамических флуктуаций с $\Delta n = \pm 1$ совпадает со скоростью распада этого метастабильного состояния¹⁵. Последняя определяется вероятностью того, что система окажется

в окрестности седловой точки \mathbf{A}^s , φ^s , т. е. вероятностью образования сфалеронной конфигурации. Грубо говоря, эта вероятность определяется бальмановским фактором $\exp(-E^s/T)$, где $E^s = (2M_W/\alpha_W) B$ — энергия сфалерона. Для уточнения этой оценки необходимо учесть тот факт, что среднее скалярного поля (а значит, и M_W) зависит от температуры^{86, 87}, поэтому экспоненциальный фактор подавления имеет вид¹⁵

$$\exp\left(-\frac{2M_W(T)}{\alpha_W T} B\left(\frac{\lambda}{g^2}\right)\right), \quad (5.1)$$

где мы пренебрегли медленной (логарифмической) зависимостью констант связи от температуры. Вычисление предэкспоненты представляется весьма трудоемкой задачей.

Общая формула для вероятности распада метастабильного состояния в единице объема в единицу времени в однопетлевом приближении *) (совпадающей в нашем случае с вероятностью перехода между топологически различными вакуумами) имеет вид⁸⁸⁻⁹¹

$$\Gamma = Z_0 \frac{\omega^s}{2\pi} \operatorname{Im} \prod_k \frac{\operatorname{sh}(\omega_k^0/2T)}{\operatorname{sh}(\omega_k^s/2T)} \exp\left(-\frac{E^s}{T}\right), \quad (5.2)$$

где ω_k^s — собственные частоты бозе-возбуждений в фоновом поле сфалерона, ω_k^0 — то же в отсутствие сфалерона, ω^s — величина единственной отрицательной моды (сфалерон является нестабильным в «направлении» изменения топологического числа). Фактор Z_0 представляет собой нормировку нулевых мод. Основной эффект от произведения ω_k^s сводится к перенормировке нуль-температурных параметров сфалерона, что приводит к замене M_W на эффективную массу, зависящую от температуры (см. (5.1))¹⁵, т. е. (см. также^{92, 91})

$$\operatorname{Im} \prod_k \frac{\operatorname{sh}(\omega_k^0/2T)}{\operatorname{sh}(\omega_k^s/2T)} \exp\left(-\frac{E^s}{T}\right) \rightarrow (2M_W(T))^3 \kappa \exp\left(-\frac{2M_W(T)}{\alpha_W T} B\right), \quad (5.3)$$

где множитель $(2M_W(T))^3$ представляет собой эффективный обратный объем сфалерона^{42, 91} и введен для обеспечения правильной размерности Γ , $\kappa \sim 1$ — медленно меняющаяся функция отношения (λ/α_W) . Фактор Z_0 был найден в⁹¹:

$$Z_0 = N_{\text{tr}} N_{\text{rot}} \left(\frac{M_W(T)}{2\pi\alpha_W T}\right)^3, \quad (5.4)$$

$$N_{\text{tr}} = 26, \quad N_{\text{rot}} = 5,3 \cdot 10^3.$$

Численные значения N_{tr} и N_{rot} приведены для частного случая $\lambda = g^2$, результат слабо зависит от отношения λ/g^2 . Всего у сфалерона имеется 6 нулевых мод, 3 трансляционных и 3 связаны с неинвариантностью конфигурации (2.5) относительно комбинации пространственного и изотопического SU(2) вращения.

Окончательное выражение для вероятности термодинамических флуктуаций имеет вид

$$\Gamma = \frac{T^4 \omega^s}{M_W(T)} \left(\frac{\alpha_W}{4\pi}\right)^4 N_{\text{tr}} N_{\text{rot}} \left(\frac{2M_W(T)}{\alpha_W(T)}\right)^7 \exp\left(-\frac{E^s(T)}{T}\right) \kappa. \quad (5.5)$$

Эта форма предэкспоненциального фактора в Γ была получена в⁹¹, в⁹² была указана перенормировочная схема, в которой вычисление детерминанта в (5.2) приводит к параметризации (5.3). Вычисление аналога параметра κ для модельной двумерной теории содержится в⁹³.

Формула (5.5) справедлива в довольно узком интервале температур,

$$M_W(T) \ll T \ll E^s(T).$$

*) Последовательная схема вычисления высших поправок была построена С. Ю. Хлебниковым и одним из авторов обзора (М.Е.Ш.).

При низких температурах основной вклад в процессы с несохранением фермионного числа дают туннельные переходы, если же $T \gg E^s(\Gamma)$, то становится несправедливым анализ процесса распада метастабильных состояний с учетом только седловых точек функционала энергии⁸⁸.

Из (5.1, 5.5) следует, что экспоненциальный фактор подавления уменьшается с ростом температуры, как из-за множителя $1/T$ в экспоненте, так и из-за уменьшения $M_W(T)$. При $T > T_c$ (T_c — температура фазового перехода с нарушением группы $SU(2) \times U(1)$) W -бозоны становятся безмассовыми и показатель экспоненты формально обращается в нуль. Это приводит к заключению, что скорость процессов с несохранением B не является экспоненциально подавленной при $T \gg T_c$, хотя не может быть рассчитана в квазиклассическом приближении. Тот факт, что «электрические» компоненты калибровочного поля при $T \gg T_c$ имеют массу порядка gT (дебаевская экранировка), несуществен для оценки показателя экспоненты: сфалерон содержит лишь «магнитные» компоненты поля. Естественным массовым масштабом для статических магнитных компонент является величина $\alpha_W T$ ^{94, 95}, которая есть не что иное, как единственная размерная константа связи трехмерной калибровочной теории, являющейся высокотемпературным пределом четырехмерной. Для оценок можно заменить M_W в (5.5) на $\alpha_W T$, т. е. $\Gamma \sim (\alpha_W T)^4$ при $T \gg T_c$. Разумеется, подобные рассуждения нельзя считать выводом формулы для вероятности флуктуации выше точки фазового перехода. Проблема точного вычисления Γ при $T > T_c$ остается открытой.

5.2. Судьба барионной асимметрии, возникающей в ТВО^{15, 96}

Быстрые электрослабые процессы с несохранением барионного числа при температурах порядка сотен ГэВ и выше существенно влияют на барионную асимметрию Вселенной (БАВ). В этой связи наибольший интерес представляют две возможности¹⁵. Во-первых, образовавшаяся при температурах большого объединения (порядка 10^{15} ГэВ) барионная асимметрия может замываться электрослабыми процессами. И, во-вторых, БАВ может возникать прямо в электрослабой теории³¹ или ее модификации (см. раздел 5.3).

Кинетическое уравнение, описывающее вымывание барионного и лептонного зарядов, для безмассовых фермионов имеет вид

$$\frac{d\Delta B}{dt} = -V_B \Delta B, \quad \frac{d\Delta L}{dt} = -V_B \Delta L, \quad (5.6)$$

$$\Delta B = B - B_0, \quad \Delta L = L - L_0,$$

$$B_0 = \frac{4}{13} \zeta (B - L)_{in}, \quad L_0 = B_0 - (B - L)_{in},$$

$$V_B = \frac{13N_f \Gamma}{2T^3} \xi,$$

где B и L — плотности барионного и лептонного чисел соответственно, $(B - L)_{in}$ — начальное значение асимметрии по $(B - L)$. Параметры ξ и ζ принимают значения при $T \gg M_W, M_H$:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{66N_f + 39}{65N_f + 39}, \\ \zeta &= \frac{104N_f + 52}{88N_f + 52}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Весьма нетривиальная зависимость правой части (5.7) от числа N_f поколений возникает при учете того, что в $(B - L)$ -асимметричной плазме ее электро-

нейтральность достигается при ненулевом химическом потенциале скаляров *).

Из (5.7) следует, что характерное время процессов с несохранением B равно

$$\tau_A = \frac{2T^3}{13N_f \Gamma_\xi^2}. \quad (5.8)$$

Тот факт, что $\tau_A \gg 1/T$ при $T \gg M_W$, объясняет невозможность расчета обсуждающихся здесь эффектов в рамках мацубаровского формализма температурных функций Грина. В последнем поля являются периодическими (антипериодическими для фермионов) функциями евклидова времени t_E с периодом $\beta = 1/T$. Выполнение аналитического продолжения *приближенного* ответа для мацубаровской функции Грина к *большим* реальным временам является исключительно сложной задачей, не решенной до сих пор. В формализме распада метастабильного состояния, применяемого здесь, задача сразу ставится в реальном времени (см. ^{88, 90}) и проблем с аналитическим продолжением не возникает.

Решение уравнений (5.7) для случая расширяющейся Вселенной с начальными условиями

$$\left(\frac{B}{n_\gamma}\right)_{\text{in}} = b_{\text{in}}, \quad \left(\frac{L}{n_\gamma}\right)_{\text{in}} = l_{\text{in}}$$

дает

$$\Delta = \frac{B_0}{n_\gamma} + \frac{(\Delta B)_{\text{in}}}{n_\gamma} \exp(-A), \quad (5.9)$$

$$A = \int_{t_0}^t V_B(t) dt.$$

Здесь время связано с температурой соотношением $t_U = M_0/T^2$, $M_0 = M_{\text{Pl}}/1,66 N_{\text{eff}}^{1/2}$, N_{eff} — число безмассовых степеней свободы. Поскольку $A \gg 1$, выживает лишь $(B - L)$ -асимметричная часть БАВ.

Этот вывод несколько изменяется для плазмы, несимметричной по кварковым и лептонным ароматам ⁹⁶. БАВ, возникающая в ТВО, обычно пропорциональна юкавским константам связи фермионов с хиггсовскими полями (и, тем самым, массам кварков и лептонов) ⁹⁷. Таким образом, в эпоху великого объединения БАВ сосредоточена в основном в третьем тяжелом поколении фермионов. Если взаимодействия ТВО не приводят к эффективно-му нарушению законов сохранения (2.18), то выживающая барионная асимметрия отлична от нуля даже в ТВО с $(B - L)$ -сохранением, где $(b - l)_{\text{in}} = 0$ ⁹⁶:

$$b_{\text{out}} \approx -\frac{6}{13\pi^2} \sum_{i=1}^{N_f} \frac{\bar{m}_{l_i}^2(T_*)}{T_*^2} \Delta_i^{\text{GUT}}, \quad (5.10)$$

где Δ_i^{GUT} — асимметрии для сохраняющихся в электрослабой теории квантовых чисел $L_i = B/N_f$, L_i — электронное, мюонное и т. д. лептонные числа, $\bar{m}_{l_i}^2$ — средний квадрат массы лептона поколения i , T_* — температура закалки аномальных электрослабых процессов с несохранением B , определяемая из условия $\tau_A = t_U$. Как мы увидим в разделе 5.3, $T_* = T_c$ при $M_H \leq M_{\text{crit}} \approx 45 \text{ ГэВ}$ ^{31, 92} и $T_* < T_c$ при $M_H \geq M_{\text{crit}}$ (M_H — масса хиггсовского бозона). При $T_* > T_c$ фермионы приобретают массу за счет однопетлевых поправок. Несимметричная по ароматам добавка, дающая

*) Мы благодарны С. Ю. Хлебникову, обратившему наше внимание на этот факт. Отметим, что кинетические уравнения, полученные в ^{15, 92, 91}, а также свободная энергия в ⁹⁶ не учитывают влияния асимметрии в скалярном секторе. Это, однако, никак не сказывается на численных результатах.

вклад в (5.10), имеет вид ($M_H \ll M_{\text{crit}}$):

$$\frac{\bar{m}_{l_i}^2(T_*)}{T_*^2} = \frac{\pi\alpha_W}{3} \frac{m_{l_i}^2(0)}{M_W^2(0)}.$$

Если же $M_H \gtrsim M_{\text{crit}}$, то

$$\frac{\bar{m}_{l_i}^2(T_*)}{T_*^2} = \left[\frac{\pi\alpha_W}{3} + \frac{2}{3} \left(\frac{45\alpha_W}{2B} \right)^2 \right] \frac{m_{l_i}^2(0)}{M_W^2(0)}.$$

В случае трех фермионных поколений имеем *)

$$\begin{aligned} \Delta &= 8 \cdot 10^{-7} \Delta_3^{\text{GUT}}, & M_H &\ll M_{\text{crit}}, \\ &= (2-4,5) \cdot 10^{-6} \Delta_3^{\text{GUT}}, & M_H &\gtrsim M_{\text{crit}}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Для того чтобы получить наблюдаемое значение $\Delta \sim 10^{-9}$, необходимо потребовать, чтобы микроскопическая асимметрия в распадах лептокварков

$$\delta_X = \frac{\sum [B(i) (\Gamma(X \rightarrow i) - \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{i}))]}{\Gamma_{\text{tot}}(X)} \quad (5.12)$$

была порядка единицы, что представляется неестественным. (Напомним, что БАВ, возникающая в распадах лептокварков, равна $\Delta \approx 10^{-3} \delta_X$ ²⁸⁻³⁰.) Ситуация существенным образом упрощается в моделях с тяжелым четвертым поколением фермионов, где, скажем, $m_{\tau'} \approx 100$ ГэВ. Здесь достаточно иметь $\delta_X \approx 10^{-3}$.

Поэтому в моделях с тремя поколениями наблюдаемая БАВ может быть обязана своим происхождением большому объединению, только если в теории большого объединения не сохраняется ($B - L$) (более того, это несохранение должно быть достаточно интенсивным, чтобы асимметрия Вселенной по ($B - L$) была достаточно велика). Это соображение служит довольно жестким критерием отбора теорий большого объединения; ему не удовлетворяет, в частности, $SU(5)$ -модель. В теориях большого объединения, не сохраняющих ($B - L$), естественно ожидать появления ($B - L$)-нарушающих процессов типа нейтрон-антинейтронных осцилляций, распада нуклона по «нестандартным» каналам типа $p \rightarrow \nu l$, νK , $n \rightarrow e l^+$, $e^- K^+$, двойного безнейтринного β -распада, осцилляции нейтрино и т. п.

Отметим также близко примыкающий к данному вопросу сценарий возникновения БАВ, использующий быстрое электрослабое несохранение барионного числа ⁹⁸. Этот механизм основан на предположении о существовании тяжелого лептона (с массой выше нескольких десятков ТэВ), в распадах которого нарушается лептонное число. Это приводит к генерации лептонной асимметрии при высоких температурах, которая затем перерабатывается в барионную асимметрию в результате электрослабых процессов. Модель предсказывает существование процессов с несохранением лептонного числа при низких энергиях (двойного безнейтринного β -распада, распада $\mu \rightarrow e \nu$), скорости которых близки к экспериментальным пределам. Другие возможности генерации барионного числа за счет электрослабых процессов в модифицированной теории обсуждаются в работе ¹⁵. Мы не будем останавливаться здесь на вопросе о возможности построения ТВО с нужными свойствами, а перейдем к обсуждению возможности возникновения БАВ непосредственно в рамках стандартной электрослабой теории.

*) Вывод о том, что при $M_H \ll M_{\text{crit}}$ барионная асимметрия в ($B - L$)-симметричных ТВО обращается в нуль, был получен в ⁹⁶ в древесном приближении для масс фермионов и нарушается квантовыми поправками; см. (5.11).

5.3. Барионная асимметрия Вселенной в стандартной электрослабой теории

Наблюдаемая барионная асимметрия Вселенной может оказаться целиком обязанной электрослабым процессам с несохранением барионного числа; в этом случае для ее объяснения нет необходимости привлекать теории большого объединения. В принципе, во Вселенной при температурах порядка сотен ГэВ выполнены все три условия генерации барионной асимметрии: 1) барионное число не сохраняется из-за электрослабых процессов; 2) CP-нарушение тоже присутствует в стандартной электрослабой теории (механизм Кобаяши — Маскава); 3) термодинамическая неравновесность имеется из-за расширения Вселенной. Вопрос в том, генерируется ли барионная асимметрия наблюдаемой величины *). Полного ответа на этот вопрос пока не получено; имеются лишь частичные результаты. В работе¹⁵ показано, что стандартная модель не обеспечивает генерации барионной асимметрии необходимой

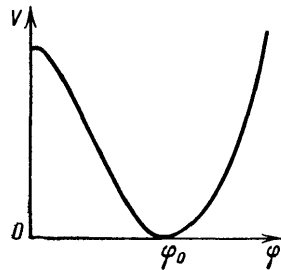


Рис. 4. Вид эффективного потенциала скалярного поля вблизи критической температуры

величины, если фазовый переход в этой модели (сопровождающийся образованием конденсата хиггсовского поля) представляет собой фазовый переход второго рода. Причина состоит в том, что при фазовом переходе второго рода слишком слаба неравновесность, что и приводит к малой величине барионной асимметрии. Таким образом, возникновение барионной асимметрии в стандартной модели не исключается лишь в случае фазового перехода первого рода, который имеет место для модели с достаточно легким хиггсовским бозоном, $M_H \sim 10 \text{ ГэВ}$ ¹⁵.

В работе³¹ предложен сценарий генерации наблюдаемой асимметрии в рамках стандартной модели, основанный на предположении о вырожденности основного состояния калибровочных теорий при высоких температурах по числу Черна — Саймонса. Рассмотрим его более подробно.

Обсудим сначала структуру основного состояния при $T > T_c$ и $T < T_c$ в случае фазового перехода первого рода (везде под T_c мы понимаем температуру, при которой исчезает барьер между фазами с $\langle \varphi \rangle = 0$ и $\langle \varphi \rangle = \varphi_0$).

При расширении Вселенной система находится в состоянии с $\langle \varphi \rangle = 0$ вплоть до $T = T_c$ ^{87, 9}, затем это состояние становится абсолютно нестабильным и значение $\langle \varphi \rangle$ увеличивается до φ_0 , соответствующего минимуму эффективного потенциала (рис. 4). Что происходит с калибровочными полями во время этого перехода? При $T < T_c$ симметрия является спонтанно нарушенной, W- и Z-бозоны — массивными. Это означает, что в основном состоянии системы доминируют конфигурации, представляющие собой малые отклонения от чистых калибровок. При $T > T_c$ векторные бозоны имеют нулевую затравочную массу. Это приводит к сильным (степенным) инфракрасным расходимостям в секторе статических SU(2)-магнитных полей, и, по-видимому, к существованию нетривиальной структуры основного состояния. Так, в ряде работ^{94, 100} были приведены аргументы, показывающие, что неабелева плазма при конечных температурах может содержать ненулевое SU(2)-магнитное поле с напряженностью $H \sim g^3 T^2$ и характерным размером неоднородностей $(g^2 T)^{-1}$. Во время протекания фазового перехода I рода такая структура основного состояния должна исчезать:

$$B = \frac{1}{32\pi^2} \frac{1}{V} \int_{t_0}^{\infty} d^4x \text{Tr} F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} \quad (5.13)$$

*) Появляется также надежда связать знак барионной асимметрии (превышение числа барионов над антибарионами, а не наоборот) со знаком CP-нарушения в физике K⁰-мезонов.

для некоторой характерной равновесной начальной конфигурации, вообще говоря, отличной от нуля. В силу (2.12) B есть не что иное, как барионное число (с точностью до фактора N_f), рождающееся в результате SU (2)-фазового перехода из некоторой конкретной начальной конфигурации. Как обычно, интеграл в (5.13) есть разность чисел Черна — Саймона начального и конечного состояний. Оценивая $N_{CS}(t_0)$ как

$$N_{CS}(t_0) \sim \alpha_W V H A \sim V \alpha_W^3 T^3,$$

получаем плотность барионного числа ³¹

$$\frac{n_B}{n_\gamma} \sim \alpha_W^3. \quad (5.14)$$

Разумеется, в электрослабой плазме при $T > T_c$ имеются конфигурации, распадающиеся как на барионы, так и на антибарионы, и полная БАВ

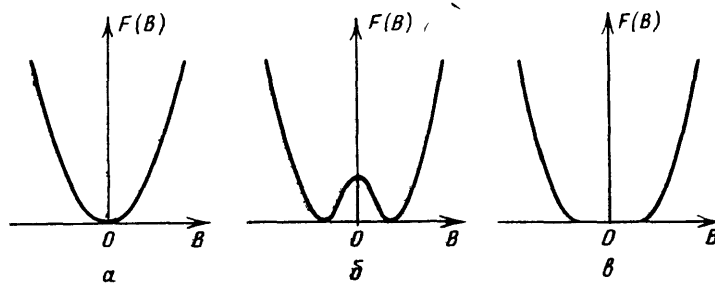


Рис. 5. Возможные формы эффективного потенциала для плотности числа Черна — Саймона

получается после усреднения по всем допустимым состояниям. Анализ допустимых состояний удобно проводить, используя понятие эффективного потенциала от величины B (которую условно можно назвать числом Черна — Саймона начального состояния). Введение потенциала $V(B)$ является возможным ^{31, 101}, поскольку B зависит только от начального состояния в момент времени t_0 (и, вообще говоря, от формы скалярного потенциала *). Три возможные формы $V(B)$ изображены на рис. 5. Заметим, что симметричность $V(B)$ относительно замены $B \rightarrow -B$ диктуется СРТ-инвариантностью.

Какая из возможных форм потенциала реализуется в природе, сейчас неизвестно. Предварительные результаты исследования этой проблемы ¹⁰² в рамках решеточной формулировки калибровочных теорий показывают, что высокотемпературная электрослабая плазма населена квазичастицами — коллективными возбуждениями калибровочного и скалярного полей, распад которых во время фазового перехода дает

$$\frac{1}{32\pi^2} \int \text{Tr } F_{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} d^4x = \pm 1.$$

Иными словами, распад квазичастицы приводит к рождению 12 фермионов (или антифермионов) в силу треугольной аномалии. Результаты численных монте-карловских вычислений ¹⁰² позволяют дать грубую оценку концентрации таких квазичастиц:

$$n_{qp} \approx 0,1-0,2 (\pi \alpha_W T)^3. \quad (5.15)$$

При наличии бозе-эйнштейновского конденсата квазичастиц потенциал для B имел бы вид, показанный на рис. 5, б и в и соответствующий спонтанному нарушению глобальной симметрии, отвечающей за существование квазичастиц

*) Можно показать ¹⁰¹, что зависимость от формы скалярного потенциала пропадает, если вакуумное среднее скалярного поля после фазового перехода достаточно велико.

и антикварки. Решение вопроса о возможности конденсации квази-частиц требует расчетов с использованием решеток большого размера (скажем, $(50)^3$) и, в принципе, возможно с использованием современных компьютеров.

Обсудим космологические следствия всех трех видов потенциала $V(B)$ ^{31, 101}. В первом случае (рис. 5, а) состояние Вселенной до фазового перехода является CP-симметричным; следовательно, возникающая БАВ должна быть пропорциональна мере CP-нарушения в процессах с несохранением барионного числа. Нарушение C- и CP-симметрии в электрослабой теории при высоких температурах возникает из-за юкавского взаимодействия кварков с хиггсовским полем. Эта часть лагранжиана имеет вид

$$\mathcal{L}_Y = \frac{g_W}{\sqrt{2} M_W} (\bar{Q}_L K M_d D_R \varphi + \bar{Q}_L M_u U_R \tilde{\varphi} + \text{с.с.}), \quad (5.16)$$

где $Q_D^{(\alpha)}$ — левые кварковые дублеты (α — индекс поколения), $U_R^{(\alpha)}$ и $D_R^{(\alpha)}$ — правые кварки с электрическими зарядами $2/3$ и $-1/3$ соответственно, K — матрица Кобаяши — Маскава, M_u и M_d — диагональные массовые матрицы фермионов. Как известно^{28–30}, амплитуда CP-нарушения пропорциональна произведению мнимой части данной диаграммы (без учета констант связи) на мнимую часть от произведения всех констант связи в этой диаграмме. Нетрудно видеть, что в нашем случае, когда необходимо суммирование по кварковым ароматам, мнимая часть от произведения юкавских констант связи возникает только в 12-м порядке теории возмущений³¹ (см. рис. 6). Однако сумма всех диаграмм в этом порядке не проявляет эффектов CP-нарушения из-за взаимной компенсации

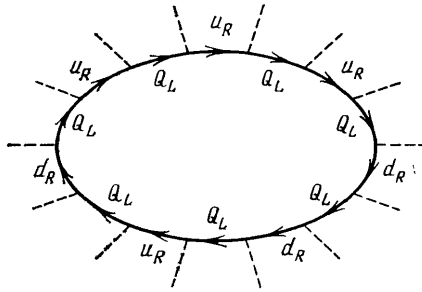


Рис. 6. Фермионная петля низшего не исчезающего порядка, возникающая при описании эффектов CP-нарушения в процессах с несохранением барионного числа.

Штриховые линии соответствуют скалярам

является только начиная с 14 порядка по юкавским константам связи h_k (либо 12 порядка по h_k и второго порядка по гиперзарядному взаимодействию). Численно,

$$D = \text{Im Tr } \mathcal{M}_u^3 \mathcal{M}_d^2 \mathcal{M}_u \mathcal{M}_d = \left(\frac{g_W^2}{2M_W^2} \right)^7 s_1^2 s_2 s_3 \sin \delta m_t^4 m_b^4 m_c^2 m_s^2 \approx 10^{-22}, \quad (5.17)$$

$$\mathcal{M}_d = K M_d^2 K^+, \quad \mathcal{M}_u = M_u^2;$$

здесь $s_i = \sin \theta_i$, θ_1 — угол Кабиббо, δ — фаза CP-нарушения. Мы использовали верхнее ограничение¹⁰³ на произведение $s_1^2 s_2 s_3 \lesssim 3 \cdot 10^{-4}$, $\sin \delta \approx 1$, $m_t \approx M_W$. Несмотря на большое количество диаграмм, дающих вклад в B -несохранение (комбинаторный фактор $\sim 10^4$), число 10^{-22} оказывается слишком малым для объяснения БАВ в случае тривиальной по B структуры высокотемпературного основного состояния *).

Потенциалы на рис. 5, б фактически соответствуют спонтанному CP-нарушению при высоких температурах. В случае рис. 5, б во Вселенной будут образовываться домены с разным значением B . В областях с $B > 0$ будет возникать барионная асимметрия, а в областях $B < 0$ — антибарионная. Генерация наблюдаемого барионного избытка здесь в принципе возможна, необходим, однако, механизм растяжения доменов до размеров порядка види-

*) При рассмотрении CP-нарушения в распадах K^0 -мезонов суммирование по ароматам начальных и конечных состояний отсутствует. Это объясняет разницу в численных значениях амплитуд CP-нарушения.

мой части Вселенной. Этот вопрос подробно обсуждается в ¹⁰¹. Заметим здесь, что такая растяжка невозможна во время стандартного раздувания ¹⁰⁴, поскольку экспоненциальное уменьшение температуры приводит к исчезновению калибровочного поля; при последующем подогреве образуются новые домены с размером $O(\alpha_W T)^{-1}$. Исчезновение доменной структуры и образование «чистого» состояния (в одном из минимумов потенциала $V(B)$ во всей Вселенной) возможно при наличии сильного СР-несохранения (~ 1) при сверхвысоких температурах, $T \sim 10^{15}$ ГэВ.

Если основное состояние при высоких T бесконечно вырождено по B (см. рис. 5, θ), то БАВ может возникать в стандартной модели даже при весьма малой (такой, как в (5.17)) амплитуде СР-нарушения ³¹. Дело в том, что при $T > T_c$ неравновесность расширения Вселенной и СР-нарушение во взаимодействиях с несохранением барионного числа снимают вырождение по B . Возникающая добавка к $V(B)$ имеет вид

$$\Delta V \approx \delta_{ms} \frac{T^2}{M_0} B, \quad (5.18)$$

где δ_{ms} — микроскопическая асимметрия в процессах с несохранением барионного числа, пропорциональная D в (5.17). Таким образом, в зависимости от знака δ_{ms} (который связан со знаком СР-нарушения в распадах К-мезонов) состояние с минимальным (максимальным) значением B становится наиболее энергетически выгодным. Можно показать, что при ³¹

$$\rho = 4 \left(4\pi \frac{M_0}{T_c} \alpha_W^2 \delta_{ms} \right)^{1/2} \gtrsim 1 \quad (5.19)$$

система окажется в состоянии с максимальным (по модулю) значением B независимо от места на плато, с которого она стартовала. При этом величина БАВ не зависит от амплитуды СР-нарушения (определяется только инфракрасными свойствами калибровочных теорий), знак же БАВ связан со знаком СР-нарушения в распадах K^0 .

Окончательный ответ для БАВ имеет вид

$$\Delta = \frac{45}{4\pi^2 N_{\text{eff}}} N_f B(T_c) S(M_H), \quad (5.20)$$

где $S(M_H)$ — фактор макроскопического подавления асимметрии, учитывающий подогрев Вселенной после фазового перехода первого рода и вымывание барионного избытка процессами с несохранением барионного числа.

Вычисление величины и знака δ_{ms} (и, тем самым, параметра ρ) представляет собой трудную задачу из-за высокого порядка теории возмущений. Грубые оценки дают $\delta_{ms} \sim 10^{-16} \div 10^{-22}$ *), что приводит к $\rho \sim 10 \div 10^{-2}$. Если в качестве оценки конденсата плотности Черна — Саймонса использовать численный результат монте-карловских вычислений, то получим

$$\Delta \approx (10^{-6} \div 10^{-11}) S(M_H), \quad (5.21)$$

что не так далеко от реальности $\Delta_{\text{obs}} \approx 10^{-8} - 10^{-10}$ ³⁰. Зависимость фактора подавления от M_H имеет весьма специфическую форму ³¹ (рис. 7). Если $M_H \gtrsim M_{\text{crit}} \approx 45$ ГэВ, то температура после фазового перехода оказывается выше температуры закалки аномальных электрослабых процессов и практически вся БАВ исчезает. Если же $M_H \approx M_{\text{CW}}$ (M_{CW} — значение массы хиггсовского бозона **) в теории типа Коулмена — Вайнберга ¹⁰⁵), то фазовый переход происходит с производством энтропии ^{106,107}, что также умень-

*) К значительно большим значениям δ_{ms} приводит электрослабая теория с четырьмя поколениями фермионов либо с двумя хиггсовскими дублетами ³¹.

**) Напомним, что в стандартной теории с одним хиггсовским дублетом и тремя поколениями фермионов $M_{\text{CW}}^2 = (3/8\pi^2\sigma^2) (2M_W^4 + M_Z^4 - 4m_t^4)$, где $\sigma = 250$ ГэВ. Для «легкого» t-кварка ($m_t \lesssim M_W$) $M_{\text{CW}} \approx 10$ ГэВ.

шает отношение n_B/n_γ . Поэтому генерация БАВ в рамках электрослабой теории возможна лишь при³¹

$$M_{\text{CW}} \lesssim M_H \lesssim M_{\text{crit}} \approx 45 \text{ ГэВ}. \quad (5.22)$$

Если вся наблюдаемая БАВ возникла за счет аномального электрослабого несохранения барионного числа, то неравенство (5.22) нужно рассматривать как космологическое ограничение на массу хиггсовского бозона. Обсуждение аналогичных ограничений с учетом массы t-кварка содержится

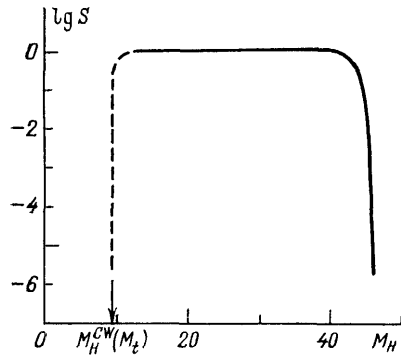


Рис. 7. Зависимость макроскопического фактора подавления асимметрии $S(M_H)$ от массы хиггсовского бозона при $m_t \lesssim M_W$

в работе⁹², где было найдено, что значение $M_{\text{crit}} \approx 45 \text{ ГэВ}$ практически не зависит от m_t и не чувствительно к добавлению новых фермионных поколений (рассматривалась стандартная теория с одним хиггсовским дублетом). В^{31, 92, 101} рассматривался также случай, когда БАВ без учета макроскопического фактора $S(M_H)$ оказывается больше наблюдаемой Δ_{obs} . Здесь космология дает практически однозначное предсказание массы хиггсовского бозона ($M_H \approx M_{\text{CW}}$ или $M_H \approx M_{\text{crit}}$). Приведем также соотношение, возникающее в теории типа Коулмена — Вайнберга между теоретическим значением БАВ без учета выделения энтропии Δ_{max} , температурой фазового перехода в $SU(2) \times U(1)$, совпадающей в данном случае с темпе-

ратурой T_{ch} нарушения киральности в квантовой хромодинамике с 6 безмассовыми кварками¹⁰⁷, и массой хиггсовского бозона:

$$M_H \approx \frac{\pi T_{\text{ch}}^2}{\sigma} \left(\frac{8N_{\text{eff}}}{15} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta_{\text{max}}}{\Delta_{\text{obs}}} \right)^{2/3}, \quad (5.23)$$

$$\sigma \approx 250 \text{ ГэВ}.$$

Оно обсуждается в¹⁰¹.

В заключение этого раздела отметим, что для подтверждения рассматриваемого сценария возникновения БАВ в электрослабой теории требуется проведение монте-карловских вычислений, аналогичных¹⁰², на решетках большого размера.

6. АНОМАЛЬНЫЕ ЭЛЕКТРОСЛАБЫЕ РАСПАДЫ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ

Быстрое несохранение фермионных квантовых чисел, связанное с переходами между топологически различными вакуумами, возможно не только при высоких плотностях и температурах, но и в распадах тяжелых частиц^{16, 17}. Энергия, необходимая для преодоления барьера, изображенного на рис. 2, в этом случае обеспечивается массой распадающейся частицы. Для того чтобы процесс распада не был подавлен туннельной экспонентой, необходима масса, превышающая высоту барьера E^S (в электрослабой теории — порядка 10 ТэВ).

Мы проиллюстрируем эту возможность на примере распада технибариона в модели техницвета^{16–20}. Техницвет¹⁰⁸ (см. обзоры^{4, 109}) представляет собой альтернативу хиггсовскому механизму спонтанного нарушения симметрии. Вместо хиггсовского поля в этой модели вводятся безмассовые техникварки (в простейшем случае — U, D, преобразующиеся под действием электрослабой группы $SU(2) \times U(1)$ так же, как обычные кварки u, d). Предполагается, что техникварки взаимодействуют между собой посредством новых сильных (техницветных) взаимодействий, вполне аналогичных обычным цветным силам, с той разницей, что масштаб техницветных взаимодей-

ствий, $\Lambda_{\text{ТС}}$, имеет порядок в несколько сотен ГэВ (в отличие от хромодинамики, где $\Lambda_{\text{КХД}} \approx 100$ МэВ). Считается, что образуются вакуумные средние $\langle \bar{U}U \rangle = \langle \bar{D}D \rangle \sim 500$ ГэВ, т. е. происходит спонтанное нарушение киральной симметрии. Поскольку эти средние нарушают и электрослабую группу $SU(2) \times U(1)$, W- и Z-бозоны приобретают массу; продольные компоненты W- и Z-бозонов — это технипионы (которые были бы безмассовыми голдстоуновскими бозонами в теории без калибровочных $SU(2) \times U(1)$ -взаимодействий).

Модель предсказывает наличие большого количества техниадронов — частиц, составленных из техникварков по аналогии с обычными адронами *). В частности, должны существовать технибарионы, содержащие $N_{\text{ТС}}$ техникварков ($N_{\text{ТС}}$ — число техницветов). В простейшем варианте легчайший технибарион стабилен, если не учитывать аномальное электрослабое несохранение технибарионного числа. Его масса может быть порядка 10 ТэВ. Обсудим возможность того, что распад технибариона, обусловленный треугольной аномалией и сложной структурой вакуума в электрослабой теории, происходит без экспоненциального подавления.

Нам будет удобно описывать технибарион в рамках модели Скимма¹¹⁰ (см. также¹¹¹). В этой модели основным полем является нелинейное сигма-поле $V(x)$, принимающее значения в группе $SU(2)$. В терминах технипионных полей Π^a ($a = 1, 2, 3$), оно представляется в виде $V = \exp(i \tau^a \Pi^a / 2F_{\Pi})$, где F_{Π} — константа технипиона (аналог $f_{\Pi} = 186$ МэВ). В отсутствие электрослабых калибровочных полей технибарион представляет собой статический топологически стабильный солитон (скирмион). Топологическое число поля $V(x)$, отождествляемое с технибарионным числом, имеет вид (ср. (2.2))

$$n[V] = \frac{1}{24\pi^2} \int d^3x \epsilon^{ijk} \text{Tr}(V \partial_i V^{-1} V \partial_j V^{-1} V \partial_k V^{-1}).$$

В отсутствие калибровочных полей гамильтониан модели Скимма для статических конфигураций поля V равен

$$E = \int d^3x \left\{ -\frac{1}{16F_{\Pi}^2} \text{Tr}(\partial_i V V^{-1})^2 - \frac{1}{32e_{\text{ТС}}^2} \text{Tr}[\partial_i V V^{-1}, \partial_j V V^{-1}]^2 \right\}, \quad (6.1)$$

где $e_{\text{ТС}}$ — безразмерная технискирмионная константа (последнее слагаемое в (6.1) необходимо для стабильности солитона относительно сжатия в точку). Отметим, что в пределе большого числа техницветов гамильтониан сигма-модели пропорционален $N_{\text{ТС}}$, так что $F_{\Pi} \sim N_{\text{ТС}}^{1/2}$, $e_{\text{ТС}} \sim 1/N_{\text{ТС}}^{1/2}$.

Топологический солитон (скирмион) в модели с гамильтонианом (6.1) представляет собой минимум функционала энергии в секторе с топологическим числом $n[V] = 1$. Масса скирмиона может быть оценена следующим образом. Введем новую переменную $y = F_{\Pi} e_{\text{ТС}} x$, тогда

$$E = \frac{F_{\Pi}}{16e_{\text{ТС}}} \int d^3x \left\{ -\text{Tr}(\partial_i^{(y)} V V^{-1})^2 - \frac{1}{2} \text{Tr}[\partial_i^{(y)} V V^{-1}, \partial_j^{(y)} V V^{-1}]^2 \right\}. \quad (6.2)$$

Выражение для топологического числа не меняется. Интеграл в (6.2) не содержит никаких параметров, так что энергия солитона (масса) равна

$$M_{\text{ТВ}} = \frac{F_{\Pi}}{16e_{\text{ТС}}} C,$$

где C — число порядка единицы. Как мы уже отмечали, солитон представляет собой модель технибариона; в пределе $N_{\text{ТС}} \rightarrow \infty$ масса его пропорциональна $N_{\text{ТС}}$, как и предсказывается динамикой техницвета¹¹².

Включим теперь слабые взаимодействия. Мы будем игнорировать для простоты подгруппу $U(1)$ группы $SU(2) \times U(1)$, т. е. считать $\sin^2 \theta_W$

*) Мы здесь не будем останавливаться на серьезных трудностях моделей техницвета. См. по этому поводу обзоры^{4,100}.

малым параметром и работать в низшем порядке по этому параметру. Лагранжиан модели Скирма инвариантен относительно глобальных преобразований $SU(2)_L \times SU(2)_R$, причем поле V преобразуется следующим образом: $V \rightarrow \omega_L V \omega_R^{-1}$.

При учете электрослабых взаимодействий группа $SU(2)_L$ становится калибровочной, $\omega_L = \omega_L(x)$. В выражении для действия обычные производные поля V заменяются на ковариантные, $D_\mu V = (\partial_\mu + A_\mu) V$. Действие имеет вид

$$S = \int d^4x \left\{ \frac{1}{2g^2} \text{Tr} F_{\mu\nu}^2 - \frac{F_\Pi^2}{16} \text{Tr} (D_\mu V V^{-1})^2 + \frac{1}{32e_{TC}^2} \text{Tr} [D_\mu V V^{-1}, D_\nu V V^{-1}]^2 \right\}.$$

Для дальнейшего удобно выбрать унитарную калибровку, $V = 1$. В этой калибровке имеем

$$S = \int d^4x \left(\frac{1}{2g^2} \text{Tr} F_{\mu\nu}^2 - \frac{F_\Pi^2}{16} \text{Tr} A_\mu^2 + \frac{1}{32e_{TC}^2} \text{Tr} [A_\mu, A_\nu]^2 \right). \quad (6.3)$$

Из этого выражения видно, что векторные бозоны приобретают массу (в пределе $\sin^2 \theta_W \rightarrow 0$ имеем $M_Z = M_W$)

$$M_W = \frac{F_\Pi}{4} g,$$

а технипионы исчезают из спектра, становясь продольными компонентами векторных бозонов.

Функционал энергии для статических полей, соответствующий действию (6.3), имеет вид

$$E = \int d^3x \left(-\frac{1}{2g^2} \text{Tr} F_{ij}^2 - \frac{F_\Pi^2}{16} \text{Tr} A_i^2 - \frac{1}{32e_{TC}^2} \text{Tr} [A_i, A_j]^2 \right), \quad (6.4)$$

где мы положили $A_0 = 0$ (можно показать¹⁸, что это не ограничивает общность дальнейших рассуждений). В пределе $g \rightarrow 0$ скирмион в этой калибровке восстанавливается следующим образом^{16, 17}. Энергия конфигурации поля A конечна в этом пределе, только если поле A — чисто калибровочное, $A = V \vec{\partial} V^{-1}$. Для таких конфигураций первое слагаемое под интегралом в (6.4) исчезает, а второе и третье совпадают с гамильтонианом (6.1), минимум которого в секторе с $n[V] = 1$ и есть скирмион.

Ясно, что при малых, но конечных g^2 скирмионный минимум функционала энергии по-прежнему будет существовать. Однако скирмион будет нестабилен относительно туннельных переходов инстантонного типа¹¹³. Действительно, при малых g скирмион представляет собой конфигурацию типа $A = V \vec{\partial} V^{-1}$ с топологически нетривиальным $V(x)$. Инстантонный переход как раз и переводит такую конфигурацию в вакуум $A = 0$ (см. часть 2.1). Покажем, что при достаточно большой массе скирмиона минимум энергии вообще перестает существовать, т. е. технибарион становится классически нестабильным^{16, 17}.

Сделаем замену переменных $y = F_{TC} x$, $B_i = A_i / F_{TC}$. В результате гамильтониан (6.4) запишется в виде

$$E = \frac{F_\Pi}{16e_{TC}} \int \left(-\frac{8e_{TC}^2}{g^2} \text{Tr} B_{ij}^2 - \text{Tr} B_i^2 - \frac{1}{2} \text{Tr} [B_i, B_j]^2 \right) d^3y. \quad (6.5)$$

В пределе $e_{TC}/g \rightarrow 0$ первое слагаемое под интегралом зануляется, а остальные два убывают при масштабном преобразовании $B \rightarrow \lambda B$. Функционал (6.5) не имеет минимумов в этом пределе.

Таким образом, технибарион становится классически нестабильным при

$$\frac{e_{TC}}{\pi\alpha_W} < \xi_{\text{crit}}, \quad (6.6)$$

где $\alpha_W = g^2/4\pi$, ξ_{crit} — некоторое критическое значение. Численный расчет¹⁸ дает $\xi_{\text{crit}} = 10,35$. При фиксированных g и F_Π (константа F_Π фиксируется массой W-бозона) условие неустойчивости (6.6) сводится к условию на массу скирмиона

$$M_{\text{TB}} > C_{\text{crit}} \frac{M_W}{\alpha_W}.$$

Численно $C_{\text{crit}} = 6$ ¹⁸, что соответствует максимальной массе метастабильного технискирмиона, примерно равной 14 ТэВ. При больших массах технибарион классически неустойчив. Грубая оценка ширины технибариона при таких массах дает¹⁷ $\Gamma_{\text{TB}} \sim M_W$.

Естественно ожидать, что при массах, меньших критической, время жизни метастабильного технибариона резко зависит от массы и при малых массах подавлено фактором $\exp(-4\pi/\alpha_W)$. Численные расчеты, проделанные в работе¹⁹ в рамках модели Скирма, вполне согласуются с такой картиной: уже при уменьшении M_{TB} на 17 % время жизни увеличивается более чем на 20 порядков и превышает 1 с, а при $M_{\text{TB}} \approx 10$ ТэВ оно составляет величину порядка времени жизни Вселенной.

Разумеется, численные оценки зависят от выбора модели технискирмиона. Однако расчет, проведенный в работе²⁰ в рамках другой солитонной модели, показывает, что критическая масса технибариона довольно слабо зависит от параметров модели и изменяется в пределах 10–15 ТэВ.

Рассмотренное здесь несохранение технибарионного числа происходит благодаря эффектам, связанным со структурой вакуума и треугольной аномалией в электрослабой теории. Во время распада технибариона образуется конфигурация калибровочного поля группы SU(2) с топологическим числом $Q[A]$, равным (–1). Как обсуждалось в разделе 2, такой процесс происходит с рождением обычных кварков и лептонов, причем выполняются правила отбора (2.19). Иначе говоря, распад технибариона будет многочастичным:

$$\text{TB} \rightarrow 3\bar{q}_1 + 3\bar{q}_2 + 3\bar{q}_3 + \bar{l}_1 + \bar{l}_2 + \bar{l}_3 + \dots$$

где \bar{q}_i и \bar{l}_i — антикварки и антилептоны i -го поколения, многоточие обозначает W-бозоны, фотоны, $\bar{q}q$ -, $\bar{l}l$ -пары и т. д. Пертурбативное образование пары технибарион — антитехнибарион при достаточно больших M_{TB} должно приводить к довольно экзотическому событию: образованию большого количества лептонов и кварков (струй) с большими поперечными импульсами.

Рассмотренная здесь возможность быстрого аномального распада в модели техницвета не является, по-видимому, вполне реалистичной. Действительно, неравенство (6.6), при котором такой распад имеет место, может выполняться лишь при очень большом числе техницветов N_{TC} . Оценка для необходимого числа техницветов может быть получена следующим образом. Как уже отмечалось, $e_{\text{TC}} \propto N_{\text{TC}}^{-1/2}$, так что

$$\frac{e_{\text{TC}}^2}{e_c^2} \sim \frac{N_c}{N_{\text{TC}}}, \quad (6.7)$$

где $N_c = 3$ — число цветов в хромодинамике, e_c — константа Скирма в сильных взаимодействиях; согласно различным оценкам^{115, 116} $e_c = 3,2$ — 4,5. Используя (6.6) и (6.7), получаем

$$N_{\text{TC, crit}} \sim N_c \frac{e_c^2}{\pi \alpha_W \xi_{\text{crit}}} = 25 - 50.$$

Другой способ оценки основан на том, что $F_\Pi \propto N_{\text{TC}}^{1/2}$, $M_{\text{TB}} \propto N_{\text{TC}}$, так что

$$N_{\text{TC}} \approx N_c \left(\frac{M_{\text{TB}}/F_\Pi}{M_B/f_\Pi} \right)^2, \quad (6.8)$$

где M_b — масса нуклона, f_π — константа распада пиона. Из (6.8) следует оценка для критического значения числа техницветов, $N_{TC, \text{crit}} \sim 90$. В любом случае необходимое число техницветов является, по-видимому, слишком большим.

Вопрос о возможности построения реалистических моделей с тяжелыми частицами, способными испытывать быстрый аномальный распад с несохранением барионного и лептонного чисел, в настоящее время не решен. В частности, не ясно, могут ли испытывать такой распад элементарные фермионы, взаимодействующие с хиггсовским полем с большой юкавской константой. На последний вопрос ответ (положительный) имеется пока только в двумерной теории¹¹⁷.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в ряде моделей экстремальные внешние условия приводят к интенсивному несохранению барионного числа. В стандартной электрослабой теории характерный масштаб химических потенциалов, масс распадающихся частиц составляет величину порядка 10 ТэВ. Быстрым является несохранение фермионного числа при температурах ~ 100 ГэВ. В связи с этим возникает вопрос о возможности быстрого несохранения барионного числа в столкновениях обычных частиц при энергиях порядка десятков ТэВ. В настоящее время убедительного ответа на этот вопрос нет, хотя имеются некоторые аргументы⁴⁸ против этой возможности. Интерес к этому вопросу подогревается тем обстоятельством, что электрослабые процессы с несохранением барионного числа — это многочастичные реакции, для которых выполняются правила отбора (2.19); эти процессы приводили бы к весьма экзотическим событиям с десятками кварков и лептонов с большими поперечными импульсами в конечном состоянии.

Не исключено, что непертурбативные механизмы несохранения барионного числа не исчерпываются рассмотренными в этом обзоре. Динамика калибровочных теорий может оказаться гораздо богаче, чем это представляется сейчас.

Институт ядерных исследований
АН СССР

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pati J., Salam A.//Phys. Rev. Ser. D 1973. V. 8. P. 1240.
2. Georgi H., Glashow S. L.//Phys. Rev. Lett. 1974. V. 32. P. 438.
3. Langacker P.//Phys. Rep. 1981. V. 72. P. 185.
4. Ross G. G.//Rep. Prog. Phys. 1981. V. 44. P. 655.
5. Рубаков В. А., Шапошников М. Е.//Труды международной школы для молодых ученых по физике высоких энергий. — Дубна: ОИЯИ, 1982. — С. 5.
6. Кузьмин В. А.//Письма ЖЭТФ. 1970. Т. 13. С. 335.
7. Glashow S. L.//Harvard Univ. preprint HUTP-79/A059. — 1979.
8. Казарновский М. В., Кузьмин В. А., Четыркин К. Г., Шапошников М. Е.//Письма ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 88.
9. Mohapatra R., Marshak R. E.//Phys. Lett. Ser. B. 1980. V. 94. P. 183.
10. 't Hooft G.//Phys. Rev. Lett. 1976. V. 37. P. 8; Phys. Rev. Ser. D. 1976. V. 14. P. 3432.
11. Jackiw R., Rebbi C.//Phys. Rev. Lett. 1976. V. 37. P. 172.
12. Callan C. G., Dashen R. F., Gross D. J.//Phys. Lett. Ser. B. 1976. V. 63. P. 334.
13. Красников Н. В., Матвеев В. А., Рубаков В. А., Тавхелидзе А. Н., Токарев В. Ф.//ТМФ. 1980. Т. 45. С. 313.
14. Adler S.//Phys. Rev. 1969. V. 177. P. 2426.
15. Bell J. S., Jackiw R.//Nuovo Cimento, 1969. V. 51. P. 47.
16. Bardeen W. A.//Phys. Rev. 1969. V. 184. P. 1841.
17. Морозов А. Ю.//УФН. 1986. Т. 150. С. 337.
18. Рубаков В. А., Тавхелидзе А. Н.//ТМФ. 1985. Т. 65. С. 250; Phys. Lett. Ser. B. 1985. V. 165. P. 109.

12. Матвеев В. А., Рубаков В. А., Тавхелидзе А. Н., Токарев В. Ф.//ТМФ. 1986. Т. 68. С. 3.
13. Rubakov V. A.//Prog. Theor. Phys. 1986. V. 75. P. 366.
14. Матвеев В. А., Рубаков В. А., Тавхелидзе А. Н., Токарев В. Ф.//ТМФ. 1986. Т. 69. С. 3; Nucl. Phys. Ser. B 1987. V. 282. P. 700.
15. Kuzmin V. A., Rubakov V. A., Shaposhnikov M. E.//Phys. Lett. Ser. B. 1985. V. 155. P. 36.
16. Рубаков В. А.//Письма ЖЭТФ. 1985. Т. 41. С. 218.
17. Rubakov V. A.//Nucl. Phys. Ser. B 1985. V. 256. P. 509.
18. Ambjørn J., Rubakov V. A.//Ibidem. P. 434.
19. Rubakov V. A., Stern B. E., Tinyakov P. G.//Phys. Lett. Ser. B. 1985. V. 160. P. 292.
20. Петриашвили Г. Г., Штерн Б. Е.//ЯФ. 1987. Т. 49. С. 331.
21. 't Hooft G.//Nucl. Phys. Ser. B. 1974. V. 79. P. 276.
Поляков А. М.//Письма ЖЭТФ. 1974. Т. 20. С. 430.
22. Goddard P., Olive D. I.//Rep. Prog. Phys. 1978. V. 41. P. 1357.
Coleman S.//Proc. of Intern. School «Ettore Majorana»/Ed. A. Zichichi. — New York: Plenum Press, 1981.
23. Rubakov V. A.//Inst. Nucl. Res. preprint P-0211. — Moscow, 1981; Письма ЖЭТФ. 1981. Т. 33. С. 658.
24. Rubakov V. A.//Nucl. Phys. Ser. B. 1982. V. 203. P. 311.
25. Callan C. G.//Phys. Rev. Ser. D. 1982. V. 25. P. 2141; V. 26. P. 2058; Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 212. P. 391.
26. Alexeev E. N. et al.//Proc. of the 19th Intern. Conference on Cosmic Rays. — La Jolla, USA, 1985. — V. 5. P. 52.
27. Bezrukov L. B. et al.//Proc. of the 12th Intern. Conference «Neutrino-86». — Sendai Japan, 1986.
28. Сахаров А. Д.//Письма ЖЭТФ. 1967. Т. 5. С. 32.
29. Кузьмин В. А.//Ibidem. 1970. Т. 13. С. 335.
29. Ignatiev A. Yu., Krasnikov N. V., Kuzmin V. A., Tavkhelidze A. N.//Phys. Lett. Ser. B. 1978. V. 76. P. 436.
Yoshimura M.//Phys. Rev. Lett. 1978. V. 41. P. 281.
Weinberg S.//Ibidem. 1979. V. 42. P. 850.
30. Долгов А. Д., Зельдович Я. Б.//УФН. 1980. Т. 130. С. 559.
31. Шапошников М. Е.//Письма ЖЭТФ. 1986. Т. 44. С. 364.//Nucl. Phys. Ser. B. 1987. V. 287. P. 757.
32. Affleck I., Dine M.//Ibidem. 1985. V. 258. P. 361.
Linde A. D.//Phys. Lett. Ser. B. 1985. V. 160. P. 243.
Fikugita M., Rubakov V. A.//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 988.
33. Григорьев Д. Ю., Дерягин Д. В., Рубаков В. А.//Письма ЖЭТФ. 1986. Т. 44. С. 301.
Deryagin D. V., Grigoriev D. Yu., Rubakov V. A.//Phys. Lett. Ser. B. 1986. V. 178. P. 385.
34. Deryagin D. V., Grigoriev D. Yu., Rubakov V. A., Sazhin M. V.//Mod. Phys. Lett. Ser. A. 1986. V. 1. P. 593.
35. Lowenstein J. H., Swieca J. A.//Ann. of Phys. 1971. V. 68. P. 172.
Nielsen N. K., Schroer B.//Nucl. Phys. Ser. B. 1977. V. 120. P. 62; Phys. Lett. Ser. B. 1977. V. 66. P. 373.
36. а) Jасkiw R.//Rev. Mod. Phys. 1977. V. 49. P. 681.
б) Красников Н. В., Матвеев В. А., Тавхелидзе А. Н.//Физ. ЭЧАЯ. 1981. Т. 12. С. 100.
37. Раджараман Р. Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля. — М.: Мир, 1985.
38. Forgacs S., Horvath L., Palla F.//Phys. Rev. Lett. 1981. V. 39. P. 164.
Sathiapalan B., Tomaras T.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 224. P. 491.
39. Dashen R. F., Hasslacher B., Neveu A.//Phys. Rev. Ser. D. 1974. V. 10. P. 4138.
40. Boguta J.//Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. P. 148.
41. Burzlaff J.//Nucl. Phys. Ser. B. 1984. V. 233. P. 262.
42. Klinkhamer R. F., Manton N. S.//Phys. Rev. Ser. D. 1984. V. 30. P. 2212.
43. Peccei R., Quinn H.//Phys. Rev. Lett. 1977. V. 38. P. 1440.
44. Weinberg S.//Ibidem. 1978. V. 40. P. 223.
Wilczek F.//Ibidem. P. 279.
45. Belavin A. A., Polyakov A. M., Schwarz A. S., Tyupkin Yu. S.//Phys. Lett. Ser. B. 1975. V. 58. P. 85.
46. Witten E.//Phys. Lett. Ser. B. 1982. V. 117. P. 324.

47. Callan C. G., Dashen R. F., Gross D. J.//Phys. Rev. Ser. D. 1978. V. 17. P. 2717.
48. Christ N. H.//Ibidem. 1980. V. 21. P. 1591.
49. Nielsen H. B., Ninomiya M.//Phys. Lett. Ser. B. 1983. V. 130. P. 389.
Ambjørn J., Greensite J., Peterson C.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 221. P. 381.
50. Atiyah M. F., Patodi V., Singer I. M.//Bull. London Math. Soc. 1973. V. 5. P. 229.
51. Schwarz A. S.//Phys. Lett. Ser. B. 1977. V. 67. P. 172.
Brown L. S., Carlitz R. D., Lee C.//Phys. Rev. Ser. D. 1977. V. 16. P. 417.
Jackiw R., Rebbi C.//Ibidem. P. 1052.
Nielsen N. K., Schoer B.//Nucl. Phys. Ser. B. 1977. V. 127. P. 493.
52. Krasnikov N. V., Rubakov V. A., Tokarev V. F.//J. Phys. Ser. A. 1979. V. 12. P. 343.
53. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.//Квантовая механика: Нерелятивистская теория. — М.: Физматгиз, 1963.
54. Jackiw R., Rebbi C.//Phys. Rev. Ser. D. 1976. V. 13. P. 3398.
Hasenratz P., 't Hooft G.//Phys. Rev. Lett. 1976. V. 36. P. 1119.
55. Tamm I. E.//Zs. Phys. 1931. Bd 71. S. 141.
56. Dereli T., Swank J. H., Swank L. J.//Phys. Rev. Ser. D. 1975. V. 11. P. 3541.
57. Kazama Y., Yang C. N., Goldhaber A. S.//Ibidem. 1977. V. 15. P. 2287.
58. Biebl K. J.//Proc. of XVIth Intern. Symposium. — Ahrenshoop, 1982. — P. 106.
Marciano W. J., Muzinich I. J.//Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. P. 1035.
59. Itoh K., Kazama Y.//Phys. Lett. Ser. B. 1985. V. 155. P. 394. Nucl. Phys. Ser. B. 1986. V. 266. P. 559.
60. Rubakov V. A., Serebryakov M. S.//Ibidem. 1983. V. 218. P. 240.
61. Sen A.//Phys. Rev. Ser. D. 1983. V. 28. P. 876; Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. P. 1755.
Schellekens A. N.//Phys. Rev. Ser. D. 1984. V. 29. P. 2378.
62. Callan C. G., Das S.//Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 1155.
63. Kozakai H., Minakata H.//Nucl. Phys. Ser. B. 1985. V. 249. P. 200.
Серебряков М. С.//Препринт ИЯИ АН СССР П-0433. — Москва, 1985.
64. Kazama Y.//Prog. Theor. Phys. 1983. V. 70. P. 1166.
65. Dawson S., Schellekens A. N.//Phys. Rev. Ser. D. 1983. V. 28. P. 3125.
Seo K.//Phys. Lett. Ser. B. 1983. V. 126. P. 201.
Yan T. M.//Phys. Rev. Ser. D. 1983. V. 28. P. 1496.
Kazama Y., Sen A.//Nucl. Phys. Ser. B. 1984. V. 247. P. 190.
Polchinski J.//Ibidem. V. 242. P. 345.
Schmid C., Trugenberger C. A.//ETH preprint. — Zurich, 1984.
Bennet D. P.//Phys. Rev. Ser. D. 1985. V. 31. P. 2323.
66. Totsuka Y.//Proc. of Intern. Symposium on Lepton-Photon Interactions. — Kyoto, Japan, RIFP, 1985.
67. Bais F. A.//Phys. Rev. Ser. D. 1978. V. 18. P. 1206.
Daniel M., Lazarides G., Shafi Q.//Nucl. Phys. Ser. B. 1980. V. 170. P. 156.
Dokos C. P., Tomaras T. N.//Phys. Rev. Ser. D. 1980. V. 21. P. 2940.
68. Bais F. A., Ellis J., Nanopoulos D. V., Olive K.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 219. P. 189.
69. Rubakov V. A., Serebryakov M. S.//Ibidem. V. 237. P. 329.
70. Craigie N. S., Nahm W., Rubakov V. A.//Ibidem. 1984. V. 241. P. 274.
Craigie N. S., Nahm W.//Phys. Lett. Ser. B. 1984. V. 142. P. 64. V. 147. P. 127.
Craigie N. S., Nahm W., Narain K. S.//Ibidem. V. 148. P. 81.
71. Aralune J., Fukugita M.//Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. P. 1901.
72. a) Goebel C. J.//Proc. of Workshop «Monopole'83»/Ed. J.L. Stone. — New York: Plenum Press, 1983. — P. 333.
b) Bracci L., Fiorentini G.//Phys. Lett. Ser. B. 1983. V. 124. P. 493.
Olaussen K., Olsen H. A., Osland P., Øverbø I.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 228. P. 567.
73. Bernreuther W., Graigie N. S.//Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. P. 2555.
74. Тюкин Ю. С., Фатеев В. А., Шварц А. С.//Письма ЖЭТФ. 1975. Т. 21. С. 91.
Монастырский М. И., Переломов А. М.//Ibidem. С. 94.
75. Dawson S., Schellekens A. N.//Phys. Rev. Ser. D. 1983. V. 27. P. 2119.
Schellekens A. N.//Nucl. Phys. Ser. B. 1984. V. 246. P. 494.
76. Dawson S.//^{72a}. — P. 229.
77. Goldhaber A. S.//Proc. of 4th Workshop on Grand Unification/Eds H. A. Weldon, P. Langacker, P. J. Steinhardt. — New York: Birkhäuser, 1983.

78. Nair V. P.//Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 631.
Balachandran A. P., Schechter J.//Ibidem. P. 1418.
79. Kuzmin V. A., Shaposhnikov M. E.//Phys. Lett. Ser. B. 1983. V. 125. P. 449.
80. Sorkin R. D.//Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 87.
Gross D. J., Perry N.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 226. P. 29.
Bais F. A., Batenburg P.//Nucl. Phys. Ser. B. 1984. V. 245. P. 469.
81. Kobayashi M., Sugamoto A.//Prog. Theor. Phys. 1984. V. 72. P. 122.
Nelson P.//Nucl. Phys. Ser. B. 1984. V. 238. P. 638.
82. Ezawa Z. F., Iwazaki A.//Ibidem. V. 240. P. 271.
83. Bais F. A., Batenburg P.//Nucl. Phys. Ser. B. 1985. V. 253. P. 162.
84. Ellis J.//⁶⁶.
85. Nielsen N. K., Olesen P.//Phys. Lett. Ser. B. 1978. V. 79. P. 304.
86. Linde A. D.//Phys. Lett. Ser. B. 1979. V. 86. P. 39.
Криве И. В.//ЯФ. 1980. Т. 31. С. 1259.
87. Киржниц Д. А.//Письма ЖЭТФ. 1972. Т. 15. С. 745.
Kirzhnits D. A., Linde A. D.//Phys. Lett. Ser. B. 1972. V. 42. P. 471.
Dolan L., Jackiw R.//Phys. Rev. Ser. D. 1974. V. 9. P. 3320.
Weinberg S.//Ibidem. P. 3357.
88. Linde A. D.//Rep. Prog. Phys. 1979. V. 42. P. 389.
89. Langer J. S.//Ann. of Phys. 1969. V. 54. P. 258.
90. Linde A. D.//Phys. Lett. Ser. B. 1977. V. 70. P. 306.
91. Affleck I.//Phys. Rev. Lett. 1981. V. 46. P. 388.
92. Arnold P., McLerran L.//Phys. Rev. Ser. D. 1987. V. 36. P. 581.
93. Bochkaev A. I., Shaposhnikov M. E.//Mod. Phys. Lett. Ser. A. 1987. V. 2. P. 417.
94. Bochkaev A. I., Shaposhnikov M. E.//Ibidem. P. 991.
95. Linde A. D.//Phys. Lett. Ser. B. 1980. V. 96. P. 289.
96. Gross D. J., Pisarski R. D., Yaffe L.//Rev. Mod. Phys. 1981. V. 53. P. 43.
97. Kuzmin V. A., Rubakov V. A., Shaposhnikov M. E.//Phys. Lett. Ser. B. 1987. V. 191. P. 171.
Kuzmin V. A., Rubakov V. A., Shaposhnikov M. E.//Proc. of Intern. Seminar «Quarks-86». — 1986. — P. 262.
98. Kuzmin V. A., Shaposhnikov M. E.//Phys. Lett. Ser. B. 1981. V. 105. P. 163.
99. Fukugita M., Yanagida T.//Ibidem. 1986. V. 174. P. 45.
100. Linde A. D.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 216. P. 421.
101. Kalashnikov O. K., Klimov V. V., Casado E.//Phys. Lett. Ser. B. 1982. V. 114. P. 49.
Kalashnikov O. K.//Fortschr. Phys. 1984. Bd 32. S. 525.
102. Shaposhnikov M. E.//Niels Bohr Inst. preprint NBI-HE-87-36. — Copenhagen, 1987; Nucl. Phys. Ser. B. 1988. V. 299. P. 797.
103. Ambjørn J., Laursen M., Shaposhnikov M. E.//Phys. Lett. Ser. B. 1987. V. 197. P. 49.
104. Review of Particle Properties//Rev. Mod. Phys. 1984. V. 56. No. 2, pt. II.
105. Linde A. D.//Rep. Prog. Phys. 1984. V. 47. P. 925.
106. Coleman S., Weinberg E.//Phys. Rev. Ser. D. 1973. V. 7. P. 1888.
107. Linde A. D.//Phys. Lett. Ser. B. 1980. V. 92. P. 119.
108. Witten E.//Nucl. Phys. Ser. B. 1981. V. 177. P. 477.
109. Weinberg S.//Phys. Rev. Ser. D. 1976. V. 13. P. 974; 1979. V. 19. P. 1277.
Susskind L.//Ibidem. V. 20. P. 2619.
110. Farhi E., Susskind L.//Phys. Rep. 1981. V. 74. P. 277.
111. Skyrme T. H. R.//Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1961. V. 260. P. 127.
112. Фаддеев Л. Д.//Труды международной конференции по нелокальным теориям поля. Алушта, 1976. — Дубна, ОИЯИ, 1976.
Witten E.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 223. P. 433.
113. Witten E.//Ibidem. 1979. V. 160. P. 57.
114. D'Hoker E., Farhi E.//Phys. Lett. Ser. B. 1984. V. 134. P. 86.
115. Фейнман Р. Статистическая механика. — М.: Мир, 1978.
116. Adkins G. S., Nappi C. R., Witten E.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 228. P. 552.
117. Rubakov V. A.//Phys. Lett. Ser. B. 1984. V. 149. P. 204.
118. Петриашвили Г. Г. Препринт ИЯИ АН СССР П-0502. — Москва, 1987.