

**УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**

539.123

**РЕЗОНАНСНЫЕ ОСЦИЛЛАЦИИ НЕЙТРИНО В ВЕЩЕСТВЕ****C. П. Михеев, А. Ю. Смирнов****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение . . . . .	3
2. Уравнения эволюции нейтрино в веществе . . . . .	7
2.1. Уравнения Вольфенстайна. 2.2. Общие свойства уравнений эволюции и их решений.	
3. Теория осцилляций нейтрино в веществе . . . . .	12
3.1. Смешивание нейтрино в веществе. 3.2. Общие свойства осцилляций нейтрино в веществе. 3.3. Осцилляций нейтрино в различных режимах.	
4. Обобщение теории осцилляций нейтрино . . . . .	25
4.1. Расхождение волновых пакетов. 4.2. Осцилляции трех нейтрино в веществе. 4.3. Осцилляции в стерильные состояния. 4.4. Влияние неупругого рассеяния и поглощения нейтрино на осцилляции. 4.5. Среда с релятивистскими частицами.	
5. Приложения осцилляций нейтрино в веществе . . . . .	34
5.1. Факторы осцилляционного подавления в Солнце. 5.2. Осцилляции нейтрино в веществе Земли. 5.3. Осцилляции нейтрино в веществе и спектроскопия солнечных нейтрино. 5.4. Другие приложения резонансных осцилляций.	
6. Заключение . . . . .	55
Список литературы . . . . .	56

**1. ВВЕДЕНИЕ**

Если нейтрино массивны, то они, вполне вероятно, смешиваются. Смешивание夸ков — установленный факт, и в силу夸к-лептонной симметрии или соответствия夸ков и лептонов, естественно предположить, что смешиваются также и лептоны. Дополнительный аргумент в этом смысле дают модели большого объединения, в которых夸ки и лептоны описываются единственным образом. Другой аргумент связан с концепцией, согласно которой ненарушенной может быть только локальная симметрия. Отсутствие смешивания у массивных нейтрино означало бы существование глобальной симметрии, выражающей сохранение лептонных чисел. Смешивание означает, что  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$ ,  $\nu_\tau$  \*) — те состояния, которые рождаются в слабых взаимодействиях, не совпадают с состояниями  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\nu_3$ , имеющими определенные массы. При этом нейтрино  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  и  $\nu_\tau$  оказываются ортогональными комбинациями  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ , . . . . , различаясь величинами примесей  $\nu_i$  и разностями фаз между ними.

Следствием смешивания являются осцилляции нейтрино 1 — процесс периодического (полного или частичного) превращения нейтрино одного типа в другой, например  $\nu_e \rightarrow \nu_s \rightarrow \nu_e \rightarrow \dots$ . Этот процесс был введен в 1957 г. по аналогии с осцилляциями К-мезонов Б. М. Понтекорво. Компоненты  $\nu_i$ , составляющие смешанное нейтрино, имеют разные массы и, значит, разные

\*) К этим нейтрино, возможно, следует добавить так называемые стерильные нейтрино  $\nu_s$ , у которых нет обычных слабых взаимодействий.

фазовые скорости. Поэтому в процессе распространения разности фаз между  $v_i$  монотонно изменяются. Это изменение фаз, приводящее к изменению взаимодействия смешанного нейтрино, и проявляется как осцилляции.

Поиск осцилляций стал чувствительным методом измерения масс и смешивания нейтрино, и пока отрицательный результат этого поиска позволяет поставить верхние ограничения на  $\Delta m^2 = m_1^2 - m_2^2$  — разность квадратов масс  $v_1$ ,  $v_2$  и угол смешивания  $\theta$  (см. <sup>2</sup>). Осцилляции могут существенно изменять свойства потоков нейтрино естественного происхождения: солнечных нейтрино, нейтрино от гравитационных коллапсов, атмосферных нейтрино и др. В частности, как впервые отметили Понтекорво и Грибов (см. <sup>3</sup>),  $v$ -осцилляции могут быть решением проблемы солнечных нейтрино, т. е. причиной расхождения результатов Cl — Ar-эксперимента Дэвиса и предсказаний стандартной солнечной модели.

Осцилляции нейтрино — это, по существу, колебательный процесс, не связанный с квантовой природой частиц. Он имеет целый ряд аналогов в разных областях физики и, в первую очередь, в механике. Смешанные нейтрино (для определенности  $v_e$  и  $v_\mu$ ) представляют собой систему двух слабо-связанных осцилляторов. Колебания одного из осцилляторов соответствуют распространению  $v_e$ , колебания другого —  $v_\mu$ ; рождение  $v_e$  — это возбуждение колебаний « $v_e$ -осциллятора» и т. д. Наличие связи между осцилляторами приводит к тому, что колебания от одного из них периодически передаются другому. Периодический процесс передачи колебаний и есть осцилляции. Если собственные частоты осцилляторов совпадают, то передача колебаний полная, что соответствует осцилляциям с максимальной глубиной. Если частоты различаются, колебания передаются лишь частично. «Нормальные» колебания — это распространение  $v$ -состояний с определенными энергиями (массами в вакууме). Аналогия может быть продолжена и на случай осцилляций нейтрино в веществе. В системе связанных осцилляторов, как будет видно, воспроизводятся практически все особенности осцилляций с учетом взаимодействий.

Среда, вследствие взаимодействий нейтрино с ее компонентами, изменяет картину осцилляций. Этот эффект был рассмотрен в 1977 г. Л. Вольфенстайном по аналогии с физикой нейтральных К-мезонов. Влияние среды обусловлено, как и в случае когерентной регенерации  $K_S$ , различием в амплитудах упругого рассеяния вперед смешанных нейтрино, например  $v_e$  и  $v_\mu$ . Оно сводится к появлению у волн, описывающих распространение  $v_e$  и  $v_\mu$ , разных показателей преломления. В сочетании с вакуумным смешиванием это дает то, что определенные энергии, фазовые и групповые скорости в среде имеют состояния  $v_{im}$ , отличные от  $v_i$ . Следовательно, смешивание в веществе изменяется, а  $v_e$  и  $v_\mu$  «осциллируют» относительно новых состояний  $v_{im}$ . Кроме этого в веществе изменяется и длина (период) осцилляций. Среда может приводить как к подавлению осцилляций, так и к усилению их глубины, вплоть до максимальной <sup>4, 5</sup>.

Влияние среды можно описать в терминах потенциалов, в которых распространяются нейтрино  $v_e$  и  $v_\mu$ . Взаимодействие приводит к изменению смешивания и появлению эффективных масс, отличных от  $m_1$  и  $m_2$  <sup>12, 13</sup>.

В механическом аналоге влияние среды эквивалентно изменению собственных частот осцилляторов, причем изменению, разному у « $v_e$ » и « $v_\mu$ ». В результате этого становятся иными (по сравнению с «вакуумными») глубина, период осцилляций, а также характер нормальных колебаний.

Л. Вольфен斯坦 получил в 1977 г. систему дифференциальных уравнений, описывающих движение смешанных нейтрино. В приближении постоянной плотности были рассмотрены некоторые следствия осцилляции в Земле <sup>4, 5, 8</sup>, Солнце <sup>4, 6</sup> и коллапсирующих звездах <sup>6, 7</sup>. Однако в полной мере физическое содержание теории, а также наиболее интересные и важные с точки зрения приложений эффекты были установлены в 1984—1985 гг. Влияние среды на осцилляции нейтрино носит резонансный характер <sup>9, 10</sup>. Зависимость парамет-

тра  $\sin^2 2\theta_m$ , где  $\theta_m$  — угол смешивания в среде, от плотности среды ( $\rho$ ) или энергии нейтрино имеет вид резонансного пика и при определенных — резонансных плотностях ( $\rho_R$ ) или энергиях ( $E_R$ ) смешивание становится максимальным — осцилляции могут происходить с максимальной глубиной. В резонансе вакуумная длина осцилляции равна длине рефракции, эффективные массы  $v_e$  и  $v_\mu$  совпадают — собственные частоты слабосвязанных осцилляторов равны. В средах с изменяющейся плотностью возникают качественно новые эффекты<sup>9-11</sup>. В процессе движения нейтрино варьируются и глубина осцилляции, и их среднее значение. Возможны практически полные переходы одного типа нейтрино в другой в широких интервалах энергий и при малых углах смешивания в вакууме. В отличие от вакуума, где полные осцилляционные переходы реализуются только при максимальном смешивании  $\theta = 45^\circ$ , в среде это возможно и для малых углов  $\theta$ . И более того, чем меньше угол  $\theta$ , тем более полное превращение может быть достигнуто. У кварков, напомним, смешивание мало. И второе, в отличие от вакуума, а также и среды с постоянной плотностью, где близкие к полным переходы  $v_e \rightarrow v_\mu$  на заданном расстоянии достигаются только при определенных дискретных значениях энергии, в среде с изменяющейся плотностью сильные превращения могут осуществляться в непрерывных диапазонах энергии. В предельном случае, когда начальная плотность значительно больше резонансной, реализуется безосцилляционный переход<sup>10</sup>: нейтрино одного типа по мере изменения плотности превращаются в нейтрино другого типа с практически нулевой глубиной осцилляции.

В основе сильных осцилляционных переходов в веществе лежат два условия:

1) Условие резонанса<sup>9, 10</sup>.

2) Условие адиабатичности или слабого нарушения адиабатичности<sup>9-11</sup>.

Они определяют по существу режим осцилляций, величину и масштабы эффектов. Первое условие фиксирует для нейтрино с данной энергией резонансную плотность, и сильные переходы осуществляются, когда нейтрино пересекают резонансный слой  $\rho = (\rho_R - \Delta\rho_R) - (\rho_R + \Delta\rho_R)$ ; здесь  $2\Delta\rho_R$  — ширина резонанса. Именно в резонанском слое происходят основные изменения состава  $v$ -пучка. В этой связи сильные осцилляционные превращения в среде называют резонансными (резонансными осцилляциями). Второе условие ставит ограничения на скорость изменения плотности:  $d\rho/dr$ . Если  $\rho$  варьируется достаточно медленно, реализуется адиабатический режим; система (осциллирующие нейтрино) успевает подстраиваться за изменениями  $\rho(r)$ . В механическом примере распространению в среде с изменяющейся плотностью соответствует изменение (различное для « $v_e$ » и « $v_\mu$ ») собственных частот осцилляторов. Если в начальный момент эти частоты сильно различаются и затем достаточно медленно (адиабатически) их соотношение изменяется на обратное ( $\omega_1 \gg \omega_2 \rightarrow \omega_1 \ll \omega_2$ ), то в результате колебания первоначально возбужденного осциллятора передадутся (практически полностью и необратимо) другому, который в начальный момент покоялся. Это и есть аналог сильных превращений нейтрино в веществе\*).

Влияние вещества проявляется лишь на больших его толщах  $d \geq d_0 \approx \approx m_N/G_F \approx 3,5 \cdot 10^9$  г/см<sup>2</sup>, где  $m_N$  — масса нуклона,  $G_F$  — константа Ферми. Следовательно, область приложений обсуждаемых эффектов — нейтринная геофизика, астрофизика и космология. Условия сильных переходов выполняются в широких интервалах углов смешивания, разностей квадратов масс и энергий нейтрино в Солнце, Земле, коллапсирующих звездах. Размеры этих диапазонов определяются перепадом плотностей в среде и быстрой изменением плотности и могут достигать нескольких порядков;

\*). Этот пример был описан нами в<sup>27</sup>. Реальная модель демонстрировалась С. Вайнбергом на Рочестерской конференции по физике высоких энергий в Беркли, США (июль 1986 г.).

Существуют области значений  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ , в которых вследствие резонансных осцилляций солнечных нейтрино возникает 2—4-кратное подавление скорости образования  $^{37}\text{Ar}$  в Cl — Ar-эксперименте. Таким образом можно объяснить результаты Дэвиса в стандартной солнечной модели<sup>9</sup>. При этом возникают вполне определенные искажения формы энергетического спектра нейтрино, изменяющие предсказания и для других экспериментов с солнечными нейтрино. Полная нейтринная спектроскопия Солнца, предлагающая проведение радиохимических экспериментов с разными порогами, а также измерения формы спектра прямыми методами открывают возможность установить, происходят ли на Солнце резонансные превращения нейтрино. В случае положительного ответа это позволит также зафиксировать  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ . При отрицательном ответе будет исключена широкая область параметров нейтрино  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ <sup>9, 10, 12–18</sup>.

Если результаты эксперимента Дэвиса объясняются резонансными осцилляциями, то  $\Delta m^2 \lesssim 10^{-4} \text{ эВ}^2$  и в случае иерархии масс отсюда следует для электронных нейтрино  $m(\nu_e) \ll 10^{-2} \text{ эВ}$ . Это значит, что масса  $\nu_e$  далеко за пределами возможностей существующих методов измерения (эксперименты с тритием, поиски безнейтринного  $2\beta$ -распада и  $\nu$ -осцилляций), и в этой связи спектроскопия солнечных нейтрино становится одним из важнейших экспериментов не только в астрофизике, но и в физике частиц.

Существенным обстоятельством является то, что область  $\Delta m^2$  резонансного эффекта на Солнце перекрывается с вероятной областью предсказаний так называемого «see — saw»-механизма, позволяющего объяснить малость масс нейтрино по сравнению с массами заряженных лептонов из соответствующих генераций<sup>73</sup>. При этом масштаб нарушения лептонного числа (масштаб майорановских масс правых компонент нейтрино) находится на уровне масштабов большого объединения, либо нарушений суперсимметрии, либо масштаба невидимого аксиона<sup>74</sup> (см. также<sup>75, 76</sup>).

В значительно более широких интервалах  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ , чем для Солнца, выполняются условия сильных переходов в ядрах и оболочках коллапсирующих звезд. Резонансные осцилляции могут привести к существенному изменению свойств нейтринных потоков от гравитационных коллапсов и это следует иметь в виду при интерпретации экспериментальных данных<sup>11</sup>. Наблюдение  $\nu$ -сигнала позволяет поставить сильные ограничения на параметры нейтрино, а в случае, если осцилляционный эффект будет обнаружен, его исследование даст важную информацию о структуре звезды и динамике коллапса.

В Земле при пересечении ее под сравнительно небольшими зенитными углами также могут осуществляться сильные резонансные переходы. В этой связи обсуждаются: эффекты в пучках нейтрино от ускорителей при просвечивании Земли<sup>20</sup>, искажение потоков атмосферных нейтрино, пришедших из нижней полусфера Земли<sup>16, 78, 79</sup>, модуляции потоков солнечных нейтрино<sup>16, 47–49</sup>, изменения  $\nu$ -сигналов от гравитационных коллапсов<sup>16</sup>.

Еще одна область приложения резонансных осцилляций — реликтовые нейтрино в ранней Вселенной<sup>16, 17</sup>.

Этот обзор посвящен систематическому изложению теории осцилляции нейтрино в веществе и ее приложениям, главным образом, к солнечным нейтрино. Для случая смешивания нейтрино двух типов детально рассмотрены уравнения эволюции (раздел 2) и свойства осцилляций в разных режимах (раздел 3). Затем дано обобщение теории на случай трех типов нейтрино; обсуждаются расхождение волновых пакетов и эффекты поглощения нейтрино (раздел 4). В разделе 5 описаны резонансные осцилляции в веществе Солнца и Земли, суммируются основные результаты, касающиеся коллапсирующих звезд.

## 2. УРАВНЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ НЕЙТРИНО В ВЕЩЕСТВЕ

2.1. Уравнения Вольфенстайна<sup>4</sup>

2.1.1. *Вывод уравнений.* Рассмотрим систему двух смешанных нейтрино с определенными ароматами \*), например,  $\nu_e$  и  $\nu_\mu$ :  $\nu_f = (\nu_e, \nu_\mu)$ . Произвольное нейтринное состояние  $\nu(t)$  может быть записано так:

$$|\nu(t)\rangle = \psi_e(t) |\nu_e\rangle + \psi_\mu(t) |\nu_\mu\rangle, \quad (2.1)$$

где  $\psi_e$  и  $\psi_\mu$  — волновые функции  $\nu_e$  и  $\nu_\mu$ . Уравнения эволюции для  $\psi_f = (\psi_e, \psi_\mu)$  в веществе в ультратрарелятивистском пределе имеют следующий вид:

$$i \frac{d\psi_f}{dt} = \left( k \hat{I} + \frac{\hat{M}^2}{2k} + \hat{W} \right) \psi_f; \quad (2.2)$$

здесь  $k$  — импульс нейтрино,  $\hat{I}$  — единичная матрица,  $\hat{M}^2$  — квадрат массовой матрицы нейтрино в вакууме,  $\hat{W}$  — матрица, учитывающая взаимодействия нейтрино со средой и представляющая собой потенциальную энергию, обусловленную этими взаимодействиями. Система (2.2) является, очевидно, обобщением уравнения Шредингера для одной частицы с массой  $m$ :

$$\dot{\psi} = (E + W) \psi \approx [k + m^2(2k)^{-1} + W] \psi.$$

$\nu_e$  и  $\nu_\mu$  это собственные состояния слабых взаимодействий \*\*), поэтому  $\hat{W}$  диагональна:  $\hat{W} = \text{diag}(W_e, W_\mu)$ . Смешивание в (2.2) обусловлено недиагональностью матрицы  $M^2$ . Если энергии нейтрино не слишком велики  $s \ll \ll G_F^{-1}$  и размеры слоя вещества меньше длины поглощения, то взаимодействия нейтрино сводятся к упругому рассеянию вперед на угол 0. Выражения для  $W_e, W_\mu$  при этом можно получить, рассматривая изменение волновой функции за время  $dt$ . Оно связано с появлением дополнительной волны, являющейся результатом сложения волн рассеяния на частицах в слое  $dx \approx dt$ :

$$\begin{aligned} d\psi_\alpha &= -iW_\alpha dx \psi_\alpha, \\ W_\alpha &= \sum_i f_i^\alpha(0) N_i k^{-1} \quad (\alpha = e, \mu); \end{aligned} \quad (2.3)$$

здесь  $f_i^\alpha(0)$  — амплитуда рассеяния  $\nu_\alpha$  на  $i$ -й компоненте вещества ( $i = e, p, n$ ),  $N_i$  — концентрация этой компоненты. Эффект упругого рассеяния, как известно, сводится к появлению показателя преломления, причем в соответствии с (2.3)<sup>4, 28</sup>

$$(n_\alpha - 1) = 2\pi k^{-1} W_\alpha. \quad (2.4)$$

Другой вывод основан на том, что  $W_\alpha$  — это добавка к энергии нейтрино, обусловленная взаимодействиями<sup>14, 12</sup>. То есть  $W_\alpha = \langle \Phi | \hat{H}_{\text{вз}} | \Phi \rangle$ , где  $\hat{H}_{\text{вз}}$  — гамильтониан взаимодействия, а  $\Phi$  — состояние, включающее одно нейтрино с импульсом  $k$  и покоящиеся частицы среды с концентрациями  $N_i$ . Весьма простые выкладки также приводят к результату (2.3).

Отметим, физические следствия не изменятся, если к матрице эволюции в правой части (2.2) добавить произвольную матрицу, пропорциональную единичной:  $\xi(t) \hat{I}$ . (Это эквивалентно появлению общего фазового множителя

$$\exp \left( -i \int_0^t dt' \xi(t') \right)$$

\*) Будем называть  $\nu$ -состояния, входящие в слабые заряженные токи вместе с определенными лептонами  $e, \mu, \tau$ -состояниями с определенными ароматами.

\*\*) В теории Вайнберга — Глэшоу — Салама недиагональных нейтральных токов нет, и здесь они не рассматриваются (см., однако, ).

у обеих волновых функций; для осцилляций, подчеркнем, существенна разность фаз). Это свойство используется для более удобной записи уравнений эволюции. (Так, в дальнейшем будем опускать первое слагаемое в (2.2) с импульсом нейтрин.) Оно означает, что физические следствия определяются разностью диагональных элементов в матрицах  $M^2$  и  $W$ , в частности, разностью

$$W = W_e - W_\mu = \sum_i \Delta f_i(0) N_i k^{-1}, \quad (2.5)$$

$\Delta f_i(0) = f_i^e(0) - f_i^\mu(0)$ . Если бы взаимодействия у  $v_e$  и  $v_\mu$  оказались одинаковыми, то влияние среды на осцилляции исчезло бы. Среда должна быть несимметрична по отношению к осциллирующим компонентам.

В случае осцилляции  $v_e - v_\mu$  и также  $v_e - v_\tau$   $W$  обусловлена рассеянием  $v_e$  на электронах вследствие заряженных токов<sup>4</sup>. Ни  $v_\mu$ , ни  $v_\tau$  таких взаимодействий не имеют:

$$\Delta f(0) = \sqrt{2} G_F k,$$

и

$$W = \sqrt{2} G_F N_e = \sqrt{2} G_F \rho m_N^{-1} Y_e, \quad (2.6)$$

где  $Y_e$  — число электронов, приходящихся на один нуклон. Несимметричность обычной среды относительно  $v_e$  и  $v_\mu$  связана с тем, что в ней есть электроны, но нет мюонов.

Другим условием влияния среды является ее зарядовая несимметричность. Амплитуды рассеяния на частицах и античастицах имеют противоположные знаки  $f_{v_e}(0) = -f_{\bar{v}_e}(0)$ , и поэтому в случае равных концентраций частиц и античастиц ( $N_e = N_{\bar{e}}$ ) суммарный эффект в (2.5) равен нулю»

В вакууме  $\hat{W} = 0$ . Матрица эволюции пропорциональна квадрату массовой матрицы и ее собственные состояния совпадают с состояниями, имеющими определенные массы  $v = (v_1, v_2)$ .

Связь между  $v_f$  и  $v$  устанавливается условием диагонализации  $\hat{M}^2$ :

$$v_f = \hat{S}_0(\theta) v, \quad (2.7)$$

где

$$\hat{S}_0(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix},$$

причем

$$S^+(\theta) \hat{M}^2 S(\theta) = \hat{M}^{2 \text{ diag}} = \text{diag}(m_1^2, m_2^2); \quad (2.8)$$

здесь  $m_1$  и  $m_2$  — массы  $v_1$  и  $v_2$ . Угол  $\theta$ , связывающий состояния с определенными ароматами и состояния с определенными массами согласно (2.7), называют углом смешивания в вакууме.

Уравнения для  $v_i$  ( $i = 1, 2$ ) в вакууме расщепляются:  $i \dot{\psi} = (\hat{M}^{2 \text{ diag}} / 2k) \psi$ , и их решение имеет вид  $\psi_i = \psi_i(0) \exp(-i \varphi_i)$ , где фазы  $\varphi_i(t) = (m_i^2 / 2k) t$ . Из-за различия в массах  $v_i$  имеют разные фазовые скорости. Расстояние  $|l_v|$ , на котором разность фаз между  $v_i$  ( $\Delta\varphi = (\Delta m^2 / 2k) t$ ) достигает  $2\pi$ , называют длиной осцилляций в вакууме:

$$l_v = -4\pi k (\Delta m^2)^{-1}. \quad (2.9)$$

Квадрат массовой матрицы  $\hat{M}^2$  можно выразить через  $\Delta m^2$  и  $\theta$ :

$$\hat{M}^2 = \frac{\Delta m^2}{2} \begin{vmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{vmatrix},$$

а сами уравнения эволюции (2.2) переписать в виде

$$i \frac{d\psi_f}{dt} = \hat{H} \psi_f, \quad (2.10)$$

где

$$\hat{H} = \begin{vmatrix} H_e & \frac{1}{2} \bar{H} \\ \frac{1}{2} \bar{H} & H_\mu \end{vmatrix},$$

причем

$$\begin{aligned} \bar{H} &= -\Delta m^2 (2k)^{-1} \sin 2\theta, \\ H &= H_e - H_\mu = \Delta m^2 (2k)^{-1} \cos 2\theta + \sum_i \Delta f_i(0) N_i k^{-1}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

В среде с переменной плотностью  $N_i = N_i(x)$  и, значит, (2.10) представляют собой систему дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами ( $t \approx x/c \approx x$ ,  $c = 1$ ).

Отметим, для нейтрино и антинейтрино амплитуды рассеяния имеют противоположные знаки  $f_\nu(0) = -f_{\bar{\nu}}(0)$ , поэтому член в  $H$ , описывающий влияние материи, изменяет при переходе от  $\nu$  к  $\bar{\nu}$  свой знак. Уравнения, эволюции для  $\bar{\nu}$  и  $\nu$  в веществе различны и различной у  $\nu$  и  $\bar{\nu}$  окажется картина осцилляции.

2.1.2. *Длина рефракции*<sup>4</sup>. Собственная длина в веществе  $l_0$  определяется как

$$l_0 = 2\pi W^{-1} = 2\pi \left( \sum_i \Delta f_i(0) N_i k^{-1} \right)^{-1}. \quad (2.12)$$

На пути  $l_0$  в результате рассеяния приобретается дополнительная разность фаз у  $\nu_e$  и  $\nu_\mu$ :  $\Delta\phi = 2\pi$ . Таким образом  $l_0$  задает масштаб, на котором может стать существенным влияние материи. Поскольку  $\Delta f_i(0) \propto k$ ,  $l_0$  определяется плотностью вещества и типом осцилляции и не зависит от энергии нейтрино; в этом смысле  $l_0$  есть характеристика среды. Для осцилляции  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  согласно (2.6)

$$l_0 = 2\pi m_N (\sqrt{2} G_F \rho Y_e)^{-1} = (3 \cdot 10^7 \text{ м}) (\rho (\text{г}/\text{см}^3) \cdot 2Y_e)^{-1}. \quad (2.13)$$

Отсюда следует, что толща, на которой заметен эффект вещества,

$$d_0 = \rho l_0 \sim 2\pi m_N (\sqrt{2} G_F)^{-1} \quad (2.14)$$

определяется по существу только константой Ферми.

С помощью  $l_0$  элементы матрицы эволюции (2.11) записываются в виде

$$H \equiv -2\pi l_{\bar{\nu}}^{-1} (\cos 2\theta - l_\nu l_0^{-1}), \quad \bar{H} = 2\pi l_{\bar{\nu}}^{-1} \sin 2\theta. \quad (2.15)$$

Наличие большой толщи не достаточно для сильного изменения картины осцилляций. Величина эффекта в соответствии с (2.15) зависит от соотношения  $l_0$  и  $l_\nu$ . Если  $l_\nu \ll l_0$  — изменение свойств осцилляций незначительно. Эффекты материи велики при  $l_\nu \gg l_0$ .

## 2.2. Общие свойства уравнений эволюции и их решений

2.2.1. *Амплитуды и вероятности осцилляционных переходов.* Волновые функции  $\psi_e(t)$  и  $\psi_\mu(t)$  определяют при заданном начальном условии  $|\nu(0)\rangle = \nu_\alpha$  ( $\alpha = e, \mu$ ) амплитуды вероятностей осцилляционных переходов  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_e$ ,  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\mu$  за время  $t$ . Обозначим их через  $\psi_\beta^{(\alpha)}$ . Используя наиболее симметричный вид уравнений эволюции (2.10), когда  $H_e = -H_\mu = H/2$ , нетрудно установить соотношения между амплитудами

$$\psi_e^{(e)} = \psi_\mu^{(\mu)*}, \quad \psi_\mu^{(e)} = -\psi_e^{(\mu)*}. \quad (2.16)$$

Кроме этого  $\psi_{\beta}^{(\alpha)}$  должны удовлетворять условиям нормировки

$$|\psi_e^{(\alpha)}|^2 + |\psi_{\mu}^{(\alpha)}|^2 = 1 \quad (\alpha = e, \mu). \quad (2.17)$$

Из (2.16), (2.17) следуют соотношения для вероятностей переходов

$$P_{e \rightarrow e} = P_{\mu \rightarrow \mu}, \quad P_{e \rightarrow \mu} = P_{\mu \rightarrow e}, \quad P_{e \rightarrow e} + P_{e \rightarrow \mu} = 1, \quad (2.18)$$

где

$$P_{\alpha \rightarrow \beta} \equiv |\psi_{\beta}^{(\alpha)}|^2.$$

Равенства (2.18) означают, что при прохождении заданного слоя вещества начальные  $v_e$  перейдут в  $v_{\mu}$  в той же мере, в какой начальные  $v_{\mu}$  перейдут в  $v_e$ . Если потоки осциллирующих нейтрино в области генерации равны, то они останутся равными и после прохождения слоя вещества. Наблюдаемого эффекта не будет.

2.2.2. Уравнения для вероятностей переходов <sup>9, 10</sup>. Кроме  $P \equiv |\psi_e|$ , введем  $R = \text{Re}(\psi_{\mu}^* \psi_e)$  и  $I = \text{Im}(\psi_{\mu}^* \psi_e)$ . Уравнения для  $P$ ,  $R$  и  $I$  следуют непосредственно из системы (2.10) \*):

$$\begin{aligned} \dot{P} &= -\bar{H}I, \\ \dot{I} &= -HR + \bar{H}\left(P - \frac{1}{2}\right), \\ \dot{R} &= HI. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Если рождаются электронные нейтрино, то начальные условия

$$P(0) = I, \quad R(0) = I(0) = 0. \quad (2.20)$$

В общем случае  $|v(0)\rangle = a|v_e\rangle + b|v_{\mu}\rangle$

$$P(0) = |a|^2, \quad R(0) = \text{Re } b^*a, \quad I(0) = \text{Im } b^*a.$$

Функции  $P$ ,  $R$  и  $I$  удовлетворяют соотношению

$$P^2 + R^2 + I^2 = P,$$

которое следует из их определения и условия нормировки (2.17).

Система (2.19) записывается в более компактном виде

$$\frac{d\xi}{dt} = [H\xi], \quad (2.21)$$

где

$$\xi = \left\{ R, I, P - \frac{1}{2} \right\}, \quad H = \{-\bar{H}, 0, -H\}. \quad (2.22)$$

Исключая в (2.19)  $R$  и  $I$ , можно получить уравнение для  $P$ <sup>11</sup>

$$\ddot{H}\ddot{P} - \dot{H}\ddot{P} + H(H^2 + \bar{H}^2)\dot{P} - \bar{H}^2\dot{H}\left(P - \frac{1}{2}\right) = 0. \quad (2.23)$$

с начальными условиями  $P(0) = 1$ ,  $\dot{P}(0) = 0$  и  $\ddot{P}(0) = -(1/2)\bar{H}^2$ , если рождается  $v_e$ . Формулировки задачи в терминах вероятностей (2.19), (2.21), (2.23) удобны как для конкретных численных расчетов, так и для анализа общих свойств системы смешанных нейтрино.

2.2.3. Аналогии. а) Аналогия смешанных нейтрино с системой слабо-связанных осцилляторов, описанная во введении, вытекает из уравнений (2.10). Волновой функции  $\psi_e(t)$  соответствует комбинация кинетической ( $E_{\text{кин}}$ ) и потенциальной ( $E_{\text{пот}}$ ) энергий осциллятора ( $\langle v_e \rangle$ ):  $\psi_e(t) \rightarrow E_{\text{кин}}^{1/2} + iE_{\text{пот}}^{1/2}$  (то же для  $\psi_{\mu}$ ). Элементы матрицы  $H_e/2$  и  $H_{\mu}/2$  в отсутствие смеси-

\*) В формулах (2.19)  $\bar{H}$  соответствует  $2M_{\nu}$ , а  $H$  соответствует  $m$  в статьях <sup>9,10</sup>.

звания совпадают с собственными частотами осцилляторов. Недиагональные элементы определяют связь между осцилляторами.

Другое соответствие с механической системой осцилляторов можно получить, исключая в системе (2.10), например,  $\psi_\mu$ <sup>20</sup>.

б) Векторное уравнение (2.21), являющееся компактной записью системы (2.19)<sup>18, 20</sup> для вероятностей, совпадает с уравнением для спина в магнитном поле<sup>18, 20</sup>. Компоненты  $\zeta$  — это средние проекции спина на оси координат а  $\mathbf{H}$  — магнитное поле, нормированное так, что магнитный момент частицы  $\mu = 1/2$ . Решения уравнения (2.21), как известно, описывают прецессию спина (магнитного момента) вокруг направления поля с угловой скоростью  $\mathbf{H}$ . Изменению плотности вещества эквивалентно изменение проекции поля  $\mathbf{H}$ . Таким образом, эволюция системы смешанных нейтрино в среде с переменной  $\rho$  эквивалентна прецессии спина в изменяющемся магнитном поле. Вероятность обнаружить нейтрино исходного типа определяется средней проекцией спина на ось  $z$ :  $P = \zeta_z + (1/2)$  (см. 2.22)).

в) Непосредственным аналогом является система нейтральных К-мезонов в веществе (с учетом регенерации). (Разумеется, у К-мезонов в отличие от нейтрино существенно поглощение.) Система К-мезонов реализует частный случай — максимального смешивания в вакууме.  $\theta = 45^\circ$  вследствие СРТ-теоремы: осциллирующими компонентами являются частица и античастица. У нейтрино такого ограничения нет, смешивание может оказаться произвольно малым и, как будет показано далее, именно при малом вакуумном смешивании возникают наиболее интересные эффекты.

г) Физические условия, заключенные в (2.10), можно воспроизвести для поляризованного света, распространяющегося в оптически активных средах. Аналогами  $\nu_e$  и  $\nu_\mu$  в этом случае являются две разные поляризации волны.

Переходы между собственными состояниями нейтринного гамильтонiana в среде аналогичны переходам между атомными уровнями под действием внешнего возмущения (например, рассеяния заряженных частиц на атомах)<sup>24</sup>.

Отметим, что эффекты, описываемые уравнениями эволюции (2.10), это по существу физика колебаний, не связанная с квантовой природой нейтрино. Общими элементами всех обсуждавшихся аналогий являются 1) две (возможно, больше) степени свободы, 2) связь между ними (смешивание), 3) относительное изменение их энергий (собственных частот). Единственный квантовый эффект, влияющий на осцилляции, связан с конечной величиной нейтринных волновых пакетов и расхождением этих пакетов вследствие разных групповых скоростей у  $v_1$  и  $v_2$  (их аналогов в веществе). В механических системах таких процессов, разумеется, нет.

Представленные аналогии используются для интерпретации осцилляционных эффектов.

2.2.4. *Осцилляции ароматов и осцилляции масс.* Уравнения (2.10); это уравнения для волновых функций нейтрино с чистыми ароматами; следовательно, они определяют осцилляции ароматов в пучке нейтрино. Используя связь (2.7), из (2.10) можно получить уравнения для состояний с фиксированными массами  $\nu_1$  и  $\nu_2$  ( $\Psi = \Psi_1, \Psi_2$ )<sup>4</sup>:

$$\begin{aligned} i \frac{d\Psi}{dt} &= \left( \frac{\hat{M}^2 \text{diag}}{2k} + \hat{S}^+ (\theta) \hat{W} \hat{S} (\theta) \right) \Psi = \\ &= \left[ \frac{1}{2k} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix} + \frac{W_e}{\omega^2} \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \right] \Psi. \quad (2.24) \end{aligned}$$

Согласно (30)  $\nu_1$  и  $\nu_2$  в среде смешиваются. Рассеяние нейтрино приводит к переходам  $\nu_1 \leftrightarrow \nu_2$ . Наряду с осцилляциями аромата, осуществляются осцилляции масс. При этом, разумеется, не происходит нарушения закона сохранения энергии:  $\nu_1$  и  $\nu_2$  в веществе не являются собственными состояниями гамильтониана и, таким образом, определенных энергий не имеют.

Уравнения (2.10) и (2.24) обладают сходной структурой; матрицы эволюции в них можно записать в виде:

$$\hat{H} = A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix},$$

где

$$A = \frac{W_e}{2}, \quad B = \frac{\Delta m^2}{4k} \text{ для } v_e \text{ и } v_\mu,$$

и, наоборот,

$$A = \frac{\Delta m^2}{4k}, \quad B = \frac{W_e}{2}, \quad \theta \rightarrow -\theta \text{ для } v_1 \text{ и } v_2.$$

При переходе от осцилляции ароматов к «осцилляциям масс» среда и вакуум меняются своими ролями:  $\Delta m^2/4k \leftrightarrow W_e/2$ . В первом случае «диагональна» среда, а смешивание обусловлено вакуумом, во втором — наоборот — диагонален вакуум, а смешивание дает среда<sup>29</sup>.

В этой связи отметим, что вакуум (вакуумный вклад в матрицу эволюции) и среда могут рассматриваться на равной основе<sup>29</sup>. Вакуум можно представить как вторую среду с постоянной плотностью  $\rho \propto \Delta m^2/2k$ . Это вполне соответствует хиггсовскому механизму генерации масс. Эволюция смешанных нейтрино в среде описывается при этом как распространение  $v_e$  и  $v_\mu$  в двух вложенных друг в друге средах, не симметричных по отношению к  $v_e$  и  $v_\mu$ . В принципе вакуумный вклад можно заменить вкладом реальной среды, полагая нейтрино безмассовыми. Это потребует, однако, введения недиагональных нейтральных токов, которые неестественны с точки зрения калибровочных теорий. Экспериментальные ограничения на такие токи рассмотрены в<sup>32</sup>.

**2.2.5. Пределы применимости.** При выводе уравнений эволюции (2.10) были фактически сделаны следующие предположения:

- 1) Эффекты неупругого рассеяния и поглощения пренебрежимо малы.
- 2) Частицы среды покоятся.
- 3) Рассеяние нейтрино на отдельных частицах среды происходит независимо, что соответствует пределу геометрической оптики.

Неупругие взаимодействия и движение частиц мишени, существенные в ядрах коллапсирующих звезд и ранней Вселенной, будут рассмотрены в разделе 4, а здесь обсудим 3). Для большинства конкретных приложений условие применимости геометрической оптики  $\lambda \ll r$  выполнено. (Здесь  $\lambda$  — длина волны нейтрино, а  $r$  — расстояние между рассеивающими центрами). Исключение могут составить центральные области коллапсирующих звезд, где плотность достигает ядерной и  $\lambda$  оказывается порядка  $r$ . Однако даже и в этом случае из-за близости показателя преломления к единице поправки оказываются малыми. При  $\lambda \gg r$  коллективный эффект сводится к поляризации среды и показатель преломления определяется формулой Клаузиуса — Мосотти:  $n - 1 = (n_0 - 1) [1 + (2/3) (n_0 - 1)]$ , здесь  $n_0$  — показатель преломления без учета поляризации. Согласно (2.4), (2.3)  $n_0 - 1 \approx 2\sqrt{2\pi G_F \rho / km_N} \approx \lambda_v / l_0$ , где  $l_0$  — длина рефракции (2.12), (2.14). Например, для  $E_v \sim 1$  МэВ и  $\rho = 10^{12}$  г/см<sup>3</sup> получаем  $n_0 - 1 = 10^{-9}$ .

### 3. ТЕОРИЯ ОСЦИЛЛЯЦИЙ НЕЙТРИНО В ВЕЩЕСТВЕ

В этом разделе изложен формализм нейтринных осцилляций в веществе, который является обобщением теории осцилляций в вакууме и наиболее адекватен физике процессов, позволяя описать эффекты расхождения волновых пакетов, а также допуская обобщение на произвольное число типов нейтрино.

### 3.1. Смешивание нейтрино в веществе

**3.1.1. Собственные состояния нейтрино и угол смешивания.** В вакууме смешивание  $\nu_f = (\nu_e, \nu_\mu)$  определяется по отношению к состояниям с фиксированными массами  $\nu = (\nu_1, \nu_2)$ , т. е. по отношению к собственным состояниям гамильтониана, или, что то же — состояниям, диагонализирующем матрицу эволюции в вакууме. Аналогично, в веществе смешивание  $\nu_e$  и  $\nu_\mu$  определяется по отношению к  $\nu_m = (\nu_{1m}, \nu_{2m})$  собственным состояниям гамильтониана в веществе.  $\nu_m$  диагонализуют матрицу эволюции  $\hat{H}$  с учетом взаимодействий (2.10). Вводя  $\hat{S}(\theta_m)$ , так, что

$$\nu_f = \hat{S}_m(\theta_m) \nu_m, \quad \hat{S}_m(\theta_m) = \begin{pmatrix} \cos \theta_m & \sin \theta_m \\ -\sin \theta_m & \cos \theta_m \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

условие диагонализации можно записать в виде

$$\hat{S}_m^+(\theta_m) \hat{H} \hat{S}_m(\theta_m) = \hat{H}_m^{\text{diag}} = \text{diag}(H_1^d, H_2^d). \quad (3.2)$$

Угол  $\theta_m$ , устанавливающий согласно (3.1) связь между собственными состояниями в веществе и состояниями с определенными ароматами, называют углом смешивания в веществе (рис. 1). Элементы

$H_i^d$  в  $\hat{H}^{\text{diag}}$  являются собственными значениями гамильтониана, т. е. уровнями энергии в системе нейтрино. Из (3.2) и (2.10) следует

$$\sin 2\theta_m = \bar{H} (H^2 + \bar{H}^2)^{-1/2}, \quad (3.3)$$

$$H_{1,2}^d = \frac{1}{2} [H_e + H_\mu \pm (H^2 + \bar{H}^2)^{1/2}] \quad (3.4)$$

Энергии  $H_i^d$  позволяют ввести эффективные массы  $\nu_{im}$ :  $M^2 = 2kH_i^d$ .  $\nu_{im}$ ,  $\theta_m$  и  $M_i^2$  — аналоги  $\nu_i$ ,  $\theta$  и  $m_i^2$ , для среды. Матрицы эволюции в веществе и вакууме различны, следовательно,  $\nu_{im} \neq \nu_i$ ,  $\theta_m \neq \theta$ ,  $M_i^2 \neq m_i^2$ ; при учете взаимодействий смешивание изменяется (см. рис. 1).  $\hat{H}$ , а значит, и  $\nu_{im}$ ,  $\theta_m$ ,  $M_i^2$  зависят от плотности вещества и энергии нейтрино. Если плотность стремится к нулю, осуществляются непрерывные переходы  $\nu_{im} \rightarrow \nu_i$ ,  $\theta_m \rightarrow \theta$ ,  $M_i^2 \rightarrow m_i^2$ .

Наиболее важными свойствами системы смешанных нейтрино являются: резонанс, отсутствие пересечения уровней, изменение ароматов собственных состояний с изменением плотности.

**3.1.2. Резонанс**<sup>9,10</sup>. Зависимость параметра смешивания  $\sin^2 2\theta_m$  от энергии нейтрино или плотности среды имеет резонансный характер. Из (3.3) и выражений для  $\bar{H}$ ,  $H$  (2.15) следует

$$\sin^2 2\theta_m = \sin^2 2\theta \cdot R(l_v l_0^{-1}, \theta), \quad (3.5)$$

где

$$R = [(\cos 2\theta - l_v l_0^{-1})^2 + \sin^2 2\theta]^{-1} \quad (3.6)$$

будем называть резонансным фактором (рис. 2). Напомним, что  $l_v/l_0 \propto \rho E$ . При

$$l_v l_0^{-1} = \cos 2\theta \quad (3.7)$$

$R$  достигает максимума:  $R = \sin^{-2} 2\theta$ , и  $\sin^2 2\theta_m = 1$ . Условие (3.7), при котором смешивание в веществе становится максимальным,  $\theta = 45^\circ$ , назы-

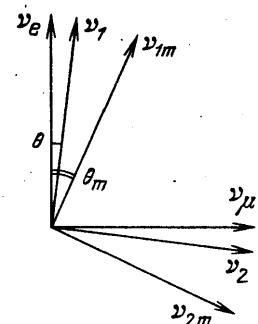


Рис. 1. Графическое представление смешивания в вакууме и в веществе

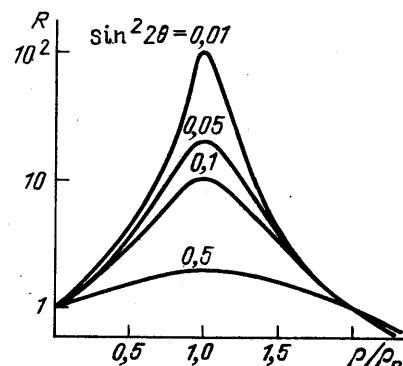


Рис. 2. Зависимость резонансного фактора от плотности вещества для разных значений углов смешивания в вакууме

вается резонансным. Полуширина резонанса на полувысоте определяется углом смешивания в вакууме

$$\Delta(l_v l_0^{-1}) = (l_v l_0^{-1})_R \operatorname{tg} 2\theta = \sin 2\theta. \quad (3.8)$$

Чем меньше вакуумное смешивание, тем уже резонансный пик. При  $l_v/l_0 \rightarrow 0$ , что соответствует, например,  $\rho \rightarrow 0$ ,  $\sin^2 2\theta_m$  сходится к вакуумному значению  $\sin^2 2\theta$  ( $R \rightarrow 1$ ). При  $|l_v/l_0| \rightarrow \infty$  фактор  $R$  сильно подавлен:  $R \approx (l_v/l_0)^{-2} \ll 1$  и параметр смешивания в веществе много меньше вакуумного:  $\sin^2 2\theta_m = \sin^2 2\theta \cdot (l_0/l_v)^2$ .

Плотность вещества, удовлетворяющая резонансному условию, называется резонансной. Согласно (3.7), (2.9) и (2.14)

$$\rho_R = -m_N \Delta m^2 \cdot \cos 2\theta (2\sqrt{2}G_F E)^{-1}; \quad (3.9)$$

здесь  $\rho_R = \rho^{\text{ФФ}} = \rho Y_e$ . Подчеркнем, что  $\rho_R$  обратно пропорциональна энергии нейтрино и при малом вакуумном смешивании слабо зависит от  $\theta$ . Аналогично определяется резонансная энергия. В терминах  $\rho_R$  резонансная зависимость (3.5), (3.6) принимает вид

$$\sin^2 2\theta_m = \operatorname{tg}^2 2\theta \cdot [(1 - \rho \rho_R^{-1})^2 + \operatorname{tg}^2 2\theta]^{-1}. \quad (3.10)$$

Полуширина резонанса по шкале  $\rho$

$$\Delta\rho_R = \rho_R \operatorname{tg} 2\theta. \quad (3.11)$$

При переходе от нейтрино к антинейтрино  $\Delta f(0)$ , а значит,  $l_v/l_0$  меняют знак на противоположный. Следовательно, резонанс в данной среде существует либо для нейтрино, либо для антинейтрино в зависимости от относительного знака  $\cos 2\theta$ ,  $\Delta m^2$  и  $\Delta f(0)$ . Будем считать, что  $v_e$  преимущественно состоит из  $v_1$ , т. е.  $\theta < 45^\circ$  и  $\cos 2\theta > 0$ , тогда условие резонанса выполняется при  $-\Delta m^2/\Delta f(0) > 0$ . Для  $v_e \rightarrow v_\mu^-$  и  $v_\mu \rightarrow v_e$ -осцилляций  $\Delta f(0) = \sqrt{2}G_F k >$

$> 0$  (правильный знак  $\Delta f$  был установлен П. Лангаккером<sup>14</sup>), поэтому резонанс в  $v_e$ -каналах реализуется при  $m_2^2 - m_1^2 > 0$ , когда  $v_e$  в основном состоит из более легкого нейтрино. Этот результат важен для интерпретации экспериментов с солнечными нейтрино.

Существование резонанса связано с тем, что смешанные нейтрино представляют собой систему слабосвязанных осцилляторов. В резонансе собственные частоты осцилляторов совпадают:

$H = 0$  или  $H_e = H_\mu$ . Для однородной среды ( $\rho = \text{const}$ )  $\sin^2 2\theta_m$  определяет глубину осцилляции (см. раздел 3). В резонансе  $\sin^2 2\theta_m = 1$  и глубина становится максимальной. Это соответствует тому, что при совпадении собственных частот колебания одного из осцилляторов передаются другому полностью. Есть и другая интерпретация. При малом смешивании (когда и осуществляется резонанс) резонансное условие имеет вид  $l_v = l_0$ , т. е. собственная частота системы  $1/l_v$  совпадает с частотой, характеризующей внешнюю среду:  $1/l_0$ <sup>9, 10</sup>.

Конкретные проявления резонанса зависят от распределения плотности вещества, начальных условий и др.

3.1.3. *Пересечение уровней.* В отсутствие смешивания диагональные элементы матрицы

эволюции  $H_e$  и  $H_\mu$  являются уровнями энергии  $v_e$  и  $v_\mu$ . В среде  $H_e$  и  $H_\mu$  — линейные функции  $\rho$ <sup>12, 13</sup>. Они пересекаются в точке  $\rho \approx \rho_R$  ( $H_e \approx H_\mu$ ), т. е. при плотности  $\rho \approx \rho_R$ , соответствующей резонансу (рис. 3). Включение смешивания радикально изменяет эту картину. Определенными

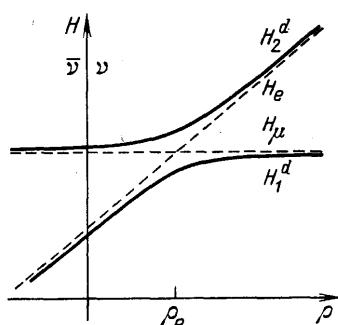


Рис. 3. Зависимость уровней энергии двух нейтрино от плотности в отсутствие смешивания (штриховые линии) и с учетом смешивания (сплошные)

энергиями  $H_1^d$  и  $H_2^d$  обладают состояния  $v_{1m}$  и  $v_{2m}$ , отличные от  $v_e$  и  $v_\mu$ . Траектории  $H_1^d(\rho)$  и  $H_2^d(\rho)$  не пересекаются (рис. 3): смешивание устраниет пересечение уровней. При этом разность энергий

$$H^d = H_2^d - H_1^d = (H^2 + \bar{H}^2)^{1/2} = \Delta H_0 R^{1/2},$$

где  $\Delta H_0 = \Delta m^2/2k$  — вакуумное расщепление, в резонансе оказывается минимальной. Отметим, при увеличении плотности  $H_1^d(\rho)$  переходит с траектории  $H_e$  на  $H_\mu$ , а  $H_2^d$ , наоборот, с  $H_\mu$  на  $H_e$ , причем в основном этот переход осуществляется в резонансной области.

3.1.4. Изменение ароматов собственных состояний нейтрино в веществе<sup>9, 10</sup>. Равенство (3.1) можно «обернуть»:

$$v_m = \hat{S}_m^\dagger(\theta_m) v_f. \quad (3.12)$$

Это значит, что угол смешивания в веществе  $\theta_m$  определяет аромат, т. е.  $v_e$ ,  $v_\mu$  — состав собственных состояний  $v_m$ . Угол  $\theta_m$  зависит от плотности и, следовательно, с изменением  $\rho$  варьируется аромат  $v_m$ . Согласно (3.3):  $\operatorname{tg} 2\theta_m = \operatorname{tg} 2\theta \cdot [1 - (\rho/\rho_R)]^{-1}$ . При  $\rho \ll \rho_R$ :  $\theta_m \approx \theta$ ; с увеличением плотности  $\theta_m$  монотонно возрастает, проходя при  $\rho = \rho_R$  значение  $\theta_m = 45^\circ$ . При  $\rho \gg \rho_R$  угол  $\theta_m$  приближается к  $\pi/2$ :  $[(\pi/2) - \theta_m] \approx \operatorname{tg} 2\theta (\rho_R/2\rho)$ . Таким образом, с изменением плотности от  $\rho \ll \rho_R$  до  $\rho \gg \rho_R$  угол смешивания в веществе изменяется от  $\theta$  до  $\pi/2$ <sup>16</sup> (рис. 4). Для малых  $\theta$  это означает, что аромат собственных состояний  $v_m$  при варьировании  $\rho$  от 0 до  $\rho \gg \rho_R$  изменяется практически полностью. Если состояние  $v_m$  при  $\rho \approx 0$  обладает в основном  $e$ -ароматом, то при  $\rho \gg \rho_R$  в нем будет доминировать мюонный аромат ( $v_{im} \approx v_\mu$ ). Изменение ароматов  $v_m$  можно проследить и по зависимости от  $\rho$  уровней энергии (см. рис. 3).

Рассмотренные свойства смешивания есть следствия зависимости гамильтонiana от плотности и их можно описать непосредственно в терминах изменения матрицы  $\hat{H}(\rho)$ <sup>19</sup>.

### 3.2. Общие свойства осцилляций нейтрино в веществе

3.2.1. *Определения.* Примесный угол<sup>27, 29</sup>. Произвольное нейтринное состояние  $|v(t)\rangle$  можно разложить по собственным состояниям нейтрино в веществе:

$$|v(t)\rangle = \cos \theta_a |v_{1m}\rangle + \sin \theta_a e^{-i\varphi} |\psi_{2m}\rangle; \quad (3.13)$$

здесь  $\theta_a(t)$  — угол, определяющий примеси собственных состояний  $v_m$  в данном состоянии  $v(t)$ ,  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  — разности фаз между компонентами  $v_{1m}$  и  $v_{2m}$ . (Общий фактор  $\exp(-i\varphi_1)$ , не влияющий на физические следствия, в (3.13) опущен.) Коэффициенты перед  $|\psi_{2m}\rangle$

$$\psi_{1m} = \cos \theta_a, \quad \psi_{2m} = \sin \theta_a e^{-i\varphi} \quad (3.14)$$

являются волновыми функциями  $v_m$ , нормированными так, что  $|\psi_{1m}|^2 + |\psi_{2m}|^2 = 1$ .

Как и в случае вакуума, монотонный рост разности фаз  $\varphi$  с  $t$  приводит к осцилляциям аромата  $|v\rangle$ . Действительно, с учетом (3.12) амплитуда вероятности обнаружить  $v_e$  в  $|v(t)\rangle$  равна

$$\langle v_e | v(t) \rangle = \cos \theta_a \cdot \cos \theta_m + \sin \theta_a \cdot \sin \theta_m e^{-i\varphi}. \quad (3.15)$$

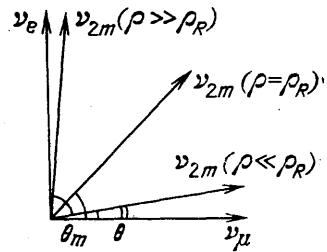


Рис. 4. Зависимость аромата собственного состояния  $v_{2m}$  от плотности

Отсюда вероятность обнаружить  $v_e$

$$P(t) = \bar{P}(t) + \frac{1}{2} A_p(t) \cos \varphi, \quad (3.16)$$

где средняя (усредненная по периоду) вероятность

$$\bar{P}(t) = \cos^2 \theta_a \cdot \cos^2 \theta_m + \sin^2 \theta_a \cdot \sin^2 \theta_m, \quad (3.17)$$

глубина осцилляций

$$A_p = \sin 2\theta_a \cdot \sin 2\theta_m \quad (3.18)$$

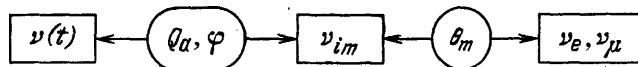
и квазипериод

$$T_m = l_m = 2\pi \dot{\varphi}^{-1}. \quad (3.19)$$

Вакумные осцилляции являются частным случаем (3.15)–(3.19), в котором: 1) Примесный угол не зависит от времени и равен углу смешивания в вакууме  $\theta_a = \theta$ . 2) Ароматы собственных состояний  $v_m = v_i$  не зависят от времени и также определяются углом  $\theta$ . Заметим, равенство  $\theta_a = \theta$  есть следствие того, что в слабых взаимодействиях рождаются состояния с чистыми ароматами:  $v_e$  или  $v_\mu$ .

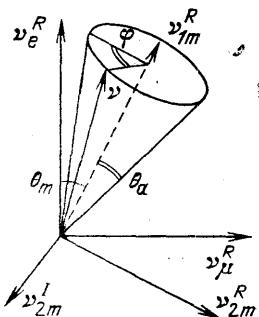
Общий случай, реализуемый в среде с переменной  $\rho$ , соответствует тому, что и примеси собственных состояний ( $\theta_a$ ) в  $v(t)$  и ароматы самих собственных состояний изменяются со временем. Это значит, что в среде изменяется средняя вероятность и глубина осцилляций.

В терминах  $\theta_m$ ,  $\theta_a$  и  $\varphi$  осуществляется наиболее полное описание осцилляций,  $\theta_a$  и  $\varphi$  связывают данное состояние  $v$  с  $v_{im}$ ;  $\theta_m$  в свою очередь связывает  $v_{im}$  с  $v_e$  и  $v_\mu$ :



В соотношениях (3.15)–(3.19)  $\theta_m$  — известная функция плотности, поэтому для описания осцилляций необходимо определить  $\theta_a(t)$  и  $\varphi(t)$ .

3.2.2. Графическое представление  $v$ -осцилляций. Графическое представление полученных выше соотношений не только дает наглядную картину  $v$ -осцилляций, но и позволяет воспроизвести результаты аналитического решения.



Тис. 5. Графическое представление осцилляции нейтрино

Собственным состояниям  $v_{im}$  сопоставляется ортонормированный базис  $\{v_m\} = \{v_{1m}, v_{2m}^R, v_{2m}^I\}$ , в котором оси  $v_{2m}^R$  и  $v_{2m}^I$  соответствуют действительной и мнимой частям волновой функции  $v_{2m}$ . В этом базисе состояние  $|v(t)\rangle$  из (3.13) описывается единичным вектором  $v = \{\cos \theta_a, \sin \theta_a \cdot \cos \varphi, \sin \theta_a \sin \varphi\}$ . Монотонное изменение  $\varphi$  адекватно вращению  $v$  вокруг  $v_{im}$ , точнее — движению  $v$  по поверхности конуса с осью  $v_{im}$  и углом раствора  $\theta_a$  (рис. 5). Квазипериод вращения:  $l_m = 2\pi/\dot{\varphi}$ . Состояниям  $v_e$  и  $v_\mu$  сопоставляем базис ароматов  $\{v_i\} = \{v_e^R, v_\mu^R, v_\mu^I\}$ , повернутый относительно  $(v_m)$  так, что в  $\{v_m\}$ :  $v_e^R = \{\cos \theta_m, \sin \theta_m, 0\}$ ,  $v_\mu^R = \{-\sin \theta_m, \cos \theta_m, 0\}$ ,  $v_e^I = \{0, 0, i \sin \theta_m\}$ . Мнимой части волновой функции  $v_\mu$  отвечает вектор  $v_\mu^I = \{0, 0, i \cos \theta\}$ . Проекция  $v$  на данную ось  $v_x$  равна амплитуде вероятности обнаружить  $v_x$  в  $v(t)$ . В большинстве случаев для определения характеристик осцилляции достаточно рассматривать проекции  $v$  на действительную плоскость.

В веществе с изменяющейся плотностью эволюция  $v$ -состояния представляет собой два вращения: 1) вращение  $v$  вокруг  $v_{im}$  (движение по конусу)

с угловой скоростью  $\Phi$ , причем раствор конуса со временем может изменяться, 2) вращение самого конуса в базисе ароматов. Положение оси конуса ( $v_{1m}$ ) в  $\{v_i\}$  фиксируется углом смешивания  $\theta_m$ , который в свою очередь зависит от плотности вещества.

Описанное графическое представление не является единственным. Другая возможность — использовать аналогию осцилляций с движением спина в магнитном поле<sup>18, 20</sup> (см. раздел 2.5). Нейтринное состояние описывается вектором  $\zeta$ , который вращается вокруг  $H$  по поверхности конуса с раствором  $2\theta_a$ . Вектор  $H$  составляет с осью  $z$  угол  $2\theta_m$ . Проекция  $\zeta_z$  определяет непосредственно вероятность перехода:  $P = \zeta_z + (1/2)$ .

3.2.3. Эволюция собственных состояний нейтрино в веществе<sup>19, 22, 23</sup>. Уравнения для  $\theta_a$  и  $\varphi$ . Согласно (3.1) волновые функции состояний с определенными ароматами  $\psi_i$  выражаются через волновые функции собственных состояний следующим образом:  $\psi_i = \hat{S}_m(\theta) \psi_m$ ,  $\psi_m = (\psi_{1m}, \psi_{2m})$ . Подставляя это соотношение в (2.10) и учитывая (3.2), находим уравнение эволюции для  $v_{im}$ :

$$i \frac{d\Psi_m}{dt} = \hat{H}_m \Psi_m,$$

$$\hat{H}_m = \left( \hat{H}^{\text{diag}} - i \hat{S}_m^+ \frac{d\hat{S}}{dt} \right) = \begin{vmatrix} H_1^d & -i\dot{\theta}_m \\ +i\dot{\theta}_m & H_2^d \end{vmatrix}. \quad (3.20)$$

Недиагональные члены  $-i\dot{\theta}_m$  пропорциональны скорости изменения плотности

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \sin^2 2\theta \cdot \frac{R}{2\Delta\rho_R} \frac{d\rho}{dt} = \frac{\sin^2 2\theta_m}{2\Delta\rho_R} \frac{d\rho}{dt}. \quad (3.21)$$

В неоднородной среде ( $d\rho/dt \neq 0$ )  $\dot{\theta}_m \neq 0$ , осуществляются переходы  $v_{1m} \leftrightarrow v_{2m}$ , система уравнений для собственных состояний не расщепляется.

Подставляя в (3.20) выражения для волновых функций (3.14), получаем уравнение для угла  $\theta_a$  и фазы  $\varphi$ <sup>30</sup>:

$$\dot{\theta}_a = \dot{\theta}_m \cos \varphi, \quad (3.22)$$

$$\dot{\varphi} = \dot{\varphi}^d - 2\dot{\theta}_m \sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} 2\theta_a, \quad (3.23)$$

где

$$\dot{\varphi}^d = H_2^d - H_1^d = 2\pi l_m^{-1} = 2\pi (l_v R^{1/2})^{-1}. \quad (3.24)$$

Начальные условия для системы (3.22), (3.23) фиксируются тем, что приimesи  $v_{im}$  в момент генерации нейтрино заданы углом смешивания  $\theta_m$  в этот момент. Если  $v(0) = v_e$ , то  $v(0) = \cos \theta_m(0) \cdot v_{1m} + \sin \theta_m(0) \cdot v_{2m}$ . Сопоставляя это выражение с (3.13), находим

$$\theta_a^0 = \theta_m^0, \quad \varphi^0 = 0. \quad (3.25)$$

Соотношения (3.22), (3.23) имеют простой геометрический смысл и могут быть получены графически. Инфинитезимальные изменения  $d\theta_a$  происходят только вследствие поворота оси конуса ( $v_{im}$ ); вращение  $v$  по поверхности конуса вклада в  $d\theta_a$  не дает. В изменении фазы участвуют оба вращения: первый член в правой части (3.23) — вклад вращения  $v$  по конусу второй — результат поворота оси конуса, т. е.  $v_{im}$  в пространстве ароматов.

### 3.3. Осцилляции нейтрино в различных режимах

Свойства осцилляций определяются характером изменения плотности вещества. В зависимости от быстроты ее изменения, с расстоянием ( $d\rho/dt \approx \approx d\rho/dx$ ) можно выделить несколько режимов: 1) постоянная плотность 2) адиабатический режим (медленное изменение плотности), 3) нарушение

адиабатичности в резонансном слое, 4) сильное нарушение адиабатичности и, как предельный случай, скачок плотности. Кроме этого обсуждаются осцилляции при специальных распределениях плотности.

3.3.1. *Постоянная плотность.* Угол смещивания в веществе является константой. Подставляя  $\theta_m = 0$  в (3.22), (3.23), находим

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_a &= 0 \quad \text{или} \quad \theta_a = \theta_a^0, \\ \dot{\varphi} &= \dot{\varphi}^d = H^d.\end{aligned}\tag{3.26}$$

Отсюда следует: 1) Примеси  $v_{im}$  в данном состоянии  $v(t)$  фиксируются в начальный момент и в процессе дальнейшей эволюции не меняются. В других терминах: при  $\dot{\theta}_m = 0$  система уравнений для  $v_{im}$  (3.20) расщепляется,  $v_{im}$  эволюционируют независимо и переходов  $v_{1m} \leftrightarrow v_{2m}$  нет. 2) Поскольку  $\theta_m = \text{const}$ , ароматы собственных состояний не меняются.

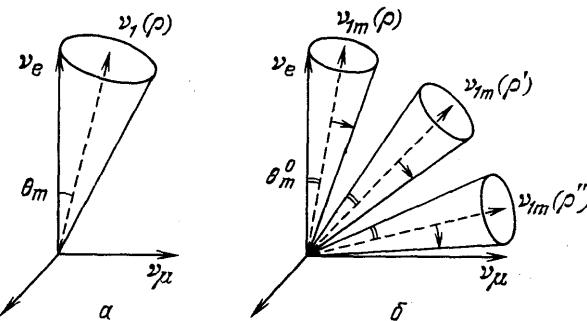


Рис. 6. Графическое представление осцилляций нейтрино в среде с постоянной плотностью (a), в адиабатическом режиме (б)

Сохранение примесей  $v_{im}$  и их ароматов означает, что картина осцилляции в среде с постоянной плотностью такая же, как и в вакууме, изменяются, лишь величины параметров. Если начальное состояние  $v(0)$  — электронное нейтрино, то согласно (3.26) и (3.25)  $\theta_a = \theta_a^0 = \theta_m^0 = \theta_m$ . Подставляя эту величину  $\theta_a$ , а также  $\dot{\varphi}$  из (3.26) в общие соотношения (3.16) — (3.19), находим параметры  $v$ -осцилляций

$$\begin{aligned}\bar{P} &= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta_m, \quad A_p = \sin^2 2\theta_m = \sin^2 2\theta \cdot R, \\ l_m &= 2\pi (H^d)^{-1} = l_v R^{1/2}.\end{aligned}\tag{3.27}$$

В (3.27) воспроизведены результаты Л. Вольфенстайна<sup>4</sup>. Отметим,  $\bar{P}$ ,  $A_p$ ,  $l_m$  — постоянны, их выражения совпадают с вакуумными при замене  $\theta_m$  на  $\theta$ .

В графическом представлении эволюция  $v$  описывается вращением вектора  $v$  вокруг  $v_{im}$  с постоянным конусным углом и частотой; положение  $v_{im}$  остается неизменным (рис. 6).

Проявления резонанса таковы. В соответствии с (3.27) глубина осцилляции равна  $\sin^2 2\theta_m$ , т. е. имеет резонансную зависимость от плотности среды и энергии нейтрино. Если  $\rho = \rho_R$  ( $\theta_m = 45^\circ$ ), то  $A_p = 1$  — глубина максимальна при произвольно малом вакуумном смещивании.

Если на среду с плотностью  $\rho$  падает пучок нейтрино с непрерывным энергетическим спектром, то в области энергий  $E \approx E_R(\rho)$  ( $E_R$  — резонансная энергия) осцилляции нейтрино будут резонансно усилены. При  $E = E_R$  глубина максимальна; в интервале энергий  $(E_R - \Delta E_R) \div (E_R + \Delta E_R)$ , где  $\Delta E_R = E_R \operatorname{tg} 2\theta$ ,  $A_p \geqslant 1/2$ . На выходе из слоя толщиной  $d$  вероятность найти нейтрино исходного типа  $P(E)$  будет осциллирующей функцией

энергии с частотой, определяемой  $d$  (рис. 7). Огибающая кривая для  $P(E)$  совпадает с резонансной  $P_{\text{ор}}(E) = \sin^2 2\theta_m(E)$ .

3.3.2. *Адиабатический режим.* Переходя в (3.22) к интегрированию по  $\varphi$  и используя (3.23), выражение для примесного угла можно записать в виде<sup>30</sup>

$$\dot{\theta}_a = \theta_a^0 + \int_0^\Phi \frac{\dot{\theta}_m}{\dot{\varphi}^d} \left( 1 - \frac{\dot{\theta}_m}{\dot{\varphi}^d} \cdot 2 \sin \varphi' \cdot \operatorname{ctg} 2\theta_a \right)^{-1} \cos \varphi' d\varphi'. \quad (3.28)$$

Отсюда при малых  $\dot{\theta}_m/\dot{\varphi}^d$  имеем  $\dot{\theta}_a = \theta_a^0 + O(\dot{\theta}_m/\dot{\varphi}^d)$ . Аналогично из (3.23) следует  $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}^d + O(\dot{\theta}_m/\dot{\varphi}^d)$ .

В случае изменяющейся плотности (см. (3.21)):  $\dot{\theta}_m \propto d\rho/dx$ ,  $\theta_m \neq \text{const}$ . Но если плотность меняется медленно, так что

$$\dot{\theta}_m \ll \dot{\varphi}^d, \quad (3.29)$$

то в первом (адиабатическом) приближении можно считать

$$\theta_a \approx \theta_a^0, \quad \dot{\varphi} = \dot{\varphi}^d \quad (3.30)$$

(см. также (3.23)). Динамика осцилляций в адиабатическом режиме, определяемая (3.30), состригт в следующем:

1) Примеси  $v_{im}$  в данном состоянии  $v$  фиксируются в начальный момент и далее в процессе эволюции сохраняются. Иначе говоря, условие (3.29)

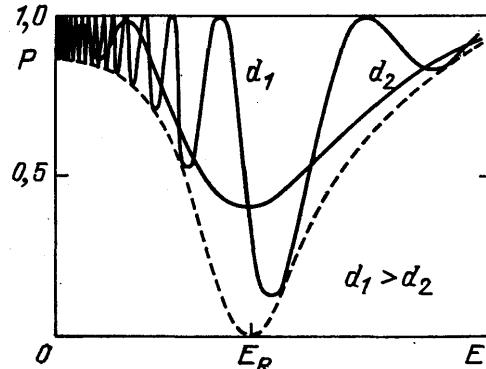


Рис. 7. Зависимость вероятности перехода  $\nu_e \rightarrow \nu_e$  от энергии в слое вещества с постоянной плотностью и толщиной  $d$

означает, что недиагональными элементами матрицы эволюции  $v_{im}$  (3.20), а, значит, и переходами  $v_{1m} \leftrightarrow v_{2m}$  можно пренебречь,  $v_{im}$  эволюционируют независимо. Это, как и соотношения (3.20), аналогично тому, что имеет место в среде с постоянной плотностью.

2) Ароматы собственных состояний  $v_{im}$ , фиксируемые  $\theta_m$ , изменяются в соответствии с изменением плотности. В этом принципиальное отличие от среды с  $\rho = \text{const}$ .

Неравенство (3.29) называется условием адиабатичности. Оно наиболее критично в резонансном слое, при  $\rho = \rho_R$ <sup>9</sup>. Действительно, производная  $\dot{\theta}_m$ , пропорциональная фактору  $R$  (3.21), в резонансе максимальна:

$$\dot{\theta}_m^R = \frac{1}{2\Delta\rho_R} \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{2\Delta r_R}; \quad (3.31)$$

здесь

$$\Delta r_R = \left( \frac{d\rho}{dr} \right)_R^{-1} \Delta\rho_R \quad (3.32)$$

— пространственная полуширина резонансного слоя. С другой стороны, величина  $\dot{\varphi}^d = 2\pi/l_m$  обратно пропорциональна  $R^{1/2}$  — в резонансе длина

осцилляций  $l_m$  наибольшая. Подставляя  $\dot{\varphi}_R^d$  и  $\dot{\theta}_m^R$  из (3.31) в (3.29), находим  $2\Delta r_R \ll l_m^R/2\pi$ . Следовательно, при

$$\Delta r_R \geq l_m^R \quad (3.33)$$

параметр  $\dot{\theta}_m/\dot{\varphi}^d$ , характеризующий точность адиабатического приближения, порядка 1/10. Условие адиабатичности в форме (3.33)<sup>9, 10</sup> означает, что в резонансном слое должна уместиться хотя бы одна осцилляционная длина. Выполнение этого условия является наиболее важным, поскольку именно в резонансном слое происходят основные изменения  $v$ -пучка.

Условие адиабатичности в форме (3.29) имеет простой геометрический смысл: вращение вектора  $v$  вокруг  $v_{lm}$  по поверхности конуса должно происходить значительно быстрее, чем вращение вектора  $v_{lm}$  (т. е. самого конуса) в пространстве ароматов.

Сохранение примесей  $v_{lm}$  при изменении ароматов самих  $v_{lm}$  определяет свойства осцилляции в адиабатическом режиме. Если начальное состояние — электронное нейтрино, то согласно (3.30) и (3.25)

$$\begin{aligned} \theta_a &= \theta_a^0 = \theta_m^0, \\ \varphi &= \int_0^t H^d dt'. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Подставляя  $\theta_a$  из (3.34) в общие формулы раздела 3.2, находим

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \cos^2 \theta_m^0 \cdot \cos^2 \theta_m + \sin^2 \theta_m^0 \cdot \sin^2 \theta_m, \\ A_p &= \sin 2\theta_m^0 \cdot \sin 2\theta_m. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Эти результаты могут быть получены графически<sup>11, 16, 22, 33</sup>. Эволюция в адиабатическом режиме представляет собой: 1) вращение  $v$  по поверхности конуса, при котором конусный угол не меняется и равен  $\theta_m^0$ ; 2) повороты самого конуса, определяемые углом  $\theta_m$  (см. рис. 6).

Адиабатическое решение (3.35) обладает следующими свойствами<sup>11, 16, 22, 33</sup>:

а) Универсальность. Угол  $\theta_m(t)$  фиксируется значением плотности  $\rho(t)$  в момент  $t$ . Поэтому в соответствии с (3.35) средняя вероятность  $\bar{P}(t)$  и глубина осцилляции  $A_p(t)$  определяются мгновенными значениями плотности в начальный ( $t_0$ ) и данный ( $t$ ) моменты времени и не зависят от распределения плотности.  $\bar{P}$  и  $A_p$  не зависят также от частоты и фазы осцилляции. Зависимость  $\bar{P}$  и  $A_p$  от времени содержится только в  $\rho$ :

$$\bar{P}(t) = \bar{P}(\rho(t)), \quad A_p(t) = A_p(\rho(t)).$$

Универсальность можно сформулировать, используя безразмерную переменную  $n$ <sup>11, 16</sup> (см. также<sup>23</sup>):

$$n = (\rho - \rho_R)(\Delta\rho_R)^{-1}, \quad (3.36)$$

представляющую собой расстояние на шкале плотностей от  $\rho_R$  в единицах  $\Delta\rho_R$ . Из определения (3.36):

$$\begin{aligned} n &= -(\operatorname{tg} 2\theta)^{-1}, \quad \rho = 0, \\ &= 0, \quad \rho = \rho_R, \\ &= +\infty, \quad \rho \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (3.37)$$

В терминах  $n$ :

$$\sin 2\theta_m = (n^2 + 1)^{-1/2} \quad (3.38)$$

и параметры осцилляции (3.35) принимают вид (рис. 8)

$$\begin{aligned}\bar{P}(n, n_0) &= \frac{1}{2} \{1 + nn_0 [(n_0^2 + 1)(n^2 + 1)]^{-1/2}\}, \\ A_p(n, n_0) &= [(n_0^2 + 1)(n^2 + 1)]^{-1/2}.\end{aligned}\quad (3.39)$$

б) Монотонное изменение  $\bar{P}$  с плотностью.  $\bar{P}$  однозначно следует за изменением  $\rho$ . Если нейтрино рождаются в слое с начальной плотностью  $\rho_0$  и затем переходят в область с меньшей  $\rho$ , то при  $\rho_0 > \rho_R$   $\bar{P}$  монотонно убывает, а при  $\rho_0 < \rho_R$  монотонно возрастает с уменьшением  $\rho$ .

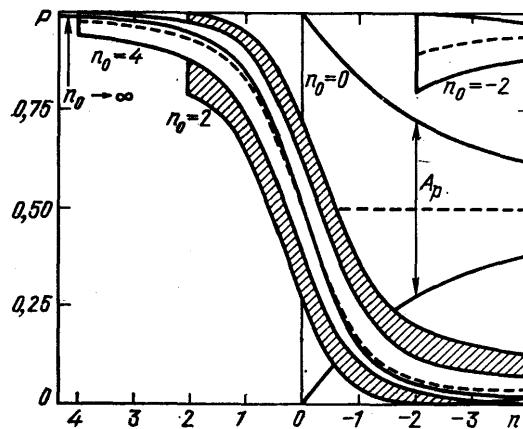


Рис. 8. Зависимости средней вероятности  $\bar{P}$  (штриховые линии) и глубины осцилляции  $A_p$  (сплошные) от  $n$  для различных начальных условий ( $n_0$ ) в адиабатическом режиме

нием  $\rho$ . Если нейтрино рождаются в вакууме и распространяются в среде с увеличивающейся плотностью, то  $\bar{P}$  убывает от вакуумного значения  $1 - \sin^2 2\theta/2$  до  $\sin^2 \theta$  при  $\rho \rightarrow \infty$ .

в) Безосцилляционный переход <sup>11, 16, 33</sup>. С ростом начальной плотности ( $n_0 \rightarrow \infty$ ) глубина осцилляций стремится к нулю:  $A_p \sim n_0^{-1}$ , а  $\bar{P}(n)$  приближается к асимптотической зависимости:

$$P_{as} = \frac{1}{2} [1 + n(n^2 + 1)^{-1/2}] \quad (3.40)$$

(см. рис. 8). Это объясняется следующим. При  $n_0 \approx \rho_0/\rho_R \rightarrow \infty$  начальный угол смешивания  $\theta_m^0$  близок к  $\pi/2$  (см. рис. 4), т. е.  $v(0)$  практически совпадает с одним из собственных состояний:  $v(0) \approx v_e \approx v_{2m}$ , адиабатичность обеспечивает то, что  $v(t) \approx v_{2m}(t)$  в процессе всей дальнейшей эволюции. При этом осцилляции  $P(t)$ , являющихся мерой несовпадения  $v$  и  $v_m$ , не будет. Изменения в  $v$ -пучке, описываемые (3.40), обусловлены изменением аромата  $v_{2m}$ . На диаграмме уровней (рис. 3) безосцилляционному переходу соответствует движение по определенной траектории:  $H_1^d(\rho)$  или  $H_2^d(\rho)$ . Конусный угол  $\theta_a$  равен 0 или  $\pi/2$ .

г) Эффект на выходе. Если нейтрино рождаются в плотных слоях и выходят из объекта при  $\rho_f = 0$ , то на выходе  $n = -1/\tan 2\theta$  и параметры осцилляции равны:

$$\bar{P}_f = \frac{1}{2} [1 - n_0 \cos 2\theta \cdot (n_0^2 + 1)^{1/2}], \quad A_p = \sin 2\theta \cdot (n_0^2 + 1)^{-1/2}. \quad (3.41)$$

При малом смешивании в вакууме и больших начальных плотностях:  $\bar{P}_f \approx \approx \sin^2 \theta + (1/4n_0^2)$ . В безосцилляционном пределе ( $n_0 \gg 1/4 \sin^2 \theta$ ):  $\bar{P}_f = \sin^2 \theta$ . При этом конечное нейтринное состояние совпадает с  $v_2$ -состоянием, имеющим определенную массу. Чем меньше вакуумный угол и чем больше  $\rho_0$ , тем более сильное подавление потока нейтрино исходного типа может быть достигнуто.

д) Проявления резонанса. При фиксированном начальном условии  $n_0$  наибольшей глубина осцилляций оказывается в резонансе (при  $\rho = \rho_R$ ):

$$A_p(n=0, n_0) = (n_0^2 + 1)^{-1/2} > A_p(n \neq 0, n_0).$$

Глубина осцилляций максимальна ( $A_p = 1$ ) только в резонанском слое и только в том случае, когда нейтрино генерируется при  $\rho = \rho_R$  ( $n_0 = 0$ ). Во всех остальных случаях  $A_p(n = 0) < 1$  и, более того, при безосцилляционном переходе  $A_p$  близка к нулю. Это существенное отличие от осцилляций в однородной среде обусловлено тем, что глубина осцилляций определяется не только углом смешивания  $\theta_m$ , но и примесным углом  $\theta_a$ , а в среде с изменяющейся плотностью  $\theta_a \neq \theta_m$ . Независимо от  $n_0$  в резонансе  $\bar{P} = 1/2$ . Именно в резонанском слое ( $n = -1 \div +1$ ) происходят наиболее сильные изменения свойств  $v$ -пучка:  $\Delta\bar{P} = \bar{P}(-1, n_0) - \bar{P}(1, n_0) = n_0[2(n_0^2 + 1)]^{-1/2}$ , и это  $\Delta\bar{P}$  увеличивается от  $1/2$  до  $1/\sqrt{2}$  при возрастании  $n_0$  от  $1$  до  $n_0 \rightarrow \infty$ .

Полученные результаты соответствуют строгому сохранению примесей  $v_{im}$ :  $\theta_a = \theta_a^0$ . Первая по  $\dot{\theta}_m/\dot{\varphi} \approx \dot{\theta}_m/H^d$  поправка к адиабатическому приближению может быть записана согласно (3.28) в виде

$$\theta_a - \theta_a^0 = \int_0^\Phi \frac{\dot{\theta}_m}{H^d} \cos \varphi' d\varphi'. \quad (3.42)$$

При монотонном и достаточно медленном изменении плотности осциллирующий фактор под интегралом приводит к тому, что со временем поправка не возрастает и для произвольного  $\Phi$  ее можно оценить так:  $|\Delta\theta_a| < |\dot{\theta}_m/H^d|_{\max} = |\dot{\theta}_m/H^d|_R$  \*).

3.3.3. Нарушение адиабатичности. Если условие (3.29) нарушено, становятся существенными переходы  $v_{1m} \leftrightarrow v_{2m}$ ; примеси  $v_{im}$  в данном нейтринном состоянии  $v$  не сохраняются: примесный угол  $\theta_a$  изменяется, причем его

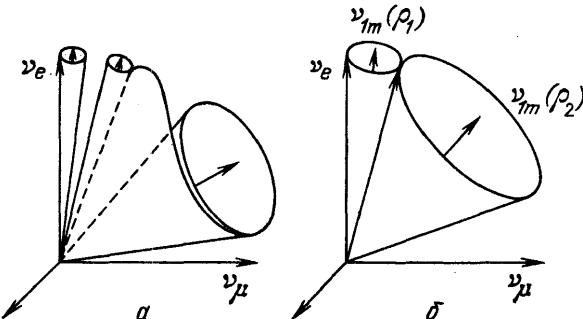


Рис. 9. Графическое представление осцилляции нейтрино.  
α — Нарушение адиабатичности в резонанском слое.  
δ — Скачок плотности

изменение зависит от фазы осцилляции (рис. 9). Сама фаза определяется не только разностью энергий уровней  $H_i^d$ , но и вариациями примесей  $v_{im}$ .

Систему уравнений (3.22), (3.23) удобно анализировать, перейдя в качестве переменной от времени к углу  $\theta_m$ :

$$\frac{d\theta_a}{d\theta_m} = \cos \varphi, \quad (3.43)$$

$$\frac{d\varphi}{d\theta_m} = -\frac{4\pi\kappa}{\sin^3 2\theta_m} - 2 \sin \varphi \cdot \operatorname{ctg} 2\theta_a, \quad (3.44)$$

где

$$\kappa = \left( \frac{dp}{dr} \right)^{-1} \frac{\Delta\rho_R}{\rho_m^R}.$$

\*.) Исключение составляет случай параметрического резонанса, когда  $\rho$  и, следовательно,  $\dot{\theta}_m/\dot{\varphi}$  являются периодическими функциями ( $\dot{\theta}_m/\dot{\varphi} \sim \cos \varphi'$ ) <sup>34</sup>.

Первое слагаемое в правой части (3.44)  $\xi \equiv 4\pi\kappa \sin^{-3} 2\theta_m$  равно  $H^d/\dot{\theta}_m \approx \approx \varphi^d/\dot{\theta}_m$ , т. е. согласно (3.29) является величиной, характеризующей степень нарушения адиабатичности. Если производная  $d\rho/dr$  изменяется с  $r$  не слишком быстро, то  $\xi$  убывает при приближении к резонансу ( $|\sin 2\theta_m| \rightarrow 1$ ). В резонансе  $\xi = 4\pi\kappa_R$ , где

$$\kappa_R = \Delta r_R (l_m^R)^{-1}. \quad (3.45)$$

При медленном изменении плотности слагаемое  $\xi$  доминирует. Оно соответствует первой поправке (3.42) и с его учетом изменение фазы при прохождении слоя вещества, в котором  $\theta_m$  варьируется от  $\theta_m^0 = \theta_m(\rho_0)$  до  $\theta_m = \theta_m(\rho)$ , равно

$$\Delta\varphi(\theta_m) = \varphi - \varphi_0 = -4\pi \int_{\theta_m^0}^{\theta_m} \frac{\kappa(\theta_m) d\theta_m}{\sin^3 2\theta_m}, \quad (3.46)$$

$\varphi_0$  — начальная фаза. Подставляя  $\varphi$  в (3.43), находим изменение конусного угла:

$$\Delta\theta_a = \theta_a - \theta_a^0 = \int_{\theta_m^0}^{\theta_m} \cos(\varphi_0 + \Delta\varphi(\theta'_m)) d\theta'_m. \quad (3.47)$$

Если по  $\varphi_0$  проводится усреднение, то согласно (3.47) поправка  $\bar{\Delta}\theta_a$  равна нулю. Этот результат связан с тем, что  $\Delta\varphi$  в (3.46) не зависит от  $\theta_a$ .

Адиабатическое условие наиболее критично в резонансе, поэтому с увеличением скорости изменения плотности ( $d\rho/dr$ ) адиабатичность прежде всего нарушается в резонанском слое. В этом случае можно использовать линейное приближение для распределения  $\rho(r)$ . Действительно, при малых углах смешивания  $\theta$  ширина резонанского слоя мала  $\Delta\rho \ll \rho \operatorname{tg} 2\theta$  и фактически любая зависимость  $\rho = \rho(r)$  может быть аппроксимирована в нем линейной. Поскольку именно в резонанском слое происходят наиболее сильные превращения в  $v$ -пучках, отклонения  $\rho(r)$  от линейности вне этого слоя не изменят существенно результатов. В случае линейного изменения плотности решение системы уравнений для волновых функций  $\psi_e$  и  $\psi_\mu$  находится в аналитическом виде<sup>24, 25, 37, 49, 80</sup>. Исключая в (2.10) волновую функцию  $\psi_\mu$ , можно получить дифференциальное уравнение второго порядка для  $\psi_e$ , которое сводится к уравнению Вебера. Решением являются параболические цилиндрические функции.

Некоторые важные выводы следуют непосредственно из общего вида системы (3.43), (3.44), а также из известных результатов для аналогов смешанных нейтрино. В случае линейного изменения плотности  $d\rho/dr = = (dp/dr)_R = \text{const}$  и параметр  $\kappa$  в (3.44) оказывается константой  $\kappa = \kappa_R$ , определяющей границу адиабатичности в резонанском слое (3.45). Если начальная плотность велика  $\rho_0 \gg \rho_R$ , а конечная мала:  $\rho_f \ll \rho_R$ , то для малых углов смешивания пределы интегрирования в (3.43), (3.44) фиксированы:  $\theta_m^0 \approx \pi/2$  и  $\theta_m^f = 0$ . В этом случае решение ( $\theta_a$  на выходе) будет зависеть только от одного параметра  $\kappa_R$ :

$$\theta_a^f = \theta_a(\kappa_R) = \theta_a \left[ \rho \left( \frac{d\rho}{dr} \right)_R^{-1} \frac{\operatorname{tg} 2\theta}{l_m^R} \right]. \quad (3.48)$$

Если плотность изменяется экспоненциально:  $\rho (d\rho/dr)^{-1} = H = \text{const}$ , причем  $H \gg \Delta r_R$  (условие применимости линейного приближения), то из (3.48) следует, что  $\theta_a$ , а значит и  $P$ , зависят от  $\theta$ ,  $\Delta m^2$  и  $E$  в комбинации  $\operatorname{tg} 2\theta/l_m^R \approx \approx \sin^2 2\theta \cdot (E/\Delta m^2)^{-1}$  (результат, полученный А. Мессиа в других терминах<sup>19</sup>). Этот своеобразный скейлинг реализуется во внешних слоях Солнца.

Нарушение адиабатичности в резонансном слое означает, что при пересечении резонанса осуществляются переходы  $v_{2m} \leftrightarrow v_{1m}$ , т. е. переходы между уровнями энергии  $H_1^d, H_2^d$ . В этом отношении нейтринная задача аналогична квантовомеханической задаче о переходах в атомах, когда под действием внешнего возмущения их уровни пересекаются. Для линейного изменения возмущения со временем решение было получено Ландау<sup>36</sup> и Зенером<sup>37</sup>. Вероятность 2 → 1-перехода равна:  $P_{\text{лз}} = \exp \{-(\pi/2) \Delta H / i\bar{H}\}$ , где  $\Delta H$  и  $\bar{H}$  соответственно разность энергий уровней и матричный элемент описывающий 2 – 1-переход в точке пересечения (т. е. в резонансе). В случае нейтрино, согласно (3.20):  $i\bar{H} = 2\dot{\theta}_m$ ,  $\Delta H = (H_2^d - H_1^d)_R = H_R^d$  и  $(\Delta H / i\bar{H})_R = H^d / 2\dot{\theta}_m = 2\pi\chi_R$ , т. е. вероятность  $v_{2m} \rightarrow v_{1m}$ -перехода

$$P_{\text{лз}} = \exp (-\pi^2\chi_R). \quad (3.49)$$

Соответствие с нейтринной задачей достигается, если нейтрино рождены достаточно далеко по плотности от  $\rho_R$  ( $(\rho - \rho_R)/\Delta\rho_R \gg 1$ ). При этом  $\theta_m^0 = \pi/2$  конусный угол  $\theta_a = \pi/2$  ( $\cos \theta_a \approx 0$ ),  $v(0) = v_e \approx v_{2m}$  и, значит, система находится на определенном уровне  $H_2^d$ . Вероятности обнаружить  $v_1$  и  $v_2$  на выходе соответственно равны  $\cos^2 \theta_a = P_{\text{лз}}$ ,  $\sin^2 \theta_a = 1 - P_{\text{лз}}$ . Подставляя их в (3.17), получаем усредненную вероятность перехода  $v_e \rightarrow v_e$  из области больших  $\rho$  в область  $\rho = 0$ <sup>24, 25</sup>:

$$\bar{P} = P_{\text{лз}} \cos^2 \theta + (1 - P_{\text{лз}}) \sin^2 \theta = \sin^2 \theta + P_{\text{лз}} \cos 2\theta. \quad (3.50)$$

В адиабатическом режиме ( $\chi_R \gg 1$ ):  $P_{\text{лз}} \ll 1$  и (3.50) воспроизводит результат безосцилляционного перехода:  $\bar{P} \approx \sin^2 \theta$ . С уменьшением  $\chi_R$  вероятность перехода  $v_{2m} \rightarrow v_{1m}$  возрастает и  $P$  увеличивается. Нарушение адиабатичности ослабляет глубину резонансного превращения.

Результаты (3.49), (3.50) носят асимптотический характер. Если  $v_e$  рождается вблизи резонанса, то оно содержит заметные примеси и  $v_{2m}$ , и  $v_{1m}$ , находится на обоих уровнях. В этом случае нужно учитывать не только переходы  $v_{2m} \rightarrow v_{1m}$ ,  $v_{2m}$ , но и  $v_{1m} \rightarrow v_{2m}$ ,  $v_{1m}$ , а, значит, интерференцию между соответствующими матричными элементами<sup>45</sup>. Кроме этого, вероятность  $P_{1-2}$  уже не будет совпадать с  $P_{\text{лз}}$  (3.49).

3.3.4. *Сильное нарушение адиабатичности. Скачок плотности.* Если плотность, а, значит, и  $\theta_m$  изменяются быстро, так, что  $\dot{\theta}_m \gg \dot{\varphi}^d$  ( $\kappa \ll 1$ ), то в правой части (3.44) можно пренебречь первым слагаемым. Деля (3.43) на (3.44), находим уравнение

$$\frac{d\theta_a}{d\varphi} = -\frac{\operatorname{tg} 2\theta_a}{2\operatorname{tg} \varphi},$$

которое устанавливает непосредственную и однозначную связь между изменениями, конусного угла и фазы. Его интегрирование с начальными значениями  $\varphi_0$  и  $\theta_a^0$  дает

$$\sin \varphi = \sin \varphi_0 \cdot \sin 2\theta_a^0 (\sin 2\theta_a)^{-1}. \quad (3.51)$$

Подставляя  $\varphi$  из (3.51) в (3.43) и интегрируя от  $\theta_m^0$  до  $\theta_m(t)$ , получаем

$$\cos 2\theta_a = \cos 2\theta_a^0 \cdot \cos 2(\theta_m - \theta_m^0) - \cos \varphi_0 \cdot \sin 2\theta_a^0 \cdot \sin 2(\theta_m - \theta_m^0), \quad (3.52)$$

$\varphi$  и  $\theta_a$  не зависят от времени явно и результат эволюции определяется только изменением угла смешивания ( $\theta_m - \theta_m^0$ ). По существу (3.51) и (3.52) описывают поведение нейтринного состояния при скачкообразном изменении плотности в некоторый момент  $t^0$ . При  $\varphi_0 = 0$  или  $\pi$  из (3.51), (3.52) следует  $\varphi = 0$ ,  $\theta_a(0) = \theta_a^0 + (\theta_m - \theta_m^0)$  или  $\theta_a(\pi) = -\theta_a^0 + (\theta_m - \theta_m^0)$  (см. рис. 9).

В графическом представлении такому режиму соответствует мгновенный поворот осей  $\{v_m\}$  в базисе ароматов.  $v$  также скачком изменит свои про-

екции и затем будет вращаться вокруг нового положения  $v_{im}$ . Если  $\Phi_0 = 0$  или  $\pi$ , то в процессе скачка в пространстве ароматов  $v$  остается неизменным. Более удобно, однако, графическое представление в терминах вероятностей. Здесь вектор  $\zeta$ , соответствующий  $v$ , остается в момент скачка неизменным при любом начальном условии.

#### 4. ОБОБЩЕНИЯ ТЕОРИИ ОСЦИЛЛАЦИЙ НЕЙТРИНО

В этом разделе даны обобщения теории, связанные: 1) с учетом конечной длины волновых пакетов; 2) с включением третьего типа нейтрино; 3) с учетом эффектов поглощения и движения частиц мишени. Обсуждаются осцилляции в стерильные состояния.

##### 4.1. Расхождение волновых пакетов<sup>22,27,33</sup>

Последовательное описание осцилляции предполагает рассмотрение волновых пакетов. В вакууме смешанное нейтринное состояние является совокупностью двух (нескольких) таких пакетов, соответствующих состояниям с определенными массами. В среде смешанное нейтрино описывается волновыми пакетами собственных состояний  $v_{im}$ . Именно  $v_{im}$  обладают определенными фазовыми и групповыми скоростями.

Длина пакета ( $c\tau_n$ ) зависит от условий генерации нейтрино. Если нейтрино рождается в распаде частицы, то  $\tau_n$  равно минимальной из трех следующих величин: 1)  $\tau$  — времени распада; 2) времени между двумя неупругими соударениями  $\tau_{сoud}$ ; 3)  $1/kT$  ( $T$  — температура среды), если  $\tau \gg \tau_{сoud}$ . Если нейтрино рождается в соударениях, то  $\tau_n$  определяется временем пролета и длиной пакетов соударяющихся частиц.

Волновые пакеты, составляющие смешанное  $v$ -состояние, имеют: 1) разные фазовые  $v_\phi$ ; 2) разные групповые скорости. Первое приводит к осцилляциям, следствием второго является расхождение волновых пакетов в пространстве. Пакеты смещаются друг относительно друга, их перекрытие уменьшается и это изменяет картину нейтринных осцилляций \*). «Точечное» описание осцилляций, обсуждавшееся выше, остается справедливым, если расхождением пакетов можно пренебречь.

Групповые скорости собственных состояний в среде  $v_{im}$  равны

$$v_{im} = \frac{dE_i}{dk} \approx 1 + \frac{dH_i^d}{dk}.$$

Используя явный вид  $H_i^d$  и вводя безразмерный параметр  $n$ , находим отсюда

$$\Delta v_m = v_{1m} - v_{2m} = \Delta v_v \cos 2\theta \cdot (-n + \tan 2\theta) (n^2 + 1)^{-1/2}, \quad (4.1)$$

где  $\Delta v_v = v_1 - v_2 = -\Delta m^2/2k^2$  — разность групповых скоростей в вакууме. Зависимость  $\Delta v_m$  от плотности обладает следующими свойствами (рис. 10). С ростом  $\rho$ ,  $\Delta v_m$  монотонно уменьшается. В резонансе:  $\Delta v_m = \Delta v_v \cdot \sin 2\theta$ , при  $\rho_R = \rho_R/\cos^2 2\theta$  разность  $\Delta v_m$  обращается в нуль и далее меняет знак

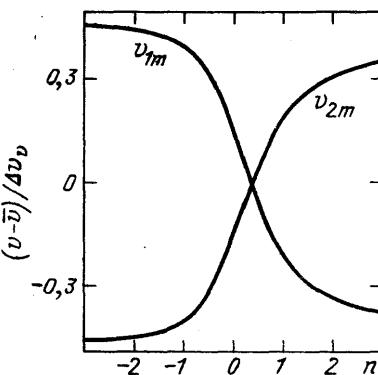


Рис. 10. Зависимость групповых скоростей собственных состояний нейтрино от  $n$

$$\bar{v} = (v_{1m} + v_{2m})/2, \quad \tan 2\theta = 0,4$$

\*) Кроме этого происходит расплывание каждого из пакетов вследствие их конечной ширины по энергии. В наиболее важных положениях этот эффект оказывается менее существенным, чем эффект расхождения, и в дальнейшем обсуждаться не будет.

на противоположный. Плотность  $\rho'_R$ , при которой групповые скорости  $v_{1m}$  и  $v_{2m}$  совпадают, равна резонансной плотности для осцилляций «масс» ( $v_1 \leftrightarrow v_2$ ). Для  $\rho$  значительно больших  $\rho_R$ :  $\Delta v_m \approx -\Delta v_v \cos 2\theta$ , и, если угол  $\theta$  мал, то  $\Delta v_m \approx -\Delta v_v$ , т. е. расхождение пакетов становится противоположным вакуумному. Для резонансного канала при любых  $\rho$  вещества подавляет расхождение:  $|\Delta v_m| \leq |\Delta v_v|$ .

В среде с постоянной или медленно меняющейся плотностью (в адиабатическом режиме) состояния  $v_m$  эволюционируют независимо, и расхождение их пакетов на пути  $L$  равно

$$D(L) = \int_0^L \Delta v_m(\rho(r)) dr. \quad (4.2)$$

Эффектами расхождения можно пренебречь, если  $D(L) \ll \tau_\pi$ . В силу принципа суперпозиции расхождение не изменяет усредненных вероятностей. Действительно, если в нейтринном состоянии в некоторый момент доля  $\cos^2 \theta_a$  приходится на  $v_{1m}$  и доля  $\sin^2 \theta_a$  на  $v_{2m}$ , то вероятности обнаружить  $v_e$  в пакетах  $v_{1m}$  и  $v_{2m}$  равны  $P_1 = \cos^2 \theta_a \cdot \cos^2 \theta_m$  и  $P_2 = \sin^2 \theta_a \cdot \sin^2 \theta_m$  соответственно. Отсюда следует, что  $P_s \equiv P_1 + P_2 = \bar{P}$ , т. е. полная вероятность обнаружить  $v_e$ , просуммированная по пакетам, равна усредненной вероятности в том случае, если пакеты полностью перекрываются.

Расхождение изменяет глубину осцилляции, которая пропорциональна величине перекрытия пакетов. Если временная форма пакета описывается экспонентой  $\exp(-t/\tau_\pi)$ , то

$$A_p = A_p^0 \exp(-|D| \tau_\pi^{-1}), \quad (4.3)$$

где  $A_p^0$  — глубина осцилляций в случае полного перекрытия.

Отметим, согласно (4.1), расхождение в средах с  $\rho > \rho_R$  и  $\rho < \rho_R$  имеет разные знаки. Если нейтрино пересекают резонансный слой, то эффекты расхождения до и после резонанса компенсируют друг друга, что может приводить к восстановлению перекрытия пакетов.

#### 4.2. Осцилляции трех нейтрино в веществе

Рассмотрим осцилляции  $v_e$ ,  $v_\mu$  и  $v_\tau$  в предположении об иерархии  $m_1 \ll m_2 \ll m_3$  и малом смешивании. Этот случай представляется наиболее естественным с точки зрения кварклептонной симметрии (объединения кварков и лептонов) и «see — saw»-механизма генерации масс нейтрино<sup>73</sup>.

**4.2.1. Смешивание и резонансы в системе трех нейтрино.** Динамика осцилляций описывается системой уравнений (2.2), в которой теперь  $\Psi_t = (\psi_e, \psi_\mu, \psi_\tau)$ ,  $\hat{M}^2 = 3 \times 3$ -матрица квадратов масс, а  $\hat{W} = \text{diag}(\hat{W}_e, \hat{W}_\mu, \hat{W}_\tau)$ . Собственные состояния нейтрино в среде  $v_m$  ( $i = 1, 2, 3$ ) и смешивание определяются так же, как и в  $2\nu$ -случае.  $3 \times 3$  матрица смешивания  $\hat{S}$ , связывающая собственные состояния  $v_m$  и состояния с определенными ароматами ( $v_f = \hat{S}v_m$ ), зависит от трех углов \*) и удовлетворяет условию диагонализации

$$\hat{S}^\dagger \hat{H} \hat{S} = \hat{H}^{\text{diag}} = \text{diag}(H_1^d, H_2^d, H_3^d),$$

где  $H_i^d$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — уровни энергии в системе трех нейтрино.  $\hat{S}$  удобно параметризовать с помощью матриц Гелл-Манна<sup>39, 40</sup>  $\hat{U}_\alpha$ :  $\hat{S} = \hat{U}_7(\psi_m) \hat{U}_5(\varphi_m) \times \hat{U}_2(\omega_m)$ , где  $\Phi_m = \{\psi_m, \varphi_m, \omega_m\}$  — углы смешивания в веществе. При  $\rho = 0$   $v_{im}$  переходят в  $v_i$ -состояния с массами  $m_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), а  $\hat{S}$  совпадает с  $\hat{S}_0 = \hat{U}_7(\psi) \hat{U}_5(\varphi) \hat{U}_2(\omega)$  матрицей смешивания в вакууме.

\*) Для простоты эффектами СР-нарушения пренебрегаем, считая  $\hat{S}$  действительной.

В низшем порядке теории возмущений упругие взаимодействия  $v_\mu$  и  $v_\tau$  в обычной среде одинаковы:  $W_\mu = W_\tau$ . Разница  $W_\tau - W_e = W_\mu - W_e$  обусловлена рассеянием  $v_e$  на электронах вследствие заряженных токов (см. (2.6)) и, таким образом,  $\hat{W} = \text{diag}(W, 0, 0)$ .

В высших порядках возникает различие между  $W_\mu$  и  $W_\tau$ , связанное с различием в массах мюона и  $\tau$ -лептона<sup>41</sup>. Для электрически нейтральной среды<sup>81</sup>

$$W_\mu - W_\tau \approx -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{3\alpha}{2\pi \sin^2 \theta_W} \frac{m_\tau^2}{m_W^2} \times \\ \times \left[ (N_p + N_n) \ln \frac{m_W^2}{m_\tau^2} - \left( N_p + \frac{2}{3} N_n \right) \right], \quad (4.4)$$

где  $\alpha = 1/137$ ,  $\theta_W$  — угол Вайнберга,  $m_\tau$  и  $m_W$  — массы  $\tau$ -лептона,  $W$ -бозона,  $N_p$  и  $N_n$  — концентрации протонов и нейтронов соответственно (см., однако, ). Сравнивая с (2.6), получаем:  $W_\mu - W_\tau = 5 \cdot 10^{-5} W$ . Отсюда следует, во-первых, что длина рефракции для  $\mu - \tau$  канала  $l_0^{\mu\tau}$  на 4 порядка больше, чем рассмотренная  $l_0^{\mu\mu}$ , и, значит, толща вещества, на которой взаимодействия заметно модифицируют  $v_\mu - v_\tau$  осцилляции на 4 порядка больше, чем  $d_0 \approx m_N/G_F$ . Во-вторых,  $W_\mu - W_\tau$  имеет противоположный знак, по сравнению с  $W_e - W_\mu$ . Следовательно, в случае прямой иерархии масс:  $m_3 > m_2$  резонанс будет осуществляться в антineйтринном канале  $\bar{v}_\mu - \bar{v}_\tau$ .

Диагональные элементы  $\hat{H} : H_\alpha = (M_\alpha^2/2k) + W_\alpha(\rho)$ , являются линейными функциями  $\rho$  и при малом смешивании  $\Phi$  их пересечение (рис. 11) определяет резонансы в системе трех нейтрино:

$$H_e(\rho_R^l) = H_\mu(\rho_R^l), \quad H_e(\rho_R^h) = H_\tau(\rho_R^h), \quad H_\mu(\rho_R^{\mu\tau}) = H_\tau(\rho_R^{\mu\tau}), \quad (4.5)$$

$\rho_R^l$ ,  $\rho_R^h$  и  $\rho_R^{\mu\tau}$  — соответствующие резонансные плотности, их называют плотностями низшего, высшего и  $\mu\tau$ -резонансов. В 3 $\nu$ -системе три резонанса<sup>\*)</sup>.  $H_\alpha(\rho)$  является асимптотами для энергии уровней  $H_i^d$  при  $|\rho| \rightarrow \infty$ .

В случае иерархии масс  $M_e^2 \ll M_\mu^2 \ll M_\tau^2$  резонансы (4.5) разделены:

$$\rho_R^l : \rho_R^h : |\rho_R^{\mu\tau}| \approx M_\mu^2 : M_\tau^2 : W_e M_\tau^2 (W_\tau - W_\mu)^{-1} \approx m_3^2 : m_3^2 : 2 \cdot 10^4 m_3^2. \quad (4.6)$$

$l$ - и  $h$ -резонансы расположены в нейтринной полуплоскости (см. рис. 11)  $\mu\tau$  — в антineйтринной. (Если бы  $W_\mu - W_\tau > 0$ , все три пересечения лежали при  $\rho > 0$ .)

Введем промежуточные плотности  $\tilde{\rho}$  и  $\rho'$  так, что  $\rho_R^l \ll \tilde{\rho} \ll \rho_R^h \ll \rho' \ll \rho_R^{\mu\tau}$ , полагая, например,  $\tilde{\rho} = (\rho_R^l \rho_R^h)^{1/2}$  и  $\rho' = (\rho_R^h |\rho_R^{\mu\tau}|)^{1/2}$ . Интервалы плотностей  $0 - \tilde{\rho}$ ,  $\tilde{\rho} - \rho'$  и  $\rho' > \rho'$  называют областями низшего, высшего и  $\mu\tau$ -резонансов.

Углы смешивания  $\Phi_m$  зависят от плотности и с изменением  $\rho$  базис собственных состояний поворачивается в пространстве ароматов. Общие

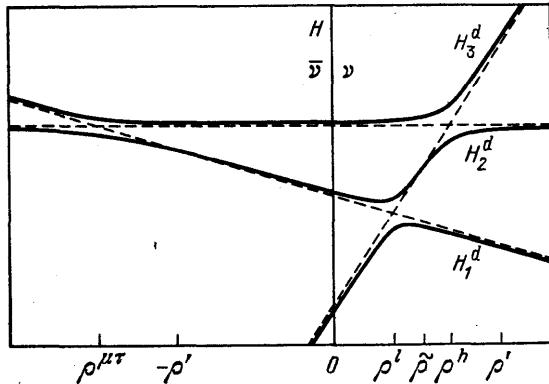


Рис. 11. Зависимость уровней энергии в системе трех нейтрино от плотности среды

\*) В низшем порядке теории<sup>39</sup> возмущений  $H_\mu(\rho)$  и  $H_\tau(\rho)$  параллельны и поэтому реализуются только два резонанса.

выражения для  $\Phi_m(\rho)$  были получены в<sup>5</sup>. Они существенно упрощаются вблизи резонансов<sup>39</sup> и в первом порядке по синусам вакуумных углов смешивания<sup>40, 42</sup>. Качественная картина поворотов базиса  $\{v_{im}\}$  для малого смешивания в вакууме показана на рис. 12<sup>43</sup>. С увеличением  $\rho$  от 0 ( $v_m$ ) поворачивается сначала в плоскости близкой к  $(v_e, v_\mu)$  (область  $l$ -резонанса), затем в  $(v_e, v_\tau)$  (область  $h$ -резонанса) и, наконец, в  $(v_\mu, v_\tau)$ . При плотностях, значительно превышающих все резонансные плотности, собственные состояния  $v_m$  имеют чистые ароматы — смешивание подавлено.

4.2.2. *v*-осцилляции в адиабатическом режиме. В случае иерархии масс условие адиабатичности распадается на три условия для каждого из резонансов в отдельности:  $\dot{\omega}_m |H_1^d - H_2^d|^{-1} \ll 1$ ,  $\dot{\psi}_m |H_2^d - H_3^d|^{-1} \ll 1$ ,  $\dot{\phi}_m |H_1^d - H_3^d|^{-1} \ll 1$ . Как и в  $2v$ -случае,  $v_m$  распространяются независи-

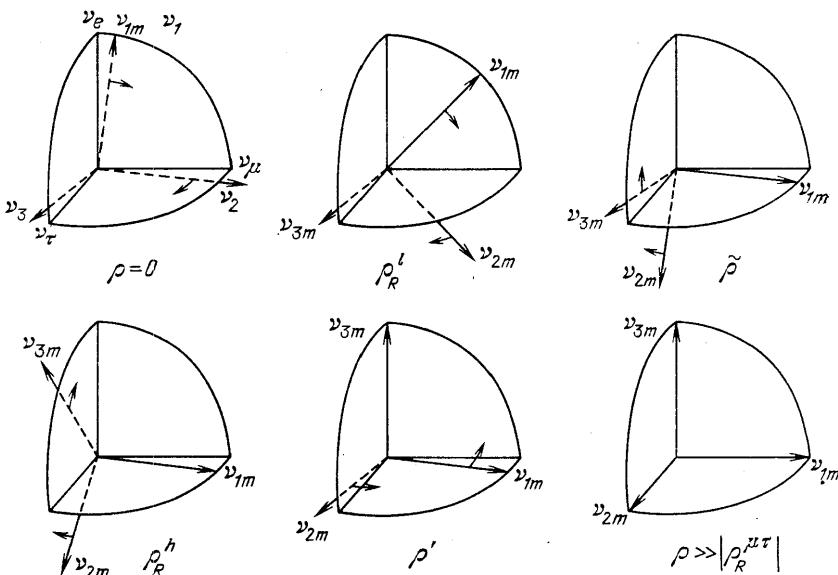


Рис. 12. Зависимость смешивания в системе трех нейтрино от плотности среды

мо, переходов  $v_{im} \leftrightarrow v_{jm}$  ( $i \neq j$ ) нет, примеси  $v_m$  в  $v$  ( $t$ ) сохраняются. Выражения для вероятностей осцилляционных переходов ( $P_{\alpha\beta}$ ) являются прямым обобщением соответствующих выражений в  $2v$ -случае:

$$P_{\alpha\beta} = \bar{P}_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \sum_{i>j} A_{pij}^{(\alpha\beta)} \cos(\varphi_i - \varphi_j),$$

где  $\bar{P}_{\alpha\beta}$  — усредненная вероятность:

$$\bar{P}_{\alpha\beta} = \sum_i |S_m(\rho_0)_{\alpha i} S_m(\rho_t)_{\beta i}|^2,$$

$A_{pij}^{(\alpha\beta)}$  — глубины осцилляции:

$$A_{pij}^{(\alpha\beta)} = S_m(\rho_0)_{\alpha i} S_m(\rho_0)_{\alpha j} S_m^+(\rho_t)_{i\beta} S_m^+(\rho_t)_{j\beta},$$

$\varphi_i$  — фазы:

$$\varphi_i = \int_0^t H_i^d(t) dt'.$$

$\bar{P}$  и  $A_p$ -являются функциями мгновенных значений плотности в начале ( $\rho_0$ ) и в конце ( $\rho_t$ ) эволюции и не зависят от распределения плотности в промежуточные моменты. Динамика, таким образом, сводится к «геометрии»—

определению смешивания при  $\rho = \rho_0$  и  $\rho = \rho_t$ . Характеристики осцилляции могут быть получены графически<sup>43, 44</sup>. Начальное состояние  $v(0)$  фиксирует в базисе  $\{v_m\}$   $v_R$  — положения вектора  $v(t)$ , в которых он пересекает «действительный» объем (рис. 13). Проекции  $v(t)$  на этот объем в произвольные моменты времени расположены внутри четырехугольной пирамиды, образуемой  $v_R$ . В процессе эволюции нейтрино вид пирамиды не меняется и она поворачивается в пространстве ароматов вместе с базисом  $\{v_m\}$ . Движение  $v(t)$  «вморожено» в базис  $\{v_m\}$ . Если начальное состояние совпадает с одним из собственных состояний  $v_m$ , то пирамида вырождается в единичный отрезок. При этом будет осуществляться бесосцилляционный переход в соответствии с изменением аромата данного собственного состояния. Система в процессе эволюции остается на определенном уровне энергии  $H_i^d$ . Используя графическое представление, можно сделать следующие выводы<sup>42, 43, 44</sup>:

а) При последовательном пересечении областей двух резонансов максимальное подавление нейтрино исходного типа пропорционально квадрату синуса угла смешивания в вакууме  $P \propto \sin^2 \Phi$ , а не 4-й степени, как это следует из предположения о факторизации:  $P = P_{e-e}^h P_{e-e}' \propto \sin^2 w \times \sin^2 \varphi = \sin^4 \Phi$ <sup>10, 39</sup>. Действительно, если  $v_e$  рождается при  $\rho_0 = \rho'$ , то в соответствии с рис. 12,  $v(0) = v_e \approx v_{3m}(\rho_0)$ , а в конечном состоянии при  $\rho = 0$ :  $v_t \approx v_{3m}(0) = v_3 \approx v_\tau + s_\Psi v_\mu + s_\Phi v_e$ , т. е.  $v_e$  переходит в основном в  $v_\tau$ , вероятность же оставаться в исходном состоянии  $P_{e-e} \approx s_\Phi^2$ .

б) Тип перехода (аромат конечного состояния) зависит от начальной плотности:  $v_e$ , рожденное в слое с  $\rho_0 = \rho'$ , превращается в основном в  $v_\tau$ ,  $v_e$ , рожденное при  $\rho_0 = \rho$ , переходит в  $v_\mu$ .

в) Тип перехода зависит от направления изменения плотности.  $v_e$  превращается в  $v_\tau$ , если плотность меняется от  $\rho'$  до 0 и  $v_e$  переходит в  $v_\mu$ , если плотность меняется в обратном направлении (от 0 до  $\rho'$ ) (см. также<sup>10, 39, 43, 44</sup>).

#### 4.2.3. Сведение трехчастичной задачи к двухчастичным

В общем случае, включающем нарушение адиабатичности, задача существенно усложняется. Однако, если спектр масс нейтрино обладает иерархией, эволюция в  $3\nu$ -системе в определенных интервалах плотностей может быть сведена к эволюции  $2\nu$ -систем. Соответственно, вероятности  $3\nu$ -переходов могут быть выражены через вероятности обсуждавшихся выше  $2\nu$ -переходов.

Сведение  $3\nu$ -задачи к  $2\nu$ -задаче в данном интервале плотностей  $\Delta\rho$  означает, что для этого  $\Delta\rho$  могут быть введены такие нейтринные состояния  $v^{\Delta\rho}$  (комбинации исходных  $v$ ):

$$v_f = \hat{O} v^{\Delta\rho}, \quad (4.7)$$

относительно которых система трех уравнений расщепляется. Два уравнения для двух из  $v^{\Delta\rho}$  остаются связанными, а уравнение для третьего  $v^{\Delta\rho}$  оказывается независимым.

В среде с изменяющейся плотностью строгого расщепления системы не происходит. Исходная матрица эволюции  $\hat{H}$  может быть сведена к виду  $(2 \times 2 + 1)$ -блоков  $\hat{H} \rightarrow \hat{H}_6$  с помощью  $\hat{O}^{\Delta\rho}$ , зависящей от  $\rho$ :  $\hat{O}^{\Delta\rho} = \hat{O}^{\Delta\rho}(\rho(t))$ :  $\hat{H}_6^{\Delta\rho} = \hat{O}^{\Delta\rho} \hat{H} \hat{O}^{\Delta\rho}$ . Но при этом в системе уравнений для  $v^{\Delta\rho}$  появится дополнительный член  $-i\hat{O}^+ d\hat{O}/dt$ , который нарушает расщепление:

$$i\dot{v}^{\Delta\rho} = \left( \hat{H}_6^{\Delta\rho} - i\hat{O}^+ \frac{d\hat{O}}{dt} \right) v^{\Delta\rho}.$$

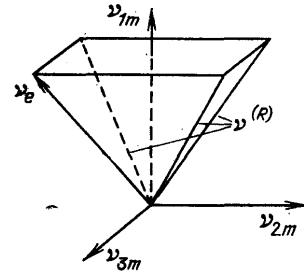


Рис. 13. Графическое определение параметров  $\nu$ -осцилляций трех нейтрино в адиабатическом режиме

Поэтому условие приближенного отщепления  $v_\alpha^{\Delta\rho}$  имеет вид

$$\left( \hat{O}^+ \frac{d\hat{O}}{dt} \right)_{\alpha\beta} \ll (\hat{H}_6^{\Delta\rho})_{\alpha\alpha} - (\hat{H}_6^{\Delta\rho})_{\beta\beta}, \quad \beta \neq \alpha,$$

в области  $\Delta\rho$ ; здесь  $(\hat{H}_6^{\Delta\rho})_{\alpha\alpha}$  — диагональные элементы матрицы  $\hat{H}_6$ . Это условие, очевидно, совпадает с условием адиабатичности для нейтрино  $v_\alpha^{\Delta\rho}$ . В этой связи отметим, что в адиабатическом режиме происходит полное расщепление системы и  $v_i^{\Delta\rho} = v_{i\mu}$ . Поскольку условие адиабатичности наиболее критично в резонансе, но ослабляется с удалением от резонанса, в данном интервале  $\Delta\rho$  будет отщепляться от нейтрино, для которого резонансы лежат вне  $\Delta\rho$  и достаточно удалены от  $\Delta\rho$ . Такая ситуация реализуется, очевидно, в случае иерархии масс, когда  $\rho_R^l \ll \rho_R^h \ll |\rho_R^{\mu\tau}|$ .

Если резонансы для данного  $v_\alpha$  далеко за пределами  $\Delta\rho$ , то изменение  $\hat{O}^{\Delta\rho}(\rho)$  с  $\rho$  в  $\Delta\rho$  будет слабым и  $\hat{O}^{\Delta\rho}$  можно считать постоянной. В случае  $\hat{O}^{\Delta\rho} = \text{const}$  членов  $i\hat{O}^+ d\hat{O}/dt$  нет, но блочная  $(2 \times 2 + 1)$ -структура  $\hat{H}^{\Delta\rho}$  достигается только для одного значения  $\rho$ , в других точках  $\Delta\rho$  будет происходить ее расстройка. Условие отщепления при этом сводится к тому, чтобы расстройка в  $\Delta\rho$  была малой.

В области низшего резонанса ( $\rho = 0 - \tilde{\rho}$ ) отщепляется степень свободы, связанная преимущественно с наиболее тяжелым нейтрино ( $v_3$ ):

$$\hat{O}^l = \hat{U}_7(\psi) \hat{U}_5(\varphi), \quad (4.8)$$

где  $\psi$  и  $\varphi$  — углы смешивания в вакууме. Используя явный вид матрицы эволюции для  $v^l = \hat{O}^{l-1} \cdot v_f$ :  $\hat{H}^l = \hat{O}^{l+1} \hat{H} \hat{O}^l$  получаем <sup>39, 43, 44</sup>, что  $v_e^l$  и  $v_\mu^l$  образуют  $2\nu$ -систему с углом смешивания, разностью квадратов масс и матрицей взаимодействия соответственно:

$$\theta = \omega, \quad \Delta m^2 \approx m_2^2, \quad \hat{W}^l = \text{diag}(W \cos^2 \varphi, 0), \quad (4.9)$$

а состояние  $v_\tau^l$  отщепляется.

В области высшего резонанса  $\tilde{\rho} - \rho'$  «заморожена» степень свободы, связанная преимущественно с  $v_2$ :

$$\hat{O}^h = \hat{U}_7(\psi). \quad (4.10)$$

Состояния  $v_e^h = v_e$  и  $v_\tau^h (v^h = \hat{O}^{h-1} v_f)$  образуют  $2\nu$ -систему с параметрами

$$\theta = \varphi, \quad \Delta m^2 \approx m_3^2, \quad \hat{W}^h = \text{diag}(W, 0), \quad (4.11)$$

состояние  $v_\mu^h$  отщепляется.

Наиболее сильная расстройка  $(2 \times 2 + 1)$  структуры в обоих случаях происходит на границе между областями при  $\rho = \tilde{\rho}$ <sup>43, 44</sup>. Ее можно характеризовать углами дополнительных поворотов  $\Delta\hat{O}^l(\tilde{\rho})$ ,  $\Delta\hat{O}^h(\tilde{\rho})$ , восстанавливающих  $(2 \times 2 + 1)$ -вид матрицы  $\hat{H}^{\Delta\rho}$ :

$$\sin 2\Delta\varphi \approx \sin 2\varphi \cdot \tilde{\rho} (\rho_R^h)^{-1} \approx \sin 2\varphi \cdot m_2 m_3^{-1}, \quad (4.12)$$

$$\sin 2\Delta\omega \approx \sin 2\omega \cdot \rho_R^l \tilde{\rho}^{-1} \approx \sin 2\omega \cdot m_2 m_3^{-1}. \quad (4.13)$$

Параметры  $\sin 2\Delta\varphi$  и  $\sin 2\Delta\omega$  определяют ошибки в амплитудах переходов, обусловленные сведением  $3\nu$ -задачи к  $2\nu$ -задачам. В случае иерархии масс ( $m_2 \ll m_3$ )  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta\omega$ , расстройка, а значит, и эти ошибки малы, причем малы даже при больших вакуумных углах смешивания.

Отметим в заключение, что  $\mu\tau$ -резонанс лежит в  $\bar{\nu}$ -канале и практически не влияет на обсуждавшиеся  $l$ - и  $h$ -резонансы.

4.2.4. *Вероятности осцилляционных переходов в  $3\nu$ -системе.* Амплитуда вероятности осцилляционного перехода  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  при пересечении нейтринным пучком областей высшего ( $\rho_0 \sim \tilde{\rho}$ ), а затем низшего  $\rho \sim \rho_t$ -резонансов записывается в виде

$$A_{\alpha\beta} = \langle \nu_\beta | \hat{H} | \nu_\alpha \rangle = V_\beta^T \hat{U}_7 \hat{U}_5 [\hat{A}^l(\rho_t, \tilde{\rho})]^T \hat{U}_5^T [\hat{A}^h(\tilde{\rho}, \rho_0)]^T \hat{U}_7^T V_\alpha, \quad (4.14)$$

где  $V_\alpha$  и  $V_\beta$  — векторы в пространстве ароматов,  $\{\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau\}$ , фиксирующие начальное и конечное состояния: для  $\nu_e$ , например,  $V_e = (1, 0, 0)$  и т. д. Структура выражения (4.14) такова:

а) матрица  $\hat{U}_7^T$  осуществляет разложение начального состояния по  $\nu_\alpha^h$ -состояниям, расщепляющим систему в области  $h$ -резонанса (4.10);

б)  $\hat{A}^h(\tilde{\rho}, \rho_0)$  — матрица переходов в области  $h$ -резонанса:

$$\hat{A}^h = \begin{vmatrix} A_e^{h(e)} & 0 & A_\tau^{h(e)} \\ 0 & A_\mu^{h(\mu)} & 0 \\ A_e^{h(\tau)} & 0 & A_\tau^{h(\tau)} \end{vmatrix}, \quad (4.15)$$

где  $A_\beta^{h(\alpha)}(\rho_0, \tilde{\rho})$  — амплитуда перехода  $\nu_\alpha^h \rightarrow \nu_\beta^h$  при распространении от  $\rho_0$  до  $\tilde{\rho}$ ; элементы  $A_\beta^{h(\alpha)}$  ( $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$ ) определяются динамикой  $2\nu$ -осцилляций и удовлетворяют соотношениям (2.16);

в) матрица  $\hat{U}_5^T$  дает разложение  $\nu$ -состояния на границе между областями  $h$ - и  $l$ -резонансов по состояниям  $\nu_\alpha^l$ , расщепляющим систему уравнений в области низшего резонанса (действительно, из (4.8) и (4.10) следует  $\nu' = \hat{U}_5^T \nu^h$ );

г)  $\hat{A}^l(\rho_t, \tilde{\rho})$  — матрица переходов в области низшего резонанса:

$$\hat{A}^l = \begin{vmatrix} A_e^{l(e)} & A_\mu^{l(e)} & 0 \\ A_e^{l(\mu)} & A_\mu^{l(\mu)} & 0 \\ 0 & 0 & A_\tau^{l(\tau)} \end{vmatrix}, \quad (4.16)$$

причем  $A_\beta^{l(\alpha)}$  ( $\alpha, \beta = e, \mu$ ) удовлетворяют связям (2.16);

д) матрица  $\hat{U}_7 \cdot \hat{U}_5$  производит разложение  $\nu$ -состояния на выходе по базису состояний с определенными ароматами.

Если нейтрино рождается и распространяется только в области низшего (высшего) резонанса, то в (4.14) следует положить  $\hat{A}^h = \hat{1}$  ( $\hat{A}^e = \hat{1}$ ). Если нейтрино движется в направлении увеличения плотности, то матрицу, стоящую в обкладках  $V_\alpha$ ,  $V_\beta$  в (4.14), нужно транспонировать.

Амплитуда перехода  $\nu_e \rightarrow \nu_e$  в соответствии с (4.14) равна

$$A_{e-e} = A_e^{l(e)} (c_\varphi^2 A_e^{h(e)} - s_\varphi c_\varphi A_\tau^{h(e)}) + A_\tau^{l(\tau)} (s_\varphi^2 A_e^{h(e)} + s_\varphi c_\varphi A_\tau^{h(e)}) \quad (4.17)$$

( $s_\varphi \equiv \sin \varphi$ ,  $c_\varphi \equiv \cos \varphi$  и т. д.). Отсюда усредненная по периоду вероятность  $\bar{P} = P^l P^h + K$ :

$$K = P^l P^h (-3s_\varphi^2 + 2s_\varphi^4) + s_\varphi^2 c_\varphi^2 + s_\varphi^2 c_\varphi^2 P^l - (s_\varphi^2 c_\varphi^2 - s_\varphi^4) P^h - 2s_\varphi c_\varphi^3 P^l R^h + 2s_\varphi^3 c_\varphi R^h, \quad (4.18)$$

при малых  $\varphi$

$$K = s_\varphi^2 (1 + P^l - P^h - 3P^l P^h - 2P^l R^h (s_\varphi^{-1})); \quad (4.19)$$

здесь  $P^l = |A_e^{l(e)}|$  и  $P^h = |A_e^{h(e)}|^2$  — вероятности  $2\nu$ -переходов в областях  $l$ - и  $h$ -резонансов, а  $R^h = \text{Re}(A_e^{h(e)*} A_\tau^{h(e)})$  — интерференционный член,

который может быть выражен через  $P^h$  с помощью системы уравнений для вероятностей:  $R^h = \{(\dot{\bar{P}}^h/\bar{H}) + \bar{H}[P^h - (1/2)]\}/H$  (2.19). В адиабатическом режиме:  $R^h = -n_0(n_0^2 + 1)^{-1/2}(n^2 + 1)^{-1/2}$ ; при  $n \gg 1$ , отсюда  $R^h = -\text{tg } 2\varphi(1 - 2P^h)/2$ . Для  $R^h$  можно также записать оценку  $|R^h| \leq [P^h(1 - P^h)]^{1/2}$ . Факторизованный член в (4.18), (4.19)  $\dot{P}P'$  соответствует последовательным переходам  $v_e \rightarrow v_\mu \rightarrow v_\tau \rightarrow v_e$  в областях высшего и низшего резонансов. Член, нарушающий факторизацию  $K$ , обусловлен тем, что состояния, которые расщепляют систему уравнений, не совпадают с состояниями с определенными ароматами. Полный переход  $v_e \rightarrow v_e$  осуществляется не только через  $v_e$  при  $\rho = \bar{\rho}$ , но также через  $v_\tau$ :  $v_e \rightarrow v_\tau \rightarrow v_e$ .  $K$  содержит фактор  $\sin^2 \varphi$ . Если  $P$  и  $P^h$  заметно больше  $\sin^2 \varphi$ , то факторизованный член достаточно точно воспроизводит полную вероятность. Если  $P$  и/или  $P^h$  на уровне максимального подавления, то  $K$  порядка  $P^h$ . В тех случаях, когда оба фактора  $P$  и  $P^h$  малы,  $K$  дает основной вклад:  $P \approx \sin^2 \varphi$ .

Аналогично можно получить вероятности переходов  $v_\mu \rightarrow v_e$  и  $v_\tau \rightarrow v_e$ :  $P_{\mu \rightarrow e} = (1 - P^l) + O(s_\Phi^2)$ ,  $P_{\tau \rightarrow e} = P^l(1 - P^h) + O(s_\Phi^2)$ .

#### 4.3. Осцилляции в стерильные состояния

Картина осцилляции  $v_f \leftrightarrow v_s$  ( $f = e, \mu, \tau$ ) такая же как и в случае осцилляции по ароматам и отличие сводится к изменению собственной длины (длины рефракции)  $l_0$ . В общем виде

$$l_0 = 2\pi m_N (\sqrt{2} G_F \rho \sum_i A_i Y_i)^{-1}, \quad (4.20)$$

где  $A_i$  — разность амплитуд рассеяния осциллирующих нейтрино на  $i$ -компоненте среды в единицах  $\sqrt{2}G_F k$ , а  $Y_i$  — число частиц типа  $i$ , приходящихся на один нуклон.  $l_0$  определяется суммой  $\sum_i A_i Y_i$ . Для  $(v_e - v_\mu)$ -осцилляций:  $A_e = 1$  и  $\sum_i A_i Y_i = Y_e$ . Стерильные нейтрино не имеют слабых взаимодействий, поэтому разница  $\Delta \sum_i (f_i(0) N_i)$  обусловлена рассеянием  $v_f$  на всех компонентах среды вследствие как заряженных, так и нейтральных токов, Для  $v_e \leftrightarrow v_s$  осцилляции в электрически нейтральной среде ( $Y_e = Y_p$ ):

$$\sum_i A_i Y_i = Y_p - \frac{1}{2} Y_n. \quad (4.21)$$

Отсюда для вещества, состоящего в основном из водорода ( $Y_n \ll Y_p$ ),  $\sum_i A_i Y_i = Y_p = Y_e$ , следовательно, рефракционные длины  $v_e - v_{s^-}$  и  $v_e - v_\mu$ -каналов равны  $l_0^{es} = l_0^{\mu e}$ . В изотонически нейтральной среде ( $Y_n = Y_p$ ):  $\sum_i A_i Y_i = Y_e/2$  и  $l_0^{es} = 2l_0^{\mu e}$ . Для среды, состоящей в основном из нейтронов, сумма  $\sum_i A_i Y_i = -Y_n/2$  меняет знак и  $l_0^{es}$  может быть значительно меньше  $l_0^{\mu e}$ .

Различия во взаимодействиях  $v_\mu$  ( $v_\tau$ ) и  $v_s$  в электрически нейтральной среде обусловлены  $v$ -рассеянием на нейтронах:  $\sum_i A_i Y_i = -Y_n/2$ , вклады протонов и нейтронов взаимно компенсируются.

Введем эффективную плотность

$$\rho^{\text{эфф}} = \rho \sum_i A_i Y_i, .$$

так что  $l_0 = 2\pi m_N (\sqrt{2}G_F \rho^{\text{эфф}})^{-1}$ . В терминах  $\rho^{\text{эфф}}$ , проведенный выше анализ для  $(v_e \rightarrow v_\mu)$  осцилляций может быть без изменений перенесен на другие каналы. Специфика конкретных каналов выразится в величине  $\rho^{\text{эфф}}$ .

#### 4.4. Влияние неупругого рассеяния и поглощения нейтрино на осцилляции<sup>44</sup>

Эффекты неупругих взаимодействий и поглощения в прямой волне описываются мнимой частью амплитуды рассеяния  $\text{Im } f(0)$ . У диагональных элементов матрицы эволюции появляются соответственно мнимые части:

$$H_\alpha = H_\alpha^R + iH_\alpha^I = M_\alpha^2(2k)^{-1} + W_\alpha^R + iW_\alpha^I \quad (\alpha = e, \mu);$$

здесь  $W_\alpha^I = \sum_i \text{Im } f_i^\alpha(0) N_i k^{-1}$ , а  $W_\alpha^R$  совпадает с  $W_\alpha$ , обсуждавшимися ранее (2.11). Используя оптическую теорему, получаем

$$W_\alpha^I (W_\alpha^R)^{-1} \approx G_F s \cdot (2\pi)^{-2}, \quad (4.22)$$

где  $s$  — квадрат полной энергии в системе центра масс. Разность действительных частей  $W_e^R - W_\mu^R$  и мнимые части  $W_\alpha^I$  определяют соответственно длину рефракции  $l_0$  и длину свободного пробега  $l_a$ , и, поскольку  $W_e^R - W_\mu^R \approx W_e^R$ , из (4.22) находим:  $l_0/l_a \approx W^I/W^R \approx G_F s / 4\pi^2$ . Отсюда следует, что соотношение между  $l_0$  и  $l_a$  определяется энергией нейтрино и не зависит от плотности среды, причем при низких энергиях  $s \ll G_F^2$ , длина рефракции много меньше длины свободного пробега ( $l_0 \ll l_a$ ).  $W_e^I \neq W_\mu^I$ , поэтому поглощение, кроме общего ослабления волн  $v_e$  и  $v_\mu$ , приводит к модификации осцилляционной картины. С учетом поглощения  $\hat{H}$  диагонализуется матрицей  $\hat{S}(\theta_{ab})$ , имеющей комплексные диагональные элементы:  $\cos \theta_m$  в  $\hat{S}(\theta_m)$  следует заменить на  $\cos \theta_{ab} \exp(i\varphi)$ . При этом  $\operatorname{tg} 2\theta_{ab} = \operatorname{tg} 2\theta_m \cdot \cos \varphi$ , а  $\sin \varphi = -(W_e^I - W_\mu^I) \sin 2\theta_m / \bar{H}$ . При низких энергиях  $\varphi$  мал, согласно (4.22):  $\sin \varphi \approx G_F s / 4\pi^2$ . В низшем порядке по  $\varphi$  параметры адиабатических осцилляции равны  $\bar{P} = e^{-\lambda} (e^{-\Delta\lambda} \cos^2 \theta_m^0 \cos^2 \theta_m + e^{\Delta\lambda} \sin^2 \theta_m^0 \sin^2 \theta_m)$ ,  $A_p = e^{-\lambda} \sin 2\theta_m^0 \cdot \sin 2\theta_m$ , где

$$\lambda = - \int_0^t (W_e^I + W_\mu^I) dt', \quad \Delta\lambda = - \int_0^t (W_e^I - W_\mu^I) \cos 2\theta_m dt'$$

(ср. (3.35)). Таким образом, усредненная вероятность является совокупностью двух экспонент, глубина осцилляции убывает со временем быстрее, чем  $A_p$ , универсальность нарушается.

В конкретных приложениях (ядра коллапсирующих звезд, ранняя Вселенная) необходимо учитывать осцилляционные переходы как в прямой, так и в рассеянных волнах. При малых  $s$ , когда  $l_m \sim l_0 \ll l_a$ , используем следующую картину: 1) осцилляционные переходы осуществляются между двумя последующими неупругими соударениями; 2) в каждом таком соударении когерентность в  $v$ -состоянии нарушается и после соударения начинают осциллировать уже некогерентные потоки нейтрино с фиксированными ароматами, содержащиеся к моменту соударения в  $v$ . Суммарный осцилляционный эффект определяется соотношениями между: длиной свободного пробега  $l_s$ , шириной резонансного слоя  $\Delta r_R = \rho (d\rho/dr)^{-1} \operatorname{tg} 2\theta$  и размерами самого объекта. (Будем считать, что условие адиабатичности выполнено:  $l_m^R < \Delta r_R$ .) Если  $\Delta r_R \ll l_a$  и  $R \gg l_a$ , то в области резонанса происходят сильные осцилляционные превращения в  $v$ -пучке, малое число соударений ( $R \gg l_a$ ) не приведет к усреднению.

Если  $\Delta r_R \gg l_a$  (плотность меняется медленно на длине свободного пробега), то сильные осцилляционные превращения произойти не успеют.

Если  $R \gg l_a$ , то большое число неупругих соударений приведет к усреднению вероятности:  $\bar{P} \rightarrow 1/2$ , даже при малом смешивании и  $\Delta r_R \ll l_a$ .

Пусть нейтрино, проходя слой вещества, испытывают  $k$  неупругих соударений, тогда вероятность осцилляционного перехода в этом слое равна<sup>44</sup>

$$P_k = \frac{1}{2} \left( 1 + \tilde{n}_0 \tilde{n}_t \prod_{i=1}^k \tilde{n}_i^2 \right), \quad (4.23)$$

где  $\tilde{n} \equiv n(n^2 + 1)^{-1/2}$ , а  $n = (\rho - \rho_R)/\Delta\rho_R$ ;  $\tilde{n}_0$ ,  $\tilde{n}_t$ ,  $\tilde{n}_i$  — значения  $\tilde{n}$  соответственно в точке рождения нейтрино, на выходе из слоя и в точке  $i$ -го соударения \*). Отметим  $\tilde{n}_i^2 < 1$ , поэтому при  $k \rightarrow \infty$   $P_k \rightarrow 1/2$ . Если хотя бы одно соударение произойдет в резонансном слое, то  $\tilde{n} = 0$  и  $P_k = 1/2$ . Произведение  $\prod_{i=1}^k \tilde{n}_i^2$  в (4.23) можно оценить следующим образом. Выделим слой около резонансного с шириной  $r_a < l_a$ . Вероятность соударения в этом слое  $P_{\text{col}} < 1$ , т. е. нейтрино пересекают его без соударений. На границе слоя:  $n = n_a \approx \mu_a/\rho_R \Delta r_R$ , где  $\mu_a = \rho_R l_a$ . Поскольку  $n$  возрастает с расстоянием от резонанса (считаем, что плотность изменяется монотонно с  $r$ ), можно записать

$$\prod_{i=1}^k \tilde{n}_i^2 \geq (n_a^2)^k = (1 + n_a^{-2})^{-k} = [1 + (\rho_R \Delta r_R)^2 \mu_a^{-2}]^{-k}. \quad (4.24)$$

Отсюда эффект неупругих соударений мал, если число соударений

$$k \ll \mu_a^2 (\rho_R \Delta r_R)^{-2} \approx l_a^2 (\Delta r_R)^{-2}. \quad (4.25)$$

Поскольку  $\Delta r_R \approx \operatorname{tg} 2\theta$ , из (4.27) следует ограничение сверху на вакуумный угол смешивания. Для  $k > (\mu_a/\rho_R \Delta r_R)^2$  происходит усреднение и  $\bar{P} \approx 1/2$ .

#### 4.5. Среда с релятивистскими частицами<sup>44</sup>

Такая ситуация реализуется в ядрах коллапсирующих звезд и в ранней Вселенной. Эффект вещества определяется произведением  $(f/k) N$  ( $N$  — концентрация частиц). Переходя в систему отсчета, где частицы мишени покоятся, и используя лоренцеву инвариантность фазы, приобретаемой волнами на пути между двумя данными точками (либо инвариантностью глубины осцилляции), можно показать, что

$$\langle N f k^{-1} \rangle = N f k^{-1} (1 + v \cos \theta), \quad (4.26)$$

где  $v$  — скорость движения, а  $n(v)$  — концентрация частиц мишени;  $\theta$  — угол между направлением их движения и импульсом нейтрино ( $\mathbf{k}$ ). При этом  $f/k$  имеет тот же вид, что и в случае покоящейся мишени. Для изотропного распределения частиц мишени второе слагаемое в (4.28) после интегрирования по  $\theta$  обращается в нуль и  $\langle N f \rangle / k$  оказывается таким же, как и при  $v = 0$ ;  $N$  в получаемом выражении — полная концентрация частиц мишени в лабораторной системе.

### 5. ПРИЛОЖЕНИЯ ОСЦИЛЛАЦИЙ НЕЙТРИНО В ВЕЩЕСТВЕ

Сильные осцилляционные превращения нейтрино в веществе \*\*\*) происходят при выполнении следующих условий:

- 1) Условия резонанса: нейтрино должно пересекать резонансный слой.
- 2) Условия адабатичности или слабого нарушения адабатичности.  
(Плотность должна изменяться с расстоянием достаточно медленно.)

\*) Для простоты считаем, что энергия нейтрино в соударении не изменяется.

\*\*\*) Критерием здесь может быть максимальный эффект в случае вакуумных осцилляций. Для двух нейтрино  $\bar{P}_{\text{vac}}^{\max} = 1/2$  и поэтому превращение в веществе считается сильным, если  $\bar{P} < 1/2$ .

Кроме этого:

- 3) Толща вещества должна быть достаточно большой.
- 4) Среда должна быть несимметричной по отношению к осциллирующим компонентам; концентрации частиц и античастиц должны различаться.
- 5) Исходные потоки осциллирующих нейтрино должны различаться.
- 6) Число неупругих соударений должно быть небольшим.

В данной среде резонанс, а значит и сильные переходы, реализуются либо для нейтрино, либо для антинейтрино.

Перечисленные выше условия выполняются для определенных значений нейтринных параметров ( $\Delta m^2$ ,  $\sin^2 2\theta$ ) в Солнце, Земле, в ядрах и оболочках коллапсирующих звезд, в ранней Вселенной.

### 5.1. Факторы осцилляционного подавления в Солнце

5.1.1. *Физические условия.* Картина  $\nu$ -осцилляций зависит от 1) распределения плотности вещества, 2) распределения источников нейтрино и 3) условий генерации нейтрино, т. е. от типа ядерных взаимодействий и параметров среды в месте  $\nu$ -рождения. Будем использовать эти характеристики в соответствии со стандартной солнечной моделью (CCM)<sup>46</sup> (рис. 14).

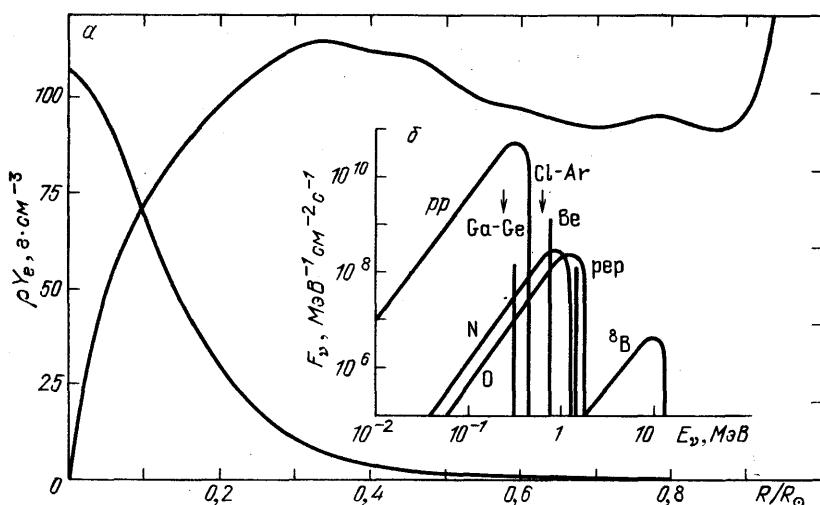


Рис. 14. а — Распределение плотности  $\rho$  и  $d\rho/dr$  в Солнце. б — Спектр солнечных нейтрино

Максимальная (центральная) плотность  $\rho_c$  определяет верхнюю границу области резонанса на диаграмме  $\Delta m^2/E \equiv 1/y$ ,  $\sin^2 2\theta$  (см. (3.7)):

$$\left( \frac{\Delta m^2}{E} \right)_c - \frac{1}{y_c} \equiv \rho_c^{\text{эфф}} \frac{\sqrt{2} G_F}{m_N \cos 2\theta} \approx \frac{2 \cdot 10^{-5}}{\cos 2\theta} \frac{\text{эВ}^2}{\text{МэВ}}. \quad (5.1)$$

При малых  $\theta$  эта граница практически не зависит от  $\sin^2 2\theta$  (рис. 15). Для нейтринос с  $\Delta m^2/E > (\Delta m^2/E)_0$  резонанс отсутствует. При  $\Delta m^2/E = (\Delta m^2/E)_0$  резонанс в центре Солнца; с уменьшением  $(\Delta m^2/E)$  резонансный слой смещается от центра к поверхности.

Граница области адиабатичности на диаграмме  $\Delta m^2/E$ ,  $\sin^2 2\theta$  следует из условия (3.34) и (3.32), (3.33):

$$\frac{\sin^2 2\theta}{\cos 2\theta} = 2\pi \left( \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \right)_{\rho=\rho_R} \frac{1}{\Delta m^2/E}, \quad (5.2)$$

где  $\rho_R = \rho_R (\Delta m^2/E, \cos 2\theta)$  (см. рис. 15). В широкой области  $\rho = 0,02 - 90$  г/см<sup>3</sup> распределение  $\rho(r)$  экспоненциально,  $\rho (d\rho/dr)^{-1} = h = \text{const}$  и выражение (5.2) принимает более простой вид

$$\sin^2 2\theta = \frac{2\pi}{h\Delta m^2/E} = \frac{1,8 \cdot 10^{-8}}{(\Delta m^2/E) (\bar{\sigma} B^2/M_e B)}. \quad (5.3)$$

Уравнения (5.2) и (5.3) определяют нижнюю границу области адиабатичности. При уменьшении  $\Delta m^2/E$  (для фиксированного  $\theta$ ) пространственная ширина резонансного слоя  $\Delta r_R \approx h \tan 2\theta$  практически не меняется, а резонансная длина осцилляции растет  $l_m^R \propto E/\Delta m^2$ , таким образом соотношение (3.34) оказывается нарушенным.

В области  $\Delta m^2/E, \sin^2 2\theta$  ниже границы (5.3) при  $\sin^2 2\theta < 0,1$  и  $\Delta m^2/E \leq (\Delta m^2/E)_0/2$  выполняются условия применимости результата Ландау — Зенера (3.49), (3.50): ширина резонансного слоя  $\Delta r_R \approx h \tan 2\theta \ll h$  и можно использовать линейное приближение для  $\rho(r)$ . Вероятности переходов зависят здесь от комбинации  $(\Delta m^2/E) \sin^2 2\theta$  и с удалением от границы (5.3) возрастают. «Треугольник»,

Рис. 15. Границы областей резонанса в Солнце, адиабатичности (сплошные линии), частичной (штриховая линия) и полной (пунктирная) расходимости волновых пакетов. Область резонансного эффекта в Земле (штрихпунктирная линия)

образуемый линиями (5.1), (5.3) и сильных осцилляционных переходов в Солнце.

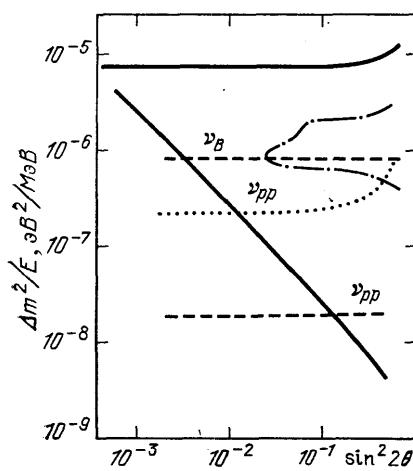
Расхождение волновых пакетов можно оценить как  $D(R_\odot) \leq |\Delta v_v| R_\odot = (\Delta m^2/2E^2) R_\odot$  (см. (4.1)). Его эффекты малы, если  $D(R_\odot)$  много меньше длины пакета нейтрино  $\tau_\pi$ , например,  $D(R_\odot) \leq 10^{-1} \tau_\pi$ . Отсюда верхняя граница области на диаграмме рис. 15, в которой расхождением можно пренебречь,

$$\frac{\Delta m^2}{E} = \frac{1}{5} E \frac{\tau_\pi}{R_\odot}. \quad (5.4)$$

пр-нейтрино имеют  $\tau_\pi$  порядка длины пакетов соударяющихся протонов  $\tau_\pi^{pp} \approx \tau_\pi^p; \tau_\pi^p$  в свою очередь, определяется временем между двумя соударениями:  $\tau_\pi^p \approx v_p \tau_p \approx 1/\sigma_p n_p$ ; здесь  $n_p$  — концентрация заряженных частиц, а  $\sigma_p$  — сечение электромагнитного взаимодействия. Оценки дают \*)  $\tau_\pi^{pp} \approx 10^{-9} - 10^{-8}$  см. Для борных нейтрино:  $\tau_\pi^B \approx c \tau_B$ , где  $\tau_B$  — время между двумя соударениями ядра  $^8B$ :  $\tau_\pi^B \approx (3 \cdot 10^{-9} - 3 \cdot 10^{-8})$  см. К такому же результату приводит оценка  $\tau_\pi$  по температуре:  $\tau_\pi \propto 1/kT \approx 2 \cdot 10^{-8}$  см (см. рис. 15).

С ростом  $\Delta m^2/E$  эффекты расхождения пакетов увеличиваются. Определим границу области  $\Delta m^2, \sin^2 2\theta$  полного расхождения так, что на ней перекрытие пакетов исчезает еще до резонансного слоя:  $D^R(L_R) = \tau_\pi$ , здесь  $L_R(\Delta m^2/E, \sin^2 2\theta)$  — расстояние от центра Солнца до слоя с  $\rho = \rho_R$ ,  $D$  определено в (4.2), (4.1) (см. рис. 15). Согласно рис. 15 в большей части области сильного резонансного эффекта на Солнце расхождение пакетов либо полное, либо частичное, причем для пр-нейтрино оно значительно сильнее, чем для борных <sup>22</sup>.

\*)  $\sigma$  следует оценивать при энергии протона  $E \approx 20$  кэВ — порядка средней энергии частиц, вступающих в ядерные реакции. Минимальный передаваемый импульс  $q_{min} \sim \sim 1/r$ , где  $r$  — среднее расстояние между частицами.



5.1.2. *Факторы подавления.* Фактор осцилляционного подавления  $P_S(E, \Delta m^2, \sin^2 2\theta)$  определяется соотношением

$$F(E) = P_S(E) F^0(E), \quad (5.5)$$

где  $F^0$  и  $F$  — потоки  $\nu_e$  на выходе из Солнца без учета и с учетом осцилляции соответственно. Из-за различий в пространственном распределении источников факторы  $P_S^\alpha(E)$  для  $\nu_e^{(\alpha)}$ -нейтрино от разных реакций ( $\alpha = pp, Be, B, \dots$ ) не одинаковы. Протяженность области генерации нейтрино, а также конечное энергетическое разрешение установок приводят к усреднению осцилляции по их периоду и  $P_S(E)$  в (4.1) соответствует усредненному осцилляционному эффекту.

В случае точечного источника  $\nu_e$  в центре Солнца фактор подавления совпадает с усредненной вероятностью обнаружить  $\nu_e$  на выходе (см. раздел 3):  $P_S = \bar{P}_{e \rightarrow e} \left( \frac{E}{\Delta m^2}, \sin^2 2\theta \right)$ . Условия (5.2), (5.3) при фиксированном  $\theta$  определяют границу адиабатичности по  $y = E/\Delta m^2$ :

$$y_a = \sin^2 2\theta_a \cdot h \cdot (2\pi)^{-1}. \quad (5.6)$$

Для  $y < y_a$  — справедливо адиабатическое приближение, и из (3.41) следует

$$P_S(y, y_0, \theta) \approx \frac{1}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{y}{y_0} - 1 \right) \cos 2\theta \left[ \left( \frac{y}{y_0} - 1 \right)^2 + \tan^2 2\theta \right]^{-1} \right\}; \quad (5.7)$$

здесь  $y_0$  (см. 5.1)) равна величине  $E/\Delta m^2$ , при которой резонансное условие выполняется в точке рождения нейтрино (в данном случае — в центре Солнца). При  $y > y_a$  адиабатичность нарушается и для малых углов смешивания ( $\sin^2 2\theta \approx 3 \cdot 10^{-3} - 10^{-1}$ ) можно использовать результат Ландау — Зенера<sup>24, 25</sup>. В соответствии с (3.50), (3.47)

$$P_S \approx \sin^2 \theta + \cos 2\theta \cdot \exp \left( -\frac{\pi}{4} \frac{\sin^2 2\theta}{\cos 2\theta} \frac{h}{y} \right) \quad (5.8)$$

( $h = \rho (d\rho/dr)^{-1}$ ). Формула (5.8) неприменима в области очень малых углов  $\sin^2 2\theta \leq 10^{-3}$  и  $y_a \approx y_0$ , когда рождение нейтрино происходит вблизи резонанса.

Зависимость фактора подавления (5.7), (5.8) от  $y$  имеет форму «ванн» (см. рис. 16, *a*) причем весь интервал  $y$  сильного эффекта можно разбить на три части.

**A. Область включения резонанса** (адиабатический край ванны). При  $y \ll y_0$  резонансная плотность  $\rho_R(y)$  значительно больше центральной  $\rho_c$ , эффект материи пренебрежимо мал, осцилляционная картина тождественна вакуумной,  $P = 1 - \sin^2 2\theta/2$  (рис. 16, *b*). С приближением  $y$  к  $y_0$   $\rho_R \rightarrow \rho_0$  и материя начинает усиливать осцилляции, их глубина возрастает,  $P$  на выходе падает.  $y = y_0$  — точка включения резонанса:  $\rho_R = \rho_0$  — нейтрино генерируются в резонансе, осцилляции в резонансном слое происходят с максимальной глубиной,  $P(y_0) = 1/2$  (рис. 16, *c*). При  $y > y_0$ :  $\rho_R < \rho_0$  — нейтрино пересекает резонансный слой. С увеличением  $y$  этот слой смещается к поверхности Солнца, глубина осцилляции падает,  $P$  уменьшается (рис. 16, *d*). Ширина области  $A$  пропорциональна  $\sin 2\theta$ .

**B. Область максимального подавления** (дно ванны). При  $y$ , для которых  $4n_0^2(\rho_R(y)) \gg \sin^{-2} \theta$ , реализуются условия безосцилляционного перехода,  $P(y) \approx \sin^2 \theta - (4n_0^2(y))^{-1} \approx \sin^2 \theta$  (рис. 16, *d*).

**В. Область нарушения адиабатичности** ( $y > y_a$ ). Осцилляции носят нерегулярный характер (рис. 16, *e*).  $P(y)$  возрастает (5.8).

С уменьшением вакуумного угла смешивания левый край ванны не меняет свое положение, но становится более крутым, дно опускается, правый край смещается в область меньших  $y$ :  $y_a \propto \sin^2 2\theta$  — ванны становятся уже. Форма правого края в широких пределах  $\sin^2 2\theta$  не меняется (рис. 17).

Усреднение факторов подавления по пространственному распределению источников нейтрино приводит к выполнению левого (адиабатического)

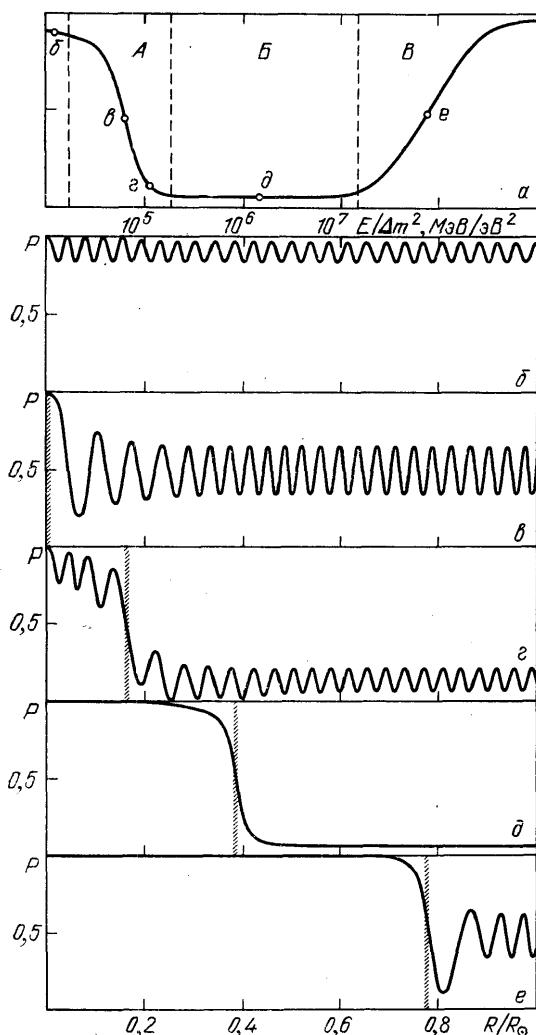


Рис. 16. *a* — Фактор подавления потока  $v_e$  в Солнце как функция  $E/\Delta m^2$ . *б* — *е* — Картина осцилляции нейтрино с разными  $E/\Delta m^2$  (расхождение пакетов не учитывается, период осцилляции для наглядности увеличен)

края ванн. Область включения резонанса расширяется (см. рис. 17). Выполаживание обусловлено тем, что при заданной  $y = E/\Delta m^2$  у  $v_e$ , генерируемых в слоях с  $\rho < \rho_c$ , адиабатическое подавление слабее, чем у  $v_e$ , рожденных в центре ( $\rho = \rho_c$ ):  $P_s(y, y_0(\rho)) > P_s(y, y_0(\rho_c))$ . Наибольшим эффект усреднения оказывается для  $3\nu$ -нейтрино, имеющих максимальные размеры области генерации. Форма правого края ванн при  $\sin^2 2\theta > 3 \cdot 10^{-3}$  практически не меняется. При меньших углах, когда резонансный слой лежит вблизи центра, следует учитывать двукратное неадиабатическое пересечение резонансного слоя<sup>25</sup>.

**5.1.3. Факторы подавления в случае осцилляций трех нейтрино.** Если спектр масс обладает иерархией, то факторы подавления для  $3\nu$ -переходов могут быть выражены через  $P^l$  и  $P^h$  — факторы подавления в  $2\nu$ -переходах по областям высшего и низшего резонансов (4.18), (4.19).  $P^h$  и  $P^l$  практи-

чески совпадают с обсуждавшимися выше  $2\nu$ -факторами  $P \left[ \frac{(E/\Delta m^2)}{\sim}, \sin^2 2\theta \right]$ . Отличие  $P^l$  и  $P^h$  от  $P$  связано с существованием границы  $\rho$ , разделяющей резонансы, и в случае иерархии масс пренебрежимо мало<sup>43, 44</sup>. Согласно (4.9) и (4.1)

$$P^l = P(E \cos^2 \varphi \cdot m_2^{-2}, \sin^2 2\omega), \quad P^h = P(E m_3^{-2}, \sin^2 2\varphi) \quad E > \tilde{E},$$

где  $\tilde{E}$  определяется условием  $\rho(\tilde{E}) = \rho_c$ . При  $E < \tilde{E}$  область высшего резонанса отсутствует, так что  $P^l = 1$ .

Полный фактор подавления является суперпозицией факторов подавления  $P^l$  и  $P^h$ . «Ванна»  $P^l(E)$  смешена относительно «ванны»  $P^h(E)$  вправо

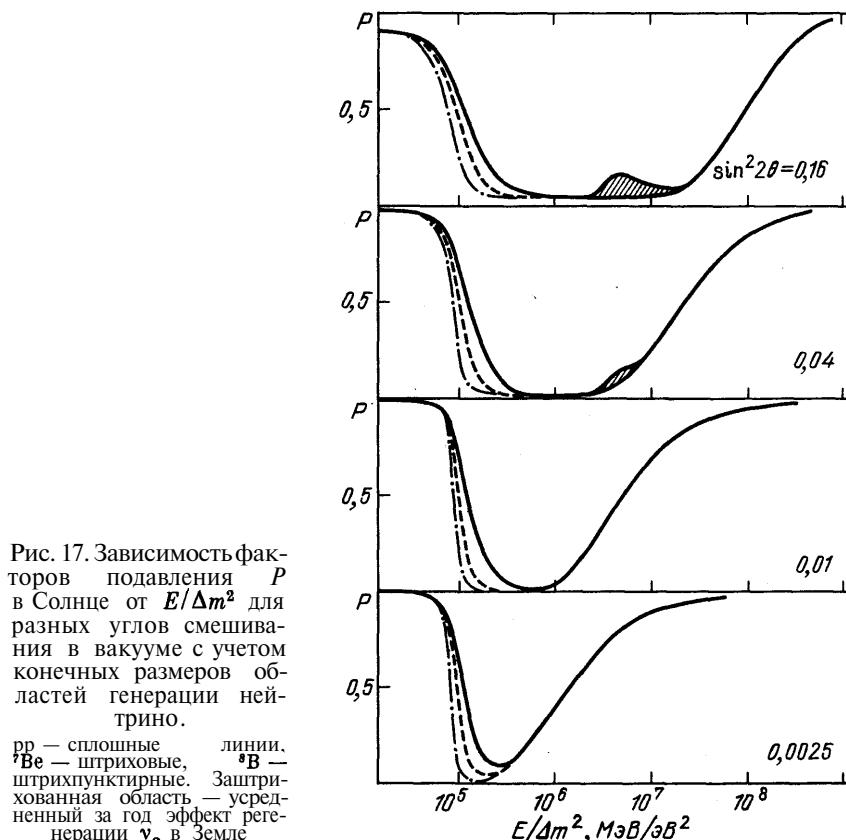


Рис. 17. Зависимость факторов подавления  $P$  в Солнце от  $E/\Delta m^2$  для разных углов смешивания в вакууме с учетом конечных размеров областей генерации нейтрино.

ср — сплошные линии,  
 ${}^7\text{Be}$  — штриховые,  ${}^8\text{B}$  — штрихпунктирные. Заштрихованная область — усредненный за год эффект регенерации  $\nu_e$  в Земле

так, что ее левый край лежит при энергии в  $m_3^2 \cos^2 \varphi / m_2^2$  раз большей, чем левый край  $P^l$ <sup>10</sup>. В зависимости от величины  $m_3^2 \cos^2 \varphi / m_2^2$  возможны два качественно различающихся взаимных расположения  $P$  и  $P'$ . Они определяются соотношением между  $E_0^h$  — энергией включения  $h$ -резонанса ( $E_0^h = y_0 m_3^2$ ) и  $E_a^l$  — энергией адиабатичности в  $l$ -резонансе. 1)  $E_a^l > E_0^h$ . Ванна  $P'$  вложена \*) в  $P^l$ , либо существенно перекрывается с  $P^l$ . 2)  $E_a^l < E_0^h$ . Ванны разделены. Дно  $P'$  не перекрываетется с дном  $P^l$  (см. рис. 18, б).

В соответствии с общим анализом в разделе 4.2 наибольшее отличие  $P^l$  (4.18), (4.19) от  $P^h P'$  в области максимального подавления обоих факторов  $P$  (рис. 18, а). Произведение  $P^h P'$  хорошо воспроизводит  $P^l$  там, где  $P^h$  и  $P'$  намного больше своих минимальных значений  $\sin^2 \omega$  и  $\sin^2 \varphi$ . При  $E_a^l \ll E_0^h$  перекрытия ванн практически нет и  $P^l$  совпадает в соответствующих диапазонах энергий с  $P^h$  либо  $P'$ .

\*) Считаем здесь по аналогии с кварками, что смешивание между генерациями 1 и 3 меньше, чем смешивание между 1 и 2:  $s_\varphi < s_\omega$ , т. е.  $P^h$  уже  $P^l$ .

5.1.4. *Осцилляции в стерильные нейтрино.* Отношение эффективных плотностей  $\rho^{es}$  и  $\rho^{e\mu}$  определяется  $M_{He}$  — весовой распространностью  $^4He$ :

$$\frac{\rho^{es}}{\rho^{e\mu}} \approx \frac{Y_e - (Y_n/2)}{Y_e} \approx 1 - \frac{M_{He}}{2(2 - M_{He})}.$$

В центре Солнца  $M_{He} \approx 0,65$  и таким образом  $\rho^{es}/\rho^{e\mu} \approx 0,76$ . Распределение  $\rho^{es} (d\rho^{es}/dr)^{-1}$  практически совпадает с соответствующим распределением

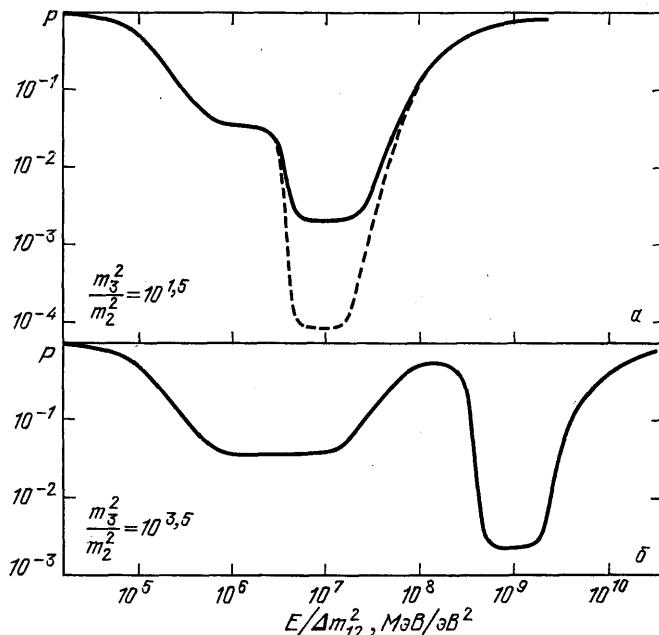


Рис. 18. Факторы подавления в случае осцилляций трех нейтрино (штриховая линия:  $P^l$   $P^h$ )

для  $e - \mu$ -осцилляций. Поэтому единственное отличие ванн подавления для ( $v_e - v_s$ ) переходов от ванн ( $v_e - v_\mu$ ) в том, что их левый край (определенный плотностью в центре) сдвинут в область высоких энергий на фактор  $\rho_c^{e\mu}/\rho_c^{es} \approx 1,24$ .

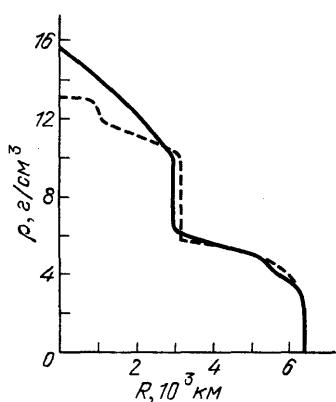


Рис. 19. Распределение плотности вещества в Земле в двух разных моделях

и  $(v_e - v_\mu)$  осцилляции равна  $\rho_{eff}^{e\mu} = \rho/2$ . В соответствии с распределением (см. рис. 19) область резонансного эффекта (см. (5.1)):  $(\Delta m^2/E)_{res} \approx 2 \cdot 10^{-7} - 10^{-6}$  эВ²/МэВ. Она значительно уже, чем на Солнце, в отличие от Солнца

## 5.2. Осцилляции нейтрино в веществе Земли

**5.2.1. Физические условия.** Распределение плотности представляет собой несколько слоев со сравнительно медленным изменением  $\rho$ , между которыми плотность изменяется скачком (рис. 19). В первом приближении можно выделить два интервала:

- 1)  $\rho = 3 - 6$  г/см³ — мантия;
- 2)  $\rho = 9 - 12$  г/см³ или (в зависимости от модели) 9—18 г/см³ — ядро.

С хорошей точностью вещество Земли можно считать изотонически нейтральным, так, что  $Y_e = 1/2$  и эффективная плотность для  $(v_e - v_\mu)$

имеет нижнюю границу и лежит внутри солнечной резонансной области (см. рис. 16). При  $\sin^2 2\theta < 0,2$  резонансы в ядре и мантии Земли оказываются разделенными  $\Delta\rho_R^A \leq \rho_{\min}^A - \rho_{\max}^M$ .

Толща вещества в Земле порядка  $m_N/G_F$  и поэтому размеры слоев ограничивают области  $\Delta m^2$ ,  $\sin^2 2\theta$  сильного эффекта. Для средней плотности ядра  $\bar{\rho} = 11$  г/см<sup>3</sup> резонансная длина осцилляции:  $l_m^R = 3,5 \cdot 10^3$  км/ $\sin 2\theta$ .

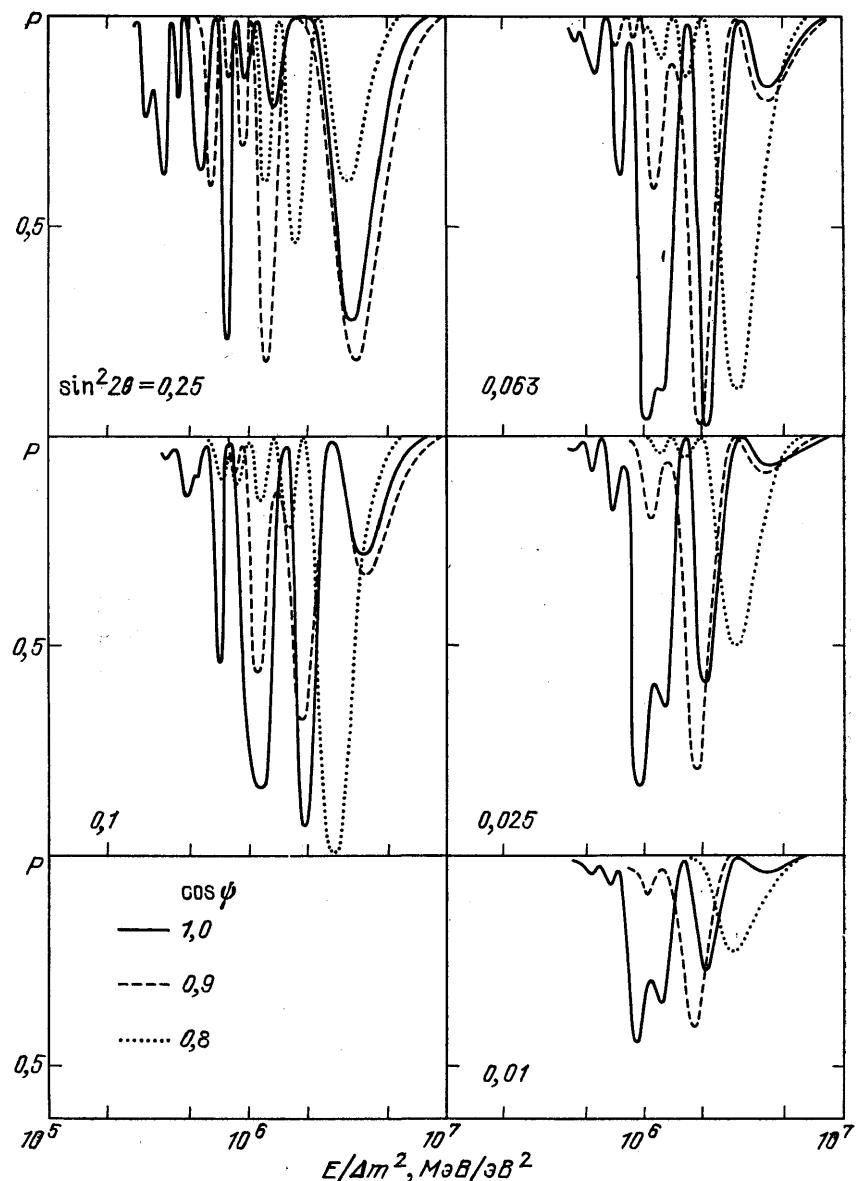


Рис. 20. Зависимость факторов подавления в Земле от  $E/\Delta m^2$  для разных значений угла смешивания в вакууме и разных зенитных углов

При  $\sin 2\theta \leq 0,25$  половина этой длины становится больше диаметра ядра и осцилляции с максимальной глубиной не успевают развиться. Примерно такое же ограничение на  $\sin 2\theta$  для резонанса в мантии \*). Поскольку  $l_m^R \sim R_\odot$ , а размеры источников нейтрино (атмосфера и др.) небольшие, в Зем-

\*) Впервые возможность сильного резонансного эффекта в Земле была отмечена в <sup>20</sup>.

ле не происходит усреднения по периоду осцилляций. Сильный осцилляционный эффект связан здесь с тем, что в толще Земли укладывается около половины резонансной длины  $l_m^R$ . Эффект чувствителен к распределению плотности<sup>20</sup>.

**5.2.2. Факторы подавления в Земле**<sup>16</sup>. Основные свойства кривых  $P_{e-e}(E/\Delta m^2, \sin^2 2\theta) = P_{\mu-\mu}(E/\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$  таковы (рис. 20):

а) Факторы подавления имеют два отчетливых пика, соответствующих резонансам в мантии и в ядре. Грубо распределение плотности можно представить в виде слоев с постоянной плотностью. При этом полный фактор подавления является наложением двух резонансных огибающих, в которые вписываются осциллирующие кривые (см. раздел 3.3.1). Большая ширина левого пика обусловлена большим разбросом плотности в ядре.

б) С уменьшением угла смешивания осцилляционные длины растут и при  $\sin^2 2\theta < 0,06$  осцилляции с максимальной глубиной развиться не успевают:  $P$  не достигает 0.

в) С ростом зенитного угла  $\psi$  толща вещества, проходимая нейтрино в ядре, быстро уменьшается и при  $\cos \psi \leqslant 0,84$  обращается в нуль. В мантии эта толща сначала растет, достигая максимума при  $\cos \psi \approx 0,84$ , а затем падает. В соответствии с этим, при увеличении  $\psi$  ( $\theta$  — фиксировано) сначала исчезает пик, соответствующий ядру, а затем — мантии.

Для нейтрино космического происхождения (солнечные нейтрино, нейтрино от гравитационных коллапсов) существенно расхождение волновых пакетов, так что падают на Землю и не зависимо в ней эволюционируют состояния с определенными массами. Потоки  $v_e, v_\mu (v_s)$  определяются вероятностью перехода  $v_2 \rightarrow v_e$ :  $P_{2e}$  (для  $v_1 \rightarrow v_e$ ;  $P_{1e} = 1 - P_{2e}$ ). Отличия  $P_{2e}$  от  $P_{\mu-e}$  можно проследить на примере постоянной плотности (см. также<sup>48</sup>). Глубина осцилляций равна разности  $A_p^{\max} = \sin^2(2\theta_m - \theta)$  и  $A_p^{\min} = \sin^2 \theta$ , для  $v_e \leftrightarrow v_\mu$  соответствующие величины  $\sin^2 2\theta$  и 0 (см. рис. 7). Максимальная глубина  $A_p^{\max} = 1$  достигается при  $\theta^{\max} = (\pi/4) + (\theta/2)$  и максимум  $A_p^{\max}(E)$  сдвинут относительно резонансной энергии  $v_e \leftrightarrow v_\mu$  канала:  $E^{\max} = E_R (1 + \tan \theta \cdot \tan 2\theta)$ . В обоих предельных случаях  $E \ll E_R$  и  $E \gg E_R$   $A_p^{\max} \approx \sin^2 \theta$ , т. е. глубина осцилляций равна нулю, а среднее  $\bar{P}_{2e} = \sin^2 \theta$ . При малых углах смешивания  $P_{2e} \approx P_{\mu-e}$ .

Диапазон резонансного эффекта в Земле не превышает порядка по  $E/\Delta m^2$ , поэтому в случае трех нейтрино и иерархии масс факторы подавления высшего и низшего резонанса не перекрываются.

Для осцилляции в стерильные состояния  $\rho^{\text{эфф}}(v_e - v_s) = \rho^{\text{эфф}}(v_e - v_\mu)/2$  и, соответственно, резонансные длины осцилляций  $v_e \rightarrow v_s$  окажутся вдвое больше, чем у  $v_e \rightarrow v_\mu$ . Это приводит к тому, что условия сильных осцилляционных переходов выполняются для  $v_e \rightarrow v_s$  хуже. Пики подавления смешены относительно пиков  $v_e \rightarrow v_\mu$  на фактор 2, причем оба пика заметны лишь при больших  $\theta$  и  $\cos \psi \approx 1$ .

### 5.3. Осцилляции нейтрино в веществе и спектроскопия солнечных нейтрино

#### 5.3.1. Потоки солнечных нейтрино в установках. Регенерация $v_e$ в Земле.

Полный осцилляционный эффект на пути от точки рождения нейтрино до детектора складывается из эффектов в веществе самого Солнца и (в ночное время, когда Солнце находится под горизонтом) в веществе Земли. Эффект в Земле носит характер суточных и сезонных модуляций нейтринного потока<sup>16</sup>.

На поверхность Земли падает некогерентный поток нейтрино с определенными массами:  $v_1$  и  $v_2$ . Потеря когерентности происходит вследствие расхождения волновых пакетов  $v_1$  и  $v_2$  в Солнце и на пути от Солнца к Земле,

а также вследствие усреднения по точке генерации нейтрино. Доля  $\nu_2$  в этом потоке:  $k_2 = (\cos^2 \theta - P_S)/\cos 2\theta$ , где  $P_S$  — фактор подавления в Солнце. Вводя  $P_{1e}$  и  $P_{2e}$  вероятности переходов в Земле, полный фактор подавления можно записать как  $P = k_2 P_{2e} + (1 - k_2) P_{1e}$ , или

$$P = (P_S + P_{2e} - 2P_{2e}P_S - \sin^2 \theta) (\cos \theta)^{-1}. \quad (5.9)$$

Большая часть области сильного эффекта в Земле (см. рис. 20) лежит внутри области максимального подавления на Солнце там, где  $P_S = \sin^2 \theta$ . При этом

$$P = P_{2e} \quad (5.10)$$

— нейтринное состояние на выходе из Солнца совпадает с  $\nu_2$ . Вне области сильного эффекта Земли:  $P = P_S$ .

В веществе Земли происходит регенерация потока  $\nu_e^{18, 29, 31, 47, 48}$  — часть  $\nu_\mu$  (или  $\nu_\tau, \nu_s$ ), образовавшихся в результате  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  превращения на Солнце возвращается в исходное  $\nu_e$ -состояние. Полный фактор подавления возрастает (см. рис. 18). Регенерация идет в ночное время, ее усредненный эффект максимальен зимой и минимален летом<sup>47, 48, 49</sup>.

**5.3.2. «Решения» проблемы солнечных нейтрино.** Скорость образования атомов  $^{37}\text{Ar}$  в  $\text{Cl} - \text{Ar}$ -эксперименте  $Q_{\text{Ar}}^{\text{exp}}$ , усредненная по 70 сеансам измерений («ранам»)<sup>50</sup>, в 2–4 раза меньше ожидаемой скорости образования под действием  $\nu_e$  в стандартной солнечной модели<sup>51</sup>:

$$R_{\text{Ar}} = \frac{Q_{\text{Ar}}^{\text{exp}}}{Q_{\text{Ar}}^{\text{SSM}}} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2}.$$

Это расхождение, составляющее проблему солнечных нейтрино, может быть объяснено резонансными осцилляциями в веществе Солнца и Земли. Подавление скорости образования  $^{37}\text{Ar}$  вследствие осцилляции равно

$$R_{\text{Ar}}^{\text{th}}(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = \frac{1}{N} \int_{E_{\text{пор}}} dE \sigma_{\text{Ar}}(E) \sum_{\alpha} F_{\alpha}^0 P_{\alpha}(E, \Delta m^2, \sin^2 2\theta), \quad (5.11)$$

где

$$N = \int_{E_{\text{пор}}} dE \sigma_{\text{Ar}} \sum_{\alpha} F_{\alpha}^0$$

( $\alpha = \text{Be}, \text{B}, \text{pp}, \text{рер}, \text{O}, \text{N}$ ), а  $\sigma_{\text{Ar}}$  — сечение реакции  $\nu_e^{37}\text{Cl} \rightarrow e^{-37}\text{Ar}$ . Величина  $R_{\text{Ar}}$  определяется произведением спектра и фактора подавления  $P_{\alpha}$  («ванн» подавления). Взаимное расположение  $F^0$  и  $P_{\alpha}$  на шкале  $E$  зависит от величины  $\Delta m^2$  так, что с уменьшением  $\Delta m^2$  «баны» смещаются по отношению к спектру влево. Размеры ванн при  $\sin^2 2\theta \gtrsim 10^{-2}$  значительно больше наблюдаемой части спектра, причем в широком диапазоне энергий подавление достигает величин вплоть до  $10^{-2}$  (см. рис. 17, 18). Это значит, что для заданного  $\sin^2 2\theta$  можно подобрать такие взаимные расположения  $F^0$  и  $P_{\alpha}$  (т. е. такие  $\Delta m^2$ ), при которых  $R_{\text{Ar}}^{\text{th}} = 1/2 \div 1/4$ . Значения  $\sin^2 2\theta$  и  $\Delta m^2$ , при которых достигается 2–4-кратное подавление скорости образования  $^{37}\text{Ar}$ , называют «решениями» проблемы солнечных нейтрино. Уравнение  $R_{\text{Ar}}^{\text{th}}(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = a = \text{const}$  определяет линии равного подавления (линии изосну \*) на плоскости  $\sin^2 2\theta, \Delta m^2$ <sup>9, 10, 45</sup> (см. рис. 21); «решения» лежат между линиями изосну  $a = 1/2$  и  $a = 1/4$ .

В зависимости от режима осцилляций нейтрино и характера искажения энергетического спектра можно выделить несколько типов «решений».

а) Адиабатическое решение<sup>9, 10, 15, 12, 23</sup>.  $\Delta m^2 = (8-12) 10^{-5} \text{ эВ}^2$ ,  $\sin^2 2\theta = 3 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-1}$ . Спектр нейтрино расположен на левом краю «баны» (рис. 22, a), подавлена его высокогенеретическая часть,

\*) SNU (Solar Neutrino Unit) — единица измерения скорости образования дочерних атомов в радиохимических экспериментах; см.<sup>50, 51</sup>.

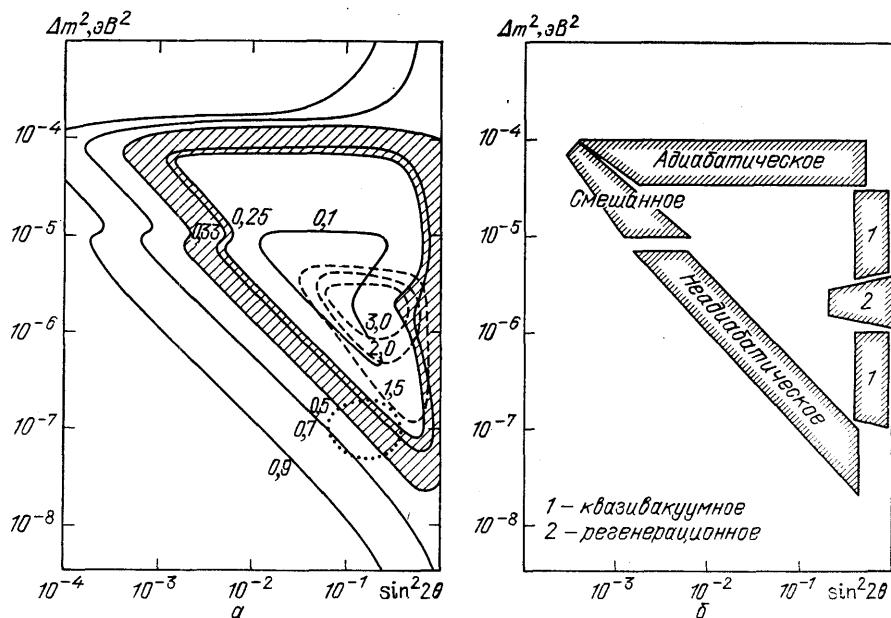


Рис. 21. а — Линии равного подавления (линии «изосну») скорости образования  $^{37}\text{Ar}$  в Cl—Ar-эксперименте на плоскости  $\Delta m^2$ ,  $\sin^2 2\theta$ ; цифры у кривых — значения факторов подавления; штриховые линии ограничивают области сильных суточных модуляций  $Q_{\text{Ar}}$  (цифры у кривых: отношение  $\bar{Q}_{\text{Ar}} \text{ (ночь)}/\bar{Q}_{\text{Ar}} \text{ (день)}$ ); в области, ограниченной точечной кривой, ожидаются заметные суточные модуляции  $Q_{\text{Ge}}$  в Ga—Ge-эксперименте.  
 б — Области различных «решений» проблемы солнечных нейтрино

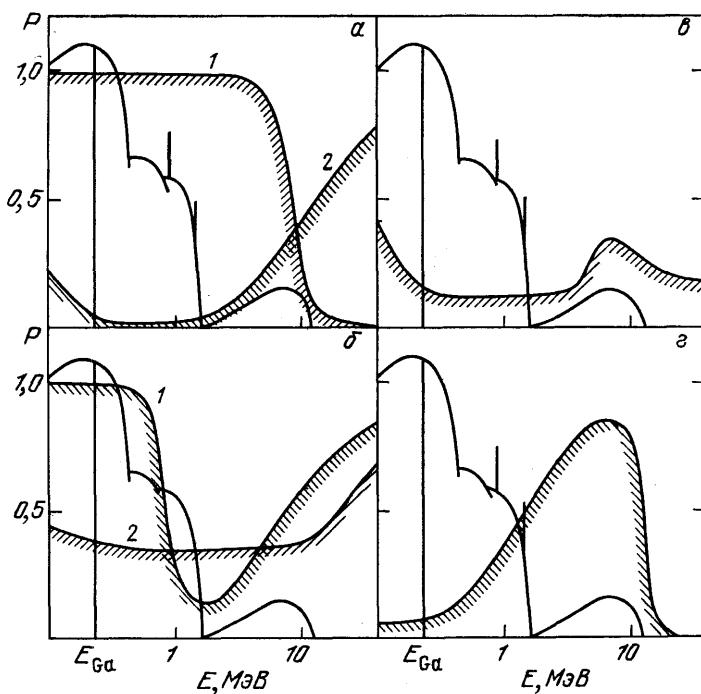


Рис. 22. Взаимное расположение «ванн» подавления и спектра солнечных нейтрино в разных решениях (форма искажения  $\nu_e$ -спектра).  
 а: 1 — адиабатическое «решение»; 2 — неадиабатическое. б: 1 — смешанное в 2ν-случае; 2 — квазивакуумное. в — Регенерационное. г — Смешанное в 3ν-случае

поток pp-нейтрино изменяется слабо, нейтрино средней части спектра испытывают промежуточное подавление. Осцилляции происходят в адиабатическом режиме.

б) Неадиабатическое решение<sup>9,10,15,17,18,19,24-26</sup>.  $\Delta m^2 = (1,5 - 4,5) \cdot 10^{-8} \text{ эВ}^2 / \sin^2 2\theta$ ,  $\sin^2 2\theta \approx 4 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-1}$ . Спектр расположен на правом краю «банн» (см. рис. 22, а), подавлена его низкоэнергетическая часть. В-, Ве- и др. нейтрино, дающие вклад в образование  $^{37}\text{Ar}$ , распространяются в режиме нарушения адиабатичности; pp-нейтрино попадают в область максимального подавления и их поток ослаблен фактором  $\sin^2 \theta$ . При  $\sin^2 2\theta \approx 0,3$  часть pp-нейтрино находится в области резонансного эффекта в Земле, испытывая суточные и сезонные модуляции.

в) «Смешанное» решение.  $\sin^2 2\theta \leq 4 \cdot 10^{-3}$ ,  $\Delta m^2 = 7 \cdot 10^{-6} - 8 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2$ . При малых углах смешивания ванны подавления оказываются столь узкими, что нейтрино высоких энергий лежат на неадиабатическом, а нейтрино низких энергий — на адиабатическом краю (рис. 22, б). Наиболее сильно подавлена средняя часть спектра. Структура в линиях изосну (см. рис. 21) обусловлена тем, что в  $Q_{\text{Ar}}$  основной вклад дают два типа нейтрино — борные и бериллиевые ( $E = 0,86 \text{ МэВ}$ ). Второй пик при  $\Delta m^2 \approx 10^{-5} \text{ эВ}^2$  соответствует появлению резонанса в Солнце у Ве-нейтрино.

г) «Казакувное» решение.  $\sin^2 2\theta = 3/4 - 8/9$ ,  $\Delta m^2 = 3 \cdot 10^{-5} \div 10^{-7} \text{ эВ}^2$ . Спектр лежит на дне ванны, которое приподнято на высоту  $P = 1/4 - 1/2$ . Подавление всех частей спектра примерно одинаково, что совпадает с усредненным вакуумным результатом.

д) «Регенерационное» решение<sup>47,48</sup>.  $\Delta m^2 = (1-5) \times 10^{-6} \text{ эВ}^2$ ,  $\sin^2 2\theta > 0,1$ . Спектр борных нейтрино лежит в области резонансного эффекта в Земле (рис. 22, в). Образование  $^{37}\text{Ar}$  происходит в ночное время. Для широты  $42^\circ$ , на которой находится установка Дэвиса (и примерно на такой же широте будут расположены Ga — Ge-детекторы) регенерация обусловлена в основном резонансом в мантии. Ядро Земли дает малый

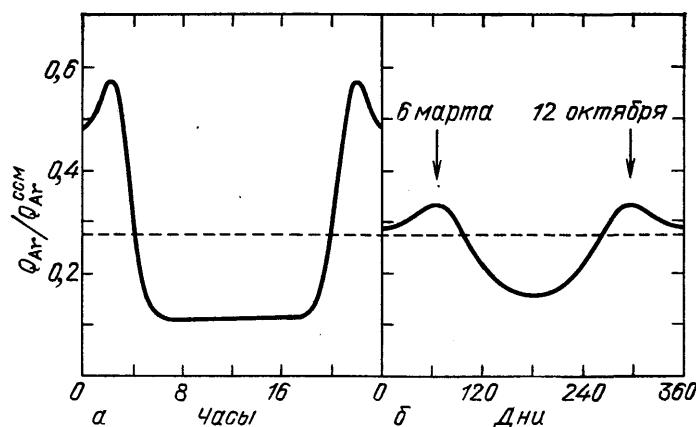


Рис. 23. Регенерация  $\nu_e$ -потока солнечных нейтрино в Земле.

Зависимость фактора подавления скорости образования Ar в Cl — Ar-эксперименте от времени суток, усредненного за год (а), от времени года, усредненного за сутки (б). Для  $\Delta m^2 = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ эВ}^2$ ,  $\sin^2 2\theta = 0,4$

вклад. Максимальный суточный эффект, усредненный за год, — в 2 и 22 часа (рис. 23, а), максимальный годовой эффект, усредненный за сутки, — в начале марта и в октябре (рис. 23, б). Эти результаты соответствуют наибольшей толще вещества в мантии на пути нейтрино<sup>45</sup>. При  $\Delta m^2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ эВ}^2$  и  $\sin^2 2\theta = 0,3 \div 0,1$  сильные годовые модуляции противоречат данным Дэвиса<sup>47,48</sup>.

Ситуацию с тремя нейтрино (в случае иерархии) удобно анализировать, используя двухнейтринную диаграмму  $\Delta m^2$ ,  $\sin^2 2\theta$ <sup>46</sup> (см. рис. 21). Каждый

из резонансов характеризуется точкой на этой диаграмме. В Солнце могут реализоваться два резонанса ( $l$ - и  $h$ -), и решение в  $3\nu$ -случае фиксируется двумя точками. Поскольку края «ванн» слабо зависят от  $\theta_i$ , одно и то же подавление  $Q_{Ar}$  может быть достигнуто для любых пар точек, лежащих на соответствующих линиях  $h_i$  и  $l_i$  (рис. 23): одна расположена на  $l_i$ , другая — на  $h_i$ . Сопоставляя линии  $h_i$ ,  $l_i$  с линиями изосну для  $2\nu$ -решений (см. рис. 21), можно установить следующее:

1) В грубом приближении данное подавление  $R_{Ar}$  достигается в том случае, если  $l$ - и  $h$ -резонансы расположены на  $2\nu$ -линиях изосну  $a_1$  и  $a_2$ , удовлетворяющих условию:  $a_1 a_2 = R_{Ar}$ .

2) Если требуется (экспериментально) подавление  $R_{Ar}$ , то хотя бы один из резонансов должен лежать между линиями изосну  $R_{Ar}$  и  $R_{Ar}^{1/2}$ . Таким образом, в  $3\nu$ -случае линии изосну превращаются в полосы изосну.

3) Если один из резонансов расположен на линии изосну  $a \approx 1$ , то другой должен лежать на линии  $a = R_{Ar}^{\exp}$ :  $3\nu$ -решение сводится к  $2\nu$ -решению. Эти утверждения справедливы для не слишком сильного подавления  $Q_{Ar}$  и связаны с приближенной факторизацией  $3\nu$ -вероятности:  $P \approx P^l P^h$  (см. раздел 5.1).

Оscилляции трех нейтрино дают два новых типа «решений»:

а) *Смешанное решение для  $3\nu$ .  $h$ -резонанс лежит на адиабатической ветви:  $\Delta m^2 \approx (0,8 - 2) \cdot 10^{-4} \text{ эВ}^2$ ,  $\sin^2 2\theta = 10^{-4} \div 10^{-1}$ ;  $l$ -резонанс на неадиабатической:  $\Delta m^2 = (10^{-9} - 4 \cdot 10^{-8}) / \sin^2 2\theta \text{ эВ}^2$ ,  $\sin^2 2\theta = 10^{-3} \div 3 \cdot 10^{-1}$  (рис. 24). Ванны  $P$  и  $P'$  перекрываются не сильно и полный фактор подавления имеет вид (см. рис. 18, б). При этом нейтрино высоких энергий ( ${}^8\nu$ ) лежат на адиабатическом краю  $P'$  и переходят в основном в  $\nu_\tau$ , нейтрино низких энергий расположены на неадиабатическом краю  $P'$  и превращаются в  $\nu_\mu$ . Средняя часть спектра (пер-,  ${}^7\nu$ -нейтрино) подавлена слабее (см. рис. 22, г).*

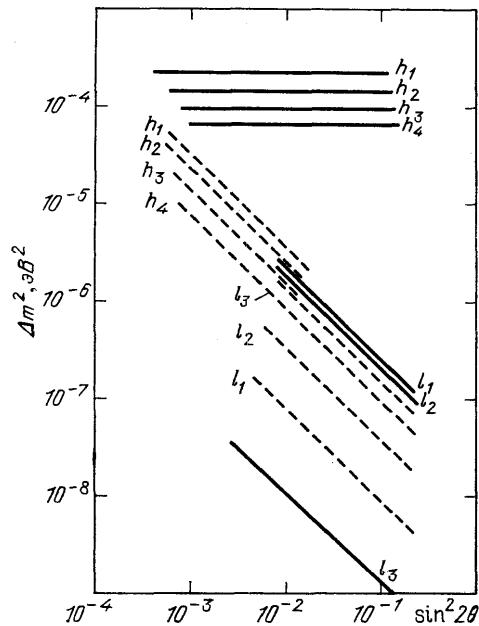


Рис. 24. «Решения» в случае осцилляции трех нейтрино.

Сплошные линии с одинаковыми номерами определяют положение  $h$ - и  $l$ -резонансов в смешанном решении, штриховая линия — то же в неадиабатическом решении

ветви:  $\Delta m^2 \approx (0,8 - 2) \cdot 10^{-4} \text{ эВ}^2$ ,  $\sin^2 2\theta = 10^{-4} \div 10^{-1}$ ;  $l$ -резонанс на неадиабатической:  $\Delta m^2 = (10^{-9} - 4 \cdot 10^{-8}) / \sin^2 2\theta \text{ эВ}^2$ ,  $\sin^2 2\theta = 10^{-3} \div 3 \cdot 10^{-1}$  (рис. 24). Ванны  $P$  и  $P'$  перекрываются не сильно и полный фактор подавления имеет вид (см. рис. 18, б). При этом нейтрино высоких энергий ( ${}^8\nu$ ) лежат на адиабатическом краю  $P'$  и переходят в основном в  $\nu_\tau$ , нейтрино низких энергий расположены на неадиабатическом краю  $P'$  и превращаются в  $\nu_\mu$ . Средняя часть спектра (пер-,  ${}^7\nu$ -нейтрино) подавлена слабее (см. рис. 22, г).

б) *Неадиабатическое решение в  $3\nu$ -случае. Оба резонанса лежат на неадиабатической ветви (см. рис. 23) и это соответствует конфигурации а) (см. рис. 18). Подавляется низкоэнергетическая часть спектра, однако форма подавления оказывается сложнее, чем в  $2\nu$ -случае, в частности, поток  ${}^7\nu$ -нейтрино может быть ослаблен значительно сильнее потоков нейтрино средних энергий.*

Эффекты в случае  $3\nu$ -осцилляций можно представить на диаграмме изосну  $m_2$ ,  $m_3$  для разных значений углов смешивания<sup>39</sup>.

Результаты по осцилляциям в стерильные состояния практически совпадают с полученными выше для  $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$ . Отличия два: сдвигается на величину 1,3 по  $\Delta m^2$  область адиабатического решения и эффекты регенерации в Земле становятся значительно слабее.

Подчеркнем, с учетом эффектов вещества решение проблемы солнечных нейтрино может быть достигнуто при малых вакуумных углах смешивания — вплоть до  $\sin^2 2\theta = 10^{-3}$  и в этом существенное отличие от решения

на основе осцилляций в вакууме, при котором требуется максимальное или близкое к максимальному смешивание.

5.3.3. *Спектроскопия солнечных нейтрино.* Происходят ли на Солнце и в Земле резонансные превращения нейтрино и если происходят, то почему равны  $\Delta m^2$  и углы смешивания? Следствием резонансных осцилляций является вполне определенное, зависящее от  $\Delta m^2$  и  $\theta$  искажение энергетического спектра. Поэтому для решения проблемы необходима нейтринная спектроскопия Солнца<sup>52</sup>, которая предполагает проведение радиохимических экспериментов с разными порогами реакций, а также прямых измерений  $\nu_e$ -спектра электронными методами.

Кроме обсуждавшегося хлорного эксперимента, чувствительного в основном к высокогенеретической части спектра, в числе наиболее важных экспериментов с солнечными нейтрино следующие:

а) Галиевый эксперимент<sup>53-55</sup>. Низкий порог реакции  $\nu_e + ^{71}\text{Ga} \rightarrow e^- + ^{71}\text{Ge}$   $E_{\nu} = 0,235$  МэВ позволяет регистрировать pp-нейтрино

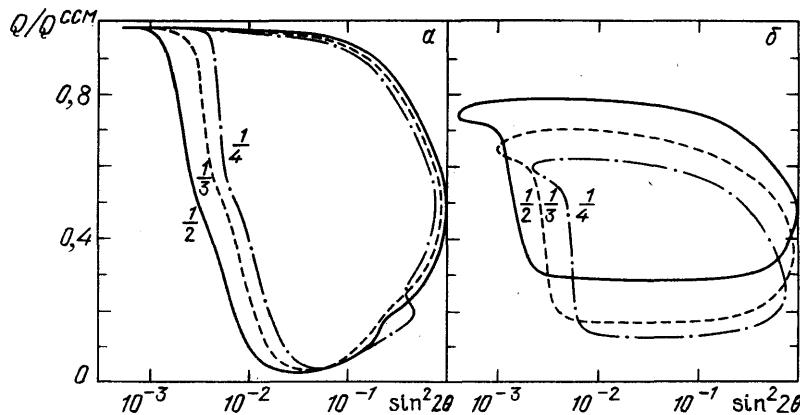


Рис. 25. Факторы подавления скорости образования  
а:  $^{71}\text{Ge}$  в Ga—Ge-эксперименте. б:  $^7\text{Be}$  в Li—Be-эксперименте как функции  $\sin^2 2\theta$  для разных величин подавления  $Q_{\text{Ar}}$  (цифры у кривых)

CCM-вклад  $\nu_{pp}$  в  $Q_{\text{Ge}}$  около 80%). Линии изосну  $R_{\text{Ge}} = Q_{\text{Ge}}/Q_{\text{Ge}}^{\text{CCM}}$  с  $R_{\text{Ge}} < 0,5$  по форме аналогичны линиям изосну для Cl—Ar, но смешены относительно последних по  $\Delta m^2$  вниз в  $\bar{E}_B/\bar{E}_{pp} \approx 30$  раз<sup>9,38</sup>. При  $R_{\text{Ge}} > 0,5$   $R_{\text{Ge}}(\Delta m^2, \sin^2 2\theta) = \text{const}$  имеют более сложную структуру, обусловленную вкладами в  $Q_{\text{Ge}}$  нейтрино от большего числа реакций, чем в случае  $Q_{\text{Ar}}$ . При фиксированном  $R_{\text{Ar}} = 1/2 \div 1/4$  подавление скорости образования  $^{71}\text{Ge}$  может лежать в широких пределах от 0,97 в адиабатическом решении до 0,05 в неадиабатическом (рис. 25, а). Такие же пределы для  $R_{\text{Ge}}$  дает смешанное решение при трех нейтрино. В неадиабатическом и квазивакуумном решении ожидается суточные и годовые модуляции, связанные с эффектом в Земле.

б) Рассеяние на электронах<sup>57</sup> и дейтонах<sup>58</sup>. Прямые электронные методы имеют высокие экспериментальные пороги  $E_{\nu} = 5-10$  МэВ и чувствительны только к борным нейтрино. Исследование  $\nu_e e^-$ - и  $\nu_e d$ -рассеяния позволяет сделать вывод об искажении формы спектра, которое в случае резонансных осцилляций определяется фактором подавления  $P(E)$ <sup>9,10,15</sup> (см. рис. 17, 22). Регистрация момента времени каждого  $\nu$ -взаимодействия открывает возможность поиска суточных модуляций  $\nu_e$ -потоков<sup>16</sup>. Линии равного подавления полного числа событий близки к линиям изосну в Cl—Ar-эксперименте<sup>48</sup>. По рассеянию нейтрино на дейтонах (в этой связи обсуждаются и другие ядра<sup>59</sup>) можно определить отношение числа событий, обусловленных нейтральными токами (которые не чувстви-

тельны к осцилляциям  $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu (\nu_\tau)$ , и заряженными токами и таким образом сделать заключение об осцилляциях по ароматам.

в) Литиевый эксперимент<sup>50,52,56</sup> ( $\nu^7\text{Li} \rightarrow e^7\text{Be}$ ) имеет порог  $E_n = 0,861$  МэВ и чувствителен в случае низких температур в центре Солнца к средней части спектра. Предсказания для большинства решений имеют промежуточный характер между  $Q_{Ar}$  и  $Q_{Ge}$  (рис. 25, б). Исключение составляют смешанные решения, в которых  $Q_{Be}$  может оказаться, в отличие от  $Q_{Ar}$  и  $Q_{Ge}$ , слабо (3v) или сильно (2v) подавленной.

Дополнительную информацию дадут результаты проводимого сейчас молибденового<sup>60</sup> и планируемого Br — Kr экспериментов<sup>61</sup>.

В таблице приводятся ожидаемые эффекты для рассмотренных экспериментов в разных «решениях».

Решение	Ga-Ge, $R_{Ga}$	Li, $R_{Li}$	В спектре подавлены	Модуляции	NC/CC-эффект
Адиабатическое Неадиабатическое	$\gtrless 0,9$ 0,03—0,1	0,6—0,8 0,1—0,3	Высокие $E$ Низкие $E$	Нет Суточные годо- вые $Q_{Ge}$	Есть для ос- цилляций по ароматам
Смешанное Регенерация	0,1—0,9 $\leqslant 0,2$	0,1—0,8 0,4	Средние $E$ Высокие и низ- кие	Нет Суточные годо- вые $Q_{Ar}$	
Псевдовакуумное	$\sim 1/3$	$\sim 1/3$	Равное подав- ление	Нет	
Неадиабатическое 3v	$\leqslant 0,1$	0,1—0,3	Низкие	Нет	
Смешанное 3v	0,03—0,9	0,1—0,8	Высокие и низ- кие $E$	Нет	
Низкая темпера- тура Солнца	0,7	0,7	Высокие $E$	Нет	
Вакуумные осцил- ляции (усредне- ние)	1/3	1/3	Все одинаково	Нет	
Прецессия спина в магнитных по- лях	0,3—0,5	0,3—0,5	Низкие $E$	Полугодовые 11-летние $Q_{Ar}$	Нет
Распад $\nu_e \rightarrow \nu\psi$	0,1	0,2	Низкие $E$	Нет	

5.3.4. Решение проблемы солнечных нейтрино. Низкая скорость образования<sup>37</sup>Ar в эксперименте Дэвиса может быть объяснена астрофизическими причинами — тем, что стандартная модель Солнца не верна или не полна, а также свойствами самих нейтрино: распадом, вакуумными осцилляциями, переходом в правые стерильные состояния из-за прецессии спина в магнитных полях. Вопрос о том, как установить истинную причину наблюдаемого дефицита  $\nu_e$ , как отличить резонансные осцилляции от других эффектов.

а) Большинство астрофизических механизмов подавления потока нейтрино сводится к уменьшению  $T_c$  — температуры в центре Солнца. Поток борных нейтрино пропорционален  $T_c^{20}$  и 5%-го снижения  $T_c$  достаточно для объяснения данных Дэвиса. Причиной низкой температуры может быть малая концентрация тяжелых элементов<sup>62</sup> либо присутствие в центре Солнца гипотетических слабовзаимодействующих массивных частиц (вимпов; от англ. weekly interacting massive particles<sup>63</sup>) (и то, и другое увеличивает теплопроводность), либо периодическое перемешивание вещества<sup>64</sup> и др. При 5% -ном снижении  $T_c$  поток pp-нейтрино ( $F_{pp} \propto T_c^4$ ) изменится мало и, соответственно, мало изменяются предсказания  $Q_{Ge}$  для галлиевого эксперимента. Такая ситуация ( $R_{Ar} \sim 1/2 \div 1/4$  и  $R_{Ge} \sim 1$ ) реализуется в адиабатическом и смешанном решениях (см. таблицу). Различить эти случаи позволит измерение спектра борных нейтрино. Астрофизические факторы изменяют соотношение между полными потоками нейтрино от разных реакций, по они не меняют формы спектра, которая определяется элементарным про-

цессом —  $\beta$ -распадом. Резонансные осцилляции изменяют саму эту форму. В адиабатическом решении подавлена высокоэнергетическая часть спектра, в смешанном — область низких энергий. Кроме этого, существование осцилляций ароматов может быть установлено по рассеянию нейтрино на электронах и по отношению нейтральных токов к заряженным на дейтонах. Во всех остальных решениях ожидается заметное или сильное подавление  $Q_{\text{Ge}}$ , которое не может быть воспроизведено изменением модели Солнца<sup>31</sup>.

Примерно такая же ситуация и в другом механизме снижения потока борных нейтрино — «вытеснении» бериллиевой ветви с помощью увеличения концентрации  $^3\text{He}$ , либо уменьшения концентрации  $^4\text{He}$ .

Следует отметить, что по-существу все астрофизические способы объяснения эксперимента Дэвиса встречаются с определенными трудностями.

Эффекты осцилляций в веществе слабо зависят от модели Солнца. Левые края ванн определяются центральной плотностью  $\rho_c$  и варьирование  $\rho_c$  в пределах от 100 до 200 г/см<sup>3</sup> приводит к смещению этого края, а, значит, линий изосну в адиабатическом решении на фактор 1,5. Правый край зависит от одного параметра  $\rho (dp/dr)^{-1} = h$ , величина которого известна весьма точно \*). Изменение  $\rho_c$  и  $h$  дает не большое переопределение  $\Delta m^2$ .

Результат Дэвиса можно, разумеется, объяснить сочетанием разных причин. Если  $T_0 < T < T_c^{\text{CCM}}$ , где  $T_c^{\text{CCM}}$  — центральная температура в стандартной солнечной модели, а  $T_0$  — температура, при которой достигается трехкратное подавление  $Q_{\text{Ar}}$ , то часть эффекта объясняется пониженной температурой и осцилляционное подавление должно быть слабее. Решения в этом случае лежат на линиях изосну  $a > 1/2$ . Если  $T > T_c^{\text{CCM}}$ , то необходимо более сильное осцилляционное подавление. Решения смешаются на внутренние линии изосну ( $a < 1/4$ ).

б) При значениях разностей квадратов масс нейтрино  $\Delta m^2 = 10^{-2} \div \div 10^{-3}$  эВ<sup>2</sup>,  $10^{-9} \div 10^{-11}$  эВ<sup>2</sup> и  $\Delta m^2 = 10^{-2} \div 10^{-11}$  эВ<sup>2</sup> на Земле будет наблюдаться усредненный эффект вакуумных осцилляции<sup>1,2,65</sup>. Максимальный фактор подавления  $P = 1/n$  (где  $n$  — число максимально смешанных компонент) одинаков для всех участков спектра. В отличие от этого в квазивакуумном решении, во-первых, подавление для разных участков спектра все же различается, во-вторых, предсказываются модуляции части спектра ( $v_{pp}$  или  $v_B$ ) веществом Земли. При  $\Delta m^2 \sim 10^{-12}$  эВ<sup>2</sup> вакуумные осцилляции для высокоэнергетической части спектра не усредняются, фактор подавления имеет вид

$$P \approx 1 - \sin^2 \frac{\pi}{2} \cdot \frac{E_0(\Delta m^2)}{E}.$$

Усреднение произойдет в области низких энергий ( $v_{pp}$ ).

в) Если нейтрино имеет магнитный момент  $\mu_\nu \approx 10^{-10} \mu_B$  ( $\mu_B$  — магнетон Бора), то вследствие прецессии спина в магнитных полях Солнца может осуществляться переход  $v_e$  в правые состояния, слабые взаимодействия которых подавлены<sup>66,67</sup>. Предсказываются полугодовые вариации потока нейтрино, связанные с наклоном орбиты Земли по отношению к плоскости солнечного экватора<sup>67</sup>. Наибольший эффект подавления  $Q_{\text{Ar}}$  в марте и сентябре в годы активного Солнца; ожидается антикорреляция скорости захвата с 11-летним циклом. В случае резонансных осцилляций вариации либо отсутствуют, либо носят годовой характер, причем летом ожидается максимальное подавление  $Q_{\text{Ar}}$ . Существование у нейтрино  $v_e$  магнитного момента  $10^{-10} \mu_B$  может быть проверено в лабораторных экспериментах.

г) Не исключено, что нейтрино распадаются на пути к Земле с испусканием легкой или безмассовой скалярной частицы \*\*).  $v_e \rightarrow v' + \varphi$ <sup>68</sup>. Необхо-

\*.) Анализ 5-минутных колебаний Солнца, позволяющий восстановить профиль плотностей вплоть до  $R \approx 0,2 R_\odot$ , подтверждает стандартную модель.

\*\*) В этой связи обсуждаются распады нейтрино на майорон или фамилон. Наблюдение  $v$  сигнала от гравитационного коллапса звезд могло бы исключить эту возможность.

димое уменьшение скорости захвата  $Q_{Ar}$  достигается, если нейтрино с энергиями  $E_0 \approx 10$  МэВ имеют время жизни  $\sim 5 \cdot 10^2$  с. Фактор подавления  $P \approx \approx \exp(-E_0/E)$  совпадает с фактором подавления в неадиабатическом решении при малых углах смешивания. Отличить распад от резонансных осцилляций по аромату возможно позволит измерение отношения NC/CC в  $v$ -расщеплении на дейтонах и электронах. В неадиабатическом решении при  $\sin^2 2\theta \approx \approx 10^{-1} - 10^{-2}$  ожидаются суточные модуляции потока pp-нейтрино и, следовательно, скорости образования  $Q_{Ge}$ . При меньших  $\sin^2 2\theta$  спектр pp-нейтрино ложится на адиабатический край ванн и его подавление уменьшается:  $Q_{Ge}^{осп} > Q_{Ge}^{расп}$ .

Проблема солнечных нейтрино, видимо, не исчерпывается одним только подавлением скорости образования  $^{37}\text{Ar}$ . Обсуждаются возможные корреляции данных Дэвиса со вспышками на Солнце<sup>69</sup>, антикорреляции с 11-летним циклом активности<sup>69-71</sup>, периодичность в самой величине потока  $v_e$ <sup>71,72</sup>. Эти эффекты не укладываются в картину предсказания стандартной солнечной модели. Некоторые из них, впрочем, можно попытаться объяснить резонансными осцилляциями. Являются ли солнечные нейтрино источником эффекта в эксперименте Дэвиса? Отрицательный ответ означает, что необходима более сильное, чем 2–4-кратное подавление  $Q_{Ar}(v_e)$ . И такое подавление может быть получено как следствие резонансных осцилляций. Не исключена и другая возможность — то, что будущие эксперименты покажут согласие потоков  $v_e$  с предсказаниями стандартной модели. В этом случае учет резонансных осцилляций позволит исключить широкую область осцилляционных параметров  $\Delta m^2 = 10^{-9} - 10^{-4}$  эВ<sup>2</sup> и  $\sin^2 2\theta \geq 10^{-3}$ .

Суммируем в заключении экспериментальные данные, которые однозначно свидетельствовали бы об осцилляциях:

- 1) Подавление высокоэнергетической части спектра борных нейтрино.
- 2) Искажение спектра pp-нейтрино.

Сильным аргументом в пользу резонансных осцилляций будет низкая скорость образования  $^{71}\text{Ge}$ :  $Q_{Ge}^{осп} \leq 0,5 Q_{Ge}^{CCM}$  в галлиевом эксперименте.

- 3) Суточные и годовые вариации в  $v$ -потоке.
- 4) Отличие эффектов в нейтральных и заряженных токах.

#### 5.4. Другие приложения резонансных осцилляций

**5.4.1. Атмосферные нейтрино.** Резонансные осцилляции в веществе Земли могут исказить спектр атмосферных нейтрино<sup>16</sup>. Поток нейтрино типа  $\alpha - F_\alpha^0$  ( $\alpha = e, \mu$ ), пересекая Землю под зенитным углом  $\psi$ , испытывает подавление  $F(E) = P_{\alpha-\alpha}(E/\Delta m^2, \sin^2 2\theta, \cos \psi) F^0$ , где факторы  $P_{\alpha-\alpha}$  обсуждались в разделе 5.2 (см. рис. 20),  $F^0(E)$  — гладкие функции и осцилляции приведут к «провалу» в спектре, который имеет сложную, зависящую от расположения вещества на пути нейтрино, форму. Согласно разделу 5.2 этот «провал» занимает не более порядка величины по энергии и его положение определяется  $\Delta m^2$ :  $E \approx (10^3 - 10^4)$  ГэВ ( $\Delta m^2/1$  эВ<sup>2</sup>). Такой эффект ожидается для осцилляций  $v_e(v_\mu)$  в  $v_\tau$  или  $v_s$ . В случае  $v_e \leftrightarrow v_\mu$  эффект модифицируется тем, что исходный поток содержит примеси обеих осциллирующих компонент:  $R = F(v_e)/F(v_\mu) = 0,15 - 0,20$ . Изменение потоков при этом равно  $F/F^0 = P + R^\delta (1 - P)$ , где  $\delta = +1 (-1)$  для  $v_e(v_\mu)$ . Поскольку  $R < 1$ , поток  $v_\mu(v_e)$  ослабляется, причем максимальный эффект:  $R$ , поток  $v_e(v_\mu)$  увеличивается и это увеличение не больше, чем в  $R^{-1} \approx (4-6)$  раз.

Возможные экспериментальные следствия резонансных осцилляций таковы. 1) Появление структуры на весьма гладком энергетическом спектре нейтрино. 2) Отличие от единицы  $F/F^0$ , где  $F^0$  — расчетная величина потока. 3) Изменение отношения потоков нейтрино и антинейтрино  $F(v)/F(\bar{v})$ , а также потоков нейтрино с разными ароматами  $F(v_e)/F(v_\mu)$  по сравнению с пред-

сказаниями без учета осцилляций. 4) Изменение зависимостей этих отношений от угла прихода нейтрино. 5) Изменение отношения потоков нейтрино в установках из верхней и нижней полусфер Земли  $F_{\nu}/F_{\bar{\nu}}$  по сравнению с предсказанием.

В реальных экспериментах имеется ряд обстоятельств, замазывающих осцилляционные эффекты<sup>16,78</sup>. В том числе: 1) неточность восстановления энергии и направления прихода нейтрино. Фактически производится интегрирование по весьма широким интервалам  $E$  и  $\psi$ . 2) Суммирование нейтринного и антинейтринного сигналов на установках, где знак заряда лептона не определяется. Резонансное превращение испытывает только  $\nu$  или  $\bar{\nu}$ , поэтому фактор подавления при суммировании возрастает:  $P(\nu + \bar{\nu}) = P(\nu) + \beta(1 - P(\nu))(1 + \tilde{R})^{-1}$ ; здесь  $\beta = \tilde{R}$  (или 1), если резонанс лежит в  $\nu$ -канале, а  $\tilde{R} = F(\bar{\nu})/F(\nu) = (0,5 - 0,6)$ . Следовательно, максимальное ослабление потока не превышает 0,3 – 0,6.

На существующих подземных установках основной вклад в число регистрируемых мюонов из нижней полусфера дают нейтрино с энергиями 10–100 ГэВ. К такому же диапазону энергий, вернее к  $E_{\nu} \geq 100$  ГэВ будут чувствительны глубоководные детекторы нейтрино. Но при  $E_{\nu} > 100$  ГэВ резонансные значения  $\Delta m^2 \geq 3 \cdot 10^{-2}$  эВ<sup>2</sup> ( $\sin^2 2\theta \geq 0,1$ ) лежат в области уже исключенной лабораторными экспериментами.

В этой связи, видимо, наиболее интересным является изучение взаимодействий нейтрино с  $E_{\nu}$  от 0,1 до нескольких ГэВ на больших водных черенковских детекторах. Коллаборацией I МВ (США)<sup>79</sup> было измерено отношение  $F_{\bar{\nu}}/F_{\nu}$  для потоков  $\nu_{\mu} + \bar{\nu}_{\mu}$  с энергиями  $E_{\nu} > 450$  МэВ. В пределах ошибок оно находится в согласии с ожидаемым, что позволило при учете эффектов резонансных осцилляции исключить небольшой диапазон  $\Delta m^2$  вблизи  $1,1 \times 10^{-4}$  эВ и  $\sin^2 2\theta \geq 0,1$ . Эти значения  $\theta$  и  $\Delta m^2$  лежат в области адиабатического решения для солнечных нейтрино (см. рис. 21).

**5.4.2. Резонансные осцилляции нейтрино от гравитационных коллапсов.** В процессе гравитационного коллапса звезд должен генерироваться мощный и весьма короткий ( $\Delta t \leq 20$  с) импульс нейтринного излучения<sup>84,85</sup>. Этот импульс, уносящий основную часть выделяемой гравитационной энергии ( $\mathcal{E}_{\nu} \approx (5 - 10) \cdot 10^{53}$  эрг) может (если коллапс произошел в нашей Галактике \*) быть зарегистрирован на Земле<sup>86</sup>. Задача сходна с «солнечной»: рождаясь в центральных областях звезды, нейтрино пересекают слои вещества с огромным перепадом плотностей и могут при этом испытывать сильные резонансные превращения.

В случае коллапса у таких превращений два аспекта. Во-первых, изменяются свойства нейтринного потока, а значит, нейтринного сигнала на Земле и это нужно учитывать при интерпретации наблюдательных данных. Во-вторых, поскольку нейтрино играют важную роль в самой эволюции звезды, резонансные осцилляции могут повлиять на динамику коллапса.

В коллапсирующей звезде по сравнению с Солнцем возникает ряд особенностей<sup>11,16</sup>:

а) Распределение плотности изменяется за время  $\nu$ -вспышки. Перед коллапсом и в самом его начале  $\rho(r)$  имеет вид, типичный для белых карликов, с центральной плотностью  $\rho_c = 3 \cdot 10^8 - 3 \cdot 10^9$  г/см<sup>3</sup> и размерами  $3 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^5$  км. Такое ядро может быть окружено разреженной H – He оболочкой с плотностью  $\rho = 10^{-8} - 10^{-9}$  г/см<sup>3</sup> и радиусом  $(10^2 - 10^4) R_{\odot}$ . Толщина вещества в оболочке  $d \approx 10^7$  г/см<sup>3</sup>  $\ll m_N/G_F$  и ее влияние на осцилляции пренебрежимо мал. В результате гидродинамической стадии коллапса, на которой осуществляется быстрое сжатие центральных областей ядра, возникает профиль, изображенный на рис. 26. Центральные области непрозрач-

\*) На пределе возможностей существующих подземных установок может быть зарегистрирован коллапс и в ближайшей к нам галактике Магеллановы облака.

ны для нейтрино; радиус нейтриносферы  $R_\nu = 10 - 20$  км при коллапсе в нейтронную звезду и  $R_\nu = (20-50)$  км при коллапсе непосредственно в черную дыру; плотности в нейтриносфере соответственно  $\rho_\nu = 10^{13} - 10^{14}$  г/см<sup>3</sup> и  $\rho_\nu = 10^{12} - 10^{13}$  г/см<sup>3</sup>. Аккреция внешних слоев ядра приводит к уменьшению массы вещества над нейтриносферой и к более крутому распределению  $\rho(r)$ .

б) Вследствие нейтронизации эффективные плотности  $\rho^{\text{eff}}$  и  $\rho^{\text{es}}$  для  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  и  $\nu_e \rightarrow \nu_s$  каналов сильно отличаются от  $\rho$  и друг от друга (рис. 26):  $\rho_{\text{eff}} = \rho Y_e = \rho (1 + \theta_n)^{-1}$  и  $\rho^{\text{es}} = \rho [Y_p - (Y_n/2)] = \rho [1 - (\theta_n/2)] (1 + \theta_n)^{-1}$ ,

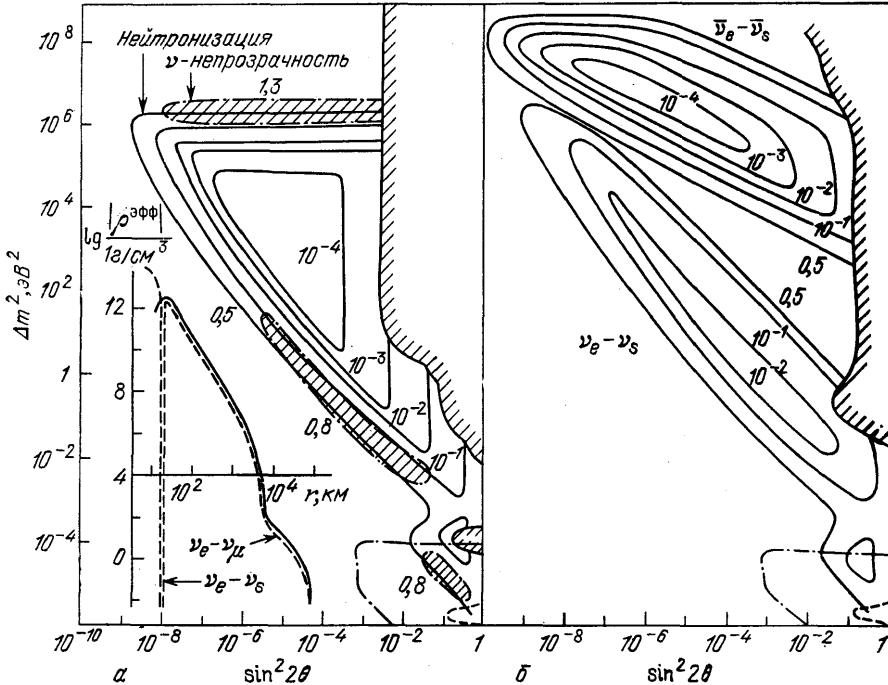


Рис. 26. Линии равного подавления полной энергии  $\nu_e$  ( $\bar{\nu}_e$ )-вспышки в коллапсирующей звезде и распределения эффективных плотностей.

**а —**  $\nu_e - \nu_\mu$ -осцилляции. **б —**  $\nu_e - \nu_s$ -осцилляции. Показаны также область сильного резонансного эффекта в Солнце (штрихпунктирные) линии, в Земле (штриховая), лабораторные ограничения (штрихованная)

где  $\theta_n \equiv n_n/n_p$  возрастает от 1 на периферии до  $3 \cdot 10^1 - 10^2$  в нейтриносфере. При  $\rho \approx 10^{10}$  г/см<sup>3</sup>, т. е. надннейтриносферой,  $\theta_n = 2$  и  $\rho^{\text{es}}$  обращается в 0. Если  $\Delta m^2 < 0$  ( $\nu_e$  состоит в основном из более легкой компоненты), то при  $\rho < 10^{10}$  г/см<sup>3</sup> резонансное условие выполняется для нейтрино, а при  $\rho > 10^{10}$  г/см<sup>3</sup> — для антинейтрино. (Если  $\Delta m^2 > 0$ ,  $\nu$  и  $\bar{\nu}$  меняются ролями.)

Для  $\nu_e - \nu_\mu$ -и  $\bar{\nu}_e - \nu_s$ -каналов ситуация сходна с «солнечной»: нейтрино распространяются из области с большей эффективной плотностью в области с меньшей. Факторы подавления как функции  $E/\Delta m^2$  имеют форму ванн. Их левые края определяются включением резонанса при максимальной плотности, правые — нарушением адиабатичности во внешних слоях, дно имеет высоту  $\sin^2 2\theta/4$ . С уменьшением  $\theta$  «ванны» становятся уже, правые края смещаются в область меньших  $E/\Delta m^2$ . Так как  $\rho^{\text{es}}(r)$  — немонотонная функция в случае  $\nu_e - \nu_s$  осцилляций нейтрино пересекают два резонансных слоя. Условием заметного осцилляционного перехода является сильное нарушение адиабатичности во внутреннем резонансном слое и выполнение (или слабое нарушение) адиабатичности во внешнем. Следовательно, оба края «ванн подавления» для  $\nu_e - \nu_s$  канала определяются условием адиабатичности и с уменьшением  $\theta$  оба они смещаются в область меньших  $E/\Delta m^2$ .

в) Центральные области звезды  $r < R$ , непрозрачны для нейтрино. Неупругие соударения приводят к усредненному осцилляционному результату:  $F(v_e) = F(v_s)$  (см. раздел 4.4). Эффект усреднения ослабляется при уменьшении угла смешивания и уменьшении  $\rho_R$  по сравнению с  $\rho_v$ , т. е. при смещении резонансного слоя на периферию. Неупругие взаимодействия определяют верхнюю границу области  $\Delta m^2, \sin^2 2\theta$  сильного эффекта.

г) Электроны в центральных областях оказываются ультратрелетивистскими (см. раздел 4.5).

д) На стадии нейтринной непрозрачности генерируются сравнимые потоки  $v_e, v_\mu, v_\tau$  и их антинейтрино. Спектры имеют планковский характер с дополнительным обрезанием в области высоких энергий. Из-за различий в неупругих взаимодействиях  $v_e$  и  $v_\mu$  ( $v_\tau$ ) нейтриносфера у  $v_\mu$  лежит глубже, при более высоких температурах, чем у  $v_e$ . Спектр  $v_\mu$  смещен относительно Спектра  $v_e$ ,  $\bar{E}(v_\mu) \approx 2\bar{E}(v_e)$ , полные светимости в  $v_e$  и  $v_\mu$  примерно равны. Видимо спектры  $v_\mu$  и  $v_\tau$  одинаковы и наблюдаемых следствий  $\mu\tau$ -резонанса нет.

е) Прецессия спина в сильных магнитных полях может привести к заметным потокам стерильных нейтрино и это изменит наблюдаемые следствия  
 $(-) (-)$   
 $v_e \leftrightarrow v_s$ -осцилляций.

ж) Параметры коллапсирующих звезд известны не точно и они меняются от звезды к звезде. В этой связи следует отметить, что границы области сильного эффекта и линии равного подавления определяются фактически центральными (максимальными) плотностями и производной от логарифма  $\rho$ :  $d \ln \rho / dr$ . Изменение модели звезды, а также энергий испускаемых нейтрино приведет лишь к переопределению параметров  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$ , сами же осцилляционные эффекты останутся в силе.

5.4.3. Эффекты резонансных осцилляций. Осцилляции изменяют форму энергетического спектра и полную энергию  $\mathcal{E}_v$  нейтрино данного типа. Фактор подавления  $\mathcal{E}_{v_e}$  равен

$$R_{v_e}(\Delta m^2, \sin^2 2\theta) = \mathcal{E}_0^{-1} \int dE E \sum_{\alpha} P_{\alpha \rightarrow e}(\Delta m^2, \sin^2 2\theta) F_{v_\alpha}^0(E), \quad (5.12)$$

где  $F_{v_\alpha}^0$  и  $\mathcal{E}_0$  — поток  $v_\alpha$  и энергия в  $v_e$  без учета осцилляции, суммирование ведется по всем сортам рождаемых нейтрино.

Возможны следующие наблюдаемые эффекты:

а) Подавление  $v_e$  пика от нейтронизации<sup>11,27</sup>. На стадии нейтринной прозрачности заметных потоков  $v_\mu, v_\tau$  (или  $v$ ) нет и в (5.12) следует учитывать только одно слагаемое  $P_{e \rightarrow e} F_{v_e}^0(E)$ . Линии равного подавления  $R_{v_e}(\Delta m^2, \sin^2 2\theta) = \text{const}$  представлены на рис. 26, а. На стадии непрозрачности подавление будет ослабевать.

б) Обмен спектрами  $v_e$  и  $v_\mu$  ( $v_\tau$ )<sup>11,18</sup>. Поток  $v_e$  на выходе из звезды:  $F_{v_e} = F_{v_e}^0 P_{e-e} + F_{v_\mu}^0 (1 - P_{e-e})$ . Если весь энергетический диапазон  $v_e$  и  $v_\mu$  попадает на дно ванны подавления, то  $v_e$  перейдут в  $v_\mu$ , а  $v_\mu$  — в  $v_e$  в равной мере и, следовательно,  $v_e$  и  $v_\mu$  обмениваются своими спектрами. При этом спектр  $v_e$  станет более жестким,  $\bar{E}(v_e) \approx 2E_0(v_e) = 2E(v_e)$  число  $v_e$  событий в установках возрастет, хотя полная энергия  $v$ -вспышки заметно не изменится. Если спектр нейтрино попадает на края ванн, то обмен его  $v_e$ -и  $v_\mu$ -составляющими несимметричен. На правом (неадиабатическом) краю  $v_e$  в большей мере переходит в  $v_\mu$ , чем  $v_\mu$  в  $v_e$ , светимость в  $v_e$  уменьшается. На левом (адиабатическом) краю переход  $v_\mu$  в  $v_e$  доминирует над обратным и  $v_e$ -сигнал будет усилен. В предельном случае — прямоугольной ванны — спектр  $v_e$  на выходе представляет собой либо пересечение, либо огибающую исходных  $v_e$  и  $v_\mu$  спектров. Линии равного подавления (усиления) энергии  $v$ -вспышки показаны на рис. 26, а. Если  $\Delta m^2 > 0$ , то аналогичные эффекты будут в  $v_e$ -канале, при этом, однако, следует учитывать

лабораторное ограничение на массы  $\nu_e$ :  $m_\nu \lesssim 20 - 30$  эВ. Вполне вероятно, что два резонанса в  $\nu_e - \nu_\mu - \nu_\tau$ -системе попадают в  $\Delta m^2, \sin^2 2\theta$  — область сильного эффекта. Поток  $\nu_e$  на выходе из звезды с учетом  $3\nu$ -осциляций равен

$$F(\nu_e) = \sum_{\alpha=e, \mu, \tau} F^0(\nu_\alpha) P_{\alpha \rightarrow e} = F^0(\nu_e) P_{e-e} + F^0(\nu_\mu) (1 - P_{e-e}),$$

где  $F^0(\nu_\alpha)$  — начальные потоки ( $\nu_\alpha$ ), а  $P_{\alpha \rightarrow e}$  — вероятности  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_e$  переходов. Здесь было учтено равенство  $F^0(\nu_\mu) = F^0(\nu_\tau)$  и условие нормировки  $\sum_\alpha P_{\alpha \rightarrow e} = 1$ . Задача свелась к двухчастичной, но  $P_{e-e}$  теперь вычисляется с учетом двух резонансов:  $P = P^l P^h + K$  (см. раздел 4.2). Соответственно края полной ванны подавления, а значит, искажение спектра нейтрино могут оказаться более сложными, чем в  $2\nu$ -случае.

в) Сильное подавление  $\nu_e$  (или  $\bar{\nu}_e$ ) потока вследствие осциляции в стерильные состояния. Для значений  $\Delta m^2, \sin^2 2\theta$ , при которых усреднение вследствие неупругих соударений мало, резонансные осциляции  $\nu_e \leftrightarrow \nu_s$  приводят к сильному подавлению  $\nu_e$ -сигнала. Форма линий равного подавления энергии  $\nu$ -вспышки (рис. 26, б) отражает положение краев ванн подавления на оси  $E/\Delta m^2$ . Верхние ветви контуров определяются максимальной эффективной плотностью  $\rho^{es}$  и условием сильного нарушения адиабатичности во внутреннем резонансном слое. Нижние ветви соответствуют слабому нарушению адиабатичности во внешнем резонансном слое. Для  $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_s$ -осциляций ( $\Delta m^2 < 0$ ) форма верхних ветвей зависит от эффектов усреднения вследствие неупругих соударений.

Если спектр  $\nu_e$  (или  $\bar{\nu}_e$ ) попадает на дно ванны, то все его участки подавляются в равной мере и одним из проявлений резонансных осциляций будет малость наблюдаемой энергии  $\nu_e$  ( $\bar{\nu}_e$ ) вспышки  $\mathcal{E} \approx F \bar{E}_\nu$  по сравнению с энергией, оцененной по температуре  $\nu$ -излучения:  $\mathcal{E} = 4\pi R_\nu^2 \cdot \frac{7}{16} \sigma T_\nu^4$ , где  $kT_\nu = (2/7) \bar{E}_\nu$  и  $R_\nu$  — радиус нейтриносферы. Если спектр расположен на краю ванны, то ожидается искажение его формы.

Согласно рис. 26, б в широком диапазоне параметров  $\Delta m^2, \sin^2 2\theta$  осциляции в стерильные нейтрино приводят к сильному, вплоть до нескольких порядков, подавлению потока  $\nu_e$  или ( $\bar{\nu}_e$ ). Поэтому сам факт наблюдения  $\nu$ -сигнала от гравитационного коллапса позволит исключить большую область значений  $\Delta m^2, \sin^2 2\theta$ . Такое ограничение критично для моделей с псевдодираковскими нейтрино, моделей, основанных на L — R-симметрии и т. д.

г) Временная зависимость эффекта. В результате акреции внешних слоев ядра распределение  $\rho(r)$  становится более крутым, условие адиабатичности выполняется хуже — линии равного подавления смешаются в область больших  $\Delta m^2$ . (Возможен, однако, режим, при котором область адиабатичности для больших углов смешивания и  $\Delta m^2$ , соответствующих резонансу во внешних слоях, расширяется.) В результате таких изменений спектр нейтрино, находившийся внутри области сильного эффекта, может оказаться полностью или частично вне ее и наоборот. Это приведет, кроме подавления (увеличения) полной светимости к укорочению  $\nu_e$ - или  $\bar{\nu}_e$ -импульса, к запаздыванию  $\nu_e$ - или  $\bar{\nu}_e$ -импульса, к несоответствию мощностей сигнала от нейтронизации и последующего  $\nu_e$ -сигнала на стадии непрозрачности к изменению со временем средней энергии нейтрино и т. д.

Важнейшим экспериментальным методом поиска резонансных эффектов является сопоставление  $\nu_e$ - и  $\bar{\nu}_e$ -сигналов. При заданных  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$  все описанные выше эффекты имеют место либо для нейтрино, либо для антинейтрино. В то же время потоки  $\nu_e$  и  $\bar{\nu}_e$  (за исключением вклада от нейтронизации) и полные светимости  $\nu_e$ - и  $\bar{\nu}_e$ -импульсов в отсутствие осциляций при-

мерно равны. Поэтому существенное различие наблюдаемых  $\nu_e$ - и  $\bar{\nu}_e$ -сигналов было бы указанием на резонансные осцилляции. В принципе  $\nu_e$ - и  $\bar{\nu}_e$ -сигналы можно восстановить, используя: 1) данные сцинтилляционных установок, ориентированных на регистрацию  $\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+$  (детектирование нейтрона позволит отличить ее от рассеяния  $\nu e \rightarrow \nu e$ ); 2) данные водных чerenковских детекторов, позволяющих выделить изотропный сигнал, отвечающий  $\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+$ -реакции и направленный сигнал от  $\nu e \rightarrow \nu e$  взаимодействий<sup>87</sup>; 3) данные от радиохимических детекторов солнечных нейтрино, чувствительных только к  $\nu_e$ .

д) Резонансные осцилляции в веществе Земли также могут модифицировать нейтринный сигнал от коллапса. Поскольку длительность вспышки  $\lesssim 20$  с, эффект определяется мгновенным распределением плотности на пути нейтрино и, следовательно, не одинаков для установок, расположенных в разных частях Земли<sup>11,16</sup>. В соответствии с рис. 26 не исключено как то, что области сильного резонансного эффекта в самой звезде и Земле не перекрываются, так и то, что имеется их перекрытие. В первом случае  $(\nu_e - \nu_s)$ -осцилляции в Земле приводят к подавлению  $\nu_e (\bar{\nu}_e)$ -сигнала;  $(\nu_e - \nu_\mu)$ -осцилляции ослабляют  $\nu_e$ -сигнал, если пик подавления ложится на  $\nu_e$ -спектр и усиливают его, если этот пик перекрывается с  $\nu_\mu$ -спектром. Во втором случае эффект в Земле носит характер регенераций потока нейтрино исходного типа. Наибольшим  $\nu_e$ -сигналом будет на установке, максимально заслоненной Землей.

5.4.4. *Эффекты в коллапсирующих звездах и проблема солнечных нейтрино.* Несмотря на то, что диапазон плотностей в коллапсирующей звезде полностью охватывает диапазон  $\rho$  на Солнце, области сильных осцилляционных превращений в значительной мере не перекрываются. (Перекрытие лежит в области адиабатического и квазивакуумного «решения» (см. рис. 26).) Это связано с тем, что ядро коллапсирующей звезды является компактным объектом с  $R \ll R_\odot$  и значительно большим, чем в Солнце, перепадом плотностей. Градиенты  $\rho$  в нем намного превышают солнечные и, значит, адиабатичность при тех же плотностях нарушается сильнее: граница адиабатичности смещается в область больших  $\theta$  и  $\Delta m^2$ . Сильный эффект на Солнце может и не сопровождаться каким-либо изменением  $\nu$ -сигнала от коллапса. Если же  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$  лежат в области пересечения, ожидаются следующие эффекты (рис. 26, б): 1) Подавление пика от нейтронизации вплоть до  $10^{-1}$  ( $\nu_e \rightarrow \nu_\mu (\bar{\nu}_e)$  осцилляции). 2) Несимметричный обмен спектрами  $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu (\bar{\nu}_e)$ , в результате которого  $\nu_e$  (или  $\bar{\nu}_e$ ) сигнал ослабляется. 3) Если на Солнце реализуется адиабатическое решение  $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  с  $\Delta m^2 = 10^{-4}$  эВ<sup>2</sup>, то вполне возможно, что  $\Delta m^2$  для  $\nu_e - \nu_\tau$  значительно больше  $10^{-4}$  эВ<sup>2</sup>. При этом в коллапсирующей звезде происходит полный обмен спектрами  $\nu_e - \nu_\tau$ , а подавление пика от нейтронизации окажется более сильным. 4) Если в Солнце осуществляются адиабатические осцилляции  $\nu_e \leftrightarrow \nu_s$ , то при коллапсе подавление  $\nu_e (\bar{\nu}_e)$ -сигнала может достигать  $10^{-1}$ .

Исследование нейтринного сигнала от коллапса, возможно, даст подтверждение осцилляционного решения проблемы солнечных нейтрино, либо позволит исключить определенную область параметров  $\Delta m^2$ ,  $\sin^2 2\theta$ . И в том, и в другом случае появится важный аргумент в выборе конкретных «решений».

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Если нейтрино массивны, то вполне вероятно, что они смешиваются. Если нейтрино смешиваются, то они должны осциллировать. Если осцилляции происходят в веществе, то взаимодействия нейтрино модифицируют осцилляционную картину.

В широких интервалах параметров нейтрино вещество Солнца, Земли, коллапсирующих звезд усиливает эффекты осцилляции, приводя даже при очень малых углах смешивания к существенным изменениям свойств  $\nu$ -пучков.

Ненулевые массы нейтрино и смешивание — это единственные предположения. Эффекты фактически проверены на системах, аналогичных смешанным нейтрино.

Резонансные области  $\Delta m^2$  и  $\sin^2 2\theta$  включают значения, лежащие далеко за пределами чувствительности лабораторных экспериментов. Поэтому поиск эффектов резонансных осцилляций является уникальным методом изменения масс и смешивания нейтрино.

Осцилляции солнечных нейтрино, видимо, наиболее интересное приложение. Данные СІ — Ar-эксперимента могут служить указанием на существование резонансных осцилляций. Резонансные осцилляции естественным образом объясняют данные Дэвиса. Предсказываются новые эффекты, которые будут проверены в готовящихся экспериментах. Результатом полной нейтринной спектроскопии Солнца может оказаться весьма точное определение разности квадратов масс и угла смешивания нейтрино.

Солнечные нейтрино позволяют проиллюстрировать все основные режимы  $\nu$ -осцилляций: случай постоянной плотности, адиабатический режим, нарушение адиабатичности в резонансном слое, скачок плотности.

Другие приложения ( $\nu$ -вспышки от гравитационных коллапсов, атмосферные нейтрино и др.) представляют самостоятельный интерес, но они могут внести дополнительную ясность в решение проблемы солнечных нейтрино.

Авторы глубоко признательны Г. Т. Зацепину за многочисленные обсуждения и поддержку работы с самого ее начала. Авторы благодарны за полезные дискуссии Д. Бакаллу, В.С. Березинскому, Л. Вольфенстайну, В. Л. Гинзбургу, Я. Б. Зельдовичу, А. Ю. Игнатьеву, Б. Кайзеру, Э. Колбу, П. Крыстеву, В. А. Кузьмину, П. Лангаккеру, В. А. Матвееву, А. Мессиа, Д. К. Надежину, В. А. Рубакову, Я. А. Смородинскому, А. Н. Тавхелидзе, В. А. Цареву, В. А. Чечину, А. Е. Чудакову, М. Е. Шапошникову. Хотелось бы отметить важную роль С. Т. Петкова, Р. Дэвиса, Н. Кабиббо и Л. Б. Окуня в признании идеи резонансных осцилляций.

Институт ядерных исследований  
АН СССР

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Понтекорво Б.//ЖЭТФ. 1957. Т. 33. С. 549; 1958. Т. 34. С. 247.
2. Биленский С. М., Понтекорво Б. М.//УФН. 1977. Т. 123. С. 181.
3. Gr i b o v V. N., P o n t e c o r v o B. //Phys. Lett. 1969. V. 28. P. 493.
4. W o l f e n s t e i n L. //Phys. Rev. Ser. D. 1978. V. 17. P. 2369; 1979. V. 20. P. 2634
5. B a r g e r V. et al.//Ibidem. 1980. V. 22. P. 2718.
6. P a k v a s a S.//DUMAND-80.— Hawaii Univ., USA, 1981.— V. 2. P. 457.
7. H a u b o l d H. J.//Astrophys. and Space Sci. 1982. V. 82. P. 457.
8. R a m a n a M u r t h y P. V.//Proc. of the 18th Intern. Conference on Cosmic Rays/ Ed. P. V. Ramana Murthy.— Bangalore, India: Nat. Sci. Docum. Centre, 1983.— V. 7. P. 125.
9. M i k h e y e v S. P., S m i r n o v A. Yu. Talk given at 10th Intern. Conference on Weak Interactions. Savonlinna, Finland, 1985; ЯФ. 1985. Т. 42. С. 1441.
10. M i k h e y e v S. P., S m i r n o v A. Yu.//Nuovo Cimento. Ser. C. 1986. V. 9. P. 17.
11. M i x h e e v C. P., S m i r n o v A. Yu.//ЖЭТФ. 1986. Т. 91. С. 7.
12. B e t h e H.//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 1305.
13. C a b i b b o N. Summary talk given at 10th Intern. Conference on Weak Interactions. Savonlinna, Finland, 1985.
14. L a n g a c k e r P. Private communication. January 1986; см. также <sup>77</sup>.
15. a) R o s e n S. P.//Proc. of the 6th Moriond Workshop on Massive Neutrinos in the Astrophysics and in Particle Physics/Eds O. Fackler, J. Tran Thanh Van.— Tignes, Savoie, France, January 25 — February 1, 1986.— P. 1.  
б) R o s e n S. P., G e l b J. M.//Phys. Rev. Ser. D. 1986. V. 34. P. 969.
16. M i k h e y e v S. P., S m i r n o v A. Yu.//<sup>15a</sup>.— P. 355.

17. H a m p e l W. Preprint Max-Plank-Institute.— Heidelberg, January 1986.
18. Spiro M.//<sup>15a</sup>.— P. 129.  
Bouches J. et al.//Zs. Phys. Kl. C. 1986, Bd 32. S. 499.
19. Messia h A.//<sup>15a</sup>.— P. 373; Preprint PhT/86-46.— Saclay, 1986.
20. Е р м и л о в а В. К., Ц а р е в В. А., Ч е ч и н В. А.//Письма ЖЭТФ. 1986. Т. 43. С. 353; Препринт ФИАН СССР № 45.— Москва, 1986.
21. М и х е е в С. П., С м и р н о в А. Ю.//Труды международного семинара «Кварки-86».— Тбилиси: ИЯИ АН СССР, 1986 Р. 277.
22. M i k h e y e v S. P., S m i r n o v A. Yu.//Proc. of 7th Workshop on Grand Unification/Ed. J. Arafune.— Togama, Japan, April 16—18, 1986.
23. B a r g e r V., P h i l l i p s R. J. N., W h i s n a n t K.//Phys. Rev. Ser. D. 1986. V. 34. P. 980.
24. H a x t o n W. C.//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 1271.
25. Parke S. J.//Ibidem. P. 1275.
26. Kolb E. W., Turner M. S., Walker T. P.//Phys. Lett. Ser. B. 1986. V. 175. P. 478.
27. M i k h e y e v S. P., S m i r n o v A. Yu.//Proc. of the 12th Intern. Conference on Neutrino Physics and Astrophysics/Ed T. Kitagaki.— Sendai, Japan, 3—8 June, 1986.— P. 177.
28. W o l f e n s t e i n L.//Ibidem.— P. 1.
29. C r i b i e r M., H a m p e l W., R i c h J., V i g n a u d D.//Phys. Lett. Ser. B. 1986. V. 182. P. 89.
30. M i k h e y e v S. P., S m i r n o v A. Yu.//Proc. of Intern. Symposium on Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei/Ed. H. V. Kapdor.— Heidelberg, FRG, July 1—5, 1986.— P. 710.
31. H a m p e l W.//Ibidem.— P. 718.
32. О ку нь Л. Б.//ЯФ. 1985. Т. 41. С. 1272; Препринт ИТЭФ-195.— Москва, 1984.
33. М и х е е в С. П., С м и р н о в А. Ю.//ЖЭТФ. 1987. Т. 92. С. 404.
34. Е р м и л о в а В. К., Ц а р е в В. А., Ч е ч и н В. А.//Кр. сообщ физ., ФИАН СССР. 1986. № 5. С. 26.
35. D a r A., M a n n A., M e l i n a Y.//Preprint Technion-PH-86-2.— 1986.
36. L a n d a u L.//Phys. Zs. Sowjetunion. 1932. Bd 2. S. 46.
37. Z e n e r C.//Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1932. V. 137. P. 696.
38. Parke S. J., Walker T. P.//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 2322.
39. K u o T. K., P a n t a l e o n e J.//Ibidem. P. 1805; Preprint PURD-TH-86-20.— 1986.
40. T o s h e v S.//Phys. Lett. Ser. B. 1987. V. 185. P. 177.
41. S e h g a l L. M.//Ibidem. 1985. V. 162. P. 370.
42. P e t c o v S. T., T o s h e v S. Preprint INPNE.— Sofia, 1987.
43. S m i r n o v A. Yu.//ЯФ. 1987. Т. 46. № 10.
44. S m i r n o v A. Yu.//7th Moriond Workshop on Search for New and Exotic Fenomena. Les-Arc, Savoie, France, January 24—31. 1987.
45. M i k h e y e v S. P., S m i r n o v A. Yu.//Ibidem.
46. T o s h e v S.//Phys. Lett. Ser. B. 1986. V. 180. P. 255.
47. B a l t z A. J., W e n e s e r J.//Phys. Rev. D. 1987. V. 35. P. 528.
48. G r i b i e r H., R i c h J., S p i r o M., V i g n a u d D., H a m p e l W., C l e v e l a n d B. T.//Preprint DPhPE87-01.— Saclay, January 1987.
49. D a r A., M a n n A., M e l i n a Y., Z a j f m a n D. Preprint TECHNION-PH-86-30.
50. B a h c a l l J. N., C l e v e l a n d B. T., D a v i s R. Jr., R o w l e y J. K.//Astrophys. J. 1985. V. 292. P. L79.  
B a h c a l l J. N.//Phys. Lett. 1964. V. 13. P. 332.  
R o w l e y J. K., C l e v e l a n d B. T., D a v i s R. Jr.//AIP Conf. Proc. 1985.. V. 126. P. 1.
51. B a h c a l l J. N. et al.//Rev. Mod. Phys. 1982. V. 54. P. 767.  
B a h c a l l J. N., H o l s t e i n B. R.//Phys. Rev. Ser. C. 1986. V. 33. P. 2121.
52. K u z m i n V. A., Z a t s e p i n G. T.//Proc. of the 9th Intern. Conference on Cosmic Rays/Ed. A.C. Strickland.— London: Inst. of Physics and Phys. Soc., 1965.— V. 2. P. 1023.
53. K u z m i n V. A.//Phys. Lett. 1965. V. 17. P. 27.
54. B a r a b a n o v I. R. et al.//AIP Conf. Proc. 1985. V. 126. P. 175.
55. K i r s t e n T.//<sup>15</sup>.— P. 119.
56. K u z m i n V. A., Z a t s e p i n G. T.//Proc. of Intern. Conference on Neutrino Physics and Astrophysics.— Moscow: Nauka, 1969.— V. 2. P. 156.
57. B a l d o - C e o l i n M.//<sup>15a</sup>.— P. 159.  
S u z u k i A. ICEPP preprint UT-ICEPP-86-07.— 1986.
58. S i n d a i r D. et al.//Nuovo Cimento. Ser. C. 1986. V. 9. P. 308.
59. R a g h a v a n R. S., P a k v a s a S., B r o w n B. A.//Phys. Rev. Lett. 1986.. V. 57. P. 1801.
60. H a x t o n W. C.//<sup>15a</sup>.— P. 143.
61. S c o t t R. D.//Nature. 1976. V. 264. P. 729.
62. B a h c a l l J. N. et al.//Astron. and Astrophys. 1979. V. 73. P. 121.

63. Fowler W. A.//Nature. 1972. V. 238. P. 24.  
 Spergel D. N., Press W. H.//Astrophys. J. 1985. V. 296. P. 679.  
 Faulkner J., Gilliland R. L.//Ibidem. V. 299. P. 994.  
 Faulkner J.//<sup>44</sup>.
64. Dilke F. W., Gough D. O.//Nature. V. 240. P. 262.
65. Zatsepin G. T.//Proc. of the 8th Workshop on Weak Interactions/ed. A. Morales.—Javea, Spain, 1982.—P. 129.
66. Cisneros A.//Astrophys. and Space Sci. 1980. V. 10. P. 87.
67. Voloshin M. B., Vysotsky M. I.//ITEP Preprint No. 1.—Moscow, 1986.  
 Okun L. B., Voloshin M. B., Vysotsky M. I.//ITEP Preprint No. 1.—Moscow, 1986.  
 Okun L. B., Volosyin M. B., Vysotsky M. I.//ITEP Preprint No. 20.—Moscow, 1986.  
 Волошин М. Б., Высоцкий М. И., Окунь Л. Б.//ЖЭТФ. 1986. Т. 91. С. 754.
68. Bahcall J. N., Petcov S. T., Toshev S., Valle J. W. F.//Phys. Lett. 1986. V. 181. P. 369.
69. Базилевская Г. А., Стояков Ю. И., Чарахчян Т. Н.//Письма ЖЭТФ. 1982. Т. 35. С. 273.
70. Sakurai K.//Nature. 1979. V. 278. P. 146.
71. Subramanian A.//Curr. Sci. 1979. V. 48. P. 705.
72. Гаврил В. Н., Копысов Ю. С., Макеев Н. Т.//Письма ЖЭТФ. 1985. Т. 35. С. 491.  
 Ehrlich R.//Phys. Rev. Ser. D. 1982. V. 25. P. 2282.
73. Gell-Mann M., Ramond P., Slansky R.//Supergravity/Ed. P. van Nieuwghuisen, D.Z. Freedman.—Amsterdam: North-Holland, 1979.  
 Yanagida T.//In Proc. of the Workshop on Unified Theory and Barion Number of Universe.—KFK, Japan, 1979.
74. Peccei R.D.//<sup>30</sup>.—P. 891.
75. Masiero A., Nanopoulos D. V., Sanda A. I.//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 663.
76. Kang K., Shin M.//Phys. Lett. Ser. B. 1987. V. 185. P. 163.  
 Valle J. W. F.//Ibidem. V. 186. P. 73.
77. Langacker P., Petcov S. T., Steigman G., Toshev S.//Nucl. Phys. Ser. B. 1987. V. 282. P. 549.
78. Carlson E. D.//Phys. Rev. Ser. D. 1986. V. 34. P. 1454.
79. Lo Secco J.//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 652; Phys. Lett. Ser. B. 1987. V. 184. P. 305.
80. Toshev S. Preprint INRNF No. 56.—Sofia, February 1987.
81. Botella F. J., Lim C. S., Marciano W. J.//Phys. Rev. Ser. D. 1987. V. 35. P. 896.
82. Kim C. W., Sze W. K.//Ibidem. P. 1404.
83. Kim C. W., Nuissinov S., Sze W. K.//Phys. Lett. Ser. B. 1987. V. 184. P. 403.
84. Зельдович Я. Б., Гусейнов О. Х.//ДАН СССР. 1965. Т. 162. С. 791.
85. Ишеник В. С., Надежин Д. К. Препринты ИТЭФ-91, ИТЭФ-98.—Москва, 1980.
86. Domogatsky G. V., Zatsepin G. T.//Proc. of 10th Intern. Conference on Cosmic Rays.—London, September 1965.—V. 2. P. 1032.
87. Walker T. P., Schramm D. N.//Fermilab-Pub-86/133A.—1986.