

**МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ**

530.12:531+539.12.01

**ВАКУУМ В ОДНОРОДНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ  
И ВОЗБУЖДЕНИЕ РАВНОМЕРНО УСКОРЕННОГО ДЕТЕКТОРА\*)****В. Л. Гинзбург, В. П. Фролов****СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение . . . . .	633
2. Вакуум в пространстве-времени Минковского, рассматриваемый в инерциальной и в равномерно ускоренной системах отсчета. Вакуум в статическом однородном гравитационном поле . . . . .	639
2.1. Квантовая теория поля в инерциальной системе отсчета. 2.2. Равномерно ускоренная система отсчета и система отсчета, покоящаяся в однородном гравитационном поле. 2.3. Квантовая теория поля в равномерно ускоренной системе отсчета. 2.4. Вакуум в статическом однородном гравитационном поле.	
3. Детекторы, покоящиеся в равномерно ускоренной системе отсчета и в статическом однородном гравитационном поле . . . . .	649
3.1. Модельное описание детектора. 3.2. Взаимодействие ускоренного детектора с вакуумом. Описание в равномерно ускоренной системе отсчета. 3.3. Поведение детектора, покоящегося в статическом однородном гравитационном поле. 3.4. Элементарные частицы в роли детекторов.	
4. Возбуждение и излучение равномерно ускоренного детектора. Описание в инерциальной системе отсчета . . . . .	659
5. Возбуждение и излучение ускоренного детектора и аномальный эффект Доплера. Несколько дополнительных замечаний . . . . .	661
6. Принцип эквивалентности в квантовой области и «тепловой характер» вакуума в равномерно ускоренной системе отсчета . . . . .	664
7. Заключительные замечания . . . . .	672
Список литературы . . . . .	673

**1. ВВЕДЕНИЕ**

В классической физике использовалось понятие о пустом пространстве — физически говоря, о некоторой пространственной области, в которой отсутствуют частицы и поля. Такое пустое пространство можно считать синонимом вакуума классической нерелятивистской физики. Введенное Ньютоном «абсолютное пространство», которое «по своей своей сущности, безотносительно к чему бы то ни было внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным» играло роль идеальной инерциальной системы отсчета и вместе с тем могло считаться реализацией классического вакуума. Говоря словами Эйнштейна, «идея независимого существования пространства и времени может быть выражена следующим образом: если бы материя исчезла, то остались бы только пространство и время (своего рода сцена, на которой разыгрываются физические явления)»<sup>1</sup>. Однако совершенно не зависящая от материи сцена —

\*) Расширенное изложение доклада, прочитанного 29 мая 1986 г. на совместной научной сессии Отделения общей физики и астрономии и Отделения ядерной физики АН СССР.

абсолютное пространство — является метафизической категорией, поскольку неизвестно, как ему сопоставить физическую реальность. Поэтому в механике абсолютное пространство было фактически заменено практически реализуемыми инерциальными системами, в первую очередь астрономической системой отсчета (начало координат в такой системе помещено в центр масс Солнечной системы, а оси направлены на «неподвижные звезды»; по этому вопросу см., например, <sup>2</sup> и указанную там литературу). С развитием оптики, электродинамики и понятия о поле на авансцену вышли вводившиеся и ранее представления об эфире — заполняющей все пространство своеобразной субстанции, по которой распространяются электромагнитные возбуждения. При этом в конце концов Лоренцу пришлось предположить, что «части эфира вообще не перемещаются относительно друг друга. Таким образом, эфир выступил как бы воплощением абсолютного покоящегося пространства» <sup>1</sup>.

Судьба такого неподвижного эфира оказалась, однако, такой же, как и ньютоновского абсолютного пространства, — эфиру нельзя придать какое-либо физическое содержание, если не говорить о возможности считать эфир инерциальной системой отсчета. Специальная теория относительности (СТО) как раз и узаконила такую точку зрения — в рамках СТО можно считать, что «эфира вообще не существует. Электромагнитные поля представляют собой не состояния некоторой среды, а самостоятельно существующие реальности, которые нельзя свести к чему-либо другому и которые, подобно атомам весомой материи, не связаны ни с какими носителями» <sup>3</sup>. Поэтому принято считать, что СТО изгнала эфир из физики, а сам термин «эфир» в современной литературе не используется. Против последнего возражать не приходится, поскольку старое понятие об эфире оказалось, можно сказать, дискредитированным. Но с созданием СТО отнюдь не исчезло, конечно, представление о пустом пространстве и об инерциальных системах отсчета, отличающихся от неинерциальных систем. Эйнштейн даже пытался реабилитировать или скорее реанимировать термин «эфир», уточнив его. Так, в уже цитированной речи «Эфир и теория относительности» <sup>3</sup>, произнесенной в 1920 г., он говорил: «Между тем ближайшее рассмотрение показывает, что специальная теория относительности не требует безусловного отрицания эфира. Можно принять существование эфира; не следует только заботиться о том, чтобы приписывать ему определенное состояние движения; иначе говоря, абстрагируясь, нужно отнять у него последний механический признак, который ему оставил Лоренц». Эта мысль поясняется в той же речи: «Что касается механической природы лоренцова эфира, то в шутку можно сказать, что Г.-А. Лоренц оставил ему лишь одно механическое свойство — неподвижность. К этому можно добавить, что все изменение, которое внесла специальная теория относительности в концепцию эфира, состояло в лишении эфира и последнего его механического свойства».

Дело, конечно, не в названии. Термин «эфир» был просто заменен термином «вакуум» или «физический вакуум». Без этого понятия, как уже подчеркивалось, нельзя обойтись уже в классической физике, особенно с учетом роли гравитационного поля. Именно поэтому, трудно в этом сомневаться, после создания общей теории относительности (ОТО) Эйнштейн и вернулся к обсуждению понятия об эфире <sup>3</sup>. Вместо того чтобы излагать ситуацию своими словами, мы вновь обратимся здесь к той же речи Эйнштейна, ибо сказанное в ней вполне точно и сегодня; одновременно достигается историческая достоверность. Итак, согласно ОТО, «метрические свойства пространственно-временного континуума в окрестности отдельных пространственно-временных точек различны и зависят от распределения материи вне рассматриваемой области. Представление о физически пустом пространстве окончательно устраняется такой пространственно-временной изменчивостью масштабов и часов. Соответственно, признание того факта, что «пустое пространство» в физическом отношении не является однородным и изотропным, вынуждает нас описывать его состояние с помощью десяти функций —

гравитационных потенциалов  $\mathcal{J}_{\mu\nu}$ . Но, таким образом, и понятие эфира снова приобретает определенное содержание, которое совершенно отлично от содержания понятия эфира механической теории света. Эфир общей теории относительности есть среда, сама по себе лишенная *всех* механических и кинематических свойств, но в то же время определяющая механические (и электромагнитные) процессы». Общий вывод таков: «Резюмируя, можно сказать, что общая теория относительности наделяет пространство физическими свойствами; таким образом, в этом смысле эфир существует. Согласно общей теории относительности, пространство немислимо без эфира; действительно, в таком пространстве не только было бы невозможно распространение света, но и не могли бы существовать масштабы и часы и не было бы никаких пространственно-временных расстояний в физическом смысле слова»<sup>3</sup>.

Таким образом, хотя термин «эфир» не сохранился, заменившее его понятие о физическом вакууме необходимо уже в доквантовой физике. Как мы полагаем, подчеркнуть это обстоятельство уместно не только в связи с содержанием данной статьи, но с распространенным в настоящее время отождествлением физического вакуума с физическим вакуумом квантовой теории поля<sup>4</sup>). Вместе с тем глубокие изменения, внесенные в понятие о физическом вакууме, с созданием квантовой теории поля совершенно несомненны<sup>4</sup>. Главное, они касаются уже физического вакуума в инерциальных системах отсчета или, иными словами, в пространстве-времени Минковского, когда  $g_{00} = -1$ ,  $g_{ij} = \delta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) и, по распространенной терминологии, гравитационные поля отсутствуют (смысл последнего утверждения хорошо известен — речь идет о постоянстве  $g_{\mu\nu}$ , т.е. однородности и изотропности пространства-времени). Уже в пространстве-времени Минковского (или М-пространстве) квантовый вакуум, по образному выражению И. Я. Померанчука, представляет собой «кипящую операторную жидкость». Действительно, определяя вакуум как наименьшее энергетическое состояние, в котором отсутствуют все реальные частицы (фотоны, электронно-позитронные пары  $e^-e^+$  и т. д.), мы знаем, что в этом состоянии поля отнюдь не равны нулю, а флуктуируют около равных нулю средних значений — речь идет о нулевых колебаниях свободных полей. Для взаимодействующих полей можно говорить о виртуальных фотонах, виртуальных  $e^-e^+$ -парах и т. д.

Представление о нулевых колебаниях квантовых полей, которому уже примерно 60 лет, сейчас общеизвестно. Тем не менее, учитывая характер и цели настоящей статьи, в основном рассчитанной не на специалистов, представляется уместным напомнить несколько элементарных фактов и оценок. Энергия нулевого колебания электромагнитного поля, отвечающего «моду» (нормальному колебанию) с частотой  $\omega$  равна  $\hbar\omega/2$ , а спектр этих колебаний, приходящихся на интервал  $d\omega$ , пропорционален  $\hbar\omega^3 d\omega$ . Переход к другим инерциальным системам, т. е. лоренцево преобразование, не изменяет спектр нулевых колебаний (см., например<sup>6</sup>), как это и должно быть. Нулевые колебания вполне реальны — приводят к появлению сил между телами, к изменению энергии их взаимодействия. Речь здесь идет о силах Ван-дер-Ваальса (см.<sup>7</sup> и указанную там литературу), причем наиболее известно рассмотренное впервые в 1948 г. притяжение между разделенными пустой щелью двумя идеально проводящими пластинами<sup>8</sup>. Существование нулевых колебаний, безусловно, является исключительно важной, фундаментальной чертой квантовой теории. Правда, это обстоятельство в сочетании с тем, что в классической и квантовой теориях часто используются различные подходы и методы, приводит иногда и к недоразумениям. Так, довольно распро-

\*) Например, в «Физическом энциклопедическом словаре» (М.: Советская энциклопедия, 1983) фигурирует лишь «вакуум физический» в квантовой теории поля.

\*\*) Квантование в М-пространстве можно провести и так, чтобы энергия нулевых колебаний равнялась нулю (см., например,<sup>5</sup>). Однако физические результаты от такого выбора шкалы энергий не изменяются.

странено мнение, что спонтанное излучение света обусловлено нулевыми колебаниями электромагнитного поля, что неверно<sup>9</sup>.

Еще богаче понятие и, можно сказать, содержание физического вакуума в квантовой теории при учете взаимодействия между полями, в частности между электромагнитным полем и заряженными частицами (т. е., на другом языке, между электромагнитным и электронно-позитронным полем). Конкретно такое взаимодействие приводит к существованию в вакууме виртуальных электронно-позитронных ( $e^-e^+$ ) пар, все время появляющихся и аннигилирующих. Присутствие  $e^-e^+$ -пар сразу же делает понятным существование электрической поляризации вакуума и вообще влияния на вакуум внешних электромагнитных полей. В таких полях вакуум ведет себя подобно нелинейной двоякопреломляющей среде (двоякопреломление, т. е. анизотропия оптических свойств, связано, очевидно, с наличием выделенного направления — направления внешнего поля). Насколько эвристически богато представление о виртуальных электронно-позитронных парах, можно продемонстрировать на таком примере. В сильном магнитном поле вакуум, как сказано, становится двоякопреломляющим, но магнитная активность при этом отсутствует, между тем как любая среда во внешнем магнитном поле становится, вообще говоря, магнитоактивной. Дело, очевидно, в том, что в вакууме присутствует одинаковое количество виртуальных электронов ( $e^-$ ) и позитронов ( $e^+$ ). Эти частицы закручиваются магнитным полем в разные стороны, и вакуум подобен такой исключительной среде, как  $e^-e^+$ -плазма (с равными концентрациями  $e^-$  и  $e^+$ ), которая не магнитоактивна, хотя и двоякопреломляюща.

Электромагнитное поле, действуя на вакуум, может приводить к превращению виртуальных  $e^-e^+$ -пар в реальные, т. е. к рождению электронов и позитронов. Примерами таких процессов может служить рождение  $e^-e^+$ -пар при рассеянии фотона (с частотой  $\hbar\omega \geq 2mc^2$ ;  $m$  — масса электрона и позитрона) на кулоновском центре или при столкновении двух фотонов. В последнем случае порог реакции таков:  $\hbar\omega = mc^2$ ;  $\omega$  — частота каждого из фотонов в системе центра масс. Пары могут рождаться и во внешнем статическом электрическом поле  $E$ . Компоненты  $e^-$  и  $e^+$  виртуальной пары при отсутствии внешнего поля находятся обычно на расстояниях  $l \lesssim l_c \equiv \hbar/mc = 3,86 \cdot 10^{-11}$  см. Вероятность нахождения их на расстоянии  $l \gg l_c$  подавлена фактором  $\exp(-l/l_c)$ . Процесс рождения пар идет достаточно интенсивно, если  $E \geq E_0$ , где  $E_0 = mc^2/el_c$ . Смысл выражения для  $E_0$  очевиден: поле  $E_0$  на расстоянии  $l_c$  производит над электроном (или позитроном) работу  $mc^2$ . В полях  $E \ll E_0$  вероятность рождения пар убывает по закону  $\exp(-\pi E_0/E)$ .

Прежде чем перейти к непосредственной теме настоящей статьи, сделаем несколько общих замечаний о квантовых эффектах в гравитационном поле. При этом речь пойдет исключительно о классическом гравитационном поле, причем описываемом уравнениями ОТО (а не какой-либо иной, еще не исключенной в принципе теории гравитационного поля). Пренебрежение квантовыми эффектами допустимо, если характерный радиус кривизны пространства-времени много больше планковской длины  $l_g = (G\hbar/c^3)^{1/2} = 1,6 \cdot 10^{-33}$  см, и поэтому эффект поляризации вакуума гравитационным полем можно не учитывать. Мы не будем также рассматривать области пространства-времени планковских масштабов  $l \sim l_g$ ,  $t \sim t_g = l_g/c$ , где велики флуктуации самого гравитационного поля<sup>10-13</sup> \*).

\*) Нужно, правда, помнить, что современная физика высоких энергий в эксперименте «прошупала» пространство лишь до масштабов  $l \sim 10^{-16}$  см. Допущение, что с пространством-временем «все в порядке» вплоть до планковских масштабов, является, таким образом, гигантской экстраполяцией. Тем не менее такая экстраполяция обычно производится, и, в общем, это естественно, пока нет указаний на существование какой-то новой фундаментальной длины  $l_f > l_g$  (при такой длине  $l_f$ , если она существует, могла бы оказаться непригодной ОТО и вся известная нам физическая теория). О возможности в принципе существования длины  $l_f > l_g$  забывать не следует<sup>13, 14</sup>, но здесь она будет игнорироваться. Если угодно, можно считать, что мы интересуемся лишь областью  $l \gg l_f$ ,  $t \gg t_f = l_f/c$ .

Ясно, что переменное гравитационное поле может, вообще говоря, рождать пары частиц из вакуума. Считая гравитационное поле слабым, мы можем сделать несколько замечаний, пользуясь простым языком. Так, например, порог рождения  $e^-e^+$ -пары при столкновении двух гравитонов равен  $\hbar\omega = mc^2$ , где  $\omega$  — частота гравитона. Рождение пар переменным гравитационным полем может играть большую роль в космологии<sup>12, 15</sup>.

Рассмотрим теперь действие постоянного гравитационного поля на виртуальные  $e^-e^+$ -пары. Если гравитационное поле однородно, то оно породить пар не может, поскольку и электрон, и позитрон будут двигаться в одном направлении. Пары могут родиться только за счет приливного эффекта, т.е. в неоднородном поле. Если  $g$  — ускорение свободного падения в гравитационном поле, а  $L$  — характерный масштаб его неоднородности, то разность сил, действующих на  $e^-$  и  $e^+$ , порядка  $f \sim mgl_c/L$  и условие рождения, определяемое из уравнения  $fl_c \sim mc^2$ , имеет вид  $g/L \sim c^2/l_c^2$ .

Рассмотрим для определенности рождение  $e^-e^+$ -пар неврещающейся (шварцшильдовской) черной дырой с массой  $M$ . Для того чтобы частица с массой  $m$  (в данном случае  $e^-$  или  $e^+$ ) могла из окрестности черной дыры уйти «на бесконечность», нужно, очевидно, затратить энергию  $\mathcal{E} \geq mc^2$ . Эту энергию можно получить за счет того, что одна из компонент разорванной виртуальной пары «рождается» внутри гравитационного радиуса (при  $r < r_g \equiv 2GM/c^2 = 1,48 \cdot 10^{-28} (M, \text{г}) \text{ см} \approx 3M/M_\odot \text{ км}$ , или, как еще принято говорить, под горизонтом событий). Эта частица поглощается черной дырой и тем самым совершает работу, а другая компонента пары, используя эту энергию, уходит от дыры. Для области вне черной дыры, откуда возможен такой уход частицы, максимальное значение величины  $g/L$ , входящей в условие рождения, порядка  $c^2/r_g^2$ . Поэтому следует ожидать интенсивного рождения черной дырой частиц с некоторой массой  $m$  только в том случае, когда  $r_g \leq l_c = \hbar/mc$ . Для черных дыр с большей массой вероятность рождения будет экспоненциально подавлена. Для безмассовых квантов, частота которых на бесконечности равна  $\omega$ , условие рождения получается, если  $l_c$  заменить величиной  $\lambda/2\pi = c/\omega$ . Иными словами, черная дыра преимущественно может рождать частицы с энергией  $\mathcal{E} \sim \hbar c/r_g = \hbar c^3/2GM$ . Такой энергии отвечает температура

$$T_{\text{ч.д}} \sim \mathcal{E} k_B^{-1} \sim \hbar c^3 (2GM k_B)^{-1}, \quad (1.1)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана.

Изложенные соображения и оценки кажутся нам довольно убедительным свидетельством в пользу того, что черные дыры с учетом квантования электромагнитного и других полей должны излучать фотоны и «кванты» этих полей. Разумеется, это квантовый эффект, что ясно и из сути дела и в связи с появлением квантовой постоянной  $\hbar$  в выражении (1.1) для  $T_{\text{ч.д}}$ . Существуют и другие способы обосновать такой вывод; этот вопрос точнее и подробнее освещен, например, в<sup>16</sup>. Заключение о квантовом «испарении» черных дыр было впервые сделано Хокингом в 1974 г.<sup>17</sup>, причем тогда оно было неожиданным. При этом, как свидетельствуют расчеты, шварцшильдовская черная дыра с массой  $M$  излучает как черное тело с температурой

$$T_{\text{ч.д}} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k_B G M} \approx 10^{-7} \frac{M_\odot}{M} \text{ К}. \quad (1.2)$$

Несомненно, этот результат Хокинга является крупным достижением теоретической физики.

Приведенная выше оценка (1.1) совпадает с точным выражением для температуры хокинговского излучения (1.2) с точностью до множителя  $1/4\pi$ .

Поле шварцшильдовской черной дыры — пусть и очень важный, но частный пример гравитационного поля. Ясно, что рождение различных

частиц и вообще квантовые эффекты (в частности, поляризация вакуума) будут иметь место во всех, вообще говоря, гравитационных полях. Выделенное место среди них занимает однородное и постоянное во времени гравитационное поле. В таком поле все физические процессы и явления происходят совершенно так же, как в равномерно ускоренной системе отсчета без всяких полей — в этом и состоит содержание принципа эквивалентности, лежащего в основе ОТО. Как же проявляются квантовые эффекты в однородном и постоянном гравитационном поле и как нужно сформулировать принцип эквивалентности в квантовой области? Тот факт, что подобный вопрос содержателен, ясен сразу же: достаточно сказать, что вакуум Минковского, инвариантный относительно лоренцевых преобразований, как уже упоминалось, не инвариантен при переходе в ускоренную систему отсчета. Вместе с тем однородное гравитационное поле явно выделено — в нем нет приливных сил, и поэтому  $e^-e^+$ -пары рождаться не будут.

Квантованию различных полей в равномерно ускоренной системе координат посвящено большое число работ, ссылки на которые будут приведены ниже в разделе 2.3. Сейчас же упомянем о результате, полученном Унру в 1976 г.<sup>18</sup> Именно, оказалось, что покоящийся в равномерно ускоренной системе отсчета «детектор» (атом, осциллятор и т. п.) возбуждается, причем так же, как если бы он находился в термостате (или поле теплового излучения) с температурой

$$T_a = \hbar a (2\pi k_B c)^{-1}, \quad (1.3)$$

где  $a$  — постоянное ускорение рассматриваемой системы относительно инерциальной.

Формула (1.3) переходит в (1.2), если в качестве ускорения взять характерное для черной дыры ускорение («напряженность» гравитационного поля) — так называемую поверхностную гравитацию черной дыры \*)

$$\kappa = \frac{GM}{r_g^2} = \frac{c^4}{4GM}. \quad (1.4)$$

Возбуждение «детектора», покоящегося в равномерно ускоренной системе отсчета, в какой-то мере родственное квантовому излучению черных дыр, привлекло к себе большое внимание (см., например, книгу<sup>19</sup>, обзоры<sup>20–22</sup> и приведенные в них ссылки). Причина возбуждения ускоренного «детектора» и характер связанного с этим возбуждением изменения состояния взаимодействующего с детектором квантованного поля (массивного или безмассового скалярного поля, электромагнитного поля и т. д.) продолжают обсуждаться, причем, как нам представляется, до недавнего времени здесь не было должной ясности. Заметный прогресс в понимании был достигнут в 1984 г. в работе<sup>23</sup>, в которой возбуждение детектора, равномерно ускоренно движущегося в пространстве Минковского, рассмотрено в инерциальной системе отсчета. При этом выяснилось, что возбуждение «детектора», скажем, находившегося вначале в своем основном состоянии в М-вакууме (т. е. в отсутствие реальных квантов рассматриваемого поля), сопровождается излучением кванта поля. Такой процесс — возбуждение с излучением — несколько необычен и нуждается в пояснении. Необходимо объяснить и тот факт, что «детектор» оказывается возбужденным с тепловым распределением по уров-

\*) Частица, покоящаяся вблизи невращающейся шварцшильдовской черной дыры в точке  $r$  движется не по геодезической и, следовательно, имеет ускорение. Значение этого ускорения равно  $a(r) \equiv |a_\mu a^\mu|^{1/2} = GM r^{-2} \alpha(r)^{-1}$ , где  $\alpha(r) \equiv |g_{00}(r)|^{1/2} = [1 - (2GM/c^2 r)]^{1/2}$  — фактор красного смещения (излучение, обладающее на расстоянии  $r$  частотой  $\omega_1$ , при уходе «на бесконечность» будет иметь частоту  $\omega_2 = \alpha(r) \omega_1$ ). Поверхностную гравитацию  $\kappa = GM/r_g^2$  можно определить как значение на поверхности черной дыры величины  $\alpha(r) a(r)$ . Если вблизи черной дыры имеется равновесное (тепловое) излучение с локальной температурой  $T(r) \approx \hbar a(r)/2\pi k_B c$ , то «на бесконечности» (с учетом красного смещения) этому излучению отвечает температура  $T_{ч.д} = \hbar \kappa / 2\pi k_B c$ , что тождественно с (1.3).

ням, причем соответствующая температура  $T_a = \hbar a / 2\pi k_B c$ . Авторы настоящей статьи обратили внимание на то, что возбуждение с излучением давно известно на примере так называемого аномального эффекта Доплера (АЭД). В случае ускоренного «детектора» ситуация аналогична и вполне понятна. Достаточно ясна и причина возбуждения, характеризуемого именно температурой  $T_a$ , — этот результат связан с соблюдением принципа эквивалентности.

В настоящей статье — в этом и состоит ее цель — мы остановимся на обоих этих моментах, причем приведем также ряд вычислений \*). Для того чтобы эти вычисления не затемнили сути дела, уже здесь заметим следующее. Мы будем рассматривать некоторый «детектор» — атом, осциллятор и т. д. — с дискретными уровнями в трех системах отсчета: инерциальной, равномерно ускоренной и покоящейся в однородном гравитационном поле. Очевидно, если детектор находится на некотором уровне  $i$ , то энергия этого уровня  $E_i$  в разных системах отсчета различна, но сам факт пребывания детектора именно на уровне  $i$  не зависит от системы отсчета. То же относится к распределению ансамбля одинаковых детекторов по уровням. Далее, пусть рассматриваемый детектор в инерциальной системе имеет некоторое постоянное ускорение  $a$ , причем скорость детектора  $v = 0$  в момент  $t = 0$ . Тогда в равномерно ускоренной системе, с ускорением  $a$  относительно инерциальной, ускорение детектора всегда равно нулю, а его скорость также можно считать равной нулю. Для распределения детектора по уровням, как ясно из сказанного, расчет «с точки зрения» инерциальной или равномерно ускоренной систем отсчета должен приводить к одинаковому результату. В данном случае оказалось, однако, что в ряде случаев к цели проще ведет использование ускоренной системы отсчета; в такой системе легче, и к тому же в более общем виде, можно прийти к выводу о том, что функция распределения детектора является тепловой (больцмановской), причем с температурой (1.3). Аналогичным образом для описания поведения детектора, покоящегося в однородном гравитационном поле, удобно использовать систему отсчета, покоящуюся в этом поле. Для того чтобы убедиться в справедливости сказанного, в разделе 2 будет проведено квантование поля в плоском пространстве-времени (в М-пространстве) в инерциальной и в равномерно ускоренной системах отсчета, а также в однородном гравитационном поле. Затем в разделе 3 рассмотрено поведение равномерно ускоренного детектора и детектора, покоящегося в однородном гравитационном поле в системах отсчета, относительно которых эти детекторы покоятся. В разделе 4 процессы возбуждения и излучения равномерно ускоренного детектора рассмотрены в инерциальной системе отсчета. В разделе 5 мы остановимся на возбуждении детектора, движущегося в среде с постоянной, но сверхсветовой скоростью, когда эффект Доплера оказывается как нормальным, так и аномальным. Наконец, в разделе 6 будет обсужден вопрос о принципе эквивалентности при учете квантовых явлений.

## 2. ВАКУУМ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ МИНКОВСКОГО, РАССМАТРИВАЕМЫЙ В ИНЕРЦИАЛЬНОЙ И В РАВНОМЕРНО УСКОРЕННОЙ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА. ВАКУУМ В СТАТИЧЕСКОМ ОДНОРОДНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

### 2.1. К в а н т о в а я т е о р и я п о л я в и н е р ц и а л ь н о й с и с т е м е о т с ч е т а

Теория свободных (т.е. невзаимодействующих) квантовых полей в пространстве Минковского освещена во многих учебниках (см., например,<sup>26,27</sup>). Мы напомним здесь кратко лишь некоторые основные моменты этой теории на простейшем примере скалярного безмассового поля.

\*) В настоящем варианте статьи, за недостатком места, эти вычисления сведены к минимуму. Полный текст статьи публикуется в другом месте<sup>25</sup>.

Будем считать, что нам известна некоторая инерциальная система отсчета, и, несколько абстрагируясь, мы можем говорить о реализации пространства Минковского, в котором и будем работать (подробнее этот вопрос на классическом уровне обсуждать здесь неуместно; литературу см., например, в <sup>2</sup>). Положение любой частицы относительно этой инерциальной системы отсчета можно характеризовать декартовыми координатами  $X^\mu = (cT, X, Y, Z)$ . Элемент длины  $ds^2$  между двумя событиями  $X^\mu$  и  $X^\mu + dX^\mu$  в этих координатах записывается в виде (используем обозначения, в которых греческие индексы приобретают значения 0, 1, 2, 3, а латинские 1, 2, 3)

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dX^\mu dX^\nu = -c^2 dT^2 + dX^2 + dY^2 + dZ^2. \quad (2.1)$$

Подобную инерциальную систему иногда для краткости будем называть I-системой, а декартовы координаты  $X^\mu$  — координатами, связанными с I-системой.

Скалярное безмассовое поле  $\varphi$  в пространстве Минковского описывается уравнением

$$\square \varphi \equiv \eta^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial X^\mu} \frac{\partial}{\partial X^\nu} \varphi = 0. \quad (2.2)$$

Общее решение уравнения (2.2) записывается в виде

$$\varphi(X) = \int d^3k [\Phi_k(X) a_k + \bar{\Phi}_k(X) a_k^*], \quad (2.3)$$

где  $\bar{\Phi}_k(X) = \overline{\Phi_k(X)}$ ,  $k^\mu = (\omega_k/c, \mathbf{k})$ ,  $\omega_k = c|\mathbf{k}|$ , и

$$\Phi_k(X) = e^{-i\omega_k T} \tilde{\Phi}_k(X) = \hbar^{1/2} [(2\pi)^3 \cdot 2\omega_k]^{-1/2} e^{i\hbar_\mu X^\mu} \quad (2.4)$$

— положительно-частотные решения уравнения (2.2), а черта означает комплексное сопряжение. Можно сказать, что функциям  $\bar{\Phi}_k(X)$  отвечают отрицательные частоты  $-\omega_k$ . В классической теории  $a_k$  и  $a_k^* = \overline{a_k}$  — комплексно сопряженные функции, в квантовой теории  $\hat{a}_k$  и  $\hat{a}_k^* = (\hat{a}_k)^*$  — эрмитово сопряженные операторы, удовлетворяющие коммутационным соотношениям

$$\begin{aligned} [\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^*] &\equiv \hat{a}_k \hat{a}_{k'}^* - \hat{a}_{k'}^* \hat{a}_k = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \\ [\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}] &= [\hat{a}_k^*, \hat{a}_{k'}^*] = 0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Состояние поля, описываемое вектором в гильбертовом пространстве  $|0; M\rangle$ , определяемым соотношениями

$$\hat{a}_{\mathbf{k}} |0; M\rangle = 0 \quad (2.6)$$

является низшим по энергии состоянием. Все остальные состояния, возникающие при действии операторов  $\hat{a}_k^*$  на  $|0; M\rangle$ , обладают более высокой энергией и описывают «возбуждения» системы. Состояние  $|0; M\rangle$ , в котором отсутствуют какие-либо возбуждения, называют вакуумным. Состояния  $|1_k; M\rangle \equiv \hat{a}_k^* |0; M\rangle$  отвечают одночастичным состояниям, когда в пространстве Минковского имеется один квант поля  $\varphi$ , обладающий энергией  $\hbar\omega_k$  и импульсом  $\hbar\mathbf{k}$  и описываемый волновой функцией  $\Phi_k(X) = \langle 0; M | \hat{\varphi}(X) | 1_k; M \rangle$ . Аналогичным образом интерпретируются многочастичные состояния. Операторы  $\hat{a}_k^*$  и  $\hat{a}_k$  называют операторами рождения и уничтожения частиц в состояниях  $\Phi_k(X)$ .

Можно убедиться, что описанная схема квантования и, в частности, выбор вакуума являются пуанкаре-инвариантными, т.е. не зависят от конкретного выбора исходной инерциальной системы отсчета. Вакуум  $|0; M\rangle$  не изменится, если вместо разложения по плоским волнам (2.4) использовать разложение по любой другой полной системе решений уравнения (2.2) при



условии, что эти решения по-прежнему выбираются положительно-частотными по отношению к времени  $T$  в инерциальной системе отсчета. При этом, разумеется, сами решения можно записывать в любых, не обязательно декартовых координатах. Использование в качестве базисных решений, обладающих положительной частотой по отношению к времени  $T$ , гарантирует, что соответствующий вакуум является низшим по энергии состоянием системы и, следовательно, совпадает с вакуумом Минковского  $|0; M\rangle^*$ .

Совсем иное дело, если, используя криволинейную четырехмерную систему координат  $x^\mu$ , в которой  $x^0$  нелинейно зависит от  $X^0 = cT$ , производить разложение на положительно- и отрицательно-частотные решения относительно  $x^0$ . При таком квантовании, отвечающем в определенных условиях квантованию в неинерциальных системах отсчета, результаты (в частности, выбор вакуума) оказываются отличными от описанных выше, отвечающих квантованию в инерциальных системах отсчета. Подробнее об этом речь пойдет в разделе 2.3.

## 2.2. Равномерно ускоренная система отсчета и система отсчета, покоящаяся в однородном гравитационном поле

Опишем теперь свойства простейшей неинерциальной системы отсчета, а именно системы, равномерно ускоренной относительно инерциальной системы отсчета. С этой целью в пространстве Минковского введем новые координаты  $x^\mu = (\eta, \rho, y, z)$ , связанные с декартовыми координатами  $X^\mu = (cT, X, Y, Z)$  соотношениями

$$cT = \rho \operatorname{sh} \eta, \quad X = \rho \operatorname{ch} \eta, \quad Y = y, \quad Z = z. \quad (2.7)$$

Эти новые координаты покрывают часть  $R_+$  пространства Минковского, в которой  $X > c|T|$ . Границу  $R_+$  образуют две световые плоскости  $\mathcal{H}^+$  ( $X = cT$ ) и  $\mathcal{H}^-$  ( $X = -cT$ ). Координатные линии  $\eta(\rho, y, z = \text{const})$  являются гиперболами, асимптоты к которым — световые прямые на  $\mathcal{H}^+$  и  $\mathcal{H}^-$  (рис. 1). Представим себе, что вдоль такой координатной линии  $\eta$  движется некоторая частица. Для подобной частицы параметр  $\eta$  связан с ее собственным временем  $\tau$  соотношением (см. ниже, (2.9))  $\tau = \rho\eta c^{-1}$ , а ее 4-скорость  $u^\mu$  и 4-ускорение  $a^\mu$  в координатах  $X^\mu$  равны

$$u^\mu = (c \operatorname{ch} \eta, c \operatorname{sh} \eta, 0, 0), \quad (2.8)$$

$$a^\mu = (c^2 \rho^{-1} \operatorname{sh} \eta, c^2 \rho^{-1} \operatorname{ch} \eta, 0, 0).$$

Иными словами, такая частица в инерциальной системе движется с ускорением, направленным вдоль оси  $X$ , причем величина ускорения  $a \equiv |a_\mu a^\mu|^{1/2} = c^2 \rho^{-1}$  постоянна (равномерно ускоренное движение). По таким траекториям движутся, например, заряженные частицы в однородном постоянном электрическом поле, если их скорость направлена по полю \*\*).

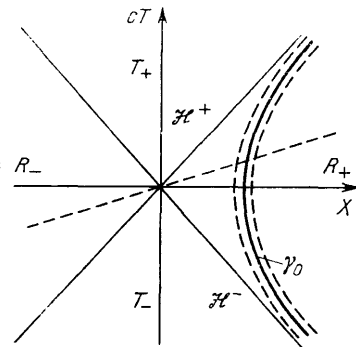


Рис. 1. Пространство-время Минковского.

$\gamma_0$  — мировая линия равномерно ускоренной частицы, движущейся вдоль оси  $X$ .  $\mathcal{H}^\pm$  — световые плоскости, описываемые уравнением  $cT \mp X = 0$  и делящие все пространство-время на четыре области:  $R_+$ ,  $R_-$ ,  $T_+$  и  $T_-$ , в каждой из которых можно ввести свои риндлеровские координаты. Равномерно ускоренная (A) система отсчета, связанная с частицей  $\gamma_0$ , покрывает область  $R_+$ .

\*) Более подробное обсуждение этих вопросов см., например, в <sup>25</sup>. Отдельные вопросы, связанные с квантованием, рассматриваются также в книге <sup>5</sup>.

\*\*) Если движение не происходит вдоль одного направления (в данном случае оси  $X$ ), но условие  $a = \text{const}$  выполнено, то речь идет о более общем типе ускоренного движения (см., например, <sup>5</sup>). Равномерно ускоренное движение иногда также называют равноускоренным или гиперболическим.

С подобной частицей можно связать жесткую равномерно ускоренную систему отсчета. Именно, представим себе, что частица «несет» стандартные часы и к ней прикреплены три жесткие линейки, направленные по осям  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ . Жесткость линеек означает, что их длина, измеренная в системе отсчета равноускоренной частицы, не изменяется со временем. В рассматриваемой ситуации сформулировать необходимые и достаточные условия жесткости тел не составляет труда. Действительно, зафиксируем положение  $X_0^\mu$  частицы в момент  $\eta_0$ . Тогда нетрудно убедиться, что геометрическое место точек (событий)  $X^\mu$ , одновременных с  $X_0^\mu$  с точки зрения ускоренного наблюдателя, совпадает с плоскостью, проходящей через  $X_0^\mu$  и через «линию»  $\rho = 0$ ; эта плоскость описывается уравнением  $\eta = \eta_0$  (см. рис. 1). Если  $x^\mu(\eta)$  — координаты конца линейки, начало которой закреплено в частице ( $x_0^\mu(\eta)$ ), то ее длина  $l$  равна

$$l = [(\rho - \rho_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{1/2}.$$

Поэтому, если мировые линии, описывающие начало и конец линейки, совпадают с координатными линиями времени  $\eta$ , то длина такой линейки постоянна и она является жесткой. Или, иными словами, физическая жесткость в рассматриваемом случае эквивалентна «координатной» жесткости, т.е. постоянству координат  $\rho$ ,  $y$ ,  $z$  начала и конца линейки; введенная система отсчета является невращающейся.

Можно считать, что система координат  $x^\mu$  представляет собой каноническую реализацию равноускоренной системы отсчета в том же смысле, в котором декартова система координат  $X^\mu$  связана с инерциальной системой отсчета. Введенную равномерно ускоренную систему отсчета мы будем кратко называть А-системой.

Обратим здесь внимание также на одно довольно важное свойство жестких ускоренно движущихся тел (линеек и т.п.): разные их точки движутся с разными ускорениями. Чтобы убедиться в этом, достаточно рассмотреть две точки этого тела, обладающие разными координатами  $\rho$ . Точки с большим значением  $\rho$  движутся с меньшим ускорением. Это приводит, в частности, к тому, что максимальный размер жесткого ускоренного тела в направлении, противоположном ускорению, отсчитываемый от выбранной точки, движущейся с ускорением  $a$ , не может превосходить величины  $c^2 a^{-1}$  ( $c^2 a^{-1}$  есть расстояние в собственной системе отсчета А от гиперболы до начала координат; см. рис. 1). Чтобы избежать недоразумений, подчеркнем, что под ускорением некоторой равноускоренной системы отсчета мы всегда будем иметь в виду ускорение  $a$  частицы, с которой эта система, отсчета связана; рассматривая ускоренные тела (атомы и т.д.), будем считать их размеры в направлении, определяемом векторами ускорения  $a$ , много меньшими  $c^2 a^{-1}$ .

Имея в виду приводимое ниже (см. раздел 6) обсуждение принципа эквивалентности в связи с квантовыми эффектами в ускоренных системах отсчета, опишем здесь также систему отсчета, покоящуюся в однородном статическом гравитационном поле (более подробное обсуждение этого вопроса см., например, в <sup>28-31</sup>). Прежде всего заметим, что элемент длины (2.1) в координатах  $x^\mu$  принимает вид

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -\rho^2 d\eta^2 + d\rho^2 + dx^2 + dy^2. \quad (2.9)$$

Можно считать, что эта метрика  $g_{\mu\nu}$  описывает статическое однородное гравитационное поле. Часто вместо  $\rho$  и  $\eta$  используют связанные с ними координаты  $x = \rho - c^2 a^{-1}$ ,  $\tau = c\eta a^{-1}$ , в которых метрика (2.9) принимает вид

$$ds^2 = -(1 + c^{-2}ax)^2 c^2 d\tau^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (2.10)$$

Тело, покоящееся под действием каких-то «внешних сил» в точке  $x = 0$  ( $\rho = c^2 a^{-1}$ ), в этом статическом гравитационном поле имеет 4-ускорение, равное  $a$ . Поэтому  $\mathbf{g} = -\mathbf{a}$  есть ускорение свободного падения в этой точке относительно выбранного покоящегося тела. В ньютоновском приближении,

когда  $|\varphi|/c^2 \ll 1$ ,

$$-g_{00} = 1 + 2c^{-2}\varphi, \quad (2.11)$$

где  $\varphi$  — ньютоновский потенциал. Сопоставляя (2.10) с (2.11), мы видим, что метрика (2.10) отвечает случаю однородного гравитационного поля в ньютоновском приближении с потенциалом

$$\varphi = -g\mathbf{r} = |g|x, \quad \mathbf{r} = (x, y, z). \quad (2.12)$$

С телом, покоящимся в точке  $(\rho, y, z)$ , можно связать жесткую систему отсчета точно так же, как это было сделано для равномерно ускоренной частицы. Эту систему отсчета будем называть системой отсчета, покоящейся в однородном статическом гравитационном поле, или, кратко, G-системой.

Особенно наглядный смысл G-система отсчета имеет в том случае, когда статическое гравитационное поле создается массивным тяготеющим телом. Например, можно рассматривать гравитационное поле вблизи поверхности Земли, Солнца, нейтронной звезды и т.д. В области с размерами  $l \ll L$ , где  $L$  — характерный радиус кривизны пространства-времени, для описания гравитационного поля такого массивного источника можно использовать метрику (2.10), причем G-система отсчета выделяется тем свойством, что она неподвижна относительно поверхности массивного тела (например, нейтронной звезды).

Нетрудно ввести координаты, аналогичные (2.7), и в остальных трех квадрантах  $M$ :  $R_-$ ,  $T_+$  и  $T_-$  (см. рис. 1). Связь этих координат (которые мы также будем обозначать через  $\eta, \rho, y, z$ ) с декартовыми во всех четырех областях можно записать в виде

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} cT &= \varepsilon \rho \operatorname{sh} \eta, & X &= \varepsilon \rho \operatorname{ch} \eta, \\ Y &= y, & Z &= z \end{aligned} \right\} & \text{ в } R_\varepsilon: \varepsilon X > c|T|, \\ \left. \begin{aligned} cT &= \varepsilon \rho \operatorname{ch} \eta, & X &= \varepsilon \rho \operatorname{sh} \eta, \\ Y &= y, & Z &= z \end{aligned} \right\} & \text{ в } T_\varepsilon: \varepsilon cT > |X|, \end{aligned} \quad (2.13)$$

где  $\varepsilon = \pm 1$ . Введенные координаты  $(\eta, \rho, y, z)$  использовались в работе Риндлера<sup>30</sup>, и их принято называть риндлеровскими. Сдвигам  $\eta \rightarrow \eta + \psi$  в этих координатах отвечают преобразования Лоренца в пространстве Минковского вида

$$cT' = cT \operatorname{ch} \psi + X \operatorname{sh} \psi, \quad X' = cT \operatorname{sh} \psi + X \operatorname{ch} \psi. \quad (2.14)$$

Эти преобразования являются преобразованиями симметрии, и, согласно теореме Нётер, им отвечает определенный закон сохранения. В рассматриваемом случае соответствующую сохраняющуюся величину, часто называемую риндлеровской энергией (обозначим ее  $K$ ), можно записать в виде

$$K = K^{(+)} + K^{(-)}, \quad K^{(\varepsilon)} = \varepsilon \int_{R_\varepsilon}^{\eta=\text{const}} T_{\eta\rho}^\eta d^3x; \quad (2.15)$$

здесь  $T_\mu^\nu$  — тензор энергии-импульса поля.

### 2.3. Квантовая теория поля в равномерно ускоренной системе отсчета

В настоящее время имеется большое количество работ, посвященных построению квантовой теории физических полей в равномерно ускоренной системе отсчета; среди них отметим<sup>18–23, 32–45</sup> (некоторые дополнительные ссылки будут приведены ниже).

Сейчас, следуя принятому нами порядку изложения, остановимся на основных моментах квантовой теории поля в равномерно ускоренной системе отсчета на примере скалярного безмассового поля  $\varphi$ . Пусть  $x^\mu = (\eta, \rho, y, z)$  — риндлеровы координаты, покрывающие область  $R_\varepsilon$  ( $\varepsilon = \pm$ ), связь которых

с декартовыми координатами дается соотношением (2.13). Нетрудно убедиться, что функции

$$\begin{aligned} u_{\nu\mathbf{q}}^{(\varepsilon)}(x) &= e^{-i\varepsilon\nu\eta} U_{\nu\mathbf{q}}(x), \quad \nu \geq 0, \\ U_{\nu\mathbf{q}}(x) &= \left(\frac{\hbar}{c}\right)^{1/2} \frac{\text{sh}^{1/2}(\pi\nu)}{2\pi^2} e^{i\varepsilon\mathbf{q}\mathbf{z}} K_{i\nu}(q\rho) \end{aligned} \quad (2.16)$$

являются решениями уравнения  $\square\varphi = 0$  в области  $R_\varepsilon$ . (Здесь и далее для удобства мы используем следующие обозначения:  $\mathbf{z} = (y, z)$  — двумерный вектор в плоскости  $y, z$ ,  $\mathbf{q} = (q_y, q_z)$ ,  $\mathbf{q}\mathbf{z} = q_y y + q_z z$ ,  $q = (q_y^2 + q_z^2)^{1/2}$ ,  $K_\nu(\xi)$  — функция Мак-Дональда.) Для действительных значений  $\nu$  и  $\xi$  функция  $K_{i\nu}(\xi)$  является действительной и удовлетворяет условию  $K_{-i\nu}(\xi) = K_{i\nu}(\xi)$ . Отметим, что в  $R_\varepsilon$  риндлеровская частота  $\nu$  связана с собственной частотой  $\omega$  в равномерно ускоренной (с ускорением  $a$ ) системе отсчета (т.е. с частотой  $\omega$  по отношению к стандартным часам в этой системе) соотношением  $\omega = \varepsilon a \nu c^{-1}$ . Очевидно, что введенные решения обладают положительной частотой по отношению к собственному времени  $\tau = \varepsilon \eta a^{-1}$  в этой системе отсчета.

Функции  $u_{\nu\mathbf{q}}^{(\pm)}$ , заданные соотношением (2.16) в  $R_+$  области, можно распространить на все пространство Минковского  $M$  как решения уравнения  $\square\varphi = 0$ , потребовав, чтобы в области  $R_-$  эти решения обращались в 0. Аналогичным образом, полагая, что  $u_{\nu\mathbf{q}}^{(-)} = 0$  в  $R_+$ , можно определить в  $M$  решения  $u_{\nu\mathbf{q}}^{(\pm)}$ .

Используя введенные базисные функции, образующие полную систему \*), можно записать разложение оператора  $\hat{\varphi}$  по ним в следующем виде:

$$\hat{\varphi}(x) = \sum_{\varepsilon=\pm} \int_0^\infty d\nu \int d\mathbf{q} [u_{\nu\mathbf{q}}^{(\varepsilon)}(x) \hat{b}_{\nu\mathbf{q}}^{(\varepsilon)} + \bar{u}_{\nu\mathbf{q}}^{(\varepsilon)}(x) \hat{b}_{\nu\mathbf{q}}^{(\varepsilon)*}], \quad (2.17)$$

где  $\bar{u}_{\nu\mathbf{q}}^{(\varepsilon)} \equiv \overline{u_{\nu\mathbf{q}}^{(\varepsilon)}}$ . Иногда оказывается удобным (и мы этим будем пользоваться) обозначить совокупность индексов  $\nu\mathbf{q}$  коллективным индексом  $J$  и использовать запись

$$\sum_J \equiv \int_0^\infty d\nu \int d\mathbf{q}, \quad \delta_{JJ'} \equiv \delta(\nu - \nu') \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}'). \quad (2.18)$$

В этих обозначениях соотношение (2.17) принимает вид

$$\hat{\varphi}(x) = \sum_\varepsilon \sum_J (u_J^{(\varepsilon)}(x) \hat{b}_J^{(\varepsilon)} + \bar{u}_J^{(\varepsilon)}(x) \hat{b}_J^{(\varepsilon)*}). \quad (2.19)$$

Нетрудно убедиться, что операторы  $\hat{b}_J^{(\varepsilon)*}$  и  $\hat{b}_J^{(\varepsilon)}$  удовлетворяют стандартным перестановочным соотношениям для операторов рождения и уничтожения

$$\begin{aligned} [\hat{b}_J^{(\varepsilon)}, \hat{b}_{J'}^{(\varepsilon')*}] &= \delta_{\varepsilon\varepsilon'} \delta_{JJ'}, \\ [\hat{b}_J^{(\varepsilon)}, \hat{b}_{J'}^{(\varepsilon')}] &= [\hat{b}_J^{(\varepsilon)*}, \hat{b}_{J'}^{(\varepsilon')*}] = 0. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Отметим, что, хотя для определенности мы рассматриваем скалярное безмассовое поле, полученные соотношения вида (2.19) — (2.20) справедливы и для других бозонных полей с тем отличием, что  $\hat{\varphi}$ ,  $u_J^{(\varepsilon)}$  и  $\bar{u}_J^{(\varepsilon)}$  — не скалярные, а векторные или тензорные функции, удовлетворяющие соответствующим полевым уравнениям, а индекс  $J$  наряду с  $\nu$  и  $\mathbf{q}$  содержит допол-

\*) О полноте системы функций  $u_{\nu\mathbf{q}}^{(\varepsilon)}$ ,  $\bar{u}_{\nu\mathbf{q}}^{(\varepsilon)}$  см., например, <sup>45</sup>. Часто в качестве базиса оказывается удобным использовать не решения  $u_{\nu\mathbf{q}}^{(\varepsilon)}$ ,  $\bar{u}_{\nu\mathbf{q}}^{(\varepsilon)}$ , а построенную из них полную систему решений типа волновых пакетов, обладающих, в частности, регулярным поведением в окрестности горизонтов  $H^\pm$  (см., например, <sup>22</sup>).

нительные квантовые числа (например, для безмассовых полей со спином, отличным от нуля, имеется в виду спиральность).

С помощью разложения (2.19) можно показать, что оператор  $\hat{K}$ , отвечающий риндлеровской энергии  $K$  (см. (2.15)), можно записать в виде

$$\hat{K} = \hat{K}^{(+)} + \hat{K}^{(-)}, \quad \hat{K}^{(\varepsilon)} = \sum_j \varepsilon \nu \hat{b}_j^{(\varepsilon)*} \hat{b}_j^{(\varepsilon)}. \quad (2.21)$$

Определим, наконец, риндлеровский вакуум  $|0; R\rangle$  как состояние, в котором отсутствуют риндлеровские кванты:

$$\hat{b}_j^{(\varepsilon)} |0; R\rangle = 0. \quad (2.22)$$

Полное фоковское пространство  $H$  риндлеровских состояний возникает в результате действия операторов рождения риндлеровских частиц  $\hat{b}_j^{(\varepsilon)*}$  на  $|0; R\rangle$ .

Для точек  $x$ , лежащих в одной из областей  $R_{\pm}$  (для определенности будем, например, считать, что это область  $R_+$ ), в разложении оператора  $\hat{\phi}(x)$  достаточно ограничиться лишь теми слагаемыми, для которых  $\varepsilon$  имеет соответствующий знак (+). В соответствии с этим можно определить состояние  $|0; R_+\rangle$  соотношениями  $\hat{b}_j^{(+)} |0; R_+\rangle = 0$  и построить фоковское пространство  $H^{(+)}$  посредством действия операторов  $\hat{b}_j^{(+)*}$  на  $|0; R_+\rangle$ . Оператор  $\hat{K}^{(+)}$  можно рассматривать как гамильтониан в этом пространстве состояний. Аналогично строятся пространство  $H^{(-)}$  и гамильтониан  $\hat{K}^{(-)}$ . Полное фоковское пространство состояний  $H$ , как говорят математики, является тензорным произведением пространств  $H^{(+)}$  и  $H^{(-)}$ . В соответствии с этим мы иногда будем записывать риндлеровский вакуум  $|0; R\rangle$  в следующем виде:  $|0; R\rangle = |0; R_+\rangle |0; R_-\rangle$ .

Введенную систему функций  $u_j^{(\varepsilon)}$ ,  $\bar{u}_j^{(\varepsilon)}$  можно разложить по плоским волнам (2.4). Верно и обратное: плоские волны (2.4) могут быть записаны в виде разложения по риндлеровским модам. Используя эти разложения и представления (2.13) и (2.17) для оператора  $\hat{\phi}$ , можно установить связь между операторами  $\hat{a}_k$  и  $\hat{a}_k^*$ , с одной стороны, и операторами  $\hat{b}_j^{(\varepsilon)}$  и  $\hat{b}_j^{(\varepsilon)*}$  — с другой. Эта связь имеет относительно сложный вид, и мы не будем проводить здесь явные формулы (их можно найти, например, в <sup>21</sup>). Отметим сейчас лишь, что вакуум  $|0; M\rangle$ , определяемый в инерциальной системе отсчета уравнениями (2.6), удовлетворяет соотношениям

$$(e^{\pi\nu/2} \hat{b}_{\nu q}^{(\varepsilon)} - e^{-\pi\nu/2} \hat{b}_{\nu q}^{(-\varepsilon)*}) |0; M\rangle = 0, \quad (2.23)$$

причем это справедливо как при  $\varepsilon = +$ , так и при  $\varepsilon = -$ . Для доказательства этого достаточно убедиться, что функции

$$e^{\pi\nu/2} u_{\nu q}^{(\varepsilon)} + e^{-\pi\nu/2} \bar{u}_{\nu q}^{(-\varepsilon)}$$

при разложении по плоским волнам (2.4) содержат только положительные частоты относительно времени  $T$  в инерциальной системе отсчета (более подробно об этом см. <sup>21</sup>).

Соотношение (2.23) показывает, что обычный вакуум в пространстве Минковского  $|0; M\rangle$  (см. (2.6)) не совпадает с риндлеровским вакуумом  $|0; R\rangle$  (см. (2.22)). Более того, соотношение (2.23) позволяет найти разложение  $|0; M\rangle$  по базису многочастичных риндлеровских состояний. Именно, можно показать, что <sup>21</sup>

$$|0; M\rangle = \prod_J \sum_{n_J=0}^{\infty} c_J e^{-\pi n_J \nu} |n_J; R_+\rangle |n_J; R_-\rangle, \quad c_J = (1 - e^{-2\pi\nu})^{-1/2}. \quad (2.24)$$

Для описания физически измеримых величин рассматривают, в частности, средние значения операторов, описывающих наблюдаемые величины, в выбранном квантовом состоянии. Пусть  $\hat{Q}$  — такой оператор, и рассмотрим величину  $\langle \hat{Q} \rangle_M \equiv \langle M; 0 | \hat{Q} | 0; M \rangle$ , т.е. среднее значение  $\hat{Q}$  в вакууме Минковского. Обычный способ вычисления  $\langle \hat{Q} \rangle_M$  состоит в подстановке вместо оператора  $\hat{\phi}$ , от которого зависит  $\hat{Q}$  (мы предполагаем, что  $\hat{Q}$  — функция  $\hat{\phi}$ ), его разложения (2.3) с последующим использованием коммутационных соотношений (2.5). Можно, однако, поступить по-другому, используя другой — риндлеровский базис; для этой цели нужно воспользоваться разложением (2.19), коммутационными соотношениями (2.20) и выражением (2.24) для  $|0; M\rangle$ . Разумеется, результаты этих двух вычислений величины  $\langle \hat{Q} \rangle_M$  совпадут. Рассмотрим, однако, несколько подробнее второй способ вычислений в том частном случае, когда оператор наблюдаемой  $\hat{Q} = \hat{Q}^{(+)}$  не зависит от значений поля  $\hat{\phi}(x)$  вне области  $R_+$ . Очевидно, что в этом случае наблюдаемая  $\hat{Q}^{(+)}$  зависит лишь от  $\hat{b}_j^{(+)}$  и  $\hat{b}_j^{(+)*}$  и не содержит зависимости от  $\hat{b}_j^{(-)}$  и  $\hat{b}_j^{(-)*}$ . Это позволяет после подстановки вместо  $|0; M\rangle$  выражения (2.24) произвести частичное усреднение по  $|n_j; R_-\rangle$ -состояниям. В результате этого усреднения выражение для  $\langle \hat{Q}^{(+)} \rangle_M$  приводится к следующему виду \*):

$$\langle \hat{Q}^{(+)} \rangle_M = \text{Sp}_{(+)}(\hat{\rho}^{(+)} \hat{Q}^{(+)}), \quad (2.25)$$

где

$$\hat{\rho}^{(+)} = \rho_0 e^{-2\pi \hat{K}^{(+)}} \equiv \rho_0 e^{-\hat{K}_a^{(+)/k} T_a}; \quad (2.26)$$

здесь  $\hat{K}_a^{(+)} = \hbar a c^{-1} \hat{K}^{(+)}$ ,  $\hat{K}^{(+)}$  — оператор риндлеровской энергии, определяемый соотношением (2.21),  $\rho_0 = \prod_j [1 - \exp(-2\pi \nu_j)]$  — нормировочная постоянная, а значение  $T_a$  равно

$$T_a = \frac{\hbar a}{2\pi k_B c}. \quad (2.27)$$

Операция взятия следа в (2.25) проводится в пространстве  $H^{(+)}$ .

Подчеркнем, что возникновение матрицы плотности  $\hat{\rho}^{(+)}$  в задаче вычисления средних значений оператора  $\hat{Q}^{(+)}$  в чистом состоянии  $|0; M\rangle$  обусловлено тем, что выбранная наблюдаемая  $\hat{Q}^{(+)}$  фактически зависит лишь от состояний некоторой выделенной подсистемы рассматриваемой полной системы. В соответствии с правилами квантовой механики состояние такой подсистемы описывается матрицей плотности. Более того, из соотношений (2.26) и (2.27) следует, что и сама матрица плотности  $\hat{\rho}^{(+)}$  отвечает чернотельному излучению с температурой  $T_a$ .

Итак, до тех пор пока речь идет о вычислении значений локальных наблюдаемых, зависящих только от поля  $\hat{\phi}$  в области  $R_+$ , результат вычисления вакуумного среднего для этой наблюдаемой в вакууме Минковского совпадает с результатом вычисления ее в тепловом газе риндлеровских частиц (или, лучше сказать, квазичастиц) с температурой (2.27). Если учесть, что траектории «детекторов», покоящихся в равноускоренной системе отсчета, все время остаются в  $R_+$ -области, то можно ожидать, что результаты измерений, производимых над полем  $\hat{\phi}$  в равномерно ускоренной системе отсчета, будут приводить к таким же результатам, как измерения в соответ-

\*) Подробный вывод этого соотношения см., например, в <sup>25</sup>.

ствующем термостате с температурой  $T_a$ , покоящемся в этой равномерно ускоренной системе отсчета. Иными словами, вакуум Минковского в ускоренной системе отсчета проявляет себя как газ риндлеровских квантов соответствующего поля, нагретый до температуры  $T_a$ . Подчеркнем, что этот вывод, основанный в конечном счете на соотношении (2.23), не связан с конкретным видом рассматриваемого поля и носит общий характер.

Следует сразу же подчеркнуть, что, хотя распределение по «энергии»  $\hbar\omega = \hbar\gamma ac^{-1}$  риндлеровских квантов имеет в рассматриваемом состоянии тепловой характер, волновые функции  $u_{\nu\mathbf{q}}^{(+)}$  существенно отличны от плоских волн. Это отличие связано с тем, что свободные кванты в пространстве Минковского относительно ускоренной системы отсчета движутся с ускорением, т.е. так, как будто на них действует сила (сила инерции). Это приводит к тому, что сравнение теплового газа риндлеровских частиц с состоянием в термостате законно, только при той дополнительной оговорке, что этот термостат и его содержимое находятся в поле внешних сил (сил «инерции») или, как это будет показано в следующем разделе 2.4, в однородном статическом гравитационном поле.

#### 2.4. Вакуум в статическом однородном гравитационном поле

Схема квантования, развитая в предыдущем разделе 2, в применении к равноускоренной системе отсчета формально может быть во многом перенесена на случай квантовой теории поля в статическом однородном гравитационном поле. Сейчас мы кратко опишем эту теорию, оставляя пока в стороне обсуждение более тонких вопросов о формулировке принципа эквивалентности для квантовых явлений. К этому вопросу вернемся в разделе 6.

Напомним, что метрика однородного гравитационного поля в координатах  $x = (\eta, \rho, y, z)$ , связанных с G-системой отсчета, имеет вид (2.9). Для построения квантовой теории скалярного поля в этой системе отсчета используем разложение оператора поля  $\hat{\varphi}(x)$  вида

$$\hat{\varphi}(x) = \int_0^\infty d\nu \int d\mathbf{q} (u_{\nu\mathbf{q}}(x) \hat{c}_{\nu\mathbf{q}} + \bar{u}_{\nu\mathbf{q}}(x) \hat{c}_{\nu\mathbf{q}}^*), \quad (2.28)$$

где

$$u_{\nu\mathbf{q}}(x) = e^{-i\nu\eta} U_{\nu\mathbf{q}}(x) = \left(\frac{\hbar}{c}\right)^{1/2} \frac{\text{sh}^{1/2}(\pi\nu)}{2\pi^2} \exp(-i\nu\eta + i\mathbf{q}\mathbf{z}) K_{i\nu}(q\rho), \quad \nu > 0, \quad (2.29)$$

а операторы рождения  $\hat{c}_{\nu\mathbf{q}}^*$  и уничтожения  $\hat{c}_{\nu\mathbf{q}}$  удовлетворяют стандартным перестановочным соотношениям. Определим вакуум  $|0; B\rangle$  в однородном гравитационном поле условиями

$$\hat{c}_{\nu\mathbf{q}} |0; B\rangle = 0. \quad (2.30)$$

Формально такая схема квантования ничем, кроме очевидного переобозначения  $\hat{b}_{\nu\mathbf{q}}^{(+)} \rightarrow \hat{c}_{\nu\mathbf{q}}^{(-)}$ ,  $\hat{b}_{\nu\mathbf{q}}^{(+)*} \rightarrow \hat{c}_{\nu\mathbf{q}}^{+}$ ,  $|0; R_+\rangle \rightarrow |0; B\rangle$ , не отличается от схемы квантования в равноускоренной системе отсчета. Заметим, однако, что вопрос о квантовании в однородном гравитационном поле, так же как и вопрос о реализации G-системы отсчета, приобретает реальное физическое значение в том случае, когда имеется массивное тело, создающее подобное поле. При этом метрика (2.9) описывает гравитационное поле вне этого тела (при  $\rho > \rho_0$ , если  $\rho = \rho_0$  — уравнение границы тела). Конечно же, в реальной ситуации, когда тело имеет хотя и большой, но ограниченный размер, метрика (2.9) является приближенной, справедливой в области с размером  $l \ll L$ , где  $L$  — характерный радиус кривизны пространства-времени. Внутри

тела метрика имеет уже другой вид. Из-за изменения метрики и граничных условий волновые функции  $u_{\nu\mathbf{q}}(x)$ , используемые для разложения оператора  $\hat{\Phi}(x)$ , изменяются и не совпадают, вообще говоря, с (2.29). Существенно, однако, что если поле статическое, то сохраняет смысл разложение вида (2.28) по положительно- и отрицательно-частотным функциям относительно «времени»  $\eta$ . Состояние  $|0; B\rangle$ , определяемое в статическом гравитационном поле общего вида соотношениями (2.3), получило название вакуума Бульвара. Для этого состояния энергия квантованного поля, вычисляемая с уче-

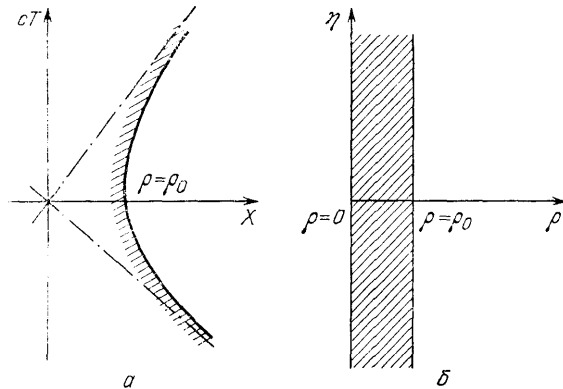


Рис. 2. Пространство-время в системе отсчета, покоящейся в однородном статическом гравитационном поле (G-система).

Область, занимаемая веществом, создающим гравитационное поле ( $0 \leq \rho \leq \rho_0$ ), заштрихована

том работы гравитационного поля, минимальна. (Сам Бульвар рассматривал подобные вакуумные состояния при описании квантовых эффектов в гравитационном поле статических черных дыр<sup>46-48</sup>.) Более подробно об определении и свойствах вакуума в статическом гравитационном поле см.<sup>15, 16</sup> и приведенную там литературу; см. также<sup>49</sup>.

Особо подчеркнем, что в том случае, когда статическое гравитационное поле порождается статическим массивным телом, области пространства-времени, отличные от  $R_+$ , отсутствуют (рис. 2). Поэтому нет необходимости

вводить дополнительные решения (аналогичные  $u_{\nu\mathbf{q}}^{(-)}$ ). Подобные (дополнительные) области в пространстве-времени возникают, когда массивное тело, создающее гравитационное поле, неустойчиво и в результате его сжатия (коллапса) возникает черная дыра. Вопрос об определении вакуума в гравитационном поле черной дыры неоднократно и подробно исследовался в литературе (подробное изложение этого вопроса и ссылки на соответствующие работы можно найти, например, в<sup>16, 21, 50</sup>).

В заключение этого раздела отметим, что полное пространство состояний в статическом однородном гравитационном поле порождается, как обычно, действием операторов рождения  $\hat{c}_{\nu\mathbf{q}}^*$  на вакуум  $|0; B\rangle$ . Можно также рассматривать различные смешанные состояния. Примером такого рода является состояние, описываемое матрицей плотности

$$\hat{\rho}_\theta = \rho_\theta^{(0)} \exp \left[ - \sum_J \hbar \omega_J \hat{c}_J^* \hat{c}_J (k_B \theta)^{-1} \right], \quad (2.31)$$

где  $\omega_J = |g| v_J c^{-1}$  — частота моды  $J$ , измеренная в G-системе отсчета, в которой ускорение свободного падения равно  $g$ . Это распределение описывает равновесный газ чернотельного излучения безмассовых скалярных частиц, причем произвольный параметр  $\theta$  имеет смысл температуры этого газа, измеренной в G-системе отсчета. Напомним, что локальная температура  $\theta_{\text{loc}}$  равновесного газа излучения в статическом гравитационном поле зависит от точки так, что постоянной является величина  $\theta_{\text{loc}}(x) |g_{00}(x)|^{1/2}$ . Поэтому для фиксации значения этой температуры: следует указать точку, в которой она рассматривается. В нашем случае это начало координат  $x = \rho = c^2 |g|^{-1} = 0$  системы, т.е.  $\theta$  — температура в этой точке. Отметим, что в частном случае при  $\theta = T_a$  матрица плотности (2.31) совпадает с (2.26), если положить  $g = -a$ ,  $\hat{c}_J = \hat{b}_J^{(+)}$ ,  $\hat{c}_J^* = \hat{b}_J^{(+)*}$ . Состояние в однородном статическом гравитационном поле, описываемое такой матрицей плот-



ности, называют «вакуумом» Хартля — Хокинга и обозначают  $|0; H\rangle^*$ . В случае однородного поля  $a = c^2\rho^{-1}$ , и поэтому в таком состоянии  $|0; H\rangle$  равенство  $\theta_{\text{loc}}(x) = T_{a(x)}$  выполняется не только в начале G-системы отсчета, но и во всем пространстве.

### 3. ДЕТЕКТОРЫ, ПОКОЯЩИЕСЯ В РАВНОМЕРНО УСКОРЕННОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА И В СТАТИЧЕСКОМ ОДНОРОДНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

#### 3.1. Модельное описание детектора

До сих пор наше внимание было сосредоточено на описании состояния квантованного поля. Различные описания одного и того же физического состояния (в частности, вакуума в пространстве Минковского  $|0; M\rangle$ ) в различных системах отсчета заслуживают изучения сами по себе, но реальный физический интерес они приобретают в связи с задачей о взаимодействии ускоренно движущихся тел («детекторов») с соответствующим квантованным полем. Специфика таких задач (мы будем в дальнейшем иметь в виду, если не оговорено противное, только равномерно ускоренные детекторы) состоит в том, что для описания состояния тел удобно использовать равноускоренную систему отсчета, в то время как для описания вакуума квантованного поля, с которым тело взаимодействует, более удобна инерциальная система отсчета. При этом, разумеется, если речь идет о вычислении каких-либо инвариантных величин, ответ не зависит от выбора той или иной системы отсчета. В конечном счете выбор такой системы — это вопрос удобства. Конкретно, если нас интересует, как изменяется со временем состояние тела в результате взаимодействия с полем, то удобно рассматривать этот процесс в равноускоренной системе отсчета. Изменение состояния поля излучения более просто описывается в инерциальной системе отсчета.

В настоящем разделе 3 мы рассмотрим поведение равномерно ускоренного «детектора» и поведение «детектора», покоящегося в однородном статическом гравитационном поле. Под «детектором» мы (как это обычно и принято) понимаем тело («систему») с внутренними степенями свободы такую, что при взаимодействии с рассматриваемым квантованным полем происходит изменение состояния этих внутренних степеней свободы. В принципе роль детектора могут выполнять молекулы, атомы и т.п. Мы, однако, вначале не будем исходить из какой-либо конкретной реализации детекторов и опишем некоторые общие особенности их поведения, оставляя до конца раздела рассмотрение вопроса о возможности использования в качестве таких детекторов реальных физических объектов (ионов, элементарных частиц и т.д.). Поскольку вопрос о поведении равномерно ускоренного детектора неоднократно (начиная с работы Унру<sup>18</sup>) и подробно рассматривался в литературе (см., например, <sup>19–22</sup> и приведенные в этих работах ссылки), приведем здесь необходимые сведения лишь кратко.

Пусть тело, которое мы будем рассматривать в качестве детектора, первоначально покоится в инерциальной системе отсчета, имеет набор дискретных уровней энергии и находится в некотором стационарном состоянии  $|i\rangle$ . Конечно же, если это состояние неосновное, а покоящийся детектор взаимодействует с квантованным полем, то возможны переходы и строго стационарное состояние невозможно. Не будем пока рассматривать эти процессы, считая, что взаимодействие детектора с полем слабое, и формально положим

\*) В работе Хартля и Хокинга<sup>51</sup> рассматривалось состояние квантованного поля, находящегося в равновесии с черной дырой. Если черная дыра не вращается, то в таком состоянии вдали от черной дыры имеется центральное излучение с температурой  $T_{\text{ч.д}}$  (см. (1.2)). Соответствующее состояние получило название «вакуума Хартля — Хокинга». В пределе однородного поля это состояние совпадает с введенным нами состоянием  $|0; H\rangle$ . Более подробно об этом см. в <sup>52</sup>. (см. также <sup>16, 26</sup>).

константу, характеризующую это взаимодействие, равной нулю. Иными словами, мы опишем сначала состояние детектора, а взаимодействие его с полем учтем в качестве возмущения. Приведем теперь детектор в состояние равноускоренного (с ускорением  $a$ ) движения. Если процесс ускорения происходит адиабатически, то уровни, отличные от  $i$ , не возбуждаются и система по-прежнему будет находиться в состоянии  $|i\rangle$ . Поскольку детектор движется ускоренно, на него, очевидно, должна действовать внешняя сила, которая до известной степени его деформирует. При этом деформируются, вообще говоря, волновые функции, описывающие стационарные состояния, и изменяются сами уровни энергии детектора. Будем, однако, считать, что эти уровни остаются дискретными — им в рассматриваемой ниже равномерно ускоренной системе отсчета, где детектор покоится, отвечают значения риндлеровской энергии  $E_i$ , а волновые функции  $|i\rangle$  в этом состоянии характеризуются временной зависимостью  $\exp(-iE_i\tau/\hbar) = \exp(-i\varepsilon_i\eta)$ , где  $\varepsilon_i = cE_i/\hbar a$ ,  $\tau$  — собственное время в равноускоренной системе отсчета, а  $\eta = a\tau/c$  — риндлеровское время. Что касается пространственного поведения волновых функций детектора, то ограничимся лишь предположением, что размеры детектора много меньше величины  $c^2 a^{-1}$  и, в соответствии с этим, волновые функции заметно отличны от нуля лишь в некоторой окрестности мировой линии  $\rho = \rho_0 = c^2 a^{-1}$ , размер  $l$  которой (в собственной системе отсчета) удовлетворяет условию  $l \ll c^2 a^{-1}$ .

Пусть  $\hat{K}_D^{(+)}$  — гамильтониан, описывающий эволюцию невзаимодействующего детектора при изменении риндлеровского времени  $\eta$ ; тогда

$$\hat{K}_D^{(+)}|i\rangle = \varepsilon_i|i\rangle. \quad (3.1)$$

При условии, что состояния детектора ортогональны и образуют полную систему, т.е.

$$\langle i|j\rangle = \delta_{ij}, \quad \sum_i |i\rangle\langle i| = I, \quad (3.2)$$

этот гамильтониан записывается в виде

$$\hat{K}_D^{(+)} = \sum_i \varepsilon_i |i\rangle\langle i|. \quad (3.3)$$

Определим  $\hat{d}_i^*$  и  $\hat{d}_i$  как операторы рождения и уничтожения состояния  $|i\rangle$  детектора, полагая

$$\hat{d}_i^* \hat{d}_j \equiv |i\rangle\langle j|, \quad (3.4)$$

тогда гамильтониан детектора (3.3) в используемом представлении вторичного квантования записывается в виде (см., например, <sup>55</sup>)

$$\hat{K}_D^{(+)} = \sum_i \varepsilon_i \hat{d}_i^{(*)} \hat{d}_i \quad (3.5)$$

В отсутствие взаимодействия равноускоренного детектора с квантованным полем его поведение тривиально: если он первоначально находился в состоянии  $|i\rangle$ , то все время будет оставаться в этом состоянии. То же самое справедливо и относительно стационарных (в том числе и вакуумного) состояний квантованного поля. Включение взаимодействия детектора с полем качественно изменяет ситуацию: состояние  $|i\rangle |0; M\rangle$  всей системы (детектор плюс поле излучения) уже, вообще говоря, не является собственным состоянием для полного (с учетом взаимодействия) гамильтониана. В детекторе происходят переходы с уровня на уровень (детектор «регистрирует» кванты поля), и состояние поля излучения изменяется.

### 3.2. Взаимодействие ускоренного детектора с вакуумом. Описание в равномерно ускоренной системе отсчета

Рассмотрим простейший случай, когда взаимодействие квантованного скалярного безмассового поля  $\hat{\phi}$  с детектором описывается следующей добавкой к действию:

$$S_I = \int (-g(x))^{1/2} \lambda \hat{\phi}(x) \hat{\Psi}^*(x) \hat{\Psi}(x) d^4x, \quad (3.6)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{\Psi}(x) &= \sum_i \hat{d}_i \Psi_i(\mathbf{x}) e^{-i\varepsilon_i \eta}, \\ \hat{\Psi}^*(x) &= \sum_i \hat{d}_i^* \overline{\Psi_i(\mathbf{x})} e^{i\varepsilon_i \eta}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

$\mathbf{x} = (\rho, y, z)$ ,  $\lambda$  — константа взаимодействия, а  $\Psi_i(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{x} | i \rangle$  — волновая функция детектора в состоянии  $|i\rangle$ .

Заметим, что волновые функции  $\Psi_i(\mathbf{x})$  заметно отличны от нуля лишь в малой окрестности мировой линии  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 = (c^2 a^{-1}, 0, 0)$  поэтому интегрирование в (3.6) эффективно проводится по этой области. Удобно разложить  $\hat{\phi}(\eta, \mathbf{x})$  в ряд Тейлора вида

$$\hat{\phi}(\eta, \mathbf{x}) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{l!} \Delta \mathbf{x}^{a_1} \dots \Delta \mathbf{x}^{a_l} \hat{\phi}_{a_1 \dots a_l}(\eta), \quad (3.8)$$

где  $a_k = 1, 2, 3$ ,

$$\hat{\phi}_{a_1 \dots a_l}(\eta) = \left( \frac{\partial^l}{\partial x^{a_1} \dots \partial x^{a_l}} \hat{\phi}(\eta, \mathbf{x}) \right)_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0}, \quad (3.9)$$

$$\Delta \mathbf{x}^a = \mathbf{x}^a - \mathbf{x}_0^a. \quad (3.10)$$

Если подставить разложение (3.8) в (3.6), то получим

$$\begin{aligned} S_I &= - \int \hat{K}_I d\eta, \\ \hat{K}_I &= -\lambda \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{i,j} \frac{1}{l!} \sum_{a_1 \dots a_l} \exp[-i(\varepsilon_j - \varepsilon_i)\eta] D_{ij}^{a_1 \dots a_l} \hat{\phi}_{a_1 \dots a_l}(\eta) \hat{d}_i^* \hat{d}_j, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где

$$D_{ij}^{a_1 \dots a_l} = \int_0^{\infty} d\rho \int d^2z \rho \Delta \mathbf{x}^{a_1} \dots \Delta \mathbf{x}^{a_l} \overline{\Psi_i(\mathbf{x})} \Psi_j(\mathbf{x}). \quad (3.12)$$

Оператор  $\hat{K}_I$  является гамильтонианом взаимодействия в равномерно ускоренной системе отсчета. Члены суммы с  $l = 0, 1, \dots$  отвечают вкладу монопольного, дипольного и более высоких членов мультипольного разложения гамильтониана взаимодействия. Можно показать, что в том случае, когда выполняются неравенства  $|\varepsilon_i - \varepsilon_j| \ll 1$ , основной вклад в амплитуды перехода детектора, вообще говоря, дает монопольный член

$$\hat{K}_{I,0} = -\lambda \sum_{i,j} \exp[-i(\varepsilon_j - \varepsilon_i)\eta] D_{ij} \hat{\phi}(\eta) \hat{d}_i^* \hat{d}_j. \quad (3.13)$$

Разумеется, в случае взаимодействия с поперечным электромагнитным полем основным будет обычно дипольный член разложения гамильтониана взаимодействия (монопольный член в этом случае обращается в нуль).

Используя в представлении взаимодействия стандартную теорию возмущений, нетрудно показать, что в рамках монопольного приближения (3.13) амплитуда  $A_{iI \rightarrow fF}$  перехода системы из состояния  $|i\rangle |I\rangle$  ( $|i\rangle$  и  $|I\rangle$  — начальные состояния детектора и поля) в состояние  $\langle f| \langle F|$  ( $\langle f|$  и  $\langle F|$  — конечные состояния детектора и поля) за все время «работы» детектора имеет вид

$$A_{iI \rightarrow fF} = -i \hbar^{-1} \int \lambda(\eta) e^{-i(\varepsilon_i - \varepsilon_f)\eta} D_{fi} \langle F | \hat{\varphi}(\eta) | I \rangle d\eta. \quad (3.14)$$

Усредняя  $|A_{iI \rightarrow fF}|^2$  по всем конечным состояниям поля излучения и учитывая условие полноты этих состояний

$$\sum_F |F\rangle \langle F| = I, \quad (3.15)$$

получаем следующее выражение для вероятности  $W_{i \rightarrow f}^I$  перехода детектора из начального состояния  $i$  в конечное состояние  $f$ :

$$W_{i \rightarrow f}^I = \hbar^{-2} \int d\eta \int d\eta' \lambda(\eta) \lambda(\eta') \exp[-i(\varepsilon_i - \varepsilon_f)(\eta - \eta')] G_I(\eta', \eta) |D_{fi}|^2, \quad (3.16)$$

где  $G_I(\eta, \eta') = \langle I | \hat{\varphi}(\eta) \hat{\varphi}(\eta') | I \rangle$ . В более общем случае, когда начальное состояние описывается некоторой матрицей плотности  $\hat{\rho}_i$ , выражение (3.16) для вероятностей перехода остается неизменным с тем лишь отличием, что

$$G_I(\eta, \eta') = \text{Sp}(\hat{\rho}_i \hat{\varphi}(\eta) \hat{\varphi}(\eta')). \quad (3.17)$$

В том частном случае, с которым нам придется иметь дело в дальнейшем,  $G_I(\eta, \eta') = g_I(\eta - \eta')$ , т.е. функция  $G_I$  зависит лишь от разности  $\eta - \eta'$ , и вместо полной вероятности  $W_{i \rightarrow f}^I$  вводят вероятность  $w_{i \rightarrow f}^I$  перехода детектора за единицу собственного времени  $\tau = c\eta a^{-1}$ . Можно убедиться (см., например, <sup>19</sup>), что если  $\lambda = \lambda_0 = \text{const}$ , то

$$w_{i \rightarrow f}^I \equiv \frac{dW_{i \rightarrow f}^I}{d\tau} = \lambda_0^2 |D_{fi}|^2 F^I(\varepsilon_f - \varepsilon_i), \quad (3.18)$$

где

$$F^I(\varepsilon) = \frac{a}{c} \hbar^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\varepsilon\eta} g_I(\eta) d\eta. \quad (3.19)$$

Спектральная функция распределения  $F^I(\varepsilon)$  полностью определяется состоянием поля излучения, в то время как матричные элементы  $|D_{fi}|^2$  зависят лишь от строения и свойств детектора. Сходным образом может быть получено выражение для вероятности переходов детектора в единицу собственного времени, аналогичное (3.18), в случае, когда основной вклад дают члены мультипольного разложения (3.11) порядка  $l$ , а переходы, связанные с более низкими мультиполями, подавлены.

Спектральную функцию  $F^M(\varepsilon)$ , отвечающую равномерно ускоренному движению детектора в вакууме  $|0; M\rangle$ , можно получить как используя представление о риндлеровских квантах (т.е. проводя вычисления в А-системе отсчета), так и более привычным методом, проводя вычисления в I-системе отсчета. Сравним эти методы.

Поскольку мировая линия движения детектора, описываемая уравнением  $x = x_0 = \text{const}$ , целиком лежит в  $R_+$ , для вычисления величины  $G_M(\eta, \eta') = \langle 0; M | \hat{\varphi}(\eta) \hat{\varphi}(\eta') | 0; M \rangle$  можно использовать соотношение (2.25). Подставляя разложение (2.17) для  $\hat{\varphi}$ , находим

$$G_M(\eta, \eta') = \sum_j [\{\exp[i\nu(\eta - \eta')]\bar{n}_j + \exp[-i\nu(\eta - \eta')](\bar{n}_j + 1)\} |U_j(x_0)|^2], \quad (3.20)$$

где

$$\bar{n}_J = \text{Sp}_{(+)} (\hat{\rho}^{(+)} \hat{b}_J^{(+)*} \hat{b}_J^{(+)} = \bar{n}_v = [\exp(2\pi v) - 1]^{-1} = \left( \exp \frac{\hbar \omega}{k_B T_a} - 1 \right)^{-1} \quad (3.21)$$

— средние числа заполнения риндлеровских частиц в моде  $J$ . Соотношение (3.20) показывает, в частности, что  $G_M(\eta, \eta')$  действительно зависит лишь от разности  $\eta - \eta'$ . Подставляя (3.20) в (3.19), после несложных преобразований находим

$$(\epsilon) = \Gamma_a^M(|\epsilon|) [\theta(\epsilon) \bar{n}_\epsilon + \theta(-\epsilon) (\bar{n}_{|\epsilon|} + 1)], \quad (3.22)$$

где

$$\Gamma_a^M(|\epsilon|) = \frac{2\pi}{\hbar^2} \sum_f \delta(v - |\epsilon|) |U_J(\mathbf{x}_0)|^2 = \frac{2\pi}{\hbar^2} \frac{a}{c} \int |U_{|\epsilon|q}(\mathbf{x}_0)|^2 d^2q = \frac{a^3}{2\pi c^2 \hbar} |\epsilon|. \quad (3.23)$$

Последнее равенство получено путем прямого вычисления интеграла для волновых функций (2.16). Интересно отметить, что для скалярного безмассового поля величина  $\Gamma_a^M$  (фазовый объем в системе отсчета с ускорением  $a$ ) совпадает с  $\Gamma_\theta$  — фазовым объемом в тепловой бане с температурой  $\theta = T_a$ , покоящейся в инерциальной системе отсчета. Этот результат не универсален; он несправедлив для скалярного безмассового поля в пространстве-времени, отличном от 2- и 4-полей, а также для иных полей уже в 4-мерном пространстве<sup>42, 43</sup>.

Иными словами, вероятность переходов равноускоренного детектора с уровня  $i$  на уровень  $f$  за единицу собственного времени  $\tau$  пропорциональна плотности  $\bar{n}_{\Delta\omega_{if}}$  числа риндлеровских квантов с энергией  $\hbar \Delta\omega_{if} = \hbar(\omega_f - \omega_i)$  и «фазовому объему»  $\Gamma_a^M$  риндлеровских частиц с этой энергией, попадающих в точку  $\mathbf{x}_0$  на мировой линии детектора (напомним, что в ускоренной системе отсчета детектор как раз покоится в точке  $x = \mathbf{x}_0$ ).

Спектральная функция  $F_{\Delta\omega}^{21}(\epsilon)$  для других бозонных полей имеет вид, аналогичный (3.22), а для ферми-полей вместо  $\bar{n}_\epsilon$  входит величина  $\bar{n}_\epsilon^F = [\exp(2\pi\epsilon) + 1]^{-1} = [\exp(\hbar\omega/k_B T_a) + 1]^{-1}$  (см., например, <sup>22</sup>). Явное выражение для фазового объема  $\Gamma_a^M$  зависит, конечно, от типа поля.

Выражение (3.22) для спектрального распределения можно получить, проводя вычисления в I-системе отсчета. Достаточно заметить, что  $G_M(\eta, \eta')$  совпадает со значением положительно-частотной функции  $G_M(x, x') = \langle 0; M | \hat{\phi}(x) \hat{\phi}(x') | 0; M \rangle$ , вычисленной для точек  $x$  и  $x'$ , лежащих на мировой линии детектора. Используя явное выражение для  $G_M(X, X')$  в декартовых координатах:

$$G_{\text{R}}(X, X') = \{4\pi^2 \hbar c^{-1} [\eta^{\mu\nu} (X_\mu - X'_\mu) (X_\nu - X'_\nu) + i\zeta (T - T')]\}^{-1}, \quad (3.24)$$

где  $\zeta > 0$  — бесконечно малая добавка, переходя к риндлеровским координатам и подставляя уравнение движения детектора  $\rho = \rho_0 = c^2 a^{-1}$ ,  $y = z = 0$ , получаем

$$G_M(\eta, \eta') = g_M(\eta - \eta') = -\frac{a^2 \hbar}{16 \pi^2 c^5} \text{sh}^{-2} \left[ \frac{1}{2} (\eta - \eta' - i\zeta) \right]. \quad (3.25)$$

Интеграл в формуле (3.19) легко вычисляется. Функция  $g_M(\eta)$  периодична (с периодом  $2\pi i$ ) в комплексной плоскости  $\eta$ . Интегрируя функцию  $\exp(-i\epsilon\eta) g_M(\eta)$  по замкнутому контуру, содержащему прямые  $C_1$  и  $C_2$  (рис. 3), и вычисляя интеграл с помощью вычетов получаем выражение для  $F^M(\epsilon)$ , совпадающее с (3.22).

Интересен тот факт, что в пространстве-времени с нечетным числом измерений  $d + 1$  ( $d$  — число пространственных измерений) элемент фазово-

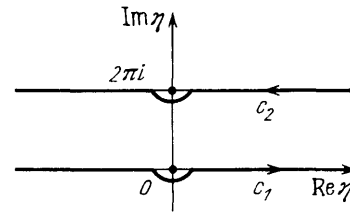


Рис. 3. Контур интегрирования в плоскости комплексной переменной  $\eta$

го объема  $\Gamma_a^i$  для бозонов содержит в качестве множителя фактор  $[\exp(2\pi\epsilon) - 1][\exp(2\pi\epsilon) + 1]^{-1}$  и величина  $F^M(\epsilon)$  принимает вид, сходный со спектральной функцией для фермионов<sup>43</sup>. Аналогичным образом в случае фермионов в этих пространствах возникает дополнительный фактор  $[\exp(2\pi\epsilon) + 1][\exp(2\pi\epsilon) - 1]^{-1}$  в  $\Gamma_a^M$ <sup>22</sup>. Конечно же, никакого реального изменения статистики в этих случаях не происходит<sup>54</sup>. (О связи этого эффекта с отсутствием принципа Гюйгенса в пространствах с нечетным числом измерений см.<sup>55</sup>.)

Обратим внимание на еще одну особенность «теплого газа» риндлеровских квантов, отвечающего вакууму  $|0; M\rangle$ . Она состоит в том, что в системе имеется выделенное направление (направление вектора ускорения  $\mathbf{a}$ ). Это приводит к тому, что распределение риндлеровских квантов анизотропно. Эта анизотропия может проявляться, в частности, в том, что вероятности переходов детектора дипольного типа будут, вообще говоря, зависеть от ориентации детектора по отношению к вектору ускорения<sup>36, 37, 41</sup>. В обсуждавшемся монополярном случае анизотропия, конечно, не проявляется.

Отметим теперь следующее общее свойство вероятностей переходов  $w_{i \rightarrow f}^M$ , вытекающее из представления (3.22) для спектральной функции, а именно вероятность перехода  $w_{i \rightarrow f}^M$  и вероятность обратного перехода  $w_{f \rightarrow i}^M$  связаны соотношением

$$\frac{w_{i \rightarrow f}^M}{w_{f \rightarrow i}^M} = \frac{F^M(\epsilon_f - \epsilon_i)}{F^M(\epsilon_i - \epsilon_f)} = \exp[2\pi(\epsilon_i - \epsilon_f)] = \exp \frac{\hbar(\omega_i - \omega_f)}{k_B T_a}. \quad (3.26)$$

Это соотношение известно как принцип детального равновесия. Оно означает, в частности, что если распределение равноускоренного детектора по уровням описывается равновесной тепловой матрицей плотности с температурой  $T_a$  («внутренние степени свободы детектора нагреты до температуры  $T_a$ »), то такое состояние детектора при включении его взаимодействия с квантованным полем, находящимся в состоянии  $|0; M\rangle$ , не изменяется. При этом, конечно, предполагается, что можно пренебречь обратным влиянием на детектор изменений, вносимых им в состояние поля. В рассматриваемом нами случае такое предположение разумно и может быть оправдано, поскольку кванты поля, рождающиеся при переходах детектора, свободно распространяясь, уходят на бесконечность (более подробно этот процесс описан в разделе 4).

Соотношение (3.26) означает также, что тепловая матрица плотности с температурой  $T_a$  описывает состояние детектора после установления равновесия, возникающего в результате длительного движения с постоянным ускорением из-за его взаимодействия с вакуумом  $|0; M\rangle$ . Это конечное равновесное состояние не зависит от выбранного начального состояния. Характерное время  $\Delta\tau$  в А-системе установления теплового распределения детектора по уровням порядка

$$\Delta\tau \sim \hbar \frac{(c^2/a)^3}{\lambda_0^2 |D|^2}, \quad (3.27)$$

где  $\lambda_0^2 |D|^2$  — характерная величина матричных элементов переходов  $\lambda_0^2 |D_{fi}|^2$  («сечение» детектора).

Подчеркнем, что принцип детального равновесия (3.26) носит универсальный характер. Он выполняется не только для полей различного вида, но и не зависит от мультипольности гамильтониана взаимодействия  $\hat{K}_I$  (см. (3.11)). В конечном счете это соотношение является следствием теплового характера матрицы плотности  $\hat{\rho}^{(+)}$  (2.26), описывающей распределение риндлеровских квантов в  $R_+$ -области, отвечающее вакууму  $|0; M\rangle$ . Оно универсально в той же мере, в которой универсален вывод о тепловом характере матрицы плотности  $\hat{\rho}^{(+)}$ . Эта универсальность, как и выполнимость в общем

случае при равномерно ускоренном движении принципа детального равновесия, особенно просто устанавливаются, если рассмотрение проводится в равномерно ускоренной системе отсчета. В этом, в частности, проявляются преимущества, о которых уже говорилось выше, такого описания для рассматриваемых задач.

Подчеркнем еще раз, что, конечно же, для вычисления величин, имеющих инвариантный (не зависящий от системы отсчета) характер, можно использовать любые системы отсчета. В частности, к соотношению (3.26) можно было бы прийти, проводя все вычисления в инерциальной системе отсчета. Однако возникновение каждый раз соотношений типа (3.26) в различных вариантах теории выглядело бы как некоторая удивительная случайность. При рассмотрении же в равномерно ускоренной системе отсчета появление таких соотношений, как подчеркивалось выше, в известной мере закономерно.

### 3.3. Поведение детектора, покоящегося в статическом однородном гравитационном поле

Для описания взаимодействия детектора, покоящегося в статическом однородном гравитационном поле, с квантованным полем  $\hat{\phi}$  можно использовать методы, в значительной мере аналогичные тем, которые применялись для описания равномерно ускоренного детектора. Поэтому, опуская подробности, остановимся лишь на некоторых основных моментах.

Будем рассматривать детектор того же вида, что в разделе 3.1, считая, что на сей раз он адиабатически вносится в статическое гравитационное поле и помещается в точке  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ , в которой ускорение свободного падения равно  $\mathbf{g}$ . Будем считать, что уровни этого детектора дискретные; им отвечает энергия (вычисленная с учетом работы сил тяготения)  $E_i$ , так что волновые функции  $|i\rangle$  в этом соотношении характеризуются временной зависимостью  $\exp(-iE_i\tau/\hbar) = \exp(-i\varepsilon_i\eta)$ , где  $\tau$  — собственное время в G-системе отсчета, в которой детектор покоится,  $\varepsilon_i = cE_i/g\hbar$  и  $\eta = g\tau c^{-1}$ . В этом случае гамильтониан детектора  $\hat{K}_D^{(+)}$  в представлении вторичного квантования имеет прежний вид (3.5).

Пусть взаимодействие детектора с квантованным полем  $\hat{\phi}$  описывается выражением (3.6). Тогда в монополярном приближении вероятность перехода детектора за единицу собственного времени  $\tau$  с уровня  $i$  на уровень  $f$  дается выражениями (3.18) — (3.19), где

$$g(\eta) = \langle \hat{\phi}(\eta, \mathbf{x}_0) \hat{\phi}(0, \mathbf{x}_0) \rangle. \quad (3.28)$$

Усреднение в (3.28) проводится по рассматриваемому состоянию квантованного поля. Обозначим через  $\bar{n}_J = \langle \hat{c}_J^\dagger \hat{c}_J \rangle$  среднее число «бульваровских» квантов в моде  $u_J$  для этого состояния. Если  $\bar{n}_J$  зависит лишь от энергии  $\nu$  этих квантов ( $\bar{n}_J = \bar{n}_\nu$ ), то для спектральной функции  $F(\varepsilon)$ , входящей в выражение (3.18) для вероятности перехода  $w_{i \rightarrow f}$ , можно получить представление, аналогичное (3.22) — (3.23):

$$F(\varepsilon) = \Gamma_g(|\varepsilon|) [\theta(\varepsilon) \bar{n}_\varepsilon + \theta(-\varepsilon) (\bar{n}_{|\varepsilon|} + 1)], \quad (3.29)$$

где

$$\Gamma_g(|\varepsilon|) = c\hbar^2 \int |U_{|\varepsilon|\mathbf{q}}(\mathbf{x}_0)|^2 d\mathbf{g} \quad (3.30)$$

и  $e^{-i\nu\eta} U_{\nu\mathbf{q}}(\mathbf{x})$  — волновые функции моды с квантовыми числами  $\nu\mathbf{q}$  скалярного поля в заданном внешнем статическом гравитационном поле.

Применим это выражение к случаю, когда детектор покоится в статическом однородном гравитационном поле, а квантованное поле находится в своем основном состоянии, описываемом вакуумом Бульвара  $|0; B\rangle$ . Для этого состояния, очевидно,  $\bar{n}_\varepsilon^B = 0$  и

$$F^B(\varepsilon) = \theta(-\varepsilon) \Gamma_g(|\varepsilon|). \quad (3.31)$$

Если детектор находился в основном состоянии, то он возбуждаться не будет. Сказанное становится очевидным, если учесть, что для основного состояния  $i$  разности энергий  $\varepsilon_f - \varepsilon_i$  всегда положительны (при  $i \neq f$ ). Этот результат справедлив для любого статического (не обязательно однородного) гравитационного поля при условии, что выбирается вакуум  $|0; B\rangle$ .

В качестве другого примера рассмотрим поведение детектора в статическом гравитационном поле в том случае, когда имеется равновесный газ чернотельного излучения с температурой  $\theta$  (измеренной в G-системе отсчета). Это состояние описывается матрицей плотности (2.31), и для него

$$\bar{n}_\varepsilon^\theta = [\exp(2\beta\varepsilon) - 1]^{-1} = \{\exp[\hbar\omega(k_B\theta)^{-1}] - 1\}^{-1}, \quad (3.32)$$

где  $\omega = c^{-1} |g| \varepsilon$ ,  $\beta = \hbar |g| (2\pi k_B c \theta)^{-1}$ .

Для вероятностей переходов детектора, взаимодействующего с этим тепловым газом, выполняется принцип детального равновесия

$$\frac{w_{i \rightarrow f}^\theta}{w_{f \rightarrow i}^\theta} = \exp[\hbar(\omega_i - \omega_f)(k_B\theta)^{-1}], \quad (3.33)$$

и распределение по уровням такого детектора со временем становится больш-

Вакуум	Обозначение	Область, где определен вакуум	Определение положительно-частотных решений или связь с другими состояниями	При каких условиях детектор не регистрирует «кванты» в выбранном вакууме
Минковского	$ 0; M\rangle$	Пространство Минковского	$\exp(-i\omega T)$ , $T$ — время в I-системе	Детектор покоится в I-системе (I — инерциальная система отсчета)
Риндлера	$ 0; R\rangle$	$R_+$ -область пространства Минковского (см. рис. 1)	$\exp(-i\nu\tau)$ , $\tau = \eta c/a$ — время в A-системе, $a$ — ускорение A-системы	Детектор покоится в A-системе (A — равномерно ускоренная система отсчета)
Бульвара	$ 0; B\rangle$	Статическое однородное гравитационное поле	$\exp(-i\nu\tau)$ , $\tau = \eta c/g$ — время в G-системе, $g$ — ускорение свободного падения в G-системе	Детектор покоится в G-системе (G — система отсчета, покоящаяся в статическом гравитационном поле)
Хартля—Хокинга	$ 0; H\rangle$	Статическое однородное гравитационное поле	Состояние отвечает равновесному тепловому (с температурой $T_g = \hbar g / 2\pi k_B c$ ) распределению В-квантов в G-системе ( $g$ — ускорение свободного падения в G-системе)	Детектор покоится в свободно падающей системе отсчета

**Примечание.** В однородном гравитационном поле поведение детекторов в вакуумном состоянии  $|0; B\rangle$  в G-системе идентично поведению таких же детекторов в вакуумном состоянии  $|0; R\rangle$  в A-системе. Идентичные по своему строению и состоянию движения детекторы ведут себя совершенно одинаково в вакуумном состоянии  $|0; M\rangle$  в A-системе в пространстве Минковского и в вакуумном состоянии  $|0; H\rangle$  в G-системе в однородном гравитационном поле.



мановским с той же температурой  $\theta$ , что и локальная температура окружающего газа в точке, где покоится детектор. Поэтому такой детектор в произвольном статическом гравитационном поле может, в частности, выполнять функции термометра, измеряющего локальную температуру газа  $\theta_{loc}(\mathbf{x})$ , которая в состоянии равновесия описывается соотношением  $\theta_{loc}(\mathbf{x}) = \theta_0 |g_{\tau\tau}(\mathbf{x})|^{-1/2}$ , где  $\theta_0$  — постоянная<sup>56</sup>.

В рассматриваемом нами случае однородного гравитационного поля волновые функции  $u_{\nu\mathbf{q}}$  скалярного поля описываются выражением (2.29), и для спектральной функции (3.29) имеем

$$F^\theta(\epsilon) = \frac{|g|^3}{2\pi c^6 \hbar} \epsilon (\exp(2\pi\beta\epsilon) - 1)^{-1}, \quad (3.34)$$

где  $\beta = \hbar |g| / 2\pi k_B c \theta = T_g / \theta$ . Очевидно, что для состояния  $|0; H\rangle$  (вакуума Хартли — Хокинга), для которого  $\beta = 1$ , эта спектральная функция тождественно совпадает со спектральной функцией  $F^M(\epsilon)$ , описываемой соотношениями (3.22) — (3.23). Иными словами, детектор, покоящийся в статическом однородном гравитационном поле в точке, где ускорение свободного падения равно  $\mathbf{g}$ , при взаимодействии с квантованным полем в состоянии  $|0; H\rangle$  ведет себя точно так же, как аналогичный детектор, движущийся с ускорением  $\mathbf{a} = -\mathbf{g}$  в обычном пространстве Минковского, при условии, что квантованное поле в этом пространстве находится в вакуумном состоянии  $|0; M\rangle$ .

Для удобства читателей различные вакуумные состояния, используемые в настоящей работе, сопоставлены в таблице. Резюмируя приведенные выше рассуждения, можно сказать, что детекторы, покоящиеся в I-, A- и G-системах отсчета, регистрируют M-, R- и G-кванты соответственно.

#### 3.4. Э л е м е н т а р н ы е ч а с т и ц ы в р о л и д е т е к т о р о в

Естественно, возникает вопрос о том, можно ли в реальных условиях наблюдать возбуждение ускоренного «детектора» и представляет ли эта задача интерес при каких-то физических исследованиях. Прежде всего отметим, что из формулы (1.3) для температуры  $T_g$  вытекает, что температуре в 1 К отвечает огромное ускорение  $a_{1K} = 2,4 \cdot 10^{22}$  см/с<sup>2</sup>. Нетрудно убедиться, что при движении макроскопического тела с таким ускорением работа, совершаемая ускоряющей силой над составными частицами тела на характерном расстоянии, порядка расстояния между частицами значительно превосходит характерную энергию взаимодействия частиц\*). Поэтому, по-видимому, невозможно сообщить макроскопическому телу такое ускорение, не разрушая его. Так же проблематична возможность наблюдения интересующих нас эффектов для ускоренных ионов. По-видимому, наиболее реальными объектами для использования их в качестве ускоренных детекторов являются элементарные частицы<sup>33</sup>. Прежде всего следует пояснить, как бесструктурные в определенном смысле элементарные частицы могут выступать в качестве детекторов, т.е. тел, для которых характерно именно наличие различных внутренних состояний. Дело в том, что движение такой частицы, помимо импульса или ускорения, характеризуется целым набором квантовых чисел, например квантовым числом  $s_z$ , определяющим проекцию спина частицы на некоторую ось  $z$ . Если такая частица движется под действием внешнего воздействия с фиксированным постоянным ускорением, то она может дополнительно совершать равномерное движение с поперечным импульсом  $p_\perp$  в направлении, перпендикулярном ускорению. При этом частица может иметь различную ориентацию спина и т.д. Эти дополнительные степени свободы,

\*) Работа  $Mad$  для ускорения  $a \sim 10^{22}$  см/с<sup>2</sup> при  $M \sim m_p \sim 10^{-24}$  г и  $d \sim 10^{-8}$  см порядка 100 эВ.

характеризуемые значениями  $s_z$  и  $p_\perp$ , можно в определенном смысле считать «внутренними» и изучать распределение частицы по уровням энергии, отвечающим этим степеням свободы. Именно в этом смысле элементарные частицы можно использовать в роли «детекторов».

В качестве простейших случаев отметим, что, как показывают расчеты<sup>57</sup>, при движении электрона в вакууме  $|0; M\rangle$  под действием постоянного однородного электрического поля напряженности  $\mathbf{E}$  происходит «тепловое» (с температурой  $T_{a(E)} = \hbar a(E)/2\pi k_B c$ ,  $a(E) = eE/m_e$ ) возбуждение «уровней» энергии, отвечающих его движению в поперечном к полю направлении. Если вдоль электрического поля  $\mathbf{E}$  имеется еще и магнитное поле  $\mathbf{H}$ , так что уровни энергии, отвечающие поперечному движению электронов, квантованы, то ускоренное движение электрона сопровождается тепловым (с температурой  $T_{a(E)}$ ) возбуждением соответствующих уровней Ландау \*). Тепловое распределение по уровням возникает и для уровней энергии при взаимодействии спина ускоренного электрона с магнитным полем<sup>33</sup>.

Оценки показывают<sup>33,60</sup>, что «температурные» поправки, возникающие из-за равноускоренного движения электронов при энергиях существующих или строящихся ускорителей, в принципе могли бы приводить к наблюдаемым эффектам. Основным препятствием при этом является длительность времени, в течение которого устанавливается «тепловое равновесие». Заметим, что если характерное время  $\tau_{eq}$  установления теплового распределения по уровням ускоренного детектора, измеренное в равноускоренной системе отсчета, в которой он покоится, значительно превосходит величину  $c/a$  ( $a$  — ускорение), то это время, измеренное в лабораторной (инерциальной) системе отсчета, оказывается порядка  $\Delta T_{eq} \sim ca^{-1} \exp(\tau_{eq} a/c)$ ; см. (2.35). Экспоненциальный характер этой зависимости приводит к тому, что с увеличением  $\tau_{eq}$  значение  $\Delta T_{eq}$  быстро становится настолько большим, что наблюдение в инерциальной системе отсчета процесса установления равновесия при ускорении электронов в линейных ускорителях оказывается практически невозможным.

Оценки показывают<sup>33,60</sup>, что ситуация намного более благоприятна в случае кольцевых ускорителей. Заметим, что при движении электрона в таком ускорителе это движение не является равноускоренным, поскольку постоянное по величине ускорение непрерывно изменяет свое направление. Имеются работы (среди которых отметим<sup>33,60,64</sup>), в которых анализируется вопрос о взаимодействии детектора, равномерно движущегося по окружности, с квантованным полем. При этом оказалось, что, хотя вероятности переходов такого детектора уже не удовлетворяют принципу детального равновесия и, следовательно, равновесное распределение детектора по уровням не будет тепловым, многие особенности, присущие равноускоренному движению, сохраняются. Оценки показывают<sup>33,60</sup>, что, например, для ускорительного кольца SPEAR в Стэнфорде для электронов с энергией  $\sim 4$  ГэВ время установления равновесия при взаимодействии его спина с квантованным полем порядка 10 мин и в принципе эти эффекты измеримы. Описанные эффекты взаимодействия электрона с вакуумом, по-видимому, могут быть связаны с наблюдаемым эффектом деполяризации электронного пучка (более подробно об этом см.<sup>33,60</sup>).

Само собой разумеется, что мы вовсе не считаем нужным специально проверять изложенные выше результаты, касающиеся возбуждения равноускоренного детектора. В экспериментальном плане интересна лишь обратная постановка задачи: быть может, в каких-то случаях полученная формула для  $T_a$  и другие могут пригодиться при анализе и интерпретации как проведенных, так и будущих экспериментов.

\*) В этом можно убедиться, если воспользоваться, например, соотношениями, приведенными в работе<sup>58</sup> (см. также<sup>59</sup>).

4. ВОЗБУЖДЕНИЕ И ИЗЛУЧЕНИЕ  
РАВНОМЕРНО УСКОРЕННОГО ДЕТЕКТОРА.  
ОПИСАНИЕ В ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Итак, равномерно ускоренный детектор, взаимодействующий с квантованным полем  $\hat{\phi}$  в состоянии  $|0; M\rangle$ , при описании в равномерно ускоренной системе отсчета, в которой он покоится, ведет себя так же, как если бы его окружал равновесный тепловой газ риндлеровских квантов с температурой  $T_a$ . При этом возбуждение детектора сопровождается поглощением риндлеровского кванта из тепловой «бани», а переход на более низкий энергетический уровень — излучением риндлеровского кванта. Что при этом «увидит» наблюдатель, покоящийся в инерциальной системе отсчета? Ответ на этот вопрос был дан в работе<sup>23</sup>, и он состоит в следующем: в отсутствие реальных квантов (состояние  $|0; M\rangle$ ) при описании в инерциальной системе переход детектора как на более высокий, так и его переход на более низкий уровень сопровождается излучением кванта поля  $\hat{\phi}$ , т. е. в электромагнитном случае — излучением реального фотона.

Чтобы убедиться в этом, рассмотрим простейший вариант монополюсного детектора, обладающего всего двумя уровнями: «верхним» (состояние  $|t\rangle$ ) и «нижним» (состояние  $|l\rangle$ ), и пусть разность риндлеровских энергий этих уровней равна  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_t - \varepsilon_l$ . Будем также считать, что  $D_{tt} = D_{ll} = 0$  (см. (3.13)), тогда, обозначая  $D = D_{tl} = \bar{D}_{lt}$ , запишем гамильтониан взаимодействия такого детектора с квантованным полем (3.13) в виде

$$\hat{K}_{I,0} = -\lambda (De^{i\Delta\varepsilon\eta}\hat{a}_t^*\hat{d}_l + \bar{D}e^{-i\Delta\varepsilon\eta}\hat{d}_t^*\hat{a}_t)\hat{\phi}(\eta). \quad (4.1)$$

Пусть  $|\Psi\rangle_{\text{in}}$  — начальное (до включения детектора) состояние полной системы (т. е. детектора и поля излучения). Тогда конечное состояние этой системы  $|\Psi\rangle_{\text{out}}$ , возникающее из указанного начального в результате взаимодействия детектора с полем излучения, в используемом нами представлении взаимодействия записывается в виде

$$|\Psi\rangle_{\text{out}} = |\Psi\rangle_{\text{in}} - i\hbar^{-1} \int \hat{K}_{I,0} d\eta |\Psi\rangle_{\text{in}}. \quad (4.2)$$

Здесь, как и ранее в разделе 3.2, вкладом более высокого порядка по  $\lambda$  пренебрегаем. (Условия, при которых это возможно, обсуждались в разделе 3.2.) Применим соотношение (4.2) для случаев, когда детектор до включения взаимодействия находился в одном из состояний ( $l$  или  $t$ ), а состояние поля было вакуумным состоянием  $|0; M\rangle$ . Обозначим эти состояния

$$|\Psi_{l,0}\rangle_{\text{in}} = |0; M\rangle |l\rangle, \quad |\Psi_{t,0}\rangle_{\text{in}} = |0; M\rangle |t\rangle.$$

Тогда с помощью соотношений (4.1) и (4.2) имеем

$$|\Psi_{s,0}\rangle_{\text{out}} = |\Psi_{s,0}\rangle_{\text{in}} + iD_s \int d^3k f_s(k) |1_{\mathbf{k}}; M\rangle |\bar{s}\rangle, \quad (4.3)$$

где  $s = l$  или  $t$  и  $\bar{s} = t$  или  $l$  соответственно; здесь  $D_l = D$ ,  $D_t = \bar{D}$ ,

$$f_s(\mathbf{k}) = \hbar^{-1} \int d\eta \lambda(\eta) e^{i\Delta\varepsilon_s \eta} \bar{\Phi}_{\mathbf{k}}(X(\eta)), \quad (4.4)$$

$\Delta\varepsilon_l = \Delta\varepsilon$ ,  $\Delta\varepsilon_t = -\Delta\varepsilon$  и  $X^\mu = X^\mu(\eta)$  — уравнение мировой линии детектора. Соотношения (4.3) подтверждают сказанное выше. Элементарный процесс, связанный с переходом детектора из состояния  $t$  в состояние  $l$ , так же как и обратный процесс ( $l \rightarrow t$ ), сопровождается в инерциальной системе отсчета излучением квантов поля. Иначе, конечно, и быть не может, поскольку в состоянии  $|0; M\rangle$  свободных квантов нет и они могут только излучаться детектором.

Средняя плотность числа квантов поля  $\hat{\phi}$  с импульсом  $\mathbf{k}$ , излучаемых в результате рассматриваемого процесса, равна

$$\bar{n}_s(\mathbf{k}) = {}_{\text{out}} \langle \Psi_{s,0} | \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}} | \Psi_{s,0} \rangle_{\text{out}} = |D|^2 |f_s(\mathbf{k})|^2. \quad (4.5)$$

В случае  $\lambda = \text{const}$  функции  $f_s(\mathbf{k})$  можно вычислить явно. Обозначим

$$F(\mathbf{k}; \varepsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\varepsilon\eta + i|\mathbf{k}|cT(\eta) - i\mathbf{k}\mathbf{X}(\eta)) d\eta, \quad (4.6)$$

тогда

$$f_s(\mathbf{k}) = \frac{\lambda}{[(2\pi)^3 2|\mathbf{k}|\hbar c]^{1/2}} F(\mathbf{k}; -\Delta\varepsilon_s). \quad (4.7)$$

Для вычисления интеграла (4.6) удобно ввести обозначения

$$k_\perp = (k_y^2 + k_z^2)^{1/2}, \quad \text{th } \eta_0 = k_x |\mathbf{k}|^{-1}, \quad \kappa_\perp = k_\perp c a^{-1}, \quad (4.8)$$

тогда имеем

$$\begin{aligned} F(\mathbf{k}; \varepsilon) &= \exp(-i\varepsilon\eta_0) \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-i\varepsilon(\eta - \eta_0) + i\kappa_\perp \text{sh}(\eta - \eta_0)] d\eta = \\ &= 2 \exp(-i\varepsilon\eta_0) \exp\left(\frac{\pi\varepsilon}{2}\right) K_{i\varepsilon}(\kappa_\perp). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Полученное выражение позволяет, в частности, доказать, что

$$\frac{\bar{n}_l(\mathbf{k})}{\bar{n}_t(\mathbf{k})} = e^{-2\pi\Delta\varepsilon}. \quad (4.10)$$

Обратим внимание, что функция  $F(\mathbf{k}; \varepsilon)$ , а следовательно и  $\bar{n}_s(\mathbf{k})$ , зависит фактически не от вектора импульса кванта  $\mathbf{k}$ , а лишь от  $k_\perp$ . Здесь ситуация полностью аналогична той, которая имеет место в случае излучения равномерно ускоренного электрического заряда, когда спектральная плотность энергии излучения зависит лишь от величины  $k_\perp$  (подробно об этом см., например, <sup>59</sup>). Эта особенность связана с инвариантностью задачи относительно сдвигов по риндлеровскому времени  $\eta$ . Так же, как и в случае излучения равноускоренного заряда, на основании (4.9) можно прийти к выводу, что излучение с данным значением волнового числа формируется на определенном участке траектории детектора, называемом «зоной формирования» или «интервалом когерентности», положение которого (параметр  $\eta_0$ ) определяется отношением  $k_x/k_\perp$ .

Как уже отмечалось в разделе 3.2, при длительном движении детектора начинают играть роль обратные переходы, и условия применимости рассматриваемого (первого по  $\lambda$ ) приближения оказываются нарушенными. В простейшем случае двухуровневого детектора эти процессы допускают довольно полное описание. Мы не будем, однако, на этом останавливаться подробнее и ограничимся лишь рассмотрением предельного случая, когда в силу взаимодействия детектора с квантованным полем он приходит в состояние равновесия (оно, как было показано, для равномерно ускоренного детектора является тепловым) с распределением по уровням  $l$  и  $t$ , характеризующим вероятностями (населенностями)

$$w_l = [1 + \exp(-2\pi\Delta\varepsilon)]^{-1}, \quad w_t = \exp(-2\pi\Delta\varepsilon) w_l. \quad (4.11)$$

Средняя плотность числа квантов с импульсом  $\mathbf{k}$ , излучаемых таким детектором, равна

$$\bar{n}_a(\mathbf{k}) = \bar{n}_l(\mathbf{k}) w_l + \bar{n}_t(\mathbf{k}) w_t = \frac{\lambda^2 |D|^2}{4\pi^3 \hbar c |\mathbf{k}|} [\text{ch}(\pi\Delta\varepsilon)]^{-1} |K_{i\Delta\varepsilon}(\kappa_\perp)|^2. \quad (4.12)$$

Напомним еще раз (см. раздел 3.2), что излучение, по предположению, свободно уходит «на бесконечность» и не оказывает обратного действия на детектор.

# 5. ВОЗБУЖДЕНИЕ И ИЗЛУЧЕНИЕ УСКОРЕННОГО ДЕТЕКТОРА И АНОМАЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ ДОППЛЕРА. НЕСКОЛЬКО ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ЗАМЕЧАНИЙ

То обстоятельство, что ускоренный детектор в инерциальной системе отсчета излучает квант поля не только при переходах с верхних уровней на нижние, но и при обратных переходах, связанных с его возбуждением, выглядит не совсем обычным и заслуживает более подробного обсуждения. Особенно это относится к случаю, когда детектор вначале находится на своем самом нижнем энергетическом уровне. В этой связи в работе авторов<sup>24</sup> было обращено внимание на то, что фактически аналогичные процессы излучения детектора при его возбуждении известны уже давно и обсуждались, в частности, при рассмотрении аномального эффекта Допплера (АЭД)<sup>65</sup>.

Напомним кратко, в чем состоит АЭД. (Более подробное обсуждение этого эффекта и соответствующие ссылки на литературу можно найти в книге<sup>5</sup> гл. 6 и 7.) Пусть двухуровневый детектор (нижний уровень  $l$  и верхний уровень  $t$ ), движущийся с постоянной скоростью  $v$  в среде с показателем преломления  $n(\omega)$  ( $vn > c$ ), излучает фотон с импульсом  $\hbar k^\mu = (\hbar\omega/c, \hbar\mathbf{k})$ ,  $\hbar k = \hbar\omega n/c$ . Для вывода условий, при которых такое получение возможно, удобно использовать закон сохранения энергии-импульса, записав его в виде

$$p_i^\mu - \hbar k^\mu = p_f^\mu, \quad (5.1)$$

$$p_i^\mu = (E_i c^{-1} \equiv [(m_0 + m_i)^2 c^2 + \mathbf{p}_i^2]^{1/2}, \mathbf{p}_i), \quad (5.2)$$

где  $p_i^\mu$  — 4-импульс детектора до ( $i = 1$ ) и после ( $i = 2$ ) излучения. Квадрируя уравнение (5.1), можно получить

$$-\Delta\epsilon (2m_0 + m_1 + m_2) = 2 \frac{E_1}{c^2} \hbar\omega \left(1 - \frac{vn}{c} \cos \vartheta\right) + \frac{\hbar^2 \omega^2}{c^2} (n^2 - 1), \quad (5.3)$$

где  $\mathbf{v} = \mathbf{p}_1 c / E_1$ ,  $\mathbf{k}\mathbf{v} = kv \cos \vartheta$  и  $\Delta\epsilon = (m_2 - m_1) c^2$  — изменение энергии детектора, измеренное в его системе отсчета. В приближении, когда  $m_{1,2} \ll m_0$  и отдача пренебрежимо мала ( $\hbar\omega/m_0 c^2 \ll 1$ ), из соотношения (5.3) вытекает

$$\hbar\omega = -\Delta\epsilon \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} \times \times \left(1 - \frac{vn}{c} \cos \vartheta\right)^{-1}. \quad (5.4)$$

Обозначим  $\vartheta_0$  угол излучения Вавилова — Черенкова, определяемый условием  $\cos \vartheta_0 = c/vn$ . Из соотношения (5.4) следует, что в области нормального эффекта Допплера (НЭД) для  $\vartheta > \vartheta_0$  имеем  $\Delta\epsilon < 0$ , и, следовательно,  $\epsilon_1 = \epsilon_t$ ,  $\epsilon_2 = \epsilon_l < \epsilon_t$ , т. е. излучение фотонов, распространяющихся вне конуса Вавилова — Че-

ренкова, связано с переходом детектора с уровня  $t$  на уровень  $l$ . Для фотонов, излучаемых детектором внутри конуса Вавилова — Черенкова ( $\vartheta < \vartheta_0$ ), ситуация иная,  $\Delta\epsilon > 0$ ,  $\epsilon_1 = \epsilon_l$ ,  $\epsilon_2 = \epsilon_t$ , т. е. это излучение сопровождается возбуждением детектора. Области НЭД и АЭД указаны (для недиспергирующей среды) на рис. 4. Конечно, закон сохранения энергии при этом не нарушается: для движения с постоянной скоростью в этих условиях на тело должна действовать сила, работа которой и покрывает необходимую потерю энергии.

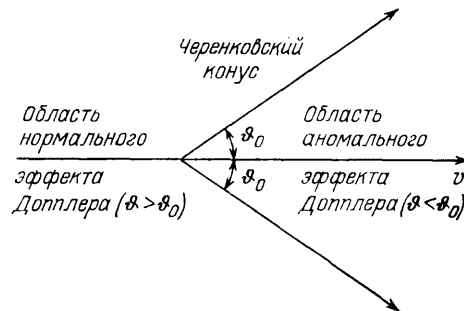


Рис. 4. Нормальный и аномальный эффект Допплера.

На рисунке изображены области нормального и аномального эффекта Допплера при движении частицы со скоростью  $v$  в среде с показателем преломления ( $vn/c > 1$ ,  $\cos \vartheta_0 = c/vn$ ,  $\vartheta_0$  — угол раствора черенковского конуса)

Таким образом, при движении с постоянной скоростью  $v > c/n$  в среде детектор, первоначально находившийся в основном состоянии ( $|l\rangle$ ), из-за взаимодействия с квантованным электромагнитным полем начинает возбуждаться, излучая при этом реальные фотоны, т. е. ведет себя, до известной степени, аналогично ускоренному детектору. Подчеркнем, что в обоих случаях, когда речь идет о возбуждении с основного уровня, эффект имеет чисто квантовую природу. Классический осциллятор или другая классическая система в аналогичных условиях (т. е. в основном состоянии при движении с постоянной скоростью  $v > c/n$  в среде или с постоянным ускорением в вакууме) не возбуждается. О взаимодействии равноускоренного осциллятора с электромагнитным полем см.<sup>38,40</sup>

Аналогично тому, как это было сделано для АЭД, можно, используя законы сохранения энергии-импульса, получить условия излучения для равномерно ускоренного детектора в вакууме. Чтобы сделать рассмотрение более конкретным, предположим, что детектор как целое обладает электрическим зарядом  $Q$ , а его ускорение вызывается действием на этот заряд постоянного однородного электрического поля  $E$ , направленного вдоль оси  $X$ . Конечно, в этих условиях детектор является источником электромагнитного излучения, связанного с ускоренным движением заряда. Мы сейчас не будем рассматривать это излучение, а сосредоточим внимание на излучении, связанном с переходами детектора из состояния 1 в состояние 2. Можно даже считать, что детектор служит для регистрации лишь скалярного безмассового поля и, следовательно, в отсутствие переходов скалярное излучение не возникает.

Закон сохранения энергии-импульса в рассматриваемом случае записывается в виде

$$P_1^\mu = P_2^\mu + \hbar k^\mu, \quad (5.5)$$

где

$$\begin{aligned} P_i^\mu &= p_i^\mu + q_i^\mu, \\ q_i^\mu &= Q F^\mu_\nu X^\nu, \quad F_{\mu\nu} = E (\delta_\mu^0 \delta_\nu^1 - \delta_\mu^1 \delta_\nu^0); \end{aligned} \quad (5.6)$$

здесь  $\delta_\mu^\nu$  — обычный символ Кронекера.  $\hbar k^\mu = (\hbar\omega \equiv \hbar |\mathbf{k}|, \hbar\mathbf{k})$  — 4-импульс излучаемого кванта,  $p_i^\mu$  и  $X^\mu$  — 4-импульс и координаты (в инерциальной системе отсчета) детектора до ( $i = 1$ ) и после ( $i = 2$ ) излучения. (Выражение для  $p_i^\mu$  приведено в (5.2).) Из (5.5) вытекает

$$\hbar\omega = \frac{-\Delta\epsilon (2m_0 + m_1 + m_2) c^2 + 2p_1^\mu \Delta q_\mu - \Delta q_\mu \Delta q^\mu}{2E_2 (1 - v_2 \cos \vartheta \cdot c^{-1})}, \quad (5.7)$$

где  $\Delta q^\mu = q_2^\mu - q_1^\mu$ ,  $\mathbf{v}_2 = \mathbf{p}_2 c / E_2$ ,  $\mathbf{v}_2 \mathbf{k} = v_2 (\omega/c) \cos \vartheta$ ,  $\Delta\epsilon = (m_2 - m_1) c^2$ . Для того чтобы излучение сопровождалось возбуждением детектора ( $\Delta\epsilon > 0$ ), необходимо, чтобы числитель в правой части (5.7) был положителен. В приближении  $m_{1,2} \ll m_0$ ,  $\hbar\omega/m_0 c^2 \ll 1$  это условие имеет вид

$$\Delta\epsilon < p_1^\mu \Delta q_\mu (m_0 + m_1)^{-1} = QE\Delta X, \quad (5.8)$$

где  $\Delta X$  — расстояние между положениями детектора до и после момента излучения, измеренное в инерциальной системе отсчета, в которой детектор покоится до испускания кванта. Разумеется, в этой системе отсчета соотношение (5.8) можно получить сразу же из таких соображений. В начальном состоянии (до излучения) энергия детектора равна  $(m_0 + m_1) c^2$ , а в конечном состоянии энергия детектора есть  $(m_0 + m_2) [c^2 + (v^2/2)]$ , а его потенциальная энергия в поле изменилась на  $-QE\Delta X$  и появился квант с энергией  $\hbar\omega$ . Импульс детектора вначале равнялся нулю, в конце он равен

$(m_0 + m_2) \mathbf{v}$ , а импульс кванта равен  $\hbar \mathbf{k} = \hbar c^{-1} \omega \mathbf{k} k^{-1}$ . Энергия кванта  $\hbar \omega = 0$  при  $\mathbf{v} = 0$ , и  $(m_2 - m_1) c^2 \equiv \Delta \varepsilon = QE \Delta X$ . Это и есть порог для излучения, так как  $\hbar \omega > 0$  при  $\Delta \varepsilon < QE \Delta X$ .

Условие (5.8) означает, что энергия, необходимая для излучения кванта и возбуждения детектора, берется от электрического поля, ускоряющего детектор.

Рассмотренные выше случаи равномерного движения в среде со скоростью  $v > c/n$  и равноускоренного движения в вакууме, конечно же, являются лишь специальными частными случаями движения детектора, при котором возможно его возбуждение из основного состояния с испусканием кванта. Подобный эффект имеет место и при движении с произвольным (переменным по направлению или величине) ускорением. В качестве интересного частного примера отметим уже упоминавшийся случай движения детектора с постоянной скоростью по окружности, рассмотренный в работах<sup>61,62</sup>.

Существует и другой класс явлений, а именно излучение движущихся макроскопических поляризуемых тел, который тесно связан с излучением движущегося детектора. С микроскопической точки зрения любое тело является системой с многими уровнями. Поляризуемость тела означает, что, скажем, под влиянием внешнего электрического поля тело приобретает некоторый дипольный момент. В общем случае речь идет о том, что тело взаимодействует с полем, в частности с нулевым полем. Поэтому, если в начальном состоянии тело находится на низшем уровне (например, при температуре  $T = 0$ ), а излучение отсутствует, то при сверхсветовом движении в среде или ускорении в вакууме в теле будут возникать возбуждения и также будет появляться соответствующее излучение. Другими словами, макроскопическое тело может считаться некоторым детектором, со всеми вытекающими отсюда последствиями. Однако в этом случае фиксация состояния тела (детектора) затруднена и наблюдать можно, вообще говоря, лишь его соответствующее излучение. Хорошо известным примером явления такого рода является квантовое излучение ускоренно движущихся «зеркал» (т. е. тел с бесконечно большой поляризуемостью<sup>19</sup>; об излучении ускоренных тел с конечной поляризуемостью см.<sup>66</sup>). Квантовое излучение нейтральной поляризуемой частицы, равномерно движущейся со скоростью  $v > c/n$  в среде, рассмотренное в работе<sup>67</sup>, также является аналогом аномального эффекта Допплера. Эффект квантового излучения поглощающегося цилиндрического тела, вращающегося вокруг оси симметрии, описанный в работах<sup>68,69</sup>, подобен эффекту возбуждения и излучения детектора при его круговом движении<sup>61,62</sup>. Отметим, что может представлять интерес также класс задач с движением детектора или поляризуемого тела с ускорением не только в вакууме, но и в среде, в условиях, когда скорость детектора превышает скорость света в этой среде,  $v > c/n$ . Комбинация АЭД и ускорения может изменить равновесное распределение по уровням и привести, в частности, к появлению инверсной населенности. При этом может оказаться существенным тот факт, что особенности движения в среде проявляются и в том случае, когда источник (детектор) движется в вакуумной щели, канале, в среде или вблизи этой среды (подробнее см.<sup>5</sup>). Такой случай особенно важен в условиях, когда детектор при движении в конденсированной среде может разрушаться или сильно тормозиться (оба эти эффекта при движении в пустых щели и канале или в вакууме вблизи среды, очевидно, отсутствуют). Эффект возбуждения детектора с излучением «фотона» и эффект квантового излучения поляризуемого тела возможны и в случае движения с постоянной до-световой скоростью  $v < c/n$  в среде, но при условии, что показатель преломления среды изменяется вдоль траектории движения вследствие изменения  $n$  в пространстве и (или) во времени<sup>70</sup>. Этот квантовый эффект является своеобразным аналогом хорошо известного эффекта переходного излучения<sup>5,71</sup>.

# 6. ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ В КВАНТОВОЙ ОБЛАСТИ И «ТЕПЛОВОЙ ХАРАКТЕР» ВАКУУМА В РАВНОМЕРНО УСКОРЕННОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

При обсуждении и сравнении поведения детекторов, покоящихся в равномерно ускоренной системе отсчета и в статическом однородном гравитационном поле (раздел 3), мы по сути дела вплотную столкнулись с вопросом о применимости принципа эквивалентности к явлениям, для которых существенна их квантовая природа. В этом разделе мы подробно обсудим этот важный вопрос.

Принцип эквивалентности, лежащий в основе общей теории относительности, был впервые сформулирован Эйнштейном в статье<sup>72</sup>, опубликованной в 1907 г. и явившейся первой на пути создания ОТО. В ней он, в частности, писал: «Рассмотрим две системы отсчета  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$ . Пусть  $\Sigma_1$  движется с ускорением в направлении своей оси  $X$ , и пусть ее ускорение (постоянное во времени) равно  $\gamma$ . Предположим, что  $\Sigma_2$  покоится, но находится в однородном гравитационном поле, которое сообщает всем телам ускорение —  $\gamma$  по оси  $X$ .

Как известно, физические законы относительно  $\Sigma_1$  не отличаются от законов, отнесенных к  $\Sigma_2$ ; это связано с тем, что в гравитационном поле все тела ускоряются одинаково. Поэтому при современном состоянии наших знаний нет никаких оснований полагать, что системы отсчета  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  в каком-либо отношении отличаются друг от друга, и в дальнейшем мы будем предполагать полную физическую равноценность гравитационного поля и соответствующего ускорения системы отсчета.

Это предположение распространяет принцип относительности на случай равномерно ускоренного прямолинейного движения системы отсчета. Эвристическая ценность этого предположения состоит в том, что оно позволяет заменить однородное поле тяжести равномерно ускоренной системой отсчета, которая до известной степени поддается теоретическому рассмотрению».

Здесь отражен переход от ранее известного и непосредственно экспериментально проверяемого утверждения (часто называемого «слабым принципом эквивалентности») об эквивалентности законов механики в равномерно ускоренной системе отсчета и в системе отсчета, покоящейся в однородном статическом гравитационном поле, к общему требованию эквивалентности всех физических явлений в этих системах (которое составляет содержание так называемого «эйнштейновского принципа эквивалентности»). Этот переход явился необходимым звеном, позволившим Эйнштейну построить ОТО, в которой гравитация описывается одним лишь метрическим тензором  $g_{\mu\nu}$ . Эвристическую ценность принципа эквивалентности Эйнштейн неоднократно подчеркивал и в дальнейшем. Например, в 1911 г. он писал<sup>73</sup>: «Пока мы ограничиваемся чисто механическими явлениями, для которых справедлива механика Ньютона, мы уверены в равноценности систем  $K$  и  $K'$  \*). Однако представление наше будет достаточно глубоким только в том случае, если системы  $K$  и  $K'$  окажутся равноценными относительно всех физических явлений, т. е. если законы природы по отношению к системе  $K$  полностью совпадут с законами природы по отношению к системе  $K'$ . Приняв это, мы получаем принцип, имеющий большее эвристическое значение, если он действительно справедлив». Во избежание не раз встречавшихся недоразумений подчеркнем также, что ни в коей мере нельзя свести гравитацию к кинематике — выбору некоторой ускоренной системы отсчета. Эйнштейн подчеркивал это еще до завершения построения ОТО в 1915 г. Например, в уже цитированной статье 1911 г.<sup>73</sup> он писал: «Конечно, нельзя л ю б о е поле тяжести заменить состоянием движения системы без гравитационного поля, точно

\*) Система  $K$  — покоящаяся в однородном гравитационном поле, а  $K'$  — равномерно ускоренная. В настоящей статье для них используются обозначения  $G$  и  $A$  соответственно. (Прим. авторов.)



так же, как нельзя преобразовать все точки произвольно движущейся среды к покою посредством релятивистского преобразования».

Разумеется, как и любой другой физический принцип, принцип эквивалентности нуждается в соответствующей экспериментальной проверке. При этом проверка слабого принципа эквивалентности с максимально возможной точностью для тел разного химического состава позволяет сделать определенные заключения и о точности выполнения эйнштейновского принципа эквивалентности (более подробно об этом см.<sup>74</sup> и приведенную в этой книге литературу).

Очевидно, что в то время, когда Эйнштейн впервые сформулировал принцип эквивалентности, речь шла в основном о законах классической физики, хотя приведенная им формулировка допускает очевидное распространение и на квантовые физические законы. Вопрос о том, выполняется

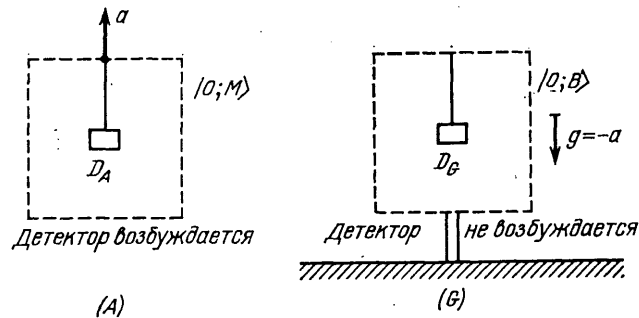


Рис. 5. Детектор  $D_A$ , прикрепленный к прозрачному ящику («лифту Эйнштейна») и вместе с ним движущийся равномерно ускоренно (с ускорением  $a$ ) в вакууме  $|0; M\rangle$  в пространстве-времени Минковского, возбуждается (рис. 5, А); аналогичный детектор  $D_G$ , покоящийся вблизи холодной ( $T=0$ ) «нейтронной звезды» (состояние поля  $|0; B\rangle$ ), не возбуждается (рис. 5, Г)

или нет принцип эквивалентности при описании явлений, для которых существенна их квантовая природа, отнюдь не тривиален. В этом можно убедиться, если сравнить поведение равноускоренного в инерциальной системе отсчета детектора (который, следовательно, покоится в равномерно ускоренной системе отсчета) с поведением детектора, покоящегося в однородном гравитационном поле, скажем, вблизи поверхности холодной ( $T=0$ ) нейтронной звезды (рис. 5). Поведение таких детекторов различно: в первом случае детектор возбуждается из основного состояния, во втором — остается в основном состоянии (см. таблицу в п. 3.3). Это различие сохраняется, очевидно, и в том случае, когда ускорение свободного падения в гравитационном поле  $g$  и ускорение движения детектора по отношению к I-системе в пространстве Минковского  $a$  связаны соотношением  $g = -a$ . Но именно одинаковость всех физических законов в А-системе (равномерно ускоренной системе отсчета с ускорением  $a$ ) и в G-системе (системе отсчета, покоящейся в однородном гравитационном поле  $g = -a$ ) составляет содержание принципа эквивалентности.

Как согласовать отличие поведения детекторов, покоящихся в А- и G-системах, с принципом эквивалентности и не означает ли оно нарушение последнего для квантовых явлений? Чтобы избежать недоразумений, ответим сразу: принцип эквивалентности для рассматриваемых явлений выполняется. Что же касается конкретного вопроса о поведении детекторов, покоящихся в А- и G-системах, то возникшее кажущееся противоречие связано не с нарушением принципа эквивалентности, а с недостаточно аккуратным его применением. Другое дело, что принцип эквивалентности в квантовой области нуждается в проверке, вообще говоря, в той же мере, что и в классической области. И в конечном счете здесь решающую роль играет экспери-

мент. Отметим лишь, что в настоящее время отсутствуют какие-либо указания на несоблюдение принципа эквивалентности.

Совпадение законов физики в системах отсчета А и G, о котором шла речь в приведенной выше формулировке эйнштейновского принципа относительности, означает, в частности, что временная эволюция физических объектов в этих системах отсчета А и G будет одинаковой, но при условии, что начальные и граничные условия в них задаются одинаковым образом. (В этом отношении принцип эквивалентности аналогичен, например, принципу относительности, гарантирующему одинаковую эволюцию во времени физических объектов в различных инерциальных системах отсчета, лишь в том случае, когда начальные и граничные условия в этих системах выбраны соответствующим образом \*).) В этой связи см., например, обсуждение вопроса об излучении движущегося электрона в ускоренной системе отсчета и в однородном статическом гравитационном поле<sup>75</sup>. Игнорирование этого обстоятельства могло бы привести и в ряде случаев действительно приводило к мнимому противоречию с принципом эквивалентности.

В интересующем нас случае физическая система (объект) состоит из детектора и квантованного поля, с которым он взаимодействует. Поэтому ука-

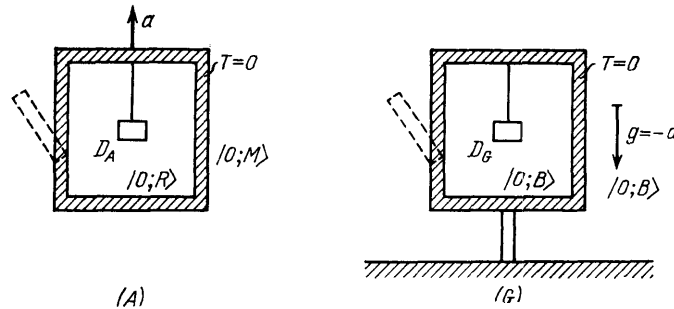


Рис. 6. До открытия «дверок» идентичные детекторы  $D_A$  и  $D_G$ , покоящиеся в изолированных ящиках, один из которых движется равномерно ускоренно (с ускорением  $a$  — рис. 6, А), а другой покоится в однородном гравитационном поле (в точке, где ускорение свободного падения  $g = -a$  — рис. 6, G), ведут себя одинаковым образом — не возбуждаются

занное сравнение поведения детекторов в А- и G-системах необходимо проводить, обеспечив одинаковые начальные и граничные условия не только для детекторов, но и для квантованного поля. Именно это последнее условие было нарушено, когда, выбрав вакуумное состояние  $|0; M\rangle$  в качестве начального состояния квантованного поля в А-системе, мы без особых оснований, хотя на первый взгляд это и кажется естественным, выбрали начальное состояние  $|0; B\rangle$  для поля в G-системе (см. таблицу на с. 672).

Чтобы проиллюстрировать справедливость принципа эквивалентности для обсуждаемых квантовых явлений, рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Пусть в I-системе имеются два покоящихся изолированных «ящика» с зеркальными (т. е. полностью отражающими кванты поля) стенками, в каждом из которых закреплен («подвешен») неподвижный относительно них детектор. Чтобы обеспечить одинаковый выбор начальных состояний, предположим, что в обоих «ящиках» состояние квантованного поля — вакуумное, т. е. отсутствуют реальные кванты («фотоны»), с которыми могут взаимодействовать детекторы, а сами детекторы находятся в основном состоянии.

\*) Обращаясь к самому элементарному примеру, напомним, что траектория и скорость движения материальной точки в двух инерциальных системах отсчета I и I' одинаковы, лишь если начальные положение и скорость этой точки по отношению к системам I и I' были выбраны одинаковыми.

Очевидно, что, пока «ящики» покоятся, детекторы в них не возбуждаются. Теперь один из «ящиков» приведем в состояние равномерно ускоренного (с ускорением  $\mathbf{a}$ ) движения, а другой — поместим в однородное гравитационное поле в точку, ускорение свободного падения равно  $\mathbf{g} = -\mathbf{a}$  (рис. 6). Конечно, в обоих случаях переход системы в новое состояние связан с действием на нее сил, зависящих от времени. Более того, при движении с переменным ускорением зеркальных стенок «ящика» возможно появление квантового излучения (см., например, <sup>19</sup>). Однако если процесс идет достаточно медленно («адиабатически»), так что для его описания можно использовать адиабатическое приближение, то можно показать, что детекторы по-прежнему будут находиться в основном состоянии (в одном случае это состояние, низшее по риндлеровской энергии; в другом — состояние, низшее по энергии с учетом работы сил тяготения). Что касается состояний квантованного поля, то внутри «ящика», покоящегося в А-системе, оно совпадает с вакуумом Риндлера  $|0; R\rangle$ , а внутри «ящика», покоящегося в G-системе, — с вакуумом Бульвара  $|0; B\rangle$  \*). Детекторы в результате взаимодействия с квантованным полем в обоих случаях ведут себя одинаково — не возбуждаются (см. таблицу в п. 3.3), что находится в согласии с принципом эквивалентности. При этом, как мы видим, состояние поля внутри ускоренного «ящика» вовсе не совпадает с вакуумным состоянием  $|0; M\rangle$  в окружающем пространстве Минковского. Поэтому, если нарушить изолированность «ящика» (например, открыв в его стенке «дверцу»), состояние поля внутри ящика (т. е. состояние  $|0; R\rangle$ ) начнет перестраиваться и в конце концов оно изменится так, что придет в равновесие с окружающим состоянием  $|0; M\rangle$ . Конечно, в этом процессе могут излучаться реальные кванты поля, но мы по-прежнему будем считать, что они уходят на бесконечность и не изменяют состояние поля вблизи «ящика». В результате изменения состояния в ускоренном «ящике» детектор в А-системе начнет возбуждаться, в то время как в G-системе детектор по-прежнему не возбуждается даже после открытия «дверцы» в «ящике» («ящик» помещен вблизи холодной при  $T = 0$  нейтронной звезды, так что состояние квантованного поля снаружи  $|0; B\rangle$ , т. е. такое же, как и внутри; см. выше).

Интересен вопрос: как в инерциальной системе отсчета объяснить отличие конечного состояния внутри ускоряемого «ящика» (до открытия в нем «дверцы») от исходного состояния  $|0; M\rangle$ ? Ответ на этот вопрос сводится к следующему. В процессе ускорения зеркальные стенки «ящика» движутся с переменным ускорением по отношению к I-системе и, следовательно, являются источником квантового излучения (см., например, <sup>19</sup>). Если бы ускорения передней и задней стенок совпадали, то потоки излучения от них внутри ящика в точности гасили бы друг друга. Однако, поскольку ящик жесткий, то передняя (по направлению ускорения) его стенка всегда движется с меньшим ускорением, чем задняя, и поэтому подобной компенсации их излучения не происходит. В результате состояние квантованного поля внутри ящика будет отличным от  $|0; M\rangle$ . Этот процесс в применении к аналогичной задаче о поведении детекторов в гравитационном поле черной дыры подробно рассмотрен в работе <sup>76</sup>.

\*) Подчеркнем, что волновые функции  $u_{\nu\mathbf{q}}$  квантованного поля внутри «зеркальных ящиков» отличаются от (2.16) и (2.29), поскольку они удовлетворяют другим граничным условиям. Существенно, однако, что соответствующие стационарные состояния имеют прежний вид временной зависимости  $\exp(-i\nu\tau)$ , где  $\tau = c\eta/|a|$  — собственное время в системе отсчета, в которой «ящик» покоится. Для такого выбора положительно-частотных решений мы используем для соответствующих вакуумных состояний те же обозначения, что и в отсутствие границ (см. таблицу в п. 3.3). Эта же оговорка относительно изменения волновых функций внутри ящика из-за граничных условий справедлива и для других состояний квантованного поля в «ящиках», рассматриваемых ниже. Подчеркнем, что, хотя размеры детектора, так же как и размеры ящика, в направлении вектора ускорения ограничены величиной  $l = c^2/a$ , их размеры в поперечном направлении могут быть сколь угодно велики. В случае G-системы эти размеры ограничены лишь размером области, в которой гравитационное поле можно считать однородным.

В качестве другого примера, иллюстрирующего выполнение принципа эквивалентности, рассмотрим следующую модификацию описанного выше мысленного эксперимента. А именно, будем считать, что температура стенок обоих «ящиков» по мере увеличения  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{g} = -\mathbf{a}$  также возрастает, причем так, что все время выполняется равенство  $T = T_a \equiv \hbar a / 2\pi k_B c$  (рис. 7). Для системы внутри этих «ящиков» последние по сути дела представляют собой термостаты, в соответствии с чем детекторы в обоих «ящиках» (в конечном состоянии: равномерно ускоренном и покоящемся в гравитационном поле) будут возбуждаться и регистрировать температуру  $T_a$ . Принцип эквивалентности снова выполняется. Если открыть «дверцы» «ящиков», то, в отличие

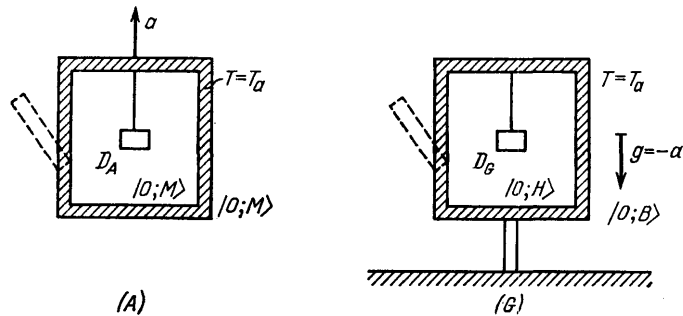


Рис. 7. Детектор  $D_A$  (покоящийся в А-системе отсчета) и детектор  $D_G$  (покоящийся в G-системе отсчета) ведут себя одинаково (возбуждаются) и в том случае, если стенки изолированных «ящиков», в которые они помещены, нагреты до одинаковой температуры  $T_a$ .

от рассмотренного выше случая, состояние поля внутри равномерно ускоренного ящика (оно описывается тепловой матрицей плотности риндлеровских квантов с температурой  $T_a$ ) окажется в равновесии с окружающим квантованным полем в состоянии  $|0; M\rangle$ . В то же время для состояния поля внутри «ящика», покоящегося вблизи холодной ( $T = 0$ ) нейтронной звезды, такое равновесие после открытия «дверцы» будет нарушено. Равновесие вблизи поверхности звезды оказывается возможным, если вне «ящика» находится равновесный тепловой газ «фотонов», причем температура этого газа в точке, где помещен «ящик», совпадает с температурой стенок «ящика»  $T_a$ . Иными словами, состояние квантованного поля вне ящика для равновесия должно совпадать с «вакуумом» Хартля — Хокинга  $|0; H\rangle$ .

В рассмотренных выше случаях предполагалось, что стенки «ящика» обеспечивают полную изоляцию от окружающего мира \*). Эти граничные условия позволяют гарантировать одинаковость состояний квантованного поля внутри «ящиков». Конечно же ничего не изменится, если стенки «ящиков» сделать полностью прозрачными для квантованного поля, но в качестве состояний этого поля вне «ящиков» выбирать соответствующие состояния. В частности, в этом смысле вакууму Минковского  $|0; M\rangle$  в А-системе отвечает вакуум Хартля — Хокинга  $|0; H\rangle$  в G-системе. Аналогично, вакууму Риндлера  $|0; R\rangle$  в А-системе отвечает вакуум Бульвара  $|0; B\rangle$  в G-системе (см. таблицу в п. 3.3). При таком выборе состояний поведение детекторов, покоящихся или одинаковым образом движущихся относительно обеих систем отсчета, идентично, как этого и требует принцип эквивалентности \*\*).

\*) Конечно, такую идеализированную постановку задачи нельзя реализовать ни в каких экспериментах. На самом деле, очевидно, достаточно, чтобы стенки ящика были непрозрачны лишь для тех частот, которые определяют переходы детектора.

\*\*) В ситуации, рассмотренной Бойером в работе<sup>76</sup>, нарушается условие выбора соответствующих состояний в равномерно ускоренной системе отсчета А и в системе отсчета G, покоящейся вблизи холодной нейтронной звезды. Поэтому сделанный им вывод о тепловом возбуждении детектора, покоящегося (закрепленного) в G-системе отсчета, ошибочен. Обсуждение вопроса о принципе эквивалентности для квантовых явлений см. также в<sup>49, 52, 78</sup>.

Мы не будем подробно рассматривать все возможные виды движения детекторов, ограничимся лишь еще одним примером. Пусть детектор, заключенный в ящике с прозрачными стенками, движется по инерции (т. е. равномерно и прямолинейно в I-системе) в вакууме  $|0; M\rangle$ , а другой такой же детектор в вакууме  $|0; H\rangle$  свободно падает в однородном гравитационном поле (рис. 8, а). Тогда как в первом, так и во втором случаях детекторы не возбуждаются из основного состояния. Некоторые другие варианты поведения детектора при другом выборе состояния его движения и (или) для других вакуумных состояний приведены на рис. 8, б — г. В каждом из этих случаев поведение детекторов в А- и G-системах одинаково.

Итак, в рассмотренных выше простых мысленных экспериментах принцип эквивалентности выполнен. Конечно, мы лишь схематично описали, как это происходит. Полное, математически строгое доказательство приведенных рассуждений отнюдь не просто и потребовало бы длинных вычислений. Такой анализ, проведенный к тому же в различных системах отсчета и позволяющий выяснить «механизм» соблюдения принципа эквивалентности в применении к той или иной физической ситуации, безусловно, важен и полезен. Имеется, однако, другая сторона вопроса — а именно большая эвристическая ценность принципа эквивалентности, которую так подчеркивал Эйнштейн, в частности, в приведенных выше цитатах. Если принять этот принцип, считая его справедливым, то возникает возможность связать между собой явления, происходящие в равномерно ускоренной системе отсчета и в однородном статическом гравитационном поле \*). Ниже в качестве иллюстрации мы покажем, как принцип эквивалентности может привести к выводу о тепловом характере вакуума  $|0; M\rangle$ , рассматриваемого в равномерно ускоренной системе отсчета А (см. также <sup>21,78</sup>).

С этой целью рассмотрим газ «фотонов» (или любых других квантов, которые мы для простоты тоже будем называть «фотонами»), находящийся в однородном статическом гравитационном поле. Хорошо известно, что если между «фотонами» имеется даже очень малое взаимодействие, то по прошествии некоторого времени в такой системе установится равновесие, причем равновесное распределение описывается тепловой матрицей плотности  $\hat{\rho}_\theta$  (см. (2.31) \*\*) (см., например, <sup>56</sup>; более строгое доказательство см. в <sup>79</sup>). Возникает вопрос: какие дополнительные свойства рассматриваемого состояния выделяют то значение параметра  $\beta = \hbar a / 2\pi k_B c \theta$  ( $\theta = T_a$ ,  $\beta = 1$ ), для которого рассматриваемое состояние совпадает с вакуумом Хартля — Хокинга в статическом однородном поле?

Рассмотрим более детально свойства равновесного газа. С этой целью введем функцию

$$G^\beta(x, x') = \text{Sp} [\hat{\rho}_\theta \hat{\phi}(x) \hat{\phi}(x')] = \sum_j [u_j(x) \bar{u}_j(x') \bar{n}_j^\theta + \bar{u}_j(x) u_j(x') (\bar{n}_j^\theta + 1)], \quad (6.1)$$

являющуюся в рассматриваемом случае аналогом положительно-частотной функции (3.26). Величины  $\bar{n}_j^\theta$  определены соотношением (3.32). Эта функция  $G^\beta(x, x')$  может быть вычислена явно, и она имеет вид <sup>80</sup>

$$G^\beta(x, x') = \frac{1}{8\pi^2 \rho \rho'} \frac{1}{\beta \text{sh } \lambda} \frac{\text{sh}(\lambda/\beta)}{\text{ch}(\lambda/\beta) - \text{ch}[(\eta - \eta' - i\zeta)/\beta]}, \quad (6.2)$$

где

$$x = (\eta, \rho, y, z), \quad x' = (\eta', \rho', y', z'), \quad (6.3)$$

$$\text{ch } \lambda = [\rho^2 + \rho'^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2] (2\rho\rho')^{-1}.$$

\*) В работе <sup>52</sup> принцип эквивалентности был, например, использован для вычисления потоков энергии-импульса квантованного поля внутрь черной дыры.

\*\*) Включение слабого взаимодействия существенно лишь для установления равновесия. После установления этого равновесия можно считать частицы теплового газа практически свободными, поскольку поправки, связанные с их взаимодействием, малы, и описывать газ с помощью матрицы плотности  $\hat{\rho}_\theta$ .

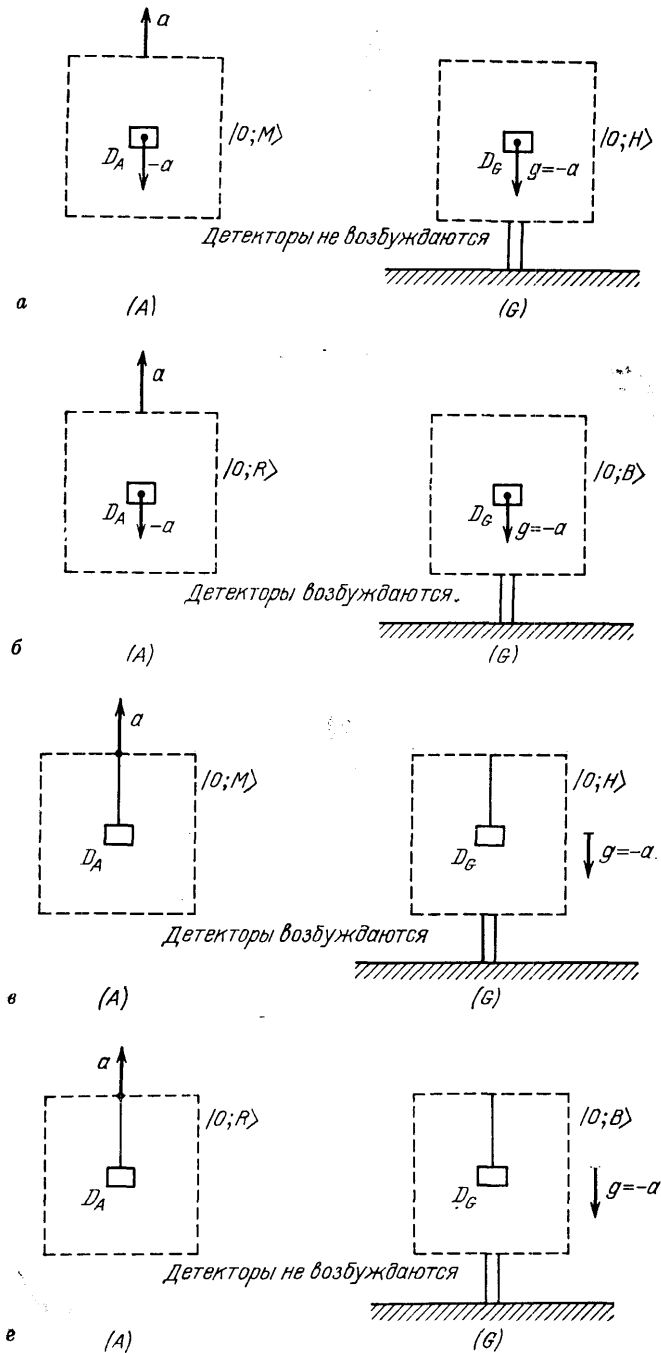


Рис. 8. На рисунках 8, а, б, в, г изображены различные варианты видов движения детекторов  $D_A$  и  $D_G$  относительно соответствующих (А и G) систем отсчета при различных, но отвечающих друг другу («соответственных») выборах вакуумных состояний; поведение таких детекторов при этом идентично.

Детекторы  $D_A$  и  $D_G$  не возбуждаются в ситуациях, изображенных на рис. 8, а (свободное движение детектора, состояния  $|0; M\rangle$  и  $|0; H\rangle$ ) и на рис. 8, г (детекторы покоятся в А- и G-системах, состояния  $|0; R\rangle$  и  $|0; B\rangle$ ). Детекторы  $D_A$  и  $D_G$  возбуждаются в ситуациях, изображенных на рис. 8, б (детекторы свободно движутся, состояния  $|0; R\rangle$  и  $|0; B\rangle$ ) и на рис. 8, в (детекторы покоятся в А- и G-системах, состояния  $|0; M\rangle$  и  $|0; H\rangle$ ). Разумеется, ситуация, изображенная на рис. 8, в (А), совпадает с изображенной на рис. 5 (А). Аналогично, совпадают ситуации на рис. 8, г (G) и 5 (G).

С помощью этой функции можно вычислить тензор энергии-импульса для рассматриваемого газа безмассовых скалярных квантов. Не останавливаясь на деталях вычисления, приведем здесь лишь конечный результат

$$\langle T_{\mu}^{\nu} \rangle^{\text{ren}} = \frac{\hbar c}{\rho^4} \frac{\beta^{-4} - 1}{1440 \pi^2} (\delta_{\mu}^{\nu} - 4\delta_0^{\nu} \delta_{\mu}^0). \quad (6.4)$$

Обратим теперь внимание на то, что при всех  $\beta \neq 1$  этот тензор существенно зависит от  $\rho$ , а распределение энергии-импульса, описываемое им, явно неоднородно. Этот факт неудивителен, поскольку, как уже отмечалось выше, локальная температура этого теплового газа зависит от точки. Может вызвать удивление другое: при  $\beta = 1$  тензор (6.4) обращается в 0, а распределение энергии-импульса, описываемое им, становится полностью однородным. Аналогичным свойством обладают выражения для тензора энергии-импульса других квантованных полей.

Как объяснить такую странную на первый взгляд особенность поведения  $\langle T_{\mu}^{\nu} \rangle^{\text{ren}}$ ? Равновесный тепловой газ, покоящийся в G-системе отсчета, находится во внешнем статическом гравитационном поле. Действие этого внешнего поля приводит к изменению волновых функций, описывающих движение частиц газа, что в свою очередь приводит к тому, что значение локальных наблюдаемых (например,  $\langle T_{\mu}^{\nu} \rangle^{\text{ren}}$ ) зависит от характеристик поля. Этот эффект хорошо известен как поляризация вакуума внешним полем. В рассматриваемом случае из-за симметрии задачи вклад в тензор энергии-импульса, описывающий поляризацию вакуума

$$\langle T_{\mu}^{\nu} \rangle^{\text{pol}} \equiv \langle T_{\mu}^{\nu} \rangle^{\text{ren}}|_{\theta=0} = - \frac{\hbar c}{1440 \pi^2 \rho^4} (\delta_{\mu}^{\nu} - 4\delta_0^{\nu} \delta_{\mu}^0), \quad (6.5)$$

совпадает по своей тензорной структуре с вкладом, определяемым температурой

$$\langle T_{\mu}^{\nu} \rangle^{\theta} = \frac{\hbar c}{\rho^4} \frac{\beta^{-4}}{1440 \pi^2} (\delta_{\mu}^{\nu} - 4\delta_0^{\nu} \delta_{\mu}^0), \quad (6.6)$$

но имеет противоположный знак. Это делает возможным полное взаимное сокращение этих вкладов при определенном значении параметра  $\beta$ . Это свойство выделяет значение параметра  $\beta = 1$ , т. е. симметрия состояния, описываемого матрицей плотности  $\hat{\rho}_{\theta}$ , является более высокой при значении  $\theta = T_a$  ( $\beta = 1$ ), чем при всех остальных значениях этого параметра. В частности, можно убедиться, перейдя, например, от риндлеровских к декартовым координатам, что функция  $G^i(X, X')$  совпадает с (3.24), и тем самым доказать, что при  $\beta = 1$  эта функция, определяющая физические свойства системы, инвариантна относительно преобразований Пуанкаре. Состояние, однозначно выделяемое этим свойством, является вакуумом Хартля — Хокинга  $|0; H\rangle$ . Если теперь в соответствии с принципом эквивалентности потребовать, чтобы выполнялось аналогичное свойство пуанкаре-инвариантности для состояния, отвечающего  $|0; H\rangle$  в A-системе, то этим требованием выделяется вакуум  $|0; M\rangle$  в пространстве Минковского.

Согласно принципу эквивалентности все физические наблюдаемые в A-системе для этого выбранного начального состояния  $|0; M\rangle$  квантованного поля должны совпадать с аналогичными физическими наблюдаемыми в G-системе для состояния  $|0; H\rangle$ . Если учесть, что последнее описывает равновесный тепловой газ с температурой  $T_g$ , то можно прийти к выводу о том, что в равномерно ускоренной системе отсчета вакуум Минковского  $|0; M\rangle$  ведет себя как тепловой равновесный газ с температурой  $T_{a=g}$ .

## 7. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Сделаем еще несколько замечаний общего характера, касающихся общезначения вопросов, рассмотренных в настоящей статье.

После создания общей теории относительности (1915 г.) и квантовой механики (1925–1927 гг.) естественно возник вопрос о построении объединяющей их теории, позволяющей описать как квантовые, так и классические явления с учетом гравитационного взаимодействия. Эта проблема еще полностью не решена и на сегодняшний день, причем остается важнейшей в теоретической физике.

Сначала обсуждались как общие вопросы о квантовании гравитационного поля, так и простейшие квантово-гравитационные эффекты. Примером последних можно считать рассеяние гравитонов друг на друге. При этом выяснилась малость квантовых эффектов в гравитации для масштабов, существенно превосходящих планковские (в случае длины речь, очевидно, идет о планковской длине  $l_g \sim 10^{-33}$  см).

В конце 60-х и начале 70-х годов в квантовой теории гравитации наступил, можно сказать, новый этап развития. С одной стороны, было осознано, что теория гравитации является калибровочной теорией поля со всеми вытекающими отсюда последствиями. В частности, можно использовать развитый для таких теорий формализм квантования. В рамках калибровочных теорий проводится и объединение гравитации с другими полями с целью создания вариантов единой теории поля (наиболее популярна сейчас супергравитация, а в последнее время — теория струн и суперструн). С другой стороны, возник интерес к квантовым эффектам в сильных классических гравитационных полях в связи с обсуждением роли квантовых эффектов на ранних этапах эволюции Вселенной и в гравитационном поле черных дыр. В 1974 г. Хокинг показал, что при учете квантования полей черные дыры излучают кванты этих полей с тепловым спектром. Тем самым выявилась удивительная связь теории гравитации и квантовой теории с термодинамикой уже на примере статического гравитационного поля. Эта связь, как было показано Унру (1976 г.), сохраняется по сути дела и в пределе однородного гравитационного поля, а также в равномерно ускоренной системе отсчета. Последнее довольно естественно в силу принципа эквивалентности.

Вопросы о квантовых эффектах в равномерно ускоренных системах отсчета и в однородном гравитационном поле могли быть, по-видимому, прояснены уже давно — после создания теории гравитации и квантовой теории поля. Но как уже не раз случалось в физике, это было сделано лишь после того, как была решена другая, более сложная задача о квантовых эффектах в гравитационном поле черной дыры. Возможно, что вопрос о связи гравитации, квантования и термодинамики имеет фундаментальное значение, выходящее за рамки лишь квантовой теории гравитации и окажется важным при дальнейшем развитии физики.

В силу сказанного ясно, что проблема квантования и «выбора» вакуума в однородном гравитационном поле и в ускоренной системе отсчета имеет большое, по крайней мере методическое значение. Поэтому, как мы надеемся, оправдано появление настоящей статьи, посвященной подробному рассмотрению квантовой теории в равномерно ускоренных системах отсчета и в однородном гравитационном поле, а также анализу принципа эквивалентности в квантовой области.

В заключение авторы пользуются возможностью поблагодарить А. И. Никишова, И. Д. Новикова и В. И. Ритуса за замечания, сделанные ими при чтении рукописи.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Эйнштейн А. Собрание научных трудов.— М., Наука, 1966.— Т. 2. С. 744.— Речь идет о статье «Относительность и проблема пространства», впервые опубликованной в 1952 г. в виде приложения к книге Эйнштейна «О специальной и общей теории относительности».
2. Гинзбург В. Л.//УФН. 1987. Т. 151. С. 119.
3. Эйнштейн А. Собрание научных трудов.— М., Наука, 1965.— Т. 1. С. 682.
4. Aitchison I. J. R.//Contem. Phys. 1985. V. 26. P. 333.
5. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика.— 3-е изд., доп.— М.: Наука, 1987.
6. McCrea W.//Quart. J. RAS. 1986. V. 27. P. 137.
7. Бараш Ю. С., Гинзбург В. Л.//УФН. 1975. Т. 116. С. 5; 1984. Т. 143. С. 345.
8. Casimir H. B. G.//Proc. Kon. Ned. Ak. Wetenschap. 1948. V. 51. P. 793.— Поскольку эта статья трудно доступна, отметим, что соответствующие вычисления приведены в <sup>7</sup> и указанных там статьях (см., например: Воег Т. Н.//Ann. Phys., New York. 1970. V. 56. P. 474).
9. Гинзбург В. Л.//УФН. 1983. Т. 140. С. 687.
10. Уилер Дж. Предвидение Эйнштейна.— М.: Мир, 1970.
11. Гинзбург В. Л., Киржниц Д. А., Любушин А. А.//ЖЭТФ. 1971. Т. 60. С. 451.
12. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Строение и эволюция Вселенной.— М.: Наука, 1975.
13. Гинзбург В. Л. О физике и астрофизике.— М., Наука, 1985.— Ч. 1. § 21.
14. Гинзбург В. Л.//Письма ЖЭТФ. 1975. Т. 22. С. 514.
15. Гинзбург В. Л., Фролов В. П.//Письма Астрон. ж. 1976. Т. 2. С. 474.
16. Гриб А. А., Мамаев С. Г., Мостепаненко В. М. Квантовые эффекты в интенсивных внешних полях.— М.: Атомиздат, 1980.
17. Новиков И. Д., Фролов В. П. Физика черных дыр.— М.: Наука, 1986.
18. Hawking S. W.//Nature. 1974. V. 248. P. 30; Commun. Math. Phys. 1975. V. 43. P. 199; перевод последней статьи: //Альберт Эйнштейн и теория гравитации.— М.: Мир, 1979.— С. 479.
19. Unruh W. G.//Phys. Rev. Ser. D. 1976. V. 14. P. 870.
20. Биррелл П., Дэвис П. Квантованные поля в искривленном пространстве-времени.— М.: Мир, 1984.
21. DeWitt B. S.//General Relativity: An Einstein Centenary Survey/Eds S. W. Hawking, W. Israel.— London: Cambr. Univ. Press, 1979; перевод: Общая теория относительности.— М., Мир, 1983.
22. Sciama D. W., Candellas P., Deutsch D.//Adv. Phys. 1981. V. 30. P. 327.
23. Takagi S.//Prog. Theor. Phys. Suppl. 1987. V. 88. P. 1.
24. Unruh W. G., Wald R. M.//Phys. Rev. Ser. D. 1984. V. 29. P. 1047.
25. Гинзбург В. Л., Фролов В. П.//Письма ЖЭТФ. 1986. Т. 43. С. 265; Фролов В. П., Ginzburg V. L.//Phys. Lett. Ser. A. 1986. V. 116. P. 423.
26. Гинзбург В. Л., Фролов В. П.//Тр. ФИАН СССР. Т. 199.
27. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. Ч. 1.— М., Наука, 1968.
28. Боголюбов Н. И., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей.— 2-е перераб. и доп.— М., Наука, 1973.
29. Ферми Э. Научные труды.— М., Наука, 1971.— Т. 1. С. 54.
30. Fulton T., Rorlich F.//Ann. Phys., New York. 1960. V. 9. P. 499.
31. Rindler W. Essential Relativity: Special, General and Cosmological.— New York: Van Nostrand, 1969.
32. Kalckar J., Lindhard J., Uefbeck O.//Kong. Danske Videnskab. Selskab., Mat.-fys. Medd. 1982. V. 40. No. 11. P. 1.
33. Davies P. C. W.//J. Phys. Ser. A. 1975. V. 8. P. 609.
34. Bell J. S., Leinaas J. M.//Nucl. Phys. Ser. B. 1983. V. 212. P. 131.
35. Iyer B. R., Kumar A.//J. Phys. Ser. A. 1980. V. 13. P. 469.
36. Troost W., van Dam H.//Phys. Lett. Ser. B. 1977. V. 71. P. 149.
37. Israel W., Nester J. M.//Ibidem. Ser. B. 1983. V. 98. P. 329.
38. Hinton S.//J. Phys. Ser. A. 1983. V. 16. P. 1937.
39. Boyer T. H.//Phys. Rev. Ser. D. 1984. V. 29. P. 1089.
40. Boyer T. H.//Ibidem. V. 30. P. 1228.
41. Cole D. C.//Ibidem. 1985. V. 31. P. 1972.
42. Sanchez N.//Phys. Lett. Ser. A. 1985. V. 112. P. 133.
43. Takagi S.//Prog. Theor. Phys. 1984. V. 72. P. 505.
44. Takagi S.//Ibidem. 1985. V. 74. P. 142, 501.
45. Hacyan S.//Phys. Rev. Ser. D. 1985. V. 32. P. 3216.
46. Hughes R.//Ann. Phys., New York. 1985. V. 162. P. 1.
47. Boulware D. G.//Phys. Rev. Ser. D. 1975. V. 11. P. 1404.
48. Boulware D. G.//Ibidem. V. 12. P. 350.
49. Boulware D. G.//Ibidem. 1976. V. 13. P. 2169.

49. Гришук Л. П., Зельдович Я. Б., Рожанский Л. В.//ЖЭТФ. 1987. Т. 92. С. 20.
50. Fulling S. A.//J. Phys. Ser. A. 1977. V. 10. P. 917.
51. Hartle J. B., Hawking S. W.//Phys. Rev. Ser. D. 1976. V. 13. P. 2188.
52. Frolov V. P., Thorne K. S.//Ibidem. 1988.
53. Лоундон Р. Квантовая теория света.— М.: Наука, 1976.
54. Unruh W. G.//Phys. Rev. Ser. D. 1986. V. 34. P. 1222.
55. Ooguri H.//Ibidem. V. 33. P. 3573.
56. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика.— М.: Наука, 1976.— § 41.
57. Myhrvold N. P.//Ann. Phys., New York. 1985. V. 160. P. 102.
58. Никишов А. И.//ЖЭТФ. 1970. Т. 59. С. 1262.
59. Никишов А. И.//Тр. ФИАН СССР. 1979. Т. 111. С. 152.
60. Bell J. S., Leinaas J. M. The Unruh Effect and Quantum Fluctuations of Electrons in Storage Rings: Preprint CERN-TH. 4468/86.— Geneva, 1986.
61. Letaw J. R., Pfautsch J. D.//Phys. Rev. Ser. D. 1980. V. 22. P. 1345.
62. Letaw J. R.//Ibidem. 1981. V. 23. P. 1709.
63. Grove P. G., Ottewill A. C.//J. Phys. Ser. A. 1983. V. 16. P. 3905.
64. Насуан С., Сармиенто А.//Phys. Lett. Ser. B. 1986. V. 179. P. 287.
65. Гинзбург В. Л., Франк И. М.//ДАН СССР. 1947. Т. 56. С. 583.
66. Курьян В. Е., Фролов В. П. Препринт ФИАН СССР № 341.— Москва, 1986.
67. Мейер Р. Р.//Phys. Ser. A. 1985. V. 18. P. 2235.
68. Зельдович Я. Б.//Письма ЖЭТФ. 1971. Т. 14. С. 270.
69. Зельдович Я. Б.//ЖЭТФ. 1972. Т. 62. С. 2076.
70. Курьян В. Е. Препринт ФИАН СССР № 118.— Москва, 1987.
71. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние (некоторые вопросы теории).— М.: Наука, 1984.
72. Einstein A.//Jahrb. Radioakt. und Elektron. 1907. Bd. 4. S. 411; перевод://Эйнштейн А. Собрание научных трудов.— М.: Наука, 1965.— Т. 1. С. 65.
73. Einstein A.//Ann. d. Physik. 1911. Bd 35. S. 898; перевод://Эйнштейн А. Собрание научных трудов.— М.: Наука, 1965.— Т. 1. С. 165.
74. Will C. M. Theory and Experiment in Gravitational Physics.— Cambridge: Cambr. Univ. Press. 1981; перевод: Уилл К. Теория и эксперимент в гравитационной физике.— М.: Энергоиздат, 1985.
75. Гинзбург В. Л.//УФН. 1969. Т. 98. С. 569.
76. Unruh W. G., Wald R. M.//Phys. Rev. Ser. D. 1982. V. 25. P. 942.
77. Boyer T. H.//Sci. American. 1985. V. 253. No. 0. P. 56; перевод://В мире науки. 1985. № 10. С. 4.
78. Candelas P., Sciama D. W.//Quantum Theory of Gravity: Essays in Honor of the 60th Birthday of Bryce S. DeWitt/Ed. S. M. Christensen.— Bristol: Adam Hilger, 1984.— P. 78.
79. Haag R., Kastler D., Trich-Pohlmeier E. B.//Commun. Math. Phys. 1974. V. 38. P. 173.
80. Dowker J. S.//Phys. Rev. Ser. D. 1978. V. 18. P. 1856.