

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

533.95

**ВЫНУЖДЕННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СИЛЬНОТОЧНЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ
ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ****М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Спонтанное излучение и условия его существования	285
2. Одночастичные вынужденные процессы. Эффект Черенкова, ондуляторное излучение, томсоновское рассеяние и томсоновское излучение	288
3. Коллективные вынужденные процессы. Коллективный эффект Черенкова, или эффект Рамана. Рамановское рассеяние и рамановское излучение	294
4. Аномальный и нормальный эффекты Доплера	299
5. Вынужденное циклотронное излучение	302
6. Механизмы нелинейной стабилизации излучательных пучковых неустойчивостей	305
7. Линейное дисперсионное уравнение	309
Список литературы	316

1. СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И УСЛОВИЯ ЕГО СУЩЕСТВОВАНИЯ

В основе преобразования энергии направленного движения электронных пучков в электромагнитное излучение лежит явление резонансного взаимодействия отдельного электрона с полем монохроматической волны. В первом приближении при анализе такого взаимодействия обычно используют два следующих эквивалентных подхода: либо вычисляют работу электромагнитного поля над электроном, совершающим заданное невозмущенное этим полем движение^{1,3}, либо рассматривают возбуждение невозмущенным электроном осциллятора поля². Именно так описывают в классической электродинамике эффект, называемый спонтанным излучением. Выясним условия, при которых возникает спонтанное излучение, используя при этом первый из названных выше подходов.

Вычислим работу поля монохроматической волны над равномерно и прямолинейно движущимся электроном, считая, что направление распространения волны и направление движения электрона совпадают. Представляя поле волны в виде $\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E} \sin(\omega t - k_{\parallel} z + \varphi)$, для величины работы получим следующее выражение:

$$\begin{aligned}
 A_T &= e \int_{-T/2}^{T/2} dt \mathbf{u} \cdot \mathbf{E}(z, t) |_{z=u_{\parallel} t} = \\
 &= eu_{\parallel} E_{\parallel} \sin \varphi \frac{2}{\omega - k_{\parallel} u_{\parallel}} \sin \left(\frac{\omega - k_{\parallel} u_{\parallel}}{2} T \right) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \pi eu_{\parallel} E_{\parallel} \sin \varphi \delta(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel}); \quad (1.1)
 \end{aligned}$$

здесь u_{\parallel} — скорость электрона, направленная вдоль оси Oz , E_{\parallel} — составляющая электрического поля волны в направлении движения, T — время взаи-

действия электрона с волной, которое считается большим по сравнению с $1/\omega$, а φ — начальная фаза поля.

Из (1.1) следует, что: во-первых, знак работы определяется фазой поля φ ; во-вторых, работа отлична от нуля, только если отлична от нуля составляющая электрического поля волны в направлении движения; в третьих, $A_\infty \neq 0$ только в условиях черенковского резонанса, т. е. когда

$$\omega(k_{\parallel}) = k_{\parallel} u_{\parallel}. \quad (1.2)$$

Здесь учтено, что волна имеет вполне определенный закон дисперсии $\omega(k_{\parallel})$ (или $\omega(\mathbf{k})$, если направление излучения не совпадает с направлением движения электрона). Возникающее в условиях (1.2) спонтанное излучение называется эффектом Черенкова²⁻⁵. Этот спонтанный эффект не следует путать с рассматриваемым ниже эффектом вынужденного черенковского излучения.

Если электрон под действием некоторых внешних сил совершает помимо продольного еще какое-либо осцилляторное движение, то возникают новые условия излучения. Пусть, например, электрон движется в продольном постоянном магнитном поле с отличной от нуля поперечной (по отношению к магнитному полю) скоростью. При этом $\mathbf{z} = u_{\parallel} t$, $v_x + i v_y = u_{\perp} \times \exp(i\omega_H t/\gamma)$, где u_{\perp} — поперечная скорость, ω_H — электронная циклотронная частота, а $\gamma = [1 - (u_{\parallel}^2/c^2) - (u_{\perp}^2/c^2)]^{-1/2}$. Таким образом, электрон наряду с равномерным продольным движением совершает вращательное поперечное движение с частотой вращения ω_H/γ . Вычисление работы поля поперечной циркулярно поляризованной электромагнитной волны ($E_x + iE_y = iE_{\perp} \times \exp[\pm i(\omega t - k_{\parallel} z + \varphi)]$) над таким электроном дает результат, аналогичный (1.1):

$$A_\infty = \pi e u_{\perp} E_{\perp} \sin \varphi \delta\left(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} \pm \frac{\omega_H}{\gamma}\right). \quad (1.3)$$

Однако условие излучения при этом оказывается существенно иным:

$$\omega(k_{\parallel}) = k_{\parallel} u_{\parallel} \pm \frac{\omega_H}{\gamma}. \quad (1.4)$$

В более общем случае, при произвольных поляризации и направлении распространения волны, условия излучения записываются в виде

$$\omega(k_{\parallel}) = k_{\parallel} u_{\parallel} \pm n \frac{\omega_H}{\gamma} \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (1.5)$$

Спонтанное излучение, возникающее при выполнении условий (1.5), называют магнитотормозным или циклотронным⁶ (синхротронным при больших n ²). Его не следует путать с рассматриваемым ниже вынужденным циклотронным излучением.

И вообще, если частота осцилляции электрона во внешних полях есть ω_0 , то возможны следующие условия спонтанного излучения:

$$\omega(k_{\parallel}) = k_{\parallel} u_{\parallel} \pm n \omega_0, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (1.6)$$

называемого ондуляторным^{2, 7}. По своей природе ондуляторное излучение чаще всего является дипольным (магнитотормозное излучение можно считать одной из разновидностей дипольного). Спонтанное ондуляторное излучение не следует путать с вынужденным излучением, возникающим при движении пучка электронов в ондуляторе.

Вернемся теперь к прямолинейно и равномерно движущемуся электрону, но в системе периодически-неоднородной в направлении его движения. Известно, что поля в таких системах представимы в виде суммы по бриллюэновским гармоникам⁸:

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E} \exp(-i\omega t + i k_{\parallel} z + i\varphi) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \exp(in\chi z), \quad (1.7)$$

где $2\pi/\chi$ — пространственный период неоднородности системы. Если при этом h — малый параметр, определяющий глубину модуляции периодической системы, то $a_n \sim h^n$. Вычисление работы поля (1.7) над прямолинейно движущимся электроном дает следующий результат:

$$A_\infty = \pi e u_{\parallel} E_{\parallel} \sin \varphi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \delta(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} - n \chi u_{\parallel}). \quad (1.8)$$

Отсюда получаем условия спонтанного излучения электрона в периодически-неоднородных системах⁹:

$$\omega(k_{\parallel}) = k_{\parallel} u_{\parallel} \pm n \chi u_{\parallel}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.9)$$

Это излучение также не следует путать с соответствующим вынужденным излучением пучка электронов.

Выражения для работ (1.1), (1.3) и (1.8) линейны по амплитуде поля электромагнитной волны, поскольку при их вычислении поле бралось в точках на заданной невозмущенной траектории электрона, то есть на траектории нулевого приближения. Можно сказать, что эти выражения характеризуют эффект спонтанного излучения первого порядка. Возможны, однако, эффекты спонтанного излучения и более высокого порядка по полю, например второго.

Пусть электрон движется прямолинейно в поле двух волн с продольной составляющей вида $E_{\parallel} = E_{\parallel 1} \sin(\omega_1 t - k_{\parallel 1} z + \varphi_1) + E_{\parallel 2} \sin(\omega_2 t - k_{\parallel 2} z + \varphi_2)$ и пусть $\Omega_{1,2} \equiv \omega_{1,2} - k_{\parallel 1,2} u \neq 0$, то есть спонтанное (черенковское) излучение первого порядка отсутствует. Вычислим работу такого поля над электроном. В первом приближении усредненная работа, вычисленная по траектории нулевого приближения, равна нулю. В том же первом приближении электрон просто осциллирует в поле двух волн с частотами $\Omega_{1,2}$. Учтем эти осцилляции под интегралом в выражении (1.1) (то есть подставим туда $z = u_{\parallel} t + \tilde{z}$, где \tilde{z} — поправка первого приближения); после простых вычислений получим, что

$$A_\infty = \pi \frac{e^2 u_{\parallel} E_{\parallel 1} E_{\parallel 2}}{2m |\Omega_1 \Omega_2|} [(k_{\parallel 1} - k_{\parallel 2}) \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \delta(\Omega_1 - \Omega_2) + (k_{\parallel 1} + k_{\parallel 2}) \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \delta(\Omega_1 + \Omega_2)]. \quad (1.10)$$

Таким образом, работа отлична от нуля при выполнении одного из условий комбинационного резонанса

$$[\omega_1(k_{\parallel 1}) - k_{\parallel 1} u_{\parallel}] \mp [\omega_2(k_{\parallel 2}) - k_{\parallel 2} u_{\parallel}] = 0. \quad (1.11)$$

Рассмотренный процесс следует считать спонтанным излучением волны с частотой ω_1 электроном, совершающим заданное движение в поле волны с частотой ω_2 , или наоборот. Процесс спонтанного излучения второго порядка, протекающий в условиях (1.11), есть обычное томсоновское рассеяние на движущемся электроне^{*)}. Его не следует путать с рассматриваемым далее вынужденным рассеянием.

Спонтанные эффекты более высокого, чем второй, порядка проявляются сравнительно редко, поэтому мы на них останавливаться не будем. Отметим только, что все они содержатся в условиях (1.6), если под ω_0 понимать частоту осцилляции электрона (или сумму таких частот) в соответствующих полях.

*) В литературе распространение получило не очень точное название комптоновского рассеяния. Мы придерживаемся более правильной терминологии томсоновского рассеяния. Комптоновское рассеяние (эффект Комптона) — процесс квантовый, обусловленный корпускулярными свойствами света. Комптоновский сдвиг частоты при комптоновском рассеянии $\Delta\omega/\omega \approx \hbar\omega/mc^2$ следует принимать во внимание только в области очень высоких частот (при рассеянии на электроне в области частот больших, чем 10^{20} с^{-1}). Несовпадение же частот рассеянной и падающей волн в (1.11) обусловлено только движением электрона и связано с эффектом Доплера. В системе покоя электрона было бы $\omega_1 = \omega_2$, как это и должно быть при классическом томсоновском рассеянии.

Таким образом, условия спонтанного излучения сводятся к совпадению частоты поля излучения в движущейся со скоростью u_{\parallel} системе отсчета с частотой колебаний электрона или ее гармоникой. Если электронов много, то излучение одного из них может стимулировать такое же излучение других электронов, воздействуя на их движение. Так возникает стимулированное спонтанным излучением излучение вынужденное. Возникает оно практически при тех же условиях резонанса, что и спонтанное, то есть при совпадении частоты $\omega - k_{\parallel}u_{\parallel}$ с собственной частотой электрона. Таким образом, важность условий спонтанного излучения состоит в том, что они определяют спектры излучения как отдельных электронов, так и электронных пучков в целом.

2. ОДНОЧАСТИЧНЫЕ ВЫНУЖДЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ. ЭФФЕКТ ЧЕРЕНКОВА, ОДУЛЯТОРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ТОМСОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ И ТОМСОНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Переходя к изложению теории вынужденного излучения электронных пучков, попытаемся сначала действовать так же, как в п. 1 при рассмотрении спонтанного излучения. А именно, для вычисления работы поля волны излучения над пучком вычислим работу этого поля над каждым невозмущенным электроном, а затем просуммируем полученные результаты. В случае монохроматического поля суммирование достаточно проводить только по электронам, приходящимся на одну длину волны излучения. Таким образом, используя формулу (1.1) для величины работы, получаем

$$A_{\infty} = \pi e u_{\parallel} E_{\parallel} \delta(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel}) \sum_j \sin \varphi_j, \quad (2.1)$$

где φ_j — фаза поля относительно j -го электрона. Но если пучок не модулирован, то фазы φ_j равномерно распределены в интервале $(0, 2\pi)$. Поэтому сумма в (2.1) обращается в нуль.

Таким образом, суммирование по невозмущенным отдельным электронам излучения не дает. Это и понятно, поскольку когерентные волны от каждого электрона гасят друг друга в результате интерференции. Чтобы получить ненулевое когерентное излучение, необходимо отказаться от предположения о независимости (невозмущенности) движения отдельных электронов, т. е. нужно учесть обратное воздействие поля волны излучения на каждый электрон пучка и тем самым считать фазы φ_j меняющимися под действием этого поля. Именно при таком самосогласованном подходе возникает фазировка электронов в поле волны и появляется эффект вынужденного когерентного излучения. Что же касается спонтанного излучения, то оно в немодулированных пучках отсутствует.

Начнем с рассмотрения вынужденного излучения на примере прямолинейного пучка электронов, совершающего одномерное движение вдоль очень сильного внешнего магнитного поля. Частоту поля излучаемой волны $E_{\parallel}(z, t) = (1/2)[E_{\parallel} \exp(-i\omega t + ik_{\parallel}z) + \text{к.с.}]$ будем считать близкой к какой-либо из собственных частот системы, в которой распространяется пучок, то есть $\omega \approx \omega(k_{\parallel})$. Строго говоря, частота ω содержит мнимую поправку $i\delta\omega$ (инкремент), обусловленную экспоненциальным ростом поля на линейной стадии процесса излучения, т. е. под ω будем подразумевать *)

*) Во избежание недоразумений отметим, что речь идет не об излучении «голового» пучка. Ведь сам по себе пучок, зарядово нейтральный и прямолинейный, устойчив. Он начинает излучать, будучи помещенным в среду или систему, в которой имеются собственные волны с законами дисперсии $\omega(k_{\parallel})$, удовлетворяющими определенным условиям резонанса (см. (2.8) и далее). Эти собственные волны мы и называем излучаемыми, или излучением. Таким образом, только в определенных условиях (при движении в плазме, замедляющей среде, периодической структуре и т. д.) пучок начинает излучать и появляется инкремент $\delta\omega$.

$\omega + i\delta\omega$. В рассматриваемых условиях возмущение траекторий электронов определяется уравнениями движения

$$\frac{dz}{dt} = v_{\parallel}, \quad \frac{dv_{\parallel}}{dt} = \frac{e}{m} \beta^2 \left(1 - \frac{v_{\parallel}^2}{c^2}\right)^{3/2} E_{\parallel}(z, t), \quad (2.2)$$

где β — параметр, характеризующий эффективность связи пучка с полем излучения. Природа этого параметра может быть различной. В качестве примера на рис. 1 показана картина взаимодействия «тонкого» в поперечном сечении пучка с замедленной поверхностной волной диэлектрика. В данном случае $\beta \sim \Psi(x_0)$, где $\Psi(x)$ — нормированное поперечное распределение компоненты поля $E_{\parallel}(z, t)$.

Однако запись уравнений движения (2.2) только с учетом поля излучения в правой части не является, вообще говоря, достаточной. Дело в том, что сам пучок является колебательной системой, содержащей целый набор коллективных собственных мод — плазменных колебаний. Если при излучении эти колебания возбуждаются, то в правую часть второго уравнения (2.2) надо добавить соответствующие пучковые поля. Процессы, в которых коллективные моды пучка не возбуждаются, называют одночастичными. В настоящем разделе только они и рассматриваются; поэтому уравнения движения записываются именно в форме (2.2). Что же касается коллективных процессов и критериев их возникновения, то они исследуются в дальнейшем.

Линеаризуя уравнение движения (2.2), найдем в первом порядке по полю поправку $\tilde{z}_j(t)$ к невозмущенной траектории j -го электрона $z_j = u_{\parallel}(t - t_0) + z_{0j}$, исходящей в момент t_0 из точки z_{0j} . При нахождении этой поправки удобно считать, что при $t = t_0 \rightarrow -\infty$ излучение отсутствует, что соответствует предположению об адиабатическом включении поля излучения в прошлое. Подставляя далее \tilde{z}_j во второе уравнение (2.2), получим после усреднения по всем электронам, приходящимся на длину волны поля излучения, закон изменения средней плотности импульса пучка P_e :

$$\frac{dP_e}{dt} = k_{\parallel} \frac{|E_{\parallel}|^2}{8\pi} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3} (\omega - k_{\parallel} u_{\parallel}) \delta\omega}{[(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2 + \delta\omega^2]^2} \beta^2, \quad (2.3)$$

в котором $\gamma = [1 - (u_{\parallel}^2/c^2)]^{-1/2}$ — релятивистский фактор энергии электронов, пучка $\omega_b = (4\pi e^2 n_b/m)^{1/2}$ — ленгмюровская частота электронов, а n_b — их плотность. Поясним, что, усреднение при выводе (2.3) проводилось обычным образом, а именно,

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j,$$

где N — число электронов на длине волны, а X — усредняемая характеристика электрона. Например, $P_e = n_b m \langle v_{\parallel} [1 - (v_{\parallel}^2/c^2)]^{-1/2} \rangle$. Очевидно также, что малые изменения P_e и средней плотности энергии пучка W_e связаны между собой соотношением

$$\delta W_e = u_{\parallel} \delta P_e. \quad (2.4)$$

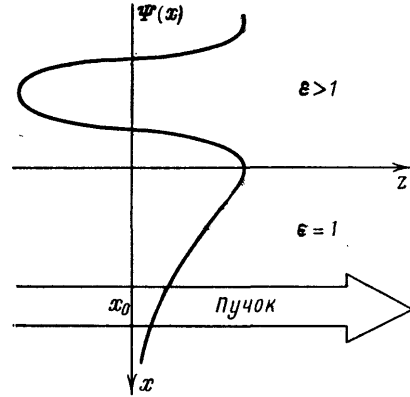


Рис. 1. К пояснению смысла параметра связи пучка и излучения

Для дальнейшего понадобятся законы сохранения энергии и импульса при излучении:

$$\frac{d}{dt} (W + W_e) = 0, \quad \frac{d}{dt} (P + P_e) = 0, \quad (2.5)$$

в которых W и P — плотности энергии и импульса волны, а также выражение для P через квадрат амплитуды поля излучения,

$$P = \alpha \frac{k_{\parallel}}{\omega} \frac{|E_{\parallel}|^2}{8\pi}. \quad (2.6)$$

Здесь α — параметр, определяемый конкретной природой возбуждаемой пучком волны. В дальнейшем он уточняется.

Используя (2.4) — (2.6), преобразуем (2.3) к уравнению для плотностей энергии и импульса (W , P) излучения:

$$\frac{d}{dt} (W, P) = -\frac{\beta^2}{\alpha} \frac{\omega \omega_b^2 \gamma^{-3} (\omega - k_{\parallel} u_{\parallel}) \delta \omega}{[(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2 + \delta \omega^2]^2} (W, P). \quad (2.7)$$

Из (2.7) следует вывод общего характера: если энергия волны растет со временем, то есть $\delta \omega > 0$, то $\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} < 0$, или излучающий пучок обязательно обгоняет волну. Максимизируем правую часть в (2.7) по расстройке $\omega - k_{\parallel} u_{\parallel}$, то есть найдем оптимальное условие излучения. Получаем

$$\omega = k_{\parallel} u_{\parallel} - \frac{1}{\sqrt{3}} \delta \omega. \quad (2.8)$$

Определим теперь инкремент $\delta \omega$. Учитывая, что $\dot{W} = 2\delta \omega W$ (плотность энергии W квадратична по полю, а значит, растет как $\exp(2\delta \omega t)$), из (2.7) и (2.8) находим

$$\delta \omega = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{4} \frac{\beta^2}{\alpha} \omega \omega_b^2 \gamma^{-3} \right)^{1/3}. \quad (2.9)$$

Кроме того, из (2.8) и (2.9) видно, что в случае пучков малой плотности, когда $\delta \omega \rightarrow 0$ (точнее, $\delta \omega \ll \omega$), оптимальное условие вынужденного излучения (2.8) практически совпадает с условием спонтанного черенковского излучения (1.2). Кстати, из (1.2), (2.4) и (2.5) следует известная связь между энергией и импульсом волны любой природы *)

$$P = \frac{k_{\parallel}}{\omega} W. \quad (2.10)$$

Формулы (2.7) — (2.9) являются весьма общими, поскольку индивидуальные особенности системы, в которой пучок излучает, содержатся только в множителе α (для безграничной электронной плазмы $\alpha = 1/2$, и из (2.9) получаем при $\beta = \delta \omega = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\omega_b^2 \omega}{2\gamma^3} \right)^{1/3}$ — известный инкремент пучково-плазменной неустойчивости^{10,11}). Процессы, описываемые формулами (2.7)–(2.9), называют одночастичными вынужденными эффектами Черенкова. Для них характерна общая особенность — продольная группировка электронов в поле волны и образование в ее тормозящих фазах излучающих электронных сгустков. Этой особенностью и обусловлен отраженный в (2.8) обгон пучком излучаемой волны^{10–14}.

Если пучок излучает в периодически-неоднородной системе, то поле волны дается действительной частью выражения (1.7) с комплексной частотой. Подставляя это поле в правую часть второго уравнения (2.2) и практически

*) Справедливо векторное соотношение $\mathbf{P} = \mathbf{k}/\omega W$. Но, имея в виду, что в приложениях рассматривают волны в волноводных структурах с единственным направлением распространения, мы не вводим здесь векторов \mathbf{P} и \mathbf{k} . В волноводах имеется только продольная постоянная распространения k_{\parallel} , в поперечном же направлении волны являются стоячими. Это обстоятельство мы уже учитывали ранее при записи условий спонтанного излучения.

повторяя вывод соотношения (2.7), получим следующее уравнение для плотности энергии излучения:

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{1}{\alpha} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_{\parallel} k_n \frac{\beta^2 |a_n|^2 \omega_b^2 \gamma^{-3} (\omega - k_{\parallel} u_{\parallel}) \delta \omega}{[(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2 + \delta \omega^2]^2} \right\} W, \quad (2.11)$$

где $k_n = k_{\parallel} - n\chi$. Отсюда следует, что и при излучении в периодической системе сохраняются формулы (2.8) и (2.9) с заменой k_{\parallel} на k_n и ω_b^2 на $|a_n|^2 \omega_b^2$ соответственно, а оптимальное условие излучения сводится к одному из условий (1.9). Кроме того, в сумме, входящей в (2.12), можно оставить только одно слагаемое, соответствующее тому n , для которого выполнено (1.9). Формула (2.11) определяет одночастичный вынужденный эффект Черенкова в периодически-неоднородной системе^{14,15}.

Пусть теперь каждый электрон пучка, помимо равномерного, совершает во внешних полях еще и заданное осцилляторное движение с неизменной амплитудой. Например, $z = u_{\parallel} t + z_0 + \hat{z}$, где $\hat{z}(t) = (2\pi/\omega_0)$ — периодическая функция, не имеющая постоянной составляющей. В этом случае вместо (2.11) получаем

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{\omega}{\alpha} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \beta^2 |A_n|^2 \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3} (\omega_n - k_{\parallel} u_{\parallel}) \delta \omega}{[(\omega_n - k_{\parallel} u_{\parallel})^2 + \delta \omega^2]^2} \right\} W, \quad (2.12)$$

где $\omega_n = \omega - n\omega_0$, а $A_n \sim [\max_t (k_{\parallel} \hat{z})^n]$. Процесс, определяемый формулой (2.12), будем называть одночастичным вынужденным ондуляторным излучением^{16,17}. Для вынужденного ондуляторного излучения справедливы формулы (2.8) и (2.9) с заменой ω на ω_n и ω_b^2 на $|A_n|^2 \omega_b^2$ соответственно, а условие излучения сводится к (1.6). Кроме того, как и в случае периодической системы, в формуле (2.12) можно оставить только одно слагаемое в бесконечной сумме.

Излучаемая в ондуляторе волна претерпевает доплеровский сдвиг частоты. Так, из условия $\omega = k_{\parallel} u_{\parallel} + \omega_0$ для простейшего спектра $\omega = \omega(k_{\parallel}) = \text{sign}(k_{\parallel}) k_{\parallel} c$ имеем

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \text{sign } k_{\parallel} \cdot \frac{u_{\parallel}}{c} \right)^{-1}. \quad (2.13)$$

Аналогичный сдвиг частоты имеется и при излучении в периодической системе.

Формула (2.12) справедлива, если амплитуда осцилляций электронов с частотой ω_0 поддерживается на неизменном уровне. Именно в этом случае говорят об ондуляторном излучении. Если же амплитуда осцилляции переменна, то требуется отдельное рассмотрение. Проведем его, используя законы сохранения. Пусть осцилляции электрона обусловлены воздействием на него электромагнитной волны с частотой ω_2 и волновым числом $k_{\parallel 2}$. Происходит томсоновское рассеяние этой волны на электронах пучка. Очевидно, что при этом $\omega_0 = \omega_2 - k_{\parallel 2} u_{\parallel}$. Обозначая частоту и волновое число рассеянной волны через ω_1 и $k_{\parallel 1}$ соответственно и учитывая, что при томсоновском рассеянии условие излучения имеет вид (1.11), получим для частот $\omega_{1,2}$ и волновых чисел $k_{\parallel 1,2}$ соотношения комбинационного резонанса. Условимся записывать их в виде

$$(\omega_1 - k_{\parallel 1} u_{\parallel}) - (\omega_2 - k_{\parallel 2} u_{\parallel}) = 0, \quad (2.14)$$

считая, что $\omega_1 > 0$, а знак ω_2 любой*). Соотношение (2.14) следует уже рассматривать как условие вынужденного томсоновского рассеяния или излучения, в то время как (1.11) суть условия спонтанного излучения второго порядка.

*) Соотношение (2.14) при $\omega_0 = \omega_2 - k_{\parallel 2} u_{\parallel}$ следует и из условий ондуляторного излучения (1.6).

Выразим энергии и импульсы падающей и рассеянной волн через числа квантов N_1 и N_2 :

$$\begin{aligned} W_1 &= \omega_1 N_1, & W_2 &= |\omega_2| N_2, \\ P_1 &= k_{\parallel 1} N_1, & P_2 &= \text{sign } \omega_2 \cdot k_{\parallel 2} N_2. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Записывая далее законы сохранения при малых изменениях энергии и импульса в виде

$$\begin{aligned} \omega_1 \delta N_1 + |\omega_2| \delta N_2 + \delta W_e &= 0, \\ k_{\parallel 1} \delta N_1 + \text{sign } \omega_2 \cdot k_{\parallel 2} \delta N_2 + \delta P_e &= 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

и учитывая (2.14) и (2.4), получим из (2.16) известные соотношения Мэнли — Роу¹⁸:

$$\begin{aligned} \delta N_1 + \text{sign } \omega_2 \cdot \delta N_2 &= 0, \\ (\omega_1 - \omega_2) \delta N_1 + \delta W_e &= 0. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Пусть $\omega_1 > \omega_2 > 0$. Тогда $N_1 + N_2 = \text{const}$, то есть полное число квантов сохраняется. Если к тому же $\delta W_e < 0$ (пучок отдает энергию рассеянной волне), то $\delta N_1 > 0$, а $\delta N_2 < 0$. Следовательно, имеет место вынужденное рассеяние с повышением частоты. Возможен и обратный процесс — рассеяние с понижением частоты, сопровождается он увеличением средней энергии электронов пучка, то есть их ускорением.

Пусть теперь $\omega_2 < 0$. В этом случае $\delta N_1 > 0$ и $\delta N_2 > 0$, то есть полное число квантов растет. Следовательно, имеет место вынужденное излучение двух волн. Возможен и обратный процесс — поглощение двух волн, при этом пучок ускоряется.

Необходимо отметить, что требование $\omega_2 < 0$ само по себе не имеет физического смысла, как не имеет смысла и знак частоты сам по себе. Просто полагая $\omega_2 < 0$, мы включаем в (2.14) и условие (1.11), взятое с нижним знаком (плюс *).

Очевидно, что если в процессах томсоновского рассеяния и излучения амплитуду волны с частотой ω_2 считать неизменной (случай мощной накачки), то для плотности энергии волны с частотой ω_1 легко получить уравнение типа (2.12) с $\omega_0 = \omega_2 - k_{\parallel 2} u_{\parallel}$, то есть перейти к случаю ондулятора. Тем не менее ондуляторное излучение следует отличать от томсоновских процессов, поскольку накачка в ондуляторе создается и поддерживается внешними источниками, а не является собственной волной системы, в которой распространяется пучок. По этой же причине следует различать спонтанные процессы (1.6) и (1.10).

Сделаем еще одно важное замечание по поводу уравнения (2.7) (и ему подобных). При выводе этого уравнения предполагалось, что все электроны при $t = t_0$ имеют одинаковую скорость u_{\parallel} , и поэтому в условиях резонанса (2.8) все они сильно взаимодействуют с излучаемой волной. Однако в реальных пучках у электронов имеется разброс по скоростям, который можно учесть, введя при $t = t_0$ нормированную на единицу невозмущенную функцию распределения электронов $f_0(v_{\parallel})$. Обобщение уравнения (2.7) на случай

*) Действительная форма записи волнового возмущения $(1/2) [\exp(-i\omega + ik_{\parallel} z) + \text{к. с.}]$ содержит как $+\omega$, так и $-\omega$, поэтому знак только частоты ни о чем не говорит; следует принимать во внимание также и знак волнового числа k_{\parallel} . Так, волны с (ω, k_{\parallel}) и $(-\omega, -k_{\parallel})$ совершенно неразличимы, а волны с (ω, k_{\parallel}) и $(-\omega, k_{\parallel})$ распространяются в разные стороны. Поскольку условие резонанса мы договорились записывать в виде (2.14) с $\omega_1 > 0$ и хотим учесть в этом условии волны со всевозможными направлениями распространения, нам приходится не накладывать ограничений на знак ω_2 . В противном случае условие резонанса записывались бы в двух формах (1.11) и нарушилось бы единообразие изложения.

пучка с разбросом по скоростям очевидно и имеет вид

$$\frac{d}{dt}(W, P) = -\frac{\beta^2 \omega \omega_b^2}{\alpha} J \cdot (W, P), \quad (2.18)$$

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} f_0(v_{||}) \frac{\delta \omega (\omega - k_{||} v_{||}) dv_{||}}{[(\omega - k_{||} v_{||})^2 + \delta \omega^2]^2}.$$

В случае моноскоростного пучка, когда $f_0(v_{||}) = \delta(v_{||} - u_{||})$, из (2.18) получаем (2.7) и результаты (2.8) и (2.9). Те же результаты получаются, если $f_0(v_{||})$ имеет конечную, но малую ширину, а именно,

$$\frac{\Delta v_{||}}{u_{||}} \ll \frac{\delta \omega}{\omega}, \quad (2.19)$$

где $\Delta v_{||}$ — полуширина функции распределения, а $\delta \omega$ — инкремент (2.9). Действительно, при выполнении (2.19) функцию $x (x^2 + \delta \omega^2)^{-2}$, где $x = \omega - k_{||} v_{||}$, можно вынести за знак интеграла в выражении и для J . Условие (2.19) при этом означает, что все электроны пучка сильно взаимодействуют с излучаемой волной, или, как говорят, взаимодействие носит гидродинамический (интегральный по функции распределения) характер.

Рассмотрим теперь противоположный предел, т. е. обратный (2.19). В этом случае из-под интеграла в формуле для J можно вынести $f_0(v_{||})$, однако последующее интегрирование дает при этом нуль. Для уточнения результата разложим $f_0(v_{||})$ вблизи фазовой скорости волны $\omega/k_{||}$ с точностью до членов первого порядка:

$$f_0(v_{||}) = f_0\left(\frac{\omega}{k_{||}}\right) + \left(v_{||} - \frac{\omega}{k_{||}}\right) \frac{\partial f_0}{\partial v_{||}} \Big|_{v_{||}=\omega/k_{||}}.$$

После этого, выполняя элементарное интегрирование, получаем следующий результат:

$$\frac{d}{dt}(W, P) = \frac{\pi}{2} \beta^2 \frac{\omega \omega_b^2}{\alpha} \frac{1}{k_{||}^2} \frac{\partial f_0}{\partial v_{||}} \Big|_{v_{||}=\omega/k_{||}} (W, P). \quad (2.20)$$

Отсюда находим выражение, определяющее направление и скорость изменения плотности энергий излучения:

$$\delta \omega = -\frac{\pi}{2} \beta^2 \frac{\omega \omega_b^2}{\alpha k_{||}^2} \frac{\partial f_0}{\partial v_{||}} \Big|_{v_{||}=\omega/k_{||}}, \quad (2.21)$$

которое существенно отличается от (2.9).

Из (2.21) видно, что при $\partial f_0 / \partial v_{||} < 0$, когда число электронов, отстающих от волны, больше, чем число электронов, обгоняющих ее, $\delta \omega < 0$, т. е. интенсивность излучения падает. Это — известный эффект затухания Ландау^{1,18}. Если же $\partial f_0 / \partial v_{||} > 0$, то интенсивность излучения растет. В этом случае говорят об эффекте обратного затухания Ландау^{45,47}.

Эффекты Ландау обусловлены резонансным взаимодействием с волной малой части электронов пучка — только тех электронов, для которых выполнено условие черенковского резонанса (1.2). Величина (2.21) определяется детальной структурой функции распределения, поэтому эффекты Ландау являются кинетическими. Строго резонансный характер кинетических эффектов, а также пропорциональность инкремента $\delta \omega$ плотности излучателей в первой степени делает их сходными с эффектами спонтанного излучения. В дальнейшем кинетические эффекты рассматриваться не будут. Мы упомянули их здесь только для полноты изложения.

3. КОЛЛЕКТИВНЫЕ ВЫНУЖДЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ. КОЛЛЕКТИВНЫЙ ЭФФЕКТ ЧЕРЕНКОВА, ИЛИ ЭФФЕКТ РАМАНА. РАМАНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ И РАМАНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

При выводе формулы (2.7) было использовано уравнение (2.2), в правую часть которого входит только поле излучаемой волны. Это, однако, справедливо не всегда. Действительно, излучение модулирует поток электронов по плотности и в нем возникают дополнительные пучковые поля, что схематически изображено на рис. 2.

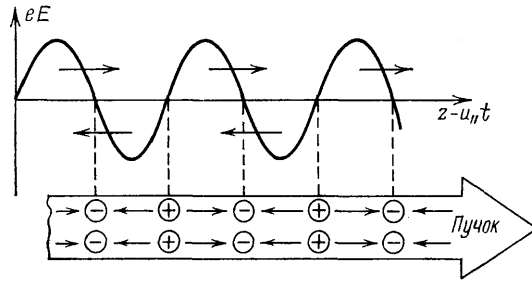


Рис. 2. Модуляция пучка и возникновение пучковых полей

Пучковыми полями обусловлено существование целой группы коллективных вынужденных процессов.

Качественно учесть пучковые поля в уравнении движения электрона довольно просто. Действительно, при смещении электрона из равновесного положения на него начинает действовать возвращающая сила, пропорциональная смещению. Коэффициент пропорциональности

является квадрат частоты плазменных колебаний пучка¹⁹, который обозначим как Ω_b^2 *). С учетом сказанного уравнения движения электрона можно записать в виде (ср. с (2.2))

$$\frac{dz}{dt} = v_{\parallel}, \quad \frac{dv_{\parallel}}{dt} + \Omega_b^2 (z - z_n) = \frac{e}{m} \beta^2 \left(1 - \frac{v_{\parallel}^2}{c^2}\right)^{3/2} E_{\parallel}(z, t), \quad (3.1)$$

где $z_n = z_0 + u_{\parallel}(t - t_0)$ — невозмущенная траектория, исходящая из точки z_0 .

Из (3.1), действуя точно так же, как и при выводе формулы (2.3), можно легко получить следующий закон изменения средней плотности импульса пучка P_e :

$$\frac{dP_e}{dt} = k_{\parallel} \frac{|E_{\parallel}|^2}{8\pi} \frac{\beta^2 \omega_b^2 \gamma^{-3} (\omega - k_{\parallel} u_{\parallel}) \delta\omega}{[(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2 - \Omega_b^2 - \delta^2 \omega]^2 + 4(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2 \delta^2 \omega}. \quad (3.2)$$

Дальнейшее преобразование формулы (3.2) связано с использованием законов сохранения энергии и импульса. Записывая их, следует учесть электромагнитные энергию и импульс плазменных колебаний пучка. Что касается их электромагнитного импульса, то в случае потенциальных плазменных колебаний он равен нулю. Ограничиваясь именно этим случаем **), будем записывать закон сохранения импульса в форме (2.5). Закон же сохранения энергии следует записывать следующим образом:

$$\frac{d}{dt} (W + W_e + W_{\parallel}) = 0, \quad (3.3)$$

включая в общий баланс, помимо плотностей энергии излучения и средней кинетической энергии электронов, также и плотность электростатической энергии плазменных колебаний W_{\parallel} .

*) В общем случае $\Omega_b^2 \neq \omega_b^2$, но всегда $\Omega_b^2 \sim \omega_b^2 \sim n_b$. Например, в нерелятивистском замагниченном пучке $\Omega_b^2 = \omega_b^2 k_{\perp}^2 / (k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2)$, где k_{\perp} — составляющая волнового вектора поперек внешнего магнитного поля¹⁹.

**) Предположение о потенциальности плазменных колебаний пучка заложено уже в уравнении (3.1).

Используя закон сохранения импульса и соотношение (2.10), преобразуем (3.2) к виду

$$\frac{d}{dt}(W, P) = -\frac{\omega}{\alpha} \frac{\beta^2 \omega_b^2 \gamma^{-3} (\omega - k_{||} u_{||}) \delta \omega}{[(\omega - k_{||} u_{||})^2 - \Omega_b^2 - \delta \omega^2]^2 + 4(\omega - k_{||} u_{||})^2 \delta \omega^2} (W, P). \quad (3.4)$$

При $\Omega_b^2 \rightarrow 0$ уравнение (3.4) переходит в (2.7). Но это и понятно — в прямолинейном полностью замагниченном пучке с исчезающе малой плотностью электронов излучение может быть связано только с одночастотным вынужденным эффектом Черенкова.

Рассмотрим теперь случай больших плотностей электронов, когда

$$\Omega_b^2 \gg \delta \omega^2, \quad (3.5)$$

и уравнение (3.4) записывается в следующем виде:

$$\frac{d}{dt}(W, P) = -\frac{\omega}{\alpha} \frac{\beta^2 \omega_b^2 \gamma^{-3} (\omega - k_{||} u_{||}) \delta \omega}{[(\omega - k_{||} u_{||})^2 - \Omega_b^2]^2 + 4(\omega - k_{||} u_{||})^2 \delta \omega^2} (W, P). \quad (3.6)$$

Из (3.6) следует, что, как и в случае (2.7), плотность энергии излучения W растет со временем, если только $\omega - k_{||} u_{||} < 0$. Максимум инкремента реализуется при условии

$$\omega(k_{||}) = k_{||} u_{||} - \Omega_b, \quad (3.7)$$

отличном от (2.8). Иной, чем (2.9), вид имеет и сам инкремент:

$$\delta \omega = \frac{1}{2} \beta \left(\frac{1}{2\alpha} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3} \omega}{\Omega_b} \right)^{1/2}. \quad (3.8)$$

Используя теперь последнее выражение, придадим явный вид неравенству (3.5):

$$\Omega_b \gg \frac{1}{8} \frac{\beta^2}{\alpha} \omega \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{\Omega_b^2}, \quad (3.5')$$

выразив тем самым явно критерий большой плотности электронов пучка.

Излучение в условиях (3.7), (3.5) называют вынужденным эффектом Рамана²⁰. Это именно тот коллективный эффект, в который трансформируется одночастичный эффект Черенкова при увеличении плотности электронов в пучке. Смысл названия «эффект Рамана» выясним позже. Сейчас же отметим, что более удачным в данном случае мог бы, вероятно, быть термин «коллективный эффект Черенкова», и мы такой терминологией и будем пользоваться в дальнейшем.

Для выяснения физической сущности коллективного эффекта Черенкова вспомним, что спектры пучковых плазменных волн определяются выражениями

$$\omega = k_{||} u_{||} \pm \Omega_b. \quad (3.9)$$

Спектр со знаком минус соответствует так называемой медленной волне с отрицательной энергией. При возбуждении такой волны энергия от пучка отбирается²¹. Но условие резонанса (3.7) есть, как это видно из (3.9), условие возбуждения именно медленной волны. Высвобождаемая при этом энергия и идет на излучение *).

Независимо, с помощью уравнений «холодной» гидродинамики и Пуассона, можно показать, что электростатическая энергия плазменных колебаний пучка дается формулами

$$W_{||} = \pm \frac{\Omega_b}{k_{||} u_{||}} \delta W_e. \quad (3.10)$$

*) Наличие в системе волн с отрицательной энергией означает ее неравновесность, или наличие у невозмущенной системы определенного энергетического запаса (у пучка это кинетическая энергия движения). Ясно, что такую систему можно возмутить, так что полная ее энергия уменьшается. Такое возмущение и есть волна с отрицательной энергией.

Верхний знак здесь относится к быстрой волне, а нижний — к медленной. Поскольку электростатическая энергия всегда положительна, то из (3.10) еще раз видно, что при возбуждении в пучке медленной волны он тормозится, т. е. $\delta W_e < 0$.

С учетом (3.10) перепишем закон сохранения (3.3) в виде

$$\frac{d}{dt}(W + W_b^{(-)}) = 0, \quad (3.11)$$

где

$$W_b^{(-)} = \left(1 - \frac{\Omega_b}{k_{\parallel} u_{\parallel}}\right) \delta W_e \quad (3.12)$$

— полная энергия медленной волны. Используя теперь (3.7), (2.4) и общее соотношение (2.10), получим из (3.12) выражение для импульса медленной пучковой волны:

$$P_b^{(-)} = \frac{k_{\parallel}}{\omega} W_b^{(-)} = \delta P_e, \quad (3.13)$$

которое в рассматриваемом потенциальном (электростатическом) случае очевидно.

Рассмотренный только что процесс, так же как и все вынужденные процессы, исследованные в предыдущем разделе, приводят к неустойчивостям, соответствующим экспоненциальному росту поля со временем. Действительно, как (2.7), так и (3.6) при $\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} < 0$, а также (2.11) и (2.12) сводятся к виду

$$\frac{dW}{dt} = 2\delta\omega \cdot W \quad (3.14)$$

с положительным $\delta\omega$. Таким образом, плотность энергии излучения в линейном приближении неограниченно растет за счет энергии пучка при сколь угодно малых начальных возмущениях в системе *).

Приведем теперь пример совершенно иного процесса. Положим в (3.6) $\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} = \Omega_b$, что, как это видно из (3.9), есть условие резонансного взаимодействия излучения с быстрой пучковой волны. При этом уравнение (3.6) сводится к виду, отличному от (3.14):

$$\frac{dW}{dt} = i \cdot 2\delta\omega \cdot W, \quad (3.15)$$

где $\delta\omega$ совпадает с (3.8). Это — один из примеров взаимодействия двух волн с положительной энергией. При таком взаимодействии энергия от быстрой пучковой волны периодически перекачивается в излучение и обратно.

Энергия и импульс быстрой пучковой волны даются выражениями

$$W_b^{(+)} = \left(1 + \frac{\Omega_b}{k_{\parallel} u_{\parallel}}\right) \delta W_e, \quad P_b^{(+)} = \delta P_e, \quad (3.16)$$

в которых, как это видно из (3.10), δW_e (и δP_e) больше нуля **). Закон же сохранения (3.3) сводится к виду

$$\frac{d}{dt}(W + W_b^{(+)}) = 0. \quad (3.17)$$

*) Более точно условие неустойчивости имеет вид $\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} < 0$ и $\omega > 0$ или $\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} > 0$ и $\omega < 0$. Очевидно, что обе формы эквивалентны. Мы, если это специально не оговорено, считаем везде, что $\omega > 0$.

**) Пучковые волны обладают особенностями при $\omega/k_{\parallel} < 0$, что видно из схемы, приведенной на рис. 3. Поскольку эти особенности проявляются в области низких частот $|\omega| < \Omega_b$, то мы их во внимание не принимаем.

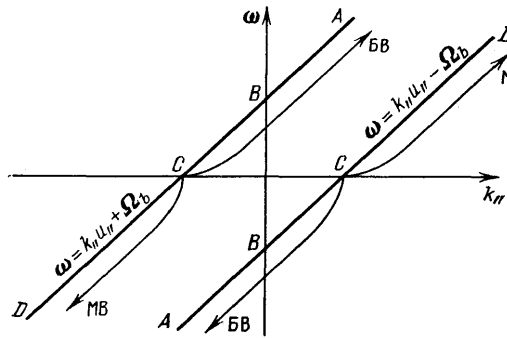


Рис. 3. Дисперсия и знаки энергии и импульса пучковых волн

AC — быстрая волна (BB); CD — медленная волна (MB); AB: $\delta W_e > 0$, $P_b > 0$, $W_b > 0$; BC: $\delta W_e > 0$, $P_b < 0$, $W_b > 0$; CD: $\delta W_e < 0$, $P_b < 0$, $W_b < 0$

Поскольку знаки W и W_b^+ совпадают, то рост одной из них сопровождается уменьшением другой. Следовательно, для развития процесса с участием быстрой волны необходимо конечное начальное возмущение в системе, которое и является источником энергии. Характерное поведение плотностей энергии в процессах (3.14) и (3.15) показано на рис. 4. Процесс излучения типа (3.15) неустойчивостью не является; это — простой распад начального возмущения

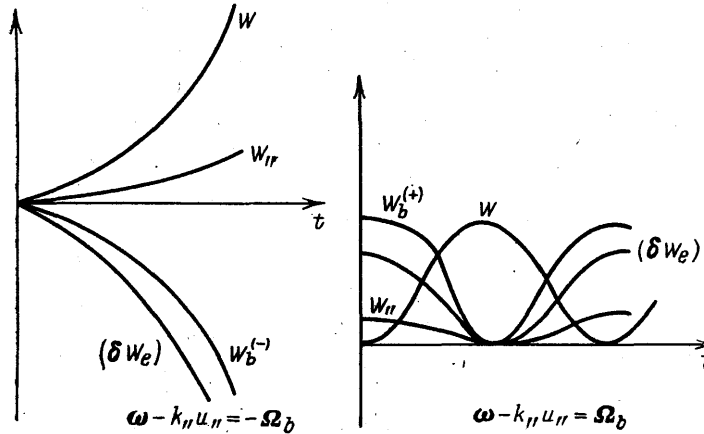


Рис. 4. Изменение энергий волн при излучательной неустойчивости и при простом распаде начального возмущения

возмущения. Отметим, что при нарушении неравенства (3.5) такой распад невозможен: он подавлен неустойчивостью, основанной на вынужденном одночастичном эффекте Черенкова.

Вынужденный коллективный эффект Черенкова реализуется и в периодических структурах. Условие резонанса при этом записывается в виде

$$\omega(k_{||}) = k_{||}u_{||} + n\chi u_{||} \pm \Omega_b, \quad (3.18)$$

а формулы (3.8) и (3.5) сохраняются при замене ω_b^2 на $|a_n|^2 \omega_b^2$.

При увеличении плотности пучка видоизменяется и определенное формулой (2.12) вынужденное ондуляторное излучение. Так, условие резонанса записывается в виде

$$\omega(k_{||}) = k_{||}u_{||} + n\omega_0 \pm \Omega_b, \quad (3.19)$$

а формулы (3.8) и (3.5) сохраняются при замене $\omega_b^2 \rightarrow |A_n|^2 \omega_b^2$. Излучение в условиях (3.19) будем называть коллективным ондуляторным излучением.

В заключение рассмотрим взаимодействие двух волн в условиях, когда амплитуда рассеиваемой волны не является фиксированной. Условие резонанса (3.19) запишем при этом в виде

$$(\omega_1 - k_{||1}u_{||}) - (\omega_2 - k_{||2}u_{||}) = \pm \Omega_b, \quad (3.20)$$

обобщив тем самым условие томсоновского рассеяния и излучения (2.14) на случай плотных пучков. Если обозначить

$$\omega = \omega_1 - \omega_2, \quad k_{||} = k_{||1} - k_{||2}, \quad (3.21)$$

то (3.20) совпадает с условиями (3.9) резонансного возбуждения пучковых волн. С другой же стороны, соотношения (3.21) есть условия нелинейного взаимодействия волн^{18,31}. Именно такими взаимодействиями двух электромагнитных и одной пучковой волн и являются процессы (3.20), и их следует отнести к процессам типа рамановского рассеяния и излучения.

Рассмотрим законы сохранения при взаимодействии волн. Для этого выразим энергию и импульс плазменных колебаний пучка через соответ-

ствующее число квантов (плазмонов) N_b :

$$W_b^{(\pm)} = \pm \omega N_b, \quad P_b^{(\pm)} = \pm k_{\parallel} N_b \quad (\omega > 0). \quad (3.22)$$

Возьмем сначала в условии (3.20) знак минус, т. е. рассмотрим взаимодействие электромагнитных волн с медленной пучковой волной. Законы сохранения энергии и импульса записываются в этом случае в виде

$$\begin{aligned} \omega_1 \delta N_1 + |\omega_2| \delta N_2 - \omega \delta N_b &= 0, \\ k_{\parallel 1} \delta N_1 + \text{sign } \omega_2 \cdot k_{\parallel 2} \delta N_2 - k_{\parallel} \delta N_b &= 0. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Отсюда, с учетом (3.21), следуют соотношения Мэнли — Роу¹⁸

$$\delta N_1 - \delta N_b = 0, \quad \delta N_2 + \text{sign } \omega_2 \cdot \delta N_b = 0, \quad \delta N_1 + \text{sign } \omega_2 \cdot \delta N_2 = 0, \quad (3.24)$$

которые анализируются ниже в предположении, что в исходном состоянии пучок не возмущен, то есть $\delta N_b > 0$.

Если $\omega_1 > \omega_2 > 0$, то $\delta N_1 > 0$, а $\delta N_2 < 0$. Это — рамановское рассеяние с повышением частоты, то есть тот процесс, в который трансформируется при увеличении плотности пучка томсоновское рассеяние с повышением частоты. Если $\omega_1 > 0$, а $\omega_2 < 0$, то, как видно из (3.24) $\delta N_1 > 0$ и $\delta N_2 > 0$, то есть одновременно растут амплитуды обеих электромагнитных волн. В данном случае реализуется эффект рамановского излучения двух волн. Рассмотренное ранее томсоновское излучение двух волн как раз и переходит в рамановское при увеличении плотности пучка.

При взаимодействии электромагнитных волн с быстрой пучковой волной (знак плюс в (3.20) и (3.22)) законы сохранения и соотношения Мэнли — Роу имеют вид

$$\begin{aligned} \omega_1 \delta N_1 + |\omega_2| \delta N_2 + \omega \delta N_b &= 0, \\ k_{\parallel 1} \delta N_1 + \text{sign } \omega_2 \cdot k_{\parallel 2} \delta N_2 + k_{\parallel} \delta N_b &= 0, \\ \delta N_1 + \delta N_b = 0, \quad \delta N_2 - \text{sign } \omega_2 \cdot \delta N_b = 0, \quad \delta N_1 + \text{sign } \omega_2 \cdot \delta N_2 &= 0. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Если $\omega_1 > \omega_2 > 0$ и пучок в исходном состоянии не возмущен ($\delta N_b > 0$), то $\delta N_1 < 0$, а $\delta N_2 > 0$, то есть имеется рассеяние с понижением частоты с одновременным возбуждением быстрой волны пучка. Источником энергии является энергия высокочастотной электромагнитной волны. В системе пучка частота рассеянной волны меньше частоты падающей

$$\Omega_2 = \Omega_1 - \Omega_b. \quad (3.26)$$

Но такое соотношение выполняется при комбинационном рассеянии света (эффект Рамана — Мандельштама — Ландсберга²²) и соответствует нормальной стоксовой линии в спектре рассеяния. По этой-то причине все процессы, учитывающие в условиях излучения и рассеяния поправку Ω_b , называли рамановскими. Однако такая терминология не учитывает особенностей, связанных с движением пучка и отрицательностью энергии медленной пучковой волны. Поэтому ее применение ко всем процессам не является, на наш взгляд, вполне оправданным *).

*) Эффектом Рамана — Мандельштама — Ландсберга называют рассеяние света на атоме (или молекуле), сопровождаемое возбуждением последнего. Для возбуждения атома необходимо сообщить ему энергию, которая отбирается от падающего кванта света, в результате чего частота вторичного (рассеянного) кванта оказывается меньше, чем у падающего (нормальная стоксова линия рассеяния). Для снятия возбуждения у атома энергию следует отбирать — она идет на повышение частоты рассеянного кванта (антистоксова линия рассеяния). В этих случаях атомная система эквивалентна пучку с возбуждаемой в нем волной положительной энергии. Аналогом же пучка с возбуждаемой в нем волной отрицательной энергии была бы атомная система, для возбуждения которой от нее следовало бы отбирать энергию, а для снятия возбуждения, наоборот, сообщать ей энергию. Если теперь теорию эффекта Рамана — Мандельштама — Ландсберга обобщить и на такие атомные системы, то ее аналогия с теорией рассеяния волн на пучке будет полной.

Если $\delta N_b < 0$ (пучок первоначально возбужден) и $\omega_2 > 0$, то $\delta N_1 > 0$, а $\delta N_2 < 0$. Это рассеяние с повышением частоты, но не за счет энергии направленного движения электронов, а за счет энергии низкочастотной и быстрой пучковой волн. Данный случай вполне соответствует классическому рамановскому рассеянию с антистоксовым спектром.

Если $\delta N_b < 0$ и $\omega_2 < 0$, то $\delta N_1 > 0$ и $\delta N_2 > 0$. Это означает, что излучаются две волны за счет энергии плазменных колебаний электронов пучка.

Все процессы с участием быстрой волны собственно к излучательным пучковым неустойчивостям не относятся, поскольку для них наличие у пучка энергии направленного движения не принципиально. Они основаны на простом распаде начального волнового возмущения в волновые возмущения другого типа. При уменьшении плотности пучка все процессы с участием быстрой волны (так же как и процессы с участием медленной волны) модифицируются в вынужденные эффекты Черенкова и Томсона, то есть в одночастичные излучательные неустойчивости.

4. АНОМАЛЬНЫЙ И НОРМАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТЫ ДОППЛЕРА

Во всех рассмотренных в п. 2 одночастичных процессах средняя энергия электронов потока определялась энергией его прямолинейного квазиравномерного движения. Квазиравномерного потому, что при излучении эта энергия медленно уменьшается. Совершенно иным является случай электрона-осциллятора, то есть электрона в поле гироскопических или консервативных внешних сил. Рассмотрим, как излучает пучок таких осцилляторов. При этом следует учесть, что, помимо плотности «продольного» импульса P_e и плотности «продольной» энергии W_e , в пучке имеется плотность «поперечной» энергии осцилляторного движения W_\perp *). Записав законы сохранения энергии и импульса при излучении

$$\frac{d}{dt} (W + W_e + W_\perp) = 0, \quad \frac{d}{dt} (P + P_e) = 0, \quad (4.1)$$

получим для изменений энергии электромагнитного поля и W_e следующие соотношения:

$$\delta W = -\frac{\omega}{\omega - k_\parallel u_\parallel} \delta W_\perp, \quad \delta W_e = \frac{k_\parallel u_\parallel}{\omega - k_\parallel u_\parallel} \delta W_\perp. \quad (4.2)$$

При получении (4.2) учтены связи (2.10) и (2.4). Отсюда видно, что при эффекте Черенкова ($\omega = k_\parallel u_\parallel$) энергия осцилляторного движения электрона не меняется ($\delta W_\perp = 0$). Иные ситуации реализуются при $\omega \neq k_\parallel u_\parallel$.

Условимся пока считать, что $\omega > 0$, причем пучок излучает, то есть $\delta W > 0$. Если $\omega - k_\parallel u_\parallel < 0$ (при этом автоматически $k_\parallel > 0$), то $\delta W_\perp > 0$, а $\delta W_e < 0$. Следовательно, при излучении увеличивается поперечная энергия осцилляторного движения электронов. Расходуется на это энергия продольного движения, она же идет и на излучение. Такое излучение называют аномальным эффектом Допплера^{2,12,23}. Таким образом, при аномальном эффекте Допплера даже первоначально прямолинейно движущийся электрон пучка начинает, излучая, осциллировать.

Если $\omega - k_\parallel u_\parallel > 0$ и $k_\parallel > 0$, то $\delta W_\perp < 0$ и $\delta W_e < 0$. Следовательно, электронный пучок излучает как за счет своей поперечной осцилляторной энергии, так и за счет энергии продольного поступательного движения. Однако если в начале процесса $W_\perp = 0$, то излучения нет. Таким образом,

*) В этом разделе ради наглядности мы рассматриваем нерелятивистские пучки электронов. Однако все сказанное сохраняет силу и для релятивистского случая. Для потока нерелятивистских электронов в постоянном магнитном поле $W_\perp = (1/2) m n_b \omega_H^2 R_D^2$, где n_b — плотность электронов, а R_D — ларморовский радиус. В общем случае $W_\perp = (1/2) m n_b \omega_A^2 A_\perp^2$, где ω_A — частота, а A_\perp — амплитуда осцилляции.

для излучения необходим изначальный запас осцилляторной энергии. Такое излучение называют нормальным эффектом Допплера^{2, 12, 23}.

И, наконец, при $\omega - k_{\parallel}u_{\parallel} > 0$ и $k_{\parallel} < 0$ имеем $\delta W_{\perp} < 0$, а $\delta W_e > 0$. То есть, излучая, пучок ускоряется в продольном направлении. Расходуется на это опять энергия поперечного осцилляторного движения. Данный процесс в литературе также называют нормальным эффектом Допплера.

Отметим еще одно обстоятельство, вытекающее из формул (4.2). Пусть, например, спектр излучения $\omega(k_{\parallel})$ имеет простейший вид: $\omega = k_{\parallel}c_0$, где c_0 — фазовая скорость электромагнитных волн. Тогда, если $c_0 - u_{\parallel} \ll u_{\parallel}$, то при нормальном эффекте

$$|\delta W| \approx |\delta W_e| = \frac{u_{\parallel}}{c_0 - u_{\parallel}} |\delta W_{\perp}| \gg |\delta W_{\perp}|. \quad (4.3)$$

То есть электронный пучок излучает за счет энергии продольного направленного движения, а осцилляторная энергия (поперечная) меняется мало, являясь как бы затравкой. Аналогичная ситуация имеет место и при аномальном эффекте Допплера, когда $c_0 < u_{\parallel}$ и $u_{\parallel} - c_0 \ll u_{\parallel}$. Таким образом, при $c_0 \sim u_{\parallel}$ эффекты Допплера энергетически эквивалентны вынужденному эффекту Черенкова.

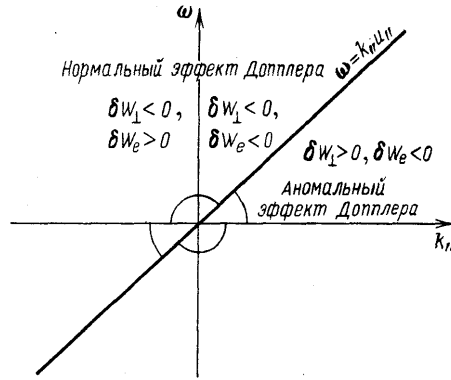


Рис. 5. Области аномального и нормального эффектов Допплера

На рис. 5 указаны области частот и волновых чисел, в которых возможен тот или иной эффект. Рисунок обобщает изложенное выше рассмотрение при $\omega > 0$ на отрицательные частоты ($\omega < 0$).

Рассмотрим в качестве примера аномального эффекта Допплера излучение первоначально прямолинейного электронного пучка в постоянном магнитном поле²⁴. Получим формулу типа

(2.7) для интенсивности излучения. Запишем для этого уравнения движения электронов для компонент скорости v_{\parallel} и $v_{\perp} = v_x + iv_y$:

$$\begin{aligned} \frac{dv_{\perp}}{dt} + i\omega_H v_{\perp} &= -\frac{e}{mc} \left(\frac{\partial A_{\perp}}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial A_{\perp}}{\partial z} \right), \\ \frac{dv_{\parallel}}{dt} &= \frac{1}{2} \frac{e}{mc} \left(v_{\perp} \frac{\partial A_{\perp}^*}{\partial z} + \text{к.с.} \right), \end{aligned} \quad (4.4)$$

где $A_{\perp} = A_x + iA_y$ — векторный потенциал. Выберем направление вращения плоскости поляризации поля излучения в соответствии с формулой $A_{\perp} = A_0 \exp(i\omega t - k_{\parallel}z)$, где ω — комплексная частота (здесь $\omega \rightarrow \omega - i\delta\omega$). Выражая v_{\perp} из линеаризованного первого уравнения (4.4) и подставляя ее второе уравнение, получим с учетом (4.1) и (2.10) следующее уравнение для интенсивности излучения:

$$\frac{d}{dt} (W, P) = \frac{1}{\alpha} \omega \frac{\omega_B^2 \omega_H \delta\omega}{\omega^2 [(\omega - k_{\parallel}u_{\parallel} + \omega_H)^2 + \delta\omega^2]} (W, P), \quad (4.5)$$

где α — параметр, определяемый природой волны в соответствии с формулой

$$W = \alpha \frac{\omega^2}{c^2} \frac{|A_0|^2}{4\pi}. \quad (4.6)$$

Попутно, при выводе (4.5), удастся показать, что правая часть второго уравнения (4.4) не зависит от координаты z . Следовательно, в данном случае отсутствует фазировка электронов в поле волны, то есть все электроны тормо-

зятся одинаково, независимо от своей фазы. Это существенно отличает рассматриваемый процесс излучения от вынужденного эффекта Черенкова.

Из (4.5) очевидным образом определяем условие оптимального излучения при аномальном эффекте Допплера:

$$\omega(k_{\parallel}) = k_{\parallel} u_{\parallel} - \omega_H, \quad (4.7)$$

в точности совпадающее с одним из условий спонтанного излучения (1.4) (при $\gamma = 1$, так как $u_{\parallel} \ll c$), и инкремент *)

$$\delta\omega = \left(\frac{1}{\alpha} \frac{\omega_b^2 \omega_H}{2\omega} \right)^{1/2}. \quad (4.8)$$

Легко также показать, что плотности энергий электронов W_e , W_{\perp} и излучения W связаны между собой соотношениями вида (4.2).

Уместно отметить также следующие обстоятельства. Формулы (4.5), (4.7) и (4.8) существенно отличаются от полученных при рассмотрении вынужденных эффектов Черенкова (в однородной либо периодической системе), поскольку определяют качественно другой эффект. Здесь излучение возникает даже в первоначально прямолинейном пучке ($u_{\perp} = 0$), так как при аномальном эффекте Допплера электрон «раскручивается» и приобретает поперечную скорость. Что касается спонтанного излучения, то оно при $u_{\perp} = 0$, как это видно из (1.3), невозможно. И наконец, рассмотренный эффект является одночастичным, поскольку в правых частях уравнений (4.4) нет вклада от коллективных пучковых полей; нет вклада от энергии и импульса таких полей и в законах сохранения (4.1).

Сделаем еще одно важное замечание. Условия вынужденных ондуляторного и черенковского излучений (1.6) и (1.9) попадают в области аномального и нормального эффектов Допплера. Однако отождествлять их по этой причине с последними ошибочно. Говорить об эффектах Допплера можно, если осцилляторные свойства электронов обусловлены гироскопическими или консервативными внешними силами, то есть если можно ввести сохраняющуюся величину W_{\perp} .

Между коллективным эффектом Черенкова и аномальным эффектом Допплера имеется глубокая аналогия²⁵. Во-первых, условие (3.7), поскольку $\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} < 0$, попадает именно в область аномального эффекта. Во-вторых, при аномальном эффекте Допплера возбуждаются внутренние степени свободы пучка, определяемые индивидуальными свойствами электронов-осцилляторов. Внутренние степени свободы — плазменные колебания — возбуждаются и при коллективном эффекте Черенкова, но определяются они уже не индивидуальными свойствами электронов, а коллективным поведением пучка в целом. Аналогия эта видна и из сходства уравнений (3.6) и (4.5), особенно при упрощенной, в условиях (3.5), форме записи уравнения (3.6);

$$\frac{d}{dt}(W, P) = \frac{\omega}{\alpha} \frac{\beta^2}{4\Omega_b^2} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-2} \Omega_b \delta\omega}{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} + \Omega_b)^2 + \delta\omega^2} (W, P). \quad (4.9)$$

Аналогию можно провести еще дальше, если с учетом (4.7) переписать второе соотношение (4.2) в виде

$$W_{\perp} = - \frac{\omega_H}{k_{\parallel} u_{\parallel}} \delta W_e \quad (4.10)$$

и сравнить это со вторым выражением (3.10). Формально все сводится к замене $\omega_H \rightarrow \Omega_b$. С физической же точки зрения гораздо важнее, что электростатическая энергия плазменных колебаний W_{\parallel} при коллективном эффекте Черенкова эквивалентна энергии W_{\perp} при аномальном эффекте Допплера.

*) В случае излучения циркулярных волн в изотропном диэлектрике с проницаемостью ϵ_0 , $\alpha = \epsilon_0$ и (4.8) сводится к виду $\delta\omega = (\omega_b^2 \omega_H / 2\epsilon_0 \omega)^{1/2}$. Последний результат хорошо известен²⁴.

Можно также сказать, что соотношение (4.7) определяет спектр волны с отрицательной энергией, но в отличие от медленной пучковой волны волна (4.7) является одночастичной.

Поскольку при коллективном эффекте Черенкова в условиях (3.7), так же как и при аномальном эффекте Допплера, излучает «сверхсветовой» пучок (т. е. фазовая скорость волны излучения меньше скорости пучка), то часто коллективное черенковское излучение в условиях (3.7) называют аномально-доплеровским излучением.

В случае нормального эффекта Допплера скорость электронов меньше фазовой скорости волны, то есть излучает досветовой пучок. Причем для излучения необходим изначальный запас энергии «поперечного» движения W_{\perp} . Но то же самое имеет место при взаимодействии пучка и излучения в условиях $\omega - k_{\parallel}u_{\parallel} = \Omega_p$. Поэтому нормальный эффект Допплера к излучательным неустойчивостям не относится, то есть в условиях $\omega - k_{\parallel}u_{\parallel} = \omega_H > 0$ электронный пучок устойчив относительно возбуждения электромагнитных волн. Однако в случае релятивистских пучков последнее утверждение может стать неверным, поскольку имеется еще один механизм вынужденного излучения, который мы и рассмотрим в следующем разделе.

5. ВЫНУЖДЕННОЕ ЦИКЛОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Спонтанное излучение, о котором речь шла в п. 1, обусловлено фактическим перемещением электрических зарядов в пространстве — ускоренным перемещением при дипольном излучении и равномерным при черенковском излучении в замедляющей среде или периодической структуре. В невозмущенных пространственно-однородных пучках фактические перемещения зарядов отсутствуют, поскольку в любой момент времени в любой точке пространства плотность заряда $\rho = \text{const}$. Поэтому отсутствует и спонтанное излучение *). Можно, однако, сказать, что спонтанное излучение инициирует вынужденное. Так, любая начальная, даже случайно возникшая, регулярная модуляция пучка порождает пространственно-когерентное спонтанное излучение, которое, в свою очередь, вызывает дальнейшую модуляцию пучка. В результате пучок разбивается на последовательность излучающих электронных сгустков, или, другими словами, фазировается полем излучения. Такая фазировка есть основной фактор при переходе спонтанного (затравочного) излучения в вынужденное. Сама же затравка, в виде начальной модуляции пучка, может быть сколь угодно малой. Кроме того, понятно, что главной причиной, порождающей излучение в случае сфазированных электронов, является поляризационный ток пучка.

Сказанное относится ко всем системам, рассмотренным в п. 2 и 3. Так, спонтанный эффект Черенкова инициирует: в случае пучков малой плотности — одночастичное вынужденное излучение Черенкова, а в пучках большой плотности при «сверхсветовом» движении — коллективное излучение Черенкова. Спонтанное ондуляторное или дипольное излучение инициирует вынужденные ондуляторные излучения — одночастичное и коллективное. Спонтанный эффект второго порядка (томсоновское рассеяние) инициирует в пучках малой плотности эффекты томсоновского рассеяния и излучения, а в плотных пучках — вынужденное рамановское рассеяние или излучение. Во всех этих случаях рассматривалось только одномерное движение электронов потока, а следовательно, учитывались только токи поляризации, чего вполне достаточно.

Есть и другой, противоположный случай, когда плотность заряда пучка не возмущается ($\rho = \text{const}$), а излучает наведенный в пучке вихревой ($\text{div } \mathbf{j} = 0$) переменный ток. Это излучение инициируется другими спонтан-

*) Статические электрическое и магнитное поля пучка электронов во внимание не принимаются, поскольку к излучению отношения не имеют.

ными эффектами и может быть аналогично излучению типа «рамки с током»²⁶. Соответствующий пример был рассмотрен в п. 4 при выводе формулы (4.5), когда исследовалось излучение первоначально прямолинейного пучка в постоянном магнитном поле. Вынужденное излучение такого пучка возникает следующим образом. Затравочный, циркулярно поляризованный ток порождает спонтанное поле той же поляризации. В общем случае $\mathbf{jE} = 0$, и излучения нет. Но при выполнении условия (4.7) ситуация резко меняется: векторы \mathbf{E} и \mathbf{j} становятся параллельными, и поэтому поперечная скорость электронов начинает расти, а продольная составляющая силы Лоренца тормозит весь поток в целом без его модуляции. Конечно, в самом общем случае источниками излучения пучков являются как вихревые токи, так и токи поляризации.

Есть еще один спонтанный эффект, инициирующий вынужденное излучение, а именно, вынужденное циклотронное (или магнитотормозное) излучение. Здесь так же $\mathbf{jE} \neq 0$, но \mathbf{j} — уже не ток отдельного электрона, а ток электронного сгустка, образовавшегося в результате фазировки на ларморовской орбите. Вынужденное циклотронное излучение является чисто релятивистским эффектом. Иницируется же оно спонтанным магнитотормозным излучением. Перейдем к более подробному его рассмотрению.

Пусть электроны равномерно распределены на ларморовской окружности и скорости их направлены, как показано на рис. 6. Частота вращения таких электронов во внешнем магнитном поле B_0 есть ω_H/γ , то есть зависит от их энергии. Пусть также вектор напряженности электрического поля циркулярно-поляризованной волны вращается в каждой точке пространства с частотой ω , близкой к ω_H/γ . Если $\omega \approx \omega_H/\gamma$, то на участке окружности ABC электроны получают от поля энергию; поэтому величина γ растет, а частота вращения электронов падает. В результате электроны с участка ABC стремятся сместиться к точке A . Легко видеть, что к этой же точке смещаются электроны и с участка ADC . В результате около точки A на ларморовской орбите возникает электронный сгусток. Однако при $\omega = \omega_H/\gamma$, из-за симметрии картины относительно направления \mathbf{E} , суммарная работа поля над электронами равна нулю. Симметрии нет при $\omega \neq \omega_H/\gamma$, когда работа отлична от нуля и может возникнуть вынужденное циклотронное излучение, то есть излучение вращающихся электронных сгустков, образованных излучением²⁷. Ясно, что ключевым моментом здесь является зависимость частоты вращения электронов от γ , то есть релятивизм.

Для количественного исследования эффекта запишем уравнение для продольного импульса электрона пучка:

$$\frac{dP_{\parallel}}{dt} = -\frac{e}{2c} \left(v_{\perp} \frac{\partial A_{\perp}^*}{\partial z} + v_{\perp}^* \frac{\partial A_{\perp}}{\partial z} \right), \quad (5.1)$$

и представим продольную координату электрона компоненты скорости и поля излучения в виде

$$\begin{aligned} z &= u_{\parallel} (t - t_0) + z_{0j} + \tilde{z}_j, & v_{\parallel} &= u_{\parallel} + \tilde{v}_{\parallel}, \\ v_{\perp} &= (u_{\perp} + \tilde{v}_{\perp}) \exp \left[-i \frac{\omega_H}{\gamma} (t - t_0) - i\varphi_{0j} - i\tilde{\varphi} \right], \\ A &= A_0 \exp (i\omega t - ik_{\parallel} z) & (\omega &\rightarrow \omega - i\delta\omega), \end{aligned} \quad (5.2)$$

где величины с волной (\sim) суть малые возмущения, пропорциональные A_0 , а z_{0j} и φ_{0j} — начальные координата и фаза вращения j -го электрона. Усред-

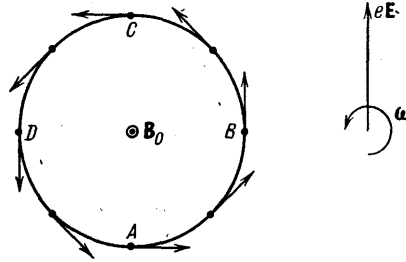


Рис. 6. Магнито-циклотронная группировка электронов на ларморовской орбите

ним уравнение (5.1), учтя в нем члены вплоть до квадратичных по возмущениям. В результате получим соотношение

$$\frac{d\langle P_{\parallel} \rangle}{dt} = -ik_{\parallel} \frac{en_b}{c} \left\langle \frac{1}{2} (u_{\perp} A_0 + \tilde{v}_{\perp} A_0 + iu_{\perp} \tilde{\theta} A_0) \exp(i\Delta t + i\theta_{0j}) - \text{к.с.} \right\rangle, \quad (5.3)$$

в котором $\Delta = \omega - k_{\parallel} u_{\parallel} + (\omega_H/\gamma)$, $\theta_{0j} = \varphi_{0j} - k_{\parallel} z_{0j}$, а $\tilde{\theta} = \tilde{\varphi} - k_{\parallel} z \pm$ возмущение спиральной фазы. Усреднение в (5.3) понимается по-прежнему в том же смысле, что и при выводе (2.3).

Рассмотрим смысл соотношения (5.3). Член, пропорциональный $u_{\perp} A_0$, определяет воздействие поля на невозмущенный электрон, то есть отвечает за спонтанное излучение. При усреднении он исчезает. Член $\sim \tilde{v}_{\perp} A_0$ определяет вынужденное аномальное доплеровское излучение, исследованное ранее на примере (4.5). Новым является член $\sim u_{\perp} \tilde{\theta} A_0$, описывающий фазовую группировку частиц. Именно он отвечает за вынужденное магнитотормозное излучение.

Дальнейшее преобразование (5.3) сводится к вычислению в линейном приближении возмущений \tilde{v}_{\perp} и $\tilde{\theta}$ и к применению закона сохранения импульса и формулы (2.10). Опуская простые промежуточные выкладки, приведем окончательное уравнение для плотности энергии и импульса излучения:

$$\frac{d}{dt} (W, P) = \frac{1}{\alpha} \omega (S_1 + S_2) (W, P); \quad (5.4)$$

здесь

$$S_1 = \frac{\omega_b^2 \gamma^{-2} \omega_H \omega^{-2} \delta \omega}{[\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} + (\omega_H/\gamma)]^2 + \delta \omega^2}, \quad (5.5)$$

$$S_2 = \frac{u_{\perp}^2}{c^2} \left(1 - \frac{k_{\parallel}^2 c^2}{\omega^2} \right) \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} [\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} + (\omega_H/\gamma)] \delta \omega}{\{[\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} + (\omega_H/\gamma)]^2 + \delta \omega^2\}^2}. \quad (5.6)$$

При $u_{\perp}^2/c^2 \rightarrow 0$, когда $S_2 \rightarrow 0$, уравнение (5.4) переходит в (4.5), точнее, в его релятивистский аналог. В противоположном случае при

$$|S_2| \gg |S_1| \quad (5.7)$$

уравнение (5.4) оказывается существенно иным и по структуре напоминает (2.7). Этого и следовало ожидать, поскольку эффект вынужденного циклотронного излучения связан, как и одночастичный вынужденный эффект Черенкова, с фазировкой электронов, в данном случае с возмущением спиральной фазы $\tilde{\theta}$. Отметим, что возмущение $\tilde{\theta}$ приводит к поляризации потока: возникает вращающийся дипольный момент, как раз и являющийся источником излучения.

Учитывая, что в случае (5.7) уравнение (5.4) аналогично (2.8), запишем без труда инкремент неустойчивости при вынужденном циклотронном излучении:

$$\delta \omega = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\frac{1}{4\alpha} \frac{u_{\perp}^2}{c^2} \omega_b^2 \gamma^{-1} \left| \omega \left(1 - \frac{k_{\parallel}^2 c^2}{\omega^2} \right) \right| \right]^{1/3}. \quad (5.8)$$

Условие же излучения записывается в виде

$$\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} + \frac{\omega_H}{\gamma} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \delta \omega. \quad (5.9)$$

В последнем выражении знак «+» берется только при излучении волн с фазовой скоростью, большей u_{\parallel} , но меньшей скорости света c . В противном случае выбирается знак «-».

Используя (5.5), (5.6) и (5.8), придадим явный вид неравенству (5.7), а именно,

$$\omega_b^2 \ll \left(\frac{u_{\perp}^2}{c^2} \gamma^2 \right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_H} \right)^3 \left[\omega \left(1 - \frac{k_{\parallel}^2 c^2}{\omega^2} \right) \right]^2. \quad (5.10)$$

При увеличении плотности потока неравенство (5.10) нарушается и вынужденное циклотронное излучение становится невозможным. Оно переходит либо в аномальный эффект Допплера, либо в нормальный. Последний процесс, как было показано ранее, неустойчивостью не является.

Отметим, кроме того, что при получении формул (4.2) существенно использовались связь $\delta W_e = u_{||} \delta P_e$ и возможность разделения механической энергии электрона на продольную и поперечную части. В случае электрона в магнитном поле это можно делать с точностью до $u_{||}^2/c^2$. Но эффект вынужденного циклотронного излучения является эффектом такого же порядка. Поэтому формулы (4.2) не применимы, и сказать, как изменяются продольная и поперечная энергии электронов (даже если такое деление можно приближенно проводить) при вынужденном циклотронном излучении, без специального анализа трудно.

6. МЕХАНИЗМЫ НЕЛИНЕЙНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫХ ПУЧКОВЫХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ

Результаты п. 2—5 позволяют выяснить основные механизмы нелинейной стабилизации излучательных пучковых неустойчивостей и оценить максимальную плотность энергии вынужденного излучения электронных пучков. Проведем соответствующее качественное рассмотрение, начав при этом с одночастичного вынужденного эффекта Черенкова.

Используя закон сохранения энергии (2.5) и выражая изменение плотности средней энергии электронов пучка W_e через их среднюю скорость $v_{||}$, получим следующее выражение для плотности энергии излучения:

$$W = \alpha \frac{|E_{||}|^2}{8\pi} = mc^2 \gamma^3 \frac{u_{||}^2}{c^2} n_b \left(1 - \frac{v_{||}}{u_{||}}\right). \quad (6.1)$$

Таким образом, для оценки плотности энергии излучения требуется оценить изменение средней скорости электронов $u_{||} - v_{||}$, что легко сделать с помощью уравнения (2.7). Действительно, если подставить в (2.7) вместо $u_{||}$ текущее значение средней скорости $v_{||}$, то будет видно, что рост плотности энергии излучения прекратится при $\omega = k_{||} v_{||}$, то есть при уменьшении средней скорости пучка до фазовой скорости волны $\omega/k_{||}$. Следовательно, $v_{|| \min} = \omega/k_{||}$. Учитывая теперь (2.8), можем записать

$$\left(1 - \frac{v_{||}}{u_{||}}\right)_{\max} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\delta\omega}{\omega}. \quad (6.2)$$

Отсюда и из (6.1) следует искомая оценка для максимальной плотности энергии излучения:

$$\left(\alpha \frac{|E_{||}|^2}{8\pi}\right)_{\max} = n_b mc^2 \gamma \cdot \gamma^2 \frac{u_{||}^2}{c^2} \frac{\delta\omega}{\omega}, \quad (6.3)$$

где $\delta\omega$ — инкремент, определенный формулой (2.9).

К оценке (6.3) можно прийти и другим путем. В соответствии с соотношением (2.8) пучок обгоняет волну и передает ей при этом свою энергию. Для каждого электрона пучка волна эквивалентна последовательности потенциальных барьеров, над которыми он пролетает со скоростью $\sim \delta\omega/k_{||}$. Если в системе покоя волны высота потенциальных барьеров превысит кинетическую энергию электрона, то произойдет захват электронов ее полем. Захваченные электроны в среднем покоятся относительно волны и поэтому энергией с ней в среднем не обмениваются. Условие захвата легко получить из уравне-

ний движения (2.2). Оно сводится к следующему^{28,29 *}):

$$\beta \frac{eE_{\parallel}}{k_{\parallel}} \gamma^{-3} \approx m \left(\frac{\omega}{k_{\parallel}} - u_{\parallel} \right)^2. \quad (6.4)$$

Отсюда и из (2.8) также следует оценка (6.3). Таким образом, стабилизация неустойчивости, обусловленной одночастичным вынужденным эффектом Черенкова, связана с захватом электронов пучка полем излучения.

Важной характеристикой излучательной неустойчивости является электронный к.п.д. η , определяемый как отношение изменения плотности кинетической энергии пучка к исходной плотности энергии. Используя (6.1) и (6.3), получим, что при вынужденном эффекте Черенкова

$$\eta_{\max} \approx \frac{1}{2} \frac{u_{\parallel}^2}{c^2} \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot 2\gamma^2 \frac{\delta\omega}{\omega}. \quad (6.5)$$

Необходимо отметить, что при получении (6.1) считались выполненными неравенства

$$\left| 1 - \frac{v_{\parallel}}{u_{\parallel}} \right| \ll 1, \quad \gamma^2 \left| 1 - \frac{v_{\parallel}}{u_{\parallel}} \right| \ll 1, \quad (6.6)$$

первое из которых, как это видно из (6.2), безусловно, выполнено. Второе же неравенство (6.6) сводится к малости к.п.д. (6.5). На рис. 7 приведена зависимость максимального к.п.д. при одночастичном эффекте Черенкова

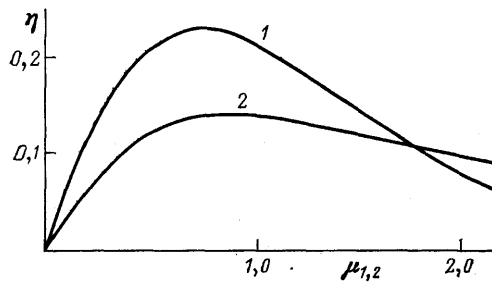


Рис. 7. Электронные к. п. д. при вынужденном излучении.

1 — зависимость к.п.д. от μ_1 при одночастичном эффекте Черенкова, 2 — зависимость к.п.д. от μ_2 при коллективном эффекте Черенкова

(без учета множителя $(1/2) (u_{\parallel}^2/c^2) \times \gamma/(\gamma-1)$) от параметра $\mu_1 = 2\gamma^2 \delta\omega/\omega$, полученная при численном решении нелинейной задачи³⁰. Падение к.п.д. при больших μ_1 обусловлено затрудненностью группировки релятивистских электронов в тормозящих фазах поля.

Оценки (6.3), (6.5) и зависимость к.п.д. от μ_1 справедливы и при вынужденном эффекте Черенкова в периодической структуре и при вынужденном ондуляторном излучении. Надо только под $\delta\omega$ и ω в (6.3), (6.5) и μ_1 подра-

зумевать соответствующие величины. Аналогичные результаты имеют место и при томсоновском рассеянии и излучении, если только амплитуда одной из электромагнитных волн меняется мало (например, в случае мощной волны накачки).

Перейдем теперь к рассмотрению коллективных процессов, протекающих в плотных пучках, когда выполнено условие (3.5) или

$$v \equiv \frac{\delta\omega}{\Omega_b} \ll 1. \quad (6.7)$$

Напомним, что одночастотные процессы протекают в условиях, противоположных (6.7). Начнем с коллективного эффекта Черенкова.

Учитывая, что при коллективном эффекте Черенкова вместо (2.7) реализуется (3.6), получим следующую оценку для максимального торможения пучка:

$$\left(1 - \frac{v_{\parallel}}{u_{\parallel}} \right)_{\max} \approx \frac{\Omega_b}{k_{\parallel} u_{\parallel}}. \quad (6.8)$$

*) Если \tilde{z} — возмущение траектории электрона, то (6.4) эквивалентно неравенству $|k_{\parallel} \tilde{z}| \gg 1$, означающему сильное возмущение траектории. Для оценки же \tilde{z} достаточно линеаризованных уравнений (2.2).

Отсюда и из (6.1) получаем

$$\left(\frac{|E_{\parallel}|^2}{8\pi} \right)_{\max} \approx n_b m c^2 \gamma \cdot \gamma^2 \frac{u_{\parallel}^2}{c^2} \frac{\Omega_b}{k_{\parallel} u_{\parallel}}, \quad (6.9)$$

$$\eta_{\max} = \frac{1}{2} \frac{u_{\parallel}^2}{c^2} \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot 2\gamma^2 \frac{\Omega_b}{k_{\parallel} u_{\parallel}}, \quad (6.10)$$

а неравенства (6.6) сводятся к условию $\Omega_b \ll k_{\parallel} u_{\parallel}$ и к малости к.п.д. (6.11) *).

Оценки (6.8) — (6.10), так же как (6.4), являются оценками по захвату электронов, но уже не полем излучения, а полем медленной волны пучка (самозахват¹⁷⁾). (Это естественно, поскольку в условиях (6.7) поле пучковой волны существенно превышает поле излучения.)

На рис. 7 приведена зависимость к.п.д. от параметра $\mu_2 = 2\gamma^2 \Omega_b / k_{\parallel} u_{\parallel}$, полученная при численном решении нелинейной задачи (при $\nu = 0,3$).

Оказывается, однако, что значение плотности энергии (6.9) и к.п.д. (6.10) достигаются не всегда, не всегда реализуется и зависимость к.п.д. от μ_2 , приведенная на рис. 7. Детальный численный анализ показывает, что оценки (6.10) и (6.11) справедливы, если коэффициент ν не очень мал (от 0,1 вплоть до 1). При меньших же ν вступают в силу другие, не связанные с захватом, нелинейные процессы. Рассмотрим их.

Обратимся к уравнению (4.9), справедливому, если неравенство (3.5) является очень сильным. Видно, что правая часть (4.9) имеет резко выраженный резонансный характер и велика, если

$$\frac{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} + \Omega_b)^2}{\Omega_b^2} < \nu^2. \quad (6.11)$$

Очевидно, что при нарушении неравенства (6.11) неустойчивость стабилизируется. Нарушается же это неравенство либо из-за изменения скорости пучка, либо из-за зависимости частоты плазменных колебаний пучка от их амплитуды. Эти факторы можно объединить под общим названием «нелинейный сдвиг частоты»³¹.

Если нелинейный сдвиг частоты обусловлен только торможением пучка, то из (7.11) следует оценка

$$\left(1 - \frac{v_{\parallel}}{u_{\parallel}} \right)_{\max} = \nu \frac{\Omega_b}{k_{\parallel} u_{\parallel}} = \frac{\delta\omega}{k_{\parallel} u_{\parallel}}, \quad (6.12)$$

в которой инкремент $\delta\omega$ определен в (3.8). Отсюда и из (6.1) получаем

$$\left(\alpha \frac{|E_{\parallel}|^2}{8\pi} \right)_{\max} = n_b m c^2 \gamma \cdot \gamma^2 \frac{u_{\parallel}^2}{c^2} \nu \frac{\Omega_b}{k_{\parallel} u_{\parallel}}, \quad (6.13)$$

$$\eta_{\max} \approx \frac{1}{2} \frac{u_{\parallel}^2}{c^2} \frac{\gamma}{\gamma-1} \mu_2 \nu. \quad (6.14)$$

Отметим, что в случае стабилизации неустойчивости нелинейным сдвигом частот динамику ее удастся исследовать аналитически³². Можно, например, получить точное выражение для максимального к.п.д.³³:

$$\eta_{\max} = \frac{u_{\parallel}^2}{c^2} \frac{\gamma}{\gamma-1} \nu \mu_2 \left(1 + \frac{3}{2} \mu_2 + \frac{3}{8} \mu_2^2 \right)^{-1}. \quad (6.15)$$

Формула (6.15) учитывает как нелинейное торможение пучка, так и релятивистское нелинейное изменение частоты плазменных колебаний пучка. При $\mu_2 \ll 1$, когда релятивистские эффекты несущественны, (6.15) сводится (с точностью до 1/2) к оценке (6.14).

*) Строго говоря, вместо (6.1) при коллективном эффекте, как это следует из (3.10) и (3.11), имеет место следующее соотношение: $W = n_b m c^2 \gamma^3 [1 - (v_{\parallel}/u_{\parallel})] [1 - (\Omega_b/k_{\parallel} u_{\parallel})] \times \times u_{\parallel}^2/c^2$. Однако при $\Omega_b \ll k_{\parallel} u_{\parallel}$ оно не отличается от (6.1).

Обратим внимание на то, что при $\nu \sim 1$ оценки (6.13), (6.14) переходят в (6.9) и (6.10) соответственно. Однако с точки зрения нелинейных процессов эти оценки соответствуют совершенно различным случаям. Так, при не очень малых ν ($\gtrsim 0,1$) стабилизация неустойчивости обусловлена захватом электронов пучка полем медленной волны и последующим развитием сильной турбулентности. При очень малых ν турбулентность не возникает и захват отсутствует, поскольку из-за нелинейного сдвига частоты амплитуда пучковой волны до захватного значения нарасти не успевает³³.

Результаты (6.8) — (6.15) справедливы, и при коллективном эффекте Черенкова в периодической структуре, и при коллективном ондуляторном излучении. Надо только под $\delta\omega$ в полученных формулах подразумевать соответствующий инкремент. Аналогичные результаты имеют место и при рамановском рассеянии и излучении, если только амплитуда одной из электромагнитных волн меняется мало (случай мощной волны накачки).

Рассмотрим теперь аномальный эффект Допплера на примере первоначально прямолинейного нерелятивистского пучка электронов, движущегося в постоянном внешнем магнитном поле. Используя формулы (4.1) и (4.10), выразим плотность энергии излучения через среднюю продольную скорость электронов пучка

$$W = \alpha \frac{\omega^2}{c^2} \frac{|A_0|^2}{4\pi} = n_b m u_{\parallel}^2 \frac{\omega}{k_{\parallel} u_{\parallel}} \left(1 - \frac{v_{\parallel}}{u_{\parallel}}\right). \quad (6.16)$$

Для оценки разности $(u_{\parallel} - v_{\parallel})$ рассмотрим уравнение (4.5), которое по структуре эквивалентно уравнению (4.9). Используя резонансный характер правой части уравнения (4.5), получаем по аналогии с (6.11) и (6.12) следующую оценку:

$$\left(1 - \frac{v_{\parallel}}{u_{\parallel}}\right)_{\max} \approx \frac{\omega_H}{k_{\parallel} u_{\parallel}} \frac{\delta\omega}{\omega_H}, \quad (6.17)$$

где $\delta\omega$ — инкремент, определенный формулой (4.8). Из (6.17) и (6.16) получаем искомые оценки для максимальной плотности энергии излучения и максимального электронного к.п.д.³⁴:

$$\left(\alpha \frac{\omega^2}{c^2} \frac{|A_0|^2}{4\pi}\right)_{\max} \approx n_b m u_{\parallel}^2 \frac{\omega \omega_H}{(k_{\parallel} u_{\parallel})^2} \frac{\delta\omega}{\omega_H}, \quad (6.18)$$

$$\eta_{\max} \approx 2 \frac{\omega \omega_H}{(k_{\parallel} u_{\parallel})^2} \frac{\delta\omega}{\omega_H}. \quad (6.19)$$

Из вывода оценок (6.19) и (6.18) ясно, что стабилизация неустойчивости обусловлена нарушением резонанса (4.7), то есть нелинейным сдвигом частоты. В свою очередь нелинейный сдвиг частоты обусловлен торможением электронного пучка.

В заключение рассмотрим вынужденное магнитотормозное излучение и дадим соответствующие нелинейные оценки. Для этого используем уравнение (5.4), в котором при выполнении неравенства (5.10) членом, содержащим S_1 , можно пренебречь. Без члена, пропорционального S_1 , уравнение (5.4) по структуре совпадает с уравнением (2.7), а условие вынужденного циклотронного излучения (5.8) аналогично условию (2.8). Поэтому ясно, что в случае магнитотормозного излучения стабилизация неустойчивости наступает при $\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} + (\omega_H / \tilde{\gamma}) = 0$, где v_{\parallel} и $\tilde{\gamma}$ — текущие средние значения продольной скорости и релятивистского фактора электронов. Тогда, используя (5.9), получаем соотношение

$$\left| k_{\parallel} u_{\parallel} \left(1 - \frac{v_{\parallel}}{u_{\parallel}}\right) + \frac{\omega_H}{\tilde{\gamma}} \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}}{\gamma}\right) \right|_{\max} \approx \delta\omega, \quad (6.20)$$

где $\delta\omega$ — инкремент (5.8). Из законов же сохранения энергии и импульса имеем

$$\begin{aligned} W_{\max} &= \left(\alpha \frac{\omega^2}{c^2} \frac{|A_0|^2}{4\pi} \right)_{\max} = n_b m c^2 \gamma \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}}{\gamma} \right)_{\max}, \\ P_{\max} &= \frac{k_{\parallel}}{\omega} W_{\max} = n_b m u_{\parallel} \gamma \left[\left(1 - \frac{v_{\parallel}}{u_{\parallel}} \right)_{\max} + \left(1 - \frac{\tilde{\gamma}}{\gamma} \right)_{\max} \right]. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Отсюда и из (6.20) следуют искомая оценка

$$\left(\alpha \frac{\omega^2}{c^2} \frac{A_0^2}{4\pi} \right)_{\max} = n_b m c^2 \gamma \left| \frac{\delta\omega}{\omega} \frac{\omega}{(k_{\parallel}^2 c^2 / \omega) - k_{\parallel} u_{\parallel} + (\omega_H / \gamma)} \right| \quad (6.22)$$

и выражения для максимального электронного к.п.д.

$$\eta_{\max} = \left| \frac{\delta\omega}{\omega} \frac{\omega}{(k_{\parallel}^2 c^2 / \omega) - k_{\parallel} u_{\parallel} + (\omega_H / \gamma)} \right|. \quad (6.23)$$

Выражения (6.22) и (6.23) имеют интересную особенность. Так, если $|\omega^2 - k_{\parallel}^2 c^2| \gg \delta\omega$, то, как легко видеть,

$$\eta_{\max} \approx \frac{\delta\omega}{\omega} \left| \frac{k_{\parallel}^2 c^2}{\omega^2} - 1 \right|^{-1} \ll 1.$$

Однако если фазовая скорость излучаемой волны равна скорости света c , то с учетом (5.8) имеем, что $\eta_{\max} \sim 1$. Это — так называемый авторезонанс: при $\omega = k_{\parallel} c$ изменения v_{\parallel} и γ таковы, что условия резонанса (5.8) сохраняются неизменными в течение всего процесса. При этом надо заметить, что в режиме авторезонанса, точнее, вблизи него, инкремент (5.7) весьма мал, а плотность пучка, в силу неравенства (5.9), должна быть невелика. Можно утверждать, что авторезонансный режим вынужденного магнитотормозного излучения реализуем только в пучках очень малой плотности.

7. ЛИНЕЙНОЕ ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Метод дисперсионного уравнения является эффективным методом исследования, начальной стадии излучательных пучковых неустойчивостей. Дисперсионное уравнение есть условие разрешимости уравнений поля с линейным по полю током пучка в правой части. Этот ток выражается через тензор проводимости пучка σ_{ij} по формуле

$$j_i = \sigma_{ij} E_j \quad (i, j = x, y, z). \quad (7.1)$$

Для вычисления тензора проводимости можно, например, прибегнуть к интегрированию линеаризованных уравнений движения отдельных электронов, что по существу и делалось ранее при выводе формул типа (2.7). Сейчас мы изложим основы метода дисперсионного уравнения, что позволит не только проиллюстрировать предыдущие результаты, но и получить новые.

В линейном приближении условия спонтанного излучения проявляются как полюса в компонентах тензора проводимости пучка. В общем случае трудно сказать что-либо о структуре этих компонент, каждый конкретный пучок требует отдельного рассмотрения. Многое, однако, можно выяснить на примере пучков, движущихся вдоль очень сильного внешнего магнитного поля (полностью замагниченные пучки). С них мы и начнем.

Если полностью замагниченный пучок движется вдоль оси Oz , по которой направлено и внешнее магнитное поле, то единственная отличная от нуля компонента тензора проводимости пучка имеет вид¹⁹

$$\sigma_{zz} = i \frac{\omega}{4\pi} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2}. \quad (7.2)$$

Предположим пока, что при решении уравнений поля электронный пучок можно рассматривать как малое возмущение. Это означает, что поляризацию (структуру) излучаемой пучком волны можно считать такой, как если бы пучка не было. Учет в уравнениях поля тока (7.1), (7.2) по теории возмущений приводит к дисперсионному уравнению следующего вида¹⁴:

$$D(\omega, k_{\parallel}) = \frac{\beta^2 \omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2}, \quad (7.3)$$

где $D(\omega, k_{\parallel})$ — функция, нули которой определяют дисперсию излучаемых пучком волн $\omega = \omega(k_{\parallel})$, а β — введенный ранее параметр связи (см. уравнения (2.2)). При выполнении условия резонанса $\omega(k_{\parallel}) = k_{\parallel} u_{\parallel}$ из (7.3) получаем следующее выражение для комплексной частоты:

$$\omega = k_{\parallel} u_{\parallel} + \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \left| \beta^2 \omega_b^2 \gamma^{-3} \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)^{-1} \right|^{1/3}. \quad (7.4)$$

Мнимая часть (7.4) есть инкремент неустойчивости, обусловленной одночастичным вынужденным эффектом Черенкова. Легко видеть, что результат (7.4) совпадает с (2.8) и (2.9) при

$$\alpha = \frac{1}{4} \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega D). \quad (7.5)$$

Последнее выражение и формула (2.6) согласуются с определением импульса и энергии волн через дисперсионную функцию $D(\omega, k_{\parallel})$ ⁴⁶.

При увеличении плотности пучка дисперсионное уравнение (7.3) становится неверным. Действительно, плотный пучок, модулируясь, заметно искажает поляризацию поля. Учесть искажение поляризации поля можно, обобщив понятие проводимости пучка (7.2). Определим проводимость не как отклик пучка на полное электромагнитное поле, а только как отклик на поле излучения. При этом вместо (7.2) получим следующее выражение:

$$\sigma_{zz} = i \frac{\omega}{4\pi} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2 - \Omega_b^2}. \quad (7.6)$$

В том, что обобщенная проводимость действительно имеет вид (7.6), легко убедиться, исходя из уравнений движения электронов, записанных в форме (3.1).

Используя (7.6), получим вместо (7.3) дисперсионное уравнение, определяющее излучательные неустойчивости плотных пучков³⁵:

$$D(\omega, k_{\parallel}) = \frac{\beta^2 \omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2 - \Omega_b^2}. \quad (7.7)$$

При выполнении условия резонанса $\omega(k_{\parallel}) = k_{\parallel} u_{\parallel} - \Omega_b$ из (7.7) следует выражение для комплексной частоты:

$$\omega = \omega(k_{\parallel}) + i\beta \left| \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{\Omega_b} \left(\frac{\partial D}{\partial \omega} \right)^{-1} \right|^{1/2}. \quad (7.8)$$

Мнимая часть (7.8) есть инкремент неустойчивости, обусловленной коллективным эффектом Черенкова. Легко видеть, что результат (7.8) совпадает с (3.6) и (3.7). Условие же его применимости сводится к неравенству (3.8),

Структура дисперсионных уравнений при излучательных неустойчивостях пучков в периодических структурах и ондуляторах оказывается такой же, как (7.3) и (7.7). Главное отличие сводится к замене $(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})$ на $(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} - \chi u_{\parallel})$ или на $(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} - \omega_0)$.

Рассмотрим ряд примеров.

В случае безграничных пучка и плазмы дисперсионное уравнение имеет вид (7.7) с параметром $\beta = 1$ ¹² (для $\omega \approx \omega_p$)

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2 - \Omega_b^2}, \quad (7.9)$$

где ω_p — лэнгмюровская частота электронов плазмы, а $\Omega_b^2 = \omega_b^2 \gamma^{-3}$. Легко показать, что при $\Omega_b \ll \omega_p$ уравнение (7.9) имеет решение только типа (7.4), поскольку неравенство (3.8) выполнено быть не может. Поэтому уравнение (7.9) фактически сводится к виду (7.3). Таким образом, единственным механизмом излучательной неустойчивости безграничного пучка малой плотности в безграничной плазме является одночастичный вынужденный эффект Черенкова. Излучаются при этом чисто продольные плазменные волны.

В случае поперечно-неоднородных пучка и плазмы дисперсионное уравнение сохраняет структуру (7.9):

$$1 - \frac{\Omega_p^2}{\omega^2} = \frac{\beta^2 \omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2 - \Omega_b^2}, \quad (7.10)$$

где Ω_p , Ω_b и β являются довольно сложными функциями геометрии³². Наиболее существенно то, что $\beta < 1$. Более того, если пучок и плазма разведены в пространстве, то этот параметр весьма мал. Поэтому может реализоваться как одночастичный, так и коллективный эффект Черенкова.

Пусть теперь электронный пучок распространяется в волноводе, заполненном периодически промодулированным диэлектриком с проницаемостью $\epsilon = 1 + \tilde{\epsilon} \cos \chi z$. Дисперсионное уравнение, описывающее собственные колебания такой системы, имеет вид

$$1 - \frac{k_{\perp}^2}{(\omega^2/c^2) - k_{\parallel}^2} = \frac{|\tilde{\epsilon}|^2 \omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} - \chi u_{\parallel})^2 - \Omega_b^2}, \quad (7.11)$$

где k_{\perp} — поперечное собственное число волновода. Уравнение (7.11) по структуре не отличается от (7.7). Такой же вид имеет дисперсионное уравнение и в случае пучка, излучающего в электростатическом ондуляторе¹⁷:

$$1 - \frac{k_{\perp}^2}{(\omega^2/c^2) - k_{\parallel}^2} = \frac{|k_{\parallel} z_E|^2 \omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} - \omega_0)^2 - \Omega_b^2}, \quad (7.12)$$

где $\omega_0 = \chi u_{\parallel}$, а Z_E — амплитуда осцилляции электрона пучка в поле накачки. При $\omega_0 = \omega_2 - k_{\parallel 2} u_{\parallel}$ уравнение (7.12) описывает пучковую неустойчивость в поле электромагнитной волны накачки (рассеяние)³⁶ *).

Нетрудно видеть, что при $\Omega_b \rightarrow 0$, то есть при исчезающе малой плотности пучка, уравнение (7.7) переходит в (7.3). Другими словами, уравнение (7.7) справедливо при любой плотности пучка. Такая простейшая ситуация реализуется, если поле излучения и поле плазменных колебаний пучка имеют различный пространственно-временной масштаб, то есть если эти поля легко отделить друг от друга. Так, при излучении пучка в периодической структуре длина волны излучения есть $2\pi/k_{\parallel}$, а длина пучковой волны — $2\pi/(k_{\parallel} + \chi)$; в случае примера (7.10) при $\beta \ll 1$ поле излучения (колебания плазмы) и пучковые поля разнесены в пространстве (при $\beta \sim 1$ колебания плазмы и пучка неотличимы, но, как это было отмечено при анализе (7.9), поля пучка при $\beta \sim 1$ пренебрежимо малы) и т. д. Есть, однако, и более сложные системы, две из которых мы сейчас рассмотрим.

*) В уравнениях (7.11) и (7.12), как это следует из их вывода (см.^{17,36}), величины $|\tilde{\epsilon}|$ и $|k_{\parallel} z_E|$ суть малые параметры.

Если электронный пучок распространяется в волноводе с изотропным диэлектрическим заполнением, то дисперсионное уравнение имеет вид

$$k_{\perp}^2 + \left(k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c_0^2}\right) \left[1 - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{\varepsilon_0 (\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2}\right] = 0, \quad c_0 = \frac{c}{\varepsilon_0^{1/2}} < u_{\parallel}, \quad (7.13)$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость заполнения. Казалось бы, что, разделив (7.13) на $k_{\parallel}^2 - (\omega^2/c_0^2)$, можно получить уравнение типа (7.3). Оказывается, однако, что (7.13) имеет решения и совершенно отличные от одночастичных решений (7.4). С помощью подстановки

$$\omega = \omega(k_{\parallel}) + \delta\omega = k_{\parallel} u_{\parallel} + \delta\omega, \quad (7.14)$$

где $\omega(k_{\parallel}) = [(k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2) c_0^2]^{1/2}$, сведем уравнение (7.13) к следующему:

$$\delta^3 \omega = \frac{1}{2} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3} k_{\perp}^2 c_0^2}{\varepsilon_0 \omega} \left(1 + 2 \frac{\omega \delta \omega}{k_{\perp}^2 c_0^2}\right). \quad (7.15)$$

Отсюда в случае пучков малой плотности, когда

$$\omega_b^2 \gamma^{-3} \ll \varepsilon_0 k_{\perp}^2 c_0^2 \left(\frac{k_{\perp} c_0}{\omega}\right)^2, \quad (7.16)$$

находим инкремент

$$\delta\omega = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3} k_{\perp}^2 c_0^2}{\varepsilon_0 \omega}\right)^{1/3}, \quad (7.17)$$

обусловленный, очевидно, одночастичным эффектом Черенкова. Если же выполнено неравенство, противоположное (7.16), то все корни уравнения (7.15) оказываются действительными, а значит, неустойчивость в точке одночастичного черенковского резонанса исчезает. Можно показать, что в случае, противоположном (7.16), уравнение (7.13) имеет следующее решение (при $\omega \gg k_{\perp} c_0$):

$$\omega = \omega(k_{\parallel}) + \frac{1}{2} i \left(\frac{k_{\perp}^2 c_0^2}{\omega} \Omega_b\right)^{1/2}, \quad (7.18)$$

где $\Omega_b^2 = (1/\varepsilon_0) \omega_b^2 \gamma^{-3}$. Причем реализуется решение (7.18) при выполнении условия резонанса $\omega(k_{\parallel}) = k_{\parallel} u_{\parallel} - \Omega_b$. Режим (7.18) соответствует, очевидно, коллективному эффекту Черенкова. Таким образом, исчезновение неустойчивости в точке одночастичного черепковского резонанса обусловлено тем, что при увеличении плотности пучка неустойчивость становится коллективной.

Чтобы выяснить, как в диэлектрическом волноводе возникают коллективные пучковые поля, выразим компоненты электрического поля через электрический потенциал Герца Ψ ³⁷:

$$|E_{\perp}| = |k_{\perp} k_{\parallel} \Psi|, \quad E_{\parallel} = -\left(k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c_0^2}\right) \Psi. \quad (7.19)$$

Если в (7.19) подставить $\omega = \omega(k_{\parallel})$ без учета $\delta\omega$ (и этим ограничиться), то получим, что E_{\perp}/E_{\parallel} одинаково при любой плотности пучка. Таким путем как раз и удается прийти к решениям (7.17). Но в плотных пучках при вычислении E_{\parallel} следует учесть поправку к частоте $\delta\omega$. При этом отношение E_{\perp}/E_{\parallel} становится функцией плотности пучка, то есть при увеличении плотности поляризация волноводного поля искажается. Это искажение связано с возникновением пучковых полей, схематически изображенных на рис. 2. Учет этих полей в случае плотных пучков и приводит к решениям (7.18)*.

*) Искажение поляризации поля излучения можно учесть и в системах типа (7.11) и (7.12). Но в этих системах из-за разного пространственного масштаба полей пучка и излучения такой учет приводит к малым поправкам. Эти поправки, кроме того, к собственным колебаниям пучка никакого отношения не имеют.

В качестве еще одного примера рассмотрим непотенциальную неустойчивость однородного электронного пучка, пронизывающего однородный замагниченный плазменный волновод. Дисперсионное уравнение в такой системе имеет вид¹⁴

$$k_{\perp}^2 + \left(k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_b^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2} \right) = 0. \quad (7.20)$$

Используя подстановку (7.14), в которой $\omega(k_{\parallel})$ — дисперсионная зависимость плазменного волновода без пучка, получим из (7.20) следующее соотношение³⁵ (для $u_{\parallel} \sim c$):

$$\frac{\delta\omega}{\omega} \left[\left(\frac{\delta\omega}{\omega} \right)^2 + \gamma^2 \frac{\omega_b^2 \gamma^{-7}}{k_{\perp}^2 u_{\parallel}^2} \right] = \frac{1}{2} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-7}}{k_{\perp}^2 u_{\parallel}^2}. \quad (7.21)$$

Отсюда в случае пучков малой плотности, когда

$$\omega_b^2 \gamma^{-2} \ll k_{\perp}^2 u_{\parallel}^2, \quad (7.22)$$

находим инкремент

$$\delta\omega = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{\omega_b^2 \gamma^{-7}}{k_{\perp}^2 u_{\parallel}^2} \right)^{1/3} \omega, \quad (7.23)$$

обусловленный, очевидно, одночастичным эффектом Черенкова. Если же выполнено неравенство, противоположное (7.22), то инкремент оказывается следующим:

$$\delta\omega = i \left(\frac{\omega_b^2 \gamma^{-5}}{k_{\perp}^2 u_{\parallel}^2} \right)^{1/2} \omega. \quad (7.24)$$

Причем неустойчивость с инкрементом (7.24) реализуется в той же точке одночастичного черенковского резонанса, что и (7.23). Так как $\delta\omega$ в (7.24) чисто мнимая, то отсутствует относительное движение между пучком и полем (при одночастичном и коллективном эффектах Черенкова такое движение обязательно есть), поэтому неустойчивость с инкрементом (7.24) является аperiодической, или неустойчивостью типа отрицательной массы. Это не излучательная неустойчивость, она связана с самомодуляцией пучка в среде с отрицательной диэлектрической проницаемостью, то есть с возбуждением пучковых неизлучаемых полей^{38,39}. Отметим также, что при этой неустойчивости происходит значительная перестройка структуры волноводного поля. Неустойчивости типа отрицательной массы методами п. 2—6, естественно, рассмотрены быть не могут.

До сих пор мы считали пучок электронов полностью замагниченным, что на самом деле не очень существенно. Действительно, если ток пучка, возбуждающий излучение, связан преимущественно с модуляцией, то дисперсионные уравнения имеют структуру (7.13), (7.7) или типа (7.13), (7.20). Это видно из следующих соображений. Модуляция пучка определяется возмущением траекторий электронов. Чтобы найти эти возмущения, надо дважды проинтегрировать уравнения движения. В результате такого интегрирования в знаменателях компонент тензора проводимости пучка появляются величины $(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2$ или $(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} - \omega_0)^2$, то есть сохраняется структура (7.2) или (7.6).

Если же ток пучка обусловлен только с модуляцией скорости, то в тензоре проводимости возникают полюса не второго, а первого порядка. Действительно, такая модуляция определяется возмущениями скорости электронов, а для их вычисления уравнения движения требуется проинтегрировать только один раз. В качестве примера рассмотрим неустойчивость прямолинейного пучка электронов, движущегося вдоль конечного магнитного поля в изотропном диэлектрике с проницаемостью ϵ_0 . Для излучения строго вдоль направления движения пучка дисперсионное уравнение имеет

ВИД ²⁴

$$\omega^2 - k_{\parallel}^2 c_0^2 = \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1} (\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})}{\epsilon_0 [\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} + (\omega_H/\gamma)]}. \quad (7.25)$$

Отсюда легко получить результаты, приведенные в п. 4 при рассмотрении аномального эффекта Допплера. Из (7.25) также видно, что в области нормального эффекта Допплера ($\omega = -k_{\parallel} c_0 = k_{\parallel} u_{\parallel} - (\omega_H/\gamma)$) частота оказывается действительной, то есть пучок устойчив.

В случае магнитотормозного механизма излучения электронного пучка имеет место фазировка электронов на ларморовских орбитах, то есть возникает поляризация пучка. В результате в уравнении (7.25) появляется пучковое слагаемое с полюсом второго порядка:

$$\omega^2 - k_{\parallel}^2 c_0^2 = \frac{\omega_b^2 \gamma^{-1}}{\epsilon_0} \left\{ \frac{\omega - k_{\parallel} u_{\parallel}}{\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} + (\omega_H/\gamma)} - \frac{1}{2} \frac{u_{\perp}^2}{c^2} \frac{(\omega^2 - k_{\parallel}^2 c^2)}{[\omega - k_{\parallel} u_{\parallel} + (\omega_H/\gamma)]^2} \right\}. \quad (7.26)$$

Из уравнения (7.26) легко получить инкремент неустойчивости, основанной на эффекте вынужденного магнитотормозного излучения, приведенный в п. 5.

С релятивистской фазировкой электронов на ларморовских орбитах связана еще одна неустойчивость, которую мы рассмотрим на примере пучка электронов-осцилляторов, распространяющегося вдоль внешнего магнитного поля в вакуумном металлическом волноводе. В данном случае для получения дисперсионного уравнения следует использовать довольно громоздкий аппарат тензора-оператора диэлектрической проницаемости потока осцилляторов ⁴⁰. Не имея здесь возможности останавливаться на подробностях вывода, приведем окончательный вид дисперсионного уравнения ³⁵:

$$\left(k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) (1 - \epsilon_{\perp}) = -\frac{\omega^2}{c^2} \beta^2 \epsilon_{\perp}; \quad (7.27)$$

здесь $\beta^2 \leq 1$ — параметр связи, определяемый геометрией волновода и поперечной геометрией пучка, а ϵ_{\perp} совпадает с правой частью уравнения (7.26), умноженной на $\epsilon_0/2\omega^2$. Если плотность пучка мала и выполнено неравенство

$$\frac{u_{\perp}}{c} \frac{\omega_b}{\omega} \ll \beta^2 \gamma^{1/2}, \quad (7.28)$$

то в резонансе $\omega(k_{\parallel}) = -[(k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2) c^2]^{1/2} = k_{\parallel} u_H - (\omega_H/\gamma)$, из (7.27) получаем инкремент типа (5.8) излучательной неустойчивости, основанной на вынужденном магнитотормозном эффекте. Однако в пределе, противоположном (7.28), и опять в точке резонанса инкремент оказывается совершенно иным:

$$\delta\omega = i \left(\frac{1}{2} \frac{u_{\perp}^2}{c^2} \omega_b^2 \gamma^{-1} \frac{k_{\perp}^2 c^2}{\omega^2} \right)^{1/2}. \quad (7.29)$$

Этот инкремент такого же типа, как и (7.24), то есть описывает аperiодическую неизлучательную неустойчивость. Данная неустойчивость хорошо известна в теории циклических ускорителей, где получила название неустойчивости отрицательной массы ⁴¹. Весьма вероятно, что неустойчивость отрицательной массы сказывается на эффективности работы гиротронов ⁴² при использовании в них плотных пучков. По крайней мере, теоретическое подтверждение этого имеется ⁴³.

Отметим, что метод дисперсионного уравнения из-за своей высокой эффективности часто используется в различных прикладных расчетах. Так, приведенные нами в п. 7 дисперсионные уравнения составляют основу линейной теории различных СВЧ электронных приборов: уравнения (7.11) и (7.12) используются в теории излучателей на периодических структурах и в теории ондуляторов; (7.13) и (7.20) — в теории диэлектрических и плазменных усилителей и генераторов; (7.26) — в теории гиротронов. Одна из важных задач, решаемых методом дисперсионного уравнения, состоит в определении условий самовозбуждения различных излучателей на электронных пучках.

Более подробно об этой задаче и о других задачах СВЧ-электроники можно узнать, например, из обзора¹⁴.

В заключение рассмотрим еще один процесс, упоминание о котором в ряду с излучательными пучковыми неустойчивостями представляется, на первый взгляд, не вполне оправданным. Но в действительности это не совсем так. Речь идет о бунемановской неустойчивости, или о неустойчивости плазмы с током⁴⁷. Известное дисперсионное уравнение такой неустойчивости

$$\omega^2 - \omega_1^2 = \frac{\omega_e^2 \omega_1^2}{(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel})^2 - \omega_e^2} \quad (7.30)$$

имеет вид (7.7). Здесь ω_e — электронная лэнгмюровская частота, ω_1 — ионная ($\omega_1 \ll \omega_e$), а u_{\parallel} — скорость движения электронов плазмы относительно ионов. Условие резонанса (3.7) между медленной электронной и ионной лэнгмюровской волнами записывается в виде

$$\omega_1 = k_{\parallel} u_{\parallel} - \omega_e. \quad (7.31)$$

Так как $\omega_1 \ll \omega_e$, то медленная волна электронов в (7.31) имеет энергию, близкую к нулю, но отрицательную. Этим и обусловлена неустойчивость. В резонансе (7.31) из (7.30) определим инкремент (точнее, комплексную частоту)

$$\omega = \delta\omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\omega_1^2 \omega_e}{2} \right)^{1/3}, \quad (7.32)$$

причем, как легко видеть,

$$\omega_1 \ll |\delta\omega| \ll \omega_e. \quad (7.33)$$

Правое неравенство (7.33) эквивалентно (3.5), а поэтому резонансная неустойчивость Бунемана по типу есть вынужденный коллективный эффект Черенкова, или аномальный эффект Допплера. Однако зависимость инкремента (7.32) от ω_e по структуре не совпадает с общим выражением (7.8). Все дело в левом неравенстве (7.33). Действительно, если перейти в систему покоя электронов, то источником неустойчивости следует считать ионный поток. При этом левое неравенство (7.33) станет эквивалентным неравенству, обратному (3.5). Следовательно, относительно ионов неустойчивость Бунемана есть одночастичный вынужденный эффект Черенкова — излучение ионным потоком электронных лэнгмюровских волн. Поэтому и инкремент (7.32) по виду напоминает (7.4). Таким образом, применение той или иной терминологии не всегда однозначно, хотя в любом случае верно отражает суть дела. Вставая, например, на точку зрения того, что бунемановская неустойчивость есть аномальный эффект Допплера, применим оценку (6.8) для определения минимальной скорости электронов относительно ионов. Так как Ω_p — это в нашем случае ω_e , а $\omega_e \approx k_{\parallel} u_{\parallel}$, то имеем $v_{\parallel \min} \approx 0$, то есть ток в плазме при бунемановской неустойчивости срывается полностью. К этому же выводу можно прийти и с точки зрения того, что неустойчивость Бунемана есть одночастичное вынужденное излучение ионов. Это подтверждается и точными нелинейными расчетами⁴⁸.

Итак, мы рассмотрели основные излучательные пучковые неустойчивости, развивающиеся вблизи линии излучения. В случае пучков малой плотности все излучательные неустойчивости являются одночастичными, при увеличении плотности пучков они становятся коллективными. Имеются и такие системы, в которых увеличение плотности пучка приводит к подавлению излучательной неустойчивости неизлучательным аperiodическим процессом. Отметим, что пучки могут быть аperiodически неустойчивы и вдали от линии излучения. Эти неустойчивости обусловлены либо релятивистскими эффектами типа отрицательной массы⁴⁴, либо отрицательностью эффективной диэлектрической проницаемости системы, в которой пучок распространяется.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. — М.: Атомиздат, 1961.
2. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. — М.: Наука, 1981.
3. Тамм И. Е., Франк И. М. // ДАН СССР. 1937. Т. 14. С. 107.
4. Гинзбург В. Л. // Ibidem. 1939. Т. 23. С. 773.
5. Болотовский Б. М. // УФН. 1961. Т. 75. С. 295.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. — М.: Наука, 1967.
7. Алферов Д. Ф., Башмаков Ю. А., Бессонов Е. Г. // Тр. ФИАН СССР, 1975. Т. 80. С. 100.
8. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. — Приложение А.
9. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В. // УФН, 1963. Т. 94. С. 377.
10. Ахиезер А. И., Файнберг Я. Б. // ДАН СССР. 1949. Т. 69. С. 555.
11. Bohm D., Gross E. // Phys. Rev. 1949. V. 75. P. 1864.
12. Файнберг Я. Б. // АЭ. 1961. Т. 11. С. 313.
13. Курилко В. И. // ДАН СССР. 1973. Т. 208. С. 1059.
14. Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. // УФН. 1981. Т. 133. С. 3.
15. Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. // ЖТФ. 1980. Т. 50. С. 233.
16. Варфоломеев А. А. Лазеры на свободных электронах: Препринт ИАЭ им. Курчатова № 4626. — Москва, 1981.
17. Кузелев М. В. // ЖТФ. 1983. Т. 53. С. 1029.
18. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. — М.: Наука, 1976.
19. Электродинамика плазмы // Под ред. А. И. Ахиезера. — М.: Наука, 1974.
20. Sprangle P., Ginzburg V. L. // Appl. Phys. Lett. 1974. V. 25. P. 377.
21. Кадомцев Б. Б., Михайловский А. Б., Тимофеев А. В. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. С. 2266.
22. Борн М. Атомная физика. — М.: Мир, 1965.
23. Франк И. М. // УФН. 1959. Т. 68. С. 397.
24. Железняков В. В. // Изв. вузов Сер. «Радиофизика». 1959. Т. 2. С. 14; Т. 3. С. 57.
25. Незлин М. В. // УФН. 1976. Т. 120. С. 481.
26. Матвеев А. Н. Электродинамика и теория относительности. — М.: Высшая школа, 1964.
27. Гапонов А. В. // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 326.
28. Ковтун Р. И., Рухадзе А. А. // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. С. 1709.
29. Шапиро В. Д., Шевченко В. И. // ЖЭТФ. 1971. Т. 60. С. 1023.
30. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Кр. сообщ. по физ., ФИАН СССР. 1985. № 11. С. 10.
31. Вильгельмсон Х., Вейланд Я. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. — М.: Энергоиздат, 1981.
32. Кузелев М. В., Панин В. А. // Изв. вузов. Сер. «Физика». 1984. № 1. С. 31.
33. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Санадзе Г. В. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 1591.
34. Гинзбург Н. С. // Изв. вузов. Сер. «Радиофизика». 1979. Т. 22. С. 470.
35. Богданов В. В., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. // Физ. плазмы, 1984. Т. 10. С. 548.
36. Кузелев М. В., Панин В. А. // Изв. вузов. Сер. «Радиофизика». 1984. Т. 27. С. 426.
37. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М., Наука, 1970.
38. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Филиппычев Д. С. // Физ. плазмы. 1982. Т. 8. С. 537.
39. Айзацкий Н. И. // Ibidem. 1980. С. 6. С. 597.
40. Нелинейные неравновесные процессы в плазменной радиофизике // Под ред. В. Н. Оравского. — М.: Наука, 1982.
41. Коломенский А. А. Физические основы методов ускорения заряженных частиц. — М.: Изд-во Моск. ун-та. 1980.
42. Gratman V. L., Ginzburg N. S. et al. // Intern. J. Electron. 1981. V. 51. P. 541.
43. Богданов В. В., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. // Кр. сообщ. по физ., ФИАН СССР. 1986. № 2. С. 17.
44. Богданов В. В., Кузелев М. В. // Ibidem. 1985. № 4. С. 3.
45. Веденов А. А., Велихов Е. П., Сагдеев Р. З. // УФН. 1961. Т. 73. С. 701.
46. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. — М.: Наука, 1979.
47. Иванов А. А. Физика сильнонеравновесной плазмы. — М.: Атомиздат, 1977.
48. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Филиппычев Д. С. // Кр. сообщ. физ., ФИАН СССР. 1981. № 5. С. 25.