

БИБЛИОГРАФИЯ

539.319(049.3)

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТЕЛ С ЛИНЕЙНОЙ ТЕРМОУПРУГОСТЬЮ

Day W. A. Heat Conduction within Linear Thermoelasticity. — New York; Berlin; Heidelberg; Tokyo: Springer-Verlag, 1985.—82 p.—(Springer Tracts in Natural Philosophy/Ed. C. Truesdale. V. 30).

Издательство «Шпрингер» в серии трактатов по натурфилософии выпустило монографию сотрудника математического института Оксфордского университета Уильяма Алана Дэя, посвященную проблеме, указанной в заглавии рецензии. В книге рассмотрены математические свойства системы, обобщающей классическую модель Фурье на случай теплопроводности в деформируемом твердом теле. Автор справедливо считает, что при сравнительном анализе принципиальные вопросы удобнее исследовать на примере одномерных линейных процессов. Кроме того, он постулирует жесткое защемление концов тела, задавая там нулевые перемещения. В такой постановке задача наиболее близка к классической задаче теплопроводности в абсолютно жестком теле. Уравнения линейной термоупругости сводятся в этом случае к одному уравнению в частных производных четвертого порядка для температуры, которое представляет собой обобщение классического уравнения Фурье. В безразмерном виде уравнение содержит два параметра, один из которых отражает взаимосвязанность полей температур и перемещений, а другой характеризует инерционность механических перемещений. Если равными нулю положить оба параметра, то получаем классическое приближение. Другое приближение — связанная квазистатическая задача — получается, если положить равным нулю параметр инерционности, но считать отличным от нуля (и положительным) параметр взаимосвязанности. В этом случае задача сводится к решению интегро-дифференциального уравнения в частных производных. Обсуждается статус классического и связанного квазистатического приближений. Сформулированы ограничения, накладываемые на граничные функции, при которых гарантируется асимптотическая адекватность приближенных и точных решений.

В связанном квазистатическом и динамическом случаях отмечается нарушение принципа максимума — одного из типичных свойств параболических систем. Этим свойством в полной мере обладает решение классического уравнения теплопроводности. Однако при наложении более жестких ограничений на функции, описывающие граничные условия, некоторые более слабые аналоги принципа максимума могут быть установлены также для связанных квазистатического и динамического случаев. Подчеркивается, что указанные отклонения имеют место при любых сколь угодно малых значениях параметра взаимосвязанности.

Весьма подробно исследованы свойства решений связанного квазистатического приближения. Доказывается существование и единственность задачи Коши для интегро-дифференциального уравнения при однородных граничных температурах. Построено решение этой задачи в виде разложения по собственным функциям. Рассмотрена тригонометрическая форма решения, удобная в случае, когда граничные температуры являются почти периодиче-

скими функциями времени. При малых частотах средние по времени и размеру тела квадраты температуры и теплового потока могут быть представлены в виде сходящихся рядов по индексу дифференцирования от квадратов разностей и сумм производных граничных температур. Для средних по времени локальных значений плотности полной энергии и теплового потока доказываемся эквивалент принципа максимума.

Рассмотрены свойства температурных решений полной системы уравнений термоупругости для смешанной краевой задачи с фиксированной температурой на одной границе и заданным тепловым потоком на другой. При равенстве нулю граничного теплового потока доказана теорема об асимптотической устойчивости решения. Показывается также, что при некоторых ограничениях на рост граничного теплового потока со временем среднее по времени значение локальной температуры связано простым соотношением со средним значением граничного теплового потока, причем с течением времени к этому же распределению стремится и мгновенная локальная температура.

В целом монография обобщает разрозненные журнальные публикации автора и будет интересна для специалистов в области уравнений математической физики. В прикладном аспекте она позволит более обоснованно и строго подойти к использованию приближенных постановок при решении практических задач расчета температурных напряжений в деформируемых телах и элементах конструкций.

Д. А. Казенин