

538.915

**КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ ТРЕХМЕРНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА*****И. М. Цидильковский*****СОДЕРЖАНИЕ**

|                                                                                 |     |
|---------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Введение . . . . .                                                              | 583 |
| 1. Устойчивость электронной решетки . . . . .                                   | 584 |
| 2. Волны зарядовой плотности . . . . .                                          | 587 |
| 3. Электронный кристалл в магнитном поле . . . . .                              | 589 |
| 4. О возможности реализации на опыте вигнеровского упорядочения . . . . .       | 594 |
| 4.1. Компенсированные полупроводники. 4.2. Магнитные изоляторы. . . . .         | 596 |
| 5. Электронная кристаллизация и активационная проводимость . . . . .            | 599 |
| 6. Об электронной конденсации в InSb . . . . .                                  | 602 |
| 7. Модель вязкой жидкости . . . . .                                             | 604 |
| 8. Локализация электронов в $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$ . . . . . | 620 |
| 8.1. Вигнеровская конденсация? 8.2. Вязкая жидкость? 8.3. Беспорядок. . . . .   | 621 |
| Заключение . . . . .                                                            |     |
| Список литературы . . . . .                                                     |     |

**ВВЕДЕНИЕ**

Более 50 лет тому назад Е. Вигнер показал, что электронная система низкой плотности при определенных условиях должна кристаллизоваться. Поскольку требуемые плотности согласно оценкам значительно меньше, чем в реальных металлах, это предсказание Вигнера долгие годы рассматривалось как красивая, но нереалистичная идея. Появилось йемало теоретических исследований, уточнявших критерии и условия электронной кристаллизации, но экспериментальных подтверждений не было.

В последние 10—15 лет интерес к этой проблеме резко возрос в связи с изучением одно- и двумерных систем. В 1979 г. было установлено, что электроны, захваченные на поверхности жидкого гелия, образуют двумерную вигнеровскую решетку. По мнению многих исследователей, есть несомненные доказательства двумерной электронной кристаллизации в инверсионных слоях на границе металл — полупроводник, помещенных в сильное магнитное поле. Примерно 20 лет тому назад была выдвинута идея о возможности кристаллизации ионной плазмы на поверхности белых карликов и нейтронных звезд, где магнитные поля достигают  $\sim 10^6$  и  $\sim 10^{14}$  Э соответственно.

Вопрос о возможности вигнеровской кристаллизации трехмерной электронной системы начал обсуждаться еще в 60-х годах. В 1968 г. опубликована первая работа, в которой была предпринята попытка объяснить некоторые особенности эффекта Холла в полупроводнике n-InSb на основе предположения, что в магнитном поле образуется трехмерная электронная решетка. В 1979 г. такое же предположение было высказано относительно полупроводника n- $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$ . С тех пор появился ряд публикаций, в которых точка зрения о существовании электронного упорядочения в n- $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  поддерживается и развивается. Проблема вигнеровской кристаллизации посвящены обзор<sup>1а</sup> и сборник статей<sup>1б</sup>.

В предлагаемом обзоре описываются и анализируются наиболее важные результаты теоретических и экспериментальных исследований кристаллизации трехмерного электронного газа.

### 1. УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРОННОЙ РЕШЕТКИ

При достаточно низких концентрациях газ электронов на фоне однородного положительного заряда ионов («желе») должен, как впервые указал Вигнер<sup>2</sup>, расположиться упорядоченным образом. Электроны образуют непроводящую кристаллическую решетку. Такой электронный кристалл будет устойчивым при условии, что средняя потенциальная энергия взаимодействия между электронами больше средней кинетической энергии электрона. Действительно, если энергия кулоновского отталкивания превосходит кинетическую энергию, электроны будут держаться на возможно более далеком расстоянии друг от друга. Такая ситуация может возникнуть при достаточно малых концентрациях электронов  $n$ , т. е. при достаточно больших межэлектронных расстояниях  $r_0 = (3/4\pi n)^{1/3}$ . Если выразить  $r_0$  в единицах боровского радиуса  $a_B = \hbar^2/m_0 e^2$ , т. е. положить  $r_s = r_0/a_B$ , то энергия ферми-газа свободных электронов  $\epsilon_F = 3,68/r_s^2$  ридб, а средняя кинетическая энергия электрона  $\bar{\epsilon} = (3/5) \epsilon_F = 2,21/r_s^2$  ридб. Кулоновская энергия отталкивания двух электронов  $\epsilon_{\text{pot}} = e^2/r_0 = 2/r_s$  ридб. При достаточно больших  $r_s$  кинетическая энергия  $\bar{\epsilon} \sim r_s^{-2}$  становится меньше потенциальной  $\epsilon_{\text{pot}} \sim r_s^{-1}$  и не может разрушить упорядоченную электронную структуру, образованию которой способствует отталкивание электронов.

Очевидно, что устойчивость электронного кристалла определяется не только соотношением между потенциальной  $\epsilon_{\text{pot}}$  и кинетической  $\bar{\epsilon}$  энергиями электрона, но и амплитудой колебаний электронов около положений их равновесия. Амплитуда нулевых колебаний в электронном кристалле пропорциональна  $r_s^{-3/2}$  и при достаточно низких концентрациях мала. При повышении температуры до значений  $\sim k_B T_M$ , превосходящих межэлектронную энергию взаимодействия, электронный кристалл «расплавится» \*).

Критерий устойчивости электронного кристалла без учета колебаний решетки можно, очевидно, получить, если приравнять потенциальную энергию к кинетической. Это накладывает условия на критические значения межэлектронного расстояния  $r_s^{\text{cr}}$  или концентрации электронов  $n_{\text{cr}}$ . Для газа свободных электронов из  $\epsilon_{\text{pot}} = \bar{\epsilon}$  имеем

$$r_s^{\text{cr}} \approx 1,1, \quad n_{\text{cr}}^{1/3} a_B \approx 0,56. \quad (1)$$

В приближении Хартри — Фока без учета обменной и корреляционной энергии  $\epsilon_{\text{pot}} = 1,2/r_s$  ридб, и

$$r_s^{\text{cr}} \approx 1,84, \quad n_{\text{cr}}^{1/3} a_B \approx 0,34. \quad (2)$$

В приближении Хартри — Фока с учетом обменной ( $\epsilon_{\text{exc}} = -0,916/r_s$  ридб) и корреляционной ( $\epsilon_{\text{cor}} = -0,88/r_s$  ридб) энергий  $\epsilon_{\text{pot}} = -0,596/r_s$  ридб, и

$$r_s^{\text{cr}} \approx 3,7, \quad n_{\text{cr}}^{1/3} a_B \approx 0,17. \quad (3)$$

В последние два десятилетия много внимания было уделено вычислению критического параметра  $r_s^{\text{cr}}$  электронной кристаллизации. Использовались различные методы, но наиболее надежные результаты — в расчетах энергии основного состояния. Чаще других для оценки  $r_s^{\text{cr}}$  применялся метод, основанный на эмпирическом критерии плавления Линдемана. Согласно этому критерию кристаллическая решетка плавится, если среднее смещение атома

\*) Как показывают расчеты, трехмерный электронный кристалл плавится при температуре  $k_B T_M$ , значительно меньшей, чем  $\epsilon_{\text{pot}} = e^2/r_0$  (см. конец этого раздела).

$\langle u^2 \rangle^{1/2}$ , т. е. средняя амплитуда его колебаний, достигает некоторой критической доли  $\delta$  межатомного расстояния  $R$ :  $\langle u^2 \rangle^{1/2}/R = \delta$ . Точность определения критерия устойчивости кристалла зависит, очевидно, от точности оценки  $\delta$ . Параметр  $\delta$  не вычисляется теоретически, а должен быть оценен по экспериментально найденной температуре плавления  $T_M$ . Значение  $\delta$  оказывается практически одинаковым для металлов одного класса. Так, для натрия и других щелочных металлов оценка с помощью формулы, связывающей  $\delta$  с температурами Дебая и плавления, с межатомным расстоянием и атомным весом<sup>3</sup>, дает  $\delta \approx 1/4$ . Для электронного кристалла при  $T = 0$  К амплитуда  $\langle u^2 \rangle^{1/2}$  определяется нулевыми колебаниями электронов. Предположив, что важны лишь продольные колебания с частотой  $\omega_p = (4\pi e^2 n/m_0)^{1/2}$ , Нозьер и Пайнс<sup>4</sup> получили

$$\frac{\langle u^2 \rangle^{1/2}}{R} = \frac{1}{r_s} \left( \frac{\hbar}{2m_0\omega_p} \right)^{1/2} = \frac{1}{(12r_s)^{1/4}}.$$

Отсюда следует, что электронный кристалл должен расплавиться при

$$r_s^{\text{cr}} \approx 20, \quad n_{\text{cr}}^{1/3} a_B \approx 3,1 \cdot 10^{-2}. \quad (4)$$

Колдуэлл-Хорсфал и Мараудин<sup>5</sup> показали, что значение  $r_s^{\text{cr}}$  очень чувствительно к выбору параметра  $\delta$ . Из полученной ими формулы  $r_s^{\text{cr}} = 0,405\delta^{-4}$  следует, что для  $\delta = 1/4$   $r_s^{\text{cr}} \approx 104$ , а для  $\delta = 1/2$   $r_s^{\text{cr}} \approx 6,5$ . Согласно расчету Куглера<sup>6</sup>,  $r_s^{\text{cr}} \approx 490$  для  $\delta = 1/3$  и  $r_s^{\text{cr}} \approx 1540$  для  $\delta = 1/4$ . В работе<sup>6</sup> было также показано, что пренебрежение дисперсией фононов авторами<sup>4</sup> приводит к значительному занижению  $r_s^{\text{cr}}$ .

Другой метод оценки  $r_s^{\text{cr}}$  предложил де Ветте<sup>7</sup>, исходивший из предположения, что плавление электронной решетки происходит вследствие исчезновения связанных состояний электронов. Этот подход фактически базируется на одном из определяющих свойств твердого тела: частицы тела находятся в пространственно локализованных потенциальных ямах, в которых имеется по крайней мере одно устойчивое связанное состояние. Если концентрация частиц столь высока, а радиус потенциальной ямы столь мал, что в ней не содержится ни одного связанного состояния, твердое тело существовать не может. Далее предполагается, что причиной образования связанных состояний электрона являются дефекты электронной решетки, а именно междоузельные электроны и вакансии. Согласно де Ветте, потенциал  $V$ , действующий на электрон в ячейке радиуса  $r_s$  и явно зависящий от его координаты  $r$ , подвержен влиянию дефектов решетки, находящихся вне рассматриваемой ячейки, т. е. при  $r > r_s$ . Это значит, что  $V$  неявно (через  $r$ ) зависит от координат других электронов. Таким образом, дефекты решетки, расположенные в области  $r > r_s$ , определяют возникновение связанных состояний в потенциальной яме электрона в области  $r < r_s$ . Для двух резко различающихся форм потенциала внутри элементарной ячейки были оценены верхний и нижний пределы значений  $r_s^{\text{cr}}$ :

$$50 \leq r_s^{\text{cr}} \leq 100, \quad 6,2 \cdot 10^{-3} \leq n_{\text{cr}}^{1/3} a_B \leq 1,2 \cdot 10^{-2}. \quad (5)$$

Ван Хорн<sup>8</sup>, пересмотревший анализ де Ветте, приводит иную оценку для  $r_s^{\text{cr}}$ . В отличие от де Ветте, Ван-Хорн учел, что в энергетическую зону расширяются не только уровни междоузельных электронов, но и уровни электронов в узлах. Поэтому не все электроны узлов могут перейти в междоузлия. Полагая, что потенциал как в узлах, так и в междоузлиях можно аппроксимировать потенциалом гармонического осциллятора  $V(r) = r^2/r_s^2$ , и используя статистическую модель Томаса — Ферми, Ван-Хорн нашел доли электронов в узлах и междоузлиях как функции энергии Ферми  $\epsilon_F$  и  $r_s$ . Энергия Ферми определялась из условия, что сумма обеих долей равна единице (т. е. что полная концентрация электронов постоянна). Было учтено,

что в объемно-центрированной кубической решетке (такой симметрии соответствует наименьшая энергия основного состояния) междоузельный электрон находится либо в центре грани, либо в середине ребра куба и, следовательно, электрон в узле решетки имеет 6 ближайших соседей в междоузлиях. Критический параметр  $r_s^{cr}$  был вычислен в предположении, что решетка расплавится, если половина всех электронов перейдет в междоузлия, т. е. если с равной вероятностью можно найти электрон в узле и в междоузлии:

$$r_s^{cr} \approx 27, \quad n_{cr}^{1/3} a_B \approx 2,3 \cdot 10^{-2}. \quad (6)$$

Погрешность может быть связана с неточностями в выборе потенциала, в энергии образования междоузельного электрона и в числе междоузельных соседей, приходящихся на электрон в узле. Кроме того, если принять, что плавление наступает, когда в междоузлиях переходит  $1/4$ , а не  $1/2$  электронов, то  $r_s^{cr} \approx 65$ .

Наиболее достоверные значения  $r_s^{cr}$  получены в расчетах энергии основного состояния, позволяющих установить максимально точное соотношение между потенциальной и кинетической энергиями. Карр и др.<sup>9,10</sup> рассчитали более точно, чем Вигнер<sup>2</sup>, энергию основного состояния электронного кристалла  $\epsilon_0$ , учтя должным образом колебания решетки:

$$\epsilon_0 = -\frac{1,79}{r_s} + \frac{2,66}{r_s^{3/2}} - \frac{0,73}{r_s^2} + O(r_s^{-5/2}). \quad (7)$$

Первое слагаемое в (7) представляет собой энергию прямого электростатического взаимодействия электронов (энергию Маделунга), выстроившихся в регулярную решетку на фоне однородного положительного заряда ионов (модель «желе»). Оказалось, что главный вклад в этот член вносит взаимодействие  $i$ -го электрона с положительным фоном в той же  $i$ -й ячейке (разность между энергией взаимодействия  $i$ -го электрона с остальными  $j$  электронами и энергией взаимодействия того же  $i$ -го электрона с фоном в ячейках  $j$  мала). Другие члены в (7) найдены путем разложения потенциальной энергии в ряд Тейлора по степеням смещения электрона от узла решетки. Второе слагаемое описывает энергию колебаний решетки. Следующие члены — ангармонические поправки к энергии. Кроме того, энергия  $\epsilon_0$  содержит экспоненциальные члены  $\sim \exp(-\text{const} \cdot r^{1/2})$ , обусловленные обменным взаимодействием. Однако при больших  $r_s > 6$ , когда перекрытие волновых функций мало, эти члены много меньше остальных слагаемых в (7).

Критический параметр, согласно<sup>9,10</sup>,

$$r_s^{cr} \approx 5-6, \quad n_{cr}^{1/3} a_B \approx 0,10-0,12. \quad (8)$$

Однако это значение  $r_s^{cr}$  нельзя отождествлять с критическим межэлектронным расстоянием, при котором решетка плавится, поскольку оно представляет собой предельное значение  $r_s$ , выше которого выражение (7) для  $\epsilon_0$  является сходящимся.

Куглер<sup>6</sup> рассчитал значение  $r_s^{cr}$  с помощью самосогласованного гармонического приближения (РНА<sup>\*</sup>), в котором ангармонический кристалл описывается набором гармонических осцилляторов. Основная идея теории сводится к выбору пробного гамильтониана осцилляторов. Лучший набор пробных осцилляторов ищется с помощью вариационного расчета свободной энергии. Значение  $r_s^{cr}$  вычислено из условия, что приближение РНА нарушается (т. е. в приближении РНА отсутствуют решения):

$$r_s^{cr} \approx 22, \quad n_{cr}^{1/3} a_B \approx 2,8 \cdot 10^{-2}. \quad (9)$$

<sup>\*</sup>) По-английски: renormalized harmonic approximation.

Учет эффектов ангармонизма, не учитываемых в приближении РНА, привел к существенно большим значениям  $r_s^{cr}$ :

$$r_s^{cr} \approx 700, \quad n_{cr}^{1/3} a_B \approx 8,9 \cdot 10^{-4}. \quad (10)$$

Неожиданно большие расхождения значений  $r_s^{cr}$ , найденных из вычислений энергии связи  $\epsilon_0$ , обусловлены точностью расчетов. Мы уже упоминали, что взаимодействие между ячейками электронной решетки, которое связано с дальним порядком, вносит сравнительно малый вклад в энергию  $\epsilon_0$ . Поэтому нарушение дальнего порядка при плавлении (а  $r_s^{cr}$  характеризует плавление решетки) сравнительно слабо сказывается на величине  $\epsilon_0$ , и, следовательно, надежность вычисления  $r_s^{cr}$  существенно зависит от точности расчета  $\epsilon_0$ . Кроме того, как известно, значительная погрешность связана с вычислением корреляционной энергии  $\epsilon_{cor}$ . В последние несколько лет при помощи вариационных методов Монте-Карло получены весьма надежные результаты для  $\epsilon_{cor}$  (см. <sup>11</sup>).

На основе расчетов  $\epsilon_{cor}$  методом Монте-Карло Сиперли <sup>12</sup> недавно вычислил критический параметр  $r_s^{cr}$ . Согласно этим расчетам параметр  $r_s^{cr}$  несколько различается для парамагнитной и ферромагнитной ферми-жидкостей. В случае кристаллизации парамагнитной ферми-жидкости

$$r_s^{cr} = 75 \pm 5, \quad n_{cr}^{1/3} a_B \approx (8,3 \pm 0,5) \cdot 10^{-3}. \quad (11)$$

Для кристаллизации ферромагнитной ферми-жидкости в <sup>12</sup> найдено

$$r_s^{cr} = 100 \pm 20, \quad n_{cr}^{1/3} a_B \approx (6,2 \pm 1,3) \cdot 10^{-3}. \quad (12)$$

В настоящее время признано, что эти значения  $r_s^{cr}$  являются наиболее достоверными.

## 2. ВОЛНЫ ЗАРЯДОВОЙ ПЛОТНОСТИ

Представление о волнах зарядовой плотности (ВЗП) можно получить, рассматривая простейшую модель металла — модель «желе», в которой ионная решетка заменяется однородно распределенным положительным зарядом. Казалось бы, что при этом основному состоянию системы электронов должна соответствовать пространственно однородная плотность отрицательного заряда. Однако такое предположение оказывается неверным, если принять во внимание межэлектронные взаимодействия. Оверхаузер показал (см. <sup>13</sup>), что состояния электронной системы с неоднородным распределением заряда — состояния ВЗП — соответствуют меньшим энергиям, т. е. энергетически выгоднее, чем состояния с однородным распределением заряда. Состояние ВЗП — это основное состояние, для которого плотность заряда электронов  $\rho_-$  осциллирует в пространстве:

$$\rho_- = \rho_0 [1 + \alpha \cos(\mathbf{K}\mathbf{r})]; \quad (13)$$

здесь  $\rho_0$  — средняя плотность заряда электронов (не зависящая от координаты), а волновой вектор  $\mathbf{K}$  и амплитуда  $\alpha < 1$  изменяются с температурой таким образом, что свободная энергия остается минимальной.

Осцилляции электронной плотности должны вызывать в металле большие электрические поля, если фон нейтрализующего положительного заряда ионов обладает упругой жесткостью. Эти электрические поля будут препятствовать образованию ВЗП. Состояния ВЗП могут образоваться только в том случае, если система ионов деформируема, т. е. если в положительном фоне возникнут периодические смещения  $\mathbf{u} = B \sin(\mathbf{K}\mathbf{r})$ . Тогда локальная плотность положительного заряда  $\rho_+ = -\rho_0(1 + \text{div } \mathbf{u})$ , и электронейтральность сохранится повсюду при  $\alpha = BK$ . Вопрос о том, образуется ли в конкретном металле основное состояние ВЗП, зависит от того, насколько хорошо ионная решетка может быть, аппроксимирована моделью деформируемого «желе».

Пространственная модуляция плотности заряда может возникнуть при условии, что каждый электрон испытывает действие осциллирующего потенциала  $V(\mathbf{r}) = V_0 \cos(\mathbf{K}\mathbf{r})$ . Потенциал  $V(\mathbf{r})$  обусловлен обменным и корреляционным взаимодействиями электронов.

Поскольку  $V_0$  есть функция волнового вектора  $\mathbf{k}$ , квантовомеханическая задача нахождения основного состояния ВЗП включает в себя решение интегрального уравнения для  $V_0(\mathbf{k})$ . Приближенное решение уравнения Шрёдингера с потенциалом  $V(\mathbf{r})$  имеет вид \*)

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \approx \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) + \beta_+ \exp[i(\mathbf{k} + \mathbf{K})\mathbf{r}] + \beta_- \exp[i(\mathbf{k} - \mathbf{K})\mathbf{r}], \quad (14)$$

где  $\beta_{\pm}$  — функции  $\mathbf{k}$  и отличаются от нуля, только если  $V_0(\mathbf{k}) \neq 0$ .

Волновая функция (14) и обеспечивает модуляцию заряда, поскольку

$$|\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})|^2 \approx 1 + 2(\beta_+ + \beta_-) \cos(\mathbf{K}\mathbf{r}).$$

Амплитуда модуляции заряда  $\alpha$

$$2(\beta_+ + \beta_-)$$

для занятых состояний системы электронов. Из (14) видно, что волновой вектор  $\mathbf{K}$  ВЗП можно рассматривать как вектор обратной решетки электронного кристалла. Вариационным расчетом ( $\beta_+$ ,  $\beta_-$  считались вариационными параметрами) было найдено, что  $\beta_{\pm} = 0$  для значений  $r_s$  от нуля до некоторого значения  $r_s^*$ , выше которого  $\beta_{\pm}$  возрастают с  $r_s$ .

Наличие осциллирующего потенциала  $V(\mathbf{r})$  в гамильтониане приводит к появлению в электронном спектре  $\epsilon(\mathbf{k})$  энергетических щелей. Щели возникают в плоскостях, перпендикулярных вектору  $\mathbf{K}$ , на расстоянии  $K/2$  от точки  $\mathbf{k} = 0$ . Состояние ВЗП будет энергетически наиболее выгодным, если вклады всех занятых состояний в обменный и корреляционный потенциал  $V(\mathbf{r})$  будут совпадать по фазе. Это обеспечивает при условии, что уровень Ферми  $\epsilon_F$  расположен в щели; при этом волновой вектор ВЗП  $K \approx \approx 2k_F$  ( $\hbar k_F$  — фермиевский импульс): Поскольку величина  $K$  определяется диаметром поверхности Ферми  $2k_F$ , она, вообще говоря, несоизмерима с обратной решеткой, т. е. не существует целого числа  $N$ , для которого величина вектора обратной решетки  $g = nK$  (длина волны ВЗП того же порядка, что и период решетки, но несоизмерима с ним). Разумеется, нет запрета на существование соизмеримых ВЗП. Соизмеримая структура ВЗП может реализовываться, например, в металлических соединениях, состоящих из разных ионов. Так, у квазидвумерных металлов типа  $\text{TaS}_2$  наблюдались фазовые переходы между соизмеримой и несоизмеримой структурами ВЗП.

До работ Оверхаузера считалось, что в приближении Хартри — Фока нижнее энергетическое состояние  $\Psi$  вырожденной системы электронов есть известная фермиевская сфера занятых состояний, описываемых плоскими волнами. Такая функция  $\Psi$  соответствует основному состоянию газа невзаимодействующих фермионов, для которого плотность заряда пространственно однородна. Оверхаузер, по существу, показал, что для одноэлектронных состояний (14) с  $K = 2k_F$  и надлежащим образом выбранными  $\beta_{\pm}(\mathbf{k})$  основное состояние  $\Psi$  — состояние ВЗП с модулированным распределением заряда — соответствует более низкой энергии, чем решения уравнений Хартри — Фока без учета обменного и корреляционного взаимодействий с однородным распределением заряда \*\*).

\*) Волновая функция (14) представляет собой известное в зонной теории решение в приближении пустой решетки.

\*\*) Многие специалисты критически относятся к выводу Оверхаузера о существовании ВЗП в металлах со сферической поверхностью Ферми (щелочных), поскольку корреляционные эффекты могут подавить состояние ВЗП. Ряд экспериментальных фактов, которые согласно Оверхаузеру доказывают существование ВЗП в щелочных металлах, допускают и иную интерпретацию. В настоящее время общепризнано (и подтверждено экспериментально), что ВЗП возникают в тех случаях, когда на поверхности Ферми имеются параллельные (конгруэнтные) участки. Оверхаузер по-прежнему считает, что есть доказательства существования ВЗП в щелочных металлах. Этот вопрос остается пока открытым.

Необходимо, очевидно, ответить на вопрос, какова связь между электронным кристаллом и ВЗП. В кристалле Вигнера электроны занимают узлы строгой периодической решетки и при достаточно больших  $r_s$  волновые функции не перекрываются. Однако, если плотность электронной системы увеличивается ( $r_s$  уменьшается), волновые функции начинают перекрываться, и возрастает роль обменного и корреляционного взаимодействий. При этом могут появиться пространственные осцилляции плотности заряда (13) и ВЗП. Таким образом, состояние ВЗП можно рассматривать как фазу, промежуточную между вигнеровским кристаллом и обычным металлом с однородным распределением заряда и  $2 \leq r_s \leq 7$ .

Возможность возникновения ВЗП в случае трехмерного электронного газа существенно зависит, как уже говорилось, от степени деформируемости ионной решетки и близости ее к модели деформируемого «желе». Оверхаузер полагает, что щелочные металлы — наиболее подходящие трехмерные объекты для выявления ВЗП, так как ион-ионные взаимодействия в них слабы и ионы могут сравнительно легко занимать положения, соответствующие минимуму их потенциальной энергии. Существование ВЗП было надежно установлено в квазидвумерных системах \*).

### 3. ЭЛЕКТРОННЫЙ КРИСТАЛЛ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Представление о ВЗП оказалось полезным при рассмотрении электронного кристалла в магнитном поле. Выяснилось, что магнитное поле способно индуцировать фазовый переход системы взаимодействующих электронов в состояния ВЗП или вигнеровского кристалла<sup>14–18</sup>. В сильном магнитном поле, для которого циклотронная энергия  $\hbar\omega_c$  ( $\omega_c = eH/m_0c$ ,  $H$  — напряженность поля) превосходит среднюю тепловую энергию  $k_B T$  и энергию Ферми  $\epsilon_F$ , электронный спектр становится квантованным. Условие  $\hbar\omega_c > \epsilon_F$  можно записать в виде  $l < \lambda_F$ , где  $l = (c\hbar/eH)^{1/2}$  — циклотронный радиус волновой функции,  $\lambda_F \approx k_F^{-1}$  — фермиевская длина волны. Квантуящее магнитное поле уменьшает энергию Ферми  $\epsilon_F \sim H^{-2}$  и увеличивает таким образом отношение  $\epsilon_{\text{pot}}/\bar{\epsilon}$ , что способствует электронному упорядочению. Очевидно, что при **больших** концентрациях электронов требуются **большие** магнитные поля, чтобы выполнялось неравенство  $\epsilon_{\text{pot}} > \bar{\epsilon}$ , соответствующее устойчивой электронной решетке. Это явствует непосредственно из критерия кристаллизации газа свободных электронов, который можно получить, сопоставляя потенциальную энергию  $e^2/r_0$  с энергией Ферми в магнитном поле  $\epsilon_F = 2\pi^2\hbar^2 l^4 n^2/m_0$ :

$$l \lesssim r_0 \text{ (или } l \lesssim n^{-1/3}). \quad (15)$$

Очевидно, что физический смысл (15) такой же, как и критерия кристаллизации в отсутствие поля:  $a_B \lesssim r_0$  (или  $a_B \lesssim n^{-1/3}$ ) (это соотношение является следствием условия  $e^2/r_0 \gtrsim \hbar^2 (3\pi^2 n)^{3/2}/2m_0$ ).

Довольно подробное исследование основного состояния вигнеровского кристалла и ВЗП в магнитном поле выполнил Курамото<sup>16</sup>. Он рассмотрел анизотропию решетки и плотность заряда, которая возникает вследствие

\*) ВЗП были экспериментально обнаружены в квазиодномерных халькогенидах переходных металлов  $\text{TaS}_2$ ,  $\text{NbSe}_3$  и т. п. (см. <sup>52,61,62</sup>). При некоторой критической температуре такая система переходит в низкотемпературную фазу, в которой спонтанно возникает искажение периодичности решетки (образуется сверхрешетка). Искажение стабилизируется модуляцией плотности электронного заряда, т. е. ВЗП. ВЗП образуется потому, что электроны конгруэнтных участков поверхности Ферми сильно взаимодействуют с фононами с волновым вектором  $Q = 2k_F$ . Понижение энергии электронов, связанное с образованием щели (щель возникает из-за  $2k_F$  периодичности искажений), стабилизирует новую фазу, в которой как электронная плотность, так и положения ионов модулированы (см. <sup>63</sup>). ВЗП были непосредственно выявлены, например, в электронно-микроскопических измерениях <sup>52,61</sup>.

локализации волновой функции перпендикулярно к магнитному полю внутри области с размером  $R \ll l$  и упорядоченного расположения электронов вдоль магнитного поля, обусловленного кулоновским отталкиванием. Ячейка Вигнера — Зейтца была выбрана в виде эллипсоида вращения \*). Анизотропия решетки характеризуется отношением длинной и короткой осей эллипсоида  $\gamma = c/a$  ( $c, a$  — длины полуосей эллипсоида). При данной плотности электронов электростатическая энергия Маделунга достигает минимума, когда параметр анизотропии  $\gamma = 1$ . Это означает, что прямое кулоновское взаимодействие благоприятствует изотропной конфигурации зарядов. Однако анизотропия кинетической энергии, вызванная магнитным полем, делает более устойчивой удлиненную вдоль поля вигнеровскую решетку.

Волновая функция в магнитном поле записывается, как известно, в виде

$$\psi(\mathbf{r}) = [(2\pi)^{3/2} a_{\perp}^2 a_{\parallel}]^{-1/2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{4a_{\perp}^2} - \frac{z^2}{4a_{\parallel}^2}\right), \quad (16)$$

где вариационные параметры

$$a_{\perp} = l \left(1 + \frac{24\gamma\epsilon_B^{*2}}{\omega_c^* r_s^{*3}} f_{\perp}(\gamma)\right)^{-1/4}, \quad a_{\parallel} = a_B^* r_s^{*3/4} (6\gamma f_{\parallel}(\gamma))^{-1/4},$$

$f_{\perp}(\gamma), f_{\parallel}(\gamma)$  — некоторые иррациональные функции  $\gamma$ ,  $\omega_c^* = eH/mc$ ,  $\epsilon_B^* = \epsilon_B m/m_0 \kappa^2$ ,  $r_s^* = r_s a_B^*/a_B^*$ ,  $\epsilon_B = m_0 e^4/2\hbar^2$ ,  $a_B^* = a_B m_0 \kappa/m$ ,  $m$  — эффективная масса электрона,  $\kappa$  — диэлектрическая проницаемость. Вариационным расчетом в <sup>16</sup> для параметров InSb были найдены энергия связи  $\epsilon_0$  и  $\gamma$  как функции  $r_s^*$ . Установлено, что  $\gamma$  уменьшается при увеличении  $r_s^*$ . Этот результат имеет простое объяснение. Если межэлектронное расстояние значительно превосходит протяженность заряженной области около узла решетки (т. е. размер волновой функции), форма электронного облака не влияет на кулоновское взаимодействие — важно только пространственное расположение зарядов. Поэтому анизотропия решетки уменьшается, чтобы получился выигрыш в энергии Маделунга. С другой стороны, анизотропия плотности заряда увеличивается при возрастании  $r_s^*$ . Это легко видеть из сравнения размеров волновой функции (15)  $a_{\perp}$  и  $a_{\parallel}$ :  $a_{\perp} \approx l$  и чрезвычайно слабо зависит от  $r_s^*$ , тогда как  $a_{\parallel}$  заметно возрастает при увеличении  $r_s^*$  (для параметров InSb при изменении  $r_s^*$  от 1 до 10  $a_{\parallel}$  возрастает более чем в четыре раза).

С увеличением концентрации электронов перекрытие волновых функций возрастает и концепция вигнеровского кристалла становится все менее справедливой. Действительно, при уменьшении  $r_s^*$  возрастает роль обменного взаимодействия, которое более существенно вдоль магнитного поля, чем перпендикулярно полю. Такая анизотропия  $\epsilon_{\text{ex}}$  связана с тем, что протяженность волновой функции перпендикулярно к полю ( $a_{\perp} \approx l$ ) значительно меньше длины полуоси эллипсоида элементарной ячейки  $a$ , тогда как протяженность вдоль поля ( $a_{\parallel}$ ) близка к длине полуоси  $c$ . Это означает, что в направлении, параллельном полю, перекрытие волновых функций электронов соседних ячеек превосходит перекрытие в перпендикулярном направлении. Расчет для параметров InSb показывает, что при  $H = 10^5$  Э ( $l/a_B^* \approx 0,1$ ) и  $r_s^* = 1$  отношение  $a_{\parallel}/c \approx 0,5$ , тогда как  $a_{\perp}/a \approx 0,17$ .

Анализ выражения для энергии связи  $\epsilon_0$  показал, что нулевые колебания подавляются магнитным полем в плоскости, перпендикулярной  $\mathbf{H}$ . Энергия этих колебаний становится пренебрежимо малой, если поле достаточно сильное:  $(\omega_c^*/2\epsilon_B^*)^2 r_s^{*3} \gg 1$ .

В <sup>16</sup> рассмотрены осцилляции плотности заряда вдоль магнитного поля, т. е. линейные ВЗП в направлении  $\mathbf{H}$ . Электронная система представляется в виде ряда цепочек электронов, параллельных полю. С учетом обменного

\*) В других работах (например, <sup>14</sup>) элементарная ячейка, которая в рассматриваемой ситуации является шестигранной призмой, заменялась цилиндром того же объема.



взаимодействия между электронами внутри каждой цепочки вариационным методом были рассчитаны энергия основного состояния, амплитуда ВЗП с волновым числом  $K = 2k_F$  и расстояние между электронными цепочками.

Изменение плотности заряда в направлении магнитного поля дается выражением, аналогичным (13):

$$\rho(z) = \rho_0 [1 + A \cos(2k_F z)], \quad (17)$$

где  $\rho_0 = n_z/L$ ,  $n_z$  — число электронов в цилиндре с длиной  $L$  \*). Амплитуда  $A$  ВЗП убывает с ростом фермиевского импульса  $\hbar k_F$ . Для параметров InSb и  $H = 10^5$  Э  $A$  уменьшается при увеличении параметра  $a_{BF}^*$  от 1 до 3 более чем в 5 раз.

На рис. 1 показаны рассчитанные в <sup>16</sup> зависимости энергии основного состояния  $\epsilon_0$  от межэлектронного расстояния  $r_s^*$  для ВЗП, вигнеровского

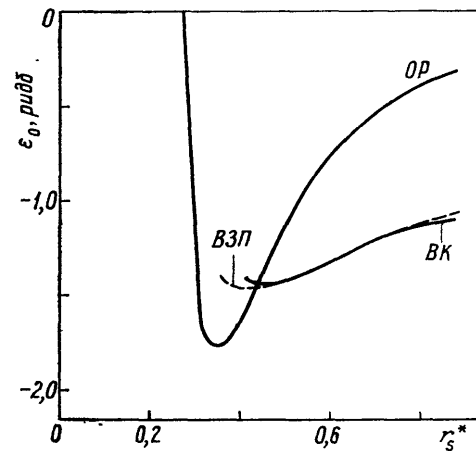


Рис. 1. Зависимость основного состояния электрона  $\epsilon_0$  от  $r_s^*$  для случаев вигнеровского кристалла (BK), ВЗП и однородного распределения (OP) электронной плотности <sup>16</sup>.

Параметры для InSb;  $H = 10^5$  Э

кристалла и для однородного распределения электронной плотности. Энергия  $\epsilon_0$  для однородного распределения рассчитывалась в обычном приближении Хартри — Фока. Из рис. 1 видно, что  $\epsilon_0$  ВЗП и вигнеровского кристалла очень близки для довольно широкого интервала расстояний  $r_s^*$ . Состояние же с однородным распределением электронной плотности неустойчиво даже при таких высоких концентрациях, для которых  $r_s^* = 0,5 - 1$ .

Расчет <sup>16</sup> показал, что и при высоких концентрациях электронов, когда существенным становится обменное взаимодействие между цепочками, энергия состояния ВЗП несколько ниже, чем при однородном распределении заряда. Это позволяет заключить, что в сильных магнитных полях при  $T = 0$  К фаза ВЗП должна преобладать в широком диапазоне плотностей электронов. Автор <sup>16</sup> оставляет открытым вопрос, переходит ли (при повышении плотности электронов) цепочечная фаза в трехмерную ВЗП-фазу непрерывным образом или скачкообразно. Курамото полагает, что корреляционное взаимодействие не должно нарушать стабильность фазы ВЗП при высоких концентрациях электронов (это заключение сделано на основании некоторых качественных рассуждений).

До сих пор в этом параграфе речь шла главным образом об энергии основного состояния вигнеровского кристалла в магнитном поле. Ясно, что эту величину, очень важную принципиально, невозможно, однако, непосредственно сопоставлять с экспериментальными данными. Характеристиками, которые могут быть прямо найдены в измерениях, являются пороговое поле  $H_W$  и критическая температура  $T_c$ , при которых состояние с однородной плотностью становится неустойчивым по отношению к формированию ВЗП или вигнеровской решетки. Критическая температура  $T_c$  и пороговое

\*) Здесь эллипсоид с большим отношением осей заменен цилиндром.

поле  $H_W$  как функции концентрации электронов вычислялись в работах <sup>15, 17, 18</sup>.

Клеппман и Эллиот <sup>15</sup> рассчитали заново электростатическую энергию Маделунга и сопоставили полную энергию локализованных состояний с энергией делокализованных состояний для электронной системы низкой плотности. Критерий стабильности вигнеровской решетки в магнитном поле при  $T = 0$  К и разных значениях  $n$  и  $H$  получен из условия равенства энергии локализованных и делокализованных состояний. В таблице приведены

|                                        | $n, 10^{14} \text{ см}^{-3}$ | 1   | 3   | 5   | 7  | 10 |
|----------------------------------------|------------------------------|-----|-----|-----|----|----|
| InSb                                   | $H_W, \text{ кЭ}$            | 2,4 | 5,7 | 8,8 | 12 | 16 |
| Hg <sub>0,8</sub> Cd <sub>0,2</sub> Te | $H_W, \text{ кЭ}$            | 3,7 | 9,2 | 14  | 19 | 26 |

значения порогового поля  $H_W$  для нескольких концентраций электронов  $n$ , вычисленные нами в соответствии с <sup>15</sup> для параметров n-InSb ( $m = 0,014 m_0$ ,  $\kappa = 17$ ) и  $n = \text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  ( $m = 4,9 \cdot 10^{-3} m_0$ ,  $\kappa = 17$ ).

Главный качественный результат работы <sup>15</sup> сводится к тому, что критическая концентрация  $n_{cr}$ , соответствующая конденсации электронной системы, увеличивается с ростом магнитного поля, как и можно было ожидать.

Рассмотрим теперь результаты расчета Герхардтса <sup>18</sup> зависимости критической температуры  $T_c$  от магнитного поля и концентрации электронов. Расчет в <sup>18</sup> выполнен в рамках метода Хартри — Фока для ультраквантового предела магнитных полей. Предполагается также, что циклотронная энергия  $\hbar\omega_c^*$  больше кулоновской энергии (в расчете на электрон), которая для неэкранированного кулоновского потенциала  $V(r) = e/\kappa r$  равна  $\epsilon_B^*/r_s^*$ . Три неравенства ультраквантового предела

$$\hbar\omega_c^* > k_B T, \quad \hbar\omega_c^* > \frac{\epsilon_B^*}{r_s^*}, \quad \hbar\omega_c^* > \epsilon_F \quad (18a)$$

можно записать в ином виде (с точностью до коэффициентов порядка единицы)

$$\left(\frac{a_B^*}{l}\right)^2 > \frac{T}{T^*}, \quad r_s^{*1/2} > \frac{l}{a_B^*}, \quad r_s^* > \frac{l}{a_B^*}. \quad (18b)$$

Здесь использовано, что

$$\epsilon_B^* = k_B T^* = \frac{e^2}{2\kappa a_B^*}, \quad \frac{4\pi}{3} r_s^{*3} a_B^{*3} = n^{-1},$$

$$\frac{\hbar\omega_c^*}{2} = \epsilon_B^* \left(\frac{a_B^*}{l}\right)^2, \quad \epsilon_F = k_B T_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}, \quad k_F = 2\pi^2 l^2 n$$

(последнее равенство эквивалентно  $\epsilon_F = (16/9) \hbar\omega_c^* (\epsilon_F^0/\hbar\omega_c^*)^3$ ).

Для полупроводника  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$ , например, с  $a_B^* = 1,8 \cdot 10^{-5}$  см условия ультраквантового предела (18) выполняются при температурах, меньших нескольких градусов Кельвина, если магнитное поле больше нескольких килоэрстед.

В качестве исходного Герхардтс <sup>18</sup> рассматривает электронный газ с однородной плотностью, подчиняющийся в отсутствие магнитного поля статистике Ферми — Дирака. Задача решается вариационным методом. Находится свободная энергия с учетом электрон-электронного взаимодействия. Определяются значения некоторых параметров расчета, при которых состояние системы электронов с однородным распределением плотности заряда становится неустойчивым, т. е. при которых энергия ВЗП в магнитном поле становится ниже энергии однородной системы. Критическая температу-

ра  $T_c$  выражается через параметры, соответствующие переходу системы в состояние ВЗП с анизотропным распределением плотности электронов. В расчете закон дисперсии  $\varepsilon(\mathbf{k})$  при  $H = 0$ , соответствующий приближению Хартри — Фока, заменяется простым квадратичным соотношением  $\varepsilon(k) = \hbar^2 k^2 / 2m$ . При этом автор<sup>18</sup> исходит из бесспорно правильного соображения, что в приближении Хартри — Фока можно надеяться получить лишь качественно корректные результаты. В предельных случаях сильного и слабого вырождения электронного газа получены аналитические выражения для  $T_c$ :

$$T_c = \frac{8\beta}{\pi} T_F \exp \left[ -\frac{\pi (T_F/T^*)^{1/2}}{\Phi} \right] \quad (T_c \ll T_F), \quad (19)$$

$$T_c = \frac{4\Phi}{\pi} (T_F T^*)^{1/2} \quad (T_c \gg T_F), \quad (20)$$

где  $\beta = 1,78$  постоянная Эйлера,  $\Phi$  — некоторый безразмерный параметр, который логарифмически зависит от  $H$  и  $n$ . Выражение (19) относится к предельному случаю слабого межэлектронного взаимодействия  $a_B^* k_F = (T_F/T^*)^{1/2} \gg 1$ , т. е. к пределу слабых магнитных полей, а выражение (20) — к случаю сильного взаимодействия  $a_B^* k_F \ll 1$ , т. е. к пределу сильных полей. Область промежуточных магнитных полей (промежуточная связь) рассчитана численно. В численном расчете кулоновский потенциал  $V(r)$  заменен экранированным потенциалом.

Результаты расчета приведены на рис. 2. Оценки, сделанные автором<sup>18</sup>, привели его к заключению, что для неэкранированного кулоновского потенциала получаются кривые, аналогичные кривым рис. 2, но несколько увеличиваются значения  $T_c$  (в максимуме примерно вдвое), а максимумы  $T_c(H)$

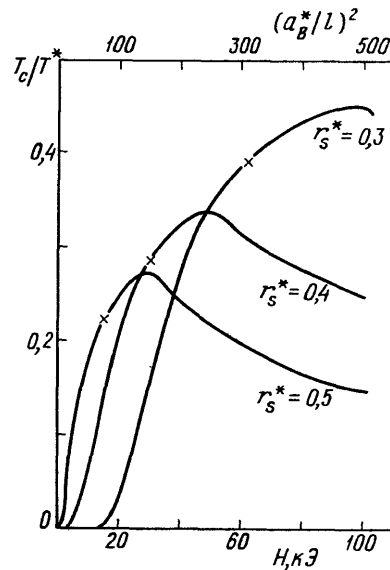


Рис. 2. Рассчитанная критическая температура  $T_c$ , отнесенная к боровской температуре  $T^*$ , в зависимости от магнитного поля для  $n\text{-Hg}_{0.8}\text{Cd}_{0.2}\text{Te}$  ( $T^* = 2,7 \text{ K}$ )<sup>18</sup>.

Кривые для  $r_s^* = 0,5, 0,4$  и  $0,3$  соответствуют концентрациям электронов  $n = 3,1 \cdot 10^{14}$ ,  $6,0 \cdot 10^{14}$  и  $1,4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

смещаются в сторону меньших магнитных полей ( $H_{\max}$  уменьшаются примерно в 0,7 раз). Результат этой оценки физически понятен, поскольку неэкранированный кулоновский потенциал сильнее и переход происходит поэтому при несколько более высокой температуре, чем для экранированного потенциала. Оценки для параметров  $\text{Hg}_{0.8}\text{Cd}_{0.2}\text{Te}$  показывают, что концентрации  $n \approx 3 \cdot 10^{14} - 1,5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и  $H = 5 \cdot 10^4 \text{ Э}$ , критическая температура  $T_c \approx 1 \text{ K}$ .

Зависимость  $T_c$  от  $H$  и  $n$  определяется зависимостью температуры Ферми от этих величин:  $T_F \sim (n/H)^2$ . В слабых полях  $T_c$  быстро убывает с ростом концентрации электронов. Минимальная величина поля  $H$ , необходимого

для индуцирования перехода в состояние ВЗП при фиксированной температуре, возрастает при увеличении  $n$ . При больших  $H$  температура  $T_c$  растет примерно линейно с ростом  $n$ . В области слабых полей  $T_c$  растет с  $H$ , а затем, при достаточно больших  $H$ , как видно из рис. 2,  $T_c$  начинает убывать. Эти закономерности в целом качественно согласуются с результатами Клепмана и Эллиота<sup>15</sup>, если считать, что рост  $T_c$  соответствует росту энергии связи в вигнеровской решетке. Есть, однако, одно существенное различие: согласно Герхардтсу  $T_c$  в достаточно сильных магнитных полях убывает с ростом  $H$ , тогда как энергия связи в<sup>15</sup> монотонно растет с  $H$ .

При фиксированной концентрации электронов статистика Ферми — Дирака, имеющая место в слабых полях, сменяется при температуре  $T_c$  статистикой Больцмана в области сильных полей. Соответственно химический потенциал системы  $\xi = \epsilon_F^n$  (в слабых полях) становится отрицательным в сильных полях. Температура  $T_c$  достигает максимального значения при  $\xi = 0$ , что соответствует  $T_c/T_F \approx 3,5$ . В пределе сильного вырождения электронной системы компонента  $K_z$  (параллельная магнитному полю  $H = H_z$ ) волнового вектора  $K$  (см. (14)), соответствующая температуре  $T_c$ , равна  $|K_z^c| = 2k_F$ . С ростом магнитного поля значение  $|K_z^c|$  убывает и становится равным нулю при  $\xi/k_B T \leq 1,11$  или при  $T_c/T_F \geq 1,10$ . На рис. 2 крестиками отмечены точки на кривых, для которых  $T_c/T_F = 1,10$ .

Привлекают к себе внимание два результата Герхардтса<sup>18</sup>. В области промежуточных магнитных полей при неизменной концентрации  $n$  с ростом  $H$  должен происходить фазовый переход второго рода из фазы однородного распределения электронов в фазу линейной ВЗП; в области сильных полей при температуре  $T_1(H) > T_c(H)$  должен быть переход первого рода в фазу ВЗП с симметрией гексагональной решетки. К заключению о том, что в области достаточно сильных полей должен иметь место переход первого рода, пришел и Факуяма<sup>17</sup>. Если понижать температуру при фиксированном значении напряженности магнитного поля, состояние ВЗП должно превратиться в вигнеровский кристалл либо постепенно, как считает Курамото<sup>16</sup>, либо скачкообразно, т. е. испытывая еще один фазовый переход, который определяется температурой плавления  $T_M$  вигнеровской решетки. Такой фазовый переход из состояния ВЗП в состояние вигнеровского кристалла может произойти, если  $T_M(H) \leq T_1(H)$ . В настоящее время нет, однако, надежных сведений о величинах  $T_1$  и  $T_M$  и вопрос о характере превращения (непрерывное или скачкообразное) состояния ВЗП в состояние вигнеровского кристалла остается открытым.

#### 4. О ВОЗМОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ НА ОПЫТЕ ВИГНЕРОВСКОГО УПОРЯДОЧЕНИЯ

Возникают естественные вопросы: на каких материалах и в каких условиях можно надеяться обнаружить эффекты, связанные с вигнеровской кристаллизацией? Металлы с большой концентрацией электронов, для которых  $2 \leq r_s \leq 7$ , очевидно, неподходящие объекты. Мотт предположил (см. <sup>19</sup>), что кристаллизацию трехмерного электронного газа следует ожидать в сильно компенсированных полупроводниках и в магнитных диэлектриках.

##### 4.1. Компенсированные полупроводники

Рассмотрим полупроводник  $n$ -типа, скажем InSb. Легируя его акцепторами, можно существенно уменьшить концентрацию свободных электронов и создать таким образом материал, в котором на один электрон приходится много (например, 100) доноров. Компенсация позволяет смоделировать электронную систему низкой плотности. При этом важным является обстоятельство, что ионный фон в компенсированном полупроводнике близок

к однородному. Действительно, в полупроводниках типа InSb или  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  радиус  $a_{\text{В}}^*$  боровской орбиты электрона велик — она охватывает много примесных центров. Так, для  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  с  $n = N_{\text{Д}} - N_{\text{А}} = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  и  $(N_{\text{А}}/N_{\text{Д}}) = 0,99$  электрон «видит» внутри своей орбиты (в ее плоскости) примерно 300 примесных ионов (для  $n = 10^{15} \text{ см}^{-3}$  орбита охватывает  $\approx 60$  ионов). В таких условиях можно считать применимой модель «желе», на которой основаны все теоретические работы по вигнеровской кристаллизации.

Нужно, однако, иметь в виду, что флуктуирующее электрическое поле хаотически расположенных атомов примеси, особенно сильное в компенсированных полупроводниках, может вызвать нарушение порядка в электронной системе, т. е. привести к разрушению вигнеровской решетки. Это необходимо принимать во внимание при интерпретации результатов измерений, поскольку не существует сколько-нибудь строгой теории, в которой рассматривались бы совместно электронные корреляции и эффекты, обусловленные беспорядком. Во всяком случае в настоящее время не следует ожидать количественного согласия экспериментальных данных с результатами теоретических исследований электронной системы низкой плотности, погруженной в ионное «желе». При анализе экспериментальных данных для компенсированных полупроводников n-InSb или n- $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  необходимо также принимать в расчет, что значительное перекрытие орбит донорных электронов ведет к образованию примесной зоны. Еще одно замечание, касающееся интерпретации явлений переноса в магнитном поле. Обычно игнорируется то обстоятельство, что в достаточно сильных магнитных полях поперечный радиус боровской орбиты  $a_{\perp} \approx l$  становится меньше расстояния между ионами примеси  $r_1 \approx N_1^{-1/3}$ , и тогда совокупность ионов нельзя аппроксимировать однородным положительным фоном. Для  $H \gtrsim 10^4 \text{ Э}$  и  $l < r_1$  при концентрациях примесей  $N_1 \lesssim 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Это означает, что теоретические исследования электронной кристаллизации, использующие модель «желе», строго говоря, нельзя применять для интерпретации опытных данных в области сильных магнитных полей, для которых  $l < r_1$ .

Компенсированные полупроводники были предложены в качестве объекта для поиска вигнеровской кристаллизации потому, что при больших  $a_{\text{В}}^*$  в них имитируются условия модели «желе». Вместе с тем именно в компенсированных полупроводниках случайный потенциал примесей может скорее всего помешать образованию электронной решетки. Поэтому представляет интерес вопрос, можно ли надеяться выявить вигнеровскую кристаллизацию в некомпенсированных полупроводниках с малой концентрацией  $n$ , для которых требование теории об однородном положительном фоне не выполняется.

В некомпенсированных полупроводниках высокой чистоты (например,  $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ ) концентрация электронов, равная концентрации доноров  $N_{\text{Д}}$ , достигает  $10^{12} - 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . При таких  $N_{\text{Д}}$  расстояние между донорами  $r_{\text{Д}} \approx N_{\text{Д}}^{-1/3}$  превышает боровский радиус  $a_{\text{В}}^*$ , и ионный фон является неоднородным. Электроны будут «чувствовать» случайное распределение доноров. Если даже отвлечься от этого и считать, что доноры расположены регулярно, то и в этом случае трудно надеяться обнаружить электронное упорядочение. Дело в том, что условия локализации электронов по Вигнеру и по Мотту для некомпенсированных полупроводников близки. Грубый критерий вигнеровской кристаллизации  $r_0 \gtrsim a_{\text{В}}^*$  получается из сопоставления энергии взаимодействия электронов  $\sim e^2/\kappa r_0$  с кинетической энергией электрона  $\sim \hbar^2 n^{2/3}/m$ . Критерий перехода Мотта, основанный на сравнении кинетической энергии электрона с энергией взаимодействия двух электронов на одном узле кристаллической решетки  $\sim e^2/\kappa a_{\text{В}}^*$ , при  $n = N_{\text{Д}}$  тоже записывается в виде  $r_0 \gtrsim a_{\text{В}}^*$ . Из-за качественного совпадения двух критериев неясно, как различить на опыте проявления каждого из этих переходов.

На основе различных физических соображений для критической концентрации примесей  $N_M$ , соответствующей переходу Мотта, получено равенство, более точное, чем грубое условие  $r_1 \approx N_1^{-1/3} \approx a_B^*$ :

$$N_M^{1/3} a_B^* \approx 0,25. \quad (21)$$

При наличии магнитного поля вместо грубого условия  $r_1 \approx l$  обычно пользуются критерием

$$(N_M a_{\perp}^2 a_{\parallel})^{1/3} \approx 0,25, \quad (22)$$

где  $a_{\perp} = 2l_M = 2(c\hbar/eH_M)^{1/2}$ ,  $a_{\parallel} = a_B^*/\ln(a_B^* l_M^{-1})^2$ ,  $H_M$  — магнитное поле, при котором совершается переход Мотта.

Если принять, что равенства (11) и (12) ( $n_{cr}^{1/3} a_B^* \approx 7 \cdot 10^{-3}$ ) для вигнеровского упорядочения и (21) для перехода Мотта достаточно точны, то нетрудно видеть, что в некомпенсированном полупроводнике электроны локализованы на донорах даже при концентрациях  $n$ , примерно на 4 порядка превышающих критические концентрации  $n_{cr}$  вигнеровской кристаллизации. Для  $Hg_{0,8}Cd_{0,2}Te$ , например,  $N_M \sim 10^{20} \text{ см}^{-3}$ , а  $n_{cr} \sim 10^8 \text{ см}^{-3}$ . Таким образом, в некомпенсированных полупроводниках практически невозможно обнаружить электронную конденсацию, поскольку при концентрациях  $n_{cr} < n < N_M$  электроны остаются локализованными на донорах.

Решающими экспериментами для выявления вигнеровского упорядочения явились бы нейтронографические исследования электронной решетки, но при концентрациях электронов  $n < 10^{14} \text{ см}^{-3}$  такие эксперименты в настоящее время практически невозможны.

## 4.2. Магнитные изоляторы

Пусть в кристаллической решетке имеется  $N$  узлов и  $n < N$  электронов. Чтобы перейти на свободный («нерегулярный») узел, электрон должен получить энергию порядка  $e^2/\kappa r_a$ , где  $r_a \approx N^{-1/3}$ . Эта энергия будет уменьшаться по мере переноса все большего числа электронов на «нерегулярные» узлы. При повышении температуры может произойти переход 1-го и 2-го рода в состояние, в котором узлы заполнены хаотически. Такие переходы порядок — беспорядок были впервые установлены Фервеем в 1935 г. в магнетике  $Fe_3O_4$ . В окислах со смешанной валентностью типа магнетита эффективная масса носителей заряда увеличивается из-за образования поляронов, в результате чего кинетическая энергия оказывается меньше потенциальной. В таких условиях можно, вообще говоря, ожидать возникновения вигнеровской кристаллизации (см., например, <sup>19</sup>). Однако, принимая во внимание, что в магнитных изоляторах, согласно модели Хаббарда, в которой рассматриваются только короткодействующие силы, может возникнуть расщепление энергетических зон при любом числе электронов на атом, трудно надеяться выделить эффекты, зависящие решающим образом от дальнедействующих кулоновских сил. К этому можно добавить и неопределенность в проблеме о магнитных свойствах (ферромагнитных или антиферромагнитных?) электронного кристалла.

## 5. ЭЛЕКТРОННАЯ КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ И АКТИВАЦИОННАЯ ПРОВОДИМОСТЬ

При  $T = 0 \text{ К}$  электронный кристалл является изолятором, поскольку для одночастичных возбуждений существует энергетическая щель<sup>20</sup>. Возможность движения решетки как целой игнорируется и полагается, что она закреплена. Необходимо понять, каков может быть механизм проводимости вигнеровского кристалла, т. е. какова природа возбужденных состояний, которые могут быть ответственны за перенос заряда. Представляется правдоподобным, что эти состояния связаны с дефектами в вигнеровской решетке.

Такое соображение высказали Кэр и Марч<sup>21</sup>, предложившие рассматривать проводимость как диффузионный процесс, аналогичный диффузии атомов в твердых телах. Перенос заряда осуществляется по электронным вакансиям, состояния которых отделены от основного состояния энергетической щелью. Вакансии образуются при переходе электронов из узлов в междоузлия. Подобные переходы будут иметь место при достаточно высоких концентрациях электронов, т. е. при достаточно узких потенциальных ямах. Коэффициент диффузии электронов по вакансиям  $D \sim \exp(-\Delta\varepsilon/k_B T)$  связан с подвижностью электронов  $\mu$  соотношением Эйнштейна:  $D = (k_B T/e) \mu$ . Главный вклад в энергию активации диффузии  $\Delta\varepsilon$  должна вносить энергия образования вакансии. Для довольно простой модели де Ветте<sup>7</sup> получил оценку  $\Delta\varepsilon \approx 0,2/r_s$  ридб. При температурах  $T \sim \Delta\varepsilon/k_B$  электронная решетка разрушится. Концепция вигнеровского кристалла имеет смысл при условии  $k_B T \ll \Delta\varepsilon$ .

Из общих соображений ясно, что в отсутствие магнитного поля энергия  $\Delta\varepsilon$  по порядку величины равна энергии Маделунга  $\sim e^2/\chi r_0$ . При  $H \neq 0$  энергия образования вакансии может изменяться. Исходя из того что это изменение пропорционально квадрату смещения электрона из узла, которое в сильном поле порядка магнитной длины  $l$ , Кэр и Марч<sup>21</sup> пришли к заключению, что  $\Delta\varepsilon \sim H^{-1}$ . Они утверждают, что их вывод качественно согласуется с экспериментальными данными Сомерфорда<sup>22</sup>. В связи с этим обратимся к экспериментальным данным.

Сомерфорд измерял проводимость  $\sigma$  в магнитных полях  $H$  до 10 кЭ при температурах  $0,27 \leq T \leq 4,2$  К на сильно компенсированных образцах  $n$ -InSb (степень компенсации  $K = N_A/N_D \geq 0,8$ ,  $N_D \approx (2-4) \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ). На аналогичных по качеству образцах Патли<sup>23</sup> измерял  $\sigma(H)$  и эффект Холла при  $T \geq 1,3$  К. Если при 4,2 К проводимость с ростом поля до 10 кЭ уменьшается в несколько раз, то при 0,27 К это уменьшение достигает шести порядков<sup>22</sup>: от  $\sigma \approx 10^{-1} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$  до  $\sigma \approx 10^{-7} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$  (при  $H \sim 10^3$  Э  $\sigma \sim 10^{-1} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$  в исследованном интервале температур, а при  $H \sim 10^4$  Э  $\sigma \sim 10^{-2} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$  для 4,2 К и  $\sigma \sim 10^{-7} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$  для 0,27 К). Резкое уменьшение проводимости начинается в полях  $H \leq 2$  кЭ. Коэффициент Холла  $|R|$  в полях  $H < 10^3$  Э мало меняется в зависимости от температуры; при увеличении поля  $|R|$  убывает с ростом  $T$ , а при  $H \sim 10^4$  Э это уменьшение в интервале  $\approx 1,5-20$  К достигает почти двух порядков: от  $\approx 2 \cdot 10^7 \text{ см}^3/\text{Кл}$  до  $\approx 2 \cdot 10^5 \text{ см}^3/\text{Кл}$ . Согласно Патли<sup>23</sup>, в поле  $H = 8,2$  кЭ и в интервале температур 1,3—4,2 К  $|R|$  убывает в  $\approx 20$  раз, а  $\sigma$  возрастает в  $\approx 500$  раз. Это означает, что подвижность электронов в предположении, что в проводимости участвует один вид носителей заряда, увеличивается с ростом температуры в  $\approx 25$  раз.

Энергия активации  $\Delta\varepsilon$ , вычисленная по экспериментальным зависимостям  $R(T)$  (4 образца) и  $\sigma(T)$  (2 образца), почти на порядок меньше, чем предсказывает теория Яфета и др.<sup>24</sup> для энергии ионизации  $\varepsilon_1$  водородо-подобного примесного центра в ультраквантовом деле. При увеличении магнитного поля  $\Delta\varepsilon$  возрастает, но согласно измерениям проводимости<sup>22</sup> этот рост заметно слабее, чем по данным эффекта Холла<sup>23</sup> (рис. 3). Кроме того, и сама величина  $\Delta\varepsilon$ , найденная из проводимости, меньше, чем значение  $\Delta\varepsilon$ , определенное из эффекта Холла. Важной особенностью эффекта Холла является наличие порогового поля  $H_0^R \approx 3$  кЭ, ниже которого энергия активации не обнаружена. Примерно в таких же магнитных полях в опытах Патли начинается крутое (но без скачков) падение проводимости. При  $T = 1,3$  К коэффициент Холла  $|R|$  возрастает в  $\approx 50$  раз, когда  $H$  увеличивается от  $3 \cdot 10^8$  Э до  $8 \cdot 10^8$  Э.

Беглого взгляда на рис. 3 достаточно, чтобы убедиться в том, что ни в одном случае энергия активации не убывает в магнитном поле, как предсказали Кэр и Марч<sup>21</sup>. Согласно измерениям эффекта Холла  $\Delta\varepsilon$  примерно линейно растет с полем  $H$ ; по данным электропроводности рост  $\Delta\varepsilon(H)$  слабее.

Это качественное расхождение между экспериментально установленной и предложенной авторами<sup>21</sup> зависимостями  $\Delta\epsilon(H)$  позволяет утверждать, что теоретические оценки<sup>21</sup> непригодны для интерпретации результатов обсуждаемых опытов.

Более реалистичное объяснение зависимости  $\Delta\epsilon(H)$  дано в работе Дэркена и Марча<sup>25</sup>. Прежде всего нужно было понять, в чем причина большого различия между значениями энергии активации, найденными в экспериментах с компенсированными образцами n-InSb и величинами  $\epsilon_1$ , рассчитанными Яфетом и др.<sup>24</sup>. В работе<sup>24</sup> рассчитана энергия ионизации  $\epsilon_1$  электрона с донора в зону проводимости, тогда как в опытах<sup>22, 23</sup>, по мнению

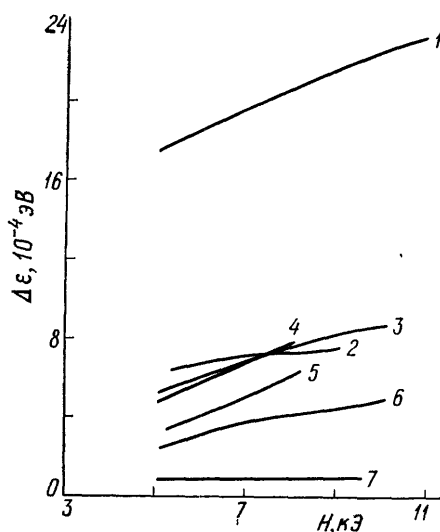


Рис. 3. Энергия активации как функция магнитного поля<sup>22</sup>.

1 — теория Яфета и др.<sup>24</sup>, 2 — расчет Дэркена и Марча<sup>25</sup>, 3—6 — данные по эффекту Холла — Патли<sup>23</sup> с  $N_D$  от  $4,5 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup> и  $N_A$  от  $3,8 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup> (кривая 3) до  $10 \cdot 10^{14}$  и  $9,8 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup> соответственно (кривая 6), 7 — данные по проводимости Сомерфорда<sup>22</sup>

Дэркена и Марча, наблюдаемая энергия активации связана с переходами электронов из основного примесного состояния в первое возбужденное (т. е. энергия активации типа  $\epsilon_2$ ). Рассмотрев для такой ситуации зависимость  $\Delta\epsilon(H)$ , Дэркен и Марч<sup>25</sup> учли экранирование ионов примеси свободными электронами. Учет экранирования приводит к значительному смещению примесных уровней, но величина энергетического зазора между основным и первым возбужденным примесными состояниями слабочувствительна к экранированию, а значит, и к концентрации электронов  $n$ . Авторы<sup>25</sup> рассчитали зависимость этого зазора от магнитного поля и нашли, что она удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными (кривая 2 на рис. 3; рассчитанная энергия активации растет в магнитном поле, как и энергия ионизации  $\epsilon_1$  и энергия активации  $\epsilon_3$  прыжковой проводимости). Таким образом, определенная из эффекта Холла энергия активации  $\Delta\epsilon$ , согласно<sup>25</sup>, определяется зазором между двумя нижними донорными состояниями.

Для образцов, более легированных, чем изучавшиеся в<sup>22, 23</sup> с концентрациями электронов  $n \sim 10^{16}$  см<sup>-3</sup>, эффект экранирования в сильных магнитных полях, согласно<sup>25</sup>, может заметно уменьшить энергию ионизации доноров. Вместе с тем для некомпенсированных образцов InSb с  $n \sim 10^{16}$  см<sup>-3</sup> в магнитных полях до  $\sim 200$  кЭ установлено<sup>26</sup> хорошее согласие зависимости энергии ионизации от поля с теорией Яфета и др.<sup>24</sup>. Следует ожидать, что для компенсированных образцов с концентрациями  $n \leq 10^{14}$  см<sup>-3</sup> в сильных полях  $H \gg 10^4$  Э, в которых примесная зона существенно сужается, найденные из эффекта Холла значения  $\Delta\epsilon$  должны быть близки к предсказаниям Яфета и др.<sup>24</sup>. Такие измерения нам неизвестны.

Причины различия значений  $\Delta\epsilon$ , найденных из проводимости и эффекта Холла<sup>22, 23</sup>, и их зависимостей от магнитного поля, неясны. Кэр и Марч<sup>21</sup>



пытаются объяснить этот факт тем, что в полях, меньших некоторого критического поля ( $H_0 \approx 3-4$  кЭ), проводимость и эффект Холла определяются электронами низшей примесной зоны, диффундирующими по вигнеровской решетке. В полях же выше критического донорные функции сжаты столь сильно, что холловская проводимость может осуществляться лишь путем активации электронов в возбужденную примесную зону (возможно, перекрытую с зоной проводимости). Но в таком случае остается непонятным, почему для проводимости не требуется активации электронов в возбужденные состояния в полях  $H > H_0$ . Можно думать, что дело скорее в недостаточной надежности значений  $\Delta\epsilon$ , найденных из электропроводности, как признает сам Сомерфорд<sup>22</sup>. Анализ измерений а осложняется тем, что при столь малых значениях  $\Delta\epsilon$  изменение вероятности рассеяния в магнитном поле может завуалировать сравнительно слабое возрастание энергии активации  $\Delta\epsilon(H)$ . В случае одного сорта это должно сказаться на магнитосопротивлении, но не на эффекте Холла.

Стоит обратить внимание на слабую анизотропию проводимости, которую наблюдал Сомерфорд<sup>22</sup> при вращении магнитного поля. Отсутствие анизотропии, которую следует ожидать в случае электронной кристаллизации в магнитном поле (см. раздел 3), позволяет заключить, что упорядочение электронной системы не обнаружено. Уместно напомнить, что в области проводимости по примесям  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{zz}$  в достаточно сильных полях мало различаются, так что слабая анизотропия магнитосопротивления может быть связана с примесной проводимостью.

## 6. ОБ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНДЕНСАЦИИ В InSb

Наличие порогового магнитного поля  $H_0$ , ниже которого в измерениях эффекта Холла и проводимости не обнаружена энергия активации, рассматривается авторами<sup>21</sup> как свидетельство электронной конденсации. Поскольку концентрация электронов в образцах InSb работ<sup>22, 23</sup> невелика, влиянием эффекта экранирования (потенциал которого зависит от магнитного поля) можно пренебречь. Кэр и Марч<sup>21</sup> полагают, что в полях  $H < H_0$  проводимость осуществляется электронами нижней примесной зоны. При увеличении поля выше порогового  $H_0$  перекрытие донорных волновых функций уменьшается настолько, что система переходит в непроводящее состояние — происходит вигнеровская кристаллизация электронов. Грубую оценку поля  $H_W$ , соответствующего вигнеровскому упорядочению, можно получить из условия  $l \approx r_0$ . Для  $n = 4,9 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  это условие достигается в поле  $H_W \approx \approx 230$  Э, что значительно меньше порогового поля  $H_0^R \approx 3-4$  кЭ, найденного в измерениях эффекта Холла.

Главное возражение против интерпретации опытов<sup>22, 23</sup> на основе представлений об электронной кристаллизации заключается в том, что речь идет об электронах примесных состояний, которые подвержены существенно влиянию случайного потенциала. Именно на этом пути следует искать причины особенностей эффекта Холла и проводимости, выявленные Патли и Сомерфордом.

Прежде всего необходимо обратить внимание на то обстоятельство, что холловские подвижности электронов  $\mu = |R|/\sigma$  для образцов InSb из<sup>23</sup> при  $T \leq 4,2$  К указывают на сильное рассеяние:  $\hbar/\tau > \epsilon_F$  ( $\tau$  — время релаксации). Это неравенство усиливается с увеличением поля  $H$ . Так, для образца  $n = 4,9 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и степенью компенсации  $K \approx 0,9$  при  $T = 4,2$  К и  $H \approx 5 \cdot 10^2$  Э  $\hbar/\tau\epsilon_F \approx 5$ , а при  $H \approx 8 \cdot 10^8$  Э  $\hbar/\tau\epsilon_F \approx 35$ . Следовательно, проводимость действительно осуществляется по примесным состояниям, причем с ростом поля все более ослабляется «зонный» характер проводимости. Итак, речь идет об электронах в донорной зоне. Усиление неравенства  $\hbar/\tau > \epsilon_F$  в магнитном поле соответствует все большей локализации элек-

тронов в потенциальных ямах рельефа, создаваемого случайным распределением доноров и акцепторов в кристалле.

Для перехода, связанного с неупорядоченностью системы примесей, можно получить лишь сравнительно грубую оценку критерия электронного перехода (который мы назовем переходом Мотта — Андерсона), подобного условию (21). Рассмотрим переход из диэлектрического состояния в металлическое в отсутствие магнитного поля.

Флуктуации распределения примесей образуют случайный потенциальный рельеф, средняя глубина ям которого  $\bar{\gamma}$ . Величина  $\bar{\gamma} < \varepsilon_p$ , где  $\varepsilon_p$  — энергия уровня протекания. Проводимость будет иметь металлический характер, т. е. электроны будут делокализованы, когда  $\varepsilon_F \geq \varepsilon_p$ . Энергия Ферми  $\varepsilon_F$  определяется концентрацией  $n$  делокализованных электронов:  $n = N_D - N_A = N_D (1 - K)$ , где  $K \leq 1$ . Все примеси ионизованы, т. е.  $N_D = D_D^+$ ,  $N_A = N_A^-$ . Критерием перехода Мотта — Андерсона мы будем считать условие

$$\bar{\gamma} \leq \varepsilon \quad (23)$$

Характерный размер флуктуационных ям равен радиусу экранирования  $R_0 = a_B^*/2 (na_B^*)^{1/6}$ . В пределе сильного легирования  $N_1 a_B^{*3} \gg 1$  ( $N_1 = N_D + N_A$ ) в каждой флуктуационной яме содержится достаточно большое число примесей  $\bar{N}_1 = N_1 (4\pi/3) R_0^3 \gg 1$ . В таком случае для  $\bar{\gamma}$  справедлива оценка <sup>27</sup>  $\bar{\gamma} \approx (e^2/\kappa R_0) (4\pi N_1 R_0^3)^{1/2}$ . Это выражение можно преобразовать к виду

$$\bar{\gamma} \approx 5\varepsilon_B^* \frac{(N_1 a_B^{*3})^{1/2}}{(na_B^{*3})^{1/12}} = 5\varepsilon_B^* (N_1 a_B^{*3})^{5/12} \frac{(1+K)^{1/2}}{(1-K)^{1/12}}. \quad (24)$$

Энергия Ферми

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 N_1)^{2/3} \left( \frac{1-K}{1+K} \right)^{2/3} = \varepsilon_B^* (3\pi^2 n a_B^{*3})^{2/3}. \quad (25)$$

Из (23)—(25) находим

$$n^{1/3} a_B^* \geq 0,42 \left( \frac{1+K}{1-K} \right)^{2/3}, \quad \text{или} \quad r_s^{*cr} \leq 1,5 \left( \frac{1-K}{1+K} \right)^{2/3}. \quad (26)$$

В отсутствие компенсации ( $K = 0$  и  $n = N_D = N_1$ ) из (26) получается  $N_1^{1/3} a_B^* \geq 0,42$ , что заметно отличается от критерия Мотта (21). Причина различия связана, по-видимому, с тем, что выражение для  $\bar{\gamma}$  из <sup>27</sup> по смыслу является следствием закона больших чисел и справедливо в пределе сильного неравенства  $N_1 a_B^{*3} \gg 1$  (скажем,  $N_1 a_B^{*3} \geq 10-100$ ). Кроме того, не следует забывать, что вместо условия  $\varepsilon_F \geq \varepsilon_p$  было использовано условие  $\varepsilon_F \geq \bar{\gamma}$ . Тем не менее критерий (26) качественно правильно отражает зависимость концентрации  $n$  (или  $N_1$ ) от степени компенсации  $K$ . Для образцов InSb, исследованных Патли <sup>23</sup>,  $K \approx 0,9$  и согласно (26)  $r_s^{*cr} \leq 0,2$ . Как показал, например, анализ Герхардтса <sup>18</sup> для случая кристаллов  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  с  $n \approx \approx 10^{14} \text{ см}^{-3}$  при таких же по порядку величинах  $r_s^{*cr}$  должен иметь место вигнеровский переход (значения боровского радиуса  $a_B^* = 6,4 \cdot 10^{-6} \text{ см}$  для InSb и  $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ см}$  для  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$ , т. е. различаются всего в 3 раза). Поэтому очевидно, что в подобных условиях электронные переходы, обусловленные вигнеровской кристаллизацией, трудно выявить на фоне эффектов, связанных с локализацией электронов на примесях.

В квантующем магнитном поле  $\hbar\omega_c^* > \varepsilon_F$  энергия Ферми уменьшается ( $\varepsilon_F \sim H^{-2}$ ), и при некотором поле  $H_0$  уровень Ферми в легированном полупроводнике окажется ниже уровня протекания (энер-

гия  $\varepsilon_p$  слабее меняется с полем, чем  $\varepsilon_F$ ). Когда уровень Ферми опустится в ямы потенциального рельефа, электроны локализуются. Пороговое поле  $H_0$  локализации электронов в потенциальных ямах в случае классического экранирования (длина волны электрона  $\lambda$  меньше радиуса экранирования  $R_0$ ) дается выражением<sup>28</sup>

$$H_0 \approx \pi^2 \left( \frac{12}{\pi} \right)^{1/6} \frac{c\hbar}{e} \frac{\sigma_B^{1/2} n^{7/6}}{N_i^{1/3}}. \quad (27)$$

Оценка  $H_0$  по формуле (27) для образцов, исследованных Сомерфордом<sup>22</sup> и Патли<sup>23</sup>, приводит к следующим результатам. Для образца с  $n = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  и  $N_D = 1,8 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  ( $K = 0,8$ )<sup>22</sup>  $H_0 \approx 0,9 \text{ кЭ}$ ; для образца с  $n = 4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  и  $N_D = 3,6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  ( $K = 0,8$ )<sup>22</sup>  $H_0 \approx 1,5 \text{ кЭ}$ . Эти значения  $H_0$  находятся в согласии с величинами пороговых полей  $H_0^{xx}$ , найденными Сомерфордом в измерениях проводимости:  $H_0^{xx} \lesssim 2 \text{ кЭ}$ . Для типичного образца Патли с  $n = 4,9 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  и  $N_D \approx 4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  ( $K \approx 0,9$ ) формула (27) дает  $H_0 \approx 200 \text{ Э}$ , что примерно на порядок меньше экспериментально определенной величины  $H_0^R$ . Возможно, расхождение значений  $H_0$  и  $H_0^R$  связано с довольно грубой оценкой в работе<sup>23</sup>  $N_D$  и  $N_A$ , к которым весьма чувствительно выражение (27).

В полях  $H > H_0$  проводимость будет иметь активационный характер: при достаточно высоких температурах  $k_B T \gg \varepsilon_p - \varepsilon_F = \varepsilon_2$  электроны будут возбуждаться выше уровня протекания и делокализуются. Энергия активации должна, очевидно, увеличиваться по мере роста магнитного поля. Кроме того, в проводимости может быть и безактивационная составляющая, если доноров много и перекрытие донорных волновых функций достаточно велико. Таким образом, вследствие неупорядоченного распределения примесей может возникнуть активационная проводимость при низких температурах, причем энергия активации должна возрастать в магнитном поле.

Какие аргументы выдвигаются в пользу предположения, что в опытах Патли и Сомерфорда были обнаружены проявления электронной кристаллизации? Дэркен и Марч<sup>25</sup> считают, что о вигнеровской кристаллизации в опытах Патли свидетельствует довольно резкое (т. е. при определенных  $H$ ) появление активационного изменения коэффициента Холла. Если внимательно рассмотреть кривые работы Патли, то трудно согласиться с тем, что энергия активации возникает в строго фиксированном магнитном поле. Да этого и ожидать не следовало, как, впрочем, и для других электронных переходов. Локализация электронов магнитным полем в потенциальных ямах согласно критерию  $\varepsilon_F = \varepsilon_p$  тоже должна иметь место при вполне определенном значении  $H$ . Однако на опыте переход из делокализованного состояния в локализованное всегда заметно размыт. Так что по признаку резкости (если бы такая и была) появления энергии активации нельзя дифференцировать вигнеровскую кристаллизацию и локализацию вследствие беспорядка.

Кэр и Марч<sup>21</sup> утверждают, что предположение о локализации электронов, обусловленной хаотическим распределением примесей, не позволяет объяснить экспериментальные данные Сомерфорда<sup>22</sup>, который выявил в измерениях электропроводности энергию активации при температурах вплоть до 0,27 К. Авторы<sup>21</sup> считают, что поскольку согласно Мотту при достаточно низких температурах активационная примесная проводимость должна смениться проводимостью с переменной длиной прыжков  $\sigma \sim (\exp(-T_0/T))^{1/4}$  результаты Сомерфорда не соответствуют выводам теории локализации электронов вследствие беспорядка. Мнение авторов не представляется убедительным, ибо хорошо известно, как нелегко отличить активационную экспоненциальную зависимость от моттовской экспоненты (см. раздел 8.2). Совершенно не очевидно, что данные Сомерфорда при низких температурах не могут быть описаны и экспонентой вида  $\exp(-T_0/T)^{1/4}$  (к сожалению, сам Сомерфорд не предпринял такой попытки). Кроме того, вполне возмож-

но, что температуры в опытах Сомерфорда еще недостаточно низки для перехода к проводимости с переменной длиной прыжка. По нашему мнению, не видно доказательств в пользу, того, что опыты Патли и Сомерфорда свидетельствуют о вигнеровском упорядочении электронной системы.

## 7. МОДЕЛЬ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Эдкинс<sup>29</sup> сделал попытку качественно объяснить влияние хаотически распределенных дефектов на проводимость инверсионного слоя, в котором электронная система благодаря корреляционным эффектам упорядочена. Предложенная в<sup>29</sup> модель справедлива, по мнению ее автора, и для трехмерного случая. Рассуждения Эдкинса сводятся к следующему.

Когда межэлектронная корреляция преобладает, то в отсутствие структуры (и прежде всего беспорядка) положительного фона электроны локализуются один относительно другого, образуя регулярную решетку. Если такой вигнеровский кристалл занимает по каким-либо причинам лишь часть объема твердого тела, то при поступательном перемещении он будет участвовать в переносе заряда. Однако беспорядок в фоне зафиксирует электронную решетку в пространстве и нарушит ее трансляционную симметрию, поскольку положение каждого электрона будет определяться не только корреляцией, но и беспорядком. Электронная система при наличии беспорядка становится подобной поликристаллу: решетка разбивается на небольшие кристаллиты, внутри которых сохраняется регулярность электронной решетки. Положение и ориентация каждого кристаллита зафиксированы в пространстве в результате воздействия фонового беспорядка и соседних кристаллитов. Такое описание электронной системы представляется явно упрощенным. В действительности не будет жестких областей со строгим кристаллическим порядком, разделенных четкими границами. Электронная решетка будет деформирована и напряжена, а корреляция в расположении электронов будет плавно убывать с расстоянием. Такая структура подобна переохлажденной жидкости. Расстояние, на котором пространственная корреляция в жидкости остается значительной, соответствует размеру кристаллита при поликристаллическом описании системы.

При  $T = 0$  К эта электронная жидкость будет заморожена как стекло. При  $T \neq 0$  К энергия теплового движения вызовет перестройку системы и возникнет диффузия электронов, аналогичная диффузии молекул в обычной жидкости. Подвижность электронов в такой модели должна изменяться с температурой активационным образом подобно изменению текучести в теории вязкой жидкости. В отличие от теории классической жидкости, согласно которой энергия требуется для движения одного атома относительно другого, в модели электронной жидкости электроны должны преодолевать потенциальные барьеры, создаваемые беспорядком фона. В потоке жидкости должны участвовать практически все электроны, так как их к этому принуждают кулоновские силы. Одночастичные процессы будут подавлены, поскольку энергия, требуемая для возбуждения электрона из локализованного в жидкости состояния в делокализованное, сравнительно велика — порядка  $e^2/\chi\gamma_0$ . Таким образом, основные черты модели вязкой жидкости Эдкинса вблизи перехода электронной системы из диэлектрического в металлическое состояние заключаются в следующем: практически все электроны участвуют в проводимости, а подвижность их изменяется с температурой активационным образом.

Для оценки величины проводимости делаются следующие предположения: 1) каждый микроскопический активационный акт в силу межэлектронной корреляции сопровождается движением целой группы электронов; 2) беспорядок в расположении примесей, действуя на каждый электрон в отдельности, закрепляет его в определенном месте, но корреляционное взаимодействие способствует фиксации в пространстве и соседних электронов.

Поэтому при тепловом возбуждении электрона из его закрепленного положения будет перемещаться целая группа электронов; 3) структура группы электронов в процессе последовательных прыжков сохраняется (этот пункт представляет собой довольно жесткое требование). Для группы из  $z$  электронов, совершающих термически активированные прыжки через барьер высоты  $W$ , коэффициент диффузии

$$D \approx L^2 \nu \approx L^2 \frac{k_B T}{\hbar} \exp \left( -\frac{W}{k_B T} \right), \quad (28)$$

где  $L$  — длина прыжка,  $\nu$  — частота прыжков. Поскольку большим перемещениям группы электронов препятствует окружающая жидкость, наиболее вероятны прыжки на расстояние  $L$  порядка межэлектронного расстояния  $r_0$ . Поэтому  $L^2$  в (28) можно выразить через концентрацию электронов:  $L^2 \approx \approx n^{-2/3}$ . Используя соотношение Эйнштейна для подвижности  $\mu = (ze/k_B T) D$ , находим оценочное выражение для проводимости  $\sigma = = (n/z) ze\mu = en\mu (n/z$  — число групп электронов в единице объема,  $ze$  — заряд каждой группы):

$$\sigma \approx \frac{ze^2 n^{1/3}}{2\pi\hbar} \exp \left( -\frac{W}{k_B T} \right). \quad (29)$$

Энергия активации  $W$  зависит от характера беспорядка и концентрации электронов  $n$ , уменьшаясь до нуля при переходе всей системы в металлическое состояние. Параметр  $z$  характеризует соотношение между влиянием корреляции и влиянием беспорядка фона. Согласно Эдкинсу следует ожидать, что при увеличении  $n$  параметр  $z$  будет возрастать, а высота барьеров  $W$  будет уменьшаться. Барьеры, очевидно, исчезнут, а электроны станут делокализованными тогда, когда кинетическая энергия электронов (энергия плазменных колебаний) превысит энергию связи в узле.

Описанная модель электронной жидкости является качественной и не может служить основой для количественного анализа проводимости. Это относится и к области низких температур, где доминирует проводимость с переменной длиной прыжков и  $W$  является функцией температуры.

В работе<sup>29</sup> рассмотрена также качественная картина возникновения эффекта Холла. Полагается, что корреляция достаточно сильна, чтобы вынудить двигаться во внешних полях все электроны. Может существовать небольшое число узлов, на которых электроны сильно связаны и корреляционных сил не хватает, чтобы заставить их перемещаться. Такие узлы поток жидкости будет обтекать. Поскольку электроны не туннелируют, а классическим образом перемещаются над барьерами, они подвержены действию классической силы Лоренца. Вместе с тем отнюдь не очевидно, что для электронной жидкости должен иметь место классический эффект Холла, так как фактически все электроны не находятся в постоянном движении. Однако классический эффект Холла должен возникнуть, согласно Эдкинсу, в электронной жидкости потому, что жидкость может передавать давление.

В случае невзаимодействующих заряженных частиц сила Лоренца, действующая только на подвижные частицы, уравнивается силой поля Холла и коэффициент Холла  $R$  определяется концентрацией подвижных частиц. В электронной жидкости сила Лоренца возникает только тогда, когда происходит прыжок группы электронов. Возникающее холловское поле приводит к появлению градиента давления в жидкости, причем каждый электрон, даже неподвижный, участвует в передаче давления. Итак, действие силы Лоренца на группу электронов во время прыжка передается окружающей жидкости и в основном уравнивается постоянным действием холловского поля  $\mathbf{E}_H$  на жидкость как целое. Из сравнения этих двух сил  $[\mathbf{jH}] = = en\mathbf{E}_H$  ( $j$  — плотность тока,  $n$  — полная концентрация электронов) находим коэффициент Холла  $|R| = 1/en$ .

Таким образом, в предельном случае сильной межэлектронной корреляции коэффициент Холла зависит от полной концентрации электронов (а подвижность при этом активационным образом растет при повышении температуры). В другом (известном) предельном случае невзаимодействующих частиц коэффициент Холла отражает активационный рост концентрации электронов при повышении температуры (при этом подвижность считается постоянной или слабо меняющейся с температурой). По мере уменьшения  $z$  все больше электронов закрепляются в узлах, коэффициент Холла возрастает и в конце концов начинает экспоненциально расти с ростом температуры. В промежуточной (между двумя предельными случаями) ситуации коэффициент Холла согласно Эдкинсу может быть аппроксимирован выражением

$$R = \frac{1}{en} z(1-z). \quad (30)$$

## 8. ЛОКАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$

### 8.1. Вигнеровская конденсация?

В последние несколько лет развернулась большая дискуссия о характере перехода металл — диэлектрик, индуцированного магнитным полем, в полупроводнике  $n$  -  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$ . Авторы ряда работ<sup>30–35</sup> утверждают, что в сильном магнитном поле электронный газ  $n$  -  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  конденсируется в вигнеровскую решетку или в состояние ВЗП. В других работах<sup>36–39</sup> говорится об образовании вязкой жидкости. Сообщаются экспериментальные данные, свидетельствующие о том, что переход металл — диэлектрик обусловлен вымораживанием зонных электронов на примесные уровни<sup>40, 41</sup>. Высказываются соображения, что электронный фазовый переход происходит в пределах примесной донорной зоны, отделенной от зоны проводимости<sup>42, 43</sup>. И, наконец, приводятся доказательства локализации электронов в ямах потенциального рельефа, созданного случайным распределением примесей<sup>44–47</sup>. Обсудим основные результаты упомянутых работ.

Нимтц и др.<sup>30</sup> исследовали магнитосопротивление ( $\rho_{xx}$  и  $\rho_{zz}$ ) и эффект Холла на кристаллах  $n$  -  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  с концентрациями электронов  $n = 4,5 \cdot 10^{14}$  и  $6,4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  при температурах 1,5 и 4,2 К в магнитных полях до  $8,5 \cdot 10^4$  Э. Компенсация  $K$  этих образцов, оцененная по подвижности электронов, составляет соответственно  $\approx 0,5$  и  $\approx 0,7$ . Обнаружено, что ниже некоторого магнитного поля  $H = H'$   $\rho_{xx}$  и  $\rho_{zz}$  возрастают почти на два порядка, а в полях  $H > H'$  этот рост заметно ослабляется. При 4,2 К для первого образца  $H' \approx 36$  кЭ, для второго  $\approx 67$  кЭ.

Авторы<sup>30</sup> утверждают, что в области полей  $H < H'$  электронная система упорядочена. Проводимость в этой фазе осуществляется движением через образец вигнеровской решетки в целом от катода, где она образуется, к аноду, где она разрушается. Основанием для вывода об обнаружении электронной кристаллизации, по мнению авторов<sup>30</sup>, служат следующие факты: а) наличие порогового поля  $H'$ , б) увеличение его при возрастании концентрации  $n$ , в) резкий рост  $\rho_{xx}$  и  $\rho_{zz}$  при  $H < H'$ .

Эта аргументация в пользу вигнеровской кристаллизации основана на явном недоразумении. При электронном упорядочении сопротивление действительно должно резко возрастать в магнитном поле и должно существовать пороговое поле, разделяющее фазы электронного газа и электронного кристалла. Это поле действительно должно быть больше для более высоких концентраций электронов. Но вигнеровская конденсация должна возникнуть в магнитных полях, *превышающих* пороговое поле. При этом сопротивление в конденсированной фазе должно не только быть больше, но и расти с полем сильнее, чем в фазе электронного газа.

В работе Нимтца и др.<sup>31</sup> принципиально новых результатов по сравнению с<sup>30</sup> нет. Подчеркивается, что температура, ниже которой на кривых  $\rho_{xx}(H)$  появляется излом, заметно выше критической температуры  $T_c$ , соответствующей согласно расчетам<sup>15, 16, 18</sup> началу электронной кристаллизации. Значения  $H'$ , при которых на кривых  $\rho_{xx}(H)$  есть излом, в 4—6 раз отличаются от рассчитанных в<sup>15</sup> критических полей  $H_W$  для перехода Вигнера. Причины расхождений опытных данных с результатами расчета авторам<sup>31</sup> неясны, но они полагают, что излом кривых  $\rho_{xx}(H)$  связан с электронным упорядочением.

В<sup>31</sup> отмечается, что при низких температурах, при которых на кривых  $\rho_{xx}(H)$  имеется излом, анизотропия магнитосопротивления очень мала:  $\rho_{xx}$  отличается от  $\rho_{zz}$  лишь на  $\sim 10\%$ , что якобы согласуется с теоретическими представлениями об электронной кристаллизации. Но, как мы видели в разделе 3, электронный газ, кристаллизуясь в магнитном поле, становится одномерным, вследствие чего анизотропия магнитосопротивления должна резко возрасти, что и наблюдается у слоистых проводников. Слабая анизотропия магнитосопротивления в области низких температур, как и уменьшение наклона кривых  $\rho_{xx}(H)$  и  $\rho_{zz}(H)$  в полях  $H > H'$ , характерны для проводимости по примесям.

Не соответствует представлению об электронном конденсате — диэлектрике рассуждение о переносе заряда вигнеровской решеткой в целом в результате ее перемещения по кристаллу, если не иметь в виду модель вязкой жидкости (см. раздел 7). Все сказанное позволяет утверждать, что интерпретация авторов<sup>30, 31</sup> некорректна.

Измеряя **временную** зависимость тока  $j$  горячих электронов на образцах  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  с  $n \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , Нимтц и др.<sup>33, 37, 48</sup> определяли время релаксации энергии  $\tau_e$ . Зная  $\tau_e$ , можно с помощью уравнения баланса энергии  $jEt_e = C_e \Delta T_e$  найти теплоемкость электронной системы  $C_e$  при известных из измерений значениях  $j$ , электрического поля  $E$  и увеличения электронной температуры  $\Delta T_e = T_e - T_l$  в электрическом поле. Зависимость  $C_e(T_e)$ , как и зависимость  $\tau_e(T_e)$ , имеет максимум при  $T_e \approx 1,8 \text{ К}$  ( $H = 40 \text{ кЭ}$ ) и  $T_e \approx 2,3 \text{ К}$  ( $H = 60 \text{ кЭ}$ ) (температура решетки  $T_l = 1,5 \text{ К}$ ). Рост  $\tau_e$ , а следовательно, и  $C_e$  при понижении  $T_e$  от 3,5 до 2,5 К автор<sup>33</sup> интерпретирует как превращение электронного газа в электронную жидкость, для которой теплоемкость должна быть больше. Уменьшение  $C_e$  при понижении  $T_e$  ниже 2,3 К обусловлено, по мнению Нимтца, формированием вигнеровского кристалла.

Зависимости  $\tau_e(T_e)$  определялись и для  $n = \text{InSb}$ <sup>48</sup> ( $n = 1,2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ),<sup>49</sup> ( $n = 7,7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ). Кривые  $\tau_e(T_e)$  и  $C_e(T_e)$  аналогичны кривым для  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$ : при некотором значении  $T_e$  они имеют максимум. Однако авторы<sup>49</sup> интерпретируют результаты измерений на основе одноэлектронного подхода, без привлечения межэлектронных корреляций. Убывание  $\tau_e$  при уменьшении  $T_e$  от  $T_{e\text{max}} \approx 6 \text{ К}$  до  $\approx 1,5 \text{ К}$  объясняется изменением вероятностей рассеяния на пьезоэлектрическом и деформационном потенциалах, а убывание  $\tau_e$  при повышении  $T_e$  выше 10 К связывается с возрастанием рассеяния на полярных фононах. Эта интерпретация представляется обоснованной и поэтому, вполне вероятно, справедлива и для  $n = \text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  — аналога  $n = \text{InSb}$ .

Розенбаум и др.<sup>34</sup> изучали стандартные гальваномагнитные явления на кристаллах  $n = \text{Hg}_{0,76}\text{Cd}_{0,24}\text{Te}$  при  $0,01 \leq T \leq 0,7 \text{ К}$  в полях  $H \leq 75 \text{ кЭ}$ . Концентрация электронов  $n = 1,4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , подвижность при 77 К  $\mu = 1,5 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ , компенсация, оцененная по подвижности,  $K \approx 0,4$ . Был обнаружен резкий рост  $\rho_{xx}(H)$ ,  $\rho_{zz}(H)$  и холловского сопротивления  $\rho_{xy}(H)$  в полях  $H \geq H_0^{xx}$ ,  $H_0^{zz}$ , и  $H_0^{xy}$ .

Анализируя измерения эффекта Холла, Розенбаум и др.<sup>34</sup> исключают вымораживание электронов на изолированные доноры как возможную при-

чину роста  $\rho_{xy}(H)$ , ибо в этом случае концентрация электронов должна экспоненциально убывать при понижении температуры ( $n \sim T^{1/2} \times \exp(-\varepsilon_D/k_B T)$ ,  $\varepsilon_D(H)$  — энергия ионизации донора), а наклоны кривых  $\ln \rho_{xy}(H)$  должны быть различны при разных температурах. Это не согласуется с данными<sup>34</sup>, согласно которым кривые  $\rho_{xy}(H)$  при  $H > H_0^{xy}$  практически параллельны. Более поздние измерения Шееджена и др.<sup>30, 40</sup> показывают, что наклон кривых  $\ln \rho_{xy}(H)$  при  $H > H_0^{xy}$  с понижением температуры от 1,3 до 0,5 К увеличивается, как и у  $n$  - InSb. Если считать, как и авторы<sup>34</sup>, что в проводимость вносят вклад носители заряда одного сорта, то увеличение наклона при понижении  $T$  свидетельствует об уменьшении  $n$ , т. е. о вымораживании электронов.

Авторы<sup>34</sup> считают, что и локализация андерсеновского типа, обусловленная беспорядком, не может быть ответственной за рост  $\rho_{xy}(H)$ , поскольку тогда поле  $H_0^{xy}$  не должно было бы зависеть от  $T$ , а измерения показывают, что  $H_0^{xy}$  возрастает от  $\approx 6,5$  кЭ до  $\approx 9$  кЭ при увеличении  $T$  от 0,01 К до 0,7 К. Зависимость  $H_0^{xy}$  от  $T$  авторы<sup>34</sup> связывают с электронной кристаллизацией. Несколько ниже мы коснемся вопроса о возможном влиянии беспорядка на эту зависимость.

Причину роста  $\rho_{xy}(H)$  при  $H > H_0^{xy}$  Розенбаум и др.<sup>34</sup> видят в переходе электронной системы при  $H = H_0^{xy}$  в состояние ВЗП или вигнеровского кристалла. В таких условиях следует ожидать зависимости критической температуры перехода  $T_c$  от критического поля  $H_0^{xy}$ . Однако наблюдаемый рост  $H_0^{xy}$  с  $T$  не согласуется с теоретическими предсказаниями<sup>17, 18</sup>: согласно<sup>18</sup> в сильных магнитных полях должно быть  $T_c \sim H_0^{xy/4}$  (рис. 2). В этой ситуации авторы<sup>34</sup> решили воспользоваться оценкой температуры плавления  $T_M$  вигнеровской решетки, предложенной Клепманом и Эллиотом<sup>15</sup>. Приближенное соотношение между  $T_M$  и энергией связи  $\varepsilon_0$  атомов в кристаллах инертных газов (Ne, Ar, Kr и т. д.)  $k_B T_M \sim \varepsilon_0/8$ <sup>3</sup> было использовано для вычисления  $T_M$  электронного кристалла (в этом случае  $\varepsilon_0$  имеет смысл энергии связи электрона). Такая оценка дала  $dT_M/dH \approx 0,3$  К/кЭ. Экспериментально определенное значение составляет 0,22 К/кЭ. Это согласие, которое является главным аргументом авторов<sup>34</sup> в пользу гипотезы об электронном упорядочении при  $H > H_0^{xy}$ , представляется иллюзорным. Во-первых, в эмпирической формуле для  $T_M$  не учитывается решающее влияние магнитного поля, которое существенно изменяет условия формирования вигнеровского кристалла. Во-вторых, отнюдь не ясно, должна ли вигнеровская решетка при температуре плавления трансформироваться в однородный электронный газ (резкий переход) или в промежуточную фазу ВЗП (более или менее размытый переход).

Авторы<sup>34</sup> полагают, что хаотическое распределение примесей в рассматриваемых условиях несущественно, поскольку радиус волновой функции электрона велик. Оценка, однако, показывает, что для  $n = 1,4 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup> боровский радиус  $a_B^* \approx r_0 \approx n^{-1/3}$ , и, следовательно, при  $K \approx 0,4$   $a_B^*$  не намного превосходит междоимесное расстояние  $\approx N_1^{-1/3}$ . В этом случае само существование вигнеровского кристалла весьма проблематично, и тем более крайне ненадежны любые оценки по формулам для модели «желе».

Теперь вернемся к вопросу о температурной зависимости поля  $H_0^{xy}$ . Вполне приемлемое объяснение предлагают Шееджен и др.<sup>39, 40</sup>. Смещение  $H_0^{xy}$  с температурой они связывают с влиянием эффектов экранирования на индуцированный магнитным полем переход Мотта. Как показали Фентон и Херинг<sup>50</sup> (см. в разделе 5 обсуждение опытов<sup>22, 23</sup>), экранирование уменьшает энергию связи электрона на доноре. При повышении температуры часть связанных электронов делокализуется, вследствие чего усиливается экранирование потенциала примесных ионов. Это в свою очередь должно вызвать дальнейшую генерацию свободных электронов и подавление диэлек-



трического состояния. Поэтому для осуществления перехода металл-диэлектрик потребуются **бóльшие** критические поля  $H_0$ . Температурная зависимость  $H_0$  в таких условиях должна определяться деталями структуры примесной зоны и характером изменения энергии связи при усилении экранирования.

Можно предложить и другое объяснение зависимости  $H_0^{xy}(T)$ , также не связанное с вигнеровской кристаллизацией и базирующееся на модели перекрытых зонных и примесных состояний<sup>51</sup> (об этой модели речь будет ниже при обсуждении работ<sup>36–88</sup>). С ростом температуры все больше электронов делокализуется и их средняя энергия  $\epsilon$  увеличивается. Поэтому требуются большие магнитные поля, чтобы сместить электроны ближе к краю зоны и практически локализовать их. Количественные оценки гибридованных зонных и примесных состояний в этом случае затруднены, но такое рассмотрение дает качественно правильную тенденцию изменения  $H_0$  с  $T$ .

Довольно правдоподобной с первого взгляда представляется интерпретация опытов по изучению горячих электронов в  $n\text{-Hg}_{0.76}\text{Cd}_{0.24}\text{Te}$ , предложенная Филдом и др.<sup>35</sup> В<sup>35</sup> измерялись вольт-амперные характеристики на образцах с  $n = 1,4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  при  $T = 10\text{--}100 \text{ мК}$  в магнитном поле  $H = 64 \text{ кЭ}$ . Было установлено, что в слабых электрических полях  $E \lesssim 1 \text{ мВ/см}$  начинаются отклонения вольт-амперных характеристик от линейности. Нелинейная проводимость невелика: даже при самой низкой температуре  $10 \text{ мК}$  она не превышает 10% от линейной. При повышении температуры до  $300 \text{ мК}$  нелинейность исчезает. В магнитных полях  $20 \text{ кЭ} \gtrsim H \gtrsim H_0^{xy} \approx 8 \text{ кЭ}$  пороговое электрическое поле  $E_d$ , при котором появляется неомичность, уменьшается, а при  $H > 20 \text{ кЭ}$   $E_d$  линейно возрастает с  $H$ . Авторы правильно замечают, что для ионизации электронов, связанных на донорах, требуются поля  $E$ , на несколько порядков превышающие  $E_d$ .

Филд и др.<sup>35</sup> связывают неомическую зависимость  $j(E)$  с коллективным движением (скольжением) доменов вигнеровского кристалла, которые до включения электрического поля были захвачены (pinned) примесями. Этот эффект аналогичен коллективному движению ВЗП в квазиодномерных и слоистых структурах, например в  $\text{NbSe}_3$  (см.<sup>52</sup>) или в графите в фазе, индуцированной магнитным полем  $H \geq 210 \text{ кЭ}$ <sup>63</sup>. В этих материалах нелинейность  $j(E)$  тоже начинается в полях  $E_d \sim \text{мВ/см}$ . Температурная зависимость поля  $E_d$  (убывание  $E_d(T)$ ) согласно измерениям<sup>35</sup>, аналогична зависимости  $E_d(T)$  в материалах типа  $\text{NbSe}_3$ , которая, кстати, до сих пор не нашла однозначного объяснения. Однако, в отличие от слоистых веществ, нелинейная проводимость в  $\text{Hg}_{0.8}\text{Cd}_{0.2}\text{Te}$ , как уже отмечалось, необычайно мала: в электрическом поле  $E \sim \text{мВ/см}$   $\sigma$  возрастает всего на  $\sim 10\%$ , тогда как в кристаллах типа  $\text{NbSe}_3$  она увеличивается в несколько раз.

Естественно, что малые величины пороговых полей  $E_d$  могут навести на мысль о движении доменов ВЗП, как это имеет место в квазиодномерных металлах  $\text{NbSe}_3$  и т. п. Однако в трехмерных структурах флуктуирующий примесный потенциал легко разрушит упорядоченную электронную систему. Можно представить себе иную причину возникновения нелинейной  $j(E)$  характеристики в электрических полях  $\sim \text{мВ/см}$ .

При промежуточной компенсации (напомним, что у исследованных в<sup>35</sup> образцов  $K \approx 0,4$ ) в плотности состояний имеется кулоновская щель. Обычно ширина щели  $\Delta \lesssim 1 \text{ мэВ}$ . А это значит, что в электрических полях  $E \lesssim 1 \text{ мВ/см}$  возможно возбуждение электронов через кулоновскую щель, в результате чего вольт-амперная характеристика станет нелинейной. Очевидно, что при повышении температуры потребуются меньшие электрические поля для ионизации электронов сквозь щель, поскольку возрастает тепловое размытие уровня Ферми. Что же касается отмеченной в<sup>35</sup> зависимости  $E_d(H)$ , то причина ее в рамках предлагаемого объяснения пока неясна, ибо отсут-

стствует теория проводимости в магнитном поле для ситуации, когда уровень Ферми находится в минимуме плотности состояний.

## 8.2. Вязкая жидкость

Обсудим результаты работ, в которых некоторые особенности явлений переноса рассматриваются как свидетельство в пользу модели вязкой жидкости (см. раздел 7). В работах Нимтца и др.<sup>31–33, 36–38</sup> приводятся данные измерений магнитосопротивления, фотопроводимости и вольт-амперных характеристик на образцах  $n$  -  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$ . Параметры образцов примерно такие же, как и в<sup>30</sup>: при 4,2 К  $n \approx 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu = (4,5–5,5) \cdot 10^3 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ .

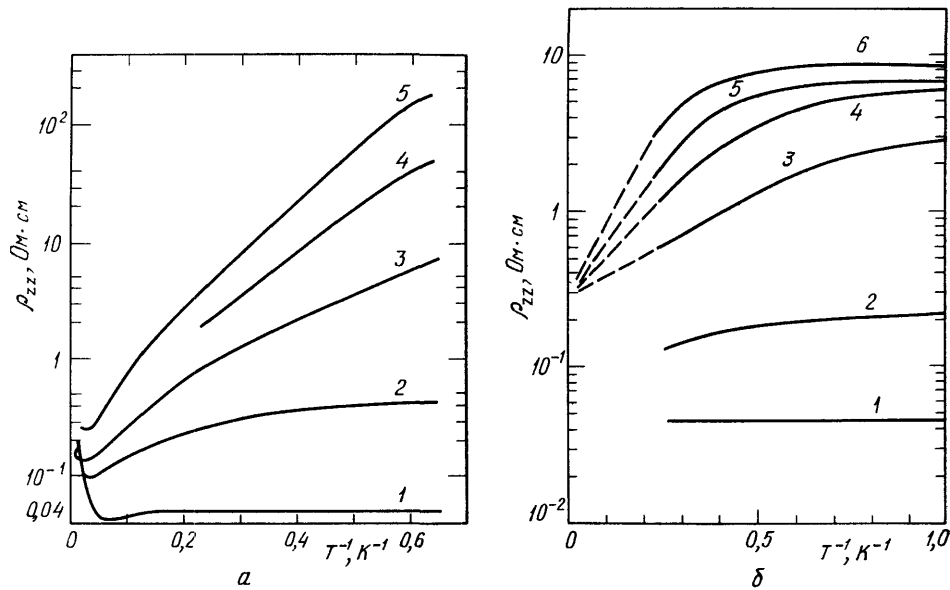


Рис. 4. Температурная зависимость продольного магнитосопротивления для  $n\text{-Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$ <sup>36</sup>.  
 а:  $n = 3,4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu = 4,6 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ; б:  $n = 3,0 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu = 5,5 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ;  $H$  (Э): 0 (1),  $1 \cdot 10^4$  (2),  $3 \cdot 10^4$  (3),  $5 \cdot 10^4$  (4),  $7 \cdot 10^4$  (5) и  $11 \cdot 10^4$  (6)

Для образцов с  $n = 3,0 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu = 5,5 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  и  $n = 3,4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu = 4,6 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  компенсация  $K \approx 0,4$  и  $\approx 0,5$  соответственно. В области температур 1,4–10 К  $\rho_{xx}$  и  $\rho_{zz}$  резко растут в магнитном поле: при  $T = 1,4 \text{ К}$  и  $4 \lesssim H \lesssim 100 \text{ кЭ}$   $\rho_{xx}$  и  $\rho_{zz}$  увеличиваются на 3–4 порядка. В полях  $H \gtrsim 10^4 \text{ Э}$  и в интервале от 1,5–2 до 5–10 К (рис. 4)  $\rho_{zz}$  убывает с ростом  $T$ . Это убывание может быть описано экспонентой  $\rho_{zz} = \rho_0 \times \exp(\Delta\varepsilon/k_B T)$ . На участке более низких температур  $1 \leq T \leq 2 \text{ К}$   $\rho_{zz}$  слабее зависит от  $T$ , и при  $H \gtrsim 5 \cdot 10^4 \text{ Э}$   $\rho_{zz}(T)$  насыщается.

Активационную зависимость сопротивления Нимтц и др.<sup>33, 36–38</sup> объясняют увеличением подвижности электронов при неизменной концентрации их в согласии с моделью вязкой жидкости. Поскольку согласно<sup>30–33</sup> коэффициент Холла сравнительно слабо изменяется в магнитном поле, авторы<sup>37, 38</sup> предприняли измерения фотопроводимости и вольт-амперных характеристик с целью выяснить, чем обусловлена активационная зависимость сопротивления — изменением концентрации или подвижности.

В опытах по фотопроводимости при помощи импульсного лазера с частотой, превышающей ширину запрещенной зоны, генерировались электронно-дырочные пары. Темновая проводимость  $\sigma = en\mu_e$  увеличивалась на

$\Delta\sigma = e(\Delta n\mu_e + \Delta p\mu_h)$ , причем  $\Delta n = \Delta p$ . Поскольку в  $\text{HgCdTe}$   $\mu_e \gg \mu_h$ , относительное изменение проводимости

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \approx \frac{\Delta n}{n}. \quad (31)$$

Измеряя  $\sigma$  и  $\Delta\sigma$  как функции температуры и напряженности электрического поля  $E$ , можно получить информацию об изменении  $n$  в зависимости от  $T$  и  $E$ , если принять, что концентрация фотоносителей  $\Delta n$  постоянна. Измерения зависимостей  $\sigma(T)$  и  $\Delta\sigma(T)$  в продольном поле  $H = 5,5 \cdot 10^4$  Э от 1,4 до 4,2 К показали, что  $\Delta\sigma$  растет с температурой примерно как  $\sigma$ . То же относится к кривым  $\sigma(E)$  и  $\Delta\sigma(E)$  в полях  $E$  до 2 В/см при  $H = 5,5 \cdot 10^4$  Э и 1,4 К. Опираясь на равенство (31), авторы<sup>37, 38</sup> заключают, что температура и электрическое поле практически не влияют на концентрацию электронов, а зависимости  $\sigma(T)$  и  $\sigma(E)$  обусловлены изменениями подвижности электронов  $\mu_e(T)$  и  $\mu_e(E)$ .

Вывод этот основан на предположении, что в течение процесса измерений концентрация фотоносителей  $\Delta n$  не изменяется с температурой (или с полем). Из-за различия подвижностей равновесных тепловых и фотовозбужденных горячих электронов измерения необходимо было проводить за времена  $t \gg \tau_e$  ( $\tau_e$  — время релаксации энергии). Но за такие промежутки времени  $t$  начальная концентрация неосновных носителей  $\Delta n$  должна изменяться вследствие рекомбинации. Авторы<sup>38</sup> утверждают, что им удалось с помощью некоторой подгоночной процедуры определить те значения  $\Delta n$ , которые соответствуют начальному моменту времени  $t = 0$ . Поэтому, по их мнению, более или менее точно  $\Delta n \approx \text{const}$  и, следовательно,  $n \approx \text{const}$ , а подвижность электронов увеличивается при возрастании  $T$  от 1,4 до 4,2 К. Вывод о постоянстве концентрации не представляется убедительным. Во-первых, нет уверенности, что при помощи аппроксимации медленно меняющейся части фотосигнала экспоненциально убывающими во времени функциями можно надежно определить начальное значение  $\Delta n$ . Во-вторых, при наличии компенсирующих примесей, создающих флуктуирующий потенциал, нельзя исключить захват неосновных носителей дефектами за короткие промежутки времени, меньшие длительности измерений  $t$ . В этом случае будет  $\Delta n \neq \text{const}$  и  $n = n(T)$ .

Исходя из того что подвижность активационным образом меняется с температурой, Нимтц и др.<sup>38</sup> попытались экспериментальные результаты для  $\sigma(T)$  и  $\Delta\sigma(T)$  описать экспонентами. Оказалось, однако, что при уменьшении  $T$  ниже  $\approx 2-3$  К наблюдается существенное отклонение от экспоненты (рис. 5) как для  $\sigma(T)$ , так и для  $\Delta\sigma(T)$ . Кривые  $\sigma(T)$  и  $\Delta\sigma(T)$  могут быть описаны зависимостью вида

$$\sigma(T) = \sigma_1 \exp\left(-\frac{\Delta\varepsilon}{k_B T}\right) + \sigma_2(T), \quad (32)$$

где  $\sigma_2$  — довольно слабая функция температуры.

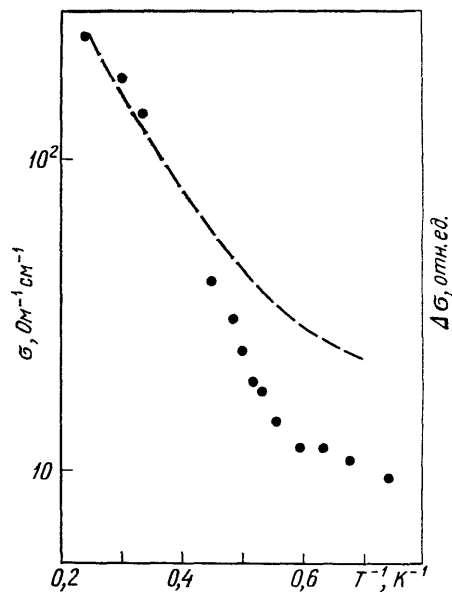


Рис. 5. Зависимость от температуры проводимости  $\sigma$  (штриховые кривые) и фотопроводимости  $\Delta\sigma$  (значки) для  $n\text{-Hg}_{0.8}\text{Cd}_{0.2}\text{Te}$  с  $n = 3,4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu = 5 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  при  $H = 5,5 \cdot 10^4$  Э<sup>38</sup>

Авторы<sup>38</sup> считают, что стремление  $\sigma(T)$  к насыщению (в поле  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{j}$ ) при понижении  $T$ , как и насыщение  $\rho_{zz}(T)$ <sup>38</sup>, связано с шунтирующим действием поверхностного слоя высокой проводимости, не зависящей от температуры. Однако для фотопроводимости такое объяснение непригодно, поскольку величина  $\Delta\sigma$  обусловлена лишь избыточными носителями заряда в образце независимо от пространственной неоднородности проводимости  $\sigma$ . Поэтому было высказано, предположение, что при  $T \lesssim 2$  К и  $H = 5,5 \cdot 10^4$  Э подвижность электронов  $\mu_e$  становится сравнимой с подвижностью дырок  $\mu_h$ , причем как  $\mu_h$ , так и  $\mu_e$  не зависит от  $T$ . Тогда соотношение (31) нарушается, и не следует ожидать активационной зависимости фотопроводимости. Как видим, для объяснения отклонения зависимостей  $\sigma(T)$  и  $\Delta\sigma(T)$  от экспоненциальных делаются разные по своей физической сути предположения.

Итак, Нимтц и др.<sup>36–38</sup> утверждают, что если отвлечься от шунтирующих эффектов, проявляющихся при  $T \lesssim 2–3$  К, зависимость  $\sigma(T)$  можно описать экспонентой, которая обусловлена активационным изменением подвижности электронов. Такая зависимость по мнению авторов<sup>37, 38</sup> соответствует модели Эдкинса о движении потока вязкой жидкости коррелированных электронов через кристалл, содержащий беспорядочно распределенные дефекты.

Можно предложить более реалистичную, на наш взгляд, интерпретацию экспериментальных данных Нимтца и др.<sup>32–33, 36–38</sup>. Критическая концентрация примесей, соответствующая переходу Мотта, для некомпенсированных образцов  $n$  -  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  согласно (21)  $N_M = n_M = 2,7 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  (для образцов с  $K = 0,4$  согласно (26)  $n_M = 6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ). Поэтому при концентрациях доноров  $N_D > 10^{14} \text{ см}^{-3}$  уровень Ферми находится выше уровня протекания в области делокализованных состояний зоны проводимости и электропроводность имеет металлический характер (см. рис. 4, кривые  $I$ ).

Нетрудно убедиться в том, что примесные состояния действительно слиты с зоной проводимости, если оценить ширину примесной зоны  $W$ , скажем, в приближении сильной связи. Для типичного образца из<sup>36–38</sup> с  $n = 3,4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  межэлектронное расстояние  $r_0 \approx 0,9 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ . При наличии компенсации расстояние между донорами  $r_D < r_0 < a_B^*$  ( $= 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ ). Для простой кубической решетки  $W = 6\hbar^2/mr_D^2 > 10 \text{ мэВ}$  (для гранецентрированной кубической решетки  $W > 15 \text{ мэВ}$ ). Эти значения  $W$  намного превосходят энергию ионизации изолированного донора  $\epsilon_D = \hbar^2/2ma_B^{*2} \approx 0,2 \text{ мэВ}$ .

Характерным признаком проводимости по примесям является сильное рассеяние электронов, при котором  $\hbar/\tau > \epsilon_F$  (см. раздел 6). Для типичных образцов из<sup>36–38</sup>  $\epsilon_F = \hbar^2(3\pi^2n)^{2/3}/2m \approx 2,9 \text{ мэВ}$  больше  $\hbar/\tau \approx 0,5 \text{ мэВ}$ , т. е. рассеяние при  $H = 0$  слабое и проводимость осуществляется по зонным состояниям. В магнитном поле картина меняется. В ультраквантовом пределе  $\hbar\omega_c^* \geq \epsilon_F$ , который достигается при  $H \gtrsim 4 \text{ кЭ}$ ,  $\epsilon_F \sim H^{-2}$ . При  $H = 1 \cdot 10^4 \text{ Э}$   $\epsilon_F \approx 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ мэВ}$ , что почти на порядок меньше  $\hbar/\tau$ , если даже не учитывать уменьшения  $\tau$  в магнитном поле. Итак, в полях  $H \gtrsim 10^3 \text{ Э}$  рассеяние становится сильным, что указывает на проводимость, по примесным состояниям. Уровень Ферми опускается из области делокализованных в область локализованных состояний.

Теперь нетрудно понять причину убывания  $\rho_{zz}$  с ростом  $T$  и возникновения активационной проводимости. При возрастании температуры ступенька фермиевской функции распределения размывается, средняя энергия электронов  $\epsilon$  растет, и появляется все больше электронов с энергиями  $\epsilon \gtrsim \hbar/\tau$ , у которых подвижности выше. В результате увеличения числа электронов с большими подвижностями  $\rho_{zz}$  убывает с ростом  $T$ . Подобная ситуация имеет место для  $n\text{-Ge}$ <sup>51</sup> вблизи перехода металл — диэлектрик при  $n \gtrsim n_M$ . Различие заключается в том, что у  $n\text{-Ge}$  с  $n \gtrsim n_M$  уровень Ферми при  $H = 0$  расположен в области локализованных состояний, где  $\hbar/\tau > \epsilon_F$ ,

тогда как у образцов  $n$  -  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  при  $H = 0$   $n \gg n_M$  и уровень Ферми лежит выше уровня протекания,  $\epsilon_F > \hbar/\tau$ . В магнитных полях  $H \gg 10^3$  Э у  $n$  -  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  становится  $\hbar/\tau > \epsilon_F$  и изменение  $\rho_{zz}(T)$  совершенно аналогично изменению  $\rho(T)$  при  $H = 0$  у  $n$  -  $\text{Ge}$ .

Убывание  $\rho_{zz}(T)$ , как и убывание  $\rho(T)$  у  $n$  -  $\text{Ge}$ , не описывается единым экспоненциальным или степенным законом. Определенные участки кривых  $\rho_{zz}(T)$  удается аппроксимировать экспоненциальными зависимостями вида  $\exp(\Delta\epsilon/k_B T)$  или  $\exp(T_0/T)^\alpha$  с  $1/4 \leq \alpha \leq 1/2$ , либо даже степенными функциями. Так, экспериментальные точки из<sup>36</sup> (см. рис. 4) для  $H = 2 \cdot 10^4$  Э укладываются на прямую  $\ln \rho_{zz}(T^{-1/2})$  в интервале 1,5–8 К, а для  $H = 3 \cdot 10^4$  Э — во всем интервале убывания  $\rho_{zz}(T)$  1,5–10 К. Невозможность аппроксимировать  $\rho_{zz}(T)$  единым законом говорит о глубоком сходстве ситуаций в  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  и  $\text{Ge}$ . Об этом свидетельствует и тот факт, что экспериментальная зависимость проводимости  $\sigma_{zz}(T)$  (см. рис. 5) описывается функцией вида (32), характерной для переноса заряда по смешанным зонным и примесным состояниям вблизи перехода металл — диэлектрик<sup>51</sup>.

При увеличении магнитного поля псевдощель в плотности состояний между локализованными ( $\hbar/\tau > \epsilon_F$ ) и делокализованными ( $\hbar/\tau < \epsilon_F$ ) состояниями увеличивается вследствие сжатия волновых функций, а уровень Ферми опускается ниже уровня протекания. В результате теплового возбуждения электронов с уровня Ферми выше уровня протекания проводимость приобретает активационный характер. В достаточно сильных полях примесные состояния отделяются от зонных — образуется щель (переход Мотта). С ростом  $H$  расширяется участок температур, где  $\sigma_{zz} \sim \exp(-\Delta\epsilon/k_B T)$ . Следует заметить, что значения  $\Delta\epsilon(H)$  ( $\approx 0,1$ – $1,5$  мэВ) и  $\sigma_{zz}$  ( $\approx 0,01$ – $1$  Ом<sup>-1</sup>см<sup>-1</sup>) при  $T \lesssim 10$  К характерны для области проводимости по примесям. О том же свидетельствуют близкие значения  $\rho_{xx}$  и  $\rho_{zz}$  в полях  $H$  вплоть до  $\approx 1 \cdot 10^5$  Э. В области температур, соответствующих переходу от проводимости по примесям к зонной проводимости, коэффициент Холла  $|R(T)|$  имеет, как правило, максимум. Такой максимум в поле  $H \approx 5 \cdot 10^2$  Э наблюдался Нимтцем и др.<sup>54</sup> для образца  $n$  -  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  с  $n \approx 2 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup> и  $\mu \approx 3 \cdot 10^4$  см<sup>2</sup>/В·с. К сожалению, для более чистых образцов  $n$  -  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$ <sup>36–38</sup> нет данных об измерениях  $|R(T)|$  в области полей  $H$ , где должен наблюдаться максимум.

Исследования авторов<sup>44, 45</sup> подтверждают правильность приведенной интерпретации работ Нимтца и др. На кривых  $\sigma_{zz}(T)$  для кристаллов  $n$  -  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  с  $K \approx 7$ – $0,8$  в интервале температур 1,7–30 К можно выделить участки экспоненциального роста  $\sigma_{zz}(T)$ . Экспонентой можно описать  $\sigma_{zz}(T)$  на участке  $T = 3$ – $10$  К с  $\Delta\epsilon \approx 1$  мэВ; ниже 3 К зависимость более слабая, а выше 10 К — более крутая. Однако во всем интервале роста  $\sigma_{zz}(T)$  1,7–30 К кривые не удается аппроксимировать каким-либо единым законом, как и кривые  $\sigma_{zz}(T)$  для образцов из<sup>36–38</sup>. Коэффициент Холла  $|R|$  в полях  $H$ , превышающих некоторое пороговое поле  $H_0^R$ , уменьшается, причём при повышении температуры крутизна спада  $|R(H)|$  убывает (см. рис. 8 в разделе 8.3). Анализ показывает, что с ростом  $T$  увеличивается концентрация легких электронов, т. е. электронов, активированных выше уровня протекания. Картина зависимостей  $\sigma_{zz}(T)$  и  $R(T)$  убедительно свидетельствует об изменении концентрации электронов и не соответствует поэтому модели вязкой жидкости.

Заклячая обсуждение работ Нимтца и соавторов, мы не можем согласиться с их безоговорочным утверждением, что «установлена индуцированная магнитным полем вигнеровская конденсация электронов», которые «ведут себя как вязкая жидкость». Зависимости  $\rho_{zz}(T, H, E)$  и  $\rho_{xx}(T, H)$  (см. рис. 4 и 5) могут быть объяснены на основе модели перекрытых зонных и примесных состояний, между которыми в достаточно сильных магнитных полях  $H$  образуется щель, увеличивающаяся с ростом  $H$ .

Обратимся теперь к особенностям зависимостей  $\rho_{xx}(H, T)$  и  $\rho_{xy}(H, T)$ , обсуждаемых Шеедженем и др. в <sup>39</sup>. Они состоят в том, что: 1) ниже некоторой температуры  $T_0$  в полях  $H_0^{xx} \ll H \ll H_0^{xy}$   $\rho_{xx}$  изменяется с температурой сильнее, чем  $\rho_{xy}$ ; 2) в интервале полей  $H_0^{xx} < H < H_0^{xy}$  при  $T < T_0$  кривая  $\rho_{xy}(H)$  имеет небольшой провал (рис. 6). При  $T > T_0$  провал исчезает. Шаеган и др. <sup>39</sup> рассматривают этот сравнительно неглубокий провал как серьезную аномалию, которую они связывают с состоянием вязкой электронной жидкости. Авторы <sup>39</sup> утверждают, что их попытки описать  $\rho_{xx}$  и  $\rho_{xy}$  с помощью двухзонной модели не увенчались успехом. Согласно <sup>39</sup> первую особенность зависимостей  $\rho_{xx}(T)$  и  $\rho_{xy}(T)$  можно объяснить, если предположить, что имеется один тип электронов, концентрация  $n$  которых постоянна,

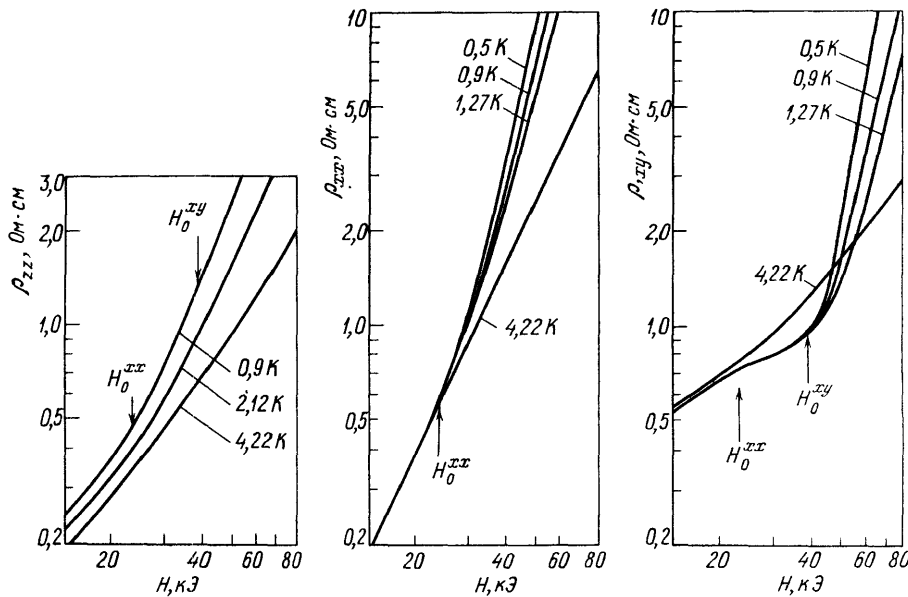


Рис. 6. Зависимость продольного, поперечного и холловского сопротивлений от магнитного поля для образца  $n\text{-Hg}_{0.79}\text{Cd}_{0.21}\text{Te}$  с  $n=1.2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  <sup>39</sup>

а подвижность меняется с температурой в соответствии с моделью вязкой жидкости. Что касается провала  $\rho_{xy}(H)$  при  $T < T_0$ , то он, по мнению авторов <sup>39</sup>, обусловлен увеличением  $n$  при возрастании  $H$ . Предполагается, что с ростом  $H$  либо уменьшается число локализованных на примесях электронов вследствие усиления межэлектронной корреляции (корреляции освобождают электроны из потенциальных ям), либо увеличивается скорость потока коррелированной жидкости вокруг локализованных состояний, «чтобы компенсировать недостаток делокализованных состояний».

Эта интерпретация весьма искусственна и неубедительна. Особенности  $\rho_{xy}(H, T)$  и  $\rho_{xx}(H, T)$ , наблюдавшиеся и авторами <sup>44, 46</sup>, довольно просто объясняются в рамках двухзонной модели, когда в явлениях переноса участвуют легкие (концентрация  $n_1$ ) и тяжелые ( $n_2$ ) электроны. Приближенно можно принять, что первые — это зонные электроны с энергиями  $\varepsilon > \varepsilon_p$ , вторые — электроны с  $\varepsilon < \varepsilon_p$ , перемещающиеся по примесным состояниям. Для произвольных магнитных полей в предположении постоянства времени релаксации

$$\rho_{xy} = \frac{H}{ec} \frac{n_1 \mu_1^2 + n_2 \mu_2^2 + (n_1 + n_2) (\mu_1^2 \mu_2^2 H^2 / c^2)}{(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2 + (n_1 + n_2)^2 (\mu_1^2 \mu_2^2 H^2 / c^2)},$$

$$\rho_{xx} = \frac{n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2 + \mu_1 \mu_2 (\mu_1 n_2 + \mu_2 n_1) (H^2 / c^2)}{(n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2)^2 + (n_1 + n_2)^2 (\mu_1^2 \mu_2^2 H^2 / c^2)}.$$

Анализ показывает, что для типичных значений параметров  $n_1 \approx 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu_1 \approx 10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ,  $n_2 \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu_2 \approx 10^3 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  в интервале полей от  $8 \cdot 10^3$  до  $3 \cdot 10^4$  Э на кривой  $\rho_{xy}(H)$  должен быть перегиб (провал), а при  $H \gtrsim 3 \cdot 10^4$  Э  $\rho_{xy}$  растет монотонно в полном соответствии с данными работ<sup>34, 39, 40, 43-47</sup>. При температурах  $T > 4,2 \text{ К}$   $n_1$  возрастает,  $n_2$  уменьшается и провал исчезает \*).

Из приведенных формул следует также, что при  $H < H_0^{xy}$  зависимость  $\rho_{xx}(T)$  в области низких температур должна быть более сильной, чем  $\rho_{xy}(T)$ . Так, при  $H \approx 10^4$  Э увеличение  $n_1$  с ростом  $T$  от  $1 \cdot 10^{14}$  до  $3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  и соответствующее уменьшение  $n_2$  от  $1 \cdot 10^{15}$  до  $8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  приводит к уменьшению  $\rho_{xy}(T)$  в 1,5 раза, а  $\rho_{xx}(T)$  в 5 раз (полагается, что подвижности  $\mu_1 = 10^5 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ,  $\mu_2 = 10^3 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  пренебрежимо мало меняются с  $T$ ). При более сильных зависимостях  $n_1(T)$  и  $n_2(T)$  различия между  $\rho_{xy}(T)$  и  $\rho_{xx}(T)$  еще значительнее. Предлагаемая нами интерпретация особенностей кривых  $\rho_{xy}(H, T)$  и  $\rho_{xx}(H, T)$  является, разумеется, приближенной, поскольку в рассматриваемых условиях, строго говоря, нельзя разделить электронные состояния на локализованные и делокализованные. Однако и на основе более общей модели смешанных зонных и примесных состояний удастся качественно объяснить особенности кривых  $\rho_{xy}(H, T)$  и  $\rho_{xx}(H, T)$ .

Интерес представляют зависимости полей  $H_0^{zz}$ ,  $H_0^{xy}$  и  $H_0^{xy}$  от  $n$  для образцов  $\text{Hg}_{0,79}\text{Cd}_{0,21}\text{Te}$  из<sup>39</sup> (рис. 7). Наряду с экспериментальными данными на рис. 7 приведены рассчитанные значения критических полей для переходов Мотта  $H_M$  и Вигнера  $H_W$  в для начала ультраквантовой области ( $\hbar\omega_c^* = \varepsilon_F$ )  $H_Q$ . Поле  $H_M$  авторы<sup>39</sup> определяли из равенства, подобного (22),

$$na_{\perp}^2 a_{\parallel} \approx (0,25)^3. \quad (33)$$

Заметим, что по смыслу критерия перехода Мотта в (33) должна фигурировать не концентрация электронов, а концентрация доноров (см. (22)). Поле  $H_W$  оценивалось по формулам работы Клепмана и Эллиота<sup>15</sup>. Следует подчеркнуть, что погрешность оценок  $H_W$  по формулам<sup>15</sup>, которые, кстати, справедливы для  $T = 0 \text{ К}$ , довольно велика — она может достигать порядка и более. С другой стороны, и оценки  $H_M$  не могут претендовать на большую точность из-за некоторой неопределенности числа в правой части (33) и — что важнее — из-за неучета компенсации, которая, как мы видели (см. (26)), меняет значение  $N_M$ .

Вместе с тем экспериментальные точки  $H_0^{xy}$  лежат довольно близко к кривой  $H_M(n)$ , что свидетельствует в пользу перехода Мотта при  $H = H_0^{xy}$ : примесные состояния отделяются от зонных. К такому же заключению склоняются и авторы<sup>39, 40</sup>, которые приводят следующие аргументы. В полях  $H > H_M$  система электронов должна испытать переход Мотта в диэлектри-

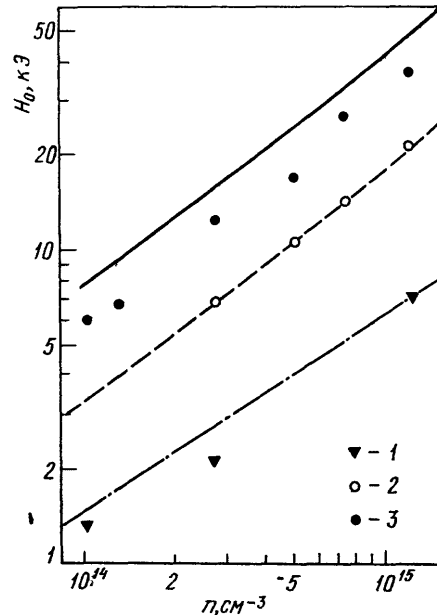


Рис. 7. Зависимость критических полей от концентрации электронов для  $\text{Hg}_{0,79}\text{Cd}_{0,21}\text{Te}$ <sup>39</sup>

1 —  $H_0^{zz}$ , 2 —  $H_0^{xx}$ , 3 —  $H_0^{xy}$ . Сплошная линия соответствует  $H_M$  (переход Мотта), штриховая —  $H_W$  (переход Вигнера), штрих-пунктирная  $H_Q$  — ультраквантовому пределу

\*) Остается неясным, почему авторам<sup>39</sup> не удалось объяснить особенности  $\rho_{xy}$  и  $\rho_{xx}$  с помощью двухзонной модели.

ческое состояние, если энергия основного состояния изолированного примесного центра  $\epsilon_D$  превосходит энергию связи электрона в вигнеровской решетке  $\epsilon_0 \approx (e^2/\kappa r_0)$ . Согласно Фентону и Херингу<sup>30</sup>, для любого разумного числа в правой части (33) всегда  $\epsilon_D > \epsilon_0$ . Тезис о том, что при  $H = H_0^x$  имеет место переход Мотта, авторами<sup>39,40</sup> развивается в<sup>42,43</sup>, о чем речь будет идти в разделе 8.3.

Резюмируя обсуждение экспериментальных данных работ<sup>39, 40</sup>, следует отметить, что не видно доказательств обнаружения состояний вязкой электронной жидкости.

### 8.3. Беспорядок

Обратимся теперь к работам<sup>40–47</sup>, в которых особенности гальваномагнитных явлений в кристаллах  $n\text{-Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$ , подобные обнаруженным в<sup>30, 40</sup> объясняются локализацией электронов на примесях. Авторы<sup>39,40</sup> (см. раздел 8.2) пришли к заключению, что рост  $\rho_{xy}(H)$  в полях  $H > H_0^{xy}$  вероятнее всего обусловлен, как и в  $n\text{-InSb}$ , переходом Мотта. Довольно убедительные доказательства вымораживания электронов на примеси в  $n\text{-Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Te}$  ( $0,18 \leq x \leq 0,35$ ) приведены Раймондом и др.<sup>41</sup> и де Воссом и др.

В<sup>41</sup> изучались образцы с  $n = 1 \cdot 10^{14} - 1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  и компенсацией  $K$  от 0,3 до 0,95 в полях до 200 кЭ. Считая, что в переносе заряда участвуют зонные электроны ( $n_1, \mu_1$ ) и неполностью локализованные электроны примесных состояний ( $n_2, \mu_2$ ), причем  $\mu_1 \gg \mu_2$ , они учли вклад тяжелых электронов ( $n_2, \mu_2$ ) в диагональные компоненты тензора проводимости  $\sigma_{xx}(H)$ ,  $\sigma_{yy}(H)$  и пренебрегли этим вкладом в холловскую компоненту  $\sigma_{xy}(H)$ . Тогда в магнитных полях  $\mu_1 H/c \gg 1$  и  $\mu_2 H/c \ll 1$  концентрация  $n_1$  выражается через измеряемые величины  $R$  и  $\rho_{xx}$  следующим образом:

$$n_1 = \frac{\sigma_{xy} H}{ec} = \frac{1}{ec} \frac{RH^2}{(RH)^2 + \rho_{xx}^2}.$$

В полях  $H \leq 200$  кЭ слагаемым  $\rho_{xx}^2$  пренебречь нельзя, и поэтому для определения  $n_1$  простая формула  $n = 1/ecR$  непригодна.

Измерения показали, что  $n_1$  очень слабо зависит от  $H$  до некоторого значения поля, а затем начинает резко убывать. Так, для образца  $\text{Hg}_{0,75}\text{Cd}_{0,25}\text{Te}$  с  $n_1 = 1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  и  $K \approx 0,5$  при 4,2 К  $n_1$  в полях  $H \gtrsim 70$  кЭ резко убывает (при  $H \approx 180$  кЭ  $n_1 \sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ). Критическая концентрация перехода Мотта для этого образца (21)  $N_M \approx 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , так что при  $H = 0$  все электроны находятся в зоне проводимости. В полях  $H \gtrsim 70$  кЭ примесные состояния отделяются от зонных, и открывшаяся щель растет с увеличением  $H$ . Зависимость  $n_1(1/T)$  для образца  $\text{Hg}_{0,66}\text{Cd}_{0,34}\text{Te}$  с содержанием примесей  $N_1 = 4,5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , несколько меньшим, чем  $N_M \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$  для этого состава, показывает, что энергия активации растет с  $H$  в согласии с теорией Яфета и др.<sup>24</sup> для изолированного донора.

Для образца с  $x = 0,18$  и  $n_1 \approx 8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  ( $K = 0,6$ ) Раймонд и др.<sup>41</sup> получили при  $H \gtrsim 30$  кЭ такую же активационную зависимость  $n_1(1/T)$ , как и для более легированных образцов, но, в отличие от последних,  $n_1$  у этого образца начинает убывать в сравнительно слабых магнитных полях. Последний факт авторы объясняют наличием резонансного уровня, лежащего при  $H = 0$  выше уровня Ферми и связанного не с минимумом зоны проводимости при  $k = 0$ , а с боковым минимумом. При увеличении  $H$  последний уровень Ландау пересекает резонансный уровень и большая часть зонных электронов вымораживаются на него. Аналогичный тезис о наличии высоко в зоне проводимости резонансного уровня, связанного с вакансиями Те, выдвигался и Нимтцем и др.<sup>37</sup>, но с противоположной целью — обосновать отсутствие вымораживания электронов при  $H = 0$  на мелкие донорные уровни, которых, по их мнению, в  $\text{Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Te}$  с  $x > 0,16$  нет. Подтверждение



своего предположения авторы<sup>37</sup> видят в работе Свартца и др.<sup>56</sup>, которые рассчитали положение донорного уровня, образованного вакансиями Те, и пришли к заключению, что он расположен высоко в зоне проводимости. Результаты расчета<sup>56</sup> представляются неубедительными, поскольку он выполнен для нереалистического локализованного потенциала примеси (приближение Слэтера — Костера), причем в вычислениях использован 2l (!) подгочный параметр.

Прямое доказательство наличия мелких донорных уровней в n -  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  и связанных на этих донорах электронов в достаточно сильных магнитных полях получено в исследованиях примесного циклотронного резонанса<sup>42, 43</sup>. Изучались спектры пропускания инфракрасного излучения с  $\hbar\omega \approx 10,5$  мэВ в полях  $H = 3\text{—}10$  кЭ при  $1,4 \leq T \leq 6$  К на образцах с  $n = 3 \cdot 10^{13}$  и  $6 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>. В спектрах пропускания в зависимости от магнитного поля обнаружены два минимума — один обусловлен циклотронным резонансом зонных электронов, другой — циклотронным резонансом примесных электронов. В случае примесного резонанса электрон переходит с основного связанного состояния на возбужденное с тем же спином. Энергетическое расстояние между пиками циклотронного резонанса для примесных и зонных электронов  $\hbar\omega_{\text{с1}} - \hbar\omega_{\text{с2}}$  как функция  $H$  согласуется с точностью до  $\approx 20$  % (как и для  $\text{InSb}$ ) с результатами расчета для модели водородоподобного донора (с учетом непараболичности). Наблюдение примесного циклотронного резонанса в  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  однозначно свидетельствует о том, что в достаточно сильных магнитных полях электроны связаны на мелких донорах в основном состоянии.

Интересным представляется факт обнаружения примесного циклотронного резонанса в полях, меньших поля перехода Мотта  $H_{\text{М}}$ . Шееджен и др.<sup>42, 43</sup> считают, что «даже на металлической стороне перехода металл — диэлектрик делокализованные электроны находятся в состояниях донорной зоны, которые отделены от состояний истинной зоны проводимости». Провал кривой  $\rho_{xy}(H)$  авторы<sup>48</sup> также объясняют металлической проводимостью по примесной зоне (отделенной от зоны проводимости), которая рассматривается как бесконечный металлический донорный кластер, существующий в кристалле наряду с изолированными донорами. Рост  $\rho_{xy}(H)$  при  $H > H_0^{xy}$  обусловлен «макроскопическим» переходом металл — диэлектрик, который согласно<sup>43</sup> вызван разрывом кластера.

Интерпретация безусловно интересных экспериментальных данных в<sup>42, 43</sup> представляется явно непоследовательной. Авторы, несомненно, обоснованно считают, что при  $H \approx H_0^{xy} \approx H_{\text{М}}$  происходит переход металл — диэлектрик, т. е. отделение примесных состояний от зонных. Объяснение же примесного циклотронного резонанса в полях  $H < H_{\text{М}}$  на основе предположения о сосуществовании в кристалле бесконечного донорного кластера и изолированных доноров является весьма искусственным. Эксперимент можно естественно объяснить в рамках модели слитых зонных и примесных состояний. В таких смешанных состояниях, которые с большой вероятностью реализуются в компенсированных образцах (а образцы<sup>42, 43</sup> заведомо компенсированы: по оценкам для образца с  $n = 3 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>  $K \approx 0,7$  а для образца с  $n = 6 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>  $K \approx 0,8$ ), примесные электроны в определенной мере сохраняют свою «индивидуальность»<sup>51</sup>, вследствие чего наряду с циклотронным резонансом на зонных электронах обнаруживается и примесный циклотронный резонанс.

В работах<sup>44—47</sup> исследовались  $\rho_{xx}$ ,  $\rho_{zz}$  и  $\rho_{xy}$  при  $1,4 \leq T \leq 30$  К на образцах с компенсацией  $K = 0,6\text{—}0,9$ . Было установлено, что для образцов с  $n = (2\text{—}5) \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>  $\rho_{xx}(H)$  и  $\rho_{zz}(H)$  в полях  $H > H_0^{xx}$  и  $H > H_0^{zz}$  резко растут, причем при повышении температуры величины и крутизна кривых  $\rho_{xx}(H)$  и  $\rho_{zz}(H)$  быстро уменьшаются. Сопротивления  $\rho_{xx}$  и  $\rho_{zz}$  изменяются с полем и температурой значительно сильнее, чем предсказывает теория для рассеяния электронов на ионах примеси в ультраквантовом пределе<sup>57</sup>, и не описы-

ваются единым степенным законом. Коэффициент Холла  $|R|$  в полях  $H$ , превышающих некоторое поле  $H_0^R \approx 1,5-4$  кЭ, убывает, но намного слабее, чем растет магнитосопротивление:  $\rho_{xx}$  и  $\rho_{zz}$  в полях до 20 кЭ возрастают на 1–2 порядка, а  $|R|$  убывает в тех же полях не более чем в 2–3 раза. На рис. 8 приведены зависимости  $R(H)$  для образца  $n\text{-Hg}_{0,79}\text{Cd}_{0,21}\text{Te}$ . Такой спад кривых  $|R(H)|$  характерен для ситуации, когда в проводимости участвуют электроны со значительно различающимися подвижностями  $\mu_1 \gg \mu_2$ .

Анализ зависимостей  $R(H)$  и  $\rho_{xx}(H)$  в рамках модели двухзонной проводимости позволил установить, что в полях  $H > H_0^R$  концентрация легких

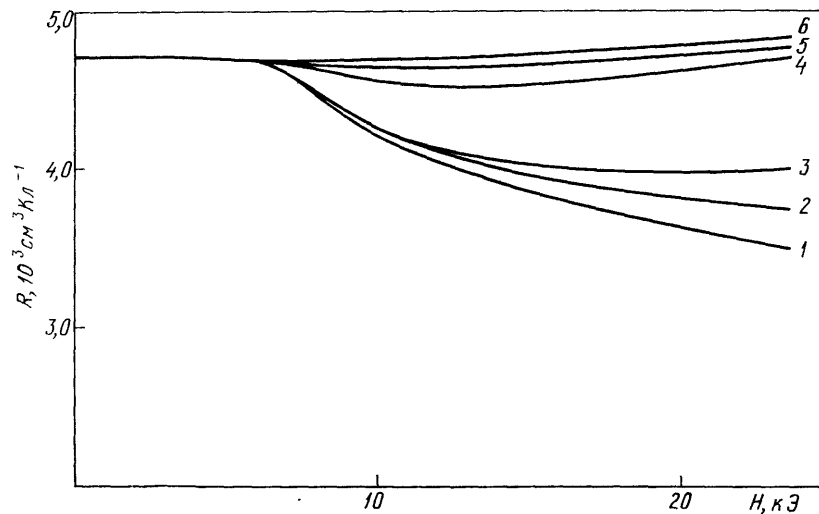


Рис. 8. Зависимость  $R(H)$  для  $n\text{-Hg}_{0,79}\text{Cd}_{0,21}\text{Te}$ <sup>45</sup>  
 $n = 1,1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu = 1,3 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ ,  $K \approx 0,6$ .  $T$  (К) = 1,7 (1), 3,6 (2), 4,2 (3), 12,3 (4), 16,7 (5) и 85 (6)

электронов  $n_1$  убывает, а концентрация тяжелых электронов  $n_2$  растет (сумма  $n_1 + n_2$  остается постоянной). При  $H \gg 10$  кЭ убывание  $n_1(H)$  замедляется. Такое изменение  $n_1(H)$  напоминает вымораживание на доноры. Чтобы выяснить, не связан ли действительно этот эффект с вымораживанием электронов, оценим с помощью (22) критическое поле  $H_M$ , при котором примесные состояния должны отделиться от зоны проводимости. Для исследования в<sup>44, 45</sup> образцов с  $N_D \approx (2-6) \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  значения  $H_M$  составляют 60–130 кЭ, что на один-два порядка превосходит величины  $H_0^R$ , найденные из измерений. Это означает, что эффектом вымораживания электронов на доноры невозможно объяснить установленное уменьшение  $|R(H)|$  и соответственно  $n_1(H)$ .

Объяснить зависимости  $|R(H)|$  и  $n_1(H)$  удастся, если учесть, что изучавшиеся в<sup>44, 45</sup> образцы сильно легированы  $N_D a_B^{*3} \approx 10-30$  и сильно компенсированы. В ультраквантовом пределе уровень Ферми  $\epsilon_F$ , который при  $H = 0$  был расположен выше уровня протекания  $\epsilon_p$ , опускается ниже уровня протекания и электроны локализуются в потенциальных ямах, созданных хаотическим расположением примесей<sup>28</sup>. Проводимость, которая при  $H = 0$  имела металлический характер, становится при  $k_B T \gg \epsilon_p - \epsilon_F$  активационной. Если перекрытие донорных волновых функций велико, то в проводимость вносят вклад малоподвижные электроны, туннелирующие между ямами под барьерами. Такая ситуация реализуется в кристаллах, исследованных в<sup>44, 45</sup>.

Из условия равенства  $\epsilon_F(H) = \epsilon_p(H)$  можно найти пороговое поле  $H_0$ , требуемое для локализации электронов. Сравнение экспериментальных

данных с результатами расчета следует проводить для наименее компенсированных образцов, для которых  $\hbar/\tau < \varepsilon_F$ . Это связано с тем, что степень компенсации  $K$  определяется при помощи формулы Брукса — Херринга для  $\mu$ , которая, разумеется, несправедлива в условиях сильного рассеяния  $\hbar/\tau > \varepsilon_F$ .

Для образцов с  $K \approx 0,7-0,8$  и  $\varepsilon_F > \hbar/\tau$  длина волны электрона  $\lambda$  превосходит радиус экранирования  $R_0$ . Поэтому следует пользоваться формулой для случая квантового экранирования<sup>28</sup>:

$$H_0 \approx \frac{3\pi^2 c \hbar}{e} \frac{a_B^* n^2}{N_i} = \frac{3\pi^2 c \hbar}{e} a_B^* n \frac{1-K}{1+K}. \quad (34)$$

На рис. 9 сопоставлены результаты расчета  $H_0$  по формуле (34) с экспериментально найденными значениями  $H_0^R$  для ряда образцов  $n\text{-Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Te}$  с  $x \approx 0,2$ ,  $K = 0,7-0,8$  и  $n = 10^{14}-10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Из рис. 9 видно, что между

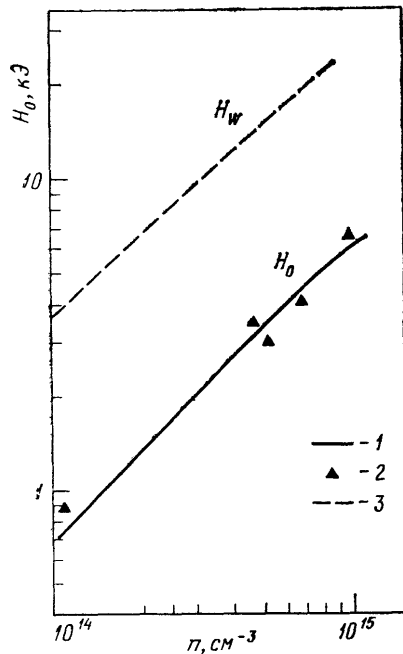


Рис. 9. Зависимость от концентрации электронов критического поля  $H_0$ , рассчитанного согласно (34), и поля  $H_0^R$ , найденного из эффекта Холла.

1 —  $H_0$ , 2 —  $H_0^R$ , 3 —  $H_w$

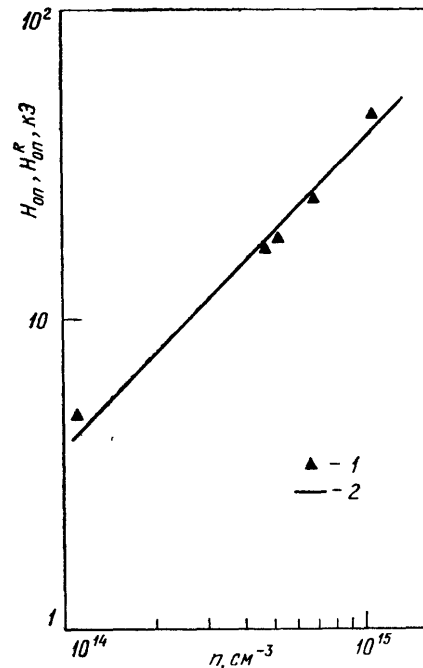


Рис. 10. Зависимость критического поля  $H_{0n}^R(I)$  от концентрации электронов и результат расчета  $H_{0n}$  с помощью формулы (34) (2)

теорией и экспериментом имеется вполне удовлетворительное согласие. Для сравнения на рис. 9 перенесена кривая  $H_w(n)$  из рис. 7, соответствующая переходу Вигнера. Отдавая себе отчет в том, сколь приближенные значения  $H_w$ , вычисленные в разных работах и, в частности, в работе Клепмана и Эллиота<sup>16</sup>, мы все же напомним о результатах расчета Герхардтса<sup>18</sup>, выполненного для параметров  $\text{Hg}_{0,8}\text{Cd}_{0,2}\text{Te}$  (см. рис. 2). Согласно<sup>18</sup>, для образцов с  $n = 10^{14}-10^{15} \text{ см}^{-3}$  вигнеровскую кристаллизацию следует ожидать при температурах  $T < 1 \text{ К}$  в полях  $H_w$  в несколько десятков килоэрстед. Это резко расходится с экспериментальными данными  $H_0^R$ , представленными на рис. 9. Поэтому еще раз подчеркнем, что объяснение особенностей кинетических эффектов в области температур  $T > 1 \text{ К}$  и в магнитных полях

$H \sim 10^3$  Э с помощью представлений о вигнеровской кристаллизации<sup>30–32</sup>,  
не выглядит убедительным.

Поскольку у исследованных в<sup>44, 45</sup> образцов несколько различаются содержание кадмия (а, значит, и боровский радиус) и степень компенсации, мы представили на рис. 10 зависимость от  $n$  приведенной величины порогового поля

$$H_{0п}^R = \frac{1+K}{1-K} \frac{a_B^*(x=0,2)}{a_B^*(x)} H_0^R.$$

Зависимость  $H_{0п}^R(n)$ , как явствует из рис. 10, практически линейна и хорошо, согласуется с результатами расчета величины

$$H_{0п} = \frac{1+K}{1-K} \frac{a_B^*(x=0,2)}{a_B^*(x)} H_0$$

по формуле (34).

Аронзон и др.<sup>46, 47</sup> исследовали  $\rho_{xy}$  и  $\rho_{xx}$  на сильно легированных и компенсированных образцах  $n\text{-Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Te}$  с  $x \leq 0,2$  при  $T = 1,4\text{--}30$  К и в полях  $H$  до 80 кЭ. Изучалось также распространение сверхвысоко-частотных волн. По измеренным фазам и амплитудам СВЧ волн определялись зависимости  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{xy}$  и диэлектрической проницаемости  $\kappa$  от частоты излучения  $\omega$  и  $H$ . Было установлено, что для каждого полупроводникового образца существует пороговое поле  $H_0$ , вблизи которого кинетические коэффициенты и диэлектрическая проницаемость имеют особенности: 1) при  $H = H_0$   $\sigma_{xx} \approx \sigma_{xy}$ ; 2)  $\sigma_{xy}$  и  $\sigma_{xx}$  резко убывают с ростом  $H$ , а в температурной зависимости  $\sigma_{xy}(T)$  при  $H > H_0$  появляются экспоненциальные слагаемые; 3) при  $H \gtrsim H_0$  диэлектрическая проницаемость  $\kappa(\omega)$  испытывает скачок; 4) при  $H \lesssim H_0$ ,  $\sigma_{xy}(\omega) = \sigma_{xy}(0)$ ,  $\sigma_{xx}(\omega) = \sigma_{xx}(0)$ , а при  $H > H_0$  равенства нарушаются. Все эти особенности удается объяснить таким же образом, как и в<sup>44, 45</sup>, а именно, в полях  $H \approx H_0$  происходит переход от металлической проводимости к активационной вследствие локализации электронов в ямах потенциального рельефа, созданного примесями.

Хотелось бы обратить внимание на возникшую путаницу (по существу, терминологическую) в вопросе о том, что считать переходом металл — диэлектрик, индуцированным магнитным полем: появление активационной проводимости в поле  $H = H_0^R$  при смещении уровня Ферми ниже уровня протекания или возникновение щели между примесными и зонными состояниями при  $H = H_0^{xy}$ ? В случае некомпенсированных кристаллов  $H_0^R \approx H_0^{xy}$ , и проблемы нет. В компенсированных кристаллах при  $H_0^{xy} > H \gtrsim H_0^R$  ( $\epsilon_F \lesssim \epsilon_p$ ) проводимость  $\sigma$  становится активационной, хотя имеется и «металлическая» компонента  $\sigma$  по примесям (при достаточно низких температурах это может быть прыжковая проводимость). При  $H \gtrsim H_0^{xy}$  примесные состояния отделяются от зонных щелью  $\Delta\epsilon$ , и при низких температурах,  $k_B T \ll \Delta\epsilon$ , проводимость становится чисто примесной (диффузионной или прыжковой). На наш взгляд (хотя это и не имеет принципиального значения), логичнее считать, что переход металл — диэлектрик происходит в поле  $H_0^R$ , где появляется активационная составляющая проводимости.

Говоря о переходе металл — диэлектрик, необходимо подчеркнуть, что условие  $\sigma_{xx} = \sigma_{xy}$ , использованное в<sup>46, 47</sup> как критерий перехода, является приближенным. Условие это получается из простых соображений. Для зонных электронов ( $\epsilon_F \gg \epsilon_p$ ) в сильных магнитных полях  $\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}$ , для локализованных ( $\epsilon_F \ll \epsilon_p$ ) —  $\sigma_{xy} \ll \sigma_{xx}$ , и следовательно, переход ( $\epsilon_F = \epsilon_p$ ) должен происходить где-то при  $\sigma_{xy} \sim \sigma_{xx}$ . Однако критерию  $\epsilon_F = \epsilon_p$  отнюдь не обязательно должно соответствовать точное равенство  $\sigma_{xy} = \sigma_{xx}$  (в частности, из-за того, что зонные и примесные компоненты  $\sigma_{xy}$  и  $\sigma_{xx}$  различным образом изменяются с  $H$ ). Многочисленные экспериментальные данные подтверждают это.

В заключение упомянем о работах Касуя и др.<sup>58</sup> и Бернса и др.<sup>64</sup>, исследовавших явления переноса в  $\text{SmB}_6$  и  $n\text{-Ge}$  соответственно. В<sup>58</sup> было установлено, что в интервале  $0,015 \leq T \leq 0,100$  К проводимость  $\text{SmB}_6$  постоянна и на 2—3 порядка меньше минимальной металлической проводимости  $\sigma_{\text{min}}$ <sup>19</sup>. Для объяснения сравнительно малых значений  $\sigma$  авторы<sup>58</sup> предложили разновидность модели вигнеровской кристаллизации, близкой к модели вязкой жидкости<sup>29</sup>. Отличие от последней заключается в том, что группы электронов, локализованных случайным потенциалом, туннелируют (а не прыгают через барьер) из одной конфигурации в другую с той же энергией. Поэтому проводимость имеет металлический, а не активационный характер. Не вдаваясь в детальное обсуждение этой модели, заметим лишь, что экспериментальный факт  $\sigma < \sigma_{\text{min}}$ , заставивший авторов<sup>58</sup> привлечь сложную схему туннелирующих групп коррелированных электронов, не требует для его объяснения дополнительных гипотез. Дело в том, что, как сейчас общепризнано (см., например,<sup>59</sup>), не существует минимальной металлической проводимости перехода металл — диэлектрик, во всяком случае в отсутствие магнитного поля. Величина  $\sigma$  может быть намного меньше значений, даваемых выражением для  $\sigma_{\text{min}}$ , которое Мотт предложил в 1972 г.<sup>60</sup>

Бернс и др.<sup>64</sup> измерили  $\rho_{xx}$ ,  $\rho_{zz}$  и  $\rho_{xy}$  на образце  $n\text{-Ge}$  с  $n = 6 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  и  $\mu \approx 350 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$  при  $0,5 \leq T \leq 4,2$  К в полях  $H \leq 1,5 \cdot 10^5$  Э, параллельных оси  $\langle 111 \rangle$ . В этом же направлении прикладывалось одноосное давление  $P$ , достаточное для того, чтобы электроны четырех долин перетекли в одну. У сжатого образца ( $P \neq 0$ ) при  $T = 4,2$  К  $\rho_{zz}$  и  $\rho_{xx}$  слабо изменяются с  $H$ , а при  $T < 1$  К  $\rho_{zz}$  резко возрастает в полях  $H > H_0^{zz} \approx 1,1 \cdot 10^5$  Э: при  $0,55$  К  $\rho_{zz}$  увеличивается в  $\sim 10^4$  раз в интервале полей  $(1,1-1,5) \cdot 10^5$  Э, тогда как  $\rho_{xx}$  увеличивается лишь в  $\sim 10$  раз. В отсутствие деформации рост  $\rho_{zz}$  и  $\rho_{xx}$  начинается в более слабых полях  $H_0^{zz} \approx H_0^{xx} \approx 4-5 \cdot 10^4$  Э. Таким образом, при  $H = 1,5 \cdot 10^5$  Э анизотропия  $\rho_{zz}/\rho_{xx}$  достигает  $\sim 10^3$ . Авторы<sup>64</sup> объясняют большую анизотропию  $\rho(H)$  формированием коллективного электронного состояния — волн спиновой плотности (ВСП). Они исходят из того, что из-за малого  $g$ -фактора электронов  $n\text{-Ge}$  оба спиновых состояния в полях  $\sim 10^5$  Э заселены. Когда состояния вырожденного электронного газа с противоположными спинами заняты, то согласно<sup>65</sup> должны образоваться ВСП, которые создают в электронном спектре щель. Поскольку уровень Ферми лежит в этой щели, диагональные компоненты тензора проводимости  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{zz}$  исчезают при  $T \rightarrow 0$ , а недиагональная компонента  $\sigma_{xy}$  сохраняет свою классическую величину. Обращая тензор  $\sigma_{ij}$ , Бернс и др. заключают, что  $\rho_{zz} \rightarrow \infty$ , а  $\rho_{xx} \rightarrow 0$ , в качественном согласии с наблюдаемой большой анизотропией  $\rho_{zz}/\rho_{xx}$ . Это объяснение анизотропии, на наш взгляд, некорректно. Для образца  $n\text{-Ge}$  из<sup>64</sup>  $\sigma_{xx} > \sigma_{xy}$ , т. е.  $\mu H/c < 1$  вплоть до  $H \approx 2,9 \cdot 10^5$  Э, тогда как согласно<sup>65</sup> должно выполняться обратное условие:  $\sigma_{xx} \ll \sigma_{xy}$ .

Бернс и др.<sup>64</sup> отмечают, что примеси должны разрушить дальний порядок состояний ВСП. При этом могут образоваться домены, размеры которых много больше периода ВСП. Проводимость образца будет определяться прыжками электронов между доменами аналогично тому, как это предполагается в модели вязкой жидкости.

Более правдоподобной представляется интерпретация опытов<sup>64</sup>, учитывающая проводимость по примесям. Известно, что сильный рост сопротивления  $\rho(H)$  при низких температурах обусловлен переходом от зонной к примесной проводимости. Особенно резко — экспоненциально —  $\rho(H)$  растет в области прыжковой проводимости. При этом для эллипсоидальной поверхности Ферми показатель экспоненты зависит от отношения продольной и поперечной масс. Для  $n\text{-Ge}$  это отношение  $\approx 20$ , и поэтому  $\rho_{zz}(H)$  должно значительно резче меняться, чем  $\rho_{xx}(H)$ <sup>27</sup>. Результаты измерений<sup>64</sup> подтверждают это объяснение. При одноосном сжатии вдоль  $\langle 111 \rangle$   $\epsilon_F$  увеличивается ( $\sim$  в 2,5 раза), и требуются **бóльшие поля  $H$  для локализации электро-**

нов и перехода к прыжковой проводимости. Авторы<sup>64</sup> как раз и наблюдали смещение порогового поля  $H_0^{zz}$  в сторону сильных полей. Если бы в полях  $1,1 \cdot 10^5 \leq H \leq 1,5 \cdot 10^5$  Э достигался ультраквантовый предел ( $\mu H/c \gg 1$ ,  $\hbar\omega_c^* \gg \varepsilon_F$ ), поле  $H_0^{zz}$  увеличилось бы при одноосном сжатии в  $\approx 2,5^2 \approx 6$  раз, поскольку  $\varepsilon_F \sim H^{-2}$ . Для образцов из<sup>64</sup>  $\mu H/c < 1$  и  $\varepsilon_F$  убывает, медленнее (примерно как  $H^{-1}$ ), чем в ультраквантовом пределе.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В последних разделах обзора изложено основное содержание экспериментальных работ, в которых особенности зависимостей кинетических коэффициентов n-InSb и n-Hg<sub>0,8</sub>Cd<sub>0,2</sub>Te от температуры, магнитного и электрического полей объясняются упорядочением электронной системы в магнитных полях, превышающих некоторое пороговое поле  $H_0$ . Приведены также результаты работ, авторы которых связывают соответствующие особенности с локализацией электронов в потенциальных ямах рельефа, созданного хаотическим распределением примесей.

Активационный характер изменения коэффициента Холла и проводимости n-InSb в полях  $H > H_0$  послужил главным основанием для утверждения<sup>21</sup>, что в поле  $H = H_0$  система электронов примесной зоны переходит в диэлектрическое состояние, т.е. происходит вигнеровская кристаллизация. При этом совершенно игнорируется определяющая роль случайного потенциала примесей.

Довольно многочисленные измерения эффекта Холла, магнитосопротивления, фотопроводимости и вольт-амперных характеристик на кристаллах n-Hg<sub>0,8</sub>Cd<sub>0,2</sub>Te интерпретируются авторами<sup>30–39</sup> как доказательство образования вигнеровской решетки, или ВЗП, или вязкой жидкости. Приведенный в разделе 8 анализ показывает, что эти выводы не имеют надежного обоснования. Создается впечатление, что желаемое часто выдается за действительное.

Выводы работ<sup>40–47</sup>, в которых доказывалось, что особенности кинетических коэффициентов обусловлены локализацией электронов на примесях, вызванной магнитным полем, представляются вполне убедительными. Здесь следует, в частности, обратить внимание на работы авторов<sup>42,43</sup>, наблюдавших в n-Hg<sub>0,8</sub>Cd<sub>0,2</sub>Te примесный циклотронный резонанс. Это может служить однозначным свидетельством того, что в достаточно сильных магнитных полях электроны связаны на мелких донорах.

Резюмируя изложенное, можно утверждать, что ни один из опубликованных экспериментальных фактов (см.<sup>30–47, 58</sup>) не может служить сколь-нибудь убедительным доказательством обнаружения перехода электронной системы объемных полупроводников в состояние вигнеровского кристалла (или же ВЗП, или вязкой жидкости).

Возвращаясь к вопросу, поставленному в разделе 4, — в каких условиях можно ожидать проявления на опыте кристаллизации трехмерного электронного газа, следует признать, что мы не знаем пока ответа. В некомпенсированных полупроводниках кристаллизацию практически невозможно обнаружить, поскольку электроны локализируются на донорах (переход Мотта) при концентрациях, превышающих на несколько порядков критическую концентрацию вигнеровской кристаллизации. В компенсированных полупроводниках, для которых можно ожидать реализации условий теоретической модели «желе», случайный примесный потенциал препятствует (это подтверждают все известные экспериментальные данные) образованию электронной решетки.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. а) Care C. M., March N. H.//*Adv. Phys.* 1975. V. 24. P. 101.  
б) Спицын В. И. и др. Электронная динамика и зарядово-упорядоченные кристаллы. — Черногловка: ОИХФ АН СССР, 1985. — С. 246.
2. Wigner E. P.//*Phys. Rev.* 1934. V. 46. P. 1002; *Trans. Farad. Soc.* 1938. V. 34. P. 678.
3. Пайнс Д. Элементарные возбуждения в твердых телах. — М.: Мир, 1965. — С. 382.
4. Nozières P., Pines D.//*Phys. Rev.* 1958. V. 111. P. 442.
5. Coldwell-Horsfall R. A., Maradudin A. A.//*J. Math. Phys.* 1960. V. 1. P. 395.
6. Kugler A. A.//*Ann. of Phys.* 1969. V. 53. P. 133.
7. De Wette F. W.//*Phys. Rev. Ser. A.* 1964. V. 135. P. 287.
8. Van Horn H. M.//*Ibidem.* 1967. V. 157. P. 342.
9. Carr W. J.//*Ibidem.* 1961. V. 122. P. 1437.
10. Carr W. J., Coldwell-Horsfall R. A., Fein A. E.//*Ibidem.* 1961. V. 124. P. 747.
11. Методы Монте-Карло в статистической физике/Под ред. К. Биндера. — М.: Мир 1982. — Гл. 4. С. 400.
12. Serebely D., Alder B.//*Phys. Rev. Lett.* 1980. V. 45. P. 566.
13. Overhauser A. W.//*Phys. Rev.* 1968. V. 167. P. 691; *Adv. Phys.* 1978. V. 27. P. 343.
14. Kaplan J. I., Classer M. L.//*Phys. Rev. Lett.* 1972. V. 28. P. 1077.
15. Kleppmann W. G., Elliott R. J.//*J. Phys. Ser. C.* 1975. V. 8. P. 2729.
16. Kuramoto Y.//*J. Phys. Soc. Japan.* 1978. V. 44. P. 1572.
17. Fukuyama H.//*Sol. St. Commun.* 1978. V. 26. P. 783.
18. Gerhardt R. R.//*Ibidem.* 1980. V. 36. 397.
19. Мотт Н. Ф. Переходы металл — изолятор. — М.: Наука, 1979. — С. 342.
20. Kohn W.//*Phys. Rev. Lett.* 1967. V. 19. P. 789.
21. Care C. M., March N. H.//*J. Phys. Ser. C.* 1971. V. 4. P. L372.
22. Somerford D. J.//*Ibidem.* P. 1570.
23. Putley E. H.//*Semiconductors and Semimetals/Eds R. Willardson, A. Beer.* — New York: Academic Press, 1966. — V. 1. P. 289.
24. Yafet Y., Keyes R. W., Adams E. N.//*J. Phys. and Chem. Sol.* 1956. V. 1. P. 137.
25. Durkan J., March N. H.//*J. Phys. Ser. C.* 1968. V. 1. P. 1118.
26. Neuringer L. J.//*Phys. Rev. Lett.* 1967. V. 18. P. 773.
27. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. — М.: Наука, 1979.
28. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л.//*ЖЭТФ.* 1973. Т. 64. С. 2222.
29. Adkins C. J.//*J. Phys. Ser. C.* 1978. V. 11. P. 851.
30. Nimtz G., Schlicht B., Tyssen E., Dornhaus R., Haas L.//*Sol. State Commun.* 1979. V. 32. P. 669.
31. Nimtz G., Schlicht B.//*Festkörperprobleme.* 1980. Bd. 20. S. 369.
32. Schlicht B., Nimtz G.//*Lecture Notes in Physics.* — Berlin; Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1982. — V. 152. P. 383.
33. Nimtz G.//*18th Intern. Conference on Physics of Semiconductors.* — Stockholm, 1986. — Thll-1.
34. Rosenbaum T., Field S., Nelson D., Littlewood P.//*Phys. Rev. Lett.* 1985. V. 54. P. 241.
35. Field S. B., Reich D. H., Shivaram B. S., Rosenbaum T. F., Nelson D. A., Littlewood P. B.//*Phys. Rev. Ser. B.* 1986. V. 33. P. 5082.
36. Stadler J., Nimtz G., Schlicht B., Remenyi G.//*Sol. State Commun.* 1984. V. 52. P. 67; 1986. V. 57. P. 459.
37. Gebhardt J., Nimtz G., Schlicht B., Stadler J.//*Phys. Rev. Ser. B.* 1985. V. 32. P. 5449.
38. Gebhardt J., Nimtz G.//*Sol. State Commun.* 1985. V. 56. P. 131.
39. Shayegan M., Drew H., Nelson D., Tedrow P.//*Phys. Rev. Ser. B.* 1985. V. 31. P. 6123.
40. Shayegan M., Goldman V., Drew H., Nelson D., Tedrow P.//*Ibidem* V. 32. P. 6952.
41. Raymond A., Robert J. L., Aulombard R. L., Bosquet C., Vallasiades D., Royer M.//<sup>32</sup> — P. 387; *Phil. Mag. Ser. B.* 1980. V. 42. P. 1003.
42. Goldman V. J., Drew H. D., Shayegan M., Nelson D. A.//*Phys. Rev. Lett.* 1986. V. 56. P. 968.
43. Shayegan M., Goldman V. J., Drew H. D.//<sup>33</sup> — Thll-2.
44. Арапов Ю. Г., Давыдов А. Б., Зверева М. Л., Стафеев В. И., Цидильковский И. М.//*ФТП.* 1983. Т. 17. С. 1392.
45. Цидильковский И. М., Арапов Ю. Г., Давыдов А. Б., Зверева М. Л.//*Письма ЖЭТФ.* 1986. Т. 44. С. 80.

46. Аронзон Б. А., Копылов А. В., Мейлихов Е. З., Горбатько И. Н., Паренко И. М., Тальянский Э. Б. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 126.
47. Aronzon B. A., Kopylov A. V., Meilikhov E. Z. // Sol. State Commun. 1985. V. 53. P. 641.
48. Nimtz G., Stadler J. P. // Phys. Rev. Ser. B. 1985. V. 31. P. 5447.
49. Long A. P., Pepper M. // Physica Ser. B. 1983. V. 117—118. P. 75.
50. Fenton F., Haering R. // Phys. Rev. 1967. V. 159. P. 593.
51. Цидильковский И. М., Матвеев Г. А., Лончаков А. Т. // ФТП. 1986. Т. 20. С. 515.
52. Ong N. P. // Can. J. Phys. 1982. V. 60. P. 757.
53. Iye Y., Dresselhaus G. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 1182.
54. Dornhaus R., Nimtz G., Schlabititz W., Zaplinski P. // Sol. State Commun. 1974. V. 15. P. 495.
55. De Vos G., Herlach F. // <sup>32</sup> — P. 378.
56. Swartz C. A., Daw M. S., McGill T. C. // J. Vac. Sci. and Technol. 1982. V. 21. P. 198.
57. Kossut J., Haidu H. // Sol. State Commun. 1978. V. 27. P. 1401.
58. Kasuya T., Takegahara K., Fujita T., Tanaka T., Bannai E. // J. de Phys. 1979. V. 40. P. 308.
59. Mott N. F., Caveh M. // Adv. Phys. 1985. V. 34. P. 329.
60. Mott N. F. // Phil. Mag. 1972. V. 26. P. 1015.
61. Wilson J. A., Di Salvo F. J., Mahajan S. // Adv. Phys. 1975. V. 24. P. 117.
62. Булаевский Л. М. // УФН. 1975. Т. 116. С. 449.
63. Булаевский Л. М. // Ibidem. Т. 115. С. 263; 1976. Т. 120. С. 259.
64. Burns M. J., Halperin B. I., Hopkins P. F., Thomas G. A., Westervelt R. M., Haller E. E. // <sup>33</sup> — Tu 4-5.
65. Celli V., Mermin N. D. // Phys. Rev. Ser. A. 1965. V. 140. P. 839.