

ИЗ ТЕКУЩЕЙ ЛИТЕРАТУРЫ

539.12.01

**ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ И ФРАКТАЛЬНОСТЬ
В ПРОЦЕССАХ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ***И. М. Дремин*

Наиболее типичным результатом соударения двух частиц высокой энергии является рождение новых частиц — в основном адронов. **Пространственно-временная** картина протекания таких процессов всегда привлекала к себе внимание. Среди ранних работ следует указать на статьи Гейзенберга ¹ и Ватагина ², но, пожалуй, наиболее активные обсуждения этой проблемы начались после работ Ферми ³, Померанчука ⁴ и Ландау ⁵ по статистическому и гидродинамическому описанию эволюции таких систем. Впоследствии **пространственно-временное** развитие процесса множественного рождения изучалось в рамках мультипериферической модели *) (сначала при однопионном обмене ⁶, потом в партонной картине ⁷), а также для кварк-глюонной плазмы (см., например, ⁸ и цитированную там литературу). Несомненный интерес **представляет пространственно-временная** эволюция партонного каскада в электрон-позитронной аннигиляции и в глубоко неупругом рождении адронов (см., например, ^{9,10}).

Следует сразу же подчеркнуть, что у этой проблемы имеются два различных, хотя и тесно связанных между собой аспекта. Один из них — **пространственно-временная** структура образующегося в процессе соударения сгустка адронного вещества (топологическая, фрактальная и т. п.) и его эволюция. Второй аспект — характер движения и взаимодействия (друг с другом и с вакуумом) партонов в «кипящей операторной жидкости (?)».

Вопрос о структуре сгустка адронной материи обсуждается в моделях, использующих классическое и квазиклассическое описание процесса и представления об этом сгустке как о некотором объеме, содержащем сжатую и расширяющуюся адронную материю (см. ^{1-5,8}). В то же время квантовополевые подходы ^{6,7,9,10} обычно оперируют с картиной развития и эволюции партонного каскада.

Специфика физики частиц состоит в том, что реальные объемы, в которых протекает взаимодействие, весьма малы $\sim 1 \text{ фм}^3$ и определяются характерным размером адронов, а времена взаимодействия $\sim 10^{-24} \text{ с}$ настолько краткие, что «наблюдение» за всем процессом возможно лишь по окончательным продуктам реакции. Менять своеобразные «щупы» адронной среды, т. е. **пространственно-временное разрешение** в конкретном процессе, можно, лишь изменяя энергии сталкивающихся частиц или выделяя особые классы событий со специфическими характеристиками вторичных частиц.

Вообще говоря, как свойства адронной материи, так и характеристики развития партонного каскада могут оказаться весьма нерегулярными. Мы

*) Поскольку эта статья может заинтересовать и специалистов по макрофизике, не знакомых с терминологией физики частиц, в конце статьи помещен словарь используемых терминов и обозначений.

опишем здесь два предложения, выдвинутых в последнее время, о том, как можно на основе экспериментальных данных определить перемежаемость образующегося сгустка адронной материи¹¹ и найти фрактальную размерность внутренних блужданий партонов¹².

С физической точки зрения перемежаемость означает появление структур (вообще говоря, разного масштаба) в среде, например вихрей или деформаций, неоднородностей плотности в жидкости (которая вначале могла быть совершенно бесструктурной на масштабах, много больших минимального, например межатомного). С математической точки зрения такое поведение характеризуется наличием редких, но сильных пиков в поведении случайной величины. Отличить такое поведение от более регулярного можно, прежде всего исследуя высшие моменты соответствующих распределений. В перемежаемой среде они будут заметно увеличены. Свойства перемежаемых сред описаны, например, в работах^{13,14} и в недавнем обзоре¹⁵.

В физике частиц изучение свойства перемежаемости могло бы дать сведения о характере флуктуаций при пространственно-временном развитии сгустка адронной материи в процессах множественного рождения и о его внутренней структуре. Именно с этой целью в работе¹¹ предлагается исследовать зависимость факториальных моментов (см. ниже (2)) распределений по быстроте y от быстротного масштаба — ширины изучаемого интервала быстрот δy . При чисто статистических флуктуациях *) не должно наблюдаться никакой зависимости на малых интервалах, тогда как наличие перемежаемости приводит к степенному поведению моментов как функций от величины интервала быстротного разрешения δy , причем область перехода от одного режима к другому указывает на размер (по быстроте) структурных элементов в среде (см. ниже, рис. 1).

Заметим, что редкие события неупругих взаимодействий с сильными пиками в распределениях вторичных частиц по быстроте уже наблюдались в экспериментах с адронами и ядрами при высоких энергиях^{16–23}. Такие события могли бы дать сведения о когерентном испускании адронов средой^{24–26}, о фазовом переходе кварк-глюонной плазмы в адроны^{27,28}, о процессе образования министруй^{29,30}. Вместе с тем следует сразу же подчеркнуть, что перемежаемость быстротных распределений определяет лишь размер структур (кластеров) по шкале быстрот, а не пространственно-временные структуры.

Процедура вычисления факториальных моментов по экспериментальным данным о процессах множественного рождения, предлагаемая в работе¹¹, очень проста. Пусть полный интервал быстрот Δy , доступный при заданной энергии, разбит на M отрезков длиной δy , т. е. $\Delta y = M \delta y$. Отберем события с множественностью n . Для каждого из них вычислим величины

$$M^{i-1} \sum_{m=1}^M \frac{k_m! (n-i)!}{(k_m-i)! n!} \quad (1)$$

(где k_m — число частиц на m -м отрезке) при разных целочисленных значениях $i > 1$ **).

Усредняя по всем рассматриваемым событиям, получим i -й факториальный момент распределения:

$$F_i = M^{i-1} \left\langle \sum_{m=1}^M \frac{k_m! (n-i)!}{(k_m-i)! n!} \right\rangle. \quad (2)$$

*) Термин «статистические флуктуации» используется для флуктуаций распределений, обусловленных конечностью статистики (числа событий) в конкретном эксперименте.

**) Отрезки с $k_m < i$ не дают вклада в эту сумму, так как $k_m! / (k_m - i)! = k_m (k_m - 1) \dots (k_m - i + 1)$ обращается в нуль.

Замечательным свойством факториальных моментов F_i является то, что они совпадают с обычными моментами C_i быстротного распределения, получаемого модельным образом при сколь угодно высокой множественности. Поясним сказанное подробнее. Вероятность обнаружить k_m частиц на m -м отрезке p_m имеет реальный смысл только при усреднении по бесконечному числу реализаций. Лишь в этом случае можно записать распределение по этим вероятностям $P(p_1, \dots, p_M)$ и определить его моменты как

$$C_i = M^{i-1} \sum_{m=1}^M \int \prod_j dp_j P(p_1, \dots, p_M) p_m^i. \quad (3)$$

Оказывается, что величины F_i , вычисленные по формуле (2) при конечных множественностях n , совпадают с моментами C_i (см. ¹¹), т. е. использование факториальных моментов позволяет существенно снизить роль статистических ошибок, связанных с конечным размером выборки. Мы продемонстрируем впоследствии (см. ниже рис. 2) это утверждение в рамках конкретной модели. А сейчас обратимся к свойствам моментов.

Во-первых, ясно, что чем выше номер момента i , тем больше подчеркнут самый сильный пик в распределении.

Во-вторых, нетрудно показать в общем случае (см. ¹¹), что при достаточно мелком разбиении быстротного интервала ($\delta y \rightarrow 0$) моменты C_i не зависят от δy в случае регулярных распределений.

В-третьих, моменты C_i , вычисленные для регулярных распределений по быстроте, начинают зависеть от δy , только когда значение δy приближается к величине характерного интервала, на котором происходит заметное изменение распределения. При дальнейшем увеличении δy значения моментов C_i становятся неустойчивыми, нерегулярными. Это видно на рис. 1, где зависимость момента пятого порядка C_5 от δy приведена для модели регулярного быстротного распределения, состоящего из плато, над которым выделяется гауссовский кластер:

$$h(y) = 1 + 5 \exp\left(-\frac{y^2}{d^2}\right). \quad (4)$$

При разных значениях ширины кластера $d = 0,2; 0,4$ и $1,0$ показано (рис. 1), что момент не зависит от δy при малых $\delta y \ll d$, при $\delta y \geq d$ начинает падать, а затем ведет себя весьма нерегулярным образом. Интересно отметить, что то же поведение моментов сохранится, если в индивидуальных событиях имеет место такое же распределение (4), но центр кластера случайным образом разбросан по всему интервалу быстрот. Хотя в этом случае инклюзивное распределение состоит из ровного плато и не выявляет никакой структурности, метод моментов позволяет вскрыть кластерную структуру отдельных событий.

В-четвертых, при наличии перемежаемости моменты C_i зависят от δy степенным образом ¹¹. Показатель степени определяется тем, каким образом распределяются частицы при последовательных выборках со все более мелким интервалом быстрот, т. е. каков масштаб структурных элементов рассматриваемой среды. Для характеристики последовательно уменьшающихся

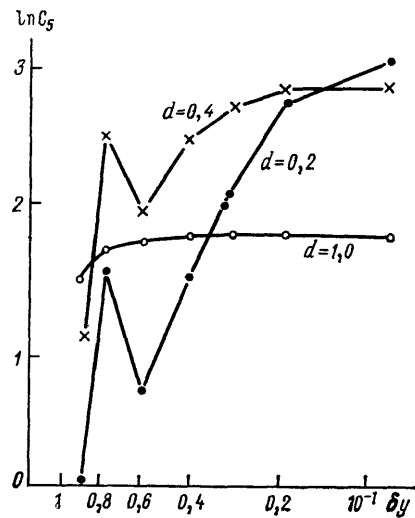


Рис. 1. Зависимость момента пятого порядка для гладкого распределения (4) от величины интервала разрешения по быстроте δy .

Заметно изменение поведения при $\delta y \propto d$

масштабов естественно задать и способ последовательного разбиения полного интервала быстрот Δy на нее более мелкие отрезки. Для этого разделим вначале его на некоторое число λ кусков, затем каждый из них опять разделим на λ отрезков и так будем делать ν раз, чтобы окончательно получить M отрезков длиной δy . Тогда

$$\lambda^\nu = M = \frac{\Delta y}{\delta y}. \quad (5)$$

Использованное выше задание каждого конкретного отрезка из их полного числа M на шкале быстрот некоторым числом m ($m = 1, 2, \dots, M$) можно при этом заменить эквивалентным ему набором ν индексов α_j ($\alpha_1, \dots, \alpha_\nu$), нумерующих последовательные разбиения, а вероятность попасть в интервал m — произведением вероятностей попасть в соответствующий интервал α_j при последовательном разбиении:

$$p_m = \prod_j^\nu w_{\{\alpha_j\}} = \frac{1}{M} \prod_j^\nu W_{\{\alpha_j\}}, \quad (6)$$

где $W_{\{\alpha_j\}} = \lambda w_{\{\alpha_j\}}$ и $\bar{W} = 1$. Если нормированные величины $W_{\{\alpha_j\}}$ являются независимыми и случайными, то распределение (6), описывающее их произведение, будет характеризоваться свойством перемежаемости^{11,15}, а значит, и степенной зависимостью C_i от масштаба δy :

$$C_i = M^{\varphi_i} \quad (7)$$

с показателем степени

$$\varphi_i = \frac{d \ln C_i}{d \ln \delta y}, \quad (8)$$

зависящим от i и $W_{\{\alpha_j\}}$. Это легко продемонстрировать на конкретной модели. Пусть расширяющаяся среда (струна, плазма и т. п.) при каждом распаде приводит с малой вероятностью β к флуктуации с большой плотностью по быстрой ($W_{\{\alpha_j\}} = 1 + a$), которая компенсируется флуктуацией с пониженной плотностью ($W_{\{\alpha_j\}} = 1 - b$), но большей вероятностью $1 - \beta$.

Естественно, что

$$\bar{W} = \beta(1 + a) + (1 - \beta)(1 - b) = 1, \quad (9)$$

откуда видно, что $b \ll a$ при $\beta \ll 1$.

Момент распределения имеет вид

$$C_i = [\beta(1 + a)^i + (1 - \beta)(1 - b)^i]^\nu \equiv M^{\varphi_i}, \quad (10)$$

$$\varphi_i = \ln \left\{ \frac{ab}{a+b} \left[\frac{(1-b)^i}{b} + \frac{(1+a)^i}{a} \right] \right\} \frac{1}{\ln \lambda}. \quad (11)$$

Эта модель была использована для численного расчета моментов пятого порядка с учетом статистических флуктуаций \tilde{C}_5 , с подавленными флуктуациями C_5 и факториального момента F_5 как функций δy *). Было разыграно 1000 событий при пяти последовательных разбиениях ($\nu = 5$) с параметрами $\lambda = 2$, $\beta = 0,1$, $a = 0,27$, $b = 0,03$ в формулах (9) — (11). На рис. 2 показаны результаты расчета. Видно, что учет статистических флуктуаций сильно меняет момент — различие между \tilde{C}_5 (кружки) и C_5 (точки) велико.

*) Различие между моментами \tilde{C}_5 и C_5 (F_5), по-видимому, сопоставимо с разницей пространственных и статистических моментов в пространственной картине перемежаемости (см. ⁴⁰), а изучение их зависимости от величины интервала быстрот также имеет аналоги в пространственной картине перемежаемости ^{13, 14, 41}.

В то же время при расчете факториальных моментов F_5 (кресты) статистические флуктуации подавляются и практически $F_5 \approx C_5$, как и должно быть (см. обсуждение после формулы (2)). При этом численные значения F_5 и C_5 очень близки к прямой, проведенной согласно аналитическим расчетам (формула (11) дает значение наклона $\varphi_5 = 0,14$). Таким образом, поправки на эффекты конечной множественности и, введенные при расчете факториальных моментов (2), действительно важны для получения физически осмысленных выводов.

Чтобы применить развитый метод для обработки экспериментальных данных, надо иметь достаточно большое число событий (так как во всех формулах для моментов проводилось усреднение по распределениям) с довольно высокой множественностью. Такого анализа пока не было проведено. Вместе с тем, авторы¹¹ попытались применить предлагаемый метод к анализу единственного события с исключительно большим числом вторичных адронов — событию взаимодействия Si — AgBr, изученному JASCEE-коллаборацией²². Они пришли к выводу*), что это событие не может быть описано с учетом лишь статистических флуктуаций. Это демонстрирует рис. 3.

Точками и кружками здесь показаны значения момента F_5 , вычисленные для слегка смещенных интервалов быстрой; кресты указывают значения факториальных моментов в случае описания экспериментальных данных подгоночным гладким распределением³¹, не обладающим перемежаемостью. Отличие вычисленных по экспериментальным данным значений факториального момента (точки, кружки) от их величин для гладкого распределения (кресты) и согласие их с предсказаниями модели, учитывающей перемежаемость, указывает на наличие флуктуации разных масштабов, не являющихся чисто статистическими. Правда, следует оговорить, что даже при множественности $n = 1000$ ошибка в моменте пятого порядка может достигать 15—20% (см.¹¹). С ростом числа таких событий она, как обычно, падает обратно пропорционально корню из этого числа.

Подводя итог, можно сказать, что предложенный метод¹¹ уже дал указание на наличие перемежаемости в процессах множественного рождения. Его применение к данным при высоких энергиях, кажется, обещает много новых интересных результатов. Можно надеяться, что он позволит, в частности, отсепарировать чисто статистические флуктуации, различить между перемежаемостью¹⁵ и динамически-

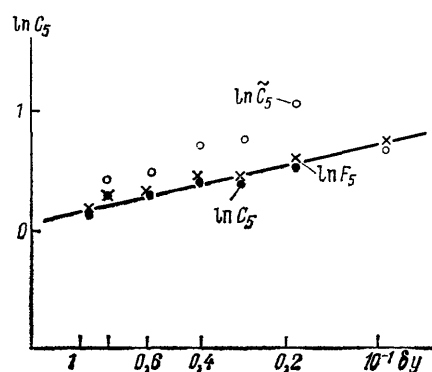


Рис. 2. Роль статистических флуктуаций при анализе методом моментов проявляется в отличии моментов

с учетом флуктуаций ($\ln \tilde{C}_5$ — кружки) от моментов с подавленными флуктуациями ($\ln C_5$ — точки). Факториальные моменты ($\ln F_5$ — кресты) практически совпадают с нормальными моментами без флуктуаций и хорошо описываются прямой линией, дающей аналитическое предсказание для модели (9)—(11)

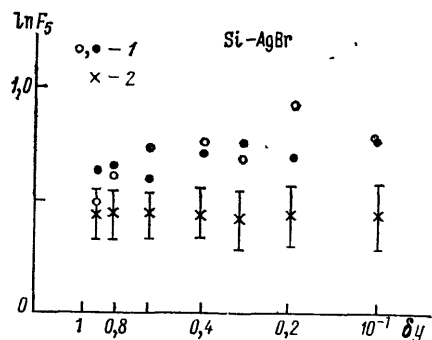
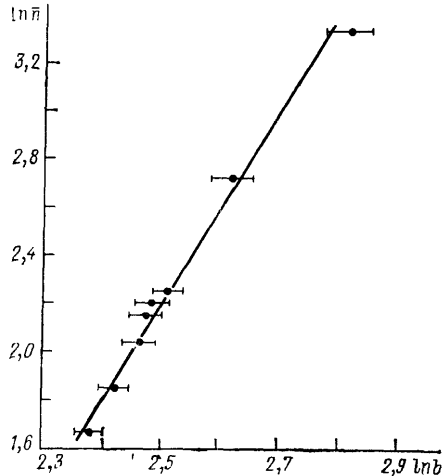


Рис. 3. Факториальные моменты, вычисленные для экспериментального события Si—AgBr²², довольно хорошо описываются моделью перемежаемости (9)—(11) и явно отличаются от моментов гладкого распределения³¹

*) Ранее такой же вывод был сделан в работе³¹ с помощью другого метода.

ми пиками с фиксированным масштабом^{24–26}, вызванными излучением глюонов на конечной длине, проходимой в среде налетающей частицей.

Перейдем теперь к изучению картины эволюции партонов в процессах множественного рождения. Естественно, она должна быть связана с характером протекания этих процессов и, в частности, со структурой образующегося сгустка. Напомним, что в простой мультипериферической лестнице



Рас. 4. Экспериментальные данные о средней множественности \bar{n} и наклоне дифракционного конуса b для pp - и $p\bar{p}$ -взаимодействий (точки) определяют размерность внутренних блужданий партона.

По наклону проведенной прямой находим $D'_W \approx 7,5$, т. е. либо блуждания партона носят запутанный характер с многократными возвратами, либо число партонов велико

диаграммы напоминают разветвленные электрические цепи или фракталы^{32–34}.

Естественно задать вопрос, какова внутренняя размерность блужданий партонов в образовавшейся системе. Эта размерность обозначается D'_W и определяется как³⁴

$$b \sim \bar{\rho}^2 \sim \bar{n}^{2/D'_W}, \quad (13)$$

причем

$$D'_W = 2 + \theta, \quad (14)$$

где θ — показатель аномальной диффузии, указывающий на то, что коэффициент диффузии зависит от расстояния по закону

$$\kappa(\rho) = \kappa \rho^{-\theta}. \quad (15)$$

Из формулы (13) находим

$$D'_W = 2 \frac{d \ln \bar{n}}{d \ln b}. \quad (16)$$

Отсюда видно, что по экспериментальным данным о средней множественности и наклоне дифракционного конуса можно определить внутреннюю размерность блужданий партонов. Соответствующие результаты для протон-протонных взаимодействий приведены на рис. 4. В первом приближении они описываются единой прямой, по наклону которой находим

$$(D'_W)_p \approx 7,5 \pm 1,5. \quad (17)$$

развитие процесса представляется как броуновское движение партонов^{6,7} между точками рождения частиц. При этом средний квадрат прицельного параметра — расстояния в поперечной плоскости — $\bar{\rho}^2$, определяющий наклон b дифракционного конуса в дифференциальном сечении упругого рассеяния, пропорционален числу шагов, т. е. средней множественности \bar{n} , так как каждый излом траектории отвечает рождению частицы:

$$b \sim \bar{\rho}^2 \sim \bar{n}, \quad (12)$$

где \bar{n} и b в мультипериферической картине растут логарифмически с энергией. В действительности, их рост на опыте разный, причем заметно более быстрый для \bar{n} . Простая линейная связь между наклоном конуса и средней множественностью может нарушаться даже в мультипериферической схеме при учете перерассеяния и взаимных превращений партонов. При этом диффузия партонов уже более сложная, а партонные

Столь большая величина (напомним, что для броуновского движения $\theta = 0$ и $D'_W = 2$) внутренней размерности блужданий партонов указывает на то, что партон диффундирует с многократными возвратами, т. е. его путь — весьма запутанная траектория.

В частности, диффузия такого типа может иметь мести на фракталах^{34,35}. Решение соответствующего уравнения диффузии дает вероятность найти партон с прицельным параметром ρ :

$$P(\rho) = \frac{(\kappa D'_W \bar{n})^{-D/D'_W}}{\Gamma((D/D'_W)+1)} \exp\left(-\frac{\rho^{D'_W}}{\kappa D'_W \bar{n}}\right), \quad (18)$$

где D — хаусдорфова размерность фрактального кластера, определяющая его пространственную структуру. Она входит лишь в предэкспоненциальный множитель. Не ясно, связан ли характер блуждания партонов с внутренней пространственной структурой сгустка адронной материи непосредственным образом. Экспериментальные данные для **пр-взаимодействий** в меньшей области энергий дают $(D'_W)_\pi \approx 4$.

Возможна и другая интерпретация полученных результатов. Может расти не запутанность траектории отдельного партона, а число партонов. Наклон конуса отражает среднюю удаленность партона. Тогда при броуновском движении число шагов партона должно быть равно \bar{n}^{2/D'_W} , т. е. число партонов велико, $\sim \bar{n}^{1-(2/D'_W)}$.

Независимо от интерпретации экспериментальные данные дают аргумент в пользу статистико-гидродинамических моделей неупругих адронных соударений, указывая на возможность установления равновесия в такой картине в поперечном направлении.

Интересно определить внутреннюю размерность блужданий партонов и в множественных процессах, вызванных другими начальными частицами (например, в электрон-позитронной аннигиляции). К сожалению, здесь в нашем распоряжении нет такой величины как наклон дифракционного конуса. Поэтому внутреннюю размерность блужданий партонов можно определить, лишь опираясь на конкретную теоретическую схему. Наиболее наглядно развитие партонного каскада в электрон-позитронной аннигиляции описывается уравнениями Алтарелли — Паризи³⁶, которые мы дополним^{37,38} введением динамического обрезания развития партонного каскада. Роль квадрата расстояния играет здесь обратный квадрат 4-импульса партона $1/k^2$. Поэтому кажется естественным по аналогии с формулой (16) определить внутреннюю размерность блужданий партонов как

$$D'_W = -2 \frac{d \ln \bar{n}}{d \ln k^2}. \quad (19)$$

Не будем приводить всех деталей расчета (см.¹²), а сформулируем лишь окончательный вывод. Используя формулы для средней множественности в партонном каскаде и экспериментальные данные о ее росте с энергией (см., например,³⁹), нетрудно показать, что вычисленная по формуле (19) внутренняя размерность блужданий партонов всегда близка к единице. Это означает, что при развитии партонного каскада в электрон-позитронной аннигиляции партоны слабо отклоняются от прямолинейного движения. Этим партонная картина электрон-позитронной аннигиляции существенно отличается от запутанного движения партонов в адронных процессах.

Думая о последующем развитии изложенных здесь подходов, хотелось бы понять, насколько сложный характер блужданий партонов связан со структурностью адронной среды не только по скорости, но и в пространстве, с характером их взаимодействий между собой и с вакуумом (в частности, со стенками «мешка»), с перемежаемостью быстротных распределений и т. п. Можно надеяться, что дальнейшие исследования дадут ответы на эти и многие другие вопросы.

СЛОВАРЬ ИСПОЛЗУЕМЫХ ТЕРМИНОВ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

- Адроны — сильновзаимодействующие частицы, состоящие из кварков и глюонов.
- Быстрота $y = (1/2) \ln [(E + p_L)/(E - p_L)]$ — кинематическая переменная, характеризующая движение вторичной частицы вдоль оси соударения первичных частиц (E и p_L — энергия и продольная компонента импульса частицы).
- Глубоко неупругое рождение адронов — процесс рождения (за счет большой передачи импульса) адронов при соударении лептонов (электронов, мюонов, нейтрино) высокой энергии с адроном.
- Дифракционный конус — резкая направленность вперед частиц, претерпевающих упругое рассеяние, приводит к тому, что дифференциальное сечение такого рассеяния напоминает узкий конус вдоль оси соударения.
- Инклюзивное распределение — распределение частиц по той или иной характеристике (например, по быстроте), получаемое при регистрации одной (любой) частицы данного сорта в конкретном процессе.
- «Мешок» — модель адрона, в которой адрон представляется в виде мешка, в котором заключены составляющие его кварки и глюоны.
- Мультипериферическая лестница — фейнмановская диаграмма мультипериферической модели с последовательным излучением частиц (или партонов) обмениваемой частицей (партоном). Движение обмениваемого партона в поперечной оси соударения плоскости аналогично обычному броуновскому движению.
- Мультипериферическая модель — модель взаимодействия адронов за счет периферических обменов одним мезоном (или партоном).
- Партон — составная часть адрона (кварк, глюон).
- Партонный каскад — процесс эволюции (размножения) партонов высокой энергии.
- Событие Si — AgBr — взаимодействие ядра Si высокой энергии с фотоэмульсией, наблюдаемое японо-американской коллаборацией физиков, изучающих космические лучи.
- Электрон-позитронная аннигиляция — процесс взаимодействия электрона с позитроном, в котором они аннигилируют (при высоких энергиях это приводит обычно к рождению большого числа адронов).

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Heisenberg W. // Zs. Phys. 1936. Bd 101. S. 533; 1952. Bd 133. S. 65.
2. Wataghin G. // Phys. Rev. 1943. V. 63. P. 137; 1944. V. 66. P. 149.
3. Fermi E. // Progr. Theor. Phys. 1950. V. 5. P. 1570.
4. Померанчук И. Я. // ДАН СССР. 1951. Т. 78. С. 889.
5. Ландау Л. Д. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1953. Т. 17. С. 51.
6. Фейнберг Е. Л., Чернавский Д. С. // УФН. 1964. Т. 82. С. 3.
7. Грибов В. Н. // Элементарные частицы: Первая школа физики ИТЭФ. — М.: Атомиздат, 1973. — Вып. 1. С. 65.
8. Чернавская О. Д., Чернавский Д. С. // УФН. 1987. Т. 153.
9. Андреев И. В. Хромодинамика и жесткие процессы при высоких энергиях. — М.: Наука, 1983.
10. Иоффе Б. Л., Липатов Л. Н., Хозе В. А. Глубоконеупругие процессы: Феноменология. Кварк-партоновая модель. — М.: Энергоатомиздат, 1983.
11. Bialas A., Reschanski R. // Nucl. Phys. Ser. B. 1986. V. 273. P. 703.
12. Дремин И. М. // Письма ЖЭТФ. 1987. Т. 45. No. 11; Preprint CERN-TH. 4693/87. — Geneva, 1987.
13. Mandelbrot B. B. // J. Fluid Mech. 1974. V. 62. P. 331.
14. Frisch U., Sulem P., Nellan M. // Ibidem. 1978. V. 87. P. 719.
15. Зельдович Я. Б., Молчанов С. А., Рузмайкин А. А., Соколов Д. Д. // УФН. 1987. Т. 152. С. 3.
16. Алексеева К. И. и др. // ЖЭТФ. 1962. Т. 43. С. 783; Изв. АН СССР. Сер. физ. 1962. Т. 26. С. 572.
17. Апанасенко А. В. и др. // Письма ЖЭТФ. 1979. Т. 30. С. 157.
18. Agata N. // Nuovo Cimento Ser. A. 1978. V. 43. P. 455.
19. Марутян Н. А. и др. // ЯФ. 1979. Т. 29. С. 1566.
20. Дремин И. М., Орлов А. М., Третьякова И. М. // Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 40. С. 320.
21. Rushbrooke J. G. Preprint CERN-EP/84-34. — Geneva, 1984.
22. JACSEE collaboration // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. P. 2062.
23. Adamus M. et al. // Phys. Lett. Ser. B. 1987. V. 188. P. 113.

24. Дремин И. М.//Письма ЖЭТФ. 1980. Т. 30. С. 152.
25. Дремин И. М.//ЯФ. 1981. Т. 33. С. 726.
26. Дремин И. М.//Физ. ЭЧАЯ. 1987. Т. 18. С. 79.
27. Van Hove L.//Zs. Phys. Kl. C. 1984. Bd 21. S. 93.
28. Guilassy M. et al.//Nucl. Phys. Ser. B. 1984. V. 237. P. 477.
29. Rushbrooke J. G. Preprint CERN-EP/85-178.— Geneva, 1985.
30. Navelet H., Peschanski R. Saclay preprint SPhT/85/102.— Paris, 1985.
31. Takagi F.//Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 427.
32. Зельдович Я. Б., Соколов Д. Д.//УФН. 1985. Т. 146. С. 493.
33. Смирнов Б. М.//УФН. 1986. Т. 149. С. 177.
34. Соколов И. М.//УФН. 1986. Т. 150. С. 221.
35. O'Shaughnessy B., Procaccia I.//Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 455.
36. Altarelli G., Parisi G.//Nucl. Phys. Ser. B. 1977. V. 126. P. 298.
37. Дремин И. М.//Письма ЖЭТФ. 1980. Т. 31. С. 201.
38. Дремин И. М., Леонидов А. В.//ЯФ. 1982. Т. 35. С. 430.
39. Barreiro F.//Fortschr. Phys. 1986. Bd 8. S. 503.
40. Зельдович Я. Б., Молчанов С. А., Ружмайкин А. А., Соколов Д. Д.//ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 2061.
41. Kliorin N. I., Ruzmaikin A. A., Sokolov D. D.//Plasma Astrophysics: ESA-SP-251.— Amsterdam: North-Holland, 1986.— P. 557.