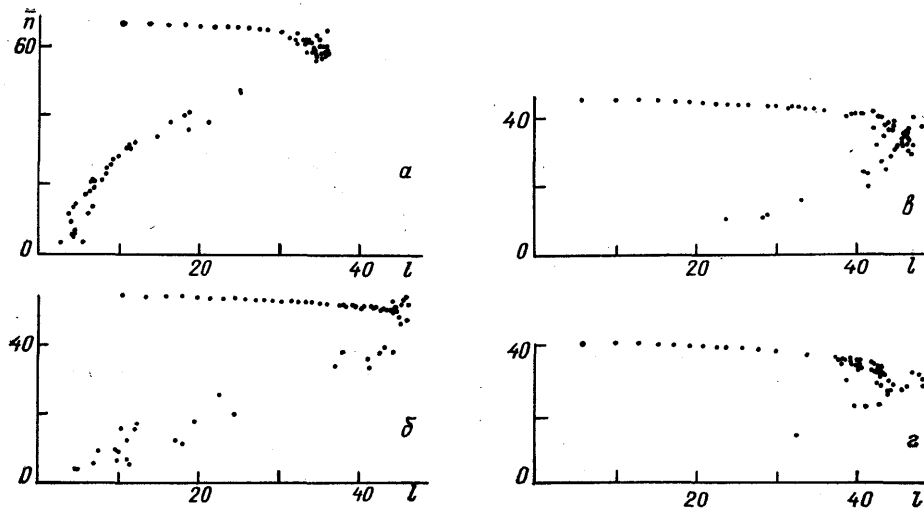


Г. П. Берман. О некоторых свойствах квантового хаоса. При изучении стохастичности в классических гамильтоновых системах эффективными и удобными понятиями являются «нелинейный резонанс» и «параметр перекрытия» нелинейных резонансов¹. Переход от регулярного движения к хаотическому возможен уже в системе двух нелинейных резонансов и возникает при достаточно сильном их взаимодействии (перекрытии). В докладе рассмотрены характерные динамические и спектральные свойства системы двух взаимодействующих квантовых нелинейных резонансов, укороченный гамильтониан которой имеет вид

$$\hat{H} = -\gamma\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + V_1 \cos(k_1\theta - \Omega_1 t) + V_2 \cos(k_2\theta - \Omega_2 t)$$

с периодическими граничными условиями для волновой функции: $\psi(\theta + 2\pi, t) = \psi(\theta, t)$. Гамильтониан \hat{H} описывает взаимодействие излучения, содержащего две частоты, с нелинейной квантовой системой в области квазиклассического заселения²⁻⁴. Параметры γ , $V_{1,2}$, $\Omega_{1,2}$ — перенормированные константа ангармонизма, амплитуды и частоты внешнего поля, $k_{1,2}$ — целые числа. Гамильтониан \hat{H} получен в так называемом приближении умеренной нелинейности² и совпадает с гамильтонианом квантового ротатора в поле двух волн. В классическом пределе ($-\i\hbar\partial/\partial\theta \rightarrow I$ — действие) \hat{H} переходит в $H(I, \theta)$, и при параметре перекрытия $K < K_c$ существуют два первичных резонанса с центрами по действию в точках $I_{1,2} = \Omega_{1,2}/2\gamma k_{1,2}$. Эти первичные резонансы приводят в классическом случае к появлению резонансов более высокого порядка. В результате классическое фазовое пространство обладает свойством ренормализации⁵. В квантовом случае также может быть развит метод ренормализации исходного гамильтониана \hat{H} ^{6,7}. Такая процедура хорошо определена, если число уровней, захваченных в первичные квантовые резонансы велико, $\delta l = (4/\hbar\pi) (2V/\gamma)^{1/2} \gg 1$ ($V_{1,2} = V$, $k_{1,2} = 1$) — условие квазиклассичности первичных резонансов. В результате, ренормированный гамильтониан, описывающий поведение системы между ближайшими вторичными резонансами, совпадает по форме с исходным. Такая ренормализация в квантовом случае (в отличие от классического) повторяется конечное число раз до тех пор, пока ширина высоких резонансов по действию не сравняется со значением \hbar . Численно рассмотрены структура

квазиэнергетических функций и спектра квазиэнергий в переходной области $K \sim 1$ ($V_{1,2} = V$, $-\Omega_1 = \Omega_2 = \nu$, $k_{1,2} = 1$). При таких значениях параметра K в классическом случае происходит переход к глобальному хаосу ($K > K_c \approx 0,71$), и возникает вопрос о характере перестройки квазиэнергетических функций в этой области. На рисунке приведена диаграмма антисимметричных квазиэнергетических функций, полученных численной диагонализацией оператора эволюции в зависимости от параметра K : $K = 0,625$ (а), $K = 0,8$ (б), $K = 1$ (в), $K = 1,176$ (г); l — среднеквадратичная ширина квазиэнергетической функции, \bar{n} — ее «центр тяжести» в невозмущенном базисе ($V_{1,2} = 0$). Каждая точка на рисунке соответствует квазиэнергетической функции; точки на горизонтальной линии соответствуют квазиэнергетическим состояниям, лежащим внутри потенциальных ям первичных резонансов



Разрушение нижней ветви квазиэнергетических функций на диаграмме (\bar{n}, l) при увеличении параметра перекрытия K ($\delta l = 51$, $V = 20$; $\gamma = 2,5 \cdot 10^{-2}$; $\hbar = 1$)

(точки, лежащие выше горизонтальных линий, не приведены). При увеличении параметра K происходит разрушение вторичных резонансов, что на рисунке соответствует разрушению нижней ветви — квазиэнергетические функции нижней ветви перестраиваются (делокализуются, l возрастает) и вытесняются в область сепаратрис первичных резонансов, где располагаются нерегулярным образом. Нерегулярный характер делокализации квазиэнергетических функций является квантовым проявлением классического хаоса. Поведение статистических распределений фурье-амплитуд квазиэнергетических функций и расстояний между ближайшими уровнями квазиэнергий свидетельствуют о наличии существенных корреляций даже в случае делокализованных квазиэнергетических функций. Для выяснения степени близости динамики к стохастическому движению соответствующей классической системы был проведен численный расчет временных корреляционных функций $\rho_{n,m}(t)$ для различных элементов матрицы плотности. При $K \sim 1$ остаточные корреляции уменьшаются с ростом δl до некоторого конечного уровня.

Динамика системы существенным образом зависит от двух параметров K и δl . При перекрытии резонансов ($K \sim 1$) увеличение δl приводит к характерному для случайного процесса быстрому (на начальном этапе) затуханию корреляционных функций компонент матрицы плотности, что позволяет рассматривать движение на конечных временах в рамках статистического подхода с последующим учетом остаточных корреляций (в докладе приводится сравнение классической и квантовой диффузий по энергии). Изолированный

квантовый нелинейный резонанс и явление взаимодействия квантовых нелинейных резонансов может наблюдаться, например, при взаимодействии когерентного лазерного излучения с многоуровневыми молекулами. При $\delta l \gg 1$ и $K \sim 1$ роль стохастической компоненты существенно возрастает, что может быть использовано в качестве одного из возможных механизмов возбуждения системы в область высоколежащих уровней.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chirikov B. V. // Phys. Rep. 1979. V. 52. P. 263.
2. Берман Г. П., Заславский Г. М., Коловский А. Р. // ЖЭТФ. 1981. Т. 81. С. 506.
3. Berman G. P., Kolovsky A. R. // Phys. Lett. Ser. A. 1983. V. 95. P. 15.
4. Берман Г. П., Заславский Г. М., Коловский А. Р. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 1551.
5. Escande D. F., Doveil F. // J. Stat. Phys. 1981. V. 26. P. 257.
6. Берман Г. П., Коловский А. Р. Метод ренормализации при построении спектра квазиэнергий взаимодействующих квантовых резонансов: Препринт ИФ СО АН СССР № 394 Ф.— Красноярск, 1986.
7. Берман Г. П., Власова О. Ф., Израйлев Ф. М., Коловский А. Р. Динамические и спектральные свойства взаимодействующих квантовых нелинейных резонансов: Препринт ИФ СО АН СССР № 402 Ф.— Красноярск, 1986.