

**УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**

639.125.»

**ОПТИКА УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ  
И ПРОБЛЕМА НЕЙТРОННОГО МИКРОСКОПА****А. И. Франк****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение . . . . .	229
2. Оптика медленной массивной частицы . . . . .	231
3. Некоторые особенности оптики ультрахолодных нейтронов (УХН) . . . . .	234
3.1. Эффективный (оптический) потенциал . . . . .	234
3.2. Отражение и поглощение УХН . . . . .	237
3.3. Гравитационный и магнитный потенциалы . . . . .	239
4. Оптика ультрахолодных нейтронов в гравитационном поле как оптика неоднородных сред . . . . .	240
4.1. Геометрическая оптика УХН в присутствии силы тяжести . . . . .	240
4.2. Область применимости траекторного подхода. Каустика точечного монохроматического источника УХН . . . . .	241
4.3. Граница применимости геометрикооптического подхода при малых энергиях УХН . . . . .	243
5. Приборная оптика очень медленных нейтронов . . . . .	244
5.1. Современное состояние работ по оптике очень медленных нейтронов . . . . .	244
5.2. Оптические элементы для очень медленных нейтронов . . . . .	246
5.3. Идеальный оптический элемент для нейтронов в присутствии силы тяжести . . . . .	248
5.4. Расчет оптических систем в неоднородной среде в параксиальном приближении . . . . .	249
5.5. Ахроматизация оптических систем . . . . .	251
5.6. Непараксиальный случай. Апланат для УХН . . . . .	255
6. Нейтронный микроскоп на ультрахолодных нейтронах . . . . .	257
6.1. Двухзеркальный ахроматический микроскоп . . . . .	257
6.2. Нейтронный микроскоп с апланатом . . . . .	258
6.3. Микроскоп с магнитной компенсацией силы тяжести. Принципиальные вопросы . . . . .	259
6.4. Микроскоп с магнитной компенсацией силы тяжести. Возможное устройство . . . . .	264
6.5. Нейтронный микроскоп и проблема интенсивности УХН . . . . .	265
6.6. Предполагаемые возможности нейтронного микроскопа . . . . .	267
7. Заключение . . . . .	268
Список литературы . . . . .	270

**1. ВВЕДЕНИЕ**

Нейтронная оптика представляет собой одну из существенных составных частей нейтронной физики. Едва ли не большинство работ, выполняемых сейчас в центрах нейтронных исследований, связаны так или иначе с методами или проблемами нейтронной оптики. Соответственно весьма обширна и библиография по нейтронной оптике.

Вопросам физики и оптики медленных нейтронов, а также нейтронно-оптическим методам исследования конденсированных сред посвящены монографии<sup>1-9</sup>. Ряд фундаментальных проблем нейтронной оптики изложен в работе<sup>10</sup>.

Методы нейтронной оптики широко используются в экспериментах, в которых объектом исследования является сам нейтрон. Этим вопросам посвящены работы<sup>11,12</sup>, выход которых был приурочен к пятидесятилетию открытия нейтрона. Этой же дате посвящен обзор<sup>13</sup>. Особенности современных нейтронно-оптических устройств рассмотрены в работе<sup>14</sup>.

Перечисленные выше обзорные работы связаны с физикой и оптикой тепловых и холодных нейтронов. Это нейтроны со скоростями от нескольких сотен до тысяч метров в секунду и длинами волн масштаба нескольких ангстрем или десятков ангстрем.

Однако в последние десять-пятнадцать лет в связи с открытием ультра-холодных нейтронов (УХН) в нейтронной оптике возникла новая ситуация<sup>15–17</sup>. УХН — это нейтроны, имеющие скорости порядка 10 м/с и меньше и длину волны от нескольких сот до тысячи ангстрем. Физике УХН посвящены обзоры<sup>16–21</sup>.

Одной из замечательных особенностей УХН является их способность испытывать полное отражение от поверхности конденсированного вещества при всех углах падения. Поэтому в результате открытия УХН появилась возможность длительного удержания нейтронов в замкнутых сосудах, что существенно повлияло и на развитие нейтронной оптики.

В связи с проблемой хранения УХН более детально исследовались вопросы отражения и преломления нейтронных волн, подробно проанализирован вопрос о правомерности описания взаимодействия нейтронов с веществом путем введения оптического потенциала, изучены особенности закона дисперсии нейтронных волн.

Явление полного отражения УХН было продемонстрировано в многочисленных изящных экспериментах, но еще долгое время оно представлялось удивительным, хотя физика происходящего была полностью понятна. Несмотря на отсутствие прямых опытов, не было сомнения в том, что отражение УХН зеркально. Поэтому появилась идея о зеркальных оптических элементах для УХН, а затем предложение о создании нейтронного микроскопа<sup>22</sup>.

Еще одно важное отличие оптики УХН связано с малостью энергии таких нейтронов. В результате становится заметным влияние на их движение таких малых сил, как сила тяжести Земли, а траектория нейтрона заметным образом искривляется в гравитационном поле. То же происходит с лучом света в оптически неоднородной среде. Поэтому естественным образом возникла аналогия с оптикой неоднородных сред.

Вопросы оптики так или иначе затрагиваются во всех работах по УХН, в том числе и в цитированных выше. Из оригинальных работ, относящихся к этой проблеме, необходимо назвать работы<sup>23,24</sup>. Вопросам экспериментального изучения волновой оптики УХН посвящена работа<sup>25</sup>. В работах<sup>26,27</sup> кратко анализировались проблемы, стоящие на пути к созданию нейтронного микроскопа.

Настоящая статья посвящена некоторым вопросам оптики УХН, связанным преимущественно с проблемой нейтронного микроскопа. За время, прошедшее после появления идеи о возможности такого прибора, в этой области произошли существенные изменения. Если 10–12 лет назад такая возможность представлялась мечтой далекого будущего, то в настоящее время не только получено изображение простого объекта в нейтронных лучах, но наступил этап реального конструирования нейтронно-оптических приборов высокого разрешения. На этом пути возникли и разрешаются специфические трудности, связанные главным образом с необходимостью строить оптические системы в оптически неоднородной среде.

Поэтому представляется вполне своевременным сделать обзор современного состояния приборной оптики УХН — этого нового направления нейтронной оптики.

Предмет настоящей статьи обусловил в ряде случаев чисто оптический подход к изложению ряда вопросов, что, возможно, не вполне привычно

для специалистов по нейтронной оптике. Поэтому статья начинается разделом, который посвящен вопросу о соотношении между обычным квазиклассическим решением задачи о движении частицы в потенциальном поле и лучевым подходом в оптике.

В разделе 3 кратко излагаются основные особенности оптики УХН. При этом основное внимание уделяется вопросу об отражении нейтронной волны.

Далее рассматриваются специфические проблемы, связанные с воздействием на движение УХН силы тяжести Земли.

Последующие разделы непосредственно посвящены вопросам приборной оптики УХН. При этом делается обзор современного состояния проблемы нейтронного микроскопа. В частности, описываются имеющиеся эксперименты по фокусировке нейтронов, в которых продемонстрирована возможность получения нейтронного изображения. Изложены некоторые методы расчета нейтронно-оптических систем и описаны существующие проекты приборов с высоким разрешением.

В заключение рассматриваются вопросы о предполагаемых возможностях будущего прибора с целью сделать некоторые прогнозы о возможном применении нейтронного микроскопа.

## 2. ОПТИКА МЕДЛЕННОЙ МАССИВНОЙ ЧАСТИЦЫ

Известно, что при рассмотрении вопроса о формировании оптического изображения необходимо принимать во внимание существенно волновые аспекты проблемы. С другой стороны, большое число задач приборной оптики решается методами геометрической оптики. Такая же ситуация имеет место и в случае нейтронной оптики. Хорошо известно, что классическая динамика и квантовая механика свободной частицы находятся в таком же соотношении, как геометрическая и волновая оптики. Особенно наглядна эта аналогия в случае, когда справедлив квазиклассический подход, т. е. практически во всех рассматриваемых ниже задачах. Поскольку нас интересует вопрос о распространении и интерференции нейтронных волн, можно, разумеется, все рассмотрение вести на чисто волновом языке. Однако траекторное рассмотрение, как и лучевой подход геометрической оптики, часто позволяет выяснить основные черты явления. Более того, в силу полной аналогии лучевой (геометрической) оптики и классической динамики, в оптической терминологии можно описывать и движение «классического» нейтрона, когда волновые особенности картины нас не интересуют. Такой подход выглядит несколько искусственно, но он оказывается плодотворным при рассмотрении оптических задач, поскольку позволяет использовать ряд положений геометрической оптики в виде готового результата.

Известно, что стационарное уравнение Шрёдингера

$$\nabla^2 \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(\mathbf{r})] \Psi = 0 \quad (2.1)$$

полностью подобно волновому уравнению Гельмгольца

$$\nabla^2 A + k^2 A = 0, \quad (2.2)$$

что особенно наглядно, если его записать в следующем виде:

$$\nabla^2 \Psi + k^2(\mathbf{r}) \Psi = 0, \quad k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(\mathbf{r})], \quad (2.3)$$

где  $k(\mathbf{r})$  — волновое число. Принимая оптическую терминологию, введем определение показателя преломления

$$n^2(\mathbf{r}) = \frac{k^2(V=V(\mathbf{r}))}{k_0^2(V=V(0))}. \quad (2.4)$$

Тогда из определения (2.3) волнового числа  $k$  получим

$$n^2(\mathbf{r}) = 1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E} = 1 - \lambda^2 \frac{2m}{\hbar^2} V(\mathbf{r}), \quad \lambda = \frac{2\pi}{k_0}. \quad (2.5)$$

Из (2.5) можно сделать существенный в дальнейшем вывод, что в случае, когда распространение нейтронной волны корректно описывается введением потенциала  $V(\mathbf{r})$ , не зависящего от  $k$ , справедлив характерный закон дисперсии

$$|n^2 - 1| \propto \lambda^2. \quad (2.6)$$

Подставляя в уравнение Шрёдингера квазиклассическое решение

$$\Psi(\mathbf{r}) = \Psi_0(\mathbf{r}) \exp(iS(\mathbf{r})), \quad (2.7)$$

получим для действительной части (2.7) уравнение эйконала

$$(\nabla S)^2 = k^2, \quad (2.8)$$

если

$$\nabla^2 \Psi \ll k^2 \Psi_0. \quad (2.9)$$

Условие (2.9) есть условие применимости квазиклассического приближения. Уравнение эйконала есть основное уравнение геометрической оптики. По существу в выражениях (2.7), (2.8) содержится почти вся оптика. Поверхность  $S = \text{const}$  естественно отождествить с волновым фронтом, направление вектора  $\mathbf{k} = \nabla S$  определяет направление луча, а интеграл

$$\int \mathbf{k} d\mathbf{l} = \frac{1}{\hbar} \int \mathbf{p} d\mathbf{l} \quad (2.10)$$

определяет фазу.

Если при сравнении динамики массивной частицы и геометрической оптики можно говорить об аналогии (установленной, впрочем, еще Гамильтоном), то при оптической формулировке уравнения Шрёдингера речь идет не о простой аналогии, а о волновой природе самого квантового подхода. Оптико-механическая аналогия явилась одним из оснований этого подхода. Действительно, уравнение Шрёдингера было сконструировано, исходя из двух предположений: справедливости гипотезы де Бройля о сопоставлении частице некоторой волны, определяемой ее импульсом  $\lambda = h/mv$ , и принципа Гамильтона

$$\int_{A, t_1}^{B, t_2} L(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, x, y, z) dt = \min, \quad (2.11)$$

где  $L$  — функция Лагранжа,  $A$  и  $B$  — начальная и конечная точки траектории,  $t_1$  и  $t_2$  — соответственно начальное и конечное время. В стационарном случае  $E = \text{const}$  принцип Гамильтона сводится к принципу наименьшего действия Мопертью<sup>28</sup>:

$$I = \int_{A, t_1}^{B, t_2} (L + E) dt = \min, \quad (2.12)$$

где  $E$  — полная энергия,  $E = \sum x p_x - L$ . Время  $t$  входит в (2.12) лишь формально, так как после подстановки в него выражения для  $E$ , получим:

$$I = \int_{A, t_1}^{B, t_2} \sum p_x \dot{x} dt = \int_A^B \sum p_x dx = \int_A^B \mathbf{p} d\mathbf{r} = \min, \quad (2.13)$$

где  $d\mathbf{r}$  — элемент пути вдоль траектории. Выражение (2.13) полностью эквивалентно принципу Ферма, известному в оптике:

$$\delta \int k dS = 0 \quad \text{или} \quad \delta \int n dS = 0, \quad (2.14)$$

причем выражение (2.13) содержит более жесткие требования, чем (2.14), поскольку равенство нулю вариации имеет место не только в случае экстремума, но и в случае стационарности оптического пути (действия), в частности, когда между точками  $A$  и  $B$  расположено оптическое изображение одной из этих точек.

Таким образом, для расчета волновой картины поля следует поступать так же, как и в оптике, т. е. складывать амплитуды волн, соответствующих разным лучам (траекториям), с учетом фаз, определяемых как  $\int \mathbf{k} d\mathbf{r}$  вдоль траектории \*). При этом полностью применима дифракционная теория Кирхгоффа.

Несмотря на чрезвычайно близкую аналогию между обычной оптикой и волновой механикой, имеется все же одно достаточно существенное отличие. В оптике принцип Ферма (2.14) может быть записан следующим образом:

$$I = \int_A^B n dS = \int_A^B \frac{c}{v} dS = c \int_A^B dt, \quad \delta I = 0, \quad (2.15)$$

и выражает минимальность или стационарность времени распространения света между точками  $A$  и  $B$ . В случае же массивной нерелятивистской частицы

$$k dS = \frac{m}{\hbar} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} dt$$

и (2.14) следует писать в виде:

$$\delta \int_A^B v^2 dt = 0 \quad \text{или} \quad \delta \int_A^B n^2 dt = 0. \quad (2.16)$$

(Это обстоятельство отмечалось в<sup>25</sup>.) Поэтому, хотя поверхность волнового фронта в оптике массивной частицы есть по-прежнему поверхность равных фаз, и сама фаза определяется интегралом вдоль «классической» траектории, время, которое затратила бы классическая частица, следуя к этой поверхности по различным траекториям, вообще говоря, различно.

Разумеется, исходя с самого начала из стационарного уравнения Шрёдингера, мы делаем вопрос о времени распространения волны незаконным. Речь идет о такой ситуации, когда неизохронны только траектории классических частиц, вдоль которых ведется интегрирование.

Ранее такая же ситуация анализировалась в связи с вопросом о стабильности интерференционной картины в нейтронном интерферометре в присутствии сил, действующих на нейтрон<sup>29–31</sup>. Выяснилось, что если интерферометр настроен таким образом, что набег фаз вдоль двух плечей одинаков, но из-за действия внешней силы имеет место неизохронность «классических» траекторий, то весьма велика первая вариация от разности фаз по импульсу. При этом интерференционная картина оказывается весьма чувствительной к величине импульса и для ее наблюдения даже в низшем интерференционном порядке необходимо обеспечивать весьма высокую степень монохроматизации. С другой стороны, при настройке, соответствующей полной изохронности, картина в первом порядке стационарна даже при наличии разности

\*) Это справедливо, если траектория не проходит через фокус и не отражается от каустики. В противном случае необходимо учесть дополнительный каустический сдвиг фаз.

фаз в двух плечах и первая вариация от разности фаз по импульсу равна нулю. Из-за значительного воздействия на движение УХН гравитационной силы с этим явлением приходится считаться при проектировании интерферометров для УХН.

Отметим, что если в случае интерферометра речь идет об интерференции двух лучей, то в оптическом приборе изображение формируется путем интерференции бесконечного числа лучей. Поэтому изохронность лучей является, по-видимому, обязательным условием формирования устойчивого изображения в оптических системах на УХН.

Вообще воздействие силы тяжести и гравитационные хроматические aberrации представляют одну из серьезных трудностей в приборной оптике УХН.

### 3. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ОПТИКИ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ

#### 3.1. Эффективный (оптический) потенциал

Как следует из определения показателя преломления (2.4), задание потенциала  $V(\mathbf{r})$  полностью характеризует оптическую среду для частицы. Рассмотрим возможные виды потенциалов, которые могут влиять на распространение нейтронной волны.

Специфические свойства ультрахолодных нейтронов проявляются прежде всего в особенностях их взаимодействия со средой. Это взаимодействие может быть описано введением соответствующего эффективного потенциала, часто называемого оптическим. Наиболее простой способ вывода выражения для этого потенциала состоит в усреднении по объему среды микроскопического потенциала, правильно описывающего рассеяние нейтрона на элементарных рассеивателях. Основной вклад в рассеяние нейтрона вносят ядра. Поскольку длина волны медленных нейтронов значительно больше размеров ядра, то при вычислении сечения рассеяния можно пренебречь протяженностью ядерного взаимодействия и ввести в рассмотрение потенциал, описывающий точечное взаимодействие. Это так называемый псевдопотенциал Ферми

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2}{2\pi m} b \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0). \quad (3.1)$$

Величина  $b$  называется длиной когерентного ядерного рассеяния и определяется из сечения рассеяния медленных нейтронов  $\sigma_{\text{pac}} = 4\pi b^2$ . Длина рассеяния  $b$  связана с амплитудой когерентного ядерного рассеяния вперед  $f_0$  соотношением

$$b = \lim_{k \rightarrow 0} f_0^*.$$

Длины рассеяния для большинства ядер имеют порядок  $10^{-12}$  см и много меньше расстояния между ядрами. Это второе обстоятельство, оправдывающее использование псевдопотенциала Ферми. Для простоты будем считать ядра моноизотопными и бесспиновыми. Тогда рассеяние будет полностью когерентным. Для среды с плотностью ядер  $N$  усреднение псевдопотенциала по объему дает простое выражение:

$$U = N \int V(\mathbf{r}) d^3r = \frac{\hbar^2}{2\pi m} N b. \quad (3.2)$$

Эта формула легко обобщается на случай, когда вещество состоит из нескольких элементов (изотопов), а спины произвольны:

$$U_{\text{опт}} = \frac{\hbar^2}{2\pi m} \sum_i N_i b_i \text{coh}, \quad (3.3)$$

\*) Подробнее об определении и физическом смысле величин  $b$  и  $f_0$  см. в работах<sup>3,10</sup>.

где  $N_i$  — плотность ядер  $i$ -го сорта, а  $b_{i\text{coh}}$  — соответствующая им длина когерентного рассеяния, усредненная по спиновым состояниям нейтрона ядра.

Подставляя полученное нами выражение (3.3) для оптического потенциала в формулу (2.5) для показателя преломления, сразу получим:

$$n^2 = 1 - \lambda^2 \frac{\sum_i N_i b_i}{\pi}. \quad (3.4)$$

В случае моноизотопного состава и бесспиновых ядер, когда суммирование отсутствует, выражение (3.4) можно записать иначе:

$$n^2 = 1 - \lambda^2 \frac{Nb}{\pi} = 1 - \frac{1}{k^2} \cdot 4\pi Nb. \quad (3.5)$$

Это выражение имеет смысл сравнить с известной формулой Лэкса, справедливой для волн и рассеивателей любой природы<sup>32</sup>:

$$k'^2 = k^2 + C \cdot 4\pi N f(0), \quad (3.6)$$

где  $f(0)$  — амплитуда рассеяния вперед,  $k'$  — волновое число в среде,  $k$  — волновое число в вакууме,  $C$  — коэффициент, учитывающий отличие эффективного (действующего) поля на рассеивателе от внешнего когерентного поля:

$$C = \frac{\text{эффективное поле}}{\text{когерентное поле}}.$$

Видно, что выражения (3.5) и (3.6) совпадают при условии

$$C = 1, \quad f(0) = -b = \text{const}. \quad (3.7)$$

Изменение волнового числа в среде приводит к сдвигу фазы волны, прошедшей через вещество, по сравнению с фазой волны, распространяющейся в вакууме. Этот сдвиг фаз, определяемый соотношением

$$\Delta\varphi = kd(n - 1), \quad (3.8)$$

где  $d$  — толщина слоя вещества, в настоящее время легко регистрируется нейтронными интерферометрами. Изменение волнового числа на границе раздела приводит к преломлению волны и к появлению отраженной волны.

Формула Лэкса определяет соотношение между волновым числом падающей волны и волны, распространяющейся в среде в том же направлении, но ничего не говорит об амплитуде отраженной и преломленной волн при падении исходной волны под произвольным углом. В этом случае в соответствующие выражения должна входить амплитуда рассеяния в заданный угол  $f(\vartheta)$  вместо амплитуды рассеяния вперед  $f(0)$  (см., например,<sup>33</sup>). Если для описания взаимодействия нейтрона со средой пользоваться моделью потенциала (3.3) с резкой границей, нужные соотношения определяются просто из условий непрерывности на границе и вполне аналогичны формулам Френеля<sup>24</sup>. Следовательно, модель потенциала справедлива только при выполнении условий

$$f(\vartheta) \equiv f(0) = -b, \quad C = 1 \quad (3.9)$$

во всем объеме вещества.

Для медленных нейтронов вообще, а для ультрахолодных в особенности в рассеяние вносит существенный вклад лишь S-волна. Поэтому рассеяние изотропно и замена  $f(\vartheta)$  на  $f(0)$  возможна во всех случаях. Известно, что при малых энергиях нейтронов амплитуда рассеяния постоянна и замена  $f(0)$  на  $-b$  также вполне обоснованна. Что касается величины коэффициента Лэкса  $C$ , то, по-видимому, его действительная часть равна единице, а мнимая — много меньше действительной. Ряд связанных с этим

проблем обсуждался в <sup>20,23,33-35</sup>. Вообще довольно подробный анализ показал, что степень обоснованности использования потенциала (3.3) очень велика. Возможные отклонения от этой модели, если и есть, то должны приводить к очень тонким эффектам <sup>20,23,36,37</sup>. Следовательно, справедлив и характерный закон дисперсии (2.6), (3.4).

Из (3.2) видно, что знак потенциала определяется знаком длины рассеяния. Длина рассеяния есть расстояние между положением (точечного) ядра и точкой, где волновая функция рассеянного нейтрона обращается в нуль. Эта величина непосредственно связана со сдвигом фазы рассеянной волны относительно падающей. В природе есть ядра, имеющие как положительные, так и отрицательные длины рассеяния (это обстоятельство отмечал еще Ферми, когда экспериментальные данные на этот счет отсутствовали). Для большинства ядер, однако,  $b > 0$  и, следовательно,  $U > 0$ , а  $n < 1$ . Для тепловых нейтронов отличие показателя преломления от единицы очень мало:  $10^{-6}$ . Однако для нейтронов с энергией  $E \gtrsim U$  оно может быть значительным. В случае, если  $E < U$ , нейтронная волна вообще не может распространяться в веществе и имеет место полное (внешнее) отражение при всех углах падения. Поскольку при этом волновая функция нейтрона быстро затухает в веществе, поглощение при отражении очень невелико. Именно такие нейтроны сейчас называют ультрахолодными. Впервые на особенности отражения УХН обратил внимание Я. Б. Зельдович в 1959 г. <sup>15</sup>. Характерная величина  $U$  для большинства веществ имеет порядок  $10^{-7}$  эВ, это и есть порядок энергии УХН. Поскольку величина  $U$  для данного вещества определяет максимальную кинетическую энергию нейтрона, при которой возможно его проникновение в вещество, ее часто называют также и граничной энергией для данного вещества. Ей соответствуют граничная длина волны и граничная скорость

$$\lambda_0 = \left( \frac{\pi}{\sum_i N_i b_i} \right)^{1/2}, \quad v_0 = \left( \frac{2E_0}{m} \right)^{1/2} = \frac{h}{m} \left( \frac{\sum_i N_i b_i}{\pi} \right)^{1/2}. \quad (3.10)$$

Эти выражения можно получить непосредственно из (3.5), положив  $n = 0$ .

Величины граничной энергии, скорости и длины волны для ряда веществ приведены в табл. I.

Таблица I

Эффективные потенциалы, граничные скорости и длины волн для некоторых материалов \*)

Материал	$U$ , мэВ	$V_{гр}$ , м/с	$\lambda_{гр}$ , Å	Материал	$U$ , мэВ	$V_{гр}$ , м/с	$\lambda_{гр}$ , Å
Никель-58	380	8,52	462	Стекло безбор-	90	4,15	953
	306	7,65	517	ное			
Никель	282	7,35	539	Свинец	91	4,17	948
	208	6,31	627	Магний	58,4	3,34	1184
Железо	341	8,07	490	Алюминий	54,1	3,21	1232
	80	3,91	1011	Кремний	54	3,21	1231
Бериллий	249	6,91	573	Полиэтилен	-8,7	(1,29)	(3063)
Графит	196	6,12	646	Ванадий	-8,8	(1,30)	(3047)
Медь	168	5,66	699	Вода	-14,8	(1,68)	(2353)
Тяжелая вода	166	5,63	703	Титан	-48,7	(3,05)	(1296)
Оксид угле-	101	4,39	901				
рода							

\*) Таблица взята из работы: Лушиков В. И. Исследование свойств ультрахолодных нейтронов: Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук в форме научного доклада. ОИЯИ-3-85-43. — Дубна, 1985.



## 3.2. Отражение и поглощение УХН

Как уже упоминалось, ряд наиболее существенных вопросов отражения УХН был рассмотрен Я. Б. Зельдовичем<sup>15</sup>, а затем подробнее Ф. Л. Шапиро<sup>16</sup>. Специально вопросам отражения и поглощения ультрахолодных нейтронов была посвящена работа И. М. Франка<sup>24</sup>. Следуя этой работе, приведем только некоторые конечные результаты теории.

Приводя выражения для оптического потенциала (3.3) и показателя преломления (3.4), мы опускали вопрос о поглощении нейтронов. Поглощение легко учесть, если считать амплитуду рассеяния  $b$ , а вместе с ней потенциал и квадрат показателя преломления величинами комплексными. При этом величину  $n^2$  естественно сопоставить с величиной диэлектрической постоянной<sup>23</sup>. Тогда

$$n^2 = \epsilon = \epsilon' + i\epsilon'' = \left(1 - \frac{v_0^2}{v^2}\right) + i \frac{v_i^2}{v^2} \quad (3.11)$$

$$v_0^2 = \frac{\hbar^2}{m^2} \frac{Nb'}{\pi}, \quad v_i^2 = \frac{\hbar^2}{m^2} \frac{Nb''}{\pi};$$

здесь  $b'$  и  $b''$  — действительная и мнимая части амплитуды рассеяния для среды. При этом в согласии с опытом считается, что  $b' = b_0$ , где  $b_0$  — действительная часть амплитуды рассеяния для одиночного ядра<sup>\*)</sup>, а

$$b'' = \frac{k}{4\pi} \sigma = \frac{k}{4\pi} (\sigma_c + \sigma_n). \quad (3.12)$$

где  $\sigma_c$  — сечение захвата,  $\sigma_n$  — сечение неупругого рассеяния, приводящее к нагреву нейтронов. Величина  $v_i$  в (3.11) введена по аналогии с граничной скоростью  $v_0$  для универсальности обозначения. Показатель преломления при этом тоже комплексный, причем

$$n = n' + in'', \quad n'^2 = \frac{\epsilon'}{2} + \frac{1}{2}(\epsilon'^2 + \epsilon''^2)^{1/2}, \quad n''^2 = -\frac{\epsilon'}{2} + \frac{1}{2}(\epsilon'^2 + \epsilon''^2)^{1/2} \quad (3.13)$$

В нейтронной оптике  $\epsilon'$  по абсолютной величине почти всегда превосходит  $\epsilon''$ . В тех редких случаях, когда  $b < 0$ ,  $\epsilon' > 0$  и имеется аналогия с оптикой диэлектриков. Однако обычно  $b > 0$  и  $\epsilon'$  положительна только в случае, когда скорость нейтрона больше граничной. В случае же отражения УХН  $v < v_0$ ,  $\epsilon' = n' - n'' < 0$ . Такая ситуация, а именно комплексность  $\epsilon$  и отрицательное значение  $\epsilon'$ , превосходящее по модулю  $\epsilon''$ , характерна для оптики металлов.

Нейтронную оптику отличает еще одна существенная особенность. Можно показать, что при выполнении двух условий, а именно при равенстве углов падения и отражения и в случае справедливости закона дисперсии (2.6), все свойства отражения и преломления нейтронной волны полностью определяются нормальной к поверхности компонентой импульса  $k_z$ <sup>24</sup>. По-видимому, оба эти условия выполняются с высокой точностью.

Переход во всех формулах от  $n$  к  $n_z$  легко осуществить, заменив значения скорости на ее компоненту. В этом случае, подставив (3.11) в (3.13), получим

$$n_z'^2 = \frac{1}{2v_z^2} \{ (v_z^2 - v_0^2) + [(v_z^2 - v_0^2) + v_i^4]^{1/2} \},$$

$$n_z''^2 = \frac{1}{2v_z^2} \{ (v_0^2 - v_z^2) + [(v_z^2 - v_0^2) + v_i^4]^{1/2} \}, \quad (3.14)$$

\*) Говоря об одиночном ядре, мы только предполагаем отсутствие влияния волн, рассеянных на других ядрах. Однако речь все время идет об амплитуде рассеяния на закрепленном ядре. Напомним, что амплитуды рассеяния на свободном и связанном ядрах отличаются на величину эффективной массы  $b = a(A + m)/A$ , где  $A$  — атомный номер ядра,  $m$  — масса нейтрона.

где при извлечении корня берется его положительное значение. Как правило,  $v_i^2$  по крайней мере на три порядка меньше  $v_0^2$ , поэтому  $(v_z^2 - v_0^2)^2 \gg v_i^4$  за исключением узкого диапазона скоростей непосредственно вблизи порога. При отражении УХН  $v_z < v_0$  и из (3.14) имеем

$$n'_z = \frac{v_i^4}{4v_z^2(v_0^2 - v_z^2)}, \quad n''_z = \frac{v_0^2 - v_z^2}{v_z^2}.$$

Если справедливо допущение, что  $b = \text{const}$ , т. е.  $\sigma = \sigma_c + \sigma_n$  подчиняется закону  $1/v$ , то  $\sigma(v)v = \text{const}$  и

$$v_i^2 = \frac{\hbar^2}{m^2} \frac{Nb''}{\pi} = \frac{\hbar}{m} N\sigma(v)v.$$

Тогда

$$n_z'^2 = \frac{\hbar^2}{4m^2v_z^2} \frac{N^2[\sigma(v)v]^2}{v_0^2 - v_z^2}, \quad n_z''^2 = \frac{v_0^2 - v_z^2}{v_z^2}. \quad (3.15)$$

При этом  $n''^2 \gg n'^2$ , т. е. имеет место сильное затухание волны. Это затухание не зависит от  $N\sigma$  и связано в основном с отражением, а не с поглощением. Плотность нейтронов убывает экспоненциально с увеличением расстояния от границы раздела:

$$\rho = \rho_0 \exp(-2kn''_z z) = \rho_0 \exp\left[-\frac{2m}{\hbar} (v_0^2 - v_z^2)^{1/2} z\right]. \quad (3.16)$$

Долю поглощенных нейтронов легко вычислить, исходя из условий непрерывности волновой функции на плоской границе раздела. Решение можно написать и просто по аналогии со светом. Для амплитуды отраженной волны соответствующий коэффициент Френеля  $r$  есть

$$r = \frac{(1 - n'_z) - in''_z}{(1 + n'_z) + in''_z}. \quad (3.17)$$

Доля поглощенных в среде нейтронов, очевидно, равна

$$\alpha = 1 - |r|^2 = \frac{4n'_z}{(1 + n'_z)^2 + n''_z^2}. \quad (3.18)$$

Используя (3.14), легко получить точное значение  $\alpha$ . В приближении  $(v_z^2 - v_0^2)^2 \gg v_i^4$  имеем

$$\alpha = \frac{2v_i^2 v_z}{v_0^2 (v_0^2 - v_z^2)^{1/2}} = \frac{2b''}{b'} \frac{v_z}{(v_0^2 - v_z^2)^{1/2}} = \frac{2v_z}{mv_0^2} \frac{\hbar N\sigma(v)v}{(v_0^2 - v_z^2)^{1/2}}. \quad (3.19)$$

А у самого порога, где  $(v_z^2 - v_0^2)^2 \ll v_i^4$ ,

$$\alpha = \frac{2\sqrt{2}v_i}{v_0}. \quad (3.20)$$

Таким образом, для УХН коэффициент отражения  $R = (1 - \alpha)$  отличен от единицы на величину масштаба  $\eta = b''/b' \approx 10^{-3}$ . На самом пороге  $R \approx 1 - \sqrt{\eta}$ , а выше порога быстро падает. Видно, что отражение УХН в действительности почти полное, и величиной  $b''$  часто можно пренебречь за исключением, разумеется, тех случаев, когда нас специально интересует вопрос поглощения.

Остановимся еще на некоторых особенностях полного отражения. Из (3.16) видно, что амплитуда волны внутри вещества спадает экспоненциально с увеличением расстояния от поверхности, а постоянная этого спада зависит только от нормальной компоненты скорости:

$$\Psi = \Psi_0 e^{-\kappa z}, \quad \kappa = \frac{m}{\hbar} (v_0^2 - v_z^2)^{1/2}. \quad (3.20')$$

Известно, что при полном отражении ограниченных пучков света, когда волна проникает во вторую среду, возникает смещение пучка вдоль танген-

циальной составляющей скорости<sup>38</sup>. Это смещение тем больше, чем больше глубина проникновения волны. Разумеется, это явление имеет место и для волн иной природы. А. А. Серегин<sup>39</sup> обратил внимание на то, что такое продольное смещение должно иметь место и при отражении нейтронов.

Возможно, что с этим явлением придется считаться при проектировании зеркальных оптических систем высокого разрешения. Дело в том, что в результате смещения луча вдоль поверхности изображение точечного источника в плоском зеркале перестает совпадать с зеркальной точкой, а становится функцией угла падения. Таким образом, лучи от точечного источника образуют после отражения некоторую каустику.

Величину дополнительного смещения изображения в направлении нормали к зеркалу  $\zeta$  легко оценить, исходя из приведенной в<sup>38</sup> величины тангенциального смещения луча

$$\zeta = -\frac{\lambda}{\pi} \frac{\sin^4 \theta - n^2}{(\sin^2 \theta - n^2)^{3/2}}, \quad (3.21)$$

где  $\theta$  — угол падения,  $\lambda$  — длина волны,  $n$  — показатель преломления. Подставляя величину  $n^2$  из (3.11) и опуская мнимую часть, связанную с поглощением, получим:

$$\zeta = -\frac{\lambda}{\pi} \frac{v(v^2 \sin^4 \theta + v_0^2 - v^2)}{(v_0^2 - v^2 \cos^2 \theta)^{3/2}}. \quad (3.22)$$

Можно оценить порядок величины  $\zeta$ . Если относительное отличие нормальной компоненты скорости  $v_z = v \cos \theta$  от граничной  $v_0$  составляет 0,03, то при малых  $\theta$   $\zeta \approx 10\lambda$ . Видно, что в оптической системе высокого разрешения с этим эффектом нужно считаться.

На другой эффект при полном отражении указано в работе<sup>40</sup>. Выяснилось, что если волна распространяется в неоднородной среде, то в некоторых случаях возможно нарушение закона отражения. Применительно к нейтронам такая ситуация возникает, когда нейтрон движется с ускорением (например, благодаря силе тяжести), направленным не нормально к плоскости зеркала. То же явление возникает, если с ускорением движется само зеркало. Происхождение эффекта связано с тем, что величина изменения фазы волны при отражении связана с величиной нормальной компоненты скорости. При указанных условиях появляется градиент сдвига фаз вдоль поверхности зеркала. Эффект возрастает при приближении к границе полного отражения, но достаточно мал. Так, для величины граничной скорости  $v_0 = 320$  см/с, что соответствует отражению от алюминия, угла падения  $\theta = 45^\circ$  и ускорения, равного ускорению свободного падения, разность углов падения и отражения составляет  $10^{-6}$  рад, если относительное отличие нормальной скорости от граничной составляет 0,03, и  $7 \cdot 10^{-6}$ , если это отличие составляет  $3 \cdot 10^{-3}$ .

### 3.3. Гравитационный и магнитный потенциалы

Поскольку нейтрон обладает массой и магнитным моментом, на его движение могут оказывать влияние гравитационное поле Земли и внешнее магнитное поле. При этом гравитационный потенциал

$$V_{\text{гр}} = mgz. \quad (3.23)$$

Численно  $mg = 0,98 \cdot 10^{-7}$  эВ/м. Таким образом, изменение потенциальной энергии нейтрона при подъеме на высоту 1 м того же порядка, что величина оптического потенциала и энергия УХН. Поэтому, если для тепловых нейтронов с энергиями порядка  $10^{-2}$  эВ влияние гравитации практически пренебрежимо мало, то воздействие поля Земли на движение УХН весьма существенно. С точки зрения динамики массивной частицы это воздействие просто сво-

дится к искривлению траектории. Пользуясь оптической терминологией, можно говорить об искривлении лучей, что привычно в оптике неоднородных сред. Действительно, подставив в общее выражение (2.5) значение гравитационного потенциала  $V_{\text{г}}(\mathbf{r}) = mgz$ , сразу получим:

$$n^2(z) = 1 - \lambda^2 \frac{2m^2 g}{h^2} z = 1 - \frac{2gz}{v^2(0)} \quad (3.24)$$

Аналогичным образом можно учесть влияние на движение нейтрона и магнитных полей. Потенциал магнитного взаимодействия

$$V_{\text{магн}} = -(\mu B) \quad (3.25)$$

Величина магнитного момента  $\mu = 6,02 \cdot 10^{-8}$  эВ/Тл. Отсюда видно, что магнитные поля могут оказывать существенное влияние на движение нейтрона только при напряженностях масштаба 1 Тл. Кроме того, однородное магнитное поле не возмущает движение. Напротив, неоднородные магнитные поля могут быть использованы при решении определенных оптических проблем. В частности, В. В. Владимирский предложил в 1960 г. использовать такие поля для создания магнитных зеркал и ловушек<sup>41</sup>. Эти идеи получили экспериментальное развитие в работах<sup>42-46</sup>. Имеются предложения о создании магнитных линз для нейтронов<sup>47-49</sup>. Однако в силу малости магнитного момента и в тех случаях, когда поле не создается намеренно, магнитное воздействие на нейтрон обычно не велико\*). Гравитационное же воздействие всегда достаточно значимо. Следовательно, можно утверждать, что низкая энергия УХН приводит к тому, что оптика УХН всегда есть оптика неоднородных сред<sup>51</sup>.

#### 4. ОПТИКА УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ КАК ОПТИКА НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

##### 4.1. Геометрическая оптика УХН в присутствии силы тяжести

Итак, учет влияния гравитационного поля Земли на движение УХН можно свести к введению показателя преломления вида (3.24). Поступив так, мы сразу же можем воспользоваться всеми результатами, уже известными из оптики неоднородных сред, как это было сделано, например, в работе<sup>52</sup> при анализе проблем формирования нейтронного изображения.

Из вида (3.24) очевидно, что любая оптическая система для УХН как бы погружена в оптически неоднородную среду с дисперсией. Такая форма показателя преломления характерна для разреженной плазмы с линейно меняющейся плотностью\*\*)

$$n^2(\omega, z) = 1 - \frac{\omega_{\text{п}}^2(z)}{\omega^2}, \quad (4.1)$$

где  $\omega_{\text{п}}(z) = 2e (\pi N(z)/m)^{1/2}$  — так называемая плазменная частота, а  $N(z) = N_0 z$ . Оптика линейного плазменного слоя исследована, хотя задача о проектировании оптической системы в такой среде, по-видимому, не возникала.

Вопросам оптики неоднородных сред посвящена обширная библиография. Укажем здесь только монографии Л. М. Бреховских<sup>38</sup> и Ю. А. Кравцова и Ю. И. Орлова<sup>53</sup>.

\*) Случаи, когда влиянии лабораторных магнитных полей значимо, возможны, например, в оптических приборах с большой, масштаба нескольких метров, длиной траекторий и при достаточно жестких требованиях к разрешению. С рассеянными магнитными полями придется считаться и при конструировании нейтронного интерферометра на УХН. В работах жз по поиску ЭДМ нейтрона это вообще одна из наиболее серьезных проблем<sup>50</sup>.

\*\*) На аналогию показателя преломления нейтрона в среде и показателя преломления коротковолнового электромагнитного излучения указывалось в работе<sup>23</sup>.

Приписав вакууму показатель преломления, мы поступили достаточно формально, хотя эту процедуру можно, вероятно, достаточно строго обосновать и на чисто волновом языке, рассматривая интерференцию вторичных волн, рассеянных изменяющимся потенциалом.

Однако в геометрической оптике микроскопическая природа показателя преломления вообще не существенна, так же как в классической механике можно забывать о волновой природе вещества.

#### 4.2. Область применимости траекторного подхода. Каустика точечного монохроматического источника УХН

Пусть в точке  $z = 0$  бесконечного пространства расположен точечный монохроматический источник УХН. Все нейтроны, покидающие источник, движутся в гравитационном поле Земли по параболам. Очевидно, что область пространства, занимаемая траекториями нейтронов, ограничена некоторой поверхностью — каустикой.

Вообще каустикой называют огибающую семейства лучей \*). Каустика — это поверхность, на которой имеется особенность. Вблизи каустики происходит сближение лучей, а на самой каустике они пересекаются. Поэтому на каустике скачком меняется число лучей, проходящих через каждую точку пространства. Из-за пересечения лучей на каустике имеет место рост амплитуды волны. Если амплитуду вычислять методами геометрической оптики, то на каустике амплитуда будет иметь бесконечное значение, что свидетельствует о неприменимости геометрической оптики в этой области. Тем не менее возрастание амплитуды, т. е. фокусировка поля на каустике, действительно имеет место.

При отражении луча от каустики волне обычно приписывают дополнительный сдвиг фаз. При касании неособой каустики возникает сдвиг фаз  $-\pi/2$ . При прохождении трехмерного фокуса сдвиг фаз  $-\pi$ .

Концентрация лучей вблизи каустики приводит к значительной роли интерференционных явлений вблизи каустической поверхности, что ликвидирует расходимость амплитуды поля. Вблизи каустики, в так называемой каустической области, в пространстве возникает интерференционная картина. Характерный масштаб  $\Lambda$  от области каустической тени до первого интерференционного максимума и следует, видимо, считать оценкой размера области неприменимости геометрической оптики.

Возвращаясь к вопросу о каустике точечного источника УХН, или, что то же самое, об области применимости траекторного подхода в оптике УХН, сформулируем задачу на оптическом языке. Введем, как и ранее, показатель преломления  $n^2 = 1 - (2g/v^2)z$ , где  $v$  — начальная скорость УХН. В силу монохроматичности источника  $2g/v^2 = \text{const} = a$ . Таким образом,  $n^2 = 1 - az$ , что есть более сжатая запись выражения (4.1) для показателя преломления в линейном плазменном слое. Задача о каустике в линейном слое хорошо известна в оптике<sup>53–57</sup>. В этом случае уравнение каустики имеет вид

$$ap^2 = 4(1 - az), \quad (4.2)$$

а каустика является параболоидом вращения с вершиной при  $z = H = 1/a$ , где  $n^2 = 0$  (рис. 1).

Расстояние от каустики до первого интерференционного максимума вычисляется для этого случая точно. Недавно М. Берри проанализировал

\*) Подробнее о каустиках, см., например,<sup>54</sup>.

эту задачу в связи с рассматриваемым нами вопросом<sup>58</sup> и получил, что

$$\Lambda = \left( \frac{\hbar^2}{m^2 g} \right)^{1/2} \approx 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ см};$$

здесь, как и ранее,  $m$  — масса нейтрона,  $g$  — ускорение свободного падения.

Эту же задачу можно решить вполне качественно, отождествляя понятия об области применимости траекторного подхода и ширине кустической

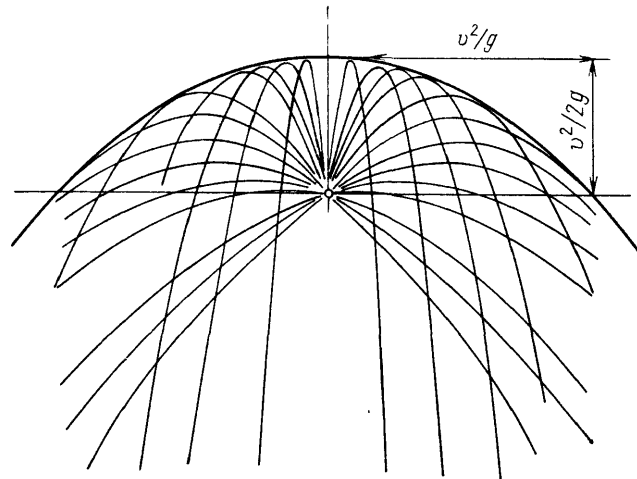


Рис. 1. Траектории УХН в гравитационном поле Земли.  
Такой же вид имеют лучи от источника в линейном плазменном слое

зоны. В настоящее время сформулирован достаточно ясный эвристический подход к формулировке достаточных условий применимости метода геометрической оптики<sup>53,59</sup>.

Основная идея такого подхода состоит в том, что вокруг луча вводится некий объем или трубка, внутри которой волновые явления уже существенны. По аналогии с понятием зон Френеля этот объем назван авторами френелевским. Когда некоторая точка наблюдения находится далеко от каустики,

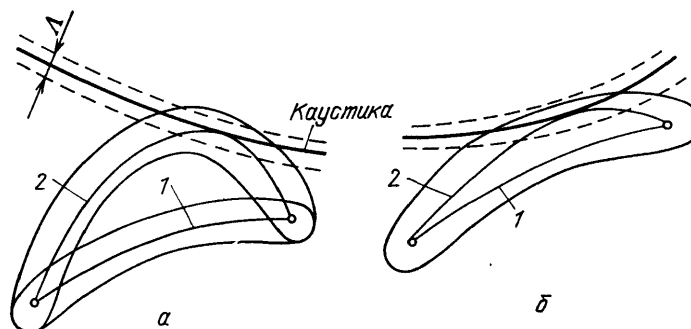


Рис. 2. Френелевские объемы лучей вблизи каустики.  
 $a$  — Точка наблюдения достаточно удалена от каустики.  $b$  — Точка наблюдения приближена к каустике

френелевские объемы двух лучей, из которых луч 1 попал непосредственно от источника в точку наблюдения, а луч 2 отразился от каустики, сильно разнесены в пространстве (рис. 2,  $a$ ). При приближении точки наблюдения к каустике наступает существенное пересечение френелевских объемов, что, согласно<sup>59</sup>, и означает неприменимость геометрикооптического подхода (рис. 2,  $b$ ). Простые геометрические построения показывают<sup>53,60,61</sup>, что раз-

ность эйконолов вдоль лучей 1 и 2 вблизи простой каустики равна

$$\delta\psi = |\psi_1 - \psi_2| \approx \frac{4}{3} \beta^{1/2} |l_N|^{3/2}, \quad \beta = 2n_k |K_{отн}|, \quad (4.3)$$

где  $l_N$  — расстояние по нормали от каустики,  $n_k$  — показатель преломления на каустике,  $K_{отн} = |K_{кауст} - K_{луч} \cos \delta|$  — величина, определяющая относительную кривизну луча и каустики,  $K_{кауст}$  — кривизна нормального сечения каустики в направлении луча,  $K_{луч}$  — кривизна луча в точке касания,  $\delta$  — угол между нормалью к каустике и главной нормалью к лучу.

Будем считать, что правильной оценкой ширины каустической зоны является размер  $l_N$ , такой, что разность набегов фаз вдоль лучей 1 и 2 (без учета каустического сдвига фаз) равна  $\pi$ . Тогда  $4/3 k_0 \beta^{1/2} l_N^{3/2} = \pi$ , где  $k_0$  — волновое число у источника, а

$$l_N = \left( \frac{3\pi}{4k_0} \right)^{2/3} \beta^{-1/3} = 1,77\Lambda, \quad \Lambda = k_0^{-2/3} \beta^{-1/3}. \quad (4.4)$$

Поскольку показатель преломления зависит только от  $Z$ , все лучи лежат в плоскостях, проходящих через начало координат и  $\delta = 0$ . Остается определить относительную кривизну луча и каустики. Уравнение луча можно получить как из геометрических соображений, так и из элементарной механики. Записывая уравнения луча и каустики в явном виде

$$\begin{aligned} z &= \frac{1}{a} - \frac{ap^2}{4} & (\text{для каустики}), \\ z &= \operatorname{ctg} \theta \cdot \rho - \frac{ap^2}{4 \sin^2 \theta} & (\text{для луча}) \end{aligned} \quad (4.5)$$

и проводя простые вычисления, получим

$$\Lambda = \left( \frac{\hbar^2}{2m^2 g} \right)^{1/3} \approx 6 \cdot 10^{-4} \text{ см}, \quad (4.6)$$

а ширина каустической зоны  $l_N = 1,77\Lambda \approx 10,6 \cdot 10^{-4}$  см. Этот результат весьма близок к точному результату, полученному именно для этого случая М. Берри.

#### 4.3. Граница применимости геометрооптического подхода при малых энергиях УХН

Рассмотрим вопрос о применимости геометрической оптики к случаю совсем малых энергий УХН, находящихся в гравитационном поле. При движении нейтрона вверх по мере его замедления растет его длина волны. Очевидно, что условия применимости геометрической оптики нарушаются, когда с перепадом высот порядка длины волны имеет место изменение волнового числа масштаба его самого. Пусть это происходит при перепаде высот  $\Delta z = l$ . Положив  $l = v^2/2g \approx \lambda = \hbar/mv$ , получим

$$l = \left( \frac{\hbar^2}{2m^2 g} \right)^{1/3}$$

— ту же величину, что характеризует интерференционную картину вблизи каустики. Легко оценить порядок величины соответствующей энергии:

$$\varepsilon = mgl = \left( \frac{m\hbar^2 g^2}{2} \right)^{1/3} \approx 0,6 \cdot 10^{-12} \text{ эВ}. \quad (4.7)$$

Подробнее эта задача рассмотрена в работах<sup>62,63</sup>, где анализировался вопрос о хранении УХН предельно малых энергий на плоскости. Более аккуратный квантовомеханический расчет дает близкие значения для линейной  $l$  и энергетической  $\varepsilon$  постоянных задачи.

Таким образом, энергетическая граница применимости траекторного подхода к оптическим расчетам для УХН в поле тяжести Земли составляет примерно  $10^{-12}$  эВ.

Заканчивая на этом рассмотрение общих вопросов оптики очень медленной нейтронной волны, мы обратимся более непосредственно к проблемам приборной оптики. Однако оптические аспекты воздействия гравитационной силы на нейтрон будут и в дальнейшем в центре нашего внимания, поскольку именно это воздействие и создает наибольшие трудности в практической оптике УХН.

## 5. ПРИБОРНАЯ ОПТИКА ОЧЕНЬ МЕДЛЕННЫХ НЕЙТРОНОВ

### 5.1. Современное состояние работ по оптике очень медленных нейтронов

Упоминание о возможности фокусировки УХН имелось уже в первой работе Ф. Л. Шапиро с сотрудниками<sup>79</sup>, в которой сообщалось об открытии УХН. В работе<sup>91</sup> Ф. Л. Шапиро отметил, что ловушки для УХН, возможно, будут полезны в качестве источника для нейтронной микроскопии. Конкретнее вопрос о создании зеркального нейтронного микроскопа (НМ) с использованием УХН обсуждался И. М. Франком<sup>22</sup>. В то время само явление полного отражения нейтронов от границы среды при всех углах падения казалось еще достаточно необычным. Представлялось весьма заманчивым воспользоваться этим замечательным свойством, чтобы построить зеркальную оптическую систему — на первом этапе просто вогнутое зеркало — и получить таким образом изображение в «нейтронных лучах». В этой работе указывалось и на существенную трудность на пути создания такого оптического прибора, состоящую в появлении дополнительных хроматических аберраций, связанных с заметным влиянием на движение УХН силы тяжести Земли.

Через несколько лет появилось предложение А. Штайерла и Г. Шютца использовать для этой цели новый оптический элемент — зонное зеркало, т. е. вогнутое зеркало с зонной фазовой структурой<sup>64</sup>. При этом для некоторого диапазона длин волн нейтронов гравитационный хроматизм компенсируется собственным хроматизмом зонного зеркала. В 1979 г. Н. Т. Кашукеевым и Н. Ф. Чиковым было впервые получено нейтронно-оптическое изображение щели при двумерной фокусировке<sup>65</sup>. В этом эксперименте нейтроны, распространяясь между двумя горизонтальными плоскими зеркалами, фокусировались цилиндрическим зеркалом с вертикальной образующей. При такой постановке опыта вопрос о гравитационных искажениях, естественно, снимается.

В это же время продолжалось теоретическое исследование проблемы. В работе<sup>52</sup> обсуждались некоторые волновые особенности оптики УХН. В частности, ставился вопрос о формировании нейтронной волной оптического изображения в случае заметного влияния возмущающего действия гравитационного поля Земли. Обращалось внимание на то обстоятельство, что распространение нейтронной волны в потенциальном поле может быть описано введением показателя преломления, зависящего от скорости и координаты. Таким образом, возникла полная аналогия с распространением света в оптически неоднородной среде с дисперсией. Из справедливости принципа Ферма в оптически неоднородной среде следует и возможность формирования изображения в случае нейтронных волн. Обсуждение этого вопроса было продолжено в работе<sup>51</sup>, где отмечалось, что результат работы<sup>52</sup> в какой-то мере тривиален, поскольку следует из оптико-механической аналогии Гамильтона. Однако оптический подход к динамике массивной частицы, привычный в электронной оптике, для нейтронной оптики был новым и оказался весьма продуктивным. Описание движения нейтрона в гравитационном поле Земли



путем введения показателя преломления позволило найти способы расчета оптических систем для УХН. Особенно просто это делать в параксиальном приближении<sup>51</sup>.

В 1980 г. Г. Шютц, А. Штайерл и В. Мампе продемонстрировали возможность трехмерной фокусировки УХН<sup>66</sup>. Используя зонное зеркало, предложенное в<sup>64</sup>, они получили изображение щели с увеличением  $6\times$  (рис. 3).

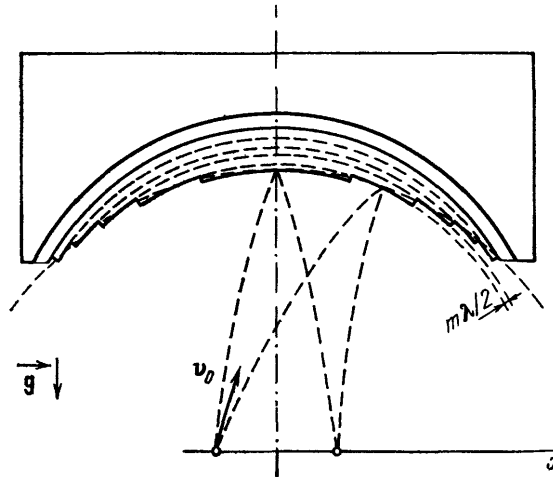


Рис. 3. Зонное зеркало для УХН<sup>64,66</sup>

В то же время был достигнут определенный прогресс при фокусировке нейтронов более быстрых, чем ультрахолодные, — так называемых очень холодных нейтронов. В Гренобле были осуществлены опыты с нейтронами, имевшими скорости порядка 200 м/с и длины волн около 20 Å. В качестве оптического элемента использовались линзы<sup>67</sup> и зонная пластинка<sup>68</sup> (рис. 4).

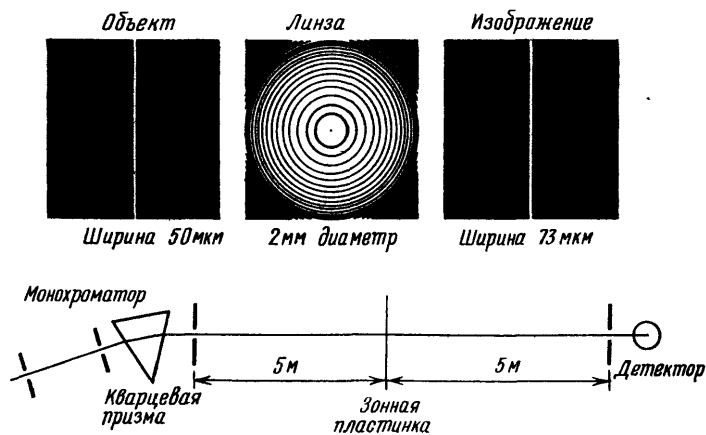


Рис. 4. Фокусировка ОХН зонной пластинкой<sup>68</sup>

Оптическая сила фокусирующих элементов для таких нейтронов невелика, поэтому пришлось использовать прибор с длиной порядка 10 м. Анализ возможностей использования оптических элементов различного типа в нейтронном микроскопе был приведен в работах<sup>26,27</sup>. Кроме зеркал, линз и пластинок Френеля, обсуждалась возможность использования и магнитных линз<sup>47-49</sup>. Был сделан вывод о предпочтительности использования в микроскопе зеркальной оптики, поскольку зеркало является единственным оптическим элементом, не обладающим собственным хроматизмом, хотя трудности, связанные с гравитационными искажениями, разумеется, остаются.

Для уменьшения гравитационных aberrаций в работах<sup>26,27</sup> было предложено два новых пути. В частности, предлагалось скомпенсировать силу тяжести Земли магнитной силой, помещая оптическую систему в неоднородное магнитное поле. Этот вопрос подробнее обсуждался в<sup>69</sup>. Ниже будет описан проект нейтронного микроскопа, основанный на этой идее. Вторым путем состоял в том, что предлагалось использовать относительно сложную многозеркальную оптическую систему, в которой зеркала расположены на разной высоте и характеризуются различной дисперсией.

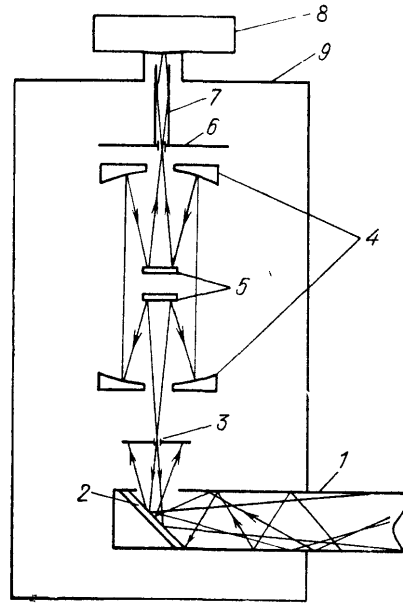


Рис. 5. Многозеркальный оптический прибор для УХН<sup>70</sup>. 1 — нейтроновод; 2 — вспомогательное зеркало; 3 — щель-объект; 4 — вогнутые зеркала; 5 — плоские зеркала; 6 — анализирующая щель; 7 — нейтроновод детектора; 8 — детектор; 9 — вакуумная камера

Идея многозеркальной оптической системы получила развитие. Прибор, основанный на этом принципе, был осуществлен, и с его помощью было получено изображение щели с небольшим увеличением<sup>70</sup> (рис. 5). Близкий принцип был использован при создании нейтронного микроскопа с увеличением 50×, об испытаниях которого сообщается в работах<sup>25,71</sup>.

## 5.2. Оптические элементы для очень медленных нейтронов

Рассмотрим основные свойства оптических элементов, которые могут быть в принципе использованы в нейтронной микроскопии. Естественно начать это рассмотрение с преломляющей линзы. Пусть вещество линзы имеет длину когерентного рассеяния  $b$ . Тогда показатель преломления линзы

$$n = \left(1 - \lambda^2 \frac{Nb}{\pi}\right)^{1/2} = \left(1 - \frac{v_0^2}{v^2}\right)^{1/2}, \quad (5.1)$$

где  $v_0$  — граничная скорость нейтронов для этого вещества. Как известно из оптики, фокусное расстояние линзы

$$f = \frac{1}{(n-1)(R_1^{-1} - R_2^{-1})}, \quad (5.2)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны обеих поверхностей линзы. Так как обычно  $b > 0$  и  $n < 1$ , то фокусирующая линза с минимальным значением фокусного

расстояния должна быть двояковогнутой. Полагая  $R_1 < 0$  и  $R_1 = -R_2$ , имеем

$$f = \frac{R}{2(n-1)}, \quad (5.3)$$

Для простоты разложим (5.1) в ряд, опуская члены порядка  $(v_0/v)^4$ , что для  $v > 2v_0$  справедливо с точностью, лучшей, чем 0,01:

$$n = 1 - \frac{v_0^2}{2v^2}. \quad (5.4)$$

Подставляя (5.4) в (5.3), получим

$$f = R \frac{v^2}{v_0^2}. \quad (5.5)$$

Отсюда видно, что нейтронная линза обладает сильнейшим хроматизмом, причем  $f \propto v^2 \propto 1/\lambda^2$ .

Можно оценить и максимальную светосилу нейтронной линзы. Ясно, что максимально возможный размер апертурной диафрагмы есть диаметр линзы. Следовательно, относительное отверстие не может превышать величину  $2R/f = 2v_0^2/v^2$ . Видно, что с увеличением скорости нейтрона не только растет фокусное расстояние, но и, вообще говоря, уменьшается светосила. Так, числовая апертура фокусирующей линзы в приборе, используемом для поиска электрического заряда нейтрона<sup>67</sup>, составляла всего  $4 \cdot 10^{-4}$ . Кроме того, при малых скоростях нейтронов применение линз ограничивается ростом поглощения.

Другим оптическим элементом, в принципе пригодным для фокусировки ОХН<sup>\*</sup>), является зонная пластинка. Вопрос об ее использовании с этой целью, в частности в связи с проблемой нейтронного микроскопа, был рассмотрен в работе<sup>72</sup>. Фокусное расстояние определяется в этом случае выражением

$$f = \frac{r_M^2}{M\lambda}, \quad (5.6)$$

где  $M$  — число зон пластинки,  $r_M$  — радиус наибольшей зоны. Как легко видеть, зонная пластинка обладает хроматизмом, присущим всем дифракционным приборам, причем  $f \propto 1/\lambda$ . Практически максимальный размер пластинки определяется наименьшим возможным расстоянием между соседними зонами:  $\delta = r_M/2M$ . При этом величина относительного отверстия есть

$$\frac{1}{F} = \frac{2r_M}{f} = \frac{\lambda}{\delta}. \quad (5.7)$$

Масштаб величины  $\delta$ , достижимый при современной технологии, составляет примерно 1 мкм. Для ОХН со скоростями  $v = 15$  м/с ( $\lambda = 260$  Å) получим, что относительное отверстие 1 : 40.

Таким образом, зонные пластинки также обладают заметной дисперсией, а при современном уровне технологии — и небольшой светосилой.

В отличие от линз и зонной пластинки, зеркальные оптические элементы сами по себе полностью ахроматичны и не имеют принципиальных ограничений на светосилу. Хроматизм прибора в целом может возникнуть только из-за гравитационных искажений. Впрочем, в этом случае следует, скорее, говорить о хроматизме среды, имеющемся при любом способе фокусировки, чем о хроматизме самого оптического элемента. Возникающие сложные аберрации необходимо исправлять для системы в целом.

При использовании зеркал полного отражения при всех углах падения, естественно, возникают ограничения на величину скорости используемых нейтронов. Это обстоятельство ограничивает как возможное разрешение,

<sup>\*</sup>) ОХН — очень холодные нейтроны. Так часто называют нейтроны, скорость которых, в отличие от УХН, несколько превышает граничную скорость вещества.

так и интенсивность. Наибольшим значением граничной скорости из веществ, используемых в качестве покрытий для нейтронных зеркал, обладает изотоп  $\text{Ni}^{58}$ . Для него  $v_0 = 7,6 \text{ м/с}$ ,  $\lambda = 5 \cdot 20 \text{ \AA}$ . Диапазон скоростей можно расширить, переходя к оптике с зеркалами наклонного падения или используя многослойные интерференционные покрытия, так называемые суперзеркала<sup>73-76</sup>.

### 5.3. Идеальный оптический элемент для нейтронов в присутствии силы тяжести

Итак, для создания высококачественных оптических систем для УХН, по-видимому, наиболее пригодна зеркальная оптика. Методы расчета и технология изготовления зеркальных объективов для света достаточно развиты.

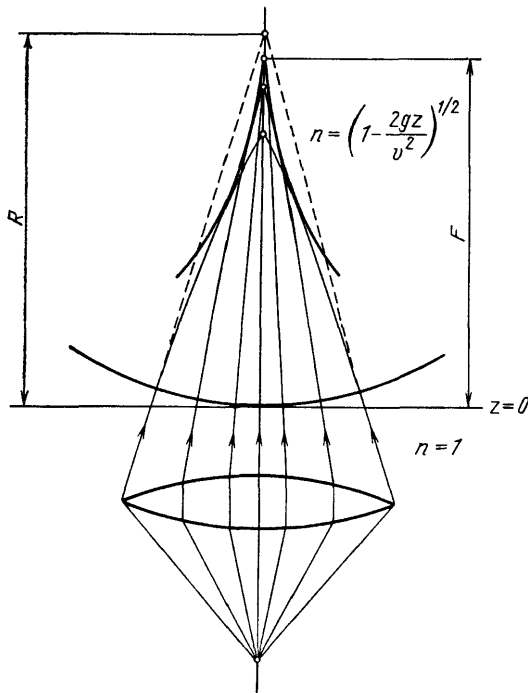


Рис. 6. Распространение сходящегося сферического волнового фронта в среде с «гравитационным» показателем преломления

Отличие УХН состоит в меньшей длине волны и существенном воздействии на них силы тяжести, что и представляет основную трудность.

Описание движения нейтрона путем введения показателя преломления облегчает теоретический анализ проблемы, однако не дает готовых рецептов, поскольку ранее, по-видимому, не приходилось сталкиваться с необходимостью погружать оптическую систему в неоднородную среду с дисперсией.

Проиллюстрируем оптические свойства такой среды. Предположим, что идеальный оптический элемент вынесен из среды в вакуум. Положим при этом показатель преломления среды на границе раздела равным единице. Пусть наш оптический элемент с оптической осью вдоль оси  $z$  фокусирует лучи от точечного источника (рис. 6). Сходящаяся сферическая волна через плоскость

раздела  $z = 0$  попадает в нашу слоисто-неоднородную среду. Радиус кривизны фронта в начале координат обозначим через  $R$ . Будем предполагать, что величина  $R$  много меньше максимальной высоты подъема  $v^2/2g$ , т. е. что кривизна лучей невелика. Характерным безразмерным параметром задачи является величина  $\xi = gR/v^2$ ,  $\xi \ll 1$ . Вычисления будем вести в первом порядке по  $\xi$ . Легко получить, что луч, вошедший в среду под углом  $\theta$  к оси  $z$ , пересечет ее на высоте  $z' = R[(1 - (\xi/2 \cos^2 \theta))]$ . Следовательно, что лучи, вошедшие в среду даже под сколь угодно малым углом, пересекают оптическую ось ниже первоначального центра кривизны фронта, т. е. паракиальный фокус смещен относительно точки  $z = R$ . Его положение таково:

$$F = R(1 - \frac{\xi}{2}) = R(1 - \frac{gR}{2v^2}). \quad (5.8)$$

Величина гравитационного смещения  $\Delta F = gR^2/2v^2$  квадратично зависит

от скорости. В этом одно из проявлений гравитационного хроматизма. Произвольный луч, вошедший в среду под углом  $\theta$  к оси  $z$ , пересечет ее ниже параксиального фокуса, при этом расстояние от точки пересечения до фокуса:

$$\zeta = F - z' = \frac{\xi R}{2} \operatorname{tg}^2 \theta, \quad (5.9)$$

а угол луча с осью  $z$  в точке ее пересечения определится из условия:

$$\sin \alpha = \sin \theta (1 + \xi). \quad (5.10)$$

Из (5.9) и (5.10) легко получить уравнения касательной к лучу в точке пересечения оси  $z$ :

$$\rho = (F - z) \tau - \frac{\xi R}{2} \tau^3, \quad \tau = \operatorname{tg} \alpha. \quad (5.11)$$

Решая (5.11) совместно с уравнением  $\partial \rho / \partial \tau = 0$ , получим уравнение каустики \*):

$$\rho^2 = \frac{8}{27} \frac{v^2}{g F^2} (F - z)^3. \quad (5.12)$$

Заметим, что введение нами границы раздела при  $z = 0$  имело чисто вспомогательную роль, поскольку геометрия лучей определялась преломлением лучей во всей среде  $z > 0$ , а преломление на границе раздела отсутствовало. Таким образом, даже для монохроматических нейтронов среда приводит к появлению аберраций, в частности сферической аберрации. Кроме того, благодаря дисперсии среды как само положение фокуса, так и величина сферической аберрации зависят от скорости (длины волны) нейтрона. Поэтому при конструировании оптических приборов с использованием очень медленных нейтронов возникают две, вообще говоря связанные, основные проблемы. Во-первых, надо ахроматизировать систему, а во-вторых, надо научиться работать с заметными апертурами, для чего приходится компенсировать систему на основные аберрации с учетом свойств среды.

#### 5.4. Расчет оптических систем в неоднородной среде в параксиальном приближении

Основные характеристики оптической системы, такие, как положение изображения, фокусное расстояние, положение главных плоскостей и т. д., можно определить, используя приближение малых углов, т. е. параксиальное приближение. В силу хроматизма среды все эти величины должны, вообще говоря, зависеть от скорости. В некоторых случаях систему удастся ахроматизировать. При этом следует различать ахроматизацию положения, когда стационарно положение плоскости изображения, и ахроматизацию увеличения, когда сохраняется отношение углов для луча вблизи объекта и вблизи плоскости изображения. Подчеркнем, что пока речь идет только о малых углах.

Для параксиального расчета нейтронно-оптических систем полезно использовать матричный метод, хорошо известный в оптике <sup>76</sup>. Обобщение его на случай слоисто-неоднородной среды не представляет трудностей <sup>51</sup>. Суть метода состоит в следующем. Любой луч в оптической системе с аксиальной симметрией может быть описан координатами  $Z, y, V$ , где  $Z$  — координата произвольной точки на оптической оси, совпадающей с осью  $z$ ,  $y$  — смещение луча от оптической оси в плоскости, проходящей через точку  $Z$ ,

\*) Строго говоря, для нахождения уравнения каустики надо исходить не из (5.11), а из уравнения параболической траектории. Однако вблизи фокуса полученное таким образом уравнение сводится к (5.12) в силу малой кривизны лучей.

$V = n\vartheta$ ,  $n$  — показатель преломления,  $\vartheta$  — угол луча с осью  $z$ . В параксиальном приближении все углы, входящие в расчет, достаточно малы, так что нечетные тригонометрические функции этих углов считают равными самим углам. Области пространства с различными показателями преломления разделены некоторыми поверхностями раздела. Вопрос о форме этих поверхностей не рассматривается, и поверхность характеризуется параксиальным радиусом кривизны. В однородной среде между поверхностями раздела луч распространяется прямолинейно, при преломлении и отражении линейная связь углов падения и преломления (отражения). Линейная связь координат — основное отличие параксиального приближения. Поэтому каждое элементарное изменение координат луча может быть охарактеризовано элементарной матрицей размерности  $2 \times 2$ , так что

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ v_2 \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} y_1 \\ v_1 \end{pmatrix}, \quad (5.13)$$

где индексы 1 и 2 относятся к некоторым плоскостям до и после интересующего нас элемента. При этом матрицы перемещения  $\hat{\tau}$ , отражения  $\hat{R}$  и преломления  $\hat{F}$  записываются следующим образом:

$$\hat{\tau} = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \pm \frac{2n}{r} & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \pm \frac{n_1 - n_2}{r} & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.14)$$

где  $n$  — показатель преломления,  $r$  — радиус кривизны отражающей или преломляющей поверхности (знак связан с направлением выпуклости), индексы 1, 2 в матрице преломления относятся к показателям преломления по разные стороны поверхности,  $t = |Z_1 - Z_2|$  — изменение координаты при перемещении.

Преобразование координат, производимое системой в целом, также имеет вид (5.13), при этом матрица системы  $\hat{M}$  является результатом последовательного перемножения всех элементарных матриц, а порядок перемножения соответствует порядку изменения координат  $y$  и  $v$  луча, проходящего через систему. Матрица системы полностью определяет ее оптические свойства. При погружении оптической системы в неоднородную среду модификации подвергнется только матрица перемещения. Непосредственным вычислением легко получить, что матрица перемещения через  $N$  тонких слоев с показателями преломления  $n_i$  отличается от  $\hat{\tau}$  в (5.14) только заменой величины  $t/n$  на сумму  $\sum_i^N (t_i/n_i)$ . Для среды с плавной неоднородностью естественно перейти от суммирования к интегрированию. Следовательно, вид матрицы перемещения таков:

$$\hat{\tau} = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad T = \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{dt}{n(t)}. \quad (5.15)$$

В случае гравитационной силы, действующей на нейтрон, показатель преломления определяется из (3.24). Тогда

$$T = \frac{v^2}{g} \left| \left( 1 - \frac{2gZ_1}{v^2} \right)^{1/2} - \left( 1 - \frac{2gZ_2}{v^2} \right)^{1/2} \right|. \quad (5.16)$$

Таким образом, и в этом случае легко получить характеристическую матрицу системы, состоящей из любого числа оптических элементов.

Подчеркнем, что приведенные выше соображения справедливы только для слоисто-неоднородной среды, когда показатель преломления зависит только от одной координаты  $Z$ , а оптическая ось расположена вдоль нее, иными словами, для вертикального расположения прибора.

В силу зависимости показателя преломления от  $v^2$  эта же величина вошла в выражение (5.16), заменяющее просто некоторый линейный размер в обычном случае однородной среды. Поскольку во все соотношения, определяющие свойства системы, всегда входят линейные размеры, то замена их на величины типа (5.16) приводит к зависимости всех параметров прибора от скорости нейтрона. Приведем два простых примера. Прежде всего вычислим в параксиальном приближении положение фокуса для вогнутого зеркала при фокусировке УХН. Пусть на вогнутое зеркало радиуса  $R$ , расположенное на высоте  $z=0$ , падает вертикально вниз параллельный пучок УХН. Определяя фокусное расстояние для света, мы должны были бы получить значение  $f_l = R/2$ . Теперь мы получим эту же величину, но не для линейного размера, а для эффективного перемещения  $T$ , определяемого выражением (5.16) с  $Z_l = 0$ . Решая уравнение

$$\frac{R}{2} = T = \frac{v^2}{g} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{2gz}{v^2} \right)^{1/2} \right]$$

относительно  $Z$  в предположении  $z \ll v^2/2g$ , получим

$$Z = f_n = \frac{R}{2} - \frac{gR^2}{8v^2}. \quad (5.17)$$

Как и должно быть, фокус для нейтронов расположен ниже светового, а его положение зависит от скорости. Отметим, что вычисленное нами расстояние от зеркала до точки фокуса, вообще говоря, не совпадает с фокусным расстоянием. Определяя последнее как расстояние от фокуса до точки пересечения первичных параллельных лучей и касательных к лучам в фокусе, получим

$$F_n = \frac{R}{2} - \frac{gR^2}{4v^2}. \quad (5.18)$$

Причина различия — в криволинейности лучей. Изменение величины фокусного расстояния приведет к гравитационным изменениям оптического увеличения.

Вычислим теперь увеличение вогнутого зеркала. Пусть источник по-прежнему расположен выше зеркала. Обозначим расстояние от источника до зеркала через  $a$ . В случае света результат таков:  $k_l = [1 - (2a/R)]^{-1}$ , где  $k_l$  — оптическое увеличение. Теперь вместо линейного размера  $a$  в выражение для увеличения опять войдет величина эффективного перемещения. В тех же приближениях получим

$$k_n = \frac{1}{1 - (2a/R) [1 + (ga/2v^2)]}. \quad (5.19)$$

Видно, что как отличие результата от оптического, так и величина хроматизма увеличения резко растут вблизи значений  $a = R/2$ , т. е. при больших увеличениях. Хроматизм увеличения нейтронно-оптических систем для УХН, по-видимому, представляет собой заметную трудность на пути создания системы с большим увеличением и хорошим разрешением.

### 5.5. А х р о м а т и з а ц и я о п т и ч е с к и х с и с т е м

Хроматические aberrации в большинстве случаев проявляются даже в системах с малыми апертурами. Для их анализа вполне пригоден метод параксиального расчета, изложенный выше. В некоторых случаях этот метод позволяет в той или иной мере ахроматизировать прибор. Проиллюстрируем это обстоятельство. Пусть система состоит из некоторого числа отражающих элементов. Для определения характеристической матрицы надо выписать все элементарные матрицы перемещения и отражения, а затем перемножить их. При этом первой матрицей будет матрица перемещения

от последней отражающей поверхности до плоскости изображения, а последней — матрица перемещения от объекта до первой отражающей поверхности

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \hat{M}_2 \times \dots \times \hat{M}_t \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.20)$$

где  $a$  — первый отрезок системы,  $b$  — последний отрезок. Тогда

$$\hat{M}_0 = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \hat{M}',$$

где  $\hat{M}'$  — матрица, полученная перемножением всех матриц, начиная со второй. Забудем на время о силе тяжести, т. е. перейдем к обычной оптике однородных сред. Обозначим элементы матрицы  $\hat{M}$  буквами без штрихов, а элементы матрицы  $\hat{M}'$  буквами со штрихами. Отметим также индексом «нуль» случай отсутствия гравитации. Тогда

$$\hat{M}_0 = \begin{pmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A'_0 & B'_0 \\ C'_0 & D'_0 \end{pmatrix}. \quad (5.21)$$

Напомним, что

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_1 \\ v_1 \end{pmatrix}, \quad (5.22)$$

где индексы 1 и 2 относятся к некоторым плоскостям. Совместим плоскость 1 с плоскостью источника, а плоскость 2 — с плоскостью изображения. Если источник находится на оптической оси, то и его изображение также должно быть на оси. При этом  $y_1 = y_2 = 0$ . Из условия  $y_2 = 0$  следует  $B_0 = 0$ . Но из (5.21) получаем, что  $B_0 = B'_0 + D'_0 b$ . Следовательно, положение изображения определится уравнением

$$b = -\frac{B'_0}{D'_0}. \quad (5.23)$$

Как известно, оптическое увеличение системы есть  $k = n_1 \sin \vartheta_1 / n_2 \sin \vartheta_2$ , или в параксиальном приближении

$$k = \frac{n_1 \vartheta_1}{n_2 \vartheta_2} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (5.24)$$

Из (5.22) и (5.24) и условия  $y_1 = 0$  получим, таким образом,

$$k = \frac{1}{D_0} = \frac{1}{D'_0}. \quad (5.25)$$

Теперь учтем силу тяжести, заменив все линейные размеры на соответствующие им эффективные перемещения (5.16). Кроме того, следует принять во внимание, что показатель преломления в местах расположения зеркал не равен единице, а в соответствующие матрицы отражения входят величины типа  $2n_i(z)/r_i$ . Положение изображения определится из выражения типа (5.23), которое в этом случае превращается в уравнение относительно  $b$ . Выражение для увеличения формально не изменится. Таким образом,

$$T_b = -\frac{B'}{D'}, \quad k = \frac{1}{D'}. \quad (5.26)$$

Элементы матрицы  $M'$  теперь являются функциями скорости. Для уменьшения хроматических искажений, по-видимому, выгодно уменьшать линейные размеры системы. Если все линейные размеры удовлетворяют условиям  $l_i \ll v^2/g$ , то показатель преломления и соответствующие величины  $T_i$  можно разложить в ряд. Получим

$$B' = B'_0 + \frac{F_1(l_i)g}{v^2} + \frac{F_2(l_i)g^2}{v^4} + \dots, \quad (5.27)$$

$$D' = D'_0 + \frac{\Phi_1(l_i)g}{v^2} + \frac{\Phi_2(l_i)g^2}{v^4} + \dots \quad (5.28)$$



( $i = 1, 2, \dots$ ), где коэффициенты  $F_j$  и  $\Phi_j$  имеют размерность длины в  $j$ -й степени. Если пренебречь членами порядка  $g^2/v^4$ , то условие ахроматизации по увеличению сводится к уравнению  $\Phi_1 = 0$ . Величина  $T_b$  в том же приближении имеет вид  $T_b = b [1 + (\beta + b)(g/v^2)]$ , где  $\beta$  также имеет размерность длины и определяется положением последнего зеркала. Положение изображения определяется, таким образом, уравнением

$$T_b = -\frac{B'}{D'}, \quad b \left[ 1 + \frac{(\beta + b)g}{v^2} \right] = -\frac{B'_0 + (F_1 g/v^2)}{D'_0 + (\Phi_1 g/v^2)}. \quad (5.29)$$

Разрешая (5.29) относительно  $b$  и приравнявая нулю член при  $g/v^2$ , получаем условие ахроматизации по положению. Разумеется, правомерность пренебрежения высшими членами в (5.27), (5.28) должна быть проанализирована достаточно тщательно. В многоэлементной системе имеется достаточное число параметров, и систему иногда можно ахроматизировать с учетом более высоких порядков. В частности, телескопическая система, состоящая из двух вогнутых зеркал и дополнительных плоских зеркал, использованная в работе<sup>70</sup> и приведенная на рис. 5, была ахроматизирована по положению.

В некоторых случаях удается получить условия, обеспечивающие одновременную дифференциальную ахроматизацию в первом порядке по  $g/v^2$  и по положению, и по увеличению. Так, для простой бизеркальной системы, состоящей из двух вогнутых зеркал с радиусами кривизны  $R_1$  и  $R_2$  (рис. 7), ахроматизация по положению в первом порядке по  $g/v^2$  достигается в телескопической геометрии, когда источник расположен в фокусе первого зеркала  $a = R_1/2$ . Ахроматизация увеличения в этом же приближении будет достигнута, если одновременно выполнено условие

$$R_1 (1 + \alpha) = 6d, \quad (5.30)$$

где  $\alpha = R_2/R_1$ ,  $d$  — расстояние между зеркалами. При этом положение изображения  $L$  и оптическое увеличение  $k$  совпадают с такими же величинами для света. Отметим, что совпадение значений увеличения для нейтронов и для света не означает совпадения апертурных углов в плоскости изображения, поскольку в случае нейтронов сила тяжести приводит к некоторому отличию показателя преломления в плоскости изображения от показателя преломления в плоскости источника.

Другой случай одновременной ахроматизации в первом порядке по положению и по увеличению приведен в недавно опубликованной работе<sup>71</sup>. Основное отличие прибора, описанного в этой работе, состоит в использовании своеобразных свойств пролетной параболы, проявляющихся, когда нейтроны проходят на своем пути апогей.

Рассмотрим, как меняются в этом случае свойства фокусирующего вогнутого зеркала (рис. 8). Пусть на оси зеркала радиуса  $R$  на высоте  $a$  расположен источник нейтронов. Предположим, что источник достаточно близок к фокусу, так что нейтроны после отражения от зеркала проходят апогей параболической траектории, прежде чем пересекут ось в точке изображения. Поместим начало координат в вершине зеркала. Определим положение изображения, вновь воспользовавшись матричным методом. Для этого

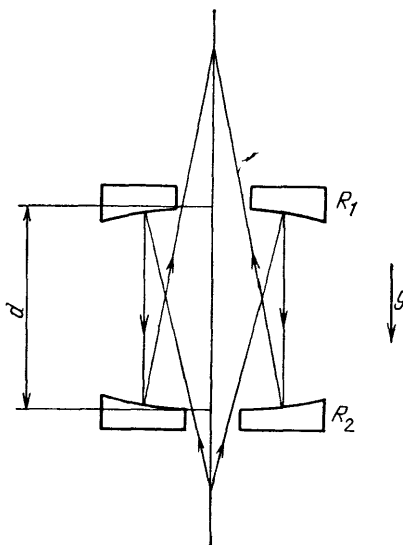


Рис. 7. Оптическая система для УХН, ахроматичная в первом порядке

введем некоторую вспомогательную плоскость на высоте  $c$  от зеркала. Пусть эта плоскость расположена выше изображения источника, но ниже апогея.

Наш матричный аппарат необходимо дополнить матрицей, описывающей смещение луча относительно оси между двумя пересечениями плоскости  $c$ . Легко убедиться, что такой матрицей является матрица

$$\hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{2v^2}{g} n(z=c) \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.31)$$

Матрица  $\hat{\Delta}$  является матрицей перемещения на величину  $\eta = (2v^2/g) n(c)$  и не меняет переменной  $V$ . Действительно, абсолютное значение  $V$  определяется величиной угла траектории с вертикальной осью и значением показателя преломления и меняется только при отражении. Знак  $V$  определяется тем, приближается ли траектория к оси или удаляется от нее.

Обозначим через  $b$  отрезок от плоскости  $C$  до изображения. Теперь легко вычислить матрицу системы

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} 1 & T_b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \hat{M}'; \quad \hat{M}' = \begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix}, \quad (5.32)$$

где элементы матрицы  $\hat{M}'$  записываются так:

$$\begin{aligned} A' &= 1 - \frac{2}{R}(\eta + T_c), \\ B' &= T_a + (\eta + T_c) \left(1 - \frac{2T_a}{R}\right), \\ C' &= -\frac{2}{R}, \quad D' = 1 - \frac{T_a}{R}. \end{aligned} \quad (5.33)$$

Значение  $b$  определится, как и ранее, из уравнения вида (5.29). Подставив в него выражения для перемещений  $T$  и показателя преломления  $n(c)$ , получим, что при  $a = R/2$  имеет место соотношение  $b - c = a = R/2$ .

Следовательно, в случае, когда источник расположен в точке светового фокуса, его положение точно совпадает с положением изображения вне зависимости от скорости, т. е. имеет место ахроматизация по положению во всех порядках.

Хроматизм увеличения остается при этом значительным, поскольку величина  $D'$ , определяющая увеличение, как и ранее, определяется

Рис. 8. Свойства вогнутого зеркала при фокусировке УХН.

Положение изображения совпадает с источником, когда точечный источник помещен в «световом» фокусе

ся выражением (5.19). Легко видеть, что при подстановке в (5.19) значения  $a = R/2$  в знаменателе остаются только члены, зависящие от  $g$  и  $v^2$ .

В нейтронном микроскопе, описанном в <sup>71</sup>, хроматизм увеличения скомпенсирован в первом порядке введением второго, выпуклого, зеркала. При этом ахроматизацию положения удастся сохранить, правда теперь тоже только в первом порядке. К описанию этого прибора мы еще вернемся несколько ниже (п. 6.1).

Как правило, полной ахроматизации во всех порядках одновременно и по положению и по увеличению добиться трудно или невозможно. В этой связи полезно рассмотреть, как хроматизм положения и хроматизм увеличения влияют на разрешение прибора.

Пусть система имеет увеличение  $k$ , входную апертуру  $\theta$  и положение плоскости изображения  $L$ , где  $L$  отсчитано, например, от последнего зеркала. Величины  $k$  и  $L$  даны для некоторого значения скорости нейтронов. Если источник не монохроматичный, то для имеющегося интервала скоростей как увеличение, так и положение плоскости изображения лежат в некотором интервале значений  $k \pm \Delta k$ ,  $L \pm \Delta L$ .

Рассмотрим роль хроматизма положения. Размер пятна изображения от точечного источника, помещенного на оси, определится выходным апертурным углом  $\vartheta$  и хроматическим разбросом плоскости изображения

$$\Delta R_L = 2\Delta L \cdot \operatorname{tg} \vartheta \simeq 2\Delta L \cdot \vartheta = \frac{2\Delta L \cdot \theta}{k}.$$

Мы положили  $\theta/\vartheta = k$ , пренебрегая небольшой разницей в показателях преломления в плоскости объекта и изображения. Тогда разрешение в плоскости объекта будет в  $k$  раз меньше, чем размер пятна в плоскости изображения, и определится так:  $\delta_L = 2 \Delta L \cdot \theta/k^2$ . Легко оценить разрешение на краю поля. В этом случае луч, идущий в крайнюю точку изображения, отстоящую от оси на величину  $d$ , составляет с осью угол  $\alpha = d/L$ . Тогда размер пятна рассеяния в плоскости изображения на краю поля составляет  $k'_L = d \Delta L/L$ , а разрешение в плоскости объекта —  $\delta'_L = d \Delta L/kL$ . Если размер изображения считать зафиксированным, то, как мы видим, разрешение на краю объекта улучшается при росте увеличения как  $1/k$ , а в центре объекта как  $1/k^2$ .

Рассмотрим теперь искажения, связанные с хроматизмом увеличения. Очевидно, что эти искажения отсутствуют в центре поля, где смещение от оси равно нулю. Центральная точка фокусируется в точку на оси независимо от значения увеличения. Наибольшие искажения возникнут для наиболее смещенной от оси точки. Размер пятна рассеяния от такой точки составит  $\Delta R_k = d' \Delta k$ , а разрешение в плоскости объекта  $\delta_k = d' \Delta k/k$ , где  $d'$  — размер поля в плоскости объекта. Таким образом, при фиксированном значении размера поля в плоскости объекта разрешение растет с ростом увеличения как  $1/k$ . Обычно размер поля приходится уменьшать с ростом увеличения обратно пропорционально увеличению, так как на практике, по-видимому, ограничен размер поля изображения, например конструкцией детектора. Поэтому практически разрешение улучшается с ростом увеличения как  $1/k^2$ .

Из сказанного напрашивается вывод, что вместо ахроматизации систем следует просто, насколько возможно, увеличивать величину оптического увеличения, что приведет к улучшению разрешения. Это действительно было бы так, если при росте увеличения удалось бы зафиксировать величины  $\Delta k$  и  $\Delta L$ . К сожалению, этого не происходит. В самом деле величина увеличения определяется выражением (5.26). Это значит, что большим увеличениям соответствует малое значение величины  $D'$ . Следовательно, мал и первый член  $D'_0$  в разложении (5.27)  $D'$  по  $g/v^2$ . Отсюда прямо следует, что с ростом величины  $k$  увеличивается относительный вклад высших членов по  $g/v^2$  в выражении для  $D'$ . При этом растет хроматизм увеличения. Мы уже сталкивались с этим обстоятельством при рассмотрении хроматических aberrаций одного вогнутого зеркала (см. (5.19)).

## 5.6. Непараксиальный случай. Апланат для УХН \*)

Оставляя пока в стороне проблему гравитационного хроматизма, обсудим вопрос о возможности использования в нейтронно-оптических системах больших входных апертур. Важность этой проблемы очевидна. Во-первых,

\*) Результаты, изложенные в этом разделе, а также в разделах 6.2 и 6.4, получены совместно с А. Н. Стрепетовым.

с числовой апертурой связано предельное теоретическое разрешение прибора. Во-вторых, с увеличением апертуры, т. е. светосилы, улучшаются статистические возможности прибора. При использовании УХН именно статистика может ограничивать разрешение.

Известно, что оптическая система обеспечивает резкое изображение малого приосевого участка плоскости, перпендикулярной к оптической оси, т. е. является апланатической, если выполнено так называемое условие синусов

$$n_1 y_1 \sin \alpha_1 = n_2 y_2 \sin \alpha_2, \quad (5.34)$$

где  $n$ ,  $\alpha$  и  $y$  — соответственно показатели преломления, углы луча с осью и смещение относительно оси. Индексы относятся к плоскости объекта и к плоскости изображения. Из геометрической оптики известно, что с помощью одной асферической поверхности преломления или отражения можно полностью обеспечить осевой стигматизм, т. е. избавить систему от сферических aberrаций всех порядков и добиться резкого изображения точки, лежащей на оси. Применением двух асферических поверхностей можно получить апланатизм. При этом система становится свободной от комы \*). Эти выводы имеют универсальный характер и не ограничиваются случаем однородных сред<sup>77</sup>. Отсюда следует, что и в случае УХН в присутствии силы тяжести

возможно создание специально-го апланата.

Численные методы расчета апланатической зеркальной пары, известные в технической оптике, легко видоизменить для случая неоднородной среды с показателем преломления вида (3.24). Удобно воспользоваться, например, методом, приведенным в<sup>78</sup>. Поясним принцип расчета.

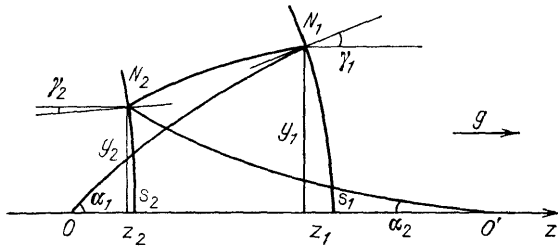


Рис. 9. К расчету апланатической зеркальной пары для УХН

Пусть оптическая система (объектив) содержит две отражающие поверхности. Из параксиального расчета легко определить взаимное расположение и параксиальные радиусы зеркал, такие, чтобы система имела заданное увеличение. Кроме того, при этом расчете должны быть определены положения источника и плоскости изображения. Наша задача состоит в нахождении таких поверхностей, чтобы луч, покинувший источник под произвольным углом  $\alpha_1$ , попал в точку изображения  $O'$ , удовлетворяя при этом условию синусов. Пусть в точке источника показатель преломления равен 1, ускорение свободного падения  $g$  направлено вдоль оси  $Oz$ . Положим, что из осевой точки  $O$  источника вышел луч под углом  $\alpha_1$  к оси. Этот луч (нейтрон) пересекает поверхность первого зеркала в некоторой точке  $N_1$  на высоте  $y_1$  от оси (рис. 9). Предположим, что смещение точки  $N_1$  вдоль оси, отсчитанное от вершины зеркала  $S_1$ , есть  $Z_1$ . Величины  $y_1$  и  $Z_1$ , разумеется, не произвольны, а должны удовлетворять уравнению параболы для выбранного нами луча. Для определенного нами таким образом начального луча есть только один луч, проходящий через точку изображения  $O'$  и удовлетворяющий условию синусов

$$\sin \alpha_1 = k \left( 1 + \frac{2g |OO'|}{v^2} \right)^{1/2} \sin \alpha_2. \quad (5.35)$$

\*) Кома — aberrация линзы или зеркала, проявляющаяся в том, что каждая кольцевая зона линзы формирует собственное протяженное изображение внеосевой точки источника, причем это изображение имеет сложную коматообразную форму.

Этот луч покинул второе зеркало в точке  $N_2$  с координатами  $y_2$  и  $Z_2$ . Координаты этой точки должны также удовлетворять условию параболы для выходного луча. Таким образом, при выборе точек отражения  $N_1$  и  $N_2$  у нас имеются только два свободных параметра — лучевые координаты, отсчитанные вдоль выбранных лучей. Этой координатой может быть, например, смещение вдоль луча или время пролета. Задавшись точками  $N_1$  и  $N_2$ , мы определили и скорости нейтрона в этих точках, зависящие только от начальной скорости и высоты  $z$ . Между точками  $N_1$ ,  $N_2$  нейтрон также двигался по параболе с известной начальной скоростью

$$v_1 = [v^2 + 2g(|OS_1| - z_1)]^{1/2}. \quad (5.36)$$

Зная скорости нейтрона в точках пересечения зеркала, легко вычислить и угол траектории относительно оптической оси в этих точках, поскольку при движении меняется только осевая компонента скорости. Таким образом, мы теперь знаем значения углов  $\alpha_{11}$  и  $\alpha_{22}$  — начального угла перед отражением от первого зеркала и конечного угла после отражения от второго зеркала, а также углы  $\alpha_{01}$  и  $\alpha_{02}$  — начальный и конечный углы промежуточного луча. Осталось воспользоваться законом отражения, чтобы определить углы нормалей к поверхностям зеркал в точках отражения:

$$\gamma_1 = \frac{\alpha_{02} + \alpha_{22}}{2}, \quad \gamma_2 = \frac{\alpha_{01} + \alpha_{11}}{2} \quad (5.37)$$

Теперь можно вычислить уравнения поверхностей зеркал. Зададим их в виде

$$\begin{aligned} z_1 &= A_1 y_1^3 + B_1 y_1^4 + C_1 y_1^5 + D_1 y_1^7, \\ z_2 &= A_2 y_2^3 + B_2 y_2^4 + C_2 y_2^5 + D_2 y_2^7. \end{aligned} \quad (5.38)$$

Нечетные степени  $y$  отсутствуют в силу осевой симметрии задачи. Величины тангенсов углов нормали тогда равны

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_1 &= \frac{dz_1}{dy_1} = 2A_1 y_1 + 4B_1 y_1^3 + 6C_1 y_1^4 + 8D_1 y_1^6, \\ \operatorname{tg} \gamma_2 &= \frac{dz_2}{dy_2} = 2A_2 y_2 + 4B_2 y_2^3 + 6C_2 y_2^4 + 8D_2 y_2^6. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Отметим, что коэффициенты  $A_1$  и  $A_2$  в (5.38), (5.39) определяют кривизну зеркал вблизи оси  $z$ , а параксиальные радиусы кривизны были по условию задачи заданы. Имеем

$$A_1 = \frac{1}{2R_1}, \quad A_2 = \frac{1}{2R_2}, \quad (5.40)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  — параксиальные радиусы зеркал. Таким образом, для одного луча мы получили два уравнения (5.39) и можем определить два коэффициента в разложении (5.38). Задавшись  $N$  лучами на  $N$  высотах, мы можем определить  $N$  коэффициентов, кроме  $A_1$  и  $A_2$ , известных по условию задачи

Вычисления легко проводить итерационным образом, причем в начальном приближении поверхности зеркал можно положить плоскими.

## 6. НЕЙТРОННЫЙ МИКРОСКОП НА УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНАХ

### 6.1. Двухзеркальный ахроматический микроскоп

Недавно в Институте Лауэ — Ланжевена в Гренобле был опробован нейтронный микроскоп с увеличением  $50\times^{71}$ . Прибор сконструирован так, что нейтроны после отражения в первом параболическом зеркале проходят через апогей пролетной параболы, прежде чем достигнуть второго сферического зеркала (рис. 10). Расположение зеркал при этом таково, что система ахро-

матизирована в первом порядке. Вопрос об ахроматизации такой системы обсуждался в п. 5.5.

Числовая апертура прибора составляла  $A = 0,32$ . Как сообщают авторы, доминирующую роль в ограничении разрешения играет гравитационный

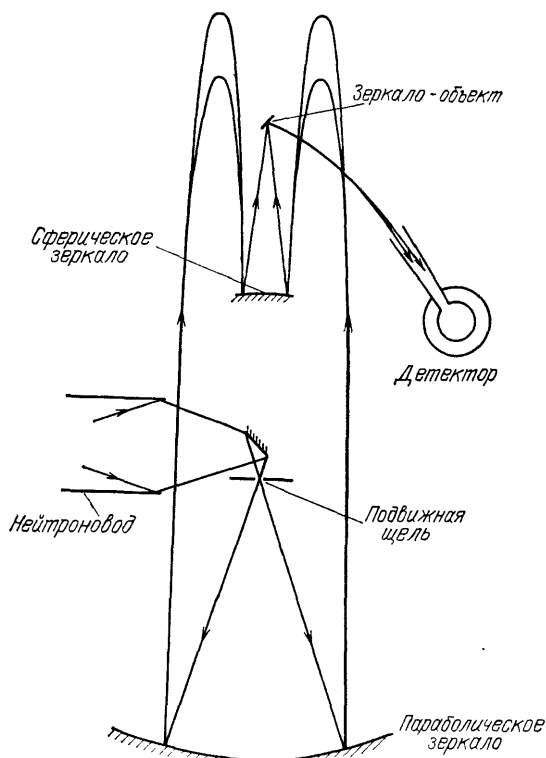


Рис. 10. Нейтронный микроскоп <sup>71</sup>

хроматизм высших порядков, составляющий для нейтронов со скоростями в диапазоне от 5,5 до 6,7 м/с величину несколько миллиметров в плоскости изображения. Геометрические aberrации, такие как сферическая aberrация и кома, составляют величину порядка 1 мм, т. е. ограничивают разрешение величиной масштаба 20 мкм в плоскости объекта.

Тестовый эксперимент заключался в сканировании поля зрения щелью, передвигавшейся в плоскости объекта. При этом размер анализирующей щели (1,06 мм) превосходил величину расчетного поля зрения  $0,35 \times 0,35 \text{ мм}^2$ . Все нейтроны, попавшие в плоскость изображения, регистрировались детектором, размеры которого и ограничивали размер поля.

Полученная в эксперименте зависимость скорости счета от положения щели согласуется с расчетной. По-видимому, работы с этим прибором будут

продолжены в ближайшем будущем после ввода в строй на этом же реакторе источника УХН с интенсивностью, превосходящей имевшуюся ранее более, чем в сто раз.

## 6.2. Нейтронный микроскоп с апланатом

Хотя в устройстве, описанном выше, проблема хроматизма частично решена, в силу больших размеров прибора именно хроматизм представляет пока основную проблему. Геометрические aberrации первого зеркала, в том числе гравитационные, вносят меньшие искажения, и их роль почти не обсуждается. В п. 5.6 мы, напротив, рассматривали возможность создания апланатической системы для монохроматических волн, но не касались проблемы хроматизма. Естественно, возникает вопрос о возможности создания микроскопа с апланатическим объективом без специальных мер по ахроматизации. Одной из полезных мер является миниатюризация всей системы. В частности, размер микроскопа может, как в обычном оптическом приборе, составлять величину порядка 10–15 см, или даже меньше, по сравнению с почти двухметровыми размерами микроскопа ИЛЛ.

Для исследования этого вопроса методом, описанным в п. 5.6, был рассчитан двухзеркальный объектив. Расчет проводился для четырех лучей, и, следовательно, было определено пять коэффициентов разложения (5.38). Фокусное расстояние объектива составляло 2,8 мм, увеличение  $25\times$ , числовая апертура  $A = 0,5$ . Объектив рассчитывался для нейтронов со скоростью

6 м/с ( $\lambda = 660 \text{ \AA}$ ). Была выбрана простейшая схема микроскопа, при которой объектив проектирует объект в плоскость детектора.

Для нескольких точек протяженного объекта с поперечными размерами 0,6 мм проводился потраекторный расчет во всем диапазоне рабочих углов. За разрешение принималась величина максимального размера пятна рассеяния в плоскости детектора, деленного на увеличение. Расчет проводился для некоторого диапазона длин волн. В частности, при использовании УХН с длиной волны от 630 до 690  $\text{\AA}$  расчетное разрешение в центре и на краю поля составило 1,36 и 2,8 мкм соответственно. При расширении спектрального диапазона в пределах 610–720  $\text{\AA}$  разрешение ухудшилось до величин 2,2 и 3,9 мкм.

Интересно отметить, что специальная форма зеркал, оптимальная для параболических лучей, делает такой объектив более пригодным для УХН, чем для света. Разрешение для света составляет величину, меняющуюся по полю в пределах от 5,6 до 12 мкм.

По-видимому, можно утверждать, что апланатический объектив пригоден для создания простого нейтронного микроскопа с разрешением несколько микрон при использовании нейтронов с длинами волн, лежащими в достаточно широком диапазоне. Недостатком прибора является необходимость изготовления асферических зеркал с оптической точностью, что представляет определенные технологические трудности.

### 6.3. Микроскоп с магнитной компенсацией силы тяжести.

#### Принципиальные вопросы

Проблему гравитационного хроматизма и гравитационных aberrаций более высоких порядков можно было бы полностью решить, если скомпенсировать силу тяжести Земли магнитным полем, действующим на магнитный момент нейтрона. Эта идея была высказана впервые в <sup>26,27</sup> и развита в <sup>69</sup>. Как будет видно из дальнейшего, полностью устранить силовое воздействие на нейтрон в протяженной области пространства невозможно. Однако если оптическая часть микроскопа состоит просто из объектива, проектирующего объект в плоскость детектора, то можно попытаться скомпенсировать силу тяжести в области объектива. При этом нейтроны, покидая объектив, вновь окажутся в области действия гравитации. Важно проанализировать, к каким последствиям это приведет.

Из выражения (5.26) для оптического увеличения  $1/D'$  в присутствии силы тяжести видно, что величина оптического увеличения полностью определяется матрицей  $\hat{M}'$ , и в выражение для увеличения прямо не входит геометрия последнего отрезка. Напротив, хроматизм положения определяется свойствами всей системы, включая последнее перемещение. Отсюда следует, что, если иметь идеальный объектив, формирующий от точечного источника сферическую сходящуюся волну, то система в целом не будет иметь хроматических aberrаций увеличения, а то обстоятельство, что на пути вдоль последнего отрезка на нейтроны действует сила тяжести, приведет к появлению хроматизма положения и, как следствие, к гравитационной сферической aberrации. Этот гипотетический случай рассматривался выше в разделе 5.3. Легко видеть, что радиус кривизны первоначального фронта есть величина последнего отрезка  $L$  нашего однообъективного микроскопа в отсутствие силы тяжести. Для нейтронов со скоростью  $v$  положение плоскости изображения сместится вниз на величину  $gL^2/2v^2$ . Для диапазона скоростей от  $v_1$  до  $v_2$  разброс положения плоскостей изображения составит

$$2\Delta L = \frac{gL^2}{2} \left( \frac{1}{v_1^2} - \frac{1}{v_2^2} \right).$$

Теперь легко оценить предельное ограничение разрешения, которое возникает благодаря искажениям на последнем отрезке. Пусть величина  $L$  составляет 15 см, увеличение  $K = 50\times$ , диапазон скоростей от 4 до 7 м/с, а входной апертурный угол  $\theta = 45^\circ$ . Воспользовавшись результатами п. 5.5, получим, что ограничение на разрешение в центре поля составляет  $\delta_l = 2 \Delta L \theta / k^2 = 1$  мкм. Для оценки разрешения на краю поля зададимся размерами детектора изображения. Если диаметр детектора равен, например, 1,5 см, то разрешение на краю поля составит  $\sim 1,5$  мкм. Как видим, последний отрезок не вносит слишком больших искажений даже при использовании широкого спектра скоростей. Остается решить проблему «идеального» объектива. Рассмотрим подробнее идею магнитной компенсации силы тяжести<sup>26,27,69</sup>. В неоднородном магнитном поле на нейтрон действует сила  $\mathbf{F} = -\nabla(\mu\mathbf{B})$ , где  $\mu$  — магнитный момент нейтрона. Условие полной компенсации силы тяжести имеет вид

$$\nabla(\mu\mathbf{B}) + mg\mathbf{k} = 0, \quad (6.1)$$

где  $\mathbf{k}$  — единичный вектор оси  $z$ . Разумеется, условие (6.1) можно выполнить лишь для определенной поляризации нейтронов.

При прохождении очень медленных нейтронов через область с магнитным полем обычно хорошо выполняется условие адиабатичности, т. е. направление магнитного момента «следит» за направлением поля, а проекция магнитного момента нейтрона на направление вектора индукции сохраняется. При этом уравнение (6.1) переписывается так:  $\mu \nabla |B| + mg\mathbf{k} = 0$ , или в цилиндрической системе координат

$$\mu \frac{\partial |B|}{\partial z} = mg, \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial |B|}{\partial \rho} = 0. \quad (6.3)$$

Подстановка в (6.2) численных значений дает необходимое значение градиента  $\partial |B| / \partial z = 1,7 \cdot 10^{-2}$  Тл/см.

Конечно, реально нельзя достичь точного выполнения (6.2) и (6.3) во всей области пространства. Однако эти уравнения могут быть совместимы в некоторой точке. Поэтому для некоторой протяженной области пространства можно выполнить приближенные условия

$$\frac{\partial |B|}{\partial z} \approx \frac{m}{\mu} g, \quad \frac{\partial |B|}{\partial \rho} \ll \frac{\partial |B|}{\partial z}. \quad (6.4)$$

В работе<sup>69</sup> рассматривалось в связи с этим поле от витка с током. На рис. 11 воспроизведен рисунок из этой работы, на котором представлены значения  $B$ ,  $\partial|B|/\partial z$  и  $\partial|B|/\partial\rho$  от витка единичного радиуса, по которому течет единичный ток, при различных значениях  $\rho$  и  $z$ . Видно, что в области  $z \approx 0,6$  и для различных значений  $\rho$  кривые  $\partial|B|/\partial\rho$  пересекают ось абсцисс, так что значения радиального градиента при небольших значениях  $\rho$  малы и при некотором конечном удалении от точки  $z = 0,6$ . Одновременно видно, что в области  $0,5 < z < 0,7$  и  $\rho < 0,2$  величина вертикального градиента меняется слабо, а ее абсолютное значение существенно превышает величину радиального градиента. Таким образом, условия (6.4) могут быть с определенной точностью выполнены. Как вопрос о постоянстве  $\partial B / \partial z$  в пространстве, так и вопрос о малости  $\partial B / \partial \rho$ , связан с соотношением размеров области пространства, где выполнение указанных условий необходимо, и размеров витка. Заметим, что величина тока для создания необходимого градиента поля в точке  $z = 0,6$  растет пропорционально квадрату радиуса витка. Если в качестве магнитной системы использовать кольцо с током, то для компенсации силы тяжести в 40 раз в области пространства объемом  $2 \times 2 \times 2$  см<sup>3</sup> радиус обмотки должен составлять 40 см, а величина тока — 500 кА. Отсюда видно, что полностью скомпенсировать силу тяжести во всем объеме оптической



системы трудно. Напротив, эффективно защитить объектив от возмущающего действия гравитации вполне возможно. Оценки искажений, которые возникают, если на последнем отрезке сила тяжести не скомпенсирована, приведены выше. Эти оценки следует рассматривать как верхние, поскольку для реальной системы и в этой области пространства будет иметься значительная, хотя и не полная компенсация.

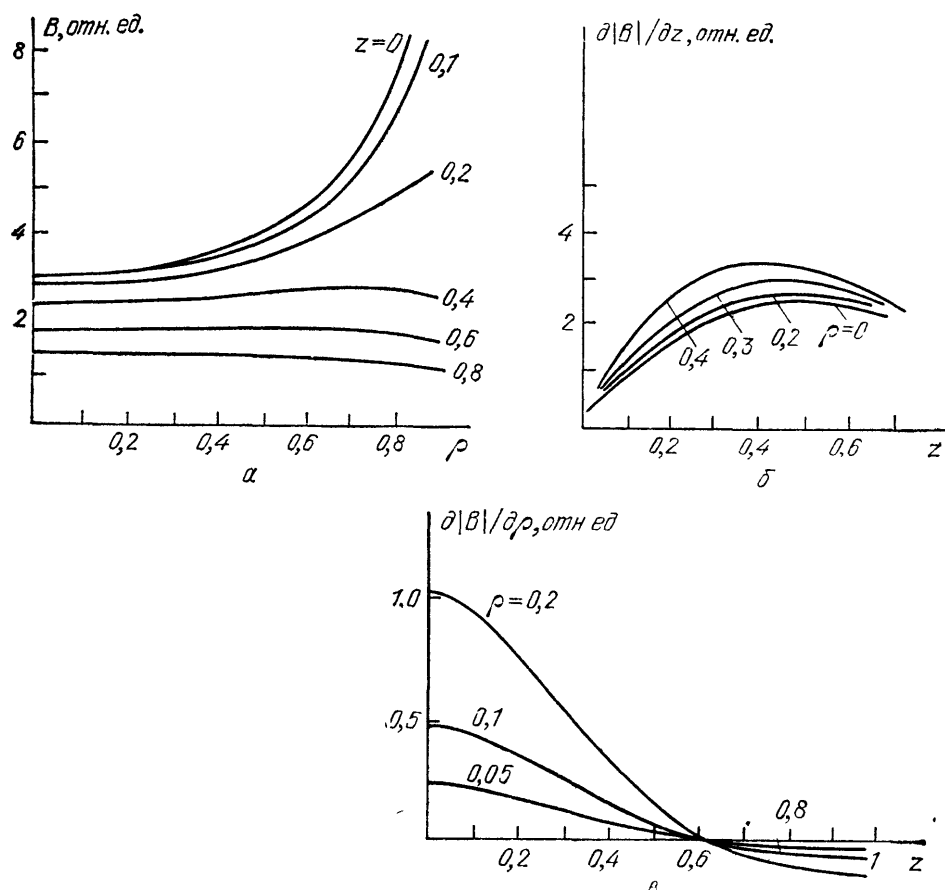


Рис. 11. Магнитное поле и градиенты поля от витка с током единичного радиуса.  
а — Величина поля для равных значений высоты  $z$ , отсчитанной от плоскости витка. б — Вертикальный градиент поля в зависимости от высоты  $z$  для равных расстояний от оси  $\rho$ . в — Радиальный градиент поля в зависимости от высоты  $z$  для разных расстояний от оси  $\rho$ .

Вернемся теперь к вопросу о сферической абберации волны от первоначально сферического фронта, распространяющегося в поле тяжести. О возникновении такой абберации говорилось в п. 5.3. Из оптики известно, что при наличии у линзы сферической абберации фаза волны, пришедшей в точку фокуса, зависит от расстояния от оси до точки выхода луча из линзы. С некоторым приближением можно считать, что в формировании изображения участвует участок линзы, соответствующий первой зоне Френеля. При этом зона Френеля определяется условием, что эйконалы всех лучей от этой зоны линзы до фокуса различаются не более чем на  $\lambda/2$ . Можно определить эффективную зону Френеля для рассматриваемого выше случая. Будем считать, что небольшой объектив исправлен на обычные абберации, а гравитационная сила в области расположения объектива полностью скомпенсирована. Если источник точечный, то объектив формирует сходящуюся сферическую волну. При распространении этой волны свойства «среды» меняются по мере ослабления компенсирующего действия магнитного поля. Будем считать, что компенса-

ция исчезает скачком на некоторой плоскости. Поместим начало координат в точку пересечения оптической оси с этой плоскостью. Как легко видеть, это и есть формулировка условий, с которыми в п. 5.3 рассматривался вопрос о каустике (см. рис. 6).

Будем вычислять изменение фазы на пути от нашей плоскости раздела  $z=0$ , через которую проходит сферический фронт, до некоторой плоскости  $z=\chi$ . В квазиклассическом приближении имеем

$$\Phi = \frac{m}{\hbar} \int_0^t v^2 dt. \quad (6.5)$$

Переходя от интегрирования по  $t$  к интегрированию по  $z$ , получим

$$\Phi = \frac{m}{\hbar} \int_0^\chi (v^2 - 2gz) \frac{dz}{(v^2 \cos^2 \theta - 2gz)^{1/2}}, \quad (6.6)$$

где  $\theta$  — начальный полярный угол траектории,  $v$  — скорость нейтрона. Учтя начальное распределение фазы на  $z=0$  и проводя интегрирование, получим с точностью до членов порядка  $\xi^2 = (gk/v^2)^2$

$$\Phi = k \left( 1 + \frac{3gR}{2v^2} \theta^4 \right) \left\{ \frac{\chi - R}{\cos \theta} + R + \frac{g[\chi^2 - R^2(1 - \cos^2 \theta)^2]}{2v^2 \cos^3 \theta} - \frac{g[\chi^2 - R^2(1 - \cos^2 \theta)]}{v^2 \cos \theta} \right\} \quad (6.7)$$

где  $R$  — радиус кривизны фронта в начале координат,  $k$  — волновое число. Положение фокуса в параксиальном приближении определим из условия стационарности фазы в фокусе (принцип Ферма) в пределе малых углов  $\theta$ , т. е.

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \Big|_{\chi=F} = 0.$$

Дифференцируя (6.7) при  $\theta=0$  и положив  $\chi=F$ , получим

$$F - R + \frac{1}{2} \frac{gF^2}{v^2} = 0. \quad (6.8)$$

Разрешая (6.8) относительно  $F$ , получим с точностью до  $\xi^2$

$$F = R - \frac{gR^2}{2v^2}, \quad (6.9)$$

т. е. то же значение, что и полученное ранее из чисто геометрических соображений (5.8). Подставляя в (6.7)  $\chi=F$ , легко вычислить разность изменений фаз вдоль траекторий для двух лучей: с начальным произвольным углом  $\theta$  и с  $\theta=0$ . В приближении малых  $\theta$  получим:

$$\Delta\Phi = [\Phi(\theta) - \Phi(0)] \Big|_{\chi=F} = 2kR \frac{gR}{v^2} \theta^4. \quad (6.10)$$

Это и есть разность фаз для двух лучей, приходящих в плоскость изображения. Существенно, что через точку фокуса проходит, строго говоря, только один луч, распространявшийся точно вдоль оси. Действительно, как мы видели выше, луч с произвольным начальным углом пересекает ось  $z$  ниже фокуса — это и есть сферическая абберация. Следовательно, этот луч пересечет плоскость  $z=F$  на некотором расстоянии  $\Delta r$  от точки фокуса, лежащей на оси  $z$  и являющейся в нашем случае точкой наблюдения. Из простых соображений ясно (рис. 12), что для учета фазы в точке наблюдения надо из набега фазы до плоскости  $z=F$  вычесть величину  $k' \Delta l$ , где  $\Delta l = \Delta r \sin \alpha$ ,  $\alpha$  — угол траектории с осью  $z$  в плоскости  $z=F$ :

$$\Delta\Phi' = k' \Delta r \sin \alpha = (k' \Delta r)_\perp. \quad (6.11)$$

(Вопрос о фазе волны в точке наблюдения, расположенной вблизи классической траектории, обсуждался в <sup>78</sup>.)

Из уравнения (5.11) касательной к лучу вблизи фокуса получим:

$$\Delta r = \rho|_{z=F} = \frac{\xi R}{2} \operatorname{tg}^3 \alpha = \frac{gR^3}{2v^3} \operatorname{tg}^3 \alpha. \quad (6.12)$$

Величины  $k'$  и  $\alpha$ , вообще говоря, отличаются от  $k$  и  $\theta$ , но эти отличия масштаба  $\xi$ . Ими можно пренебречь, поскольку сама величина  $\Delta r$  имеет порядок

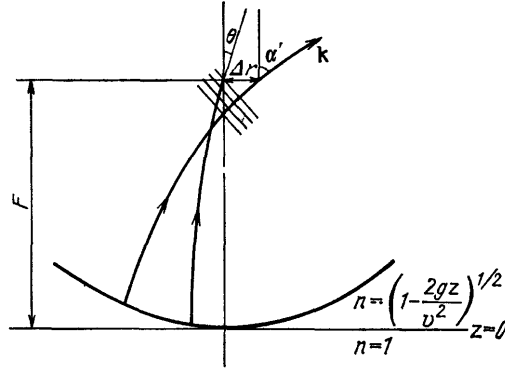


Рис. 12. К определений фазы произвольного луча в точке фокуса

$\xi R$ . Итак, с точностью до  $\xi^2$  получим, что дополнительный сдвиг фаз есть

$$\Delta \varphi' = k \Delta r \sin \theta = \frac{gR^3}{2v^3} \operatorname{tg}^3 \theta \sin \theta \approx \frac{gR^3}{v^3} \frac{\theta^4}{2}. \quad (6.13)$$

Полная разность фаз в точке наблюдения (в фокусе) от двух лучей с начальным углом  $\theta$  и  $\theta = 0$  определится из (6.10) и (6.13):

$$\Delta \varphi = \Phi'(\theta) - \Phi'(0) = kR \frac{gR}{v^3} \left( 2\theta^4 - \frac{\theta^4}{2} \right) = \frac{3}{2} kR \frac{gR}{v^3} \theta^4. \quad (6.14)$$

Таким образом, видно, что гравитационная сферическая абберация в принципе накладывает некоторые ограничения на возможный предел разрешения прибора. Если выходной зрачок объектива меньше размера «гравитационной» зоны Френеля, то предел разрешения определяется, так же как и обычно, выражением

$$\delta \approx \frac{0,61\lambda}{A},$$

где  $\lambda$  — длина волны,  $A$  — числовая апертура:  $A = \sin \theta_{\max}$ ,  $\theta_{\max}$  — апертурный угол. В противном случае величина апертурного угла ограничивается размером эффективного выходного зрачка — полученного выше размера для зоны Френеля. Точно такая же ситуация имеет место в обычной оптике при наличии сферической абберации. Геометрические оценки поля в фокусе линзы при наличии сферической абберации рассматриваются, например, в <sup>88</sup>.

Теперь сделаем оценку размеров зоны Френеля для случая, который представляется реалистическим с точки зрения возможности создания нейтронного микроскопа. Пусть, как и ранее, расстояние до плоскости изображения  $R = 15$  см. Пусть скорость нейтронов  $v = 6$  м/с, ей соответствует величина волнового числа  $k = 0,95 \cdot 10^6$  см<sup>-1</sup>. Из (6.14) определим величину угла  $\theta$ , для которого  $\Delta \varphi = \pi$ . Получим  $\theta = 0,137$  рад. Отсюда радиус первой зоны Френеля

$$\rho_F = R \operatorname{tg} \theta \approx 2 \text{ см.}$$

$1,7 \cdot 10^{-2}$  Тл/см, ток в витке должен составлять  $8,23 \cdot 10^6$  А. Если для создания нужной индукции использовать сверхпроводящую обмотку с плотностью тока  $10^4$  А/см<sup>2</sup>, то обмотка должна иметь сечение масштаба 90—100 см<sup>2</sup>. Можно ожидать, и это было проверено расчетом, что картина градиентов индукции от прямоугольной обмотки сечением примерно  $10 \times 10$  практически не отличается от той, что была получена для тонкого витка.

Точный расчет траектории движения частицы в поле, неоднородном по двум координатам, представляет собой достаточно трудную задачу. Поэтому было сделано несколько упрощающих задачу допущений.

Поскольку величина максимального отклонения траектории нейтрона от оси составляла в единицах радиуса всего  $7 \cdot 10^{-3}$ , то при расчете вертикальной силы пренебрегалось радиальной зависимостью величины  $\partial |B| / \partial z$  (см. рис. 11, б). Зависимость величины  $\partial |B| / \partial z$  от  $z$  описывалась ступенчатой функцией, значения которой табулировались в соответствующем числе точек. Радиальный градиент аппроксимировался функцией

$$\frac{\partial |B|}{\partial \rho} = \rho (A_i + B_i \rho), \quad (6.15)$$

где коэффициенты  $A_i$  и  $B_i$  также табулировались.

В предположении, что скорости нейтронов лежат в диапазоне 4,6—6 м/с (диапазон длин волн 660—880 Å), а размер детектора составляет  $1,5 \times 1,5$  см<sup>2</sup>, было получено, что разрешение в центре поля имеет масштаб длины волны, а на краю поля составляет 0,3 мкм. Разумеется, абсолютным значениям полученного разрешения не следует придавать слишком большое значение. К ним следует относиться как к оценкам максимально возможного разрешения. Тем не менее можно с уверенностью утверждать, что схемы нейтронного микроскопа с магнитной компенсацией в области объектива обладают большими возможностями.

### 6.5. Нейтронный микроскоп и проблема интенсивности УХН

В 1973 г. в ставшей теперь классической работе «Ультрахолодные нейтроны»<sup>16</sup> Ф. Л. Шапиро упомянул о нейтронном микроскопе как об одной из отдаленных возможностей использования УХН. Действительно, в то относительно недавнее время само утверждение о такой возможности в будущем казалось достаточно смелым. И сейчас, по прошествии более десятилетия, мнение о нейтронном микроскопе как о деле далекого будущего широко распространено. Основанием для него является весьма малая скорость счета в осуществленных до настоящего времени оптических экспериментах на УХН. Дело в том, что в этих опытах использовались приборы с малой числовой апертурой и, следовательно, с малой светосилой, установленные к тому же на относительно слабых источниках УХН. Для примера укажем на опыт, в котором применялась многозеркальная ахроматическая система<sup>70</sup>, обладающая светосилой порядка  $10^{-2}$  (в смысле доли телесного угла в единицах  $2\pi$ ). Теперь ясно, что вполне реально использовать объективы с числовой апертурой порядка 0,5—0,6, обладающие светосилой порядка 0,1—0,2.

Важным вторым фактором является достаточно быстрый прогресс в технике источников УХН (рис. 14). Интересно оценить возможности сегодняшнего дня и близкого будущего с точки зрения реалистичности проектов нейтронного микроскопа.

Существующий сегодня наилучший источник УХН<sup>86</sup> обладает плотностью потока УХН  $f = 1,2 \cdot 10^3$  н/см<sup>2</sup>с при плотности теплового потока на донышке канала  $F_0 = 6 \cdot 10^{13}$  н/см<sup>2</sup>с. Простое воспроизведение такого источника на высокопоточном реакторе, таком, как HFR в Институте Лауэ — Ланжевена в Гренобле, или на строящемся в Ленинградском институте ядерной

физики реакторе ПИК, даст увеличение потока на порядок. Возможно, что за счет ряда конструктивных отличий можно увеличить выход еще в два-три раза.

Примем для оценок величину плотности потока УХН  $2 \cdot 10^4$  н/см<sup>2</sup> с, что близко к опубликованным данным соответствующих проектов <sup>87,88</sup>. Оценим «статистическое» разрешение на таком источнике. Счет за время  $T$  от элементарного участка объекта составит

$$N = fT\Omega\mathcal{E}\delta^2,$$

где  $\delta$  — линейный размер элемента,  $f$  — поток,  $\Omega$  — используемый телесный угол, определяемый апертурой,  $\mathcal{E}$  — эффективность детектора. Пусть  $N = 100$ . Такой статистики достаточно, чтобы не только зарегистрировать

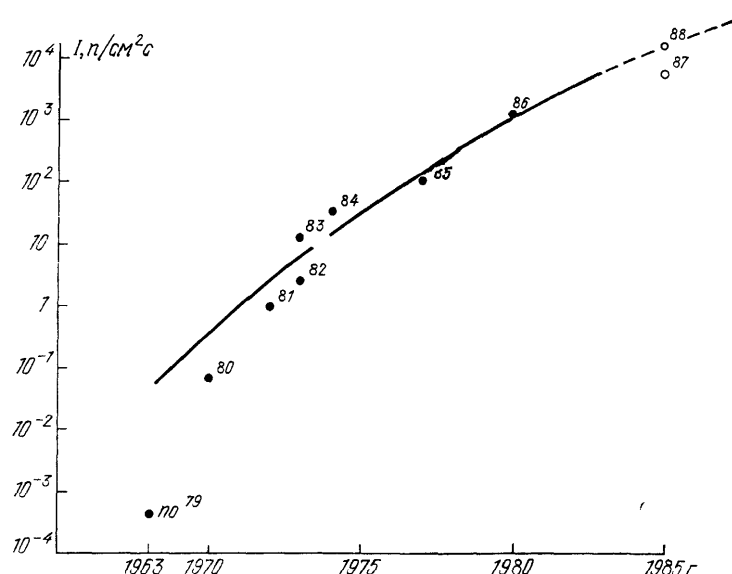


Рис. 14. Рост плотности потоков существующих источников УХН

счет, т. е. отличить «черное» от «белого», но и приписать всем элементам несколько градаций по яркости. (Полагаем пока, что фон за время измерения достаточно мал.) Будем считать, что возможно использовать телесный угол  $\Omega = 0,2$ . Разумная оценка эффективности детектора УХН  $\mathcal{E} = 0,8$ . Тогда при времени счета  $T = 10^6$  с (10 суток) получим, что  $\delta = 1,77 \cdot 10^{-4}$  см. Если пользоваться магнитной компенсацией, то необходимо использовать поляризованные нейтроны, что увеличит оценку до 2,5 мкм. Несомненно, что к этой величине следует относиться как к оценочной, но результатом этой оценки следует считать реалистичность проектов микроскопа с разрешениями порядка микрона уже в самое ближайшее время.

Переходя к более отдаленной перспективе, можно с достаточной степенью уверенности полагать, что возможны и более интенсивные источники УХН, в частности, на импульсных источниках нейтронов на современных ускорителях <sup>89</sup>. Имеется и неплохой «внутренний» резерв в устройстве самих оптических систем. Если бы удалось перейти от УХН к более быстрым нейтронам, то соответственно возросла бы и интенсивность. Напомним, что интенсивность растет как куб скорости используемых нейтронов. Поэтому переход, скажем к многослойным зеркалам с граничной скоростью отражения 15 м/с, что представляется уже сейчас вполне реальным, даст выигрыш в интенсивности почти на порядок.

### 6.6. Предполагаемые возможности нейтронного микроскопа

Представляется своевременным попытаться выяснить наиболее существенные особенности нейтронного микроскопа на очень медленных нейтронах, определяющие возможности его применения.

Как известно, нейтронно-оптические свойства среды существенным образом зависят от ее ядерного (химического) состава. В самом деле, показатель преломления для нейтронной волны определяется выражением (3.4)

$$n^2 = 1 - \lambda^2 \frac{\sum_i N_i b_i}{\pi},$$

где  $b_i$  — длина рассеяния на ядрах разного типа,  $N_i$  — плотность соответствующих ядер. Одна из особенностей нейтронной оптики состоит в отсутствии монотонной зависимости длины рассеяния от атомного числа или заряда ядер, как это имеет место, например, для рентгеновских лучей. Вследствие этого имеют место существенные различия в показателях преломления не только для близких химических элементов, но и нередко для соседних изотопов одного элемента. С величиной показателя преломления связаны коэффициенты отражения и пропускания нейтронов. Поэтому вещества с различным, но близким химическим составом могут иногда существенно различаться своими нейтронно-оптическими свойствами. Такое различие может состоять в величине граничной энергии или значении показателя преломления. Величина граничной энергии может меняться от элемента к элементу в несколько раз, оставаясь, как правило, порядка  $10^{-7}$  эВ. Это значит, что для УХН, имеющих энергию этого же порядка, величины коэффициента отражения могут существенно различаться для веществ с отличающимся химическим составом. Поэтому нейтронный микроскоп на УХН может обладать химическим контрастом. На это обстоятельство указывалось ранее<sup>26,27,89,71</sup>. В обычной схеме микроскопа химический контраст быстро уменьшается при росте энергии нейтронов, поскольку при этом вещество становится почти полностью прозрачным. Показатель преломления (3.4) при этом стремится к единице, хотя отличие его от единицы еще вполне существенно для очень холодных нейтронов с энергиями, превышающими граничную в несколько раз. В этом диапазоне энергий от химического состава зависит не столько коэффициент отражения, который здесь весьма мал, сколько фаза нейтронной волны, прошедшей через образец (см. (3.8)). По-видимому, при использовании очень холодных нейтронов (ОХН) химический контраст можно получить только в том случае, если удастся применить для нейтронного микроскопа одну из известных в обычной оптике схем с фазовым контрастом. Трудность состоит в том, что применение известных фазовоконтрастных схем для проектирующего нейтронного микроскопа существенно снижает светосилу прибора. Тем не менее можно надеяться, что нейтронный микроскоп с фазовым контрастом может быть создан. Существенной особенностью будущего нейтронного микроскопа является изотопная чувствительность, или изотопный контраст. Наибольшее практическое значение может иметь, видимо, то обстоятельство, что два стабильных изотопа водорода имеют сильно отличающиеся (в том числе знаком) значения длины когерентного рассеяния. Для водорода  $b = -3,741$ , а для дейтерия  $b = 6,674$  в ед.  $10^{-13}$  см. Поэтому обычные и дейтерированные вещества сильно отличаются граничными энергиями или, что то же самое, величинами средней длины рассеяния. Так, для обычной и тяжелой воды значения средней длины рассеяния таковы:  $b = 1,68$  и  $19,14$  Фм. В случае дейтерирования заметно меняют нейтронно-оптические свойства и более сложные органические вещества. В связи с этим можно надеяться, что при нейтронно-микроскопическом исследовании можно будет использовать метод оптической дейтериевой метки<sup>27</sup>. Отрицательная длина рассеяния протона отличает водород от большинства других элементов, вхо-

дающих в состав органических веществ. Это приводит к тому, что благодаря различному содержанию водорода довольно близкие по составу вещества могут заметно отличаться нейтронно-оптическими свойствами. Это обстоятельство иллюстрируется табл. II, данные для которой взяты из<sup>90</sup>. Все это

Таблица II

Показатели преломления некоторых аминокислотных остатков для нейтронов трех скоростей\*)

Аминокислота	Химический состав	Число обмениваемых атомов водорода	Показатель преломления					
			v = 5 м/с		v = 20 м/с		v = 50 м/с	
			Обычный	Дейтерированный	Обычный	Дейтерированный	Обычный	Дейтерированный
Глицин	$C_2NOH_3$	1	0,692	0,408	0,9836	0,9736	0,99739	0,69958
Аланин	$C_3NOH_5$	1	0,801	0,642	0,9887	0,9815	0,99821	0,99706
Валин	$C_5NOH_9$	1	0,890	0,803	0,9934	0,9888	0,99895	0,99822
Лейцин	$C_6NOH_{11}$	1	0,913	0,842	0,9948	0,9909	0,99916	0,99853
Фенилаланин	$C_9NOH_{11}$	1	0,770	0,701	0,9872	0,9840	0,99796	0,99745
Тирозин	$C_9NO_2H_9$	2	0,733	0,577	0,9854	0,9789	0,99768	0,99666
Триптофан	$C_{11}NO_2H_{10}$	2	0,702	0,563	0,9840	0,9784	0,99746	0,99658
Аспаргиновая кислота	$C_4NO_3H_4$	1	0,570	0,375	0,9787	0,9728	0,99662	0,99569
Глутаминовая кислота	$C_5NO_3H_6$	1	0,738	0,564	0,9857	0,9785	0,99772	0,99659
Серин	$C_3NO_2H_5$	2	0,743	0,363	0,9859	0,9725	0,99776	0,99564
Треонин	$C_4NO_2H_7$	2	0,806	0,557	0,9890	0,9782	0,99825	0,99654
Аспарагин	$C_4N_2O_2H_6$	3	0,899	0,169	0,9839	0,9692	0,99744	0,99513
Глутамин	$C_5N_2O_2H_8$	3	0,812	0,441	0,9893	0,9745	0,99829	0,99596
Лизин	$C_6N_2OH_{13}$	4	0,905	0,590	0,9943	0,9794	0,99910	0,99674
Аргинин	$C_6N_4OH_{13}$	6	0,785	Мнимый	0,9879	0,9659	0,99808	0,99462
Гистидин	$C_6N_3OH_{6,5}$	1,5	0,639	0,471	0,9813	0,9754	0,99703	0,99610
Метионин	$C_5NOH_9$	1	0,891	0,820	0,9935	0,9837	0,99897	0,99836

\*) Значения показателей преломления в случае дейтерирования соответствуют случаю, когда все обмениваемые атомы водорода обменялись с растворителем на дейтерий.

дает основание полагать, что нейтронный микроскоп может быть особенно полезен в биологических исследованиях.

Что касается разрешения прибора, то, опуская вопрос о статистических возможностях источников, будем считать, что оно ограничивается длиной волны. Тогда, при использовании УХН разрешение может составлять величину порядка 600—800 Å, а при переходе к ОХН — в несколько раз лучше. Таким образом, по разрешению нейтронный микроскоп может занимать промежуточное значение между обычным и электронным микроскопами, обладая при этом существенно новыми качествами.

Вопрос о выборе диапазона энергий нейтронов, наиболее подходящих для использования в микроскопии, со временем будет решен, исходя из практических соображений. И УХН, и ОХН имеют с этой точки зрения свои преимущества и недостатки. С переходом к более быстрому нейтрону уменьшается химический контраст и становится невозможным использование зеркал с полным отражением при нормальном падении. Однако, как уже указывалось, интенсивность при этом растет как куб скорости, а длина волны уменьшается, что позволяет получать лучшее разрешение.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Заканчивая обсуждение проблемы нейтронного микроскопа, хочется подвести некоторые итоги. По-видимому, главным результатом последнего времени следует считать изменения в психологии физиков, занимающихся,

этой и смежными проблемами. Из дела далекого будущего проблема нейтронного микроскопа переведена теперь в разряд реальных.

Определенное продвижение имеется в теоретической и расчетной сфере. Намечены пути исправления гравитационных aberrаций. Появляются более или менее реалистичные проекты микроскопов, с помощью которых можно будет получать изображения объектов с разрешением, характерным для оптических микроскопов.

Однако в экспериментальном плане успехи значительно скромнее. Основные результаты здесь таковы: осуществлена фокусировка очень холодных нейтронов с помощью линзы и зонной пластинки. При этом разрешение было порядка 50 мкм при длине волны 20 Å. Имеется опыт по двумерной фокусировке УХН с разрешением масштаба 1 мм. Осуществлено три эксперимента по трехмерной фокусировке УХН с помощью зонного зеркала, многозеркального прибора и нейтронного микроскопа в Гренобле. Наблюдалось увеличенное изображение щели, причем увеличение составляло от  $1,375\times$  до  $50\times$ . Физически более существенная характеристика — разрешение прибора. В указанных экспериментах разрешение, строго говоря, измерено не было, хотя, по-видимому, оно было не хуже 100 мкм при длине волны 600—800 Å. Изображение анализировалось путем сканирования детектора подвижной щелью в плоскости изображения или в плоскости объекта.

Разумеется, существенно выгоднее ставить оптические опыты не в геометрии сканирования, а используя тот или иной тип позиционно-чувствительного детектора.

Числовая апертура в опытах с ОХН составляла всего  $4\cdot 10^{-4}$ , так что полученное разрешение превышает волновой предел этого прибора всего на порядок. В опытах с УХН числовая апертура была порядка 0,2—0,3. Существующие или проектируемые источники УХН уже позволяют работать с разрешениями порядка нескольких микрометров, при условии увеличения светосилы прибора, т. е. числовой апертуры и используя позиционно-чувствительный детектор. Таким образом, задача создания приборов с разрешением порядка оптического микроскопа действительно является задачей сегодняшнего дня.

Вторая проблема, которую необходимо решить, состоит в поиске практических методов осуществления химического и изотопного контрастов нейтронно-оптических приборов. Эта задача в настоящее время представляет самостоятельный интерес, и соответствующие опыты можно ставить и с приборами меньшего разрешения, но обладающими достаточной светосилой. Экспериментов, направленных на решение этой проблемы, пока нет.

В заключение мне хотелось бы поблагодарить моих коллег С. С. Арзуманова, А. Н. Стрепетова и С. В. Масаловича, с которыми я имею удовольствие сотрудничать в области приборной нейтронной оптики УХН, явившейся предметом настоящей статьи. Разумеется, все основные вопросы, затронутые в этой работе, обсуждались с ними. Я благодарен И. М. Франку за многочисленные и плодотворные обсуждения, а также П. А. Крупичи-кому, взявшему на себя труд по прочтению рукописи и сделавшему ряд весьма полезных замечаний.

Пользуюсь случаем выразить признательность С. Т. Беляеву и И. И. Гуревичу за поддержку работы.

\* \* \*

За время подготовки рукописи к печати появилось несколько работ, посвященных проблеме НМ или имеющих к ней прямое отношение. Ниже дан краткий обзор их содержания.

Важным событием является ввод в строй двух интенсивных источников УХН в Гренобле<sup>92</sup> и Ленинграде<sup>93</sup>. Появление этих источников позволяет вести работы по практической оптике УХН на совершенно новом уровне.



В п. 6.1 высказывалось предположение о продолжении работы с НМ, описанном в<sup>71</sup>, на новом источнике. В работе<sup>94</sup> объявлено о конкретных планах работы с этим прибором. Там же сообщается об эксперименте по фокусировке ОХН со скоростями 10–13 м/с в зеркальном оптическом приборе с многослойным интерференционным покрытием — суперзеркалом. Получено разрешения 230 мкм в плоскости изображения.

В работе<sup>95</sup> сообщается об эксперименте, осуществленном группой Института атомной энергии им. И. В. Курчатова на источнике ЛИЯФ<sup>93</sup>. В этом эксперименте использован детектор изображения на основе очувствленного к УХН сцинтиллятора с последующим усилением света и регистрацией его на фотопленке. Здесь впервые присутствовали все элементы нейтронного

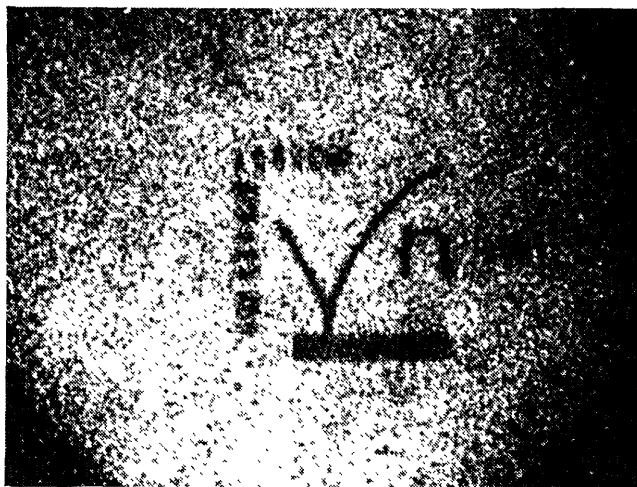


Рис 15. Изображение объекта, зарегистрированное в нейтронном «свете». Темным участкам соответствует покрытие из никеля

микроскопа: объект, просвечиваемый нейтронами, оптическая система, формирующая изображение в плоскости детектора, и детектор, визуализирующий изображение. Использовался ахроматический прибор, схема которого обсуждалась в п.5.5 и приведена на рис. 7. Получено двумерное изображение крестообразной диафрагмы и более сложного объекта, изготовленного методом фотолитографии. На кремниевую подложку был нанесен тонкослойный (2000 Å) никелевый рисунок, изображение которого в нейтронных лучах приведено на рис. 15. Таким образом, продемонстрировано существование нейтронного контраста в оптике УХН. Разрешение прибора не хуже 100 мкм.

Появилась также работа<sup>96</sup>, в которой обсуждаются возможности нейтрон-микроскопических исследований в биологии.

Институт атомной энергии  
им. И. В. Курчатова

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ю в Д. Нейтронная оптика.— М.: ИЛ, 1955.
2. Ю в Д. Нейтронные исследования на атомных котлах.— М.: ИЛ, 1954.
3. Г у р е в и ч И. И., Т а р а с о в А. В. Физика нейтронов низких энергий.— М.: Наука, 1963.
4. А б о в Ю. Г., Г у л ь к о А. Д., К р у п ч и ц к и й П. А. Поляризованные медленные нейтроны.— М.: Атомиздат, 1966.
5. Б э к о н Дж. Дифракция нейтронов.— М.: ИЛ, 1957.

6. Изюмов Ю. А., Озеров Р. П. Магнитная нейтронография. — М.: Наука, 1966.
7. Neutron Diffraction/Ed. H. Dachs. — Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag, 1978. — (Topics of Current Physics. V. 6).
8. Нозик Ю. З., Озеров Р. П., Хёниг К. Структурная нейтронография. — М.: Атомиздат, 1979.
9. Александров Ю. А., Шарапов Э. И., Чер А. Дифракционные методы в нейтронной физике. — М.: Энергоиздат, 1981.
10. Koester L. // Neutron Physics. — Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag 1977. — P. 1. — (Springer Tracts in Modern Physics. V. 80).
11. Александров Ю. А., Фундаментальные свойства нейтрона. — М.: Энергоиздат, 1982.
12. Франк А. И. // УФН. 1982. Т. 137. С. 5; то же: // Нейтрон: К пятидесятилетию открытия. — М.: Наука, 1983. — С. 43 (далее — <sup>12</sup>).
13. Klein A. G., Werner S. A. // Rep. Prog. Phys. 1983. V. 46, P. 259.
14. Rauch H. // Physica Ser. B. 1983. V. 120. P. 71.
15. Зельдович Я. Б. // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. С. 1952.
16. Шапиро Ф. Л. Ультрахолодные нейтроны: Препринт ОИЯИ РЗ-7135. — Дубна, 1973, то же: Шапиро Ф. Л. Нейтронные исследования. — М.: Наука, 1976. — С. 229 (далее — <sup>16</sup>).
17. Steyerl A. // <sup>10</sup>. — P. 57.
18. Golub R., Pendlebury J. C. // Rep. Prog. Phys. 1979. V. 42. P. 439.
19. Smith K. F. // Comptemp. Phys. 1980. V. 21. P. 631.
20. Лушиков В. И. // <sup>12</sup>. — С. 132.
21. Игнатович В. К., Лушиков В. И. // Физ. ЭЧАЯ. 1984. Т. 15. С. 330
22. Франк И. М. // Природа. 1972. № 9. С. 29.
23. Франк И. М. Волновые свойства ультрахолодных нейтронов: Препринт ОИЯИ РЗ-7809. — Дубна, 1974.
24. Франк И. М. Поглощение и отражение ультрахолодных нейтронов: Препринт ОИЯИ РЗ-7810. — Дубна, 1974.
25. Steyerl A. // Workshop on Reactor Based on Fundamental Physics. Grenoble, France November 7—9. — 1983; J. de Phys. 1984. Т. 45, Coll. C3. Suppl. Nr. 3. P. C3-255.
26. Франк А. И. // Нейтронная физика: Материалы 5-й Всесоюзной конференции по нейтронной физике. Киев, 15—19 сентября 1980 г. — М.: ЦНИИатоминформ, 1980. — Ч. 1. С. 150.
27. Франк А. И. Проблемы получения нейтронного изображения: Препринт ИАЭ-3409/14. — Москва, 1981.
28. Ландау Л. Д., Лифшиц И. М. Механика. — М.: Наука, 1958.
29. Chiu C., Stodolsky L. // Phys. Rev. Ser. D. 1980. V. 22. P. 1337.
30. Франк А. И. Нейтронный интерферометр в поле сил: Препринт ИАЭ-3626/14. — Москва, 1982.
31. Франк А. И. // ЖТФ. 1983. Т. 53. С. 955.
32. Lax M. // Phys. Rev. 1952. V. 85. P. 621.
33. Барышевский В. Г. Ядерная оптика поляризованных сред. — Минск: Изд-во Бел. ун-та, 1976.
34. Любошиц В. Л. // ЖЭТФ, 1967. Т. 52. С. 926.
35. Игнатович В. К. Взаимодействие ультрахолодных нейтронов с тепловыми колебаниями отражающей среды: Препринт ОИЯИ РЗ-6681. — Дубна, 1972.
36. Степанов А. В. // Физ. ЭЧАЯ. 1976. Т. 7. С. 989.
37. Sears V. F. // Phys. Rep. 1982. V. 82. P. 1.
38. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973.
39. Серегин А. А. // ЯФ. 1981. Т. 33. С. 1173.
40. Масалович С. В., Франк А. И. // Нейтронная физика: Материалы 6-й Всесоюзной конференции по нейтронной физике. Киев, 2—6 октября 1983 г. — М.: ЦНИИатоминформ, 1983. — Ч. 4. С. 36.
41. Владимирский В. В. // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 1062.
42. Абов Ю. Г., Белкин В. Ф., Васильев В. В. и др. Препринт ИТЭФ-44. — Москва, 1976.
43. Косвинцев Ю. Ю., Кушнир Ю. А., Морозов В. И., Плотников И. А. // Письма ЖЭТФ. 1978. Т. 27. С. 70.
44. Kügler K. S., Paul W., Trunks V. // Phys. Lett. Ser. B. 1978. V. 72. P. 422.
45. Абов Ю. Г., Белкин В. Ф., Боровлев С. П. и др. Препринт ИТЭФ-16. — Москва, 1981.
46. Абов Ю. Г., Боровлев С. П., Васильев В. В., Владимирский В. В., Моспан Е. Н. // ЯФ. 1983. Т. 35, С. 22.
47. Матора И. М. // АЭ. 1969. Т. 27. С. 71.
48. Golub R., Carter P. // Nucl. Instr. and Meth. 1971. V. 91. P. 205.
49. Терехов Г. И. // Письма ЖТФ. 1977. Т. 3. С. 1275.
50. Altarev I. S., Borisov Yu. V., Borovicova N. et al. // Phys. Lett. Ser. B. 1981. V. 102. P. 13.

51. Франк А. И. Аналогия Гамильтона и оптика ультрахолодных нейтронов: Препринт ИАЭ-3203. — Москва, 1979.
52. Франк И. М., Франк А. И. // Письма ЖЭТФ. 1978. Т. 28. С. 559.
53. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1980.
54. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. // УФН: 1983. Т. 144. С. 591.
55. Орлов Ю. И. // Изв. вузов. Сер. «Радиофизика». 1966. Т. 9. С. 497.
56. Орлов Ю. И. // Ibidem. С. 657.
57. Орлов Ю. И. // Ibidem. 1968. Т. 11. С. 317.
58. Berry M. V. // J. Phys. Ser. A. 1982. V. 15L. P. 385.
59. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. // УФН. 1980. Т. 132. С. 475.
60. Грошев В. Я., Кравцов Ю. А. // Изв. вузов: Сер. «Радиофизика». 1969. Т. 12. С. 886.
61. Газарян Ю. Л. // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1961. — № 5. С. 73.
62. Lushchikov V. I. // Phys. Today. 1977. V. 30. P. 42.
63. Лущиков В. И., Франк А. И. // Письма ЖЭТФ. 1978. Т. 28. С. 607.
64. Steyerl A., Schütz G. // Appl. Phys. 1978. V. 17. P. 45.
65. Кашукеев Н. Т., Чиков Н. Ф. // Письма ЖЭТФ. 1979. Т. 30. С. 306.
66. Schütz G., Steyerl A., Mampe W. // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 44. P. 1400.
67. Gähler R., Kalus J., Mampe W. // J. Phys. Ser. E. 1980. V. 13. P. 546.
68. Klein A. G., Kearney P. D., Opat G. I. // Phys. Lett. Ser. A. 1981. V. 83. P. 71.
69. Скачкова О. С., Франк А. И. // Письма ЖЭТФ. 1981. Т. 33. С. 214.
70. Арзуманов С. С., Масалович С. В., Стрепетов А. Н., Франк А. И. // Письма ЖЭТФ. 1984. Т. 39. С. 486.
71. Hermann P., Steinhäuser K.-A., Gähler R., Steyerl A., Mampe W. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 1969.
72. Klein A. G., Opat G. I. // Neutron Interferometry/Eds U. Bonze, H. Rauch. — Oxford: Clarendon Press, 1979. — P. 97.
73. Mezei F. // Commun. Phys. 1976. V. 4. P. 81.
74. Гукасов А. Г., Дериглазов В. В., Кезерашвили В. Я. и др. Исследование многослойных зеркал на основе Ni — Ti и Ni<sup>58</sup> — Ti: Препринт ЛИЯФ № 623. — Ленинград, 1980.
75. Yamada S., Ebisawa T. et al. // Ann. Rep. Res. Reactor Inst. Kyoto Univ. 1978. V. 11. P. 8.
76. Джеррари А., Берг Дж. Введение в матричную оптику. — М.: Наука, 1978.
77. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1970.
78. Русинов М. М. Несферические поверхности в оптике. — М.: Наука, 1973.
79. Лущиков В. И., Покотилловский Ю. Н., Стрелков А. В., Шапиро Ф. Л. // Письма ЖЭТФ. 1969. Т. 9, С. 40; то же: // <sup>16</sup>. — С. 195.
80. Groshev L. V., Dvoretzskii V. N., Demidov A. M. et al. // Phys. Lett. Ser. B. 1971. V. 36. P. 293.
81. Steyerl A. // Nucl. Instr. and Meth. 1974. V. 120. P. 369.
82. Грошев Л. В., Дворецкий В. Н., Демидов А. М. и др. Препринт ОИЯИ РЗ-7282. — Дубна, 1973; то же: // <sup>16</sup>. — С. 219.
83. Замятин Ю. С., Колесов А. Г., Кулагин Е. Н., Лущиков В. И. и др. Высокопоточный реактор СМ-2 как эффективный источник ультрахолодных нейтронов: Сообщение ОИЯИ РЗ-7946. — Дубна, 1979; то же: // <sup>16</sup>. — С. 252.
84. Егоров А. И., Лобашев В. И., Назаренко В. А., Порсев Г. Д. // ЯФ. 1974. Т. 19. С. 300.
85. Ageron P., Hetzelt M., Mampe W. et al. // IAEA-SM-219/58. — 1978. — P. 53.
86. Altarev I. S. et al. // Phys. Lett. Ser. A. 1980. V. 80. P. 80.
87. Lobashev V. M., Serebrov A. P. // J. de Phys. 1984. T. 45. P. C3-11.
88. Ageron P., Mampe W. // Ibidem. P. C3-279.
89. Golub R., Böning K. // Proc. of the 5th Meeting of the Intern. Collaboration of Advanced Neutron Sources. Jülich, June 22—26./Eds G. S. Bauer, D. Filges. — Jülich: Kernforschungsangabe, 1981 — P. 99.
90. Останиевич Ю. М., Сердюк И. Н. // УФН. 1982. Т. 137. С. 85; то же: // <sup>10</sup>. — С. 172.
91. Шапиро Ф. Л. // Физ. ЭЧАЯ, 1972. Т. 2, С. 975; то же: // <sup>16</sup>. — С. 208.
92. Steyerl A., Nagel H., Schriber F.-X. et al. // Phys. Lett. Ser. A. 1986. V. 116. P. 347.
93. Алтарев И. С., Боровикова Н. В., Булкин А. П. и др. // Письма ЖЭТФ. 1986. Т. 44. С. 269.
94. Steyerl A., Malik S. S. // Physica Ser. B + C. 1986. V. 137. P. 270.
95. Арзуманов С. С., Стрепетов А. Н., Масалович С. В., Франк А. И. // Письма ЖЭТФ. 1986. Т. 44. С. 213.
96. Steinbach A. // Cell Biophysics. 1985. V. 7. P. 1.