

ИЗ ИСТОРИИ ФИЗИКИ

53(092)

**«ЗОЛОТОЙ ВЕК ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»:
НАУЧНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ П. А. М. ДИРАКА
С 1924-го ПО 1933 год*)****Д. Мехра**

В июне 1968 г. на симпозиуме по современной физике в Триесте Поль Дирак представлял Вернера Гейзенберга, который читал одну из вечерних лекций в серии «Из жизни физики». Дирак сказал:

«У меня есть самые веские причины восхищаться Гейзенбергом. Он и я были молодыми аспирантами в одно и то же время, примерно одинакового возраста и работали над одной и той же проблемой. Гейзенберг достиг цели, а я потерпел неудачу. В то время была накоплена громадная масса спектроскопических данных, и Гейзенберг нашел верный способ их обработки. Тем самым он положил начало золотому веку теоретической физики, и в течение нескольких лет после этого любой посредственный студент мог легко делать первоклассные работы»¹.

В этой статье я расскажу об интеллектуальном фоне вокруг Дирака и его вкладов в теоретическую физику в 1924—1933 гг. В этот замечательный период научная деятельность Дирака, несмотря на его «приземленную» скромность, показывает, что он сам был одним из главных творцов золотого века теоретической физики.

1. ВОЗМУЖАНИЕ И ОБРАЗОВАНИЕ В БРИСТОЛЕ

8 августа 1902 г. в Бристоле, Англия, у Чарльза Адриена Ладисласа Дирака и его жены Флоренс Ханной Холтен родился сын Поль Адриен Морис Дирак. Он был вторым из их троих детей, у него были старший брат и младшая сестра. Его отец, швейцарец по рождению, уехал в Англию еще юношей и там женился. Отец преподавал французский язык в коммерческой средней школе в Бристоле, в школе, где Дирак также получил свое первоначальное образование. Дома Дирак следовал правилу, установленному от-

*) Mehra, Jagdish. «The Golden Age of Theoretical Physics»: P. A. M. Dirac's Scientific Work from 1924 to 1933//Aspects of Quantum Theory/Eds. A. Salam, E. P. Wigner.— Cambridge, England: Cambr. Univ. Press, 1972.— P. 17—59; Bibliography of P. A. M. Dirac//Ibidem.—P. XIII—XVI.—Перевод А. И. Ритуса.

Цифрами (без скобок) над строкой даны ссылки на примечания автора (помещены после основного текста; ряд переводов указан переводчиком), цифрами в квадратных скобках на строке (см. далее) указаны ссылки на список трудов П. А. М. Дирака, составленный Д. Мехрой (публикуется вслед за статьей). (Примеч. пер.)

© Перевод на русский язык, издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы, «Успехи физических наук», 1987

цом, — разговаривать с ним по-французски, чтобы учить этот язык. Всякий раз, когда Поль обнаруживал, что не сможет хорошо выразить свою мысль по-французски, он должен был молчать. Это довольно быстро привело к привычке молчать. В его доме не придавали достаточно большого значения необходимости социальных контактов. Поль был человеком, сосредоточенным на своем внутреннем мире, и часто в молчаливом одиночестве он предавался спокойному созерцанию природы.

Отец Дирака понимал важность хорошего образования и поощрял его к занятиям математикой. Коммерческая школа в Бристоле была очень хорошей школой, концентрировавшей обучение на естественных науках (математика, физика и химия, но без биологии), современных языках и в небольшом объеме на истории и географии. В противоположность большинству средних школ, латинский язык и классическая литература не входили в учебную программу; ученики, намеревавшиеся поступать в Оксфорд или Кембридж, где требовалось знание латинского языка, обычно изучали его индивидуально. Большинство учеников, поступавших в колледж после окончания этой школы, шли в Бристольский университет и занимались изучением естественных наук или инженерного искусства. Дираку не нравилась гуманитарная часть учебных программ и он считал удачей то, что ему довелось поступить в эту школу². Школа делила свои помещения с инженерным колледжем Бристольского университета, так что днем это была средняя школа, а вечером — технический колледж. Поэтому лабораторное оборудование колледжа было в распоряжении школы и Дирак даже приобрел некоторые практические навыки в обработке металлов. Занятия по физике состояли из трех часов лекций и одного практического занятия (во вторую половину дня) в неделю и курс охватывал учение о теплоте, оптику и акустику. Учитель химии Дирака придавал большое значение обучению химии современным методом и очень своевременно ввел в курс атомы и химические уравнения, используя сразу атомные веса, а не эквивалентные веса. По большинству предметов, которые включали также курсы английского, французского и немецкого языков, Поль не слишком сильно выделялся в классе, за исключением математики. Математика, которая больше всего интересовала Дирака, подразделялась на алгебру, геометрию и тригонометрию. Он улучшил и расширил свои знания, основательно проштудировав несколько книг, которые имелись в его распоряжении. По собственной инициативе он читал массу математической литературы более высокого уровня, чем остальные ученики в классе. Он довольно рано проработал книги по исчислению (Edwards) и геометрии (Hall and Knight). Даже современные методы неевклидовой геометрии были изучены в школьные годы. Старших учеников отослали на военные работы (1-я мировая война), их классы оставались пустыми и Дираку посчастливилось быть переведенным в более старший класс, чем соответствовавший его возрасту, и так продолжалось в течение всего обучения в средней школе; таким образом он получил благоприятную возможность довольно рано изучить предметы, особенно естественные науки.

Его старший брат изучал инженерное дело, и Поль собирался последовать его примеру. По окончании школы в возрасте шестнадцати лет, Дирак поступил на инженерный факультет Бристольского университета. Его учеба проходила в том же здании, что и прежде, и даже некоторые преподаватели были прежними. Один из них, Дэвид Робертсон, обучавший его в школе физике, теперь был его профессором электротехники. Робертсон преподавал и теоретические и практические дисциплины, и под его влиянием Дирак решил специализироваться по электротехнике. Робертсон был парализован вследствие полиомиелита и вынужден был передвигаться в кресле с колесами; он очень методично организовал свою жизнь и внушал своим студентам необходимость такой организации. Дирак узнал все об электрических цепях, а Робертсон делал вычисления таким путем, что выделялась математическая красота и элегантность. Достаточно интересно, что он преподавал не

электромагнитную теорию или электромагнитные волны, а главным образом тематику силовой электротехники. И все же именно от него Дирак узнал кое-что об исчислении Хевисайда при работе с линейными дифференциальными уравнениями. Особое значение придавалось не столько строгим доказательствам, сколько математическим правилам, с помощью которых можно получить верные результаты неким магическим путем.

Дирак также научился некоторым общим техническим приемам, таким как испытание материалов, вычисление напряжений в конструкциях и т. д. Вероятно, именно в процессе обучения этому у него впервые возникла идея дельта-функции. «Потому что, когда вы размышляете о нагрузках в инженерных конструкциях, иногда имеется распределенная нагрузка, а иногда — концентрированная. В этих двух случаях возникает несколько отличающихся дифференциальных уравнений. По существу, попытка объединить эти два случая приводит к дельта-функции»³. В то время Дирак не дал объединенной трактовки, но он подсознательно чувствовал необходимость сделать, это. Существенным было то, что из инженерных курсов он узнал, что приближения, с помощью которых приходилось описывать реальную ситуацию, могут также приводить к красивой и дающей удовлетворение математике. «До этого я думал, что любой вид приближения в действительности недопустим и следует все время сосредоточиваться именно на точных уравнениях. Затем я понял, что в реальном мире все наши уравнения являются лишь приближенными. Мы просто должны стремиться к большей и большей точности. Несмотря на то, что уравнения являются приближенными, они могут быть красивыми»³.

Математики Бристолья узнали о математических способностях Дирака по результатам его школьных экзаменов. Они надеялись, что он будет специализироваться по математике, и были очень разочарованы, когда он решил поступить на инженерный факультет⁴. Хотя ему очень нравилась математика и он хотел бы заниматься ею, он не знал, что можно зарабатывать на жизнь чистой наукой. Мысль о продолжении образования в области математики с тем, чтобы стать школьным учителем, не привлекала его. Он решил, что инженерное дело приведет к удовлетворительной карьере, но обнаружил, что он также не особенно пригоден для практической работы и во время учебы делал очень мало экспериментальных работ любого вида⁵.

В 1921 г. в возрасте девятнадцати лет Дирак окончил Бристольский университет с дипломом инженера-электрика. Отец послал его в Кембридж, чтобы попытаться получить стипендию и продолжить образование. Оказалось, что было слишком поздно, все стипендии уже были распределены; однако на основании результатов экзаменов ему предложили стипендию в 70 фунтов в год в колледже святого Джона. Эта сумма была недостаточна для его содержания в Кембридже и Дирак остался в Бристоле у родителей. Он всюду искал инженерную работу, но в это время была депрессия и он не смог ничего найти. Дэвид Робертсон посоветовал ему не ожидать работу со стороны, а самому заняться инженерной исследовательской работой и дал ему задание по стробоскопам. Однако несколько недель спустя математический факультет Бристольского университета предложил Дираку бесплатно обучаться математике, что он и делал в течение последующих двух лет. Курс математики в Бристольском университете обычно изучают три года, но с учетом его предыдущих занятий Дираку было разрешено опустить один год. В течение первого года Дирак изучал как чистую, так и прикладную математику, а на втором году он должен был специализироваться в одной из них. Студентами старшего курса математики были только Дирак и мисс Дент. Мисс Дент окончательно решила заниматься прикладной математикой, и для того, чтобы математическому факультету не пришлось читать два вида курсов, Дирак также решил специализироваться в прикладной математике. Таков был его путь назад в науку, и больше никогда он не искал инженерной работы. Выбор уже был им сделан.

В Бристоле Дирак попал под математическое влияние его преподавателей Петера Фрейзера и Х. Р. Хассе⁶. Хассе преподавал прикладную математику, Фрейзер читал лекции по чистой математике. Фрейзер познакомил его с представлениями о математической строгости и сделал предмет действительно притягательным. Кроме обучения проективной геометрии, которую Дирак находил очень интересной, Фрейзер дал строгие доказательства в дифференциальном и интегральном исчислениях. Это было новым познанием для Дирака, потому что он чувствовал и чувствует до сих пор, что, когда есть уверенность, что определенный метод дает верный результат, не нужно заботиться о математической строгости. Фрейзер придавал особое значение геометрическому подходу в математическом мышлении. Дирак по собственной инициативе много изучал алгебру, читал даже о кватернионах. Большинство людей обычно считают, что Дирак в своих работах продемонстрировал большие способности алгебраиста, но Дирак всегда утверждал, что его способ размышлений о физических проблемах в значительной степени «геометрический».

Еще будучи студентом инженерного факультета Дирак интересовался кроме математики и теорией относительности. К концу 1-й мировой войны в 1918 г. теория относительности произвела большое всеобщее возбуждение и газеты и журналы были полны статей о ней. В это время Дирак сам размышлял о пространстве и времени и о том, как они могут быть связаны. Он думал, что следовало бы одновременно повернуть пространственные и временную оси, но, так как в то время он знал только евклидово пространство, вынужден был оставить эту проблему. Еще в школьные годы в Бристоле Дирак посещал лекции философа К. Д. Броуда по теории относительности. Лекции Броуда были больше философскими, чем математическими; физическую точку зрения Дирак почерпнул из книги А. С. Эддингтона «Пространство, время и гравитация»⁷. Дирак самостоятельно изучил одновременно и специальную и общую теорию относительности, и его геометрическое мышление способствовало пониманию их идей.

В студенческие годы Дирак проявил также некоторый интерес к философии и логике. Он получил в библиотеке копию «Логики» Джона Стюарта Миллса и прочел ее от начала до конца. В то время он думал, что философия, возможно, важная наука, но позднее решил, что она «никогда не приведет к существенным открытиям. Она как раз вид размышлений об открытиях, которые уже сделаны»⁸.

В течение всего периода его возмужания и образования в Бристоле Дирак жил дома с родителями и, за исключением двух лет, когда он учился на математическом факультете, посещал школу и колледж в одном и том же здании. Дэвид Робертсон и Петер Фрейзер, которые высоко ценили его способности, время от времени приглашали его в свои дома. Во время учебы на инженерном факультете в 1920 г. Дирак работал в каникулы около двух месяцев на фабрике компании «British Thompson — Houston Works» в Перби. Он приобрел некоторый практический опыт работы, но не очень удовлетворительный. Это было его первое пребывание далеко от дома. После этого он отправился в Кембридж и стал через несколько лет одним из величайших мировых физиков.

2. АСПИРАНТ В КЕМБРИДЖЕ

Осенью 1923 г. Дирак прибыл в Кембридж для учёбы в аспирантуре. Субсидия Департамента научных и промышленных исследований для работ в области высшей математики, а также стипендия из фонда 1851 г., которой он добился двумя годами ранее, обеспечили материально учебу Дирака в Кембридже. Изучение математики в Бристоле у него шло успешно, но он не знал стандартов Кембриджа и еще не был уверен в том, что достаточно способен для обучения в этом университете.

Хотя Дирак был принят в колледж святого Джона, он не получил там жилья сразу, так как комнат в колледже было недостаточно. Частные квартиры, снимавшиеся им, часто были холодными, и он обычно работал в библиотеках. В Кембридже он мог пользоваться несколькими библиотеками: библиотекой Кембриджского философского общества, университетской библиотекой, библиотекой колледжа святого Джона и маленькой библиотекой в Кавендишской лаборатории. В этих библиотеках, особенно в Кавендишской, можно было все утро работать за столом без помех. Дирак нашел также, что библиотеки полезны потому, что он всегда полагался больше на самостоятельное чтение для получения точной и подробной информации, чем на лекции, где он просто схватывал общие идеи⁹.

Вначале в Кембридже он интенсивно изучал гамильтоновы методы. Он пользовался «Аналитической динамикой» Уиттекера¹⁰. В начале двадцатых годов в проблеме описания неперiodических движений очень многообещающими считались переменные действие — угол, поскольку ранее они с большим успехом были применены в теории Бора — Зоммерфельда для квантования кратнопериодических систем. В Бристоле Дирак даже не слышал о теории атома Бора, так как учился там на факультете математики и совершенно не общался с физиками; к тому же прикладная математика, которую он изучал, не выходила далеко за рамки теории потенциала и не включала боровскую теорию атома. Фактически у Дирака сложилось впечатление, что курсы математики в Кембридже были значительно продвинуты вперед по сравнению с курсами, которые он прослушал в Бристоле; не только уровень был выше, но рассматривались также и новые дисциплины, такие как термодинамика и статистическая механика Гиббса.

Дирак надеялся, что Э. Каннингэм, работавший в области теории электромагнетизма, будет его научным руководителем. Он знал его со времени экзаменов для получения стипендии в 1921 г., и Дирак думал, что теория электромагнетизма является темой, над которой он мог бы работать. По какой-то причине Каннингэм не мог его принять и его определили к Р. Г. Фаулеру. Дирак мог встречаться с Фаулером примерно раз в неделю и обсуждать с ним научные вопросы. В то время Фаулер интересовался атомной физикой и статистической механикой и он сразу же предложил Дираку работать над проблемой диссоциации в условиях температурного градиента, дав ему необходимую литературу для чтения и посоветовав, какие лекции ему следовало бы посещать. Именно на лекциях Фаулера по квантовой теории Дирак впервые узнал об атоме Бора; у Фаулера он также учился статистической механике, включая уравнение Больцмана. Последнее он ценил не очень высоко, потому что наиболее важное его понятие, член столкновений, «не объяснялось достаточно хорошо». Дирак предпочитал подход Гиббса. Во всяком случае, Дирак опубликовал статью по статистической механике в «Proceedings of the Royal Society», касающуюся условий статистического равновесия между атомами, электронами и излучением [4]. Она возникла из вопросов, которые Дирак считал наводящими на размышления, в лекциях Р. Г. Фаулера и Дж. Э. Джонса (который позже сменил свою фамилию на Ленард-Джонс, когда женился на мисс Ленард).

Как и все физики-теоретики, такие как Каннингэм и Ленард-Джонс, Фаулер работал на математическом факультете, в то время как физики-экспериментаторы работали на факультетах физики или экспериментальной философии. Административно чистая и прикладная математики были тесно связаны, а теоретическая физика входила в последнюю. Студенты, изучающие математику или теоретическую физику, в течение долгого времени проходили курс обучения вместе, специализируясь лишь на его самой последней стадии. Теория и эксперимент в физике были в значительной степени самостоятельными сферами в Кембридже. Однако близость Фаулера к Резерфорду влияла и на их студентов, и Дирак, например, мог посещать экспериментальные коллоквиумы в Кавендише. Там даже существовал $\nabla^2 V$ -клуб, который

состоял из теоретиков и экспериментаторов совместно. В Кавендише теоретики и экспериментаторы часто собирались вместе, чтобы послушать выдающихся докладчиков, таких как Нильс Бор. Разделение по специальностям касалось, по существу, студентов последнего курса, и именно Фаулер ликвидировал разрыв.

Влияние Фаулера было очень стимулирующим, и он был настоящим средоточием квантовой теории в Кембридже. Она очень волновала его, и его влияние было заразительным. Он часто посещал институт Нильса Бора в Копенгагене и приносил оттуда новости. В области эксперимента господствовал Резерфорд в Кавендише, где он стал преемником Дж. Дж. Томсона в 1919 г. С блестящими студентами и сотрудниками, такими как Дж. Чэдваик, Дж. Кокрофт, М. Олифант, Резерфорд придал Кавендишу новый размах и создал школу экспериментальной физики, которая в течение долгого времени далеко опережала теорию. Примечательно, что Поль Дирак, так хорошо знавший Резерфорда, никогда не делал работ по теории ядерных явлений.

Когда Дирак прибыл в Кембридж, сэр Дж. Дж. Томсон еще был там, и он иногда видел его в Кавендише. Более часто он все же видел сэра Джозефа Лармора, профессора Люкасовской кафедры математики в Кембридже. Эту должность впервые занимал Ньютон *), а Дирак унаследует ее от Лармора девять лет спустя после своего прибытия в Кембридж. Э. Каннингэм ознакомил Дирака с классической электромагнитной теорией, а Дж. Э. Ленард-Джонс более подробно познакомил его со статистической механикой. Э. А. Милн, работавший в области теории относительности и астрофизики, был научным руководителем Дирака в течение семестра, когда Фаулер уехал в Копенгаген. С его новыми знакомствами и познаниями, научный горизонт Дирака был сильно расширен уже в первый год в Кембридже.

Среди знаменитых людей, пребывавших в те дни в Кембридже, был Артур Эддингтон, который познакомил Англию с теорией относительности Эйнштейна. Эддингтон сменил сэра Джорджа Дарвина в качестве профессора Плюмианской кафедры астрономии и экспериментальной философии в 1913 г. В 1918 г. он подготовил для Физического общества «Доклад о релятивистской теории гравитации» и для того, чтобы проверить предсказания общей теории относительности Эйнштейна, он возглавил в 1919 г. успешную и знаменитую экспедицию по наблюдению солнечного затмения, которая произвела потрясающее воздействие на общественность. Эддингтон был известен благодаря его исследованиям внутренней структуры, движения и эволюции звезд. Дирак прочитал его книгу «Пространство, время и гравитация» в Бристоле, а его новая книга «Математическая теория относительности» вышла, когда Дирак прибыл в Кембридж ¹¹. Эддингтон оказал влияние на Дирака, а позднее сам подвергся влиянию Дирака, когда его волновое уравнение для электрона продемонстрировало, что теория относительности может быть включена в новую квантовую механику. Подобно Эйнштейну, Эддингтон занимался поисками единой теории, которая объяснила бы константу тонкой структуры и соотношения масс протона и электрона. Он стремился связать космологические величины, такие как радиус Вселенной, с квантовыми понятиями.

В Кембридже Дирак сохранил свой интерес к геометрии и уже вначале своего пребывания там овладел курсом Макса Ньюмана по геометрическим аспектам общей теории относительности. Он часто посещал субботние чаепития у Генри Бейкера, профессора Лаундинской кафедры астрономии и геометрии в Кембридже, собиравшие тех, кто очень любил геометрию, и Дирак вносил вклад в дискуссии ¹². В то время стало очень общепринятым работать с четырьмя измерениями и проективная геометрия предпочиталась метрической геометрии. Дирак держался в математике на том уровне, который был необходим для его собственных исследований.

*) Люкасовскую кафедру, организованную на средства Генри Люкаса, вначале занимал Барроу, Ньютон был вторым. (Примеч. пер.)

В целом характер и привычки Дирака в Кембридже не очень сильно изменились и его расписание осталось простым. В течение недели он обычно посещал четыре или пять лекций¹³. Свои научные проблемы он обсуждал, по крайней мере в начальный период, только с научным руководителем. Обычно он очень редко встречался с другими аспирантами, кроме как за обедом и вечером. Утро и вечер были посвящены научным занятиям, с короткой прогулкой после полудня. Время от времени его приглашали на чаепитие. Он читал очень мало литературы и никогда не ходил в театр¹². Он предпочитал уединение для работы и размышлений, часто отправляясь на длительные прогулки. Каждое воскресенье он обычно уходил гулять на весь день, взяв с собой что-нибудь перекусить⁸. Во время этих прогулок он обычно не думал намеренно о работе, хотя время от времени мог мысленно возвращаться к ней. Часто ему в голову приходили новые идеи, и именно на одной из таких длительных воскресных прогулок он сообразил, что коммутаторы могут соответствовать скобкам Пуассона в классической физике¹.

3. КРАТКИЙ СРОК ОБУЧЕНИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

Первые публикации Дирака — аспиранта относились к термодинамике и статистической механике, теории относительности и старой квантовой теории. Тематика, которую он выбирал, в некоторой степени отражала влияние его научных руководителей, Р. Г. Фаулера и Э. А. Милна. Фаулер заинтересовался статистической механикой и в 1922 г. вместе с Чарльзом Дарвином начал работу, касающуюся распределения энергии, и развил метод быстрого спуска. Он применил этот метод к ансамблям при равновесной диссоциации и доказал справедливость диссоциационной формулы М. Н. Сах¹⁴ для ионизации при высоких температурах¹⁴. Позднее он применил эту теорию к атмосфере звезд¹⁵. Дирак был его аспирантом еще только около шести месяцев, когда 3 марта 1924 г. его статья «Диссоциация при градиенте температуры» была представлена Фаулером в «Proceedings of the Cambridge Philosophical Society» [1]. Дирак исследовал проблему пространственного изменения диссоционного равновесия при наличии температурного градиента для газа, состоящего из молекул (скажем, водорода), которые могут «распадаться» на две одинаковые молекулы (атомарный водород). Рассмотрев уравнения кинетического равновесия, Дирак получил заметное изменение концентраций, когда между концами трубы, содержащей реагирующие компоненты, создается градиент температуры. Другая статья Дирака по статистическому равновесию, тематика которой навеяна лекциями Фаулера и Ленарда-Джонса, была представлена Резерфордом в «Proceedings of the Royal Society» [4]. В ней рассматривается детальное равновесие между атомами, электронами и излучением, что имеет астрофизическое приложение. Используя основное физическое предположение, что все атомные процессы обратимы, Дирак применил методы статистической механики и релятивистской кинематики, чтобы дать общую трактовку проблемы, которую Эйнштейн и Эренфест рассмотрели годом раньше¹⁶. Он сделал вывод, что температурная зависимость константы реакции следует изохоре Вант-Гоффа также и в релятивистских системах. Наконец, используя свою формулу, Дирак рассчитал ионизацию одноатомного газа при статистическом равновесии, получив как формулу Сах¹⁴, так и ее обобщение, сделанное Фаулером.

Когда Фаулер в течение семестра находился в Копенгагене и Дирак работал под руководством Милна, он написал две статьи. В первой из них, представленной Эддингтоном в «Philosophical Magazine» [2], Дирак рассмотрел вопрос, который лишь частично был решен в «Математической теории относительности» Эддингтона, а именно, об идентичности «кинематической» и «динамической» скорости одиночной частицы произвольной формы. Если кинематическая скорость частицы стремится к нулю, т. е. все пространственные координаты постоянны во времени, то все компоненты тензора энергии-

импульса T^{iv} , исключая T^{00} , непрерывны на поверхности трубки, занимаемой частицей. Следовательно, так как они исчезают внутри частицы, динамическая скорость также равна нулю.

Во второй статье, которую Милн направил в «Monthly Notices of the Royal Astronomical Society» в мае 1925 г., Дирак решал задачу комптоновского рассеяния на свободных электронах, движущихся в атмосферах звезд [6]. Комптон пытался объяснить наблюдаемое смещение линий поглощения к красному концу спектра вблизи края диска Солнца¹⁷. Теперь Дирак точно рассчитал эффект Допплера, вызванный тепловым движением электронов, и уменьшение средней длины волны рассеянного излучения, которое связано с тем, что падающее излучение более интенсивно для электронов, движущихся ему навстречу. Он пришел к заключению, что наблюдения невозможно объяснить таким способом¹⁸.

В трех статьях, опубликованных в «Proceedings of the Royal Society» и «Proceedings of the Cambridge Philosophical Society», Дирак имел дело с проблемами старой квантовой теории, которая вскоре была заменена новой механикой. В начале своей работы под руководством Фаулера Дирак узнал об атомной и квантовой теориях из книги Зоммерфельда «Строение атома и спектральные линии»¹⁹, и вскоре прочел большинство статей по квантовой теории в журналах, главными из которых в те дни были «Proceedings of the Royal Society», «Annalen der Physik» и «Zeitschrift für Physik». Около 1924 г. квантовая теория была в состоянии постоянного изменения и надвигающейся замены. Имелся ограниченно успешный метод квантования Бора — Зоммерфельда, который возник из обобщения первоначальных идей Бора и позволил до некоторой степени рассматривать системы со многими степенями свободы. В работе Зоммерфельда важную роль играла теория Гамильтона — Якоби, которую Дирак изучал по «Аналитической динамике» Уиттекера. Важными руководящими теоретическими принципами в те дни являлись адиабатическая теорема Эренфеста и принцип соответствия Бора, который, как считали многие, мог дать ключ к новой теории²⁰.

В начале 20-х годов Луи де Бройль опубликовал в «Comptes Rendus de l'Academie des Sciences» (Париж) свои первые статьи. В конце 1923 г. Фаулера убедили передать сообщение, подводющее итоги работы де Бройля, в журнал «Philosophical Magazine»²¹. Работа де Бройля имела дело с боровскими орбитами, статистической механикой и световыми квантами, которые он считал частицами с очень малой массой, и его главным результатом было предсказание волновых свойств у всех материальных частиц. Скорее всего Дирак читал статьи де Бройля, но он не ссылаясь на них²².

В своей первой статье, касающейся старой квантовой теории, Дирак пытался установить связь эффекта Допплера с боровским условием частот [3]. На основе гипотезы Эйнштейна о световых квантах и предположения, что условие частот Бора остается в силе для всех систем отсчета, Шрёдингер вывел «обобщенный» принцип Допплера, с помощью которого он мог определить частоту в новой системе отсчета²³. Исходя из результата Шрёдингера, Дирак упростил его выражение до вида обычной доплеровской формулы и дал новый ее вывод на основе релятивистского обобщения частоты как частотного вектора, пропорционального производной от фазового угла ϕ по пространственно-временной координате²⁴. Эта работа типична для ранних статей Дирака и отражает способ, с помощью которого он находил темы для своих исследований. Во время чтения он обнаруживал возможность улучшения некоторых результатов. Часто он брал широко обсуждавшуюся проблему из текущей литературы и путем критики и расширения трактовки ставил ее на более твердую основу, чем прежде. Это был единственный путь подхода к проблемам физики, который он в то время знал, и довольно удивительно, как быстро закончилось его обучение²⁵. Характерной особенностью его более поздних публикаций является добавление объемистых вводных частей, в которых он сообщал о том, что было сделано по данной проблеме раньше

как другими, так и им самим, причем он никогда не устал улучшать логический порядок представления. Это делалось как для помощи читателю, особенно если у него нет предварительного знакомства с темой статьи, так и для удовлетворения логических и эстетических потребностей самого Дирака.

В его заметке «Адиабатическая инвариантность квантовых интегралов» [5], первой из двух статей об адиабатическом принципе, Дирак исходил из основных результатов, полученных Дж. М. Бюргерсом, учеником Эренфеста, который показал, что из классических законов можно вывести инвариантность-квантовых интегралов при адиабатических изменениях²⁶. Единственным условием являлось отсутствие между частотами системы линейного соотношения с целыми коэффициентами; в противном случае количество степеней свободы могло быть уменьшено. Дирак впервые распространил уравнения Бюргерса для адиабатического движения на обычные адиабатические, т. е. бесконечно медленные и регулярные, изменения; затем он вывел общее условие для адиабатической инвариантности. Дирак получил очень простое условие, согласующееся с правилами отбора, при котором соответствующие квантовые интегралы были адиабатически инвариантны: отношение частот должно отличаться от отношения производных этих же частот по адиабатическому параметру. Его статья об адиабатических инвариантах показала, что Дирак в свой первый год в Кембридже добился большого успеха. Он научился обращаться с довольно сложными периодическими системами с помощью элегантных методов теории Гамильтона — Якоби²⁷. Во второй статье он исследовал влияние адиабатически меняющегося магнитного поля на атомную систему [7]. Магнитное поле воздействует на электрон с силой, которая зависит от его скорости, и изменение гамильтониана по сравнению с исходным гамильтонианом H_0 , дается формулой

$$H = H_0 + \frac{e}{2mc} |\mathbf{H}| p_\phi, \quad (1)$$

где p_ϕ — компонента суммарного момента импульса системы в направлении поля \mathbf{H} . Второй член является константой движения и квантовые интегралы остаются заданными теми же функциями координат и импульсов, однако импульс заменяется на

$$\mathbf{p} = m\dot{\mathbf{q}} - \frac{e}{c} \mathbf{A}, \quad \mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}. \quad (2)$$

Если поле \mathbf{H} адиабатически изменяется, то к гамильтониану добавится только небольшой член, обусловленный возникающим электрическим полем. Однако Дирак доказал также адиабатическую инвариантность по отношению к воздействию быстро меняющегося магнитного поля, которое симметрично относительно оси, проходящей через ядро атома.

Эти статьи Дирака до появления квантовой механики продемонстрировали его отчаянную попытку получить новую квантовую теорию с помощью адиабатической гипотезы. Он пытался также использовать переменные угол — действие для описания систем, которые не являются кратно-периодическими, таких как атом гелия. «В то время мне казалось, что это единственный путь, по которому можно было бы развивать квантовую теорию»¹². Даже когда вслед за работой Гейзенберга Дирак начал вносить вклад в новую теорию, некоторые из его старых концепций все еще не потеряли для него своей привлекательности. В немалой степени благодаря влиянию Фаулера проблемы квантовой теории довольно рано стали центральными среди интересов Дирака. Именно вопросы квантовой теории считали важными Фаулер, Резерфорд и их тесно связанные группы-учеников. Квантовые проблемы часто обсуждались в математических обществах различных колледжей Кембриджа и в академических клубах, таких, как $\nabla^2 V$ -клуб и Клуб Капичи²⁸. Ранние статьи Дирака отражают его совершенное знакомство с континентальными работами по квантовой теории и по всему, что считалось важным, особенно в Копенгагене.

Вначале Фаулер вынужден было оказывать давление на Дирака, заставляя его подробно описывать свои работы для публикации. Дираку было трудно подбирать слова и он начинал составлять два или три черновика очень необработанных заметок, пока не был удовлетворен. Удивительно, что именно из-за первоначального нежелания писать Дирак усовершенствовал свой четкий и немногословный стиль сообщений до эталона лингвистической и технической точности. Он всегда, перед тем как писать, довольно хорошо разрабатывал свои идеи в уме, делая в процессе написания лишь окончательные изменения. Он обычно не обсуждал свои результаты и никому не показывал их до тех пор, пока они окончательно не сформировались у него в голове и не были подробно описаны. А после этого ему не нравились изменения!²⁹ Обычно Фаулер советовал ему, куда послать его статьи, причем наиболее важные направлялись в «*Proceedings of the Royal Society*». Журнал «*Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*» имел хорошую репутацию и большой круг читателей и Дирак публиковал статьи также в нем. Кроме того, Дирак занимался многочисленными проблемами, не делая по ним публикаций³⁰.

Позднее, когда П. Капица и Дирак стали близкими друзьями, Капица убедил его взяться за экспериментальную работу. У Дирака была идея, что для разделения изотопов можно применить вращение газов с большой скоростью. Используя свою установку, Дирак получил «незначительную степень разделения», но обнаружил при этом процессе «тепловой» эффект. Когда газ прокачивался через трубу, которая разветвлялась на две другие, то его струи, выходящие из этих двух труб, имели существенно различные температуры. Этот эффект связан с вязкостью газа, благодаря которой в первой трубе энергия передается от внутренних слоев газа к внешним слоям, и подходящим расположением двух других труб можно отделить слои газа с различными температурами. Работа по разделению изотопов прекратилась, когда Капица вернулся в Россию в 1934 г., так как без него у Дирака не хватило энтузиазма продолжать дело. Затем эта работа не проводилась вплоть до второй мировой войны, когда ее идея была воплощена в несколько модифицированной установке в Оксфорде. Даже тогда это не было сделано в полном масштабе, так как метод не мог конкурировать с диффузионным разделением изотопов.

Совместная статья Дирака и Капицы [36] касается другого эксперимента, который они пытались провести. Они рассмотрели теоретическую возможность дифракции электронов на решетке из стоячих световых волн, но их эксперимент нельзя было выполнить, с непрерывными источниками света, имеющими слишком малую интенсивность, и они предложили использовать в качестве источника света интенсивную ртутную дугу*). Однако Дирак никогда больше не продолжал работу над этим экспериментом; эксперимент по разделению изотопов остался его единственной экспериментальной работой и одновременно его единственной работой, теоретической или экспериментальной, которая имеет какую-то связь с ядерной физикой.

4. КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

28 июля 1925 г. В. Гейзенберг говорил о джунглях проблем старой квантовой теории на семинаре, озаглавленном «Зоология термов и зеемановская ботаника» на девяносто четвертом заседании клуба Капицы в Кембридже. В частных беседах Гейзенберг также объяснил свои идеи и результаты по квантовой механике, которые он получил несколькими неделями ранее своего появления в Кембридже и которые содержались в его готовой к выходу статье «Квантотеоретический пересмотр кинематических и механических соотношений»³¹. Фаулер скорее всего был на семинаре Гейзенберга и просил

*) Фримен Дайсон указал мне, что недавно эффект Дирака — Капицы наблюдался с применением лазерного источника света.

его прислать корректуру его статьи. В этой статье, которая заложила фундамент квантовой механики, Гейзенберг вывел новое правило квантования, рассмотрев только те величины, которые могут быть «контролируемы в принципе», т. е. могут быть измерены; в качестве таковых он рассмотрел коэффициенты Фурье, описывающие положение и соответствующий импульс периодической (кратно-периодической) системы. Расположив эти коэффициенты в квадратную таблицу и применив правило сумм Томаса — Куна, Гейзенберг вывел формальное правило умножения. С помощью его он вычислил энергетические состояния гармонического и слабоангармонического осциллятора, а также ротатора, и обеспечил фундаментальную основу различным успешно применяемым правилам, которые были получены ранее путем догадок из спектроскопических данных.

Скорее всего Дирак присутствовал на семинаре Гейзенберга, а неделей позже он сам был докладчиком в Клубе Капицы. «Я ничего не слышал о матрицах Гейзенберга до тех пор, пока не взял копию корректуры от Фаулера». Фаулер получил листы корректуры статьи Гейзенберга в начале сентября 1925 г., нашел ее интересной, но у него возникли некоторые сомнения и он хотел узнать мнение Дирака о ней. Дирак говорит: «Я часто пытался воскресить мое первое впечатление [о статье Гейзенберга], но не могу вспомнить, каково оно было. Я полагаю, это было именно некое несоответствие между этим и гамильтоновым формализмом. Я тогда был настолько под впечатлением о формализме Гамильтона как об основе атомной физики, что думал, что все, не связанное с ним, не может быть достаточно верным. Я думал, что в ней [статье Гейзенберга] содержится мало существенного и отложил ее на неделю или около того»^{3,8}. Сначала у Дирака возникло впечатление, что Гейзенберг сохранил больше старой теоретической структуры, чем это было сделано в действительности. Однако «я снова вернулся к ней [статье Гейзенберга] позднее, и внезапно мне стало ясно, что это первоклассная вещь»^{3,8}. Идея Гейзенберга давала ключ ко «всей тайне». В течение следующих недель Дирак пытался связать матрицы Гейзенберга с переменными действие—угол теории Гамильтона — Якоби.

«Я интенсивно работал над этим, начиная с сентября 1925 г. Я думаю, прошло несколько недель, пока я не ухватился за идею скобок Пуассона. В течение длительной прогулки в воскресенье мне пришло в голову, что коммутатор мог бы быть аналогом скобок Пуассона, но тогда я не очень хорошо знал, что такое скобки Пуассона. Я просто читал немного о них и забыл большинство из того, что прочел. Я хотел проверить эту идею, но не мог этого сделать, так как дома не было никакой книги, в которой излагались бы скобки Пуассона, а все библиотеки были закрыты. Итак, я был вынужден только нетерпеливо ждать до утра понедельника, когда библиотеки будут открыты и можно будет проверить, что такое на самом деле скобки Пуассона. Затем я обнаружил, что они действительно могут соответствовать, но у меня была одна ночь нетерпеливого ожидания»¹.

Выяснение Дираком соотношения между гейзенберговскими переменными и классическими переменными сразу сделало вид формулировок более классическим и в то же время оно очень ясно выделило тот тонкий момент, в котором переформулировка должна приводить к расхождению с классической теорией. Из квантовых условий, выраженных через угловые переменные, Дирак нашел соответствие коммутационных скобок Гейзенберга и классических скобок Пуассона для переменных X и Y :

$$XY - YX = i\hbar \sum_r \left\{ \frac{\partial X}{\partial q_r} \frac{\partial Y}{\partial p_r} - \frac{\partial Y}{\partial q_r} \frac{\partial X}{\partial p_r} \right\}, \quad (3)$$

где q_r и p_r могут рассматриваться как переменные угол — действие ω_r и J_r *). Теперь Дирак благополучно вернулся на основу гамильтониана и

*) Р. Пайерлс обобщил квантовые скобки Пуассона для применения в негамильтоновых полевых теориях (Proc. Roy. Soc., London. Ser. A. 1952. V. 214. P. 143).

показал свои новые результаты Фаулеру, который вполне оценил их важность. Фаулер знал, что происходило в Копенгагене и Геттингене и понял, что предстояла конкуренция с этими группами. Он решил, что результаты, полученные в этой области в Англии, следует сразу опубликовать, и убедил «Proceedings of the Royal Society» немедленно дать приоритет публикации статьи Дирака «Фундаментальные уравнения квантовой механики» [8].

В своей фундаментальной статье Дирак сначала дал обзор идей Гейзенберга, упростив математику и сделав ее более элегантно, до известной степени подобно тому, что сделали независимо Бор и Иордан. Он развил квантовую алгебру, введя сумму и произведение двух величин, обратную величину и квадратный корень. Обратившись к «квантовому дифференцированию», Дирак получил соотношение между производной от произвольной величины и ее коммутатором с другой величиной. Это дало ему ключ к соотношению квантового коммутатора с классической теорией, выражаемому уравнением (3). Теперь он мог применить весь аппарат классической теории, особенно приняв без доказательства, что коммутаторы соответствуют уравнениям движения. «Соответствие между квантовой и классической теориями лежит не столько в согласии в пределе, когда $\hbar \rightarrow 0$, сколько в том факте, что математические операции в этих двух теориях подчиняются во многих случаях тем же законам»³². Он непосредственно вывел правила квантования Гейзенберга и получил канонические уравнения движения для квантовых систем. Наконец, в той же статье Дирак ввел самый первый вид операторов рождения и уничтожения, указав их аналоги в классической теории.

Несколько недель спустя за этой статьей быстро последовала другая статья Дирака [9]. В ней он изложил алгебраические законы, которым подчиняются динамические переменные, алгебру «q-чисел», как он теперь назвал динамические переменные, которые удовлетворяют всем правилам для обычных чисел за исключением того, что их произведение не обязательно коммутативно. Некоммутативность произведения приводит к некоторым трудностям, например, при определении производной. Чтобы связать q-числа с результатами экспериментов, необходимо представить их при помощи c-чисел (обычные числа). Например, q-число X следует представить членами ряда Фурье $x(n, m) \exp[i\omega(n, m)t]$, где $x(n, m)$ и $\omega(n, m)$ — c-числа³³. С помощью скобок Пуассона для более общих коммутаторов Дирак сделал дальнейшие выводы и определил условия, при которых набор переменных является каноническим. Любой набор канонических переменных Q и P связан с другим набором некоторым преобразованием, но в то время он не придавал большого значения этому преобразованию. Он дал подробные теоремы для операций с q-числами и применил полученные им правила к кратно-периодическим системам в близкой аналогии со старыми квантовыми правилами.

Целью Дирака было применение его схемы к атому водорода. Он написал гамильтониан для водорода, просто заменив переменные координаты и импульса в классическом гамильтониане q-числами, и приступил к получению формулы Бальмера. Эта статья была важным шагом вперед, потому что она показала, что можно работать с формальной схемой, развитой Дираком ранее, получая результаты, которые тесно связаны с экспериментами. Дирак не продвинулся так далеко, как Паули, в завершении вычислений по атому водорода, но это было не так необходимо, потому что это можно было сделать, следуя направлению, указанному Паули; Дирак видел обзор работ Паули и ссылаясь на него в примечании к своей статье³⁴. Дирак использовал пример атома водорода, чтобы подчеркнуть взаимную связь и различие между классической и квантовой теориями; без этого приложения его работа казалась бы несколько формальной и символической.

В своей следующей статье, представленной на рассмотрение в конце марта 1926 г., Дирак еще глубже занимается вопросом динамических переменных в квантовой теории [10]. Это был тот же самый вопрос, который был задан после работы Бора об атоме водорода, и лишь несколько намеков на

ответ предлагалось в работах Зоммерфельда, Эйнштейна, Планка, Шварцшильда, Эпштейна и Эренфеста в следующее десятилетие³⁵. Вопрос был такой: каковы независимые канонические переменные, когда необходимо рассмотреть атомную систему с несколькими электронами в поле центральных сил? Дирак разрабатывал эту проблему в близкой аналогии с соответствующей классической проблемой, выражая «геометрические» соотношения, удовлетворяющиеся классическими переменными, в аналитическом виде и получая затем квантовые переменные, которые удовлетворяют тем же самым алгебраическим соотношениям, заменив, конечно, классические скобки Пуассона квантовыми скобками³⁶. Из его вычислений можно было получить различные особенности расщепления и интенсивности спектральных линий в магнитном поле (включая аномальный эффект Зеемана) в соответствии с экспериментом.

В заметке, доложенной Кембриджскому Философскому обществу 26 июня 1926 г., Дирак резюмировал свойства функций от q -чисел [13]. В те дни некоммутативная алгебра являлась странной идеей, хотя так не должно было быть, поскольку кватернионы уже существовали в течение долгого времени и матричное исчисление, конечно в математике, широко использовалось. Вначале сам Дирак не совсем понял, что его алгебра q -чисел в точности эквивалентна матричной алгебре. В конце концов ему не слишком нравилась матричная алгебра Гейзенберга. Метод q -чисел казался Дираку отличным от правил Гейзенберга, использованных в его первой статье, также как и от подхода Борна и Иордана, применивших представления матрицами, взяв сами матрицы за основу. Он понял, что наиболее важной вещью была некоммутативность, которая вначале очень беспокоила Гейзенберга³⁷. Математики, конечно, знали о матричных сложностях, также как и об обобщенной концепции линейных операторов. Теория последних была развита главным образом Д. Гильбертом, но Дирак независимо переоткрыл те ее аспекты, которые были ему необходимы для работы. Математики стремились получить наивысшие стандарты строгости и очень заботились об обстоятельных теоремах сходимости и существования — вещах, которые не очень привлекали Дирака. Замечательно то, что Дирак следовал своим собственным математическим путем совершенно независимо. Он начал с теории Гамильтона — Якоби с переменными действие — угол и увидел, что основанные на ней попытки не ведут к удовлетворительному решению атомных проблем. Следовало ввести новое правило, которое он нашел в концепции q -чисел и их алгебры. «Я мог бы обратиться к алгебре, если бы у меня были основные идеи. Но для получения новых основных идей я работал геометрически. Как только идеи устанавливались, можно было выразить их в алгебраическом виде и приниматься за вывод следствий»³⁸. В теории водородного спектра работа «геометрически» означала, что задавшись схемой «действия» и классической проблемой, можно обратиться к квантовой проблеме заменой обычных s -чисел q -числами.

Из этой последовательности статей легко видеть, что Дирак работал очень упорно и с большой сосредоточенностью. В 1926 г., в течение этого периода удивительной творческой способности, Дирак также закончил свою диссертацию доктора философии в Кембридже о принципах квантовой механики [12]³⁸. Он сделал доклады о новой теории, в том числе в клубе Капицы и $\nabla^2 V$ -клубе, в который он был избран, и пришел к заключению, что легче и более поучительно говорить о вещах, которые только что узнал, «чем после ряда лет, поскольку ты еще помнишь, где имеются трудности».

5. ЗАВЕРШЕНИЕ СХЕМЫ

Статья Шрёдингера «Квантование как проблема собственных значений», первая из серии статей, которые последовали быстрым непрерывным рядом, устанавливая костяк волновой механики, была получена издателем «Annalen

der Physik» 27 января 1926 г.³⁹ Шрёдингер построил теорию, которая, на первый взгляд, казалась совершенно отличной от схем, развитых в Гёттингене и Кембридже. В его теории, основанной на идеях де Бройля, использовалась волновая функция, для которой он написал линейное уравнение, наложив определенные граничные условия. Шрёдингер достиг цели, сделав вычисление спектра водорода примерно на трех страницах. Знаменитые физики в Берлине — Планк, Эйнштейн и Макс фон Лауэ — были очень обрадованы работой Шрёдингера, так как в ней всюду можно было использовать непрерывные функции и не нужно было полагаться на «неприятную и некрасивую» матричную механику и «запутанную», и явно «внутренне противоречивую» философию Н. Бора. Кроме того, вычисления Шрёдингера давали естественную интерпретацию на языке классических понятий, без которых пыталась обойтись группа из Гёттингена. Однако чуть позже Шрёдингер сам представил доказательство того, что матричные уравнения Гейзенберга могут быть заменены его дифференциальными уравнениями, показав эквивалентность этих двух схем по отношению к результатам, которые они дают.

Так как Дирак развил свою собственную «хорошую схему» и продолжал работать над ее следствиями, он «задержался» с чтением первой статьи Шрёдингера. Когда он, наконец, изучил ее, то был немного раздражен, так как вынужден был узнать о другом методе, который, очевидно, также хорошо работает. Однако, в противоположность теоретикам Гёттингена, первое впечатление которых было, что волновая функция Шрёдингера не может иметь никакого реального физического смысла, у Дирака не было никакого «философского» предубеждения против нее⁴⁰. Написав «Теорию квантовой механики» в августе 1926 г. [14], Дирак сослался на работу Шрёдингера. Сначала он упомянул результаты, которые получил ранее в попытке решить проблему многих электронов [10]. Там возникала трудность при нахождении подходящего набора «единообразных» динамических переменных; это было связано с существованием явления обмена, отмеченного впервые Гейзенбергом и возникающего из-за того, что электроны неотличимы друг от друга⁴¹.

Как это было для него характерно, сначала Дирак придал теории Шрёдингера новый вид в своих собственных обозначениях. Он отметил тот факт, что, точно так же как можно считать p и q динамическими переменными, так следует рассматривать и отрицательную энергию $-E$ и время в качестве переменных, соответствующих дифференциальным соотношениям

$$p_r = -i\hbar \frac{\partial}{\partial q_r} \quad \text{и} \quad -E = -i\hbar \frac{\partial}{\partial t}. \quad (4)$$

Несколько месяцев ранее он уже сделал этот шаг в статье «Релятивистская квантовая механика с приложением к комптоновскому рассеянию», где он говорил о «квантовом времени» с точки зрения введения относительности в квантовую механику [11]⁴². Из уравнения (4) он вывел два следствия: во-первых, только целые рациональные функции E и p имеют смысл; во-вторых, нельзя, вообще говоря, умножать уравнение, содержащее компоненты p и E , на множитель справа. Затем Дирак переписал уравнение Шрёдингера в виде

$$F(q_r, p_r, t, E)\psi = [H(q_r, p_r, t) - E]\psi = 0, \quad (5)$$

отметив, что первоначальная квантовая механика Гейзенберга следует из специального выбора собственных функций.

В разделе 4 той же статьи [14], касающейся уравнения Шрёдингера, Дирак сделал другой очень важный вклад, дав общее рассмотрение систем, содержащих несколько одинаковых частиц. Дирак указал, что если имеется система, скажем, с двумя электронами, и рассматриваются два состояния (mn) или, более точно, ($m(1), n(2)$) и ($m(2), n(1)$), которые отличаются лишь

тем, что во втором состоянии два электрона обменялись местами, то, в соответствии с его и Гейзенберга схемами, следует считать эти два состояния за одно и то же⁴³. Однако с такой процедурой подсчета нелегко описать функции, которые являются антисимметричными по координатам электронов. Общее выражение для собственной функции двух частиц есть

$$\psi_{mn} = a_{mn}\psi_m(1)\psi_n(2) + b_{mn}\psi_m(2)\psi_n(1). \quad (6)$$

Существует, однако, только две возможности для коэффициентов a и b : или

$$a_{mn} = b_{mn}, \text{ симметричный случай (статистика Бозе — Эйнштейна),} \quad (7)$$

или

$$a_{mn} = -b_{mn}, \text{ антисимметричный случай (статистика Ферми — Дирака).} \quad (8)$$

Последний случай следует из принципа запрета Паули, который выполняется для электронов⁴⁴. Затем он рассмотрел газы из свободных частиц в объеме V , подчиняющихся или статистике Бозе — Эйнштейна, или статистике, выводимой из принципа запрета. Для числа частиц N_s в s -м состоянии (имеющих одну и ту же энергию E_s), он получил

$$N_s = \frac{A_s}{\exp[(\alpha + E_s)/kT] + 1},$$

где

$$A_s = 2\pi V (2m)^{3/2} E_s^{1/2} \frac{dE_s}{(2\pi\hbar)^3} \quad (9)$$

и α связано с плотностью.

Осознанию Дираком новой статистики предшествовала работа Э. Ферми, который получил те же результаты на несколько месяцев раньше⁴⁵. «Я прочитал статью Ферми о статистике Ферми и полностью ее забыл. Когда я написал мою работу об антисимметричных волновых функциях, я просто вовсе не сослался на нее. Затем Ферми написал и сообщил мне и я вспомнил, что ранее читал об этом»³. В то время, когда Дирак читал статью Ферми, она не показалась ему важной и он совсем забыл о ней. Через несколько месяцев он заново открыл этот результат, и новая статистика с тех пор называется «статистикой Ферми — Дирака». В своей работе Дирак пошел дальше Ферми и связал «обе статистики со свойствами симметрии собственных функций». Это был наиболее важный вопрос, который следовало разрешить при более глубоком рассмотрении проблемы одинаковых, частиц. Дирак не размышлял о статистике до тех пор, пока эта проблема не стала «в значительной степени сама собой напрашивающейся» для него. Однако когда он обнаружил эту проблему, то немедленно нашел решение. Во всем этом шрёдингеровская функция, очевидно, сильно помогла ему и автоматически заставила рассмотреть свойства симметрии функции, описывающей несколько одинаковых частиц. Другой важный фактор в его новых соображениях, принцип запрета, также совсем не интересовал его прежде, но, когда он вынужден был решать вопрос, является ли функция симметричной или антисимметричной при обмене координат двух электронов, он вспомнил правило Паули.

Продолжив еще дальше свою удивительную статью [14], Дирак независимо от Шрёдингера разработал зависящую от времени теорию возмущений волновой механики⁴⁶. Он применил ее к атомной системе, рассматривая поле излучения как возмущение, вывел формулу Эйнштейна для индуцированного излучения и показал, что коэффициент индуцированного испускания равен коэффициенту поглощения. Он указал, что для вычисления спон-

тайной эмиссии требуются более подробные сведения о структуре излучающей системы.

Дирак применил подход Шрёдингера для расчета эффекта Комптона и вывел выражение для его интенсивности, которое было главным результатом его предыдущей статьи [11], более прямым способом [15]. Проблема была существенно релятивистской, и он преобразовал координаты x_1 , x_2 , x_3 и t с помощью линейного канонического преобразования, которое, за исключением знаменателя, идентично преобразованию Лоренца. С помощью разделения переменных он решил волновое уравнение в новых координатах, показав, что частота и интенсивность рассеянного излучения меньше, чем дает классическая теория. Дирак работал над этими проблемами в течение нескольких лет. Он достиг момента, где его метод униформизации переменных, который он взял из классической механики, казалось, терпел неудачу. Как раз в этот момент он натолкнулся на работу Шрёдингера, которая дала ему ключ к решению. Шрёдингер также дал доказательство эквивалентности своей схемы волновой механики и квантовомеханической схемы, развитой в Гёттингене и Кембридже. Дирак несколько раз имел основание и случай выразить свою признательность Шрёдингеру⁴⁷.

Что же теперь оставалось делать, кроме применения этих новых схем к конкретным задачам? В действительности там оставалось сделать еще многое, и Дирак делал это. Гейзенберг в своей знаменитой статье «Об anschaulichen» (наглядном) содержании квантотеоретической кинематики и механики», в которой он ввел соотношения неопределенностей, исходил не из шрёдингеровского метода с волновыми пакетами, который является наиболее простым и непосредственным способом, а использовал теорию преобразований Дирака и Иордана, показывая таким образом, что теория преобразований принадлежит к наиболее прочным основаниям квантовой теории.

Канонические преобразования уже играли важную роль в формулировках матричной и q-числовой механики. В матричной механике эти преобразования были введены в статье Борна, Гейзенберга и Иордана, «статье троих», в которой они также рассмотрели матрицу преобразования возмущенной системы. Иордан, кроме того, развил теорию преобразования бесконечных матриц, доказав, что всякое каноническое преобразование, которое оставляет инвариантными коммутационные соотношения, можно записать в виде

$$P = SpS^{-1}, \quad Q = SqS^{-1}, \quad (10)$$

где p , q есть старые, а P , Q — новые динамические переменные⁴⁸.

Подход Дирака к теории преобразований, включая переменные действие — угол, начался в конце 1925 г. Скоро после этого он обратился к уравнению Шрёдингера. «После того, как люди установили эквивалентность матричной и волновой теорий, я просто изучил их работу и пытался усовершенствовать ее способом, который я ранее несколько раз применял. Я думаю, теория преобразований появилась из этого»³. Дирак дал описание своей «игры с уравнениями» в статье «Физическая интерпретация квантовой динамики» [16] на двадцати одной странице. Во введении он объяснил, что он понимает под физической интерпретацией. Он обратился к вопросам, на которые могли бы ответить квантовомеханические схемы, и к физической информации, которая может быть получена из них. Для того чтобы это сделать, указывал он, необходимо было обобщить теорию матричных представлений, в которой строки и столбцы относятся к произвольному набору констант интегрирования, которые коммутируют, включив «непрерывно меняющиеся» константы, и это его соображение можно рассматривать как развитие работы К. Ланцоша⁴⁹.

Принципиальным шагом Дирака было введение в качестве математического инструмента δ -функции⁵⁰. δ -функция, которая полагается равной нулю всюду в области определения, за исключением точки $x = 0$, помогла выразить формулами матрицы с непрерывными индексами и их преобразования.

Она определяется формулами

$$\begin{aligned} \int \delta(\alpha' - \alpha'') Y(\alpha'', \alpha'') d\alpha'' &= Y(\alpha', \alpha''), \\ \int \delta'(\alpha' - \alpha'') Y(\alpha'', \alpha'') d\alpha'' &= \frac{\partial Y(\alpha', \alpha'')}{\partial \alpha'}. \end{aligned} \quad (11)$$

С помощью **δ -функции** Дирак смог написать формулы преобразований для переменных с непрерывным спектром. Поскольку из квантовой теории следует, что сопряженные переменные, такие как матрица координаты q ($q'q''$) и соответствующая матрица импульса p ($q'q''$), не коммутируют, он должен был просто использовать равенства

$$q(q'q'') = q' \delta(q' - q'') \quad (12)$$

и

$$p(q'q'') = -i\hbar \delta'(q' - q'').$$

В матричной схеме Гейзенберга, Борна и Иордана преобразование должно привести гамильтониан к главным осям, т. е. диагонализировать его, или

$$S^{-1}HS = E, \text{ где } E \text{ диагональна.} \quad (13)$$

На новом языке это уравнение означает

$$H\left(q, -i\hbar \frac{\partial}{\partial q}\right) S_E(q) = ES_E(q). \quad (14)$$

Здесь $S_E(q)$ обозначает матрицу преобразования, которое приводит гамильтониан к главным осям и в то же время удовлетворяет коммутационным соотношениям для канонических переменных. Можно считать, что $S_E(q)$ соответствует конкретному собственному значению энергии E , и, таким образом, она идентична волновой функции Шрёдингера $\psi_E(q)$. «Собственные функции волновых уравнений Шрёдингера и есть трансформационные функции для элементов матрицы преобразования, которые дают возможность преобразовать ее ... к схеме, в которой гамильтониан является диагональной матрицей»⁵¹. Таким образом Дирак получил дифференциальное уравнение Шрёдингера из квантовой механики. Сделав это, он завершил физическое доказательство идентичности всех схем в новой квантовой теории.

В этой статье (раздел 6) Дирак пришел также к некоторым количественным формулировкам, которые близки к соотношениям неопределенностей. Рассмотрев функцию координат и импульсов, Дирак показал, что эту функцию следует усреднять по всему пространству импульсов, если координаты необходимо задавать бесконечно точно. Когда он был близок к завершению этой статьи в Копенгагене, то сделал о ней доклад на семинаре. «Вероятно я преподнес ее недостаточно хорошо для того, чтобы они оценили, что я сделал, и они все еще ощущали, что должны много работать над ней»^{8,52}. Влияние этой статьи, которую Дирак представил из Копенгагена в декабре 1926 г., было велико. Кроме введения **δ -функции**, которая поставила много вопросов перед математиками, Дирак создал мощный метод, аналогичный каноническим преобразованиям старой гамильтоновой теории. Теперь Дирак совершенно справедливо полагал, что эта новая схема действительно может заменить классическую динамику.

6. ПОЕЗДКИ В КОПЕНГАГЕН И ГЁТТИНГЕН

Фаулер очень хотел, чтобы Дирак поехал на год в Копенгаген, но самого Дирака беспокоила поездка в страну, языка которой он не знал. На самом деле он предпочитал посетить Германию, потому что немного знал немецкий язык. Он пошел на компромисс и решил провести примерно полгода в Копенгагене, а другую половину года — в Гёттингене. Больших финансовых за-

труднений не возникало, в особенности вследствие того, что он добился получения аспирантской стипендии фонда 1851 г. и субсидии Департамента научных и промышленных исследований. Осенью 1926 г. Дирак уехал в Копенгаген, прибыв туда в течение той же недели 10 сентября.

Жизнь в Копенгагене, особенно в Институте Бора, отличалась от той, что была в Кембридже. Дирак большую часть времени проводил в Институте Бора и довольно часто встречал там новых людей. Конечно, его метод работы заметно не изменился в том, что он все еще работал самостоятельно. Выдающаяся личность Бора заражала все вокруг своим великим энтузиазмом. Это сильно отличалось от Гёттингена и Кембриджа, где фактически делалось большинство работ по новой квантовой теории. «Я думаю, без Бора там ничего бы не было. Беседа Бора произвела на меня очень сильное впечатление. Быть с Бором — это как раз очень вдохновляющий опыт работы. Личность Бора произвела на меня очень глубокое впечатление»^{8,12}. Бор был глубокий мыслитель, и размышлял он о всевозможных проблемах. Дирак вспоминает, например, психологическую проблему, которую предложил Бор, проблему двух людей с пистолетами, каждый из которых вытаскивает пистолет и направляет на другого, но ни один из них не осмеливается выстрелить. Решение, которое выработал Бор, состояло в том, что «если вы собираетесь выстрелить и затем стреляете, то это более медленный процесс, чем если бы вы выстрелили в ответ на некий внешний стимул. Бор купил игрушечные пистолеты и проверял это с различными сотрудниками института»⁵³. Бор также размышлял о психологической проблеме биржи; он считал, что тот, кто слишком много размышляет о покупке и продаже акций, поступает хуже, чем тот, кто покупает и продает наобум^{12,53}.

В это время, в конце 1926 г., Бор больше не проводил активной работы по конкретным проблемам квантовой теории. Конечно, он обсуждал все проблемы и размышлял о физическом описании, основанном на новой квантовой теории. Он все еще много раздумывал о принципе соответствия и об идее дополнительности, которая сформировывалась у него в голове. Хотя квантовая механика, развитая гёттингенской школой, Шрёдингером и Дираком, уже заменила принцип соответствия при получении новых результатов, Бор все еще оставался верен ему. Дирак думал, что «когда кто-либо так поглощен одной идеей, он придерживается ей всегда. Точно также Эйнштейн думал, что неевклидова геометрия может быть ответом на все»^{3,12}. Сам Дирак не считал, что принцип соответствия имеет какое-либо существенное значение и на него не очень повлияла идея дополнительности. «Она не дает вам много уравнилий, которых вы не имели прежде, и я чувствую, что еще не сказано последнее слово о соотношении между волнами и частицами. Когда оно будет сказано, идеи дополнительности станут другими». В связи с этим следует упомянуть, что мнение Дирака о принципе неопределенности также отличалось от мнения других людей. Он также высказывал интуитивное мнение, что постоянная Планка может являться производной константой, а не фундаментальной.

В Копенгагене Дирак жил в «Пансионе Шек» вблизи ратуши. Прогулка в Институт вдоль берега озера занимала около двадцати минут. По воскресеньям, в соответствии со своей привычкой, он обычно совершал продолжительную прогулку или экскурсию за город с Бором, с кем-нибудь еще или с большой группой, но очень часто в одиночестве. Обычно он приходил в Институт утром в половине десятого, возвращаясь в пансион на обед, поскольку там он полностью столовался. После обеда он возвращался в институт. На пути в институт и обратно он размышлял о своей работе, сохраняя во многом свой прежний образ жизни.

В институте в Копенгагене Дирак имел благоприятную возможность слушать многих людей. В этот период Гейзенберг там часто отсутствовал, но он мог беседовать с Клейном. Иногда из Лейдена приезжал Эрнест. Он был человеком с огромной научной любознательностью и критическим ра-

зумом и приносил большую пользу на семинаре, делая ясными факты, которые неправильно преподносились докладчиком. «Эренфест был самым полезным человеком, который когда-либо был на семинаре»¹². Более широкий кругозор, который Дирак приобрел в Копенгагене, не только помог ему в завершении работы по интерпретации квантовой теории, но также способствовал началу работы по расширению схемы квантовой механики.

В статье «Квантовая теория испускания и поглощения излучения», направленной в «Proceedings of the Royal Society» Бором, рассмотрена проблема построения релятивистской квантовой теории [17]. Но встретившиеся трудности были настолько велики, что Дирак посчитал имеющим смысл рассмотреть приближение, которое не было строго релятивистским. В качестве общей системы он рассмотрел атом во взаимодействии с полем излучения. Чтобы иметь дискретный набор степеней свободы последнего, он заключил эту систему в ящик конечных размеров и разложил поле излучения на его фурье-компоненты. Разложив теперь волновую функцию взаимодействия системы (т. е. излучения и атома, причем электрическое поле атома аппроксимировалось потенциалом диполя) по волновым функциям для излучения в свободном пространстве, он выбрал следующие динамические переменные:

$$b_r = N_r^{1/2} e^{-i\theta_r/\hbar} \quad \text{и} \quad b_r^* = N_r^{1/2} e^{+i\theta_r/\hbar}. \quad (15)$$

Крестик означает здесь эрмитово сопряжение, N_r есть квадрат модуля коэффициента Фурье a_r , а θ_r есть фазовая переменная, сопряженная N_r . Для величин b он предположил следующие коммутационные соотношения

$$b_r b_r^* - b_r^* b_r = 1, \quad (16)$$

а все остальные равны нулю. N_r принимает только целые значения, большие или равные нулю. Дирак выявил смысл b и b^* , как операторов уничтожения и рождения, показав, что взаимодействие атома с излучением вызывает переходы фотонов с энергией E_r в фотоны с энергией E_r . Вычислив матричные элементы для этих переходов, Дирак получил коэффициенты Эйнштейна A и B как функции потенциала взаимодействия.

Годом позже этой первой статьи о «вторичном квантовании», Иордан и Вигнер развили аналогичную схему для фермиевских полей⁵⁴. Можно удивляться, почему сам Дирак не продолжил работу в этом направлении: с одной стороны, он хател иметь дело с проблемой излучения и должен был, следовательно, применять статистику Бозе; с другой стороны, он еще не мог обращаться с электронным полем таким же релятивистским образом, как с фотонным полем⁵⁵.

Вскоре после Рождества 1926 г. Дирак отправился из Копенгагена в Гёттинген. По дороге он остановился в Гамбурге, чтобы посетить заседание Германского физического общества, где узнал, что экспериментаторы все еще делают много спектроскопических работ по мультиплетам и их интенсивностям. Весьма вероятно, что в Гамбурге он также встречался с Паули, с которым приехал познакомиться лично из Копенгагена. Они всегда достаточно хорошо ладили друг с другом, в особенности из-за того, что Паули был способен понять точку зрения Дирака более быстро, чем большинство остальных людей, и у Дирака сложилось впечатление, что Паули ценит его научную позицию даже выше, чем позицию Гейзенберга. Возможно, что в это время в Гамбурге он также встречался с Зоммерфельдом, или собирался познакомиться с ним во время визита последнего в Гёттинген несколько позже.

В Гёттингене атмосфера также отличалась от той, которая сложилась в Копенгагене. Там у Дирака были близкие и очень дружеские отношения с Бором, а в Гёттингене не было никого, с кем у него мог бы возникнуть такой контакт. Он часто виделся с Борном и Франком и встречался с математиками Гильбертом, Курантом и, вероятно, с Вейлем. В целом Гёттинген являлся более математической школой, чем Копенгаген, и физика, развивав-

мая там, отражала этот факт. Среди молодых людей Дирак там часто общался с Оппенгеймером. Их комнаты были в одном и том же доме (пансион Гюнтера Карно), и они часто вместе отправлялись на продолжительные прогулки. В Гёттингене он также встретился с русским физиком Таммом и совершил с ним и еще несколькими людьми восхождение в горы Гарца. Дирак мог продолжать увлекаться своими любимыми видами физической культуры — прогулками и плаванием. Позже он также немного занимался скалолазанием. Он мог все это делать в компании и к тому же обдумывать свои идеи, когда они завладевали им.

В Гёттингене Дирак представил для публикации две статьи. В первой, с названием «Квантовая теория дисперсии», рассмотрена проблема, которая в работе Гейзенберга и Крамерса помогла проложить путь для квантовой механики [18]⁵⁶. В матричной теории эту проблему рассматривали в тесной аналогии с классической теорией. Дирак чувствовал, что квантовая теория теперь настолько хорошо обоснована, что можно оставить позади мост, даваемый принципом соответствия, и применять теорию взаимодействия между атомами и излучением, которую он только что разработал [17]. Трудность при вычислении эффектов, связанных с поглощением, испусканием и рассеянием излучения, заключалась в выборе электрического поля для атома. Дирак решил, что дипольная модель поля, которую он использовал для атома, в первом приближении дает согласующиеся результаты для дисперсии и резонансного излучения; однако если на основе этой модели попытаться вычислить ширину спектральной линии, то получится расходящийся результат [18]. Его второй статьей из Гёттингена была «О квантовой механике процессов рассеяния» [19]. Борн рассматривал этот вопрос с помощью волновой механики, и это привело его к статистической интерпретации волновой функции⁵⁷. Дирак также использовал волновое уравнение, которое он «честно» вывел из квантовой механики в своей предыдущей статье [16], но теперь он сформулировал его в пространстве импульсов. Он применил свой метод к поглощению излучения атомами, рассмотрев, таким образом, старую проблему самостоятельно, до некоторой степени в духе Борна.

С 24 по 29 октября 1927 г. Дирак посещал пятый Сольвеевский конгресс по физике «Электроны и фотоны» в Брюсселе вместе с другими создателями старой и новой квантовой теории, такими как Планк, Эйнштейн, Бор, Эренфест, Дебай, Борн, Гейзенберг, Крамерс, Комптон, де Бройль, Паули и Шрёдингер⁵⁸. Из выдающихся ученых на конгрессе отсутствовали Зоммерфельд и Иордан. Дирак принимал участие в дискуссиях на Сольвеевской конференции. После доклада Борна и Гейзенберга «Квантовая механика», в котором главный акцент был сделан на гёттингенской точке зрения, он указал на соответствие между классической и квантовой механикой, которое выявляется при использовании переменных действие — угол⁵⁹. Кроме того, в общем обсуждении, следовавшем за докладом Борна «Квантовый постулат», Дирак сделал подробное замечание об основных различиях между классическим и квантовым описаниями физических процессов. Он сказал, что квантовая теория описывает состояние с помощью зависящей от времени волновой функции ψ , которую в заданный момент времени t_1 можно разложить в ряд, содержащий волновые функции ψ_n с коэффициентами c_n . Волновые функции ψ_n таковы, что они не интерферируют в момент $t > t_1$. Теперь некоторое время спустя Природа делает выбор и решает в пользу состояния ψ_n с вероятностью $|c_n|^2$. Этот выбор невозможно отвергнуть и он определяет последующую эволюцию состояния. Гейзенберг выступил против такой точки зрения, заявив, что разговор о Природе, делающей выбор, не имеет смысла и что именно наши наблюдения дают нам редукцию к собственной функции. То, что Дирак называл «выбором Природы», Гейзенберг предпочитал называть «наблюдением», демонстрируя свое пристрастие к языку, который был разработан им совместно с Бором⁵⁹.

7. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

«Помню, однажды, когда я был в Копенгагене, Бор спросил меня, над чем я сейчас работаю, и я ответил ему, что пытаюсь получить удовлетворительную релятивистскую теорию электрона. А Бор сказал: «Но Клейн и Гордон уже это сделали!». Этот ответ сначала до некоторой степени смутил меня; Бор казался вполне удовлетворенным решением Клейна, а я нет, поскольку оно приводило к отрицательным вероятностям. Я как раз продолжал заниматься этим, заботясь о построении теории, которая давала бы только положительные вероятности»¹².

В 1926 г. Клейн получил релятивистское уравнение для скалярного поля подстановкой квантовых операторов импульса и энергии в уравнение

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4. \quad (17)$$

Полученное уравнение независимо было также открыто в Гамбурге Гордоном и теперь называется уравнением Клейна — Гордона⁶⁰. Трудности, которые смущали Дирака, были связаны с двумя вопросами. Во-первых, если использовать уравнение Клейна — Гордона для одной частицы и интерпретировать выражение

$$\psi^*(x) \frac{\partial \psi(x)}{\partial t} - \psi(x) \frac{\partial \psi^*(x)}{\partial t} = \rho(x) \quad (18)$$

как вероятность нахождения этой частицы в определенном месте, то можно получить отрицательную вероятность⁶¹. Во-вторых, Дирак уже разработал теорию преобразований в ее общем виде, которая была очень мощным инструментом, и он чувствовал, что она не только правильна, но должна сохраняться и привести к гармонии в релятивистском случае. Для достижения последней цели ему было необходимо уравнение, линейное по времени.

Дирак: начал, «играя с уравнениями, а не пытаясь применить правильную физическую идею. Значительная часть моей работы именно является игрой с уравнениями и рассмотрением, что они дают. Вторичное квантование появилось из игры с уравнениями Моей характерной чертой является то, что мне нравится манипулировать с уравнениями, просто выискивая математические соотношения, которые могут вовсе не иметь никакого физического смысла»^{8,12}. Под «применением правильных физических идей» Дирак подразумевал идею спина. Спин электрона уже вводился Уленбеком и Гоудсмитом в 1925 г., чтобы объяснить дублетную структуру одноэлектронных спектров без «гипотезы немеханического напряжения»; Паули развил теорию вращающегося электрона еще дальше и описал электрон с помощью двухкомпонентной волновой функции, которую можно применять для объяснения эмпирических спектральных данных, используя нерелятивистское уравнение Шрёдингера⁶².

Намерением Дирака было пойти дальше такого приближения. Из σ -матриц Паули и импульса в трехмерном пространстве можно сформировать скалярное произведение, и он хотел обобщить его на четырехмерное пространство-время. После нескольких недель сосредоточенных усилий он открыл простое решение, которое смог получить, обобщая 2×2 - σ -матрицы на 4×4 -матрицы, которые он назвал γ -матрицами. Из обобщения σ -алгебры естественным образом следовало, что γ -матрицы должны антикоммутировать. При выводе уравнения Дирак рассматривал случай отсутствия поля [20]. Однородность пространства и времени требовала, чтобы коэффициенты при импульсах не зависели от пространства и времени, и он получил

$$\left(i \sum_{\mu=1}^4 \gamma_{\mu} p_{\mu} + mc \right) \psi = 0, \quad (19)$$

где $\gamma_{\mu}^2 = 1$, $\gamma_{\mu} \gamma_{\nu} + \gamma_{\nu} \gamma_{\mu} = 2\delta_{\mu\nu}$.

В этой же статье, полученной издателем 2 января 1928 г., он затем ввел произвольное электромагнитное поле и заменил компоненты 4-импульса релятивистским обобщением выражения (2). И, наконец, он применил свое уравнение, чтобы описать движение электронов в центрально-симметричном поле, что давало трактовку водородного спектра.

Во второй статье, с названием «Квантовая теория электрона», представленной через месяц после первой, Дирак продолжил вычисление состояний атома водорода с помощью своей новой теории [21]. Эту статью он начал с доказательства того, что «изменение вероятности нахождения электрона в данном объеме в течение данного времени равно вероятности пересечения им границы. Это доказательство ... необходимо прежде чем можно будет делать выводы, что теория даст согласующиеся результаты, которые инвариантны по отношению к преобразованию Лоренца» [21].

Результаты этой новой теории Дирак позднее представил в обзорной лекции на Неделе Лейпцигского университета в июне 1928 г. [22]. Из его теории следовало, что в спектрах щелочных металлов электрон должен иметь величину спина, равную $\hbar/2$. Новая классификация спектров определялась полным моментом количества движения, который есть сумма внутреннего спинового и орбитального моментов. Правила отбора не изменялись. Новая теория давала также формулу тонкой структуры Зоммерфельда. Дирак думал: «Если бы я получил везде приблизительно правильные результаты с этим приближенным методом, я был бы очень доволен этим. Я слишком опасался считать его точным, потому что он мог дать неожиданные результаты, что заставило бы отказаться от всей теории»¹². Однако Гордон и Дарвин решили проблему точно⁶³. В своей лейпцигской лекции Дирак также упомянул проблему, которая беспокоила его больше всего. Если написать волновое уравнение с $-e$ вместо e (заряд электрона), то можно рассчитывать на нечто совершенно новое, и он подумал, что это новое может относиться к протону. Однако из уравнения этого не следовало. В то время он сделал вывод, что если нет переходов между $+e$ и $-e$ решениями волнового уравнения, то это не очень плохо. В его теории вероятность такого перехода оказывалась конечной, хотя и очень малой, будучи пропорциональной четвертой степени от (v/c) , где v — скорость электрона. Поэтому теория могла быть лишь приближением к Природе; вероятно, следовало полностью изменить концепцию, даже вводя асимметрию законов по отношению к прошлому и будущему.

В течение следующих двух лет Дирак ничего не публиковал о релятивистском уравнении⁶⁴. Это было обусловлено не только тем, что он читал лекции и подготавливал первое издание своей книги «Принципы квантовой механики» [29], опубликованной в 1930 г., в которую включил такие темы, как многоэлектронные системы и квантовая статистическая механика; он знал, что его релятивистская теория была еще несовершенна и в статье «Теория электронов и протонов» дал подробное толкование [25]. Волновое уравнение имело в дополнение к «решениям, для которых кинетическая энергия электрона положительна, равное число неоправданных решений с отрицательной кинетической энергией электрона, которые кажутся не имеющими физического смысла»⁶⁵. Изучая волновую функцию, соответствующую решению с отрицательной энергией в электромагнитном поле, Дирак обнаружил, что она ведет себя как волновая функция частицы с положительным зарядом. Но это соответствие не решило бы проблемы, если бы не имелся, кроме этого, тот факт, что электроны подчиняются принципу запрета. Поэтому он смог предположить, что «в мире имеется так много электронов, что большинство стационарных состояний занято, или, более точно, *что все состояния с отрицательной энергией заняты, за исключением, возможно, немногих, соответствующих малой скорости*»⁶⁶. Дирак доказал, что переходы электронов из состояния с положительной энергией в состояния с отрицательной энергией являются сильно запрещенными, и могут наблюдаться только незанятые состояния с отрицательной энергией — «дырки». Он предположил,

что «дырки в распределении электронов с отрицательной энергией являются протонами. Когда электрон с положительной энергией попадает в дырку и заполняет ее, мы имеем исчезновение электрона и протона наряду с испусканием излучения»⁶⁷. В следующей заметке в «Proceedings of the Cambridge Philosophical Society» он вычислил скорость аннигиляции [26] и в докладе, прочтенном Британской Ассоциации в Бристоле 8 сентября 1930 г., Дирак подвел итоги своих результатов [28]. Он сказал, что материя состоит из «электронов и протонов» и существование протонов «следует из релятивистского волнового уравнения». При такой интерпретации оставалось следующее затруднение, в своей теории Дирак мог вычислить вероятность перехода для процесса аннигиляции только в «приближении», когда массы электрона и протона равны, и результирующая амплитуда была на несколько порядков больше той, на которую намекали эмпирические данные об «электрон-протонных аннигиляциях»⁶⁸. Несмотря на эту проблему, Дирак верил, что его интерпретация волнового уравнения в основном правильна.

После того, как Дирак в 1928 г. опубликовал свое уравнение, многие брались за его исследование. Шрёдингер сам интерпретировал спиновые свойства частицы, как «дрожание» («Zitterbewegung») ⁶⁹. Дирак знал, что он должен пойти еще дальше, чтобы сделать физическую интерпретацию последовательной. «Я чувствовал, что написать эту статью об электроне было не так трудно, как написать статью о физической интерпретации»⁷⁰. Существовала проблема состояний с отрицательной энергией: «Это было несовершенством теории, и я не видел, что с ним можно сделать. Только позже у меня возникла идея заполнить все состояния с отрицательной энергией»⁷². К тому же, массы положительно и отрицательно заряженных частиц в Природе не были равны. «Сначала я правильно считал, что электроны с отрицательной энергией должны бы иметь ту же самую массу покоя, что и обычные электроны ... Я надеялся, что где-то есть некоторый недостаток симметрии, который, возможно, вводит избыточную массу для положительно заряженных частиц. Я надеялся, что каким-то образом кулоновское взаимодействие могло бы приводить к такой избыточной массе, но я не мог понять, как это могло бы осуществляться»⁷⁰. После тщательных исследований Вейля Дирак отказался от идеи о том, что положительно заряженная дырка является протоном.

«Таким образом, оказалось, что мы должны отказаться от толкования дырок как протонов и должны найти для них какую-то другую интерпретацию. Дырка, если бы она была одна [во Вселенной], была бы новым видом частиц, неизвестным экспериментальной физике, и имела бы ту же массу, что у электрона, и противоположный заряд. Мы можем назвать такую частицу антиэлектроном. Не следует ожидать, что мы найдем их в Природе из-за большой скорости рекомбинации с электронами, но если бы их можно было получать экспериментально в высоком вакууме, они были бы вполне стабильными и поддающимися наблюдению. Столкновение двух жестких γ -лучей (с энергией по крайней мере полмиллиона вольт) могло бы привести к одновременному рождению электрона и антиэлектрона. Однако эта вероятность [рождения пары] ничтожна при интенсивностях γ -лучей, доступных в настоящее время»⁷¹.

Затем 2 августа 1932 г. произошло открытие позитрона Андерсоном⁷². Для Дирака это означало удовлетворение тем, что его уравнение правильно предсказывало ситуацию, как он надеялся. Его работа также давала первый в истории физики пример того, как существование новой частицы было предсказано на чисто теоретической основе. Сам Дирак считал много более важным то, что в его уравнение спин включался так естественно, прямо следуя из свойств симметрии, проявляемых уравнениями. На седьмом Сольвеевском конгрессе в октябре 1933 г. Дирак подвел итоги «Теории позитрона» [38]. В его Нобелевской лекции 12 декабря 1933 г. Дирак имел удобный случай вернуться к этой теме и предсказать существование также «отрицательных протонов»⁷³.

8. РАБОТА ФИЗИКА-ТЕОРЕТИКА

Мы рассмотрели деятельность Дирака в течение периода, в который была завершена теория атомных явлений. В той же статье [31], в которой Дирак ввел новое физическое понятие античастицы, он также выдвинул идею «магнитного монополя», которая, как он показал, логически вытекает из существования наименьшего элементарного заряда. Кроме выдвижения этих впечатляющих понятий, Дирак очень своевременно обратил свое внимание на систематическое исследование релятивистской квантовой теории поля. Он заложил ее фундамент в подходе, основанном на вторичном квантовании, но действовал с гораздо большей осторожностью и предусмотрительностью, чем многие его современники. Хотя он был уверен, что окончательная теория должна быть полностью релятивистской, он всегда считал самым лучшим подход, основанный на последовательных приближениях. В серии из трех статей по квантовой теории поля в 1932 г. [33—35] он поступал более осторожно, чем Гейзенберг и Паули, которые в своей фундаментальной статье рассматривали поле как динамическую систему, подверженную квантованию⁷⁴. Дирак предпочитал рассматривать поля и частицы по-разному. *«Сама природа наблюдения требует взаимодействия между полем и частицами»*. Поэтому мы не можем предполагать, что поле является динамической системой на том же основании, что и частицы. Поле должно появляться в теории как нечто более элементарное и фундаментальное⁷⁵. Однако Розенфельд показал, что релятивистская квантовая механика, которую придумал Дирак, эквивалентна релятивистской квантовой механике Гейзенберга и Паули⁷⁶. Дирак еще больше обогатил квантовую теорию поля, обобщив понятие состояния на состояния, имеющие неположительную норму.

Позже Дирак вернулся к пересмотру понятия эфира в связи с ролью времени в схеме релятивистской квантовой механики. Эта идея была в широком смысле связана с его космологическими работами в тридцатые годы. Более необычные соображения в этих статьях касались изменения фундаментальных констант, таких как постоянная тонкой структуры, в процессе эволюции. Позднее Дирак также внес вклад в исследования по квантованию гравитационного поля⁷⁷.

Дираку всегда было присуще богатое воображение при выдвижении новых и необычных понятий, как в математических методах, так и при физической интерпретации. «Думаю, я был бы очень доволен, если бы какая-либо устоявшаяся идея была опрокинута»¹². Однажды Иордан внес предложение, что следует пойти дальше — от некоммутативного умножения к неассоциативному умножению, и Дираку «до некоторой степени понравилась эта идея, но не было видно, как ее развивать математически»¹². В 1968 г. в беседе о своей деятельности в физике он подвел итог своим взглядам на новые проблемы физики, коснувшись трудностей, возникающих в квантовой электродинамике: «Природа, конечно, не записывает свои основные идеи таким неуклюжим и уродливым способом. Вероятно, имеется какое-то очень изящное решение, которое еще должно быть обнаружено». Более конкретно он добавил: «Оно могло бы основательно включать в себя какие-то новые представления группы Лоренца; соответствующее обдумывание уравнений, вводящих эти представления, приведет к новой электродинамике»¹. Он всегда считал, «что следует сохранять разум полностью открытым для будущего... Не следует выдвигать собственную законченную философию как если бы эта существующая квантовая механика была последним словом. Если некто так делает, то он находится на очень сомнительной основе и когда-то в будущем ему придется полностью изменить собственную точку зрения»⁷⁸.

В подходе Дирака к описанию Природы всегда преобладало использование «модельных картин». Этот метод всегда становился для него особенно важным, когда он пытался усовершенствовать определенные идеи. В слу-

чае квантовых сингулярностей в электромагнитном поле, например, он говорил о линиях, соединяющих магнитные полюсы [31]. «Тогда у меня не было такой идеи, что все фарадеевские линии сил должны быть дискретны»³. В свою очередь, когда он конструировал свое уравнение электрона из уравнения Шрёдингера или уравнения Клейна — Гордона, он обычно мыслил волновую функцию как «образующую некоторый вид плотности, которую можно представлять себе распределенной в пространстве»^{8,12}. Эта картина помогала ему при модификации уравнения и математики введением четырехкомпонентных волновых функций и матриц; таким образом, математика усовершенствовала предыдущую картину⁹. Например, он никогда не питал интереса к теории перенормировки в квантовой электродинамике, потому что не смог «найти соответствующую картину для перенормировки заряда». Под «картинами» Дирак подразумевает образный путь понимания уравнений, независимо от приближенных методов их решения. В «картине» смутные идеи становятся символами, и символы обретают собственную жизнь до тех пор, пока не смогут быть написаны хорошо установленные уравнения, q -числа, которые Дирак ввел в квантовую механику, являются подходящим примером. «Я полагаю, я образовал q -числа как некий вид таинственных чисел, которые представляли физические вещи. Это было задолго до того, как я разобрался, что они были просто операторами в гильбертовом пространстве. Когда я действительно понял это, я оставил терминологию q -чисел; q -числа были какими-то недостаточно понятными физическими переменными, удовлетворяющими некоммутативной алгебре»^{3, 12}, «Картины» также направляли Дирака при манипулировании понятиями за пределами их формальных математических свойств. Например, когда в уравнениях в действительности оказывалась бесконечность, он подразумевал, что может представить ее конечной величиной, которая будет приближенно равна ей.

«Я часто мог полагать, что ряд обрезан таким образом, что опущенные члены соответствуют ситуации, которая физически несущественна. Это один способ устанавливать картину, которая избавит от бесконечностей. Затем можно попытаться понять, является ли такая картина релятивистской или нет. Это можно сделать гораздо лучше, чем работая с математическими бесконечностями»^{3,12}.

Дирак разительно отличался от других физиков своим подходом к физическим проблемам. Гейзенберг вспоминает разговор в ранние дни квантовой механики, в котором Дирак выразил мнение, что нужно решать одну проблему в каждый момент времени, а Гейзенберг считал, что следует охватывать целую группу проблем одновременно или совсем ничего.

«Довольно много людей разделяют точку зрения Гейзенберга, но просто трудно решать целое множество проблем одновременно. Я довольно рано (уже в Бристоле) пришел к мысли, что все в Природе является лишь приближением и что наука развивается путем непрерывного постижения все более и более точных приближений, но никогда не достигнет совершенной точности. Я пришел к этой точке зрения благодаря моей инженерной практике, которая, я думаю, очень сильно повлияла на меня. Наша существующая квантовая теория, вероятно, является только приближением к усовершенствованной теории будущего. Я думаю, потребуется несколько новых идей, чтобы избежать трудностей физики сегодняшнего дня, и что эти идеи придут однажды сразу, с интервалами в несколько лет между ними»^{12,37}.

Собственные вклады Дирака в теоретическую и математическую физику являются выдающимися по большинству строгих стандартов. В октябре 1932 г. он стал преемником сэра Джозефа Лармора в качестве профессора Люкасовской кафедры математики в Кембридже. В 1933 г., ровно через десять лет после начала своих исследований в теоретической физике, Дирак, вместе с Шрёдингером, был удостоен Нобелевской премии по физике за «открытие новых плодотворных форм теории атомов и за ее приложения»⁸⁰. Пионерские работы Дирака по квантовой теории принесли ему все почести, ко-

торых мог добиться ученый: член совета колледжа святого Джона, 1927 г.; член Королевского общества, 1930 г.; премия Гопкинса Кембриджского философского общества за период 1927—1930 гг.; Нобелевская премия, 1933 г.; Королевская медаль, 1939 г., и медаль Копли Королевского общества, 1952 г. В краткой доле его научной жизни, рассмотренной в этой статье, в золотой период с 1924-го по 1933 г., П. А. М. Дирак в значительной степени сам создал язык теоретической физики и стал олицетворением того времени.

Благодарности

В течение нескольких последних лет я получил огромное удовольствие от бесед с Дираком в различных местах — в Триесте и Дуино, в Нью-Йорке, Майами и Остине, из которых я много узнал о его собственной работе и развитии квантовой механики и современной физики. Дирак любезно позволил мне использовать в этой статье цитаты из этих бесед и других интервью с ним, и я хочу выразить ему мою благодарность.

С. Чандрасекар рассказал мне о годах, которые он провел в Кембридже и о личностях, которых он там знал. Мы часто обсуждали деятельность Дирака, и я признателен ему за эти беседы.

Я особенно обязан Юджину Вигнеру, который в течение ряда лет всегда давал мне благоприятную возможность продолжать с ним обсуждение научных, исторических и философских вопросов, включающих работу и личные качества его «знаменитого зятя».

Я с большим удовольствием благодарю Гельмута Рехенберга за помощь в моих исследованиях научных работ Дирака и Фримена Дайсона за его не-оценимую критику рукописи этой статьи.

Наконец, я с удовольствием присоединяюсь к другим авторам этого тома в пожеланиях Полю Дираку очень счастливого дня рождения.

ПРИМЕЧАНИЯ

¹ Эти вечерние лекции опубликованы в слегка сжатом виде в сборнике «Из жизни физики» — специальном приложении «IAEA Bulletin», 1969 [104]. Однако в данной статье некоторые цитаты взяты из полных записей лекций Дирака и Гейзенберга.

² Дирак прочел немного романов, в основном в связи с изучением английского языка. Он был неторопливым читателем и однажды сказал Оппенгеймеру: «Как вы могли одновременно заниматься физикой и поэзией? Цель науки — уметь объяснить трудные вещи простым способом; цель поэзии — изложить простые факты непостижимым путем. Эти цели несовместимы» (сообщено мне Арчибалдом Мак-Лишем в разговорах 6 апреля 1966 г.). Другая история рассказана Георгием Гамовым (в книге «Thirty Years that Shook Physics» (New York, 1966), с. 121—122). Дирак прочел в английском переводе «Преступление и наказание» Достоевского и, когда его спросили, понравился ли ему роман, ответил: «Он хорош, но в одной из глав автор сделал ошибку. Он описывает, что солнце встает дважды в один день». Это было единственное замечание Дирака о романе Достоевского.

³ Архив истории квантовой физики, хранимый в библиотеках Американского философского общества (Филадельфия), Калифорнийского университета (Беркли) и Университетского института теоретической физики (Копенгаген).

⁴ У Дирака не часто были личные контакты с его учителями, и они вынуждены были узнавать о нем по его экзаменационным оценкам.

⁵ Во время обучения инженерному искусству Дирак однажды поступил на фабрику, чтобы приобрести некоторые практические навыки, но там не порадовал своих наставников. Они послали неблагоприятный рапорт о работе его профессору.

Дирак не помышлял о карьере физика, вероятно вследствие того, что он не общался с математиками и физиками в Бристоле, так как они размещались в полумиле от инженерного факультета.

⁶ Дирак считает Питера Фрейзера наилучшим из преподавателей, которые у него были. Интересы Фрейзера охватывали область чистой и прикладной математики в целом, и его ученики многим ему обязаны, так как «он искал их общества в наиболее формирующее характер время и разговаривал с ними за кофе, на загородной прогулке или при игре в гольф и делился с ними своей мудростью» (см. некролог Фрейзера: *Noted W.V.D. // J. London Math. Soc.* 1959. V. 34. P. 111).

⁷ Eddington A. S. *Space, Time and Gravitation*. — Cambridge, 1920. — (Перевод: Эддингтон А. С. *Пространство, время и тяготение*. — Одесса: Mathesis,

1923 *). Так как К. Д. Броуд обсуждал теорию в основном с философской точки зрения, Дирак вынужден был ознакомиться с тензорным исчислением и обнаружил, что теория относительности была действительно чем-то новым об отношениях пространства и времени³.

⁸ Беседы с Дираком в Триесте, Италия, июнь 1968 г.

⁹ Для того чтобы основательно понять какую-то часть работы, Дирак прежде всего приводил ее к своим собственным обозначениям.

¹⁰ Whittaker E. T. A Treatise on the Analytical Dynamics of Particles and Rigid Bodies. — Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1904, 1917, 1927, 1937. — (Перевод: Уиттекер Э. Т. Аналитическая динамика. — М.; Л.: ОНТИ, 1937.)

¹¹ Eddington A. S. The Mathematical Theory of Relativity. — Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1923. — (Перевод: Эддингтон А. С. Теория относительности. — Л.; М.: ОНТИ, 1934.)

¹² Беседы с Дираком в Майами, Флорида, 28 марта 1969 г. (Дирак сказал мне, что был очарован проективной геометрией с тех пор, как впервые узнал о ней. Он разработал новый метод в проективной геометрии и на одном из этих чаепитий рассказал о нем, хотя никогда и не опубликовал.)

¹³ Дирак никогда не следовал каждому слову лектора, а пытался уловить главное направление мыслей, и заполнял пробелы с помощью чтения^{3,8}.

¹⁴ Saha M. N. // Phil. Mag. 1920. V. 40. P. 472, 809; Fowler R. H. // Ibidem. 1923. V. 45. P. 1.

¹⁵ Fowler R. H., Milne E. A. // Mon. Not. RAS. 1923. V. 83. P. 403; 1924. V. 84. P. 499.

¹⁶ Дирак явно сослался на В. Паули (Zs. Phys. 1923. Bd 18. S. 272) и А. Эйнштейна и П. Эренфеста (Ibidem. Bd 19, S. 301). Как и эти авторы, чтобы получить закон Планка, он включил в рассмотрение индуцированное излучение. (Перевод: Паули В. Труды по квантовой теории. — М.: Наука, 1975. — Т. 1. С. 621.)

¹⁷ Compton A. H. // Phil. Mag. 1923. V. 46. P. 908.

¹⁸ Проблема многократного комптоновского рассеяния в звездных атмосферах позже была рассмотрена С. Чандрасекаром, который получил заметные сдвиги (Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1947/48. V. 192. P. 508).

¹⁹ Первое немецкое издание книги А. Зоммерфельда было напечатано в 1918 г., а его английский перевод появился в 1923 г. Однако Дирак проработал немецкое издание с помощью словаря и тех знаний немецкого языка, которые он приобрел в школе. (Перевод: Зоммерфельд А. Строение атомов и спектры. — М.; Л.: Госиздат, 1926.)

²⁰ Дирак считал, что принцип соответствия (Bohr N. // Kgl. Danske Vidensk. Selskab. Skr. — Mat. Medd. Afd. 8, IV, 1) был не очень точным утверждением, поскольку его нельзя выразить определенным математическим уравнением. Однако Фаулер и исследователи из Копенгагена полагали, что этот принцип может быть руководящим для атомной теории, поскольку он устанавливает связь классической и квантовой теорий в пределе, когда постоянная Планка стремится к нулю. Сам Дирак предпочитал адиабатическую теорему, которую можно сформулировать «с помощью уравнения».

²¹ De Broglie L. // Phil. Mag. 1924. V. 47. P. 446. — (Перевод: УФН, 1977. Т. 122. С. 562.)

²² В конце § 5 своей статьи [4] (с. 594) Дирак утверждал: «При обсуждении проблем равновесия кванты излучения нельзя рассматривать как очень маленькие частицы вещества, движущиеся почти со скоростью света». Идея о том, что кванты света могут иметь очень малую массу, упоминалась Эйнштейном и особенно встречалась в статьях де Бройля.

²³ Schrödinger E. // Phys. Zs. 1922. Bd 23. S. 301.

²⁴ Эта процедура обнаруживает некоторое сходство с той, что у де Бройля, но статья его в «Philosophical Magazine»²¹ появилась позднее.

²⁵ Только для своей первой статьи, тема которой была предложена Фаулером, Дирак не читал заранее соответствующей литературы. Позднее Дирак сам обстоятельно выбирал тему исследования.

²⁶ B ü r g e r s J. M. // Proc. Roy. Acad. Sci., Amsterdam. 1918. V. 20. P. 613.

²⁷ Особенно заслуживающим внимания было упрощение им проблемы многих степеней свободы с помощью правила отбора, воскресившее надежду, что с помощью адиабатического принципа можно справиться с довольно сложными системами.

²⁸ Количество членов Клуба Капицы ограничивалось учениками и сотрудниками П. Л. Капицы и еще несколькими людьми. Дирак был избран членом клуба до того, как Гейзенберг 28 июля 1925 г. прочел свою лекцию. Сам он выступал на следующем заседании клуба (4 августа 1925 г.) и еще 15 декабря 1925 г. Хотя ко времени своего второго семинара он уже закончил свою первую статью по квантовой механике, он обсуждал старую идею Дуана, касающуюся «квантовой теории дифракции света». Замечательно то, что Гейзенберг в лекции «Зоология термов и зеэмановская ботаника» в Клубе Капицы также говорил о проблемах старой квантовой теории, хотя его открытие квантовомеханической схемы было уже несколько недель; он, по-видимому, был не уверен, что решение главной задачи находилось в руках.

*) Переводы указаны переводчиком. (Примеч. ред.)

²⁹ Н. Бор заметил Гейзенбергу: «Всякий раз, когда Дирак посылал мне рукопись, текст был настолько четким и свободным от поправок, что просто смотреть на него доставляло эстетическое наслаждение. Если я предлагал даже незначительные изменения, Поль становился ужасно несчастным и обычно вообще ничего не менял» (см.: Heisenberg W. // *Physics and Beyond*. — New York, 1971. — P. 87).

Сам Бор «конструировал» статьи, диктуя их своим научным сотрудникам или членам семьи, делая поправки, записывая и переписывая фразу до тех пор, пока, наконец, не был удовлетворен. Однажды Дирак присутствовал при сочинении Бором статьи. Бор мерил шагами комнату и диктовал, возвращался к ранее написанному и вносил исправления, и так это продолжалось в течение долгого времени. Наконец, Дирак во время одной выразительной паузы сказал: «Профессор Бор, когда я был школьником, мой учитель учил меня не начинать предложение до тех пор, пока я не знаю, как его закончить».

³⁰ Например, он весьма интересовался теорией электромагнетизма и гравитации Вейля (Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin. 1918. S. 465) и провел тщательное исследование поля вблизи электрона, обнаружив, что уравнения нуждаются в модификации, которая привела бы к изменению заряда во времени ¹².

³¹ Гейзенберг начал эту работу во время пребывания на скалистом острове Гельголанд в июне 1925 г., и закончил ее в Гёттингене. Он послал рукопись Паули для критического разбора 9 июля и в окончательной редакции отдал ее Борну 11 или 12 июля (она появилась в: Zs. Phys. 1925. Bd 33. S. 879). (Перевод: // УФН. 1977. Т. 122. С. 574.) На Борна она произвела сильное впечатление, и он сразу написал Эйнштейну, что новые идеи Гейзенберга «кажутся довольно мистическими, но, несомненно, правильными». Подумав, Борн скоро обнаружил, что символическое умножение Гейзенберга есть не что иное, как матричное исчисление. Затем Борн продолжил работу по «матричной механике» с Иорданом и Гейзенбергом (Born M., Jordan P. // Zs. Phys. 1925. Bd 34. S. 858; перевод: Борн М., Иордан П. // УФН. 1977. Т. 122. С. 586; Born M., Heisenberg W., Jordan P. // Ibidem. 1926. Bd 35. S. 557; в дальнейшем цитируется как «статья троих»; drei-Männer Arbeit (нем.)). В последней статье добавлено примечание при корректуре, где говорилось: «Статья П. А. М. Дирака (Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1925, V. 109. P. 642), которая только что появилась, независимо дает некоторые результаты, полученные в I части данной статьи, наряду с дальнейшими новыми выводами, сделанными из теории». (Подробности создания квантовой теории см. в книге: van der Waerden B. L. *Sources of Quantum Mechanics*. — Amsterdam, 1967, переизданной издательством «Dover» в бумажной обложке (New York, 1968; с. 25 и следующие).

³² Dirac P. A. M. // [8]. P. 649.

³³ Дирак утверждал, что q -числа являются более общими, чем числа, которые можно представить в виде рядов Фурье. Таким образом, в принципе, могли бы описываться неперiodические системы.

³⁴ Pauli W. // Zs. Phys. 1926. Bd 36. S. 336; поступило в редакцию 17 января 1926 г.

³⁵ Sommerfeld A. // Ann. d. Phys. 1916. Bd 51. S. 1; Planck M. // Verh. Deutsch. Phys. Ges. 1915. Bd 17. S. 407; Epstein P. // Phys. Zs. 1916. Bd 17. S. 148; Schwarzschild K. // Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin. 1916. S. 548; Einstein A. // Verh. Deutsch. Phys. Ges. 1917. Bd 19. S. 82.

³⁶ В течение почти двух лет Дирак обдумывал этот вопрос, конкретно в связи со спектром гелия. Он теперь понял, что ключ к тайне был дан Гейзенбергом, который был также первым, кто решил проблему гелия, используя метод Шрёдингера (Zs. Phys. 1926. Bd 39. S. 499).

³⁷ В лекции «Теория относительности и квантовая механика», прочитанной в Остине, Техас (14 апреля 1970 г.), Дирак сказал: «Гейзенберг очень неохотно склонился к некоммутативной алгебре, потому что она так не соответствовала всем идеям физиков в то время, и, когда она впервые внезапно появилась, он подумал, что должно быть что-то неверное в его теории, и пытался поправить ее, но был вынужден именно принять ее».

³⁸ Позднее Дирак читал лекции о принципах квантовой механики. Его диссертация доктора философии и лекции легли в основу его знаменитой книги по квантовой механике [29].

³⁹ Schrödinger E. // Ann. d. Phys., Leipzig. 1926. Bd 79. S. 361, 489, 734; Bd 80. S. 437; Bd 81. S. 109. (Переводы: Шрёдингер Э. Избранные труды по квантовой механике. — М.: Наука, 1976. — С. 9, 21, 56, 75, 116.) Де Бройль пришел к идеям волн материи из релятивистских соображений. Шрёдингер также начал с релятивистского уравнения движения для электрона, но оставил этот подход, когда обнаружил, что его попытка не охватывает эмпирические данные об атомах. Этот момент мы обсудим позднее.

⁴⁰ В Кембридже Ч. Дж. Дарвину понравился подход, основанный на волновой механике, а экспериментаторы, конечно, были рады новой «понятной» концепции.

⁴¹ Heisenberg W. // Zs. Phys. 1926. Bd 38. S. 411.

⁴² Там Дирак отметил, что возникают некоторые трудности с «квантовой энергией» E и квантовомеханическим гамильтонианом, потому что новая переменная E должна коммутировать, скажем, с координатной переменной, в то время как для гамильтониана это не так.

⁴³ Это был старый вопрос статической механики, который привел в начале 20-х годов к большой дискуссии между двумя группами, с Эйнштейном и Планком, отстаи-

вавшими неразличимость микроскопических частиц (см., например: P l a n k M. //Zs. Phys. 1925. Bd 35. S. 155) и Эренфестом и Шрёдингером, выдвигавшими возражения (например: S c h r ö d i n g e r E. //Ibidem. 1924. Bd 25. S. 41).

⁴⁴ P a u l i W. //Ibidem. 1925. Bd 31. S. 765. — (Перевод: П а у л и В. Труды по квантовой теории. — М.: Наука, 1975. Т. 1. С. 645.)

⁴⁵ Ферми представил краткое сообщение «О квантовой механике идеального одноатомного газа» Римской Академии 7 февраля 1926 г. (Rend. Acad. Lincei. 1926. V. 3. P. 145), а расширенный вариант был получен «Zeitschrift für Physik» 26 марта 1926 г. (Zs. Phys. 1926. Bd 36. S. 902; перевод: Ф е р м и Э. Научные труды. — М.: Наука, 1971. — Т. 1. С. 203). Ферми написал Дираку 25 сентября 1926 г., привлекая его внимание к своей более ранней работе (копия письма Ферми — в архиве истории квантовой физики).

⁴⁶ S c h r ö d i n g e r E. //Ann. d. Phys. 1926. Bd 81. S. 109; поступило в редакцию 21 июня 1926 г. (Перевод: Ш р ё д и н г е р Э. Избранные труды по квантовой механике. — М.: Наука, 1976. — С. 116.) См. также «статью троих».

⁴⁷ См., например, некролог о Шрёдингере, написанный Дираком [88]: Nature. 1961. V. 189. P. 355.

⁴⁸ J o r d a n P. //Zs. Phys. 1926. Bd 37. S. 383; Bd 38. S. 513. Иордан продолжал разрабатывать полную теорию преобразований, которую он представил в декабре 1926 г. (получено 18 декабря) в «Zeitschrift für Physik» (1927. Bd 40. S. 809). Равенства (10) долго считались правильными, но это не так, поскольку имеется много неэквивалентных представлений коммутационных соотношений.

⁴⁹ L a n c z o s C. //Ibidem. 1926. Bd 35. S. 812. См. также «статью троих», раздел 3.3 о «непрерывном спектре».

⁵⁰ Хотя δ -функция связывается с именем Дирака, она была введена в физику намного раньше. Она была указана Г. Кирхгофом (Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin. 1882. S. 641; см. особенно с. 644), а также была предложена О. Хейвисайдом (Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1893. V. 52. P. 504; V. 54. P. 105); ее использовал также П. Герц (в «Статистической механике» из: Repertorium der Physik. — Leipzig: Weber-Gans, 1916. — Bd 1/2. S. 503). Дирак дал определение δ -функции в более узком смысле, когда отметил в [16], с. 625: «Строго, конечно, $\delta(x)$ не является настоящей функцией от x , а может рассматриваться лишь как предел определенной последовательности функций». Математическое обоснование функций типа δ -функции было, таким образом, иницировано интуитивным применением ее Дираком; из работ Адамара, Шварца, Гельфанда и его школы возникла теория обобщенных функций, которую даже сегодня нельзя считать завершенной.

⁵¹ См. [16], с. 635.

⁵² Гейзенберг и Бор продолжали свои интенсивные обсуждения и работу до февраля 1927 г., когда Гейзенберг пришел к детальным количественным заключениям (формулирующим принцип неопределенности), анализируя различные «мысленные» эксперименты. Основой для вывода Гейзенберга послужила теория преобразований Дирака.

⁵³ D i r a c P. A. M. The Versatility of Niels Bohr//Niels Bohr: His Life and Work. — Amsterdam: North-Holland, 1967. — P. 306—309 [103]. (Перевод с дат.: // [100a]. — С. 21—25.)

⁵⁴ J o r d a n P., W i g n e r E. //Zs. Phys. 1928. Bd 47. S. 631. — Первая попытка квантования свободного поля (осциллятор) была сделана уже в «статье троих».

⁵⁵ В конце статьи [17] Дирак поблагодарил Бора за обсуждения. Бор привлек его внимание к проблеме квантования поля и поставил дальнейшие вопросы, к которым Дирак вернулся лишь много позже.

⁵⁶ См. обсуждение во вводном очерке Б. Л. Ван-дер-Вардена в его «Sources of Quantum Mechanics»³¹.

⁵⁷ B o r n M. //Zs. Phys. 1926. Bd 37. S. 863; Bd 38. S. 803. — (Перевод: //УФН. 1977. Т. 122. С. 632.)

⁵⁸ В ноябре 1927 г., по возвращении в Кембридж, Дирак был избран членом совета колледжа святого Джона. В 1929—1930 гг. он путешествовал по Соединенным Штатам и Японии, читая лекции по квантовой механике в Мичигане и Висконсине в течение пяти месяцев. Приблизительно в это же время Гейзенберг тоже читал лекции в Соединенных Штатах, и оба взяли билеты в Японию на одно и то же судно. У них было достаточно времени, чтобы размышлять о своих взглядах на Природу, и они обнаружили, что в них много общего; среди прочих вещей они оба питали неприязнь к репортерам. Когда они приближались к Иокогаме, на лодманском катере прибыл репортер, высадился на борт их судна и хотел взять у них интервью. Он скоро нашел Гейзенберга, но Дираку удалось ускользнуть от него. Дирак и Гейзенберг стояли у перил, когда к Гейзенбергу подошел репортер и сказал: «Я искал Дирака по всему судну, но не смог найти». Гейзенберг не сказал ему, что Дирак рядом и стоит сади него. Он был очень лоялен. Вместо этого он сказал вот что: «Если вы хотите задать мне какие-то вопросы о Дираке, я попытаюсь ответить на них». «Так я и стоял прямо рядом, смотря в противоположную сторону, притворяясь посторонним и слушая Гейзенберга, который рассказывал обо мне репортеру. Мы очень хорошо провели время, путешествуя вокруг Японии» (Дираковское представление Гейзенберга перед его докладом в Триесте¹). После совместного пребывания в течение месяца в Японии они расстались, и Гейзенберг отправился в Индию, а Дирак вернулся в Кембридж через Владивосток и Москву.

Однажды Гейзенберг рассказал мне прелестную историю об этой океанской поездке. Дирак часто сидел в углу за столом и пил маленькими глотками воду или безалкогольные напитки, в то время как Гейзенберг принимал участие в развлечениях, предлагаемых на судне, в том числе в танцах. Однажды, закончив танец, Гейзенберг вернулся к их столу, и Дирак спросил его: «Гейзенберг, почему вы танцуете?». Гейзенберг сказал: «Ну, если девушка приятная, мне нравится с ней танцевать», — и пошел танцевать следующий танец. Когда он снова вернулся через некоторое время, Дирак спросил: «Откуда вы знаете, что девушка «приятная», до того, как вы с ней танцевали?».

⁵⁹ Electrons et photons/Rapports et Discussions du Cinquième Conseil de Physique Solvey. — Paris: Gauthier-Villars, 1928. — P. 182 [22a].

⁶⁰ Klein O.//Zs. Phys. 1926. Bd 37. S. 895; Gordon W.//Ibidem. Bd 40. S. 117; см. также: Fock V.//Ibidem. Bd 38. S. 242; Bd 39. S. 226. В статье «Эволюция физической картины Природы» (Scientific American. May 1963. V. 208. P. 45—53) Дирак писал: «Я могу рассказать вам историю, которую слышал от Шрёдингера, о том, что, когда ему в голову впервые пришла мысль об этом уравнении [так называемом уравнении Клейна — Гордона. — Д. М.], он немедленно применил его к описанию поведения электрона в атоме водорода и получил тогда результаты, не согласующиеся с экспериментом. Расхождение возникало из-за того, что в то время не было известно, что электрон имеет спин. Это, конечно, было большой неприятностью для Шрёдингера и заставило его оставить эту работу на несколько месяцев. Затем он заметил, что когда он применял эту теорию в более приближенном виде, не принимая во внимание уточнения, требуемые теорией относительности, это грубое приближение было в согласии с экспериментом. В своей первой статье он опубликовал только это грубое приближение, и в таком виде волновое уравнение Шрёдингера было представлено миру. Конечно, впоследствии, когда люди нашли, как правильно учитывать спин электрона, расхождение между результатами применения релятивистского уравнения Шрёдингера и экспериментами было полностью снято».

⁶¹ Так как ψ относится к комплексному полю Клейна—Гордона, в настоящее время предпочитают называть $\rho(x)$ плотностью заряда, а не плотностью частиц.

⁶² Uhlenbeck G. E., Goudsmit S.//Naturwissenschaften. 1925. Bd 13. S. 953; Pauli W.//Zs. Phys. 1926. Bd 37. S. 263.

⁶³ Darwin C. G.//Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1928. V. 118. P. 654; V. 120. P. 621; Gordon W.//Zs. Phys. 1928. Bd 48. S. 11.

⁶⁴ Он опубликовал две статьи, одна — это «Основа статистической квантовой механики» [23], где он рассмотрел квантовую статистическую механику по аналогии с классическим двойником; другая — «Квантовая механика многоэлектронных систем» [24]. В последней Дирак ясно указывает на трудности, возникающие, когда присутствуют частицы с более высокими скоростями; так как в проблемах химической связи этих трудностей с хорошим приближением можно избежать, то главные особенности сложных атомных систем логически вытекают из теории. К близким проблемам он обратился в двух последних статьях: «Замечание об обменных явлениях в атоме Томаса» [27], «Заметка об интерпретации матрицы плотности в многоэлектронной проблеме» [30].

⁶⁵ См. [25], с. 360.

⁶⁶ См. [25], с. 362.

⁶⁷ См. [25], с. 363.

⁶⁸ Дж. Р. Оппенгеймер поэтому предложил заполнить все дырки с отрицательной энергией (Phys. Rev. 1930. V. 35. P. 562). Если это сделать, то, во-первых, не будет никаких переходов и, во-вторых, электроны и протоны могут рассматриваться как независимые объекты.

⁶⁹ Schrödinger E.//Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin. 1930. S. 418.

⁷⁰ Цитаты из разговоров с Дираком ^{8,12}. Мы должны напомнить, что Эйнштейн также заинтересовался этой проблемой и пытался обобщить понятие спиноров на «полу-векторы», допускающие различные массы у «античастиц». Вейль во втором издании книги «Теория групп и квантовая механика» (Лейпциг, 1931) защищал равные массы (с. 234).

⁷¹ См. [31], с. 61—62. Позже Дирак отметил: «Я не понимал, что вероятность гораздо много больше, если вы просто имеете один γ -луч, попадающий в ядро» ¹².

⁷² К. Д. Андерсон не знал о теории Дирака, когда открыл новую частицу в камере Вильсона (Phys. Rev. 1933. V. 43. P. 492). Исторические подробности о позитроне см. в книге Н. Р. Хэнсона «Концепция позитрона» (Кембридж, 1963), в особенности в гл. IX.

⁷³ В конце Нобелевской лекции Дирака [39] у него были пророческие слова: «В той мере, в которой все еще точна теория, имеется полная и совершенная симметрия между положительным и отрицательным электрическими зарядами, и, если эта симметрия действительно фундаментальна в природе, должно быть возможным обращение заряда любого вида частиц. Отрицательные протоны, конечно, было бы много труднее получить экспериментально, так как потребовалось бы много больше энергии, в соответствии с большей массой». Он считал делом случая, что Земля предпочитает отрицательные электроны и положительные протоны, и размышлял о существовании антимиров ([38], с. 324—325). Действительно, Дирак любил раздумывать о более совершенных и «лучших» теориях, включая такие, которые могли бы объяснить причину, по которой постоянная тонкой структуры равна $1/137$ ^{8,12}.

⁷⁴ Heisenberg W., Pauli W.//Zs. Phys. 1929. Bd 56. S. 1; 1929/30. Bd 59. S. 168.

⁷⁵ См. [33], с. 454.⁷⁶ Rosenfeld L. // *Zs. Phys.* 1932. Bd 76. S. 729. — Дирак, Фок и Подольский улучшили это доказательство в их совместной статье [34].⁷⁷ См. пункты [82, 84, 85] списка трудов П. А. М. Дирака (после примечаний).⁷⁸ Лекция Дирака в Остине ³⁷. Дирак часто высказывался о необходимости математической красоты в физической теории:

«Я чувствую, что теория, если она правильна, будет красивой теорией, потому что вы требуете принципа красоты, когда устанавливаете фундаментальные законы. Поскольку работают на математической основе, то руководствуются в очень большой степени математической красотой. Если уравнения физики не являются математически красивыми, это указывает на несовершенство и означает, что теория ошибочна и нуждается в улучшении. Бывают случаи, когда математическая красота должна иметь приоритет над [временным] согласием с экспериментом».

«Математическая красота вызывает к эмоциям, и ее необходимость принимается как догмат веры; за этим нет логических оснований. Просто кажется, что бог сконструировал Вселенную на основе красивой математики, и мы обнаруживаем, что предположение о том, что основные идеи должны выражаться через красивую математику, является достаточно выгодным предположением».

«В приближенной теории математика не может быть красивой. Теория Ньютона в какой-то степени красива; но в теории гравитации Эйнштейна красоты больше. Чистые математики, хотя они не физики вовсе и ничуть не связаны с гравитацией, все же интересуются уравнениями Эйнштейна, потому что считают их красивыми. Вся идея пространства Минковского и ее уравнения — вещь красивая, поскольку связана с группой Лоренца. Нерелятивистская квантовая механика — также красивая теория, потому что она является полной».

«Я считаю теорию комплексных переменных очень красивой теорией благодаря большому могуществу, которое содержится в ее интегралах Коши. То же самое я ощущаю по отношению к проективной геометрии, но не к некоторым другим областям математики, таким, как теория множеств и топология».

«Красивая теория обладает универсальностью и могуществом предсказывать, интерпретировать, порождать примеры и работать с ними. Как только вы располагаете фундаментальными законами и хотите их применить, вам уже больше не нужен принцип красоты, потому что при рассмотрении практических вопросов нужно принимать во внимание множество деталей и так или иначе все становится беспорядочным» ^{8,12}.

⁷⁹ Дирак не считал, что он когда-либо хорошо проводил алгебраические вычисления без образного представления о том, что эти уравнения означают. Он всегда предпочитал геометрические методы чисто алгебраическим (включая топологию и теорию множеств), которые широко употребляются в современной физике.

⁸⁰ Из адреса-представления Х. Плейжеля, Председателя Нобелевского комитета по физике (см.: *Nobel Lectures: Physics. 1922—1941.* — Amsterdam: North-Holland, 1965. — P. 289).