# УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

535.14

# НОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В КВАНТОВОЙ ОПТИКЕ: АНТИГРУППИРОВКА И СУБПУАССОНОВСКАЯ СТАТИСТИКА ФОТОНОВ, СЖАТЫЕ СОСТОЯНИЯ

# Д. Ф. Смирнов, А. С. Трошин

#### СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	233
<ol> <li>Измеряемые величины</li> <li>1</li></ol>	239
2.1. Корреляционная функция фототока. 2.2. Признаки АГФ и СПСФ. 2.3. Сжа-	
тые состояния поля и СПСФ (примеры).	
3. Нелинейная резонансная флуоресценция невзаимодействующих атомов: анти-	
группировка фотонов и субпуассоновская статистика фотонов	243
3.1. Групповое разложение корреляционных функций. 3.2. Антигруппировка	
фотонов флуоресценции одного атома. 3.3. Многоатомные эффекты в НРФ	
системы атомов.	252
4. Сжатые состояния	434
усилитель. 4.3. О реализации сжатых состояний.	
5. Люминесценция при отталкивательной статистике атомных возбуждений	257
<ol> <li>5. Люминесценция при отталкивательной статистике атомных возоуждений</li> <li>5.1. Возбуждение атомов электронным пучком с депрессией дробового шума.</li> </ol>	201
5.2. Субпуассоновская статистика люминесценции примесных центров в кри-	
сталлах, обусловленная кооперативной дезактивацией.	
6. Генерация излучения с повышенной регулярностью	261
6.1. Учет статистики накачки в теории одномодовой генерации. 6.2. Регулярная	
накачка. 6.3. Отталкивательная статистика накачки. 6.4. Лазер с многофотон-	
ными потерями.	
7. Заключение	266
Список литературы	267

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Входящие в название обзора термины связаны с понятиями и явлениями в оптике, изучение которых началось в семидесятых годах и находится на восходящем участке развития. Достижением максимума, видимо, можно будет считать надежную экспериментальную реализацию макроскопических источников света с повышенной регулярностью потока фотонов. Главным для обсуждаемых состояний электромагнитного поля является именно этот признак — снижение флуктуации излучения по сравнению с уровнем дробового шума, достижимым в одномодовой стационарной генерации лазера при сильном превышении порога.

Основные понятия рассмотрим на примере известных опытов по временным корреляциям фотонов  $^{1, 2}$ . На рис. 1, a изображена упрощенная схема опыта по счету задержанных парных совпадений фотоотсчетов $^{3}$ . Пучок света от стационарного источника S делится на два пучка, которые попадают на фотодетекторй  $D_{1}, D_{2}$ . Схема регистрирует задержанные на время  $\tau$  совпадения фотоотсчетов. Средняя по ансамблю измерений скорость счета пропорциональна корреляционной функции фототоков K ( $\tau$ ) от двух фотодетекторов K ( $\tau$ ) =  $\langle J_{1}$  (0)  $J_{2}$  ( $\tau$ )  $\rangle$  (точные определения актуальных

измеряемых величин см. в разделе 2). Термин «группировка фотонов» (рис. 1,  $\delta$ ) означает превышение числа парных совпадений при малых  $\tau$  над «случайным»,  $\tau$  е. соответствующим отсутствию корреляций:  $K(\tau) > \langle J \rangle^2$  при малых  $\tau$  (принято для простоты  $\langle J_1 \rangle = \langle J_2 \rangle$ ). Группировка фотонов свойственна естественным (квазитепловым) источникам света. Она обусловлена интерференцией волн от различных точек источника (атомов) (см. раздел 3). Связанную с такой интерференцией случайную модуляцию интенсивности часто (но не всегда — см. ниже) удается описать в рамках полуклассического варианта теории (без квантования электромагнитного поля — посредством специального для каждого типа источника моделирования стохастического поля и квантово-механического описания взаимодействия его с атомами фотодетектора).

Для лазерного излучения в одномодовом стационарном режиме при значительном превышении порога, когда состояние поля приближается к глауберовскому когерентному состоянию, выполняется равенство  $K(\tau) = \langle J \rangle^2$ , т. е. отсутствует статистическая зависимость актов регистрации фотонов<sup>3</sup>.

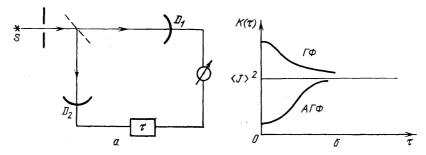


Рис. 1. Опыт по статистике задержанных совпадений фотоотсчетов. a—Упрощенная схема эксперимента.  $\delta$ —Примеры корреляционных функций фототоков:  $\Gamma\Phi$ —при группировке,  $\Lambda\Gamma\Phi$ —при антигруппировке фотонов

Уже в основополагающих работах по квантовой оптике <sup>4-7</sup> (см. также <sup>3</sup>, с. 333) отмечалось, что возможны и состояния электромагнитного поля с «отрицательными» парными корреляциями фотонов, т. е. с антигруппировкой фотонов (АГФ; *англ*, antibunching). В этом случае в опыте по счету задержанных совпадений фотоотсчетов K ( $\tau$ ) <  $\langle J$ ) $^2$  (см. рис. 1,  $\sigma$ ; АГФ). Можно

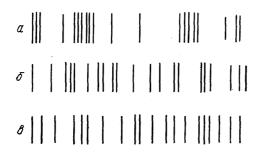


Рис. 2. Примеры реализаций импульсов фототока при различных статистических свойствах излучения.

a—Группировка и сверхпуассоновская статистика. b—Распределение Пуассона. b—Антигруппировка и субпуассоновская статистика

сказать, что при наличии  $\Lambda \Gamma \Phi$  определенная по ансамблю пар задержанных совпадений фотоотсчетов (при всех значениях  $\tau$ ) условная вероятность обнаружить «второй» фотон вслед за «первым» с малым временем задержки  $\tau$  меньше безусловной вероятности обнаружения фотона.

Проследим особенности фотонных корреляций в опыте по измерению распределения фотоотсчетов p (n, T) — вероятности того, что за время T будет зарегистрировано ровно n фотоимпульсов. Пусть излучение попадает на идеальный фотодетектор (см. раздел 2); при этом **временные** реализации фототока можно представить в виде последовательностей импульсов малой длительности. На рис. 2 изображены такие реализации для различных источ-

ников  $^{8}$ . Рассмотрим дисперсию D  $[n; T] = \langle (n-\overline{n})^{2} \rangle$  распределения p (n; T) числа фотоотсчетов  $(\overline{n} - \text{среднее})$  число фотоотсчетов). Распределение Пуассона p  $(n) = (\overline{n}^{n}/n!)$   $n^{-\overline{n}}$  с дисперсией D  $[n] = \overline{n}$  характерно, как известно, для поля в когерентном состоянии  $^{4}$  (см. рис. 2,  $\delta$ ). Группировке фотонов отвечает неравенство D  $[n] > \overline{n}$ , т. е. больший по сравнению с пуассоновским распределением разброс импульсов фототока, попадающих в данный интервал времени T (см. рис. 2, a). Антигруппировке соответствуют более гладкие распределения импульсов во времени (см. рис. 2, a); если D  $[n] < \overline{n}$ , то говорят о субпуассоновской статистике фотонов (СПСФ).

При исследовании статистики излучения одной моды естественного источника за время  $T \ll \tau_c$ , где  $\tau_c$  — время когерентности, получается распределение Бозе — Эйнштейна  $p(n) = (\overline{n^n})/(\overline{n}+1)^{n+1}$ ; при этом  $D[n] = \overline{n} + \overline{n^2}$ . Большую роль играют пространственные корреляции. Если детектор собирает излучение с площади S, много большей площади пространственной когерентности  $\sigma_c$  на поверхности фотокатода, а время одного измерения T превышает  $\tau_c$ , то случайная интерференция приводит к дисперсии  $D[n] = \overline{n} (1 + \delta')$ ,  $\delta' = (1/2) (\sigma_c/S) \langle J \rangle \tau_c = q\delta$ ,  $\delta$  — параметр вырождения излучения (среднее число фотонов, проходящих за время когерентности через площадку когерентности), q — квантовый выход фотодетектора. При  $\delta \ll 1$  (число фотонов в объеме когерентности мало) распределение фотонов мало отличается от пуассоновского.

Отметим интересный случай сверхгруппировки фотонов  $D[n] > n + n^2$ , возникающей при двухфотонном испускании; при этом **па́ры** фотонов коррелированы по крайней мере на интервале времени порядка  $\omega_{21}^{-1}$  ( $\omega_{21}$ —частота перехода)<sup>9</sup>. В процессе параметрического деления ( $\omega_0 \stackrel{.}{\equiv} \omega_1 + \omega_2$ ), кроме сильной положительной временной корреляции, имеется также жесткая корреляция фотонов  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  по направлениям («бифотон»)<sup>10</sup>. Уже найдены и обсуждаются новые применения излучения с такими корреляциями для точных измерений и передачи информации <sup>10, 11</sup>.

Впервые АГФ была экспериментально обнаружена в нелинейной резонансной флуоресценции одиночных атомов в разреженном атомном пучке в 1977 г.  $^{12}$ . Эффект был предсказан в работах  $^{13-15}$  (в  $^{15}$  были рассмотрены также многоатомные эффекты с учетом квантово-механической интерференции). После уточнения теории, анализа условий эксперимента и установления хорошего согласия теории и эксперимента  $^{16-18}$  возник поток теоретических работ. В 1983 г. появилось сообщение  $^{19}$  о регистрации СПСФ в нелинейной резонансной флуоресценции одного атома (см. также  $^{20}$ ). Дисперсия числа фотоотсчетов в этих условиях была рассчитана раньше в  $^{21-23}$ ; распределение фотоотсчетов в целом исследовалось теоретически в ряде работ  $^{23-27}$ . Типичный результат опытов  $^{12,17}$  по счету задержанных совпадений приведен на рис. 6 (из статьи  $^{18}$ ; см. раздел 3).

Конечно, фермиевские черты распределения фотонов при наличии АГФ и СПСФ не противоречат требованиям статистики Бозе — Эйнштейна. Эффекты АГФ и СПСФ обусловлены специфической динамикой источника, «расталкивательными» факторами в испускании или преобразовании потока фотонов \*). В случае нелинейной резонансной флуоресценции одного атома при стационарном монохроматическом возбуждении таким фактором является неизбежная задержка в последовательных актах рассеяния падающих фотонов. В данных условиях приготовления системы и наблюдения эта задержка согласуется с нестационарной эволюцией населенности возбужденного уровняя  $\rho_{22}^{(11)}$  ( $\tau$ ) (верхние индексы в элементе матрицы плотности означают начальное условие при  $\tau$  = 0): регистрация «первого» фотона косвенно, но с досто-

<sup>\*) «</sup>Чем нас больше соберется, тем нам будет веселей» — эту любимую песенку бозонов  $^{\infty}$  можно и не услышать (в данном случае — не увидеть), если запретить «певцам» собираться вместе.

верностью фиксирует атом в нижнем состоянии «1» (см. рис. 6; подробнее — в разделе 3).

В качестве другого примера из нелинейной оптики приведем распространение когерентной волны в среде с двухфотонным поглощением. Здесь появление  $A\Gamma\Phi$  и  $C\Pi C\Phi$  можно представить как следствие более вероятного поглощения из пуассоновского потока пар фотонов, «расположенных» близка по времени (из областей повышенной интенсивности). Результирующий поток фотонов должен оказаться, таким образом, более регулярным, чем входящий.  $A\Gamma\Phi$  и  $C\Pi C\Phi$  в ряде эффектов нелинейной оптики рассмотрены в обзорах  $^{8,29,30}$ .

СПСФ может быть следствием преобразования «расталкивательной» статистики актов возбуждения в статистику излучения (разделы 5, 6). В  $^{176}$  обнаружен экспериментально (хотя и слабый) эффект СПСФ в люминесценции атомов, возбуждаемых электронным пучком с подавлением дробового шума.

АГФ и СПСФ может обнаруживать поле излучения в сжатых состояниях (англ. squeezed states), широко обсуждаемых в литературе (разделы 2, 4; имеется содержательный краткий обзор 31). В сжатом состоянии гармонического осциллятора дисперсия какой-либо из двух канонически сопряженных наблюдаемых меньше, чем в когерентном состоянии. Для одной стоячей волны свободного электромагнитного поля запишем оператор электрической напряженности в представлении Гейзенберга:

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \stackrel{\rightleftharpoons}{e} (\mathbf{r}) [a \exp(-i\omega t) + a^{+} \exp(i\omega t)]; \tag{1.1}$$

здесь  $a^+$  и a — операторы рождения и уничтожения фотона (в более общем случае — операторы «медленных» амплитуд),  $\mathcal{E}(\mathbf{r})$  — функция пространственной моды поля. Введем эрмитовы операторы (квадратурные компоненты)

$$X_1 = \frac{1}{2}(a^+ + a), \quad X_2 = \frac{i}{2}(a^+ - a),$$
 (1.2)

формально аналогичные безразмерным операторам q и p для гармонического осциллятора. Оператор напряженности  ${\bf E}$  принимает вид

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \mathbf{\hat{E}}(\mathbf{r}) (X_1 \cos \omega t + X_2 \sin \omega t). \tag{1.3}$$

Для квадратурных компонент  $X_{_{\!\scriptscriptstyle 1}}$ ,  $X_{_{\!\scriptscriptstyle 2}}$  из определения (1.2) и коммутационного соотношения  $[a,\ a^{\scriptscriptstyle +}]=1$  находим:

$$[X_1, X_2] = \frac{i}{2}, \quad \delta X_1 \delta X_2 \geqslant \frac{1}{4}, \quad (\delta X)^2 \equiv D[X].$$
 (1.4)

В сжатом состоянии, по определению,

$$\delta X_1 < \frac{1}{2}$$
 или  $\delta X_2 < \frac{1}{2}$ . (1.5)

Сжатые состояния и двухфотонные когерентные состояния появились как обобщения когерентных состояний  $^{32-34}$  (литература — в  $^{31, 34, 206}$ ).

Неравноправность развития квадратурных компонент (их средних значений и флуктуации) в параметрических процессах — известный эффект классической нелинейной оптики и радиофизики  $^{35}$ . Он делает возможным подавление амплитудных или фазовых флуктуации результирующего поля. Аналогично положение с квантовыми флуктуациями: возможно уменьшение дисперсии одной из квадратурных компонент, получение сжатого состояния и СПСФ в результате фазовочувствительных взаимодействий волн при распространении их в нелинейной среде (раздел 4).

Обнаружение и исследование новых состояний и новых статистических свойств излучения — закономерный этап в развитии оптики. Вопрос о флуктуациях энергии равновесного излучения, как известно, играл существенную

роль в создании квантовой статистики  $^{36}$  и понимании корпускулярно-волнового дуализма  $^{37, \ 38}$ . В формуле Эйнштейна  $^{36, \ 39}$  дисперсии спектральной плотности энергии равновесного излучения или в эквивалентной формуле дисперсии числа фотонов в одной моде поля,

$$D[m] = \overline{m} + \overline{m^2},\tag{1.6}$$

первое слагаемое соответствует статистике независимых (и различимых) частиц, второе можно связать с интерференцией волн (или с неразличимостью фотонов).

Резкое повышение интереса к статистическим характеристикам излучения с шестидесятых годов было стимулировано развитием представлений об интерференции частично когерентных световых пучков  $^{40}$ , первыми (долазерными) экспериментами по корреляциям интенсивности  $^{1, 2}$  и оптическому смешению  $^{41}$ , далее — созданием лазеров и необходимостью детального изучения необычных свойств лазерного света. Были разработаны новые методы корреляционных измерений  $^{42-45}$ , развита последовательная квантовая теория статистических характеристик излучения  $^{3-7, 46, 47}$ , найдены многочисленые приложения новых методов исследования в физике, химии, технике и биологии  $^{48-64}$ . Идеология, основанная на теории случайных процессов и случайных полей  $^{55-59}$ , объединившись с методами физической кинетики  $^{59-61}$ , стала определяющей в современной оптике  $^{35}$ .

АГФ, СПСФ и свойства сжатых состояний являются существенно квантовыми эффектами в оптике. Обычно при сопоставлении квантовомеханического и полуклассического подходов используют «оптическую теорему эквивалентности»  $^7$ . Она утверждает, что диагональное по когерентным состояниям представление матрицы плотности поля (Р-представление) позволяет вычислять и интерпретировать средние значения нормально упорядоченных произведений операторов поля с помощью соотношений, формально похожих на классические (если последние записаны для аналитических сигналов  $^{40,7}$ ). Эта теорема безусловно неприменима к состояниям поля с АГФ и СПСФ, к сжатым состояниям,\*). Для таких состояний весовая функция  $P(\alpha)$ , если она существует, во всяком случае, не является положительно определенной и не может быть сопоставлена с плотностью распределения вероятности классической комплексной амплитуды поля. В качестве примера рассмотрим дисперсию числа фотонов одной моды излучения, допустив существование Р-представления:

$$D[m] = \langle (a^{+}a - \langle a^{+}a \rangle)^{2} \rangle = \langle a^{+}aa^{+}a \rangle - \overline{m}^{2} =$$

$$= \overline{m} + \langle :(a^{+}a - \overline{m})^{2} : \rangle = \overline{m} + \int d^{2}\alpha P(\alpha) (|\alpha|^{2} - \overline{m})^{2}; \quad (1.7)$$

здесь  $\bar{m} = \langle a^+ a \rangle = \int \mathrm{d}^2 \alpha P$  ( $\alpha$ ) |  $\alpha$  |<sup>2</sup>; символ :(...): означает операцию нормального упорядочения <sup>65</sup>. При СПСФ второе слагаемое в (1.7) отрицательно (но должно быть, конечно, больше  $(-\bar{m})$ ); следовательно, существует область значений  $\alpha$ , где P ( $\alpha$ ) < 0.

При теоретическом описании АГФ и СПСФ необходим тщательный анализ процедуры измерения, правильное определение операторов квантово-механических наблюдаемых, сопоставляемых измеряемым величинам. Здесь особенно важен учет некоммутативности динамических переменных и дискретности актов регистрации фотонов \*\*). В разделе 2 показано, что для авто-

<sup>\*)</sup> Это отмечается во многих работах, например  $^{12,31,34,62-64}$ . Уже Глаубером  $^4$  было обосновано ставшее теперь общепринятым отношение к P-представлению в связи квазиклассическим описанием поля.

<sup>\*\*)</sup> Неприменимость классического описания эффектов АГФ и СПСФ анализируется в работах  $^{86}$  в связи с неравенствами Белла  $^{67}$ . Дадее мы рассматриваем близкие к этому вопросы.

корреляционной функции фототока (в опыте с одним фотодетектором) следует использовать выражение (формула (2.5))

$$K(\tau) = \frac{1}{2} [J(0), J(\tau)]_{+} = \langle I \rangle \delta(\tau) + K_{2}(\tau). \tag{1.8}$$

Слагаемое с  $\delta$ -функцией отражает отмеченную выше дискретность (дробовой шум). Только регулярная часть  $K_2$  ( $\tau$ ) в (1.8) содержит коррелятор поля четвертого порядка, но он не пропорционален корреляционной функции интенсивности падающего света. При классическом описании поля в одном пучке мы имели бы дело с одной функцией — интенсивностью света I (t,  $\mathbf{r}$ ), принимающей (независимо от измерения) определенное значение в каждой точке (t,  $\mathbf{r}$ ) (хотя бы и случайное до измерения — представление о случайном поле неизбежно и при классическом подходе). Тогда из неравенства  $\langle I$  (t) t0 и условия стационарности t1 (t1) t2 t3 следует

$$K_{2,\text{RJ}}(\tau) = q^2 \langle I(0) I(\tau) \rangle \leqslant q^2 \langle I(0)^2 \rangle = K_{2,\text{RJ}}(0).$$
 (1.9)

Это неравенство несовместимо с антигруппировкой. Возникающая при последовательном квантовом вычислении коррелятора фототока (1.8) функция  $K_2$  ( $\tau$ ) не обязана подчиняться условию (1.9), так как она не пропорциональна  $\langle I (0) I (\tau) \rangle$ ; возможно  $K_2$  (0)  $\langle K_2 (\infty) | \mathbf{n} K_2 (0) \rangle = 0$  (сильная антигруппировка).

Аналогично в опыте с двумя фотодетекторами, когда измеряется функция взаимной корреляции интенсивностей двух пучков, при классическом описании имеются две функции  $I_1$  (t, r),  $I_2$  (t, r). Функция взаимной корреляции ограничена неравенством  $I_2$  (I, I) в I0 (I1) в I2 (I3) в I3 (I4) при I4 (I5) при классическом описаничена I5 (I6) в I7 (I7) при классическом описаничена I8 (I8) в I9 (I9) при классическом описаничена I9 при классичена I9

$$\langle I_1(t_1, \mathbf{r}_1) I_2(t_2, \mathbf{r}_2) \rangle^2 \leqslant \langle I_1^2(t_1, \mathbf{r}_1) \rangle \langle I_2^2(t_2, \mathbf{r}_2) \rangle. \tag{1.10}$$

В экспериментах по фотонным корреляциям двух пучков ( $\omega_1$ ) и ( $\omega_2$ ), возникающих при спонтанном параметрическом делении частоты ( $\omega_0 \stackrel{.}{=} \omega_1 + \omega_2$ ) <sup>68</sup>, <sup>69</sup> и при каскадных излучательных переходах<sup>8-70</sup>, было установлено «нарушение» неравенства (1.10) при малых |  $t_2 - t_1$  | (особенно сильное в первом случае <sup>68</sup>), т. е. неприменимость классического описания поля \*).

Существенно квантовый характер АГФ и СПСФ иногда рассматривают как присущий исключительно этим эффектам. Это неправильно. В упомянутых выше опытах по корреляциям двух пучков не было АГФ (скорее можно говорить о сверхгруппировке во времени). Приведем еще один важный и близкий к теме обзора пример, показывающий необходимость квантования поля при анализе корреляционных свойств обычного спонтанного излучения независимо возбуждаемых и высвечивающих атомов 54, 71. В работе 71 был измерен спектр флуктуации интенсивности такого излучения (СФИ), точнее — спектр корреляционной функции  $K(\tau)$ ; см. (1.8). Представление о классическом волновом пакете  $\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0 \exp{(-\gamma t/2)} \cos{\omega_{21} t}$ , испускаемом каждым атомом, приводит к неправильному предсказанию: в СФИ должны проявляться корреляции в одном цуге (от одного атома) — в виде лоренцевой линии при  $\omega \approx 0$ , с шириной  $\gamma$  и интенсивностью, пропорциональной числу атомов N (а не  $N^2$ ). Появление этой линии в СФИ пришлось бы еще связать с возможностью «разделения» волнового пакета между двумя атомами фотодетектора. Эксперимент  $^{71}$  надежно установил отсутствие такого пика в СФИ над спектральным уровнем дробового шума. Последовательная квантовая теория 72 СФИ в этих условиях полностью согласуется с экспериментальными результатами  $^{71}$ . Дисперсия числа фотоотсчетов, определяемая правильной функцией  $K(\tau)$ , также не содержит признаков избыточной группировки на временах порядка  $(\gamma^{-1})^{73}$ .

<sup>\*)</sup> Разумеется, правильное математическое неравенство не может быть «нарушено» физическими опытами или рассуждениями. Повторим, что дело в различной структуре наблюдаемых и различной взаимосвязи их при классическом и квантовом описании корреляционных измерений.

Отметим характерное проявление АГФ в спектре флуктуации интенсивности. Условие сильной антигруппировки  $K_2$  (0) = 0 означает, что спектр функции  $K_2$  ( $\tau$ ) имеет нулевую «площадь», т. е. содержит отрицательные компоненты. В спектре коррелятора фототока K ( $\tau$ ) они выглядят как провалы на спектральном фоне дробового шума (первого слагаемого в (1.8))<sup>15</sup>. Разумеется, спектр полной автокорреляционной функции K ( $\tau$ ) везде неотрицателен <sup>55</sup>, <sup>56</sup>. Подавление дробового шума в некоторой области частот — общее свойство излучения с АГФ и СПСФ; оно может быть существенно для приложений. Измерение СФИ имеет ряд преимуществ по сравнению с другими методами исследования фотонных корреляций <sup>16,22,54</sup>. Именно в ОФИ впервые обнаружено проявление сжатого состояния <sup>167</sup> (раздел 4).

В данном обзоре отдается преимущество проблеме создания макроскопических источников света повышенной регулярности. Учтены наиболее существенные, по мнению авторов, работы по декабрь 1985 г. и некоторые более поздние работы. Иногда указывается лишь источник — обзор, содержащий ссылки на группу ранних работ одного направления.

#### 2. ИЗМЕРЯЕМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

# 2.1. Корреляционная функция фототока

Квантовая теория фотодетектирования применительно к исследованию фотонных корреляций и когерентности света была в решающей степени построена Глаубером <sup>4</sup> (см. также <sup>6-7</sup>). В работе <sup>74</sup> имеются некоторые вариации вывода формулы для коррелятора фототока, позволяющие сразу проследить линию «отклик фотодетектора — поле — динамика источника». Далее будут рассматриваться в основном статистические характеристики излучения, связанные с автокорреляционной функцией фототока:

$$K(t_1, t_2) = \langle \frac{1}{2} [J(t_1), J(t_2)]_+ \rangle;$$
 (2.1)

здесь  $[A, B]_+$  — антикоммутатор (см. <sup>39</sup>, с. 392), J (t)  $[c^{-1}]$  — оператор фототока (в представлении Гейзенберга),

$$J(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} N(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \sum_{h} N_{h}(t), \qquad (2.2)$$

где N(t) — оператор числа атомов фотодетектора, ионизированных светом к моменту t,  $N_k(t)$  — одноатомный оператор с собственными значениями 0,1. Скобки  $\langle \dots \rangle$  в (2.1) и далее обозначают квантовомеханическое усреднение:  $\langle A \rangle = \operatorname{Sp} \{ \rho A \}$ , где  $\rho$  — статистический оператор (матрица плотности) системы, в данном случае — системы «источник — поле — фотодетектор». В соответствии с выражением (2.2) корреляционную функцию  $K(t_1, t_2)$  представим в виде  $K(t_1, t_2) = K_1(t_1, t_2) + K_2(t_1, t_2)$ , где

$$K_1(t_1, t_2) = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t_1\mathrm{d}t_2} \sum_k \left\langle \frac{1}{2} [N_k(t_1), N_k(t_2)]_+ \right\rangle,$$
 (2.3)

$$K_2(t_1, t_2) = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t_1\mathrm{d}t_2} \sum_{k \neq i} \left\langle \frac{1}{2} [N_k(t_1), N_i(t_2)]_+ \right\rangle.$$
 (2.4)

Первое слагаемое определяет дробовой шум, второе — информативную часть коррелятора. Чтобы выразить (2.3) — (2.4) через характеристики поля, следует применить теорию возмущений по взаимодействию поля с атомами фотодетектора. Мы не рассматриваем оптической нелинейности фотодетектирования. Низшим неисчезающим порядком по взаимодействию для  $K_1$  ( $t_1$ ,  $t_2$ ) является второй (т. е.  $K_1$  ( $t_1$ ,  $t_2$ ) пропорционально средней интенсивности света), для  $K_2$  ( $t_1$ ,  $t_2$ ) — четвертый. Будем предполагать спектральную функ-

цию чувствительности фотодетектора значительно более широкой, чем спектр исследуемого излучения. Это условие приводит к локализации акта фотопоглощения во времени (разумеется, с сохранением случайности момента времени!) и порождает **б-коррелированную** дробовую компоненту сигнала,

не связанную с корреляционными свойствами света:  $K_1$  ( $t_1$ ,  $t_2$ )  $\infty$   $\delta$  ( $t_2$ ,  $t_3$ ). В указанных приближениях для коррелятора (2.1) получаем

$$\begin{split} K\left(t_{1},\ t_{2}\right) &= \frac{qc}{2\pi\hbar\omega_{0}} \sum_{\mu} \int \mathrm{d}S \, \langle E_{\mu}^{(-)}\left(t_{1},\ \mathbf{r}\right) \, E_{\mu}^{(+)}\left(t_{2},\ \mathbf{r}\right) \rangle \, \delta\left(t_{2} - t_{1}\right) + \\ &+ \left(\frac{qc}{2\pi\hbar\omega_{0}}\right)^{2} \sum_{\mu,\nu} \int \mathrm{d}S_{1} \int \mathrm{d}S_{2} \, \left[ \langle E_{\mu}^{(-)}\left(x_{1}\right) \, E_{\nu}^{(-)}\left(x_{2}\right) \, E_{\nu}^{(+)}\left(x_{2}\right) E_{\mu}^{(+)}\left(x_{1}\right) \rangle \, \theta\left(t_{2} - t_{1}\right) + \\ &+ \left\{x_{1} \leftrightarrow x_{2}\right\}\right]; \quad (2.5) \end{split}$$

здесь q — квантовый выход (эффективность) фотодетектирования, c — скорость света,  $\omega_0$  — центральная частота излучения, индексы  $\mu$ ,  $\nu$ обозначают декартовы компоненты,  $\mathbf{E}^{(\pm)}\left(x\right)$  — положительно- и отрицательно-частотные части оператора напряженности электрического поля световой волны \*),  $x = (t, \mathbf{r}) (\mathbf{r} - \text{точки фотокатода, по которым производится интегрирование});$ Ф (т)при 1 привати № Дей От (т)е = поля с ато «са Оли операторы  $E_{\mu}^{(\pm)}(x_i)$  — в представлении Гейзенберга для системы «источник — поле».

Применительно к опытам с двумя раздельными фотодетекторами, когда измеряется коррелятор  $\widetilde{K}$   $(t_1, t_2) = \langle (1/2) [J_1(t_1), J_2(t_2)]_+ \rangle$ , выражение для  $\widetilde{K}(t_1, t_2)$  отличается от (2.5) отсутствием первого (дробового) слагаемого ж тем, что интегрирование производится раздельно по поверхностям первого  $(\mathbf{r}_1)$  и второго  $(\mathbf{r}_2)$  фотокатодов.

В стационарных условиях коррелятор  $K(t_1, t_2)$  зависит лишь от разности  $\tau = t_2 - t_1$ .

Наряду с прямым измерением зависимости коррелятора от времени получило распространение измерение спектра флуктуации интенсивности (СФИ) спектра функции  $K(\tau)^{45,54}$ :

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \exp(i\omega\tau) K(\tau). \tag{2.6}$$

Первому слагаемому в (2.5) отвечает в СФИ постоянный фон — спектральный уровень дробового шума (реально он ограничен по шкале частот инерционностью регистрирующей аппаратуры). При исследовании излучения многоатомной системы второй член в (2.5) содержит слагаемое  $\langle J(t_1)\rangle \times \langle J(t_2)\rangle$  (под интегралом —  $\langle E_{\mu}^{(-)}(x_1)E_{\mu}^{(+)}(x_1)\rangle \langle E_{\nu}^{(-)}(x_2)E_{\nu}^{(+)}(x_2)\rangle$ ); во всяком случае, такой «корпускулярный» вклад (фотоны, определенно испущенные каждый одним из элементарных излучателей: см. п. 3.3.) полезно выделять, даже если он не возникает сам собой. Оставшаяся (кумулянтная) часть коррелятора отражает статистическую зависимость фотоотсчетов.

### 2.2. Признаки АГФ и СПСФ

Экспериментальным критерием АГФ является неравенство

$$K_2(t_1, t_2) < \{ \langle J(t_1) \rangle \langle J(t_2) \rangle \} \tag{2.7}$$

при малых  $\tau=t_2-t_1$ , условием АГФ в сильном смысле — равенство  $K_2$   $(t,\ t)=0$ . Заметим еще раз, что первое слагаемое в (2.5) не имеет отно-

<sup>\*)</sup> Для одной моды свободного поля  $E_{\mathfrak{u}}^{(+)} \sim a \exp{(-i\omega t)}$ .

щения к корреляциям фотонов; оно, однако, фактически дает вклад в коррелятор фототока при перекрывании двух интервалов времени отклика фотодетектора. Для малых  $\tau$  этот вклад неизбежен и должен исключаться при статистической обработке.

Для вычисления вероятности p(n; T) регистрации n фотоотсчетов за время наблюдения T необходимо определить корреляционные функции поля всех порядков  $^4$  (см. также п. 3.2.). Рассмотрим дисперсию числа фотоотсчетов в стационарных условиях:

$$D[n, T] = \langle n^2 \rangle_T - \langle n \rangle_T^2 = \int_0^T dt_1 \int_0^T dt_2 K(t_1, t_2) - \langle J \rangle^2 T^2 =$$

$$= 2 \int_0^T d\tau (T - \tau) [K(\tau) - \langle J \rangle^2]. \quad (2.8)$$

Здесь учтено, что  $K(t_1, t_2) = K(\tau)$ . Полезно выделить в D[n, T] универсальное пуассоновское слагаемое  $\langle n \rangle_T$ , происходящее от первого члена (2.5) (с  $\delta(\tau)$ ):

$$D[n; T] = \langle n \rangle_T \{ 1 + \xi(T) \}. \tag{2.9}$$

Параметр  $\xi$  (*T*), характеризующий отклонение от дисперсии для распределения Пуассона, равен

$$\xi(T) = \frac{2}{\langle J \rangle T} \int_{0}^{T} d\tau (T - \tau) [K_{2}(\tau) - \langle J \rangle^{2}]. \qquad (2.10)$$

При  $\xi$  (T) < 0 мы будем называть  $\xi$  (T) параметром СПСФ. Подчеркнем, что по точному смыслу терминов речь должна идти не о статистике фотонов «вообще», а о распределении фотоотсчетов при определенных условиях регистрации, за определенный интервал времени T. Мы будем далее обозначать  $\xi_{\infty} = \xi$  (T) при  $T \gg \tau_{\rm corr}$ , где  $\tau_{\rm corr}$  — характерное время изменения  $K_2$  ( $\tau$ ) (точнее, время необратимого угасания корреляций — обращения в нуль подынтегрального выражения в (2.10)). Если  $\xi_{\infty} < 0$ , будем говорить об СПСФ (без специальных пояснений).

Заметим, что преобразование потока фотонов в фотоэлектроны, осуществляемое идеальным фотоприемником (без «мертвого времени» и ложных отсчетов), является биномиальным. При этом  $\overline{n}_T = q\overline{m}_T$ ,  $\xi^{(n)}(T) = q\overline{\xi}^{(m)}(T)$  для любого распределения вероятности p(m,T) (m — число фотонов, n — число фотоэлектронных отсчетов, q — квантовый выход). Распределение Пуассона сохраняется (с заменой  $\overline{m} \to \overline{n}$ ). Выделение параметра  $\xi_\infty$  целесообразно по следующей причине. Как отмечалось во введении, АГФ приводит к характерным провалам в СФИ ниже уровня дробового шума. Имеется и спектральное выражение СПСФ. При  $T \gg \tau_{\rm corr}$  можно записать

$$\xi(T) \approx \xi_{\infty} = \frac{2}{\langle J \rangle} \int_{0}^{\infty} d\tau (K_{2}(\tau) - \langle J \rangle^{2}).$$
 (2.11)

Нетрудно видеть из выражения (2.5), что  $K_2$  ( $\tau$ ) — четная функция; удвоенный интеграл в (2.11) представляет собой поэтому значение фурье-преобразования (2.6) в точке  $\omega=0$ , за вычетом спектральной плотности дробового шума  $\langle J \rangle$  и факторизованной по фототоку части коррелятора, равной  $\langle J \rangle^2$   $\delta$  ( $\omega$ ):

$$\xi_{\infty} = \frac{1}{\langle J \rangle} \left( G(\omega) - \langle J \rangle^2 \delta(\omega) - \langle J \rangle \right)_{\omega = 0}. \tag{2.12}$$

Таким образом, параметр  $|\xi_{\infty}|$  равен относительному повышению (при  $\xi_{\infty} > 0$ ) или понижению (при  $\xi_{\infty} < 0$ ) спектра  $G(\omega)$  шума фототока по срав-

нению с уровнем спектральной плотности дробового шума при ω ≈0. Это проявление СПСФ при больших временах может быть существенным для сверхточных измерений методами корреляционной спектроскопии. Провалы в СФИ могут возникать не обязательно в области  $\omega \approx 0$ , в зависимости от динамики системы и варианта измерения (разделы 3, 4).

Вообще, для приложений могут оказаться полезными различные характеристики излучения, содержащиеся в  $K_2$  ( $\tau$ ). Для передачи информации в аналоговом режиме важно подавление дробового шума в полосе частот модуляции сигнала, т. е. необходимо знать детали контура провала в СФИ. При цифром способе надежность тем выше, чем меньще вероятность пропуска p (0, T), где T — длительность единичной посылки  $^{75}$ . Для СПСФ p (0, T) меньше, чем для распределения Пуассона (при равных n). При определении мгновенного отношения сигнал/шум необходимо знать  $K_2$  ( $\tau$ ) при малых  $\tau$ . Обсудим соотношение АГФ и СПСФ  $^{76}$ . Введем нормированную корреля-

ционную функцию (с нормальным упорядочением операторов поля)

$$\gamma^{(2)}(\tau) = \frac{K_2(\tau)}{\langle J \rangle^2} = \frac{\langle : J(0) J(\tau) : \rangle}{\langle J \rangle^2} . \qquad (2.13)$$

Из зависимости знака интеграла в (2.10) от свойств подынтегральной функции очевидны следующие утверждения:

1) из условия СПСФ для данного T,  $\xi(T) < 0$ , следует лишь наличие интервала значений  $\tau$ ,  $\tau \leqslant T$ , на котором  $\gamma^{(2)}(\tau) < 1$  (условие  $\gamma^{(2)}(0) = 0$ )

не обязательно); обратное, конечно, неверно; 2) если  $\gamma^{(2)}(\tau) < 1$  при  $\tau < T_1$ , то для интервалов измерения  $T \leqslant T_1$  имеет место СПСФ,  $\xi(T) < 0$ ;

3) в частности, из антигруппировки в сильном смысле,  $\gamma^{(2)}(0)=0$ , по непрерывности  $\gamma^{(2)}(\tau)$  следует существование интервалов T (возможно, ма-

лых), для которых  $\xi(T) < 0$  (СПСФ); 4) из утверждений 1), 2) следует, что АГФ и СПСФ эквивалентны, если  $\gamma^{(2)}$  ( $\tau$ ) — монотонная функция и  $\gamma^{(2)}$  ( $\infty$ ) = 1, и только при этих условиях.

Таким образом, АГФ и СПСФ в общем случае не эквивалентны и ни один признак не следует из другого. Это остается верным и в отношении трех признаков — включая «сжатость» состояния поля.

Эффект АГФ, т. е. провал при  $\tau \to 0$  на кривой скорости счета пар фотонов (см. рис. 1), может быть существенным лишь для слабых источников:  $\langle I 
angle \, au_{
m corr} \leqslant 1.$  Подчеркнем, что для макроскопического  $(\langle I \rangle \stackrel{\text{def}}{\tau_{\text{corr}}} \gg 1)$ , несмотря на малость АГФ, проявления СПСФ могут быть значительными: возможны провалы в СФИ, в принципе, до нуля,  $\xi(T) \rightarrow$  $\rightarrow -1$ .

### 2.3. Сжатые состояния поля и СПСФ (примеры)

Рассмотрим пример, демонстрирующий связь сжатия и СПСФ в стационарном опыте 64, 77, 78. Пусть регистрируются фотоотсчеты в поле, представляющем собой суперпозицию интенсивного поля в когерентном состоянии с комплексной амплитудой  $\mathscr{E} = \mathscr{E}_0 e^{i\theta}$  и исследуемого излучения, которое характеризуем операторами  $E^{^{(\pm)}}$ . Для достаточно малых интервалов времени наблюдения T, в нулевом приближении по отношению интенсивностей  $\langle E^{(-)}E^{(+)}\rangle/\mathscr{E}_0^2$ , параметр  $\xi$  (T) (формулы (2.9), (2.10)) можно выразить через дисперсии квадратурных компонент поля  $^{64}$   $X_1=(1/2)$  ( $E^{(+)}+E^{(-)}$ ),  $X_2==(i/2)$  ( $E^{(-)}-E^{(+)}$ ):

$$\xi(T) = 4\eta T \langle : (\Delta X_i)^2 : \rangle,$$
  $i = 1$ , если  $\theta = 0$ , и  $i = 2$ , если  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ; (2.14)

адесь η — размерная константа, характеризующая эффективность фотодетектирования. Условие СПСФ связано со свойством сжатости  $\langle :(\Delta X_i)^2 : \rangle <$  < 0; при указанных частных значениях  $\theta$  эти признаки эквивалентны. Напомним, что для поля в когерентном состоянии  $\langle :(\Delta X_i)^2: \rangle = 0$ . Итак, метод гетеродинирования дает принципиальную возможность установить наличие сжатого состояния по распределению фотоотсчетов. Заметим, что фаза опорной волны  $\theta$  должна быть определена по отношению к фазе исследуемого сигнала (разделы 3, 4).

При больших временах наблюдения параметр **ξ** и спектр фототока выражаются через корреляторы квадратурных компонент; наблюдаемые эффекты также зависят от фазовых соотношений.

В разделе 4 рассмотрены условия, при которых дисперсию числа фотонов результирующего сигнала вырожденного параметрического усилителя можно представить в виде

$$\langle (\Delta m)^2 \rangle_t = 4 \langle m \rangle_t \langle (\Delta X_i)^2 \rangle_t, \quad i = 1$$
 или  $i = 2$ , (2.15)

где t — время формирования сигнала в нелинейной среде. Учитывая тожлество

$$\langle (\Delta X_i)^2 \rangle = \frac{1}{4} + \langle :(\Delta X_i)^2 : \rangle, \quad i = 1, 2, \tag{2.16}$$

найдем параметр  $\boldsymbol{\widetilde{\xi}_t}$  (для числа фотонов сигнала на выходе усилителя):

$$\widetilde{\xi}_t = 4 \langle : (\Delta X_i)^2 : \rangle, \quad i = 1 \text{ или } i = 2. \tag{2.17}$$

Таким образом, в этом случае условия СПСФ и сжатия совпадают.

# 3. НЕЛИНЕЙНАЯ РЕЗОНАНСНАЯ ФЛУОРЕСЦЕНЦИЯ НЕВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ АТОМОВ: АНТИГРУППИРОВКА ФОТОНОВ И СУБПУАССОНОВСКАЯ СТАТИСТИКА ФОТОНОВ

Резонансная флуоресценция была одной из фундаментальных задач периода становления квантовой теории излучения  $^{80,81}$ . После создания лазеров была развита теория нелинейного резонансного отклика вещества на воздействие интенсивного света, включая теорию нелинейной резонансной флуоресценции (НРФ) (подробное изложение и литературу см. в книге  $^{82}$ ). Предсказания теории НРФ  $^{83-86}$ , в частности, появление некогерентного фона у линии когерентного рассеяния и наиболее яркий эффект — индуцированный сильным полем триплет, были количественно подтверждены в экспериментах  $^{87-89}$  (см. также литературу в  $^{82,89}$ ). НРФ оказалась и первым видом излучения, в котором обнаружены интересующие нас новые статистические эффекты.

Дальнейшее изложение в этом разделе основано на расчете корреляционных функций поля методом диаграммной техники нестационарной теории возмущений для матрицы плотности <sup>90</sup>. Этот вариант диаграммной техники оказался очень удобным в теории излучения с учетом нескольких взаимодействий, как когерентных, так и обусловливающих релаксационные процессы <sup>91</sup>. Однако в обзоре вместо соответствующих диаграмм мы будем использовать рисунки, похожие на схему опыта Юнга, для иллюстрации физического смысла различных вкладов в корреляционные функции.

# 3.1. Групповое разложение корреляционных функций

Рассмотрим систему N неподвижных невзаимодействующих одинаковых атомов в области с характерным размером L. Атомы находятся под действием монохроматической плоской световой волны с напряженностью электрического поля

$$\vec{\mathcal{E}}(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \vec{\mathcal{E}}_0 \exp(-i\omega_0 t + i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}) + \text{r.c.}$$
 (3.1)

Частота  $\omega_0$  близка к частоте перехода атома  $\omega_{21}$  (уровень  $E_{\scriptscriptstyle \parallel}$  — основной; уровни полагаются невырожденными). Вторичное излучение регистрируется на расстоянии  $R\gg L$ ; разность времен распространения света от различных атомов до поверхности фотокатода (или двух фотокатодов) считается много меньшей существенных времен флуктуации фототока, определяемых эволюцией атома в поле:

$$\frac{L}{c} \ll \min \{ \gamma^{-1}, \ |\nu_0|^{-1}, \ V_0^{-1} \}, \tag{3.2}$$

где  $\gamma$  — радиационная ширина верхнего уровня,  $\nu_0 = \omega_0 - \omega_{21}$  — расстройка резонанса,  $2V_0 = |\mathbf{d}_{21} \boldsymbol{\varepsilon}_0|/\hbar$  — частота Pаби́,  $\mathbf{d}_{21}$  — дипольный момент перехода. При условии (3.2) временное запаздывание не влияет на флуктуации фототока, и его можно не учитывать.

Прежде чем рассматривать корреляторы поля под интегралами в (2.5), поясним проявление принципа суперпозиции для поля на примере среднего значения  $\langle \mathbf{E^{(+)}}(t, \mathbf{r}) \rangle$  (в оптике оно, как правило, равно нулю или практически не отделяется от поля проходящего излучения внешнего источника; однако оно не лишено смысла; см. п. 3.3.). Используя выражение

$$\mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}) = i \sum_{\mathbf{k}, \alpha = 1, 2} \left( \frac{2\pi\hbar\omega}{V} \right)^{1/2} \mathbf{e}_{\alpha}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} a_{\mathbf{k}, \alpha}$$
(3.3)

для оператора поля в представлении Шредингера, запишем среднее значение гейзенбергова оператора в виде

$$\langle \mathbf{E}^{(+)}(t, \mathbf{r}) \rangle = \operatorname{Sp} \left[ S^{-1}(t, t_0) \, \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}) \, S(t, t_0) \, \sigma(t_0) \right] =$$

$$= i \sum_{\mathbf{k}, \alpha} \left( \frac{2\pi\hbar\omega}{V} \right)^{1/2} \mathbf{e}_{\alpha}(\mathbf{k}) \, \exp \left( i\mathbf{k}\mathbf{r} \right) \operatorname{Sp} \left[ S^{-1}(t, t_0) \, a_{\mathbf{k}, \alpha} \, S(t, t_0) \, \sigma(t_0) \right]; \quad (3.4)$$

здесь  $\omega=c\mid \mathbf{k}\mid$ ,  $\mathbf{e}_{\alpha}\left(\mathbf{k}\right)$  — орты поляризации  $(\alpha=1,\ 2),\ V$ —условный объем квантования;  $S\left(t,\ t_{\scriptscriptstyle 0}\right)$  — оператор эволюции системы «атомы во внешнем когерентном (классическом) поле + квантованное поле»,  $\sigma\left(t_{\scriptscriptstyle 0}\right)$  — статистический оператор этой системы в начальный момент времени.

В нерезонаторных задачах квантованное электромагнитное поле в неограниченном пространстве можно рассматривать как термостат при нулевой температуре по отношению к динамической (атомной) системе (несмотря на сколь угодно длительное преобразование падающего на атомы света — вторичное свечение). Поэтому  $\sigma(t) = \rho(t) |\Phi_0\rangle \langle \Phi_0|$ , где  $|\Phi_0\rangle \langle \Phi_0|$ — оператор проектирования на основное состояние континуума радиационных осцилляторов (вакуум),  $\rho(t)$ — статоператор системы атомов. Для последнего множителя в (3.4) получаем

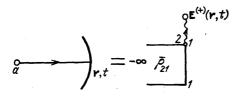
$$Sp[...] = Sp_{(at)} \langle \Phi_0 | S^{-1}(t, t_0) a_{k,\alpha} S(t, t_0) \rho(t_0) | \Phi_0 \rangle, \tag{3.5}$$

где шпур берется уже только по состояниям атомов,  $\rho$  ( $t_0$ ) =  $\prod_a (|1\rangle_{aa} \langle 1|)_a$  — начальный статоператор атомов (для установившегося отклика зависимость от начального состояния атомов фактически исчезает после предельного перехода  $t \to \infty$  или  $t_0 \to -\infty$ ). Оператор  $a_{\mathbf{k},\alpha}$  в (3.5) должен быть спарен (свергнут) с оператором рождения фотона того же типа,  $a_{\mathbf{k},\alpha}^{+}$  92, 93. Оператор  $a_{\mathbf{k},\alpha}^{+}$  нужно «взять» в каждом порядке теории возмущений из оператора S (t,  $t_0$ ). После этого, однако, действие вновь «собранного» оператора S (t,  $t_0$ ) (точнее, эволюция статоператора атомов) не изменится: радиационный осциллятор типа ( $\mathbf{k}$ ,  $\alpha$ ) в каждом слагаемом вида (3.5) в сумме (3.4) — один из континуума (после перехода  $V \to \infty$ ). Оператор энергии свободного поля содержит  $a_{\mathbf{k},\alpha}^{+}$  лишь в произведении  $a_{\mathbf{k},\alpha}^{+}a_{\mathbf{k},\alpha}$ , а оператор взаимодействия поля и атомов  $H_1 = -\sum_a \mathbf{d}^{(a)} \mathbf{E}$  ( $\mathbf{r}_a$ ) линеен по  $a_{\mathbf{k},\alpha}^{+}$ . Поэтому можно (и весьма полезно!) считать, что  $a_{\mathbf{k},\alpha}$  спаривается с  $a_{\mathbf{k},\alpha}^{+}$  из каждого  $H_1^{(a)}$ 

с сохранением суммирования по всем атомам  $\sum_{a}$ ... На этом этапе вычислений начинает «работать» принцип суперпозиции. Опуская выкладки, приведем результат (верный в волновой зоне):

$$\langle E^{(+)} (t, r) \rangle = i \sum_{a} \frac{k_0^2}{R_a} [\mathbf{n}_a [\mathbf{d}_{12}^{(a)} \mathbf{n}_a]] \overline{\rho}_{21}^{(a)} \exp(-i\omega_0 t + ik_0 R_a + i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}_a), \quad (3.6)$$

где  ${\bf r}_a$  — радиусы-векторы атомов,  ${\bf R}_a={\bf r}-{\bf r}_a,~{\bf n}_a={\bf R}_a/R_a,~\overline{\rho}_{21}^{(a)}$  — стационарное значение недиагонального элемента матрицы плотности атома «a» (множитель  $\exp\left(-i\omega_0 t + i\mathbf{k}_0\mathbf{r}_a\right)$  выделен). Заметим, что  $\mathbf{d}_{12}\overline{\rho}_{21}$  — положительно-частотная комплексная амплитуда установившегося среднего значения дипольного момента атома, так что (3.6) согласуется с выражением для поля дипольного излучения в классической электродинамике (по существу (3.6) в данном случае — поле когерентно рассеянной волны). Суммирование по атомам и усреднение по хаотическому их расположению делает



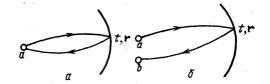


Рис. 3. Диаграмма, иллюстрирующая вычисление среднего значения положительно-частотной части напряженности поля излучения атома

Рис. 4. Диаграммы для среднего значения интенсивности излучения. а-Одноатомный вклад. б-Двухатомный (интерференционный) вклад в интенсивности

величину (3.6) исчезающе малой во всех точках наблюдения г, кроме точек в дифракционном конусе в направлении проходящего лазерного света, с телесным углом порядка  $(\lambda_0/L)^2$ .

При использовании данной методики в задачах без внешнего когерентного излучения (спонтанное испускание 72,95, резонансная передача возбуждения и формирование кооперативного когерентного излучения 96, 97) «классические» выражения получаются для амплитуд вероятности радиационных переходов (среднее поле в этих случаях равно нулю).

Сопоставим величине (3.6) диаграмму (в виде исключения — «настоящую») и картинку (рис. 3).

Обратимся теперь к коррелятору фототока (2.5). Корреляционная функция в первом слагаемом (2.5) сводится к двум диаграммам (рис. 4), а интересующая нас корреляционная функция во втором слагаемом распадается в сумму довольно большого числа диаграмм (рис. 5). Таким образом, недробовая часть  $K_2$  ( $\tau$ ) коррелятора фототока K ( $\tau$ ) представляется как сумма «двухфотонных» вкладов вторичного излучения отдельных атомов и групп по два, три и четыре атома.

На диаграммах кружки с буквами обозначают атомы; подразумевается суммирование по соответствующим размещениям (по всем сочетаниям из Nпо 1, 2, 3 и 4 атома и перестановкам номеров атомов в каждом сочетании), усреднение по положениям атомов. Дуги — участки фотокатода, «1» —  $(t, \mathbf{r_1})$ , «2» —  $(t + \tau, \mathbf{r_2})$ . Можно иметь в виду и опыт с двумя фотодетекторами в схеме задержанных совпадений. Линии от атомов к точкам фотокатода — фотонные пропагаторы «от рождения к уничтожению», линии с обратным направлением стрелки — комплексно-сопряженные пропагаторы.

Использование диаграмм с определенными правилами соответствия их элементов и аналитических выражений позволяет связать каждый вклад в исследуемый коррелятор с элементами матрицы плотности системы атомов. Ясно, что аналогичное групповое разложение имеет место для корреляторов всех порядков.

Рис. 3—5, на наш взгляд, поясняют проявление принципа суперпозиции при квантово-полевом анализе оптических измерений. В любом расчете измеряемого сигнала мы имеем дело со средними значениями гейзенберговских операторов поля. Взаимодействие поля с источником естественным образом связывает фотонные пропагаторы с элементарными излучателями. На уровне

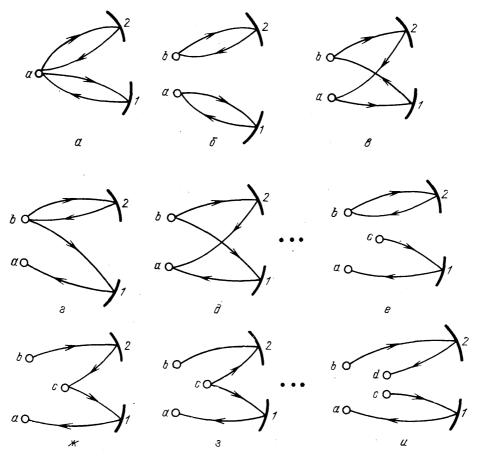


Рис. 5. Диаграммы, формирующие корреляционную функцию поля четвертого порядка излучения многоатомной системы (формула (2.5), второе слагаемое —  $K_2$  ( $\tau$ )). Подробный анализ см. в п. 3.3

таких «направленных» фотонных пропагаторов или амплитуд вероятности воспроизводятся законы интерференции классических волн. Однако лишь акты регистрации превращения энергии (также передачи импульса и момента) являются элементарными физическими событиями (обычно их удобно интерпретировать в корпускулярном аспекте). Именно к ним непосредственно применимы обычные понятия теории вероятности и теории случайных процессов \*).

# 3.2. Антигруппировка фотонов флуоресценции одного атома

Мы подошли к первому экспериментальному исследованию эффекта АГФ  $^{12, 18}$ . Антигруппировка фотонов органически присуща НРФ одного атома. Диаграмме на рис. 5, a соответствует следующий вклад  $K_2^{(1)}$  ( $\tau$ ) в ин-

<sup>\*)</sup> Вдохновляющими при обсуждении принципа соответствия в теории излучения являются работы Гейзенберга  $^{98}$ , Ферми  $^{99}$ , а также Фано  $^{100}$  и Глаубера  $^{4}$ .

формативную часть  $\pmb{K_2}$  ( $\pmb{\tau}$ ) коррелятора фототока (формула (2.5))  $^{12-15}$ :

$$K_2^{(1)}(\tau) = N(q\alpha\gamma)^2 \overline{\rho}_{22} \rho_{22}^{(11)}(\tau),$$
 (3.7)

где коэффициента зависит от геометрии опыта,  $\bar{\rho}_{22}$  — стационарное значение вероятности обнаружить атом на верхнем уровне, верхние индексы в  $\rho_{22}^{(11)}$  ( $\tau$ ) указывают начальные условия:  $\rho_{ik}^{(mn)}$  (0) =  $\delta_{im}\delta_{kn}$  ( $\delta_{pr}$  — символ Кронекера). Равенства

$$\rho_{22}^{(11)}(0) = 0, \quad \rho_{22}^{(11)}(\infty) = \bar{\rho}_{22}$$
 (3.8)

означают наличие антигруппировки фотонов, испускаемых последовательно одним и тем же атомом. При  $N\gg 1$  «одноатомный» вклад (3.7), как правило (но не всегда, см. ниже), подавляется «многоатомными» вкладами гауссовского характера; при N=1 он является единственным. В связи с выражением (3.7) уместно отметить, что изучение стационарных корреляций позволяет выявить нестационарное поведение (динамику) излучающей системы в заданных внешних условиях (замечание, тривиальное с точки зрения теории случайных процессов; но нетривиальны исследования такого рода в оптической области и с отдельным атомом или группой атомов в качестве источника корреляций в излучении). В данном случае АГФ, связанная с выражением (3.7), выявляет процесс заселения верхнего уровня атома. Регистрация фотона в момент t с достоверностью фиксирует атом (не подвергаемый деструктивному воздействию прибора!) в основном состоянии; вероятность (в единицу времени) регистрации второго фотона в момент времени  $t+\tau$  пропорциональна  $\gamma \rho_{22}^{(11)}$  ( $\tau$ ). Величина  $\rho_{22}^{(11)}$  ( $\tau$ ) выступает как условная вероятность. В  $\tau$ 0 регистрировалось излучение (НРФ) атомов натрия из разрежен-

В  $^{12.18}$  регистрировалось излучение (НРФ) атомов натрия из разреженного пучка в направлении, приблизительно перпендикулярном пучку. Возбуждающий луч лазера пересекал атомный пучок строго под прямым углом, чем сводился к минимуму эффект Допплера при возбуждении. Действующее на атомы лазерное излучение резонансно переходу ( $3^3$ S<sub>1/2</sub>, F=2) — ( $3^3$ P<sub>3/2</sub>, F=3); оно было жестко стабилизировано по интенсивности (до нескольких процентов) и по частоте (до 1—2 МГц). Выделение двух состояний ( $3^3$ S<sub>1/2</sub>, F=2,  $m_F=2$ ) и ( $3^2$ P<sub>3/2</sub>, F=3,  $m_F=3$ ) производилось «приготовляющим» циркулярно поляризованным светом того же лазера, так же, как в  $^{87.88}$  и в более ранних работах по наблюдению спектра НРФ (детали метода описаны в работах  $^{88.18}$ ). Фотоны НРФ собирались объективом микроскопа и затем свет расщеплялся на два пучка, примерно равных по интенсивности, и производился счет задержанных совпадений (распределения числа пар фотоотсчетов по  $\tau$ ). По оценке авторов  $^{12}$ , в первых экспериментах в области наблюдения одновременно находились один или два атома (почти с достоверностью— не больше). В  $^{17}$  указано среднее число атомов 1/3 (с неопределенностью 50 %). Влияние флуктуации числа атомов (губительное для АГФ в данном случае) рассматривалось в ряде работ  $^{16-18,73, 101}$ . Очень тщательный анализ экспериментов при различных условиях, в частности, при различных плотностях атомного пучка  $^{17, 18}$ , убеждает в достоверности результата.

Простые выражения для  $\rho_{22}^{(11)}$  ( $\tau$ ) можно привести лишь для предельных соотношений параметров  $V_0$ ,  $\gamma$ ,  $|v_0|$ :
 а) слабое поле,  $V_0^2 \ll \max{\{\gamma^2, v_0^2\}}$ :

$$\rho^{(11)}_{22}(\tau) \approx \frac{V_0^2}{(\gamma^2/4) + v_0^2} \left[ 1 + \exp(-\gamma \tau) - 2 \exp(-\frac{\gamma \tau}{2}) \cos(v_0 \tau) \right]; \quad (3.9)$$

б) сильное поле,  $V_0^2 \gg \gamma^2$ ,  $v_0^2$ :

$$\rho_{22}^{(11)} \approx \frac{1}{2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{3\gamma\tau}{4}\right) \cos(2V_0\tau) \right].$$
(3.10)

Рис. 6 показывает хорошее согласие корректированных экспериментальных кривых с графиками функции  $\rho_{22}^{(11)}$  ( $\tau$ ) <sup>18</sup>. При корректировке на основе теоретических оценок учитывались эффекты пролетного времени и корреляции в рассеянии от пар атомов.

 ${f B}^{102-104}$  теоретически исследовалось влияние немонохроматичности, флуктуации амплитуды и фазы возбуждающего лазерного излучения на

корреляции интенсивности НРФ.

Рис. 7 демонстрирует свойства спектра шума фототока (форм. (2.6)) при выделении одноатомного вклада: на фоне спектра дробового шума  $G_{\rm дp}(\omega) = \langle J \rangle$  имеются провалы, соответствующие антигруппировке <sup>15</sup>. Спектр менее чувствителен к флуктуациям числа частиц в области наблюдения

(и взаимодействия их с возбуждающим лазерным лучом), чем сама корреляционная функция фотоотсчетов. При условии  $\gamma \tau_{tr} \gg 1$  ( $\tau_{tr}$  — пролетное

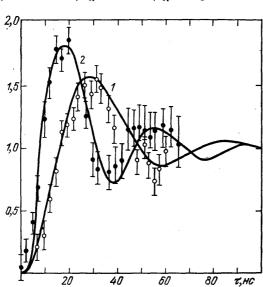


Рис. 6. Сопоставление теории (сплошные линии) и корректированных экспериментальных результатов для корреляционной функции  $\rho_{22}^{(11)}$  ( $\tau$ )/ $\rho_{22}$  (из статьи <sup>18</sup>).

1—  $V_0$ =0,7  $\gamma$ ,  $v_0$ =-1,1; 2—  $V_0$ =1,1 $\gamma$ ,  $v_0$ =-1,7

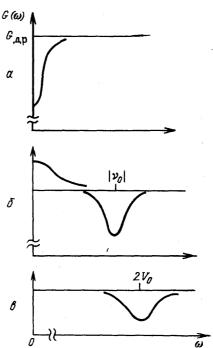


Рис. 7. Примеры спектров флуктуации интенсивности нелинейной резонансной флуоресценции одного атома. a,  $\delta$ —Слабое поле,  $V_0^2 \ll (\gamma^2/4) + v_0^2$ ;  $a - \gamma_0 = 0$ ,  $\delta - v_0 = 3\gamma$ . s—Сильное поле,  $V_0^2 \gg \gamma^2$ ,  $v_0^2$ . Принято  $q\alpha = 1$ 

время) и большом угле сбора (см. п. 3.3) в области  $\omega \approx 0$  возникает пик шириной порядка  $\tau_{\rm tr}^{-1} \ll \gamma$ , кроме  $\langle J \rangle^2 \delta$  ( $\omega$ ) (от пар независимо излучающих атомов; см. рис. 5,  $\delta$ ). Характерный провал сохраняется и может быть выделен даже при  $N \gg 1^{-15}$ ,  $^{22}$ .
В работах  $^{19, 20}$  сообщается об установлении субпуассоновского характерных проводующей выпуасты в простистем об установлении субпуассоновского характерных простистем об установлении субпуассоновского су

В работах <sup>19, 20</sup> сообщается об установлении субпуассоновского характера распределения фотоотсчетов при тех же условиях наблюдения НРФ одного атома. Плотность потока в атомном пучке соответствовала среднему расстоянию между атомами порядка 1 см, интервалу времени около 10 мкс, при длительности счета фотоимпульсов в одной реализации «n» в 200 нс. Специально контролировалось «прибытие» атома в область наблюдения; статистика фотоотсчетов определялась по результатам 24 725 000 реализаций, в каждой реализации фактически фиксировалось от нуля до трех фотоотсчетов. Параметр  $\xi(T)$  (формула (2.9)) по данным измерений оказался равным (—1,48  $\pm$  0,25)  $\times$  10<sup>-3</sup>, после коррекции — (—2,20  $\pm$  0,23)·10<sup>-3</sup>. Коррекция производилась с учетом темновых (фоновых) отсчетов, мертвого времени

ложных фотоотсчетов и возможности присутствия двух атомов в области наблюдения. По оценкам авторов  $^{19, 20}$ , теоретическое значение  $\xi(T)$  (см. ниже формулу (3.12)) составляло  $\xi(T) \approx (2,4 \pm 0,6) \cdot 10^{-3}$ .

Используя выражения (2.10) и (3.7), получаем для параметра  $\xi$  (*T*) при наблюдении НРФ одного атома выражение

$$\xi(T) = q\alpha\gamma \cdot \frac{2}{T} \int_{0}^{T} d\tau (T - \tau) \left(\rho_{22}^{(11)}(\tau) - \overline{\rho}_{22}\right). \tag{3.11}$$

Поскольку  $\rho_{22}^{(11)}(0)=0$ , при достаточно малых T всегда имеет место СПСФ: при  $T\ll\min\{\gamma^{-1},\ |\ \mathbf{v_0}\ |^{-1},\ V_{\mathfrak{J}}^{-1}\}$   $_{p(n,T)}$ 

$$\xi(T) \approx -q\alpha\gamma T \bar{\rho}_{22}; \quad (3.12)$$

в режиме насыщения  $V_{\mathbf{0}}\gg \gamma^2$ ,  $v_{\mathbf{0}}^2$  при  $T\ll V_{\mathbf{0}}^{-1}$ 

$$\xi(T) \approx -\frac{1}{2} q \alpha \gamma T. \qquad (3.13)$$

Заметим, что при малых T всегда  $1 \, \xi \, l \ll 1$ .

Для больших интервалов времени наблюдения  $T\gg \gamma^{-1}$  СПСФ возникает не всегда  $^{21-23}$ :

$$\xi(T) \approx \xi_{\infty} = q\alpha \frac{2V_0^2 \left[v_0^2 - (3\gamma^2/4)\right]}{\left[(\gamma^2/4) + v_0^2 + 2V_0^2\right]^2}.$$
(3.14)

Условие СПСФ:  $\mathbf{v_0^2} < 3\mathbf{v_0^2/4}$ ;  $\mathbf{\xi_{\infty}^{min}} = -3q\alpha/4$  (достигается при  $V_0^2 = \mathbf{v_0^2/8}$ ,  $\mathbf{v_0} = 0$ ).

Обсудим кратко распределение фотоотсчетов p(n; T), следуя работе <sup>25</sup> (см. также <sup>24</sup>, <sup>26</sup>, <sup>27</sup>). Для вычисления p(n; T) необходимо определить корреляторы поля всех порядков — они дают факториальные моменты, по которым восстанавливается распределение <sup>4</sup>.

ные моменты, по которым восстанавливается распределение  $\stackrel{4}{.}$  В случае НРФ одного атома  $\stackrel{7}{.}$  тистрации НРФ одного атома (столбики).  $\overline{n}=5, \ \nu_0=0, \ V_0^2=\gamma^2/8;$  кружки—распределение Пуасона при  $\overline{n}=5$ 

дело облегчается тем, что каждый факториальный момент  $Q_m$  (T) выражается в виде (m-1) — кратной свертки функции  $\rho_{22}^{(11)}$  ( $t_k - t_{k-1}$ ) ( $k=2,3,\ldots,m$ ) с множителем  $(q\alpha\gamma)^m \bar{\rho}_{22}$ . Поэтому лапласовские образы функций  $Q_m$  (T) по переменной T,  $\tilde{Q}_m$  (s), довольно просто выражаются через лапласовский образ населенности верхнего уровня  $\tilde{\rho}_{22}^{(11)}$  (s). Обращение по Лапласу в общем случае приводит, конечно, лишь к чрезмерно сложным формулам; однако исследование предельных случаев и численный счет для небольших n вполне возможны. На рис. 8 показано сужение распределения p (n; T) по сравнению с соответствующим распределением Пуассона. При большом времени наблюдения T, если  $\langle n \rangle = q\alpha\gamma T \bar{\rho}_{22} \gg 1$ , центральная область распределения  $|n-\langle n\rangle| \ll \langle n\rangle$  хорошо аппроксимируется распределением Гаусса с дисперсией D [n] =  $\langle n \rangle \times (1+\xi_\infty)$ , где  $\xi_\infty$  определяется выражением (3.14). Этот результат согласуется с центральной предельной теоремой: при  $T\gg \tau_{\rm corr}$  выборка длитель-

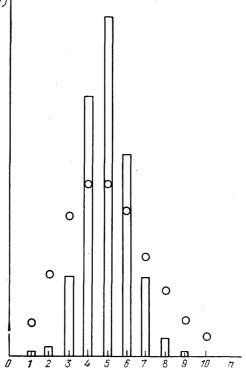


Рис. 8. Распределение фотоотсчетов при ре-

ностью T содержит много некоррелированных участков случайного процесса \*).

В работах  $^{23, 24, 27}$  распределение числа фотонов НРФ связывается со статистикой передачи импульса атомам лазерной волной; наиболее полный анализ задачи и обзор литературы даны в  $^{27}$ .

## 3.3. М ногоатомные эффекты в НРФ системы атомов

Классификация вкладов в коррелятор  $K(\tau)$  от групп по 2, 3 и 4 атома при наблюдении НРФ системы атомов была дана в работе . Несмотря на большое число интерференционных процессов, приводящих к флуктуациям интенсивности, и то, что большинство соответствующих слагаемых мало вследствие усреднения по положениям атомов 17, некоторые из них могут быть выделены благодаря характерным корреляциям по направлениям распространения фотонов. При этом одни процессы приводят к группировке фотонов, другие способствуют  $A\Gamma\Phi$  и СПС $\Phi^{79,\ 105,\ 106}$ . В обычных условиях наблюдения, при  $N \gg 1$ , направление  $\mathbf{n}_0$  прямо проходящего света возбуждающего лазера исключается из угла сбора фотонов. Тогда доминирующими являются процессы, изображенные на рис. 5, б, в. Их сумме отвечает гауссова статистика поля и дисперсия числа фотоотсчетов  $D[n] = n (1 + \delta')$ (см. введение). Диаграмме рис. 5,  $\delta$  соответствует вклад в коррелятор, уже рассмотренный в разделе 2.1. Он тривиален при отсутствии статистической зависимости актов возбуждения и независимой эволюции возбужденных атомов (противоположной ситуации целиком посвящены разделы 5 и 6). Диаграмме рис. 5,  $\epsilon$  соответствует частичная факторизация коррелятора поля четвертого порядка (формула (2.5)) в виде  $\langle E_{\alpha}^{(-)}(1) E_{\beta}^{(+)}(2) \rangle \langle E_{\beta}^{(-)}(2) \times$  $\times E_{\alpha}^{(+)}(1)$ ). Это, на полуклассическом языке, волновой шум — биения спектральных компонент излучения; в спектре флуктуации интенсивности — свертка обычного оптического спектра НРФ. Пары фотонов, фактически определяющие эту часть коррелятора, сильно скоррелированы по направлениям распространения в телесном угле порядка  $(\lambda/L)^2 (L - \text{размер области})$ рассеяния); в целом по направлениям регистрации пар острой направленности нет. Угловые корреляции приводят к уменьшению этого «двухатомного» волнового шума по сравнению с прямым процессом (диаграмма рис. 5, б) в отношении  $\sigma_{\rm c}/S$  при  $S>\sigma_{\rm c}$ , где  $\sigma_{\rm c}$  — площадь пространственной когерентности на поверхности фотокатода, S — площадь фотокатода. Поэтому вклад волнового шума можно подавить при наблюдении в широком телесном угле s В СФИ он снижается также вследствие эффекта Допплера в отношении  $\gamma/\delta\omega_D$ ; поэтому при измерении СФИ можно выделить «одноатомный» сигнал с АГФ (провалы на фоне дробового и волнового шумов) и для НРФ многоатомной системы.

Все другие процессы (диаграммы рис. 5,  $\varepsilon$  и далее) характеризуются острой направленностью, точнее, селективностью по отношению к участкам фотокатода или расположению двух фотодетекторов (в опыте по взаимным корреляциям). Например, диаграмме рис. 5,  $\varepsilon$  соответствует факторизация вида  $\langle E_{\alpha}^{(-)}(1) \rangle \langle E_{\beta}^{(-)}(2) E_{\beta}^{(+)}(2) E_{\alpha}^{(+)}(1) \rangle$ ; эта диаграмма дает основной вклад в опыте с двумя фотодетекторами, из которых один фиксирует излучение в малом телесном угле в направлении  $\mathbf{n}_0$ , а другой — в широком телесном угле в направлениях, существенно отличающихся от  $\mathbf{n}_0$  (корреляции фотонов «вбок — вперед»). Диаграмма рис. 5,  $\delta$  (обратить внимание на направление стрелок) приводит к так называемым аномальным корреляторам (частичная факторизация  $\langle E_{\alpha}^{(-)}(1) E_{\beta}^{(-)}(2) \rangle \langle E_{\beta}^{(+)}(2) E_{\alpha}^{(-)}(1) \rangle$ ), способ выделения такого сигнала в опыте по взаимным корреляциям предложен в  $^{106}$ .

<sup>\*)</sup> Однако дисперсия обнаруживает след фотонных корреляций на малых временах и может быть больше или меньше  $\langle n \rangle$ .

При анализе фотонных корреляций или СФИ в телесном угле  $\Omega$  вблизи направления  $\mathbf{n}_0$  (нелинейной резонансной дифракции) основной вклад дают диаграммы рис. 5,  $e-3^{79}$ . Их физический смысл — биения дифракционной (двухатомной) компоненты (см. рис. 4,  $\delta$ ) с одноатомной флуоресценцией (см. рис. 4, a). Соответствующие частично факторизованные слагаемые в корреляторе поля четвертого порядка (для удобства сопоставления с диаграммами внизу указан номер атома, эволюция которого вносит соответствующие корреляции; подразумевается суммирование по всем наборам  $\{a \neq b \neq c\}$ ):

диаграмма рис. 5, е:  $\langle E_{\alpha}^{(-)}(1) \rangle_a \langle E_{\beta}^{(-)}(2) E_{\beta}^{(+)}(2) \rangle_b \langle E_{\alpha}^{(+)}(1) \rangle_c$ , диаграмма рис. 5, ж:  $\langle E_{\alpha}^{(-)}(1) \rangle_a \langle E_{\beta}^{(-)}(2) E_{\alpha}^{(+)}(1) \rangle_c \langle E_{\beta}^{(+)}(2) \rangle_b$ , диаграмма рис. 5, з:  $\langle E_{\alpha}^{(-)}(1) \rangle_a \langle E_{\beta}^{(-)}(2) \rangle_b \langle E_{\beta}^{(+)}(2) E_{\alpha}^{(+)}(1) \rangle_c$  (последняя включает аномальный коррелятор). Роль аномальных корреляторов в статистике излучения отмечалась в ряде работ 105–111, 15, 79. В данном

(последняя включает аномальный коррелятор). Роль аномальных корреляторов в статистике излучения отмечалась в ряде работ  $^{105-111, 15, 79}$ . В данном случае именно с обращением их в нуль при  $\tau = 0$  связаны АГФ и СПСФ — проявляется восстановление индуцированного дипольного момента атома (а не населенности возбужденного уровня!) после «участия» атома в испускании «первого» фотона. Такой когерентный вклад способствует компенсации гауссова шума, повышению регулярности излучения. Коррелятор  $\langle E_{\beta}^{(+)}(2) E_{\alpha}^{(+)}(1) \rangle$  (+ к. с.) можно выделить в схеме гетеродинирования. На диаграммах рис. 5 этому соответствует добавление всех вариантов замены фотонных пропагаторов классическими комплексными амплитудами  $\mathcal{E}_{h}$ ,  $\mathcal{E}_{h}^{*}$  поля опорного сигнала (от того же лазера, который возбуждает флуоресценцию). Пусть его интенсивность  $J_{h}$  велика по сравнению с интенсивностью флуоресценции и поле  $\mathcal{E}_{h}$  сдвинуто по фазе на  $\theta$  относительно возбуждающего поля. Приведем коррелятор фототока  $^{79}$ :

$$\begin{split} K\left(\tau\right) &= \langle J\rangle\,\delta\left(\tau\right) + \langle J\rangle^{2} + \langle J_{\rm h}\rangle\,q\varkappa F_{\rm 0}\gamma\,[(\overline{\rho}_{\rm 12}\rho_{21}^{(11)}(\tau) - |\overline{\rho}_{\rm 12}|^{2})\left\{1 + \exp\left[2i\left(\Delta - \varphi_{\rm h}\right)\right]\right\} + \\ &+ \overline{\rho}_{\rm 22}\left[\rho_{\rm 12}^{(12)}(\tau) + \rho_{\rm 12}^{(21)}(\tau)\exp\left(2i\varphi_{\rm h}\right)\right] + \text{\kappa.c.}\right]; \quad (3.15) \end{split}$$

здесь  $F_0=(3/8\pi d_{21}^2)~[\mathbf{d}_{21}-\mathbf{n}_0~(\mathbf{d}_{21}\mathbf{n}_0)]^2,~~\varkappa=N\Omega$  при  $\Omega<(\lambda/D)^2;~~\varkappa=$  =  $\nu_{\mathbf{a}t}\lambda^2L$  при  $\Omega>(\lambda/D)^2,~~\nu_{\mathbf{a}t}$  — концентрация атомов, D — поперечный, L — продольный по лучу лазера размеры области взаимодействия (при  $\Omega>(\lambda/D)^2$  параметр  $\varkappa$  определяет линейное поглощение на центре линии);  $\Delta$  — фаза индуцированного дипольного момента атома по отношению  $\kappa$  возбуждающей лазерной волне, т. е.  $\rho_{21}=|\rho_{21}|\exp(i\Delta),~\Delta=\mathrm{arctg}~[(\gamma/2)\times (\omega_{21}-\omega_0)^{-1}].$  Рассмотрим дисперсию числа фотоотсчетов за малый интервал времени T, используя в формуле (2.10) выражение (3.15) (без первого слагаемого) и принимая  $\rho_{ik}^{(mn)}$  ( $\tau$ )  $\approx$   $\rho_{ik}^{(mn)}$  (0) =  $\delta_{im}\delta_{kn}$ . Положим  $\varphi_h=\Delta$ . Тогда

$$\xi(T) \approx 2q \kappa F_0 \gamma T \left( \overline{\rho}_{22} - 2 |\overline{\rho}_{12}|^2 \right) = 2q \kappa F_0 \gamma T \frac{V_0^2 \left[ 2V_0^2 - (\gamma^2/4) - v_0^2 \right]}{\left[ (\gamma^2/4) + v_0^2 + 2V_0^2 \right]^2}$$
(3.16)

(использованы стационарные значения  $\bar{\rho}_{22}, \bar{\rho}_{21}$ ). Находим

$$\xi(T) < 0 \text{ при } 2V_0^2 < \frac{\gamma^2}{4} + (\omega_0 - \omega_{21})^2;$$
 (3.17)

 $\xi_{\min} (T) = -(1/8) \ q \varkappa F_0 \gamma T$  (достигается при  $V_0^2 = (1/6) \ [(\gamma^2/4) + \nu_0^2])$ ). Этот результат полезно сопоставить с выражениями (2.14). В согласии с замечаниями после этих формул мы должны отождествить условие  $\phi_h - \Delta = 0$ , при котором получено (3.16), с условием  $\theta = 0$  в разделе 2.3. Приходим к выводу о наличии сжатия квадратурной компоненты  $\mathbf{E}_1$  поля резонансной флуоресценции в дифракционном конусе при выполнении неравенства (3.17). Возможны и другие условия и варианты измерения, в которых должны проявляться СПСФ и сжатие в нелинейной резонансной дифракции когерентного излучения на системе атомов (в  $^{79}$  сжатые состояния не упомянуты явно). Так, в СФИ при оптимальных условиях может быть достигнут провал при  $\omega \approx 0$  с относительной глубиной 0,28. В связи с экспериментальными воз-

можностями отметим тонкий опыт  $^{112}$  по угловой зависимости интенсивности  $HP\Phi$  в пределах дифракционного конуса.

Соотношению СПСФ и сжатия в  $HP\Phi$  посвящен ряд работ <sup>63, 64, 113—116</sup>.

В заключение этого раздела укажем еще некоторые исследования по статистике фотонов НРФ и в близких направлениях.

Взаимные корреляции спектральных компонент штарковского триплета  $HP\Phi$  двухуровневого атома  $^{109,\,117-119}$ .

Корреляции интенсивности, включая АГФ и СПСФ, нелинейного резонансного вторичного свечения многоуровневых систем: с тремя уровнями  $^{120-123}$  (простейшая модель, в которой возникает комбинационное рассеяние); модельных систем взаимодействующих бозонных мод  $^{124}$ ; электронно-колебательных систем — двухуровневых молекул  $^{125, 126}$  и примесных центров в кристаллах  $^{127-132}$ . Здесь большой интерес представляет, на наш взгляд, возможность спектрального разделения компонент вторичного свечения и корреляционные исследования различных каналов и этапов релаксации сложных систем.

Нестационарные  $^{63, 133}$  и кооперативные  $^{134-136}$  эффекты АГФ и сжатия. Сжатие в НРФ регулярной цепочки двухуровневых атомов  $^{137}$ .

Воздействие света в сжатом состоянии и (или) с  $A\Gamma\Phi$  и  $C\Pi C\Phi$  на атом и преобразование статистики фотонов при распространении света в резонансной среде <sup>138, 139</sup>.

#### 4. СЖАТЫЕ СОСТОЯНИЯ

В последнее время появилось много теоретических и ряд экспериментальных работ, посвященных поискам источников поля излучения в сжатом состоянии. Предложены модели, использующие нелинейные оптические явления: двухфотонную генерацию <sup>34</sup> (критика в <sup>31, 140–142</sup>); параметрическое усиление <sup>34, 143–146</sup>; генерацию гармоник <sup>147–149</sup>; параметрическую генерацию в резонаторе <sup>150, 151</sup>; лазерную генерацию на свободных электронах <sup>152–154</sup>; комбинационное и гиперкомбинационное рассеяние <sup>155–158</sup>; четырехволновое смешение <sup>159–167</sup>.

Здесь мы рассмотрим двухфотонные когерентные состояния, проследим связь сжатия с динамикой источника на примере вырожденного параметрического усилителя, обсудим четырехволновое смешение, которое считается сейчас наиболее перспективным, и имеющиеся эксперименты.

# 4.1. Двухфотонные когерентные состояния (ДКС)

ДКС, введенные в работе <sup>34</sup>, включают подмножество состояний, минимизирующих произведение дисперсий квадратурных компонент, и подмножество сжатых состояний (определенных неравенствами (1.4)), но не исчерпывают всех сжатых состояний. Концепция ДКС оказывается полезной для анализа получения и регистрации сжатых состояний.

Для фиксированной моды поля излучения строятся операторы

$$b = \mu a + \nu a^{+}, \quad b^{+} = \mu^{*} a^{+} + \nu^{*} a$$
 (4.1)

 $(a^{^{+}},\ a$  — операторы рождения и уничтожения фотона); комплексные числа  $\mu,\ \nu$  подчиняются условию

$$|\mu|^2 - |\nu|^2 = 1.$$
 (4.2)

Преобразование (4.1) при условии (4.2) является каноническим (преобразованием Боголюбова), т. е.  $[b,\ b^{\scriptscriptstyle +}]=1$ . Введя оператор  $b^{\scriptscriptstyle +}b$ , можно построить состояния с определенным числом квазичастиц («бифотонов»). По аналогии с обычными когерентными состояниями  $|\alpha\rangle$  определяются векторы ДКС  $|\beta\rangle_{\mu,\nu}$ , собственные для оператора b:

$$b \mid \beta \rangle_{\mu,\nu} = \beta \mid \beta \rangle_{\mu,\nu}. \tag{4.3}$$

(4.9)

Дисперсии квадратурных компонент оператора a (форм. (1.2)) в состоянии  $\{\beta\}_{\mu,\nu}$  нетрудно найти, используя обратное к (4.1) преобразование:

$$a = \mu^*b - \nu b^*, \quad a^* = \mu b^* - \nu^*b.$$
 (4.4)

Они равны

$$\langle (\Delta X_1)^2 \rangle = \frac{1}{4} |\mu - \nu|^2, \quad \langle (\Delta X_2)^2 \rangle = \frac{1}{4} |\mu + \nu|^2.$$
 (4.5)

Минимум произведения неопределенностей  $\delta X_1$   $\delta X_2 = \frac{1}{4}$  достигается, когда  $\mu$ ,  $\nu \to \infty$  при условии (4.2) и ( $\mu/\nu$ ) вещественном. Если ( $\mu/\nu$ )  $\to 1$ , то состояние  $|\beta\rangle_{\mu,\nu}$  становится собственным для  $X_1$ , если ( $\mu/\nu$ )  $\to -1$  — собственным для  $X_2$ .

Каноническому преобразованию (4.1) отвечает унитарное преобразование U такое, что  $b = U^{\dagger}aU$  (см. <sup>168</sup>, с. 275). Будем рассматривать оператор U как оператор эволюции, определяемой гамильтонианом H:  $U = \exp \left[-(i/\hbar) Ht\right]$ ; тогда из основного состояния или любого когерентного состояния  $|\alpha\rangle$  (в качестве начального) при t>0 может получиться ДКС, если только H содержит квадратичные слагаемые, пропорциональные  $(a^{\dagger})^2$ ,  $a^2$ . Более общие преобразования  $b = \mu a + va^{\dagger} + \kappa$ , где  $\kappa$  — с-число или с-функция времени, приводят к суперпозиции когерентного состояния и ДКС; при этом остаются в силе равенства (4.5). Таким состояниям, как будет показано ниже, может быть свойственна СПСФ.

# 4.2. Вырожденный параметрический усилитель (ВПУ)

ВПУ здесь рассматривается в простейшей и несколько формальной, но популярной в литературе модели: основной сигнал — волна с частотой  $\omega$  — рассматривается как осциллятор без затухания, возбуждаемый параметрически на частоте  $2\omega$  (фактически — волной накачки при взаимодействии двух волн в среде с квадратичной поляризацией) 55,65,169. Гамильтониан системы выбирается в виде

$$H = \hbar \omega a^{\dagger} a + \hbar \left[ f_1 a^{\dagger} + f_2 (a^{\dagger})^2 + \text{s. c.} \right],$$
 (4.6)

где  $f_1$ ,  $f_2$  — параметры, характеризующие соответственно воздействия на частоте  $\boldsymbol{\omega}$  (имитирует волну на входе) и на частоте  $2\boldsymbol{\omega}$  (параметрическое возбуждение волной накачки). Для вычисления дисперсий квадратурных комлонент используем уравнения движения в представлении Гейзенберга. Связь канонического преобразования, унитарного преобразования и гейзенберговой картины движения в задаче о вынужденных колебаниях и параметрическом возбуждении квантованного осциллятора рассмотрена в книге (гл. VI), где по существу прослежено формирование состояний, названных в  $^{34}$  ДКС и подробно изученных. Решение уравнений движения для оператора a' (t) =  $a_{\rm H}$  (t) ехр ( $i\omega t$ ) ( $a_{\rm H}$  (t) — в представлении Гейзенберга) имеет вил  $^{34}$ 

$$a'(t) = a \operatorname{ch} (2R(t)) - i \exp(-i\psi) a^{+} \operatorname{sh} (2R(t)) + \kappa(t),$$
 (4.7)

где

$$R(t) = \int_{0}^{t} dt' r(t'),$$

$$\kappa(t) = -i \int_{0}^{t} dt' \{ f \operatorname{ch} [2R(t'-t)] - i \exp(-i\psi) f^{*} \operatorname{sh} [2R(t'-t)] \}, \quad (4.8)$$

$$f_{1} = f \exp(-i\omega t)_{*} \quad f = |f| \exp(i\varphi),$$

 $f_2 = r(t) \exp(-i(2\omega t + \psi)].$ 

Положив для упрощения r(t) = const и выбрав конкретное значение фазы накачки  $\psi = \pi/2$ , получим

$$\langle (\Delta X_1)^2 \rangle = \frac{1}{4} \exp\left(-4rt\right), \quad \langle (\Delta X_2)^2 \rangle = \frac{1}{4} \exp\left(4rt\right). \tag{4.10}$$

Выражения (4.10) идентичны (4.5) при  $\mu={\rm ch}\ (2rt),\ \nu={\rm sh}\ (2rt).$  Отношение ( $\mu/\nu$ ) =  ${\rm cth}\ \{2rt\}$  стремится к единице при  $rt\gg 1$ , т. е. состояние приближается к собственному для квадратурной компоненты  $X_{\rm l}$ . При r=0 сжатие отсутствует. При  $r\neq 0$  можно сдвигом фазы на  $\pi$  перенести сжатие с одной компоненты на другую. Средние значения величин  $X_{\rm l}$ ,  $X_{\rm l}$  выражаются через квадратурные компоненты  $x_{\rm l}=(f+f^*)/2,\ x_{\rm l}=i\ (f^*-f)/2$ :

$$\langle X_1 \rangle = \frac{x_2}{2r} [1 - \exp(-2rt)],$$

$$\langle X_2 \rangle = \frac{x_1}{2r} [\exp(2rt) - 1].$$
(4.11)

Для интерпретации результатов и сопоставления с классической теорией за рассмотрим два режима работы ВПУ. Выберем фазу сигнала на входе так, что  $x_1=0$  ( $\cos \phi=0$ ) — неусилительный режим. Запишем, опуская несущественные здесь множители, оператор поля E (t) через квадратурные компоненты; в последних выделим средние значения и операторы отклонений от средних:

$$E(t) \sim (\langle X_1 \rangle + \Delta X_1) \cos \omega t + \Delta X_2 \sin \omega t.$$
 (4.12)

При большом параметрическом воздействии,  $rt\gg 1$ , получаем

$$\langle X_{\mathbf{i}} \rangle \approx \frac{x_2}{2r} , \quad \langle (\Delta X_{\mathbf{i}})^2 \rangle \ll 1 ,$$

т. е. первое слагаемое в (4.12) стабилизируется и принимает квазиклассический и регулярный характер. Позволим себе вольность — преобразуем (4.12) как неоператорное тригонометрическое выражение:

$$E(t) \propto \langle X_1 \rangle \cos \left( \omega t - \frac{\Delta X_2}{\langle X_1 \rangle} \right).$$
 (4.13)

Несмотря на операторный смысл (4.13), можно утверждать, что в данном режиме подавляются амплитудные (и усиливаются фазовые) флуктуации. При выделении первого слагаемого в (4.12) мгновенное отношение сигнал/шум,  $\langle X_1 \rangle / \delta X_1$ , может быть сделано (в рамках модели) сколь угодно большим. При другом выборе фазы входного сигнала, таком, что  $x_2 = 0$ ,  $\cos \varphi = 1$ , возникает режим максимального усиления; если  $\exp (4rt) \gg 1$ , получаем подавление фазовых и увеличение амплитудных флуктуаций:

$$E(t) \propto (\langle X_2 \rangle + \Delta X_2) \sin \omega t. \tag{4.14}$$

Выражения (4.12) — (4.14) позволяют проследить аналогию с классической теорией ВПУ. В частности, отметим связь с классическим эффектом «квантования фазы» <sup>35, 170</sup>. Отличие результатов квантовой теории связано прежде всего с дополнительностью (некоммутативностью) квадратурных компонент поля (см. соотношение неопределенности (1.4)) и, как следствие, с дополнительностью амплитудной и фазовой случайной модуляции. С другой стороны, здесь речь идет об уменьшении квантового шума, насколько это допускается условиями выделения сжатых компонент сигнала.

Рассмотрим наблюдаемые величины в данной модели. Среднее число и дисперсия числа фотонов в основной моде равны <sup>171</sup>

$$\langle m \rangle_t = \langle a^+ a \rangle_t = |\mathbf{x}|^2 + \sinh^2(2rt), \tag{4.15}$$

$$\langle (\Delta m)^2 \rangle_t = \langle (a^+ a)^2 \rangle_t - \langle a^+ a \rangle_t^2 =$$

$$= |\varkappa \operatorname{ch}(2rt) - i\varkappa^* \exp(-i\psi) \operatorname{sh}(2rt)|^2 + 2\operatorname{sh}^2(2rt) \operatorname{ch}^2(2rt). \quad (4.16)$$

Выясним условия, при которых в данном случае из сжатия следует СПСФ. Здесь уже результат зависит от соотношения фаз входного сигнала и

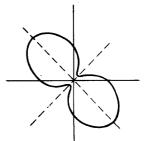


Рис. 9. Полярная диаграмма зависимости параметра Фано  $F=1+\xi_t=\langle(\Delta m)^2\rangle/\langle m\rangle$  от фазы результирующего сигнала ВПУ, пропорционального  $\varkappa$  при условии  $|\varkappa|^2\gg \exp{(4rt)}$  (формула (4.16)). Приняты значения 4rt=1,1,  $\psi=0$ . Возможна СПСФ:  $F_{m1n}=0,34$ . Эксперимент 1/2 обнаружил тенденцию к такой зависимости F от фазы

накачки. Положим  $i\varkappa^*\exp\left(-i\psi\right)=\varkappa$ . При  $|\varkappa|^2\gg\exp\left(4rt\right)$  получим  $\langle m_t \rangle \approx |\varkappa|^2$ ,

$$\langle (\Delta m)^2 \rangle_t \approx 4 \mid \varkappa \mid^2 \langle (\Delta X_1)^2 \rangle \approx \langle m \rangle \exp(-4rt).$$
 (4.17)

Если при этом  $rt \gg 1$ , распределение фотонов существенно субпуассоновское (рис. 9). Напротив, условие  $|x|^2 \ll 1$  приводит к примеру сжатого состояния без СПСФ.

# 4.3. О реализации сжатых состояний

Разобранный выше пример показывает, каким образом сжатые состояния могут возникать в фазово-чувствительных эффектах нелинейной оптики. Однако имеются серьезные трудности в реализации сжатых состояний. Например, учет затухания моды « $\omega$ » в ВПУ приводит <sup>34</sup> к следующим выражениям для дисперсий  $X_1$ ,  $X_2$  при  $rt \gg 1$ :

$$\langle (\Delta X_1)^2 \rangle \approx \gamma \left[ 4 \left( \gamma + 2r \right) \right]^{-1}, \quad \langle (\Delta X_2)^2 \rangle \to \infty$$
 (4.18)

(ү — константа затухания). Для существенного сжатия необходима достаточно большая интенсивность волны накачки « $2\omega$ », т. е  $2r\gg\gamma$ . Получение сжатого состояния требует выполнения жестких фазовых соотношений. Например, усреднение по фазе накачки  $\psi$  (см. формулу (4.16) и рис. 9) разрушает сжатие и СПСФ. Губительны и флуктуации амплитуд входящих волн. Эффекты корреляции фотонов при рассеянии на группах атомов могут маскировать сжатие.

Наибольшие трудности, видимо, связаны с малой величиной нелинейных восприимчивостей и малым временем взаимодействия (фактически в предыдущем разделе t — время прохождения через нелинейную среду). Время взаимодействия возрастает в схеме параметрической генерации [50, 151]; в принципе, здесь возможно получение сжатия в стационарном режиме. Расчет 150, 151 с учетом резонаторного затухания дает минимальную писперсию чет  $^{_{150,\ 151}}$  с учетом резонаторного затухания дает минимальную дисперсию для квадратуры генерируемой волны  $\langle (\Delta X_i)^2 \rangle = 1/8$ .

В последние годы интенсивно обсуждается возможность получения сжатых состояний при четырехволновом смешении  $^{159-167}$ . Предлагаемые схемы объединяются следующей идеей. Из взаимодействия, определяемого поляризацией третьего порядка вида  $P = \chi EEE$ , условиями эксперимента выделяется часть, с которой можно сопоставить эффективный оператор взаимо-

$$H_I = \hbar (k a_1^+ a_2^+ + \text{s.c.});$$
 (4.19)

здесь  $k \leadsto \chi E_{\mathbf{p}1} E_{\mathbf{p}2}, \ E_{\mathbf{p}1}, \ E_{\mathbf{p}2}$  — комплексные амплитуды волн накачки (последние можно считать классическими),  $a_1^+, \ a_2^+$  — операторы параметрически возбуждаемых волн. Пусть **часто́ты** всех волн совпадают (полностью вырожденный случай). Образуем линейную комбинацию операторов  $a_1^+$  и  $a_2^+$ :

$$b^* = s_1 a_1^* + s_2 a_2^*, |s_1|^2 + |s_2|^2 = 1.$$
 (4.20)

Такому преобразованию может отвечать, например, смешение на светоделительной пластинке. Оператор (4.19), выраженный через  $b^+$ , b, содержит слагаемые вида  $b^+b^+$ , bb, т. е. может порождать при эволюции сжатые состояния (п. 4.1). Таким образом, четырехволновые параметрические процессы могут приводить к созданию поля в сжатом состоянии и к СПСФ, наблюдаемой при специальных условиях.

В эксперименте  $^{160, 161}$  использовалась схема вырожденного четырехволнового смешения с преобразованием квантов  $\mathbf{k_{p1}} + \mathbf{k_{p2}} = \mathbf{k_1} + \mathbf{k_2}$ , причем  $\mathbf{k_{p1}} = -\mathbf{k_{p2}}$ . Была исследована статистика фотонов пробной и фазово-сопряженной (обращенной) волн, которая оказалась пуассоновской, согласно предсказаниям теории для реальных условий опыта. Тем самым была продемонстрирована обусловленная сжатием компенсация гауссовых (волновых)

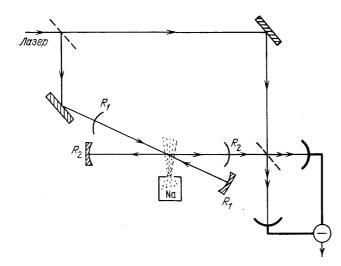


Рис. 10. Схема опыта 167 по четырех волновому смешению в резонаторе. Пояснения см. в тексте. Использованные в 167 стабилизирующие и контролирующие фрагменты схемы опущены

флуктуации этих волн по отдельности. Однако степень сжатия существенно ограничивалась потерями в среде (пары натрия); не удавалось снизить фон флуоресценции и при этом повысить эффективность четырехволнового взаимодействия так, чтобы мог проявиться эффект СПСФ при смешении двух волн на выходе. Поэтому, а также ввиду недостаточной стабильности интерферометра статистика фотонов для суперпозиции пробной и фазово-сопряженной волн не анализировалась.

Невырожденное четырехволновое смешение в световоде исследовано в работе  $^{165}$ . Была выявлена спектральная область в шуме фототока при гетеродинировании, свободная от вредного проявления вынужденного рассеяния Мандельштама — Бриллюэна, разработана стратегия дальнейших поисков в экспериментах данного типа. При гетеродинировании выходящего излучения (с частотами  $\omega_p \pm \delta \omega$ ) на частоте волны накачки  $\omega_p$  можно ожидать понижения спектрального уровня шума в СФИ по отношению к дробовому в области  $\omega \approx \delta \omega$ .

В работе  $^{167}$  впервые установлены признаки сжатого состояния в спектре флуктуации фототока. Рассмотрим этот эксперимент несколько подробней. Реализована схема невырожденного четырехволнового смешения в резонаторе (рис. 10). Нелинейным преобразователем являлся пучок атомов натрия. Отстройка частоты возбуждающего лазера на красителе от ближайшего резонанса ( $D_2$ -линии) была существенно больше радиационной и остаточной (из-за расходимости атомного пучка) допплеровской ширины. Резонатор  $R_1$  формировал стоячую волну лазерного излучения (накачки). В резонаторе  $R_2$  возникала суперпозиция попарно фазово-сопряженных волн различных частот. Частота лазера совпадала с одной из частот резонатора  $R_2$  (стабилизирующая система на рис. 10 не показана). Измерялся спектр фототока по

балансной схеме <sup>173</sup> при гетеродинировании на частоте лазера  $\omega_{\mathbf{p}}$ выходящих из резонатора волн с частотами  $\omega_{\mathbf{p}} \pm 3 \nu_{\mathbf{2}}$  ( $\nu_{\mathbf{2}}$  —интервал между собственными частотами резонатора  $R_{2}$ ).

Такая схема эксперимента позволила свести к минимуму факторы, разрушающие сжатие: спонтанное излучение, усиление и перепоглощение. Потери определялись в основном выходом фотонов из резонатора  $R_2$ . Ситуацию можно приближенно описывать уравнениями движения для операторов двух актуальных волн с частотами  $\omega_{1,2} = \omega_p \pm 3v_2$ , используя эффективное взаимодействие в виде (4.19) и учитывая затухание (константа C). Рассмотрим смешение волн, выходящих из резонатора, с полем опорного сигнала на частоте  $\omega_p$ . Применяя выражение (2.5), получим

$$K(\tau) - \langle I \rangle^2 = q \langle I \rangle \delta(\tau) + \frac{1}{2} C q^2 I_h \left\{ 2 \langle b^+ b(\tau) \rangle + \frac{1}{2} (2i\phi_h) \langle b^+ b^+(\tau) \rangle + \kappa, c. \right\}. \tag{4.21}$$

здесь  $I_{\rm h}$ ,  $\phi_{\rm h}$  — интенсивность и фаза сигнала гетеродина,  $b^+ = (a_1^+ + a_2^+) \sqrt{2}$ . Аномальные корреляторы зависят от фазы комплексной константы связи:  $\langle b^+b^+ (\tau) \rangle \sim \exp{(-2i\theta)}$ . Непуассоновское слагаемое в корреляторе фото-

тока (4.21) минимально при условии  $\varphi \equiv \varphi_h - \vartheta = \pi/2$  и при этом отрицательно. В СФИ следует ожидать появления провала под уровнем дробового шума в виде лоренцева контура с центром на частоте  $3v_2 + |k|$ , с шириной C/2.

Рис. 11 схематически представляет основной результат статьи <sup>167</sup> (в приведены фотографии сигнала спектроанализатора на выходе балансной схемы с подробными пояснениями деталей эксперимента). Авторы работы <sup>167</sup> оценивают относительную глубину провала в 7 %, что, по их утверждению, соответствует 20 % сжатия. Во всяком случае, положительный эффект представляется несомненным и укрепляет надежду на эффективное снижение квантовых шумов в параметрических процессах.

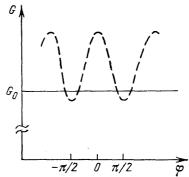


Рис. 11. Зависимость сигнала (выделенной спектральной компоненты флуктуации фототока вблизи частоты  $3v_2$ ) от сдвига фазы гетеродина (по данным 167).  $G_{\bullet}$ —уровень дробового шума

Отметим тесную аналогию результата (4.21) и коррелятора (3.15), характеризующего флуктуации фототока при гетеродинировании света резонансной флуоресценции в дифракционном конусе  $^{79}$ . Внешнее различие (4.21) и (3.15) связано лишь с тем, что в (3.15) корреляторы полевых операторов явно выражены через элементы матрицы плотности атомов источника.

#### 5. ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ ПРИ ОТТАЛКИВАТЕЛЬНОЙ СТАТИСТИКЕ АТОМНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ

Здесь мы рассмотрим возможность получения СПСФ и АГФ при спонтанном излучении системы атомов. Предположим, что накачка не создает атомной когерентности и не вызывает насыщения излучающего перехода. Тогда из всех процессов, формирующих фототек от регистрируемого излучения, следует учесть двухатомные прямые и интерференционные процессы (см. рис. 5,  $\delta$ ,  $\delta$ ). Мы уже отмечали, что интерференционный процесс (см. рис. 5,  $\delta$ ) приводит к группировке фотонов; соответствующий вклад в параметр  $\delta$  (формула (2.9)) равен  $\delta$  — параметр вырождения спонтанного излучения. Для задач, рассматриваемых в данном разделе, характерны сравнительно невысокие интенсивности, большая (по сравнению с радиационной шириной) ширина линии люминесценции, так что при относительном угле

сбора фотонов  $\Omega = S/4\pi R^2$  порядка единицы ожидаемые эффекты в статистике от прямого процесса будут превышать вклад интерференционного процесса ( $\delta \ll 1$ ). Таким образом, мы рассмотрим флуктуации излучения, отвечающие рис. 5, б и связанные с корреляциями актов возбуждения. Если принять, что накачка — широкополосный пуассоновский процесс (ширина спектра накачки превышает ширину линии люминесценции), то при статистической независимости актов спонтанного испускания фототок будет также пуассоновским процессом с коррелятором:

$$K(\tau) = q\overline{M}\Omega\delta(\tau) + (q\overline{M}\Omega)^2; \tag{5.1}$$

здесь  $\overline{M}$  — среднее число атомов, возбуждаемых во всем объеме в единицу времени (предполагается, что тушения люминесценции нет). Преобразование непуассоновских флуктуации накачки во флуктуации спонтанного излучения изучалось экспериментально и теоретически в ряде работ (см. литературу в  $^{54}$ , а также  $^{95\ 174}$ ; о субпуассоновском возбуждении — статьи  $^{76,\ 175\ 176}$ ).

Коррелятор фототока выражается через коррелятор числа возбужденных  $\kappa$  моменту t атомов N(t) так:

$$K(\tau) = q\overline{M}\Omega\delta(\tau) + (q\overline{M}\Omega)^{2} \langle N(t_{1}) N(t_{2}) \rangle \overline{N}^{-2}, \qquad (5.2)$$

где  $\overline{N}$  — стационарное среднее значение N (t). Угловые скобки здесь означают усреднение по статистике накачки и статистике излучающих атомов. В частности, если атомы не взаимодействуют между собой, можно записать

$$\langle N\left(t_{1}\right)N\left(t_{2}\right)\rangle = \int_{-\infty}^{t_{2}}\mathrm{d}t'\int_{-\infty}^{t_{2}}\mathrm{d}t'' \,\langle M\left(t'\right)M\left(t''\right)\rangle \exp\left[-\gamma\left(t_{1}-t'\right)-\gamma\left(t_{2}-t''\right)\right], \quad (5.3)$$

где  $\gamma$  — радиационная константа. При быстрых флуктуациях накачки зависимость от  $\tau$  определяется величиной  $\gamma$ . В спектре коррелятора K ( $\tau$ ) возникает линия шириной  $\gamma$ . На этом факте основан способ измерения естественной ширины линии в условиях преобладающего неоднородного уширения линии люминесценции <sup>54</sup>.

При отталкивательной статистике возбуждений можно ожидать СПСФ люминесценции. В настоящее время предложены два конкретных механизма получения СПСФ таким способом: возбуждение газа электронным пучком с депрессией дробового шума  $^{76,\ 175\ 176}$  и дезактивирующие кооперативные процессы  $^{177}$ .

## 5.1. Возбуждение атомов электронным пучком с депрессией дробового шума

Депрессия дробового шума электронного пучка (например, в диоде), возникающая в режиме ограничения тока пространственным зарядом, хорошо изучена  $^{35, 55, 178}$ . Дисперсию числа электронов, пролетающих область ограничивающего пространственного заряда и фиксируемых за время  $T\gg \gamma_{\rm e}^{-1}$  ( $\gamma_{\rm e}^{-1}$  — время корреляции электронов в пучке), представим в виде

$$\langle (\Delta m_e)^2 \rangle = \langle m_e \rangle \Gamma^2, \quad \xi_e = -(1 - \Gamma^2).$$
 (5.4)

Коэффициент депрессии  $\Gamma^2$  может быть порядка  $10^{-2}$ . Из формулы (5.4) следует, что в спектре флуктуации пучка имеется пировал на низких частотах на фоне дробового шума с относительной глубиной ( $1-\Gamma^2$ ). Принимая для простоты, что указанный провал имеет лоренцеву форму, запишем коррелятор тока электронов в виде

$$\langle I(0) I(\tau) \rangle = \langle I \rangle \delta(\tau) + \langle I \rangle^2 - \frac{1}{2} \langle I \rangle \gamma_e (1 - \Gamma^2) \exp(-\gamma_e |\tau|).$$
 (5.5)

Используя (5.5) (без первого — дробового — слагаемого!), можно **найти** корреляторы в (5.3). Дисперсия числа атомов, возбуждаемых **за** время

$$T\gg \gamma^{-1}$$
, равна

$$\langle (\Delta N)^2 \rangle_T = \langle N \rangle_T \left[ 1 - \eta \left( 1 - \Gamma^2 \right) \right]. \tag{5.6}$$

Эта величина оказывается существенной в задаче о генерации  $^{179}$  (см. раздел 6). Далее из (5.2) и выражений (2.8) — (2.10) найдем дисперсию числа фотоэлектронов при регистрации люминесценции:

$$\langle (\Delta n)^2 \rangle_T = \langle n \rangle_T [1 - q\Omega \eta (1 - \Gamma^2)]; \tag{5.7}$$

здесь  $\eta$  — эффективность возбуждения атомов:  $\langle M \rangle = \eta \langle I \rangle$ .

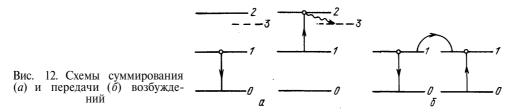
Провал в СФИ на фоне дробового шума имеет ширину  $\gamma$  и уменьшается  $q\Omega\eta$  раз по сравнению с провалом в спектре шума электронного пучка. Ослабление корреляций связано с цепочкой преобразований статистики накачки: возбуждение атома электроном происходит с вероятностью  $\eta$ , испускаемый фотон с вероятностью  $\Omega$  попадает в угол сбора фотодетектора и, наконец, с вероятностью q преобразуется в фотоэлектрон.

Идея получения субпуассоновского излучения при возбуждении электронным пучком с депрессией дробового шума  $^{76}$  реализована в эксперименте  $^{176}$ . Исследовалась статистика фотонов люминесценции паров ртути (переход  $6^3P_1-6^1S_0$ ,  $\lambda=253,7$  нм) в трубке Франка — Герца. В условиях опыта эффективность возбуждения атомов равнялась  $\eta\approx0,25$ , геометрический фактор сбора  $\Omega\approx0,1$ ; депрессия дробового шума электронного пучка характеризовалась параметром  $\xi_e=-(1-\Gamma^2)\approx-0,9$ . Квантовый выход q фотоумножителя на длине волны 253,7 нм составлял 0,15. Кроме этих параметров, входящих в выражение (5.7), учитывались также коэффициенты пропускания фильтра (0,83), выхода фотонов, уменьшаемого вторичными процессами в трубке (0,8); наличие пуассоновской засветки от нити накала давала еще фактор 0,3. Перемножение всех указанных коэффициентов приводит к теоретическому значению субпуассоновского фактора для фотоэлектронов  $\xi_\infty\approx-0,0007$ . Это удовлетворительно согласуется с экспериментальным результатом при учете эффекта мертвого времени.

#### 5.2. Субпуассоновская статистика люминесценции примесных центров в кристаллах, обусловленная кооперативной дезактивацией

«Отталкивательная» статистика возбуждений может возникать также в результате кооперативных процессов, вызванных взаимодействием примесных центров в кристалле. К таким процессам относятся суммирование возбуждений, кооперативная сенсибилизация, нелинейное тушение  $^{180}$ .

Рассмотрим излучательный переход с частотой  $\omega$ . Если пары возбуждений, возникающие близко во времени и в пространстве, с большой вероятностью уходят из излучательного канала с частотой  $\omega$  вследствие какого-либо



кооперативного процесса, статистика возбуждений оказывается «отталкивательной» и напоминает статистику частиц несжимаемой жидкости <sup>39</sup>. В качестве примера рассмотрим хорошо изученное явление кооперативной люминесценции <sup>180</sup>: суммирование возбуждений с энергией  $\hbar \omega$  двух примесных центров на одном из них (рис. 12). Необратимость суммирования обеспечивается быстрой многофононной релаксацией  $2 \rightarrow 3$ . Последующее излучение

кванта с частотой  $\omega_{3,0}$ , т. е. собственно кооперативная люминесценция, здесь нас не интересует — мы будем изучать статистику фотонов на переходе 1-0. Высокая эффективность суммирования обеспечивается миграцией возбуждений (см. рис. 12,  $\delta$ ) и доставкой двух возбуждений на расстояния, при которых происходит суммирование. При сильной миграции достаточно сравнительно невысокой степени возбуждения для получения значительного эффекта СПСФ. Насыщение перехода 0-1 не требуется, что выгодно отличает данный метод от предложенных к настоящему времени методов нелинейной оптики. Флуктуации числа атомов в области действия накачки здесь, в отличие от других примеров, не разрушают СПСФ.

Примем, что накачка — стационарный пуассоновский процесс. Для расчета коррелятора населенности  $\langle N_1 \ (t_1) \ N_1 \ (t_2) \rangle$  в (5.2) введем следующие определения:  $F \ (\mathbf{x_1}, \ \mathbf{x_2}) \ \mathrm{d}^3 x_1 \ \mathrm{d}^3 x_2 / V^2$  — стационарная вероятность найти два возбуждения в элементах объема около точек  $\mathbf{x_1}, \ \mathbf{x_2}; \ f_0 \ (\tau) \equiv \rho_{11}^{(00)} \ (\tau)$  — вероятность возбуждения произвольно фиксированного атома накачкой в интервале времени  $(0, \ \tau); \ f_1 \ (\tau) \equiv \rho_{11}^{(11)} \ (\tau)$  — вероятность того, что атом, возбужденный на уровень  $1 \ \kappa$  моменту  $t_0 = 0$ , останется на этом уровне к моменту  $\tau$ . Будем считать систему пространственно-однородной, взаимодействие между примесными атомами — центральным. Введенные функции обладают следующими свойствами:

$$f_0(\tau) \xrightarrow[\tau \to \infty]{\bar{f}}, f_1(\tau) \xrightarrow[\tau \to \infty]{} 0, F(|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|) \xrightarrow[|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2| \to \infty]{\bar{f}}^2,$$
 (5.8)

где  $\overline{f}$  — стационарная вероятность найти фиксированный атом возбужденным. При слабой накачке и большом (по сравнению с  $\gamma^{-1}$ ) времени выхода возбуждения из объема взаимодействия коррелятор числа возбуждений можно записать в виде

$$\langle N_1(t_1) N_1(t_2) \rangle = n_0^2 \int d^3x_1 d^3x_2 [F[\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2]] f_1(\tau) + \bar{f} f_0(\tau)], \tag{5.9}$$

где  $n_0$  — концентрация. Первое слагаемое под интегралом соответствует появлению двух возбуждений, испустивших зарегистрированные фотоны, в моменты времени, лежащие в интервале ( $-\infty$ ,  $t_1$ ), второе — появление одного возбуждения в интервале ( $-\infty$ ,  $t_1$ ), другого — в интервале ( $t_1$ ,  $t_2$  =  $t_1$  +  $t_1$ ). Очевидно, при отсутствии взаимодействия  $t_1$ 0 коррелятор (5.9) не зависит от времени, и мы приходим к формуле (5.1), т. е. к пуассоновской статистике фотонов.

При «отталкивательной» статистике возбуждений можно определить объем корреляции  $V_{\rm c}$  (эффективный объем суммирования) следующим образом:

$$V_{\rm c} = -\int g(\rho) dV, \qquad (5.10)$$

где g ( $\rho$ ) — функция парной корреляции возбуждений, непосредственно связанная с введенной выше функцией F ( $\rho$ ) ( $\rho=\mid \mathbf{x}_2-\mathbf{x}_1\mid$ ):

$$F(\rho) = \overline{f^2} [1 + g(\rho)];$$
 (5.11)

 $g(\rho) \to 0$  при  $\rho \to \infty$ . Используя (5.11), можно найти корреляционную функцию концентраций возбуждений и дисперсию числа их в выделенном объеме:

$$\langle n_1(0) n_1(\rho) \rangle = \overline{n}_1 \delta^{(3)}(\rho) + \overline{n}_1^2 g(\rho);$$
 (5.12)

$$\langle (\Delta N_{\mathbf{i}})^2 \rangle_{\mathbf{v}} = \langle N_{\mathbf{i}} \rangle_{\mathbf{v}} (1 - V_{\mathbf{c}} \overline{n_{\mathbf{i}}}). \tag{5.13}$$

Параметр  $\xi_T$  для фотоотсчетов при регистрации люминесценции равен

$$\xi_T = -q\Omega\gamma \overline{n}_1 V_c \cdot \frac{2}{T} \int_0^T d\tau (T - \tau) f_1(\tau). \qquad (5.14)$$

Приняв при больших временах T интеграл в (5.14) (поделенный на T) в качестве определения среднего времени жизни возбуждения ( $\tau_1$ ), получим

$$\xi_{\infty} = -2q\Omega \bar{n}_1 V_c \gamma \tau_1. \tag{5.15}$$

Введем константу кумуляции  $\alpha$  (см³ с  $^{-1}$ ):  $\overline{\alpha n_1}$  — средняя скорость кумуляции в расчете на один атом, возбужденный на уровень 1. Если принять  $V_c = \alpha \tau_i$ ,  $\tau_1^{-1} = \gamma + \alpha n_1$ , величину  $\xi_\infty$  можно просто выразить через квантовый выход  $\eta_1 = \gamma \underline{\tau_1}$  люминесценции  $1 \to 0$  и квантовый выход в канал суммирования  $\eta_2 = \alpha n_1 \tau_1$ :

$$\xi_{\infty} = -2q\Omega\eta_1\eta_2. \tag{5.16}$$

Нетрудно видеть, что в данной модели максимальный эффект СПСФ  $\xi_{\infty, \min} = -q\Omega/2$  достигается при  $\alpha \bar{n}_1 = \gamma$ , т. е. при условии, что скорость суммирования равна скорости спонтанного излучения.

В качестве примера приведем данные по кооперативной люминесценции  $\mathrm{Er}^{3+}$  в кристаллах типафлюорита  $^{181}$ :  $\gamma \approx 10^2~\mathrm{c}^{-1}$ ,  $\alpha \approx 10^{-14}~\mathrm{cm}^3\mathrm{c}^{-1}$ ; условие  $\alpha n_4 = \gamma$  достигается при  $n_1 \approx 10^{16}~\mathrm{cm}^{-3}$ . Такие концентрации возбуждений наблюдаются при умеренной накачке (типичная концентрация примесных центров  $n_0 \approx 10^{22}~\mathrm{cm}^{-3}$ ). Суммирование возбуждений в аналогичных системах применяется для разгрузки нижнего рабочего уровня при генерации  $^{182}$ .  $^{183}$ .

Существуют кооперативные процессы в активированных кристаллах, которые могут обеспечить большие значения  $|\xi_{\infty}|$ . Так, в явлении нелинейного тушения <sup>184</sup> один из атомов пары — тот, на котором возникает суммарное возбуждение — может в результате быстрой безызлучательной релаксации вернуться на уровень 1 (рис. 12, *a*). Из двух возбуждений, возникших близко во времени, для излучательного канала 1-0 теряется только одно.

Другие процессы, для которых характерны большие значения константы парной дезактивации,— это столкновения эксимерных молекул вобоих случаях может быть  $\alpha \approx 10^{-10}~{\rm cm}^3{\rm c}^{-1}$ , и можно надеяться найти конкретную систему, пригодную для реализации СПСФ.

#### 6. ГЕНЕРАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ С ПОВЫШЕННОЙ РЕГУЛЯРНОСТЬЮ

В настоящее время не много работ, в которых предложены теоретические модели источников излучения с субпуассоновской статистикой фотонов, использующие принцип лазерной генерации. Сюда относятся работы 188, 189 о лазере с многофотонными потерями, работы 179, 190, где субпуассоновская статистика появляется вследствие статистических свойств накачки. Результаты работ 179, 190 основаны на существенном для статистики излучения лазера уточнении 190 квантовой теории генерации 191, 192. В данном разделе мы сначала дадим краткое описание квантовой теории лазера с корректным включением эффектов статистики накачки, а затем обсудим конкретные молели.

Обсуждаемые далее методы снижения флуктуации интенсивности (до СПСФ) соответствуют «амплитудной сверхстабилизации», выходящей за рамки полуклассического подхода в теории генерации. Для последнего оптимальным пределом является уровень стабилизации, отвечающий смеси когерентных квантовых состояний со случайной фазой, фиксированной амплитудой и пуассоновским распределением числа фотонов. СПСФ в генерации не ухудшает обычного оптического спектра одномодовой генерации при сильном превышении порога 190, когда ширина линии определяется в основном диффузией фазы 191, 192.

### 6.1. Учет статистики накачки в теории одномодовой генерации

Возможность построения замкнутого кинетического уравнения для полевого осциллятора в теории одномодового (газового) лазера  $^{_{191,\ 192}}$  основана на соотношении времени релаксации атома  $\tau_{\bf a}$  и поля  $C^{-1}$ :  $\tau_{\bf a}\ll C^{-1},\ C$ 

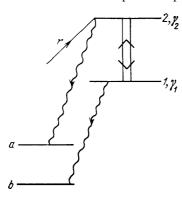


Рис. 13. Схема уровней и пев теории ции <sup>191,192</sup>. реходов генера-

-1-рабочий переход; накачка изображена упрощенно; аффективная скорость накачки—случайный резонаторная ширина. Исходным пунктом теории газового лазера является уравнение для матрицы плотности Г четырехуровневой системы (рис. 13) и одной моды квантованного электромагнитного поля генерации на рабочем переходе 2—1. Если на интервале времени  $\Delta t$  ( $\Delta t \gg \tau_a$ ) на уровне 2 появился атом, то в результате механизма релаксации он наверняка окажется на этом же интервале в состоянии (a) или (b) (возможностью появления атома на правом конце интервала  $\Delta t$  на промежутке порядка  $\tau_a$  можно пренебречь). Определяя матрицу плотности р как след матрицы F по атомным переменным,  $ho = \operatorname{Sp}_{\operatorname{ar}} F$ , запишем преобразование матрицы р за счет действия одного атома на интерва-

$$\rho (t + \Delta t) = F_{aa} (t + \Delta t) + F_{bb} (t + \Delta t). (6.1)$$

Величины  $F_{aa}$  и  $F_{bb}$  — матричные элементы по атомным и операторы по полевым переменным — можно найти, решая систему уравнений для матрицы  $F_{ij}$  (i, j = 1, 2, a, b) с начальным условием  $F_{22}$   $(t) = \rho$  (t); в результате формулу (6.1) можно записать в виде

$$\rho(t + \Delta t) = (1 + \hat{u})\rho(t). \tag{6.2}$$

Оператор u выражается через константы связи подсистем, константы релаксации, отстройку от центра (здесь - однородной) линии усиления и операторы рождения и уничтожения для моды поля,  $a^{\scriptscriptstyle +}$ , a. Явный вид оператора  $\hat{u}$  найден в работах  $^{_{191,\ 192}}$ . Вклад одного атома в приращение матрицы плотности поля  $\Delta \rho$  за время  $\Delta t$  мал. Действие на поле многих атомов в работах  $^{_{191, \quad 192}}$  учитывается умножением  $\hat{u}\rho$  (t)на число активных атомов  $r\Delta t$  (r — скорость накачки):

$$(\Delta \rho)_{+} = r \Delta t \, \hat{u} \rho \, (t). \tag{6.3}$$

Потери описываются линейной релаксацией осциллятора поля с константой затухания С. Учитывая, что временной масштаб изменения р определяется потерями, построим крупномасштабную производную  $(\Delta t \ll C^{-1}, \text{ но } \Delta t \gg au_{\rm a}).$  Окончательное уравнение имеет вид

$$\dot{\rho} = (\dot{\rho})_{+} + (\dot{\rho})_{-},$$
 (6.4a)

$$(\dot{\rho})_{+} = r \dot{u} \rho, \tag{6.46}$$

$$(\dot{\rho})_{-} = C \left[ a\rho a^{+} - \frac{1}{2} \left( a^{+}a\rho + \rho a^{+}a \right) \right].$$
 (6.4b)

В работе 190 отмечено, что преобразование матрицы плотности поля ка время  $\Delta t$  в результате возбуждения многих активных атомов мультиплизативно по вкладам отдельных атомов; более подробный анализ действия накачки приводит к выражению

$$\rho(t + \Delta t) = \prod_{i=1}^{N} (1 + w_i \hat{u}) \rho(t), \qquad (6.5)$$

$$w_i = \int_{1}^{t+\Delta t} r_i(t') dt'. \qquad (6.6)$$

$$w_i = \int_t^{t+\Delta t} r_i(t') \, \mathrm{d}t'. \tag{6.6}$$

Предполагается, что накачка слабая,  $w_i \ll 1$ , и широкополосная, т. е. акт возбуждения происходит в течение короткого (меньшего  $\tau_a$ ) промежутка времени. Мы можем представить накачку  $r = \sum_{i}^{n} r_{i}$  з виде случайного импульсного процесса. Для правильного учета флуктуации в формуле (6.5) следует удержать члены разложения до  $u^2$  включительно. Слагаемые с более высокими степенями  $\hat{u}$  вносят малый вклад, что связано с гладкостью зависимости матричных элементов  $\rho_{n,n+m}$  от индекса n; мы предполагаем, что  $\overline{(\Delta n)^2} \sim \overline{n}, \, \overline{n} \gg 1$ , где  $\overline{n}$  — среднее число фотонов в резонаторе. Приращение матрицы плотности за счет активных атомов теперь уже отличается от  $(\Delta \rho)_+$ , даваемого формулой (6.3):

$$(\widetilde{\Delta \rho})_{+} = \left\lceil N \hat{u} + \frac{1}{2} N (N - 1) \hat{u}^{2} \right\rceil \rho (t); \tag{6.7}$$

здесь  $N = N (\Delta t)$  — полное число атомов, оказавшихся в течение промежутка времени  $\Delta t$  на уровне «2». Выражение (6.7) записано для конкретной реализации актов возбуждения. Положим, что парные корреляции накачки определяются временем  $\tau_{\rm c}$ , и выберем  $\Delta t \gg \tau_{\rm c}$ . В этом случае статистической зависимостью сомножителей в формуле (6.7), связанной с концами интервала  $\Delta t$ , можно пренебречь и произвести усреднение в формуле (6.7) по статистике накачки по правилу: [...] р. При построении крупномасштаблой производной здесь следует опять обратить внимание на то, что временной масштаб изменения  $\rho$  определяется величиной  $C^{-1} \gg \Delta t$ ; включая потери описанным выше способом, получим уравнение

$$\dot{\rho} = (\dot{\rho})_{+}^{(2)} + (\dot{\rho})_{+}^{(2)} + (\dot{\rho})_{-}^{(2)}. \tag{6.8}$$

В уравнении (6.8)  $(\rho)_{+}^{(1)}$  отличается от соответствующей величины в формуле (6.46) лишь заменой  $r \to \bar{r}$ ; (р) определяется формулой (6.4в), (р) (2) скорость изменения матрицы плотности вследствие парной корреляции актов накачки \*):

$$(\dot{\rho})_{+}^{(2)} = \frac{\bar{r}}{2} \, \zeta \hat{u}^2 \rho. \tag{6.9}$$

Параметр ζ связан со статистикой накачки:

$$\overline{(\Delta N)^2} = \overline{N} (1 + \zeta). \tag{6.10}$$

Так как  $\Delta t \gg \tau_{\rm c}$ ,  $\zeta$  аналогично параметру  $\xi_{\infty}$  (п. 2.2.). При пуассоновской накачке  $\zeta=0$ , и уравнение (6.8) переходит в уравнение (6.4a) традиционной теории лазера с очевидной заменой скорости накачки на ее среднее значение по статистике Пуассона r. При достаточном превышении порога (при накачке только на верхний рабочий уровень) уравнение (6.4а) приводит к когерентному состоянию поля генерации с дисперсией  $(\overline{\Delta n})^2 = \overline{n}$ .

Если статистика накачки субпуассоновская ( $\dot{\zeta} < 0$ ), возможна СПСФ в генерации.

<sup>\*)</sup> Возможность представить  $(\rho)^{(2)}_+$  в виде (6.9) обеспечивается балансом усиления ипотерь.

Введем упрощающие условия  $^{_{190}}$ :  $\gamma_2=0$ , настройка на центр линии усиления. В этом случае диагональные матричные элементы операторов  $\hat{u}_{\Phi}$   $\hat{u}^2_{\Phi}$  имеют вид

$$(\hat{u}\rho)_{nn} = -\rho_{nn} + \rho_{n-1, n-1},$$
 (6.11a)

$$(\hat{u}^2 \rho)_{nn} = -\rho_{nn} + 2\rho_{n-1, n-1} - \rho_{n-2, n-2}. \tag{6.11b}$$

Используя выражения (6.11 a), (6.11б), получим, что в континуальном (по n) приближении уравнение (6.8) преобразуется в уравнение Фоккера — Планка

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial n} \left[ (n - \overline{n}) \rho \right] + \overline{n} \left( 1 + \frac{\zeta}{2} \right) \frac{\partial^2 \rho}{\partial n^2}, \tag{6.12}$$

где  $\tau = Ct$ ,  $\overline{n} = \overline{r}/C$  — среднее число фотонов в резонаторе. Уравнение (6.12) приводит к стационарной функции распределения  $\rho_{nn}$  числа фотонов в резонаторе с дисперсией:

$$\overline{(\Delta n)^2} = \overline{n} \left( 1 + \frac{\zeta}{2} \right). \tag{6.13}$$

Рассмотрим конкретные примеры.

#### 6.2. Регулярная накачка

В работе <sup>190</sup> рассмотрена схема нестационарного (периодического) возбуждения атомов, позволяющая собрать за время импульса длительностью  $T_0 \ll \tau_a$  все атомы на верхнем рабочем уровне. Энергия поля модулируется с периодом следования импульсов  $T_1$ ; при  $T_1 \ll C^{-1}$  глубина модуляции мала. Эта регулярная модуляция не представляет интереса (в СФИ — дискретные линии).

В рассматриваемом здесь случае регулярной накачки в (6.13) следует положить  $\zeta=-1$ ; таким образом, дисперсия распределения  $\rho_{n\,n}$  вдвое меньше, чем в когерентном состоянии. Спектр флуктуации фототока от выходящего излучения  $G\left(\omega\right)$  при  $\gamma_{2}=0$  определяется выражением

$$G(\omega) = C_p \overline{n} \left[1 - C_p C (C^2 + \omega^2)^{-1}\right],$$
 (6.14)

где  $C_{\rm p}$  указывает, какая часть числа фотонов в резонаторе превращается в фотоэлектроны за 1 с. При идеальной регистрации, т. е. если потери за счет дифракции и поглощения устранены и  $q=1,\ \gamma_2=0$   $C_{\rm p}=C$ , спектр фототока при  $\omega\ll C$  обращается в нуль; это означает обращение в нуль шумов регистрации, ограничивающих точность измерений. Параметры СПСФ фотоотсчетов от выходящего излучения  $\xi_\infty$  и излучения в резонаторе  $\xi_{\rm R}=\zeta/2$  связаны соотношением

$$\xi_{\infty} = 2\xi_{\mathbf{R}} C_{\mathbf{p}} C^{-1}. \tag{6.15}$$

Множитель 2 обусловлен антикорреляцией мгновенных значений числа фотонов внутри и вне резонатора <sup>190</sup>.

К факторам, снижающим эффект СПСФ в более реалистических моделях, относятся случайность актов распада состояния 2 при  $\gamma_2 \neq 0$ , расстройка резонаторной частоты от центра линии усиления, неидеальность регистрации; в <sup>190</sup> проведен анализ СПСФ с учетом этих факторов.

#### 6.3. Отталкивательная статистика накачки

Обсудим использование описанных в разделе 5 механизмов накачки для получения СПСФ в генерации. В случае возбуждения атомов электронным пучком с депрессией дробового шума дисперсия числа возбужденных атомов выражается формулой (5.6), соответственно параметр  $\zeta$  в уравнениях

(6.9), (6.12), (6.13) определяется эффективностью преобразования энергии электронов в атомные возбуждения, т. е.  $\zeta = -\eta$  (1  $-\Gamma^2$ ). Таким образом, при идеальной регистрации, в условиях максимального проявления СПСФ с помощью этого механизма можно получить уменьшение шума фототока в (1  $-\eta$ )<sup>-1</sup> раз по сравнению с шумом от когерентного излучения той же интенсивности. Параметр СПСФ выходящего излучения в том случае, когда потери обусловлены только выходом излучения из резонатора, равен ( $-\eta$ ) 179.

Рассмотрим включение отталкивательной статистики накачки, связанной с кооперативными эффектами. Введем пуассоновскую накачку на уровень 3, лежащий выше верхнего рабочего уровня 2. Предположим, что атомы на уровне 3 способны к парной дезактивации (п. 5.2.). В предельном случае  $\gamma_2 = 0$  анализ приводит к следующему значению параметра  $\zeta$  в уравнении лазерной генерации  $(6.12)^{179}$ :

$$\zeta = -2\alpha \bar{n}_3 \gamma_{3\to 2} (\gamma_3 + \alpha \bar{n}_3)^{-2}; \tag{6.15'}$$

 $\gamma_{3\to 2}$  — скорость перехода  $3\to 2$ ,  $\gamma_3$  — полная константа распада уровня 3,  $n_3$  — концентрация атомов на уровне 3,  $\alpha$  — константа скорости парной дезактивации атомов с уровня 3. Эффективная скорость накачки на верхний рабочий уровень в уравнении (6.12) равна

$$\overline{r} = \overline{r}_3 \gamma_{3 \to 2} (\gamma_3 + \alpha \overline{n}_3)^{-1}.$$
 (6.16)

Максимальное проявление СПСФ достигается при  $\gamma_3 = \gamma_{3 \to 2} = \overline{\alpha} n_3$ , при этом  $\zeta = -1/2$ . Замечание, сделанное в разделе 5 об уменьшении параметра СПСФ в других кооперативных процессах, остается в силе и здесь. Включая рассматриваемый механизм накачки в развитую выше теорию лазера, следует помнить об условии ее применимости:  $\tau_a \ll C^{-1}$ . Для кооперативных эффектов в излучении редкоземельных примесных ионов в кристаллах характерны большие  $\tau_a$  ( $10^{-2}$  c), которые не могут удовлетворять соотношению  $\tau_a \ll C^{-1}$ . Таким образом, для обеспечения данного механизма накачки следует искать системы с высоким значением константы суммирования, таким, чтобы соотношение  $\alpha n_3 \approx \gamma_3$  выполнялось при не слишком большой концентрации  $n_3$  и имело место соотношение  $\gamma_3 \gg C$ . Примеры систем с высоким значением константы парного суммирования ( $\alpha \approx 10^{-10}$  см $^3$ с $^{-1}$ ), с помощью которых можно надеяться на реализацию данного механизма накачки, приведены в разделе 5.

#### 6.4. Лазер с многофотонными потерями

Статистика фотонов лазера с m-фотонным рабочим переходом и l-фотонными потерями рассмотрена в <sup>189</sup>. Для исследования механизмов получения СПСФ интерес представляет лазер с однофотонным рабочим переходом и двухфотонными потерями <sup>188</sup>. Двухфотонные потери включают в традиционную схему квантовой теории лазера (уравнение (6.4a)) вместо линейных потерь (6.4, в):

$$(\dot{\rho})_{nn}^{(-)} = 2k \left[ (n+2)(n+1)\rho_{n+2,n+2} - n(n-1)\rho_{nn} \right], \tag{6.17}$$

где k — константа двухфотонных потерь.

Пренебрежение однофотонными потерями по сравнению с потерями, в двухфотонно-поглощающей ячейке возможно при большом числе фотонов в резонаторе,  $\overline{n}k\gg C$ . В режиме насыщения однофотонного перехода при полной инверсии получена дисперсия распределения числа фотонов в резонаторе  $\overline{(\Delta n)^2}=(3/4)\,\overline{n},\,$  т. е. СПСФ. Статистика выходящего излучения в <sup>188</sup>, <sup>189</sup> не исследуется. Рассмотрение этого вопроса существенно, так как, согласно рассуждениям п. 6.2, фактор СПСФ выходящего излучения  $\xi$ ,

связан (при идеальной регистрации) с фактором СПСФ в резонаторе  $\xi_R$  соотношением  $\xi = 2\xi_R C\Gamma^{-1}$ , где  $\Gamma^{-1}$  — время корреляции фотонов. Таким образом, здесь возникает вопрос об оптимальном соотношении параметров C и  $\Gamma$  для максимального проявления СПСФ выходящего излучения.

#### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

После первых экспериментов  $^{12, 17-20}$ , подтвердивших наличие АГФ и СПСФ в нелинейной резонансной флуоресценции одиночных атомов, слабый эффект СПСФ наблюдался в люминесценции макроскопической системы атомов, возбуждаемых электронным пучком с депрессией дробового шума  $^{176}$ , т. е. при отталкивательной статистике актов возбуждения. Интенсивные исследования нескольких групп  $^{193}$  по параметрическим процессам привели к установлению признаков сжатого состояния поля в опыте по невырожденному четырехволновому смешению в резонаторе  $^{167}$  (см. п. 4.3; подробная теория — в работе  $^{194}$ ).

Когда этот обзор был уже принят в печать, появились новые экспериментальные результаты и конструктивные теоретические предложения.

При невырожденном четырехволновом смешении в оптическом волокне (после предварительных исследований <sup>165</sup>) найден признак сжатия — провал в спектре шума фототока с глубиной 12,5% от уровня дробового шума <sup>195</sup>.

Антигруппировка в нелинейной резонансной флуоресценции многоатомной системы, связанная со свойствами аномальных корреляторов (см. п. 3.3), наблюдалась в эксперименте <sup>196</sup>. Эксперимент <sup>197</sup> продемонстрировал  $A\Gamma\Phi$  флуоресценции молекул красителей.

Рекордное сжатие получено в процессе вырожденного параметрического деления частоты в резонаторе <sup>198</sup>. Роль когерентной накачки (параметрического воздействия; см. п. 4.2) играла вторая гармоника ( $\lambda_2 = 0.53$  мкм), полученная удвоением частоты внутри резонатора кольцевого лазера на YAG-Nd ( $\lambda_1 = 1.06$  мкм). Этот свет вводился в резонатор, содержащий кристалл с квадратичной оптической нелинейностью (MgO·LiNbO<sub>3</sub>). Параметрически возбуждаемая в нем волна ( $\lambda_1$ ) смешивалась с частью пучка лазера. Регистрировался спектр флуктуации разности фототоков от двух фотодетекторов в балансной схеме. Максимальный относительный провал в спектре — около 50 %. При учете потерь в резонаторе (не связанных с полезным выходом) и эффективностей смешения и детектирования, по оценкам авторов 198, достигалось десятикратное сжатие. Подчеркнем, что в данном опыте осуществлялся подпороговый режим параметрического возбуждения моды резонатора; в теории (п. 4.2) необходимо учитывать затухание и положить равной нулю  $f_1$  в (4.6) (нет волны на входе). Возбуждение моды ( $\lambda_1$ ) остается на уровне квантовых флуктуации. После когерентного смешения с опорным сигналом результирующий поток фотонов при определенных фазовых соотношениях оказывается существенно субпуассоновским. Действительно, глубина провала (0,5) в спектре фототока фиксировалась на частоте, примерно в пять раз меньшей ширины, т. е. фактически был измерен параметр СПСФ.

В практическом отношении более эффективными и удобными могли бы оказаться когерентные источники субпуассоновского излучения — лазеры (п. 6). Теоретические предложения связаны здесь прежде всего с регуляризацией накачки: полное заселение верхнего рабочего уровня в каждом импульсе накачки <sup>190</sup>; накачка электронным пучком с депрессией его дробового шума и использование кооперативной (парной) дезактивации в канале накачки <sup>179</sup> (дальнейший анализ см. в <sup>199,200</sup>). Авторами этого обзора показано, что СПСФ при стационарной одномодовой генерации может быть обеспечена также положительными взаимными корреляциями накачки и регулируемой скорости внутрирезонаторных потерь <sup>207</sup>.

Идея подавления флуктуации накачки была реализована методом отрицательной обратной связи в одномодовой генерации инжекционного лазера

на GaAs 201. Обращенные по знаку и усиленные флуктуации фототока от лазерного излучения накладываются на ток накачки. В спектре флуктуации тока в цепочке обратной связи обнаружен провал в полосе частот 0—15 МГц с максимальной относительной глубиной 0,81. Близкий к этому значению субпуассоновский фактор найден и при измерении распределения импульсов фототока. Подчеркнем, что субпуассоновская статистика в этом опыте свойственна лишь импульсам фототока в цепочке обратной связи; фотоотсчеты отведенной части лазерного пучка не являются субпуассоновскими. Использование принципа отрицательной обратной связи для генерации субпуассоновского излучения, выходящего из цепочки обратной связи и пригодного для дальнейших (полезных) преобразований, представляет проблему, которую предполагается решить с помощью квантового неразрушающего измерения, основанного на оптическом эффекте Керра 202

Провал ниже дробового уровня в СФИ выходящего излучения инжеккионного лазера недавно получен в эксперименте 208; эффект обеспечен непосредственным подавлением шума тока накачки.

Интенсивные поиски источников субпуассоновского излучения связаны с перспективой важных практических приложений.  ${\bf B}^{77,78,203}$  рассматриваются преимущества состояний поля с пониженными флуктуациями при передаче информации. Использованию сжатых состояний для сверхточных измерений, в частности, для регистрации гравитационных волн, посвящены, например, работы  $^{171,204}$ . В статье  $^{205}$  показано, что применение субпуассоновского лазерного излучения в интерференционных измерениях позволит значительно снизить шумы регистрации.

Уже установленные макроскопические проявления новых квантовых свойств света, реальная возможность снижения шума излучения, важные применения определяют актуальность дальнейших исследований.

Авторы признательны С. А. Ахманову за его предложение написать этот обзор и многочисленные полезные советы, Е. Б. Александрову, Ю. М. Голубеву, В. В. Овсянкину, И. В. Соколову, Е. Д. Трифонову, А. С. Чиркину и В. Л. Шехтману за стимулирующие дискуссии, И. И. Катанаеву за помощь в работе.

Ленинградский государственный педагогический институт им. А. И. Герцена

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Hanbury Broun R., Twiss R. Q.//Nature. 1956. V. 177. P. 27; Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1957. V. 242. P. 300; V. 243. P. 291.
  2. Rebka C. A., Pound R. V.//Nature, 1957. V. 180. P. 1035.
  3. Лоудон Р. Квантовая теория света.— М.: Мир, 1976.
  4. Глаубер Р.//Кнантовая оптика и квантовая радиофизика./Под ред. О. В. Богначуютия О. Н. Кромука М.: Мур. 4066
- данкевича, О. Н. Крохина. М.: Мир, 1966.
  5. Глаубер Р.//Когерентные состояния в квантовой теории: Сб. статей. М.: Мир,
- 1972.—C.26.
- 6. Мандель Л., Вольф Е.//УФН, 1965. Т. 87. С. 491; 1966. Т. 88. С. 347. 619.
- 7. Клаудер Дж., Сударшан Э. Основы квантовой оптики.— М.: Мир, 1970. 8. Loudon R.//Rep. Prog. Phys. 1980. V. 43, p. 913. 9. Секолов И. В.//ЖЭТФ. 1977. Т. 72, С. 1087.
- 10. Клышко Д. Н. Фотоны и нелинейная оптика. М.: Наука, 1980;//ЖЭТФ. 1982.
- T. 83. C. 1313.

  11. Mandel L.//J. Opt. Soc. Am. B. 1984, V. 1. P. 108
- 12. Kimble H. J., Dagenais M., Mandel L.//Phys. Rev. Lett. 1977. V. 39. P. 691.
- 13. Carmichael H. J., Walls D. F.//J. Phys. B. 1976. V. 9. P. 1199, L 43. 14. Kimble H. J., Mandel L.//Phys. Rev. A. 1976. V. 13. P. 2123; 1977. V. 15. P \* 689
- 15. Смирнов Д. Ф., Трошин А. С./ЖЭТФ, 1977. Т. 72. С. 2055. 16. Jakeman E., Pike E. R., Pusey P. N., Vaughan J. M.//J. Phys. Ser. A. 1977. V. 10. P. L 257.
- 17. Kimble H. J., Dagenais M., Mandel L.//Phys. Rev. Ser. A. 1978. V.18.

- Dagenais M., Mandel L.//Ibidem. V. 18. P. 2217.
   Short R., Mandel L.//Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 387.
   Short R., Mandel L.//Coherence and Quantum Optics 5: Proc. of 5th Rochester
- Short R., Mandel L.//Coherence and Quantum Optics 5: Proc. of 5th Rochester Conference, June 1983.— New York; London, 1984.
   Смирнов Д.Ф., Трошин А. С.//Тезисы докладов IX Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике. Ленинград, 1978.—С. 217.
   Смирнов Д.Ф., Трошин А. С.//ЖЭТФ. 1979. Т. 76. С. 1254.
   Маndel L.//Орt. Lett. 1979. V. 4. P. 205.
   Соок R. J.//Рhys. Rev. Ser. A. 1981. V. 23. P. 1243.
   Смирнов Д.Ф., Трошин А. С.//ЖЭТФ. 1981. Т. 81. С. 1597.
   Lenstra D.//Phys. Rev. Ser. A, 1982. V. 26, p. 3369.
   Stenholm S.//Ibidem. 1983. V. 27. P. 2513.

- 21. Stennolm S.//Ibidem. 1983. V. 27. P. 2513.
  28. Займан Дж. Современная квантовая теория.— М.: Мир, 1971.
  29. Козеровский М.//К. Э. 1981. Т. 8. С. 1157.
  30. Paul H.//Rev. Mod. Phys. 1982. V. 54. P. 1061.
  31. Walls D. F.//Nature. 1983. V. 306. P. 141.
  32. Stoler D.//Phys. Rev. Ser. D. 1970. V. 1. P. 3217; 1971. V. 4. P. 1925; Phys. Rev. Lett. 1974. V. 23. P. 1397.
  33. Lu E.Y.C.//Lett. Nuovo Cimento. 1971. V. 2. P. 1241; 1972. V. 4. P. 585.
  34. Yuen H. P.//Phys. Rev. Ser. A. 1976. V. 13. P. 2226.
  35. Axmahor. C. A., Ilenkor B. O. E., Yudekuh A. C. Breighner Retarmethyleckyre.

- 35. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую раднофизику и оптику.— М.: Наука, 1981.
  36. Эйн штейн А. Собрание научных трудов.— М.: Наука, 1966.— Т. 3, С. 164,
- 481, 489.

- 481, 489.
  37. Тер Хаар Д.//УФН, 1969, Т. 99. С. 129.
  38. Ельяшевич М. А.//УФН. 1979. Т. 128. С. 503.
  39. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика.—3-е изд., доп. Е. М. Лифшицем, Л. П. Питаевским. Т. 1.— М.: Наука, 1976.
  40. Борн М., Вольф Е. Основы оптики.— М.: Наука, 1970.
  41. Forrester A. T., Gudmundsen R. A., Johnson P. O.//Phys. Rev. 1955. V. 90. P. 1691.
- 42. Ахманов С. А., Тункин В. Г., Чиркин А. С.//7.— С.—388 (обзор литера-
- 43. Арекки Ф., Скалли М., Хакен Г., Вайдлих В. Квантовые флуктуации излучения лазера.— М.: Мир, 1974.
  44. Тункин В. Г., Чиркин А. С.//46.— Дополнение П. С. 341.
- 45. Спектроскопия оптического смешения и корреляции фотонов/Под ред. Г. Камминса, Э. Пайка. Пер. с англ. под ред. Ф. В. Бункина. — М.: Мир, 1978.

   46. Пер и на Я. Когерентность света. — М.: Мир, 1974.

   47. Лэкс М. Флуктуации и 4079 Т. 408 с 20. (24.)

- 48. Бенедек Дж.//УФН. 1972. Т. 106. С. 481. 49. Ахманов А. С., Чиркин А. С. Статистические явления в нелинейной опти-ке. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1971.
- 50. Photon Correlations Spectroscopy and Velocimetry/Eds H. Z. Cummins, E. R. Pike.— New York: Plenum Press, 1977
- 51. Кросиньяни Б., Ди Порто П., Бертолотти М. Статистические свойства рассеянного света.— М.: Наука, 1980.
  52. Scully M.//Laser Focus. 1982. V. 18. P. 10.
  53. Teich M. C., Prucnal P. R., Vannucci G., Breton M. E., Mc Gill
- W. J.//Biol. Cyber. 1982. V. 44, P. 157.
- 54. Александров Е. Б., Голубев Ю. М., Ломакин А. В., Нос-кин В. А.//УФН. 1983. Т. 140. С. 547. 55. Давенпорт В. Б., Рут В. Л. Введение в теорию случайных сигналов и шу-мов.— М.: ИЛ, 1960.
- 56. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. І. Случайные процессы. М.: Наука, 1976.
  57. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. ІІ. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
- Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М.: 1974.
- 59. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979*.*
- 60. Климонтович Ю. Л. Статистическая физика. М.: Наука, 1982.
- 61. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория электромагнитных процессов. М. Наука, 1980. 62. Walls D. F.//Nature, 1979. V. 280. P. 451. 63. Walls D. F., Zoller P.//Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. P. 709. 64. Mandel L.//Ibidem. 1982. V. 49. P. 136.

- 65. Люиселл У. Излучение и шумы в квантовой электронике.— М.: Наука, 1972. 66. Reid M. D., Walls D. F.//Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 955; J. Opt. Soc. Am. Ser. B. 1984. V. 1. P. 547.

- 67. Гриб А. А.//УФН. 1984. Т. 142, С. 619.
- 68. Burnham D. C., Weinberg D. L.//Phys. Rev. Lett. 1970. V. 25. P. 84. 69. Mollow B. R.//Phys. Rev. Ser. A, 1973. V. 8. P. 2684. 70. Clausar J. F.//Ibidem. Ser. D. 1974. V. 9. P. 853.

- 71. Александров Е. Б., Козлов В. П., Кулясов В. Н.//ЖЭТФ. 1974. T. 66. C. 1269

- 72. Смирнов Д. Ф., Соколов И. В.//ЖЭТФ. 1976. Т. 70. С. 2098. 73. Смирнов Д. Ф., Трошин А. С.//Теория кооперативных когерентных эффектов в излучении/Под ред. Е. Д. Трифонова. Л.: ЛГПИ, 1980. С. 85. 74. Смирнов Д. Ф., Соколов И. В., Трошин А. С.//Вестн. Ленингр. ун-та, Сер. физ. и хим. 1977. № 10. С. 36.
- 75. Гальярди Р. М., Карп Ш. Оптическая связь.— М.: Связь, 1978. 76. Теісh М. С., Saleh B. E. A., Stoler D.//Opt. Commun. 1983. V. 46. P. 244.
- 77. Yuen H. P., Shapiro J. H.//IEEE Trans. Inform. Theory. 1978. V. IT-24, P. 657; 1980. V. IT-26. P. 78.
  78. Shapiro J. H., Yuen H. P., Machado Mata J. A.//Ibidem. 1979. V. IT-26. P. 78.
- IT-25. P. 179.
- 79. Смирнов Д. Ф., Трошин А. С.//ЖЭТФ. 1983. Т. 85. С. 2152. 80. Weisskopf V.//Ann. d. Phys. 1931. Bd. 9. S. 23; Zs. Phys. 1933. Bd 85. S. 451. 81. Гайтлер В. Квантовая теория излучения.— М.: ИЛ, 1956.
- 82. А панасе в и ч П. А. Основы теории взаимодействия света с веществом. Минск:
- Наука и техника, 1977. 83. Раутиан С. Г., Собельман И. И.//ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 456; 1963. Т. 44. С. 834.
- 44. С. 834.

  84. Апанасевич П. А.//Опт. и спектр. 1963. Т. 14. С. 612; 1964. Т. 16. С. 709; Изв. АН СССР. Сер физ. 1968. Т. 32, С. 1299.

  85. Моllоw В. R.//Рhys. Rev. А, 1969. V. 188. Р. 1969.

  86. Смирнов Д. Ф., Трошин А. С.//Вестн. Ленингр. ун-та. 1971. Сер. физ. и хим. № 4, С. 93.

  87. Wu F. Y., Grove R. E., Esekiel S.//Phys. Rev. Lett. 1975. V. 35. Р. 1426.

  88. Wu F. Y., Grove R. E., Esekiel S.//Phys. Rev. Ser. A, 1977. V. 15, Р. 227.

  89. Эзекиль Ш., Ву Ф. Ю.//К. Э. 1978. Т. 5. С. 1721.

  90. Константинов О. В., Перель В. И.//ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 197.
  Перель В. И. Когерентность атомов газа и ее редаксация: Автореферат писсер-

- Перель В. И. Когерентность атомов газа и ее релаксация: Автореферат диссертации докт... физ.-мат. наук.— Л.: ФТИ АН СССР, 1966.
- 91. Трифонов Е. Д. Метод матрицы плотности в теории вторичного свечения примесных кристаллов: Автореферат диссертации... докт. физ-мат. наук. Л.: ЛГУ, 1972.
- 92. Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике.— М.: Физматгиз, 1962.
  93. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика.— М.: Наука, 1980.— С. 342.
  94. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля.— М.: Наука, 1973.
  95. Смирнов Д. Ф., Соколов И. В., Трошин А. С.//Опт. и спектр. 1980, Т. 48. С. 1195.

- 96. Смирнов Д. Ф., Соколов И. В., Трифонов Е. Д.//ЖЭТФ. 1972. Т. 63. C. 2105.

- 63. С. 2105.
  97. Соколов И. В., Трифонов Е. Д.//ЖЭТФ. 1973. Т. 65. С. 74.
  98. Неіsenberg W.//Ann. d. Phys. 1931. Bd 9. S. 338.
  99. Ферми Э. Научные труды. М.: Наука, 1971. Т. 1. С. 375.
  100. Fano U.//Am. J. Phys. 1961. V. 29. P. 539.
  101. Шуберт М., Зюссе К.-Э., Фогель В., Вельш Д.-Г., Вильгельми Б.//КЭ. 1982. Т. 9. С. 495.
  102. Wodkiewicz K.//Труды VII Вавиловской конференции по нелинейной оптике. Новосибирск, 1981. С. 155.
  103. Vogel W., Welsch D. G., Wodkiewicz K.//Phys. Rev. Ser. A. 1983. V. 28. P. 1546.
- 104. Dixit S. N., Georges A. T.//Ibidem. 1984. V. 29. P. 200.
  105. Le Berre-Rousseau M., Ressayre E., Tallet A.//Phys. Rev. Lett. 1979. V. 43. P. 1314.

- 1919. V. 43. P. 1314.

  106. Смирнов Д. Ф., Трошин А. С.//Опт. и спектр. 1983. Т. 54. С. 687.

  107. Зельдович Б. Я., Клышко Д. Н.//Письма ЖЭТФ. 1969. Т. 9. С. 69.

  108. Голубев Ю. М.//ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 2028.

  109. Арапаsevich P. A., Kilin S. Ya.//Phys. Lett. Ser. A. 1977. V. 62. P. 83.

  110. Kazantsev A. P., Smirnov V. S., Sokolov V. P.//Opt. Commun. 1980.

  V. 35. P. 209.
- 111. Казанцев А. П., Смирнов В. С., Соколов В. П., Тумайкин А. Н. //ЖЭТФ. 1981. Т. 81. С. 888.
  112. Peule B. W., Prentiss M. G., Esekiel S.//Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49.
- P. 269.
- 113. Anantha Lakshmi, Agarwal G. S.//Phys. Rev. Ser. A. 1984. V. 29. P. 2260.

- 114. Arnoldus H. F., Nienhuis G.//Opt. Acta. 1983. V. 30. P. 1573.
  115. Loudon R.//Opt. Commun. 1984. V. 49. P. 24.
  116. Collett M. J., Walls D. F., Zoller P.//Ibidem. V. 52. P. 145.

- 117. Килин С. Я. Теория резонансного рассеяния и флуоресценции в поле мощного излучения: Препринт ИФ АН БССР № 152.— Минск, 1978.
- 118. Апанасевич П. А., Килин С. Я.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1979. Т. 43. С. 1533.
- 1935.
  119. Aspect A., Roger G., Reynaud S., Dalibard J., Cohen-Tan-noudji G.//Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 617.
  120. Апанасевич П. А., Килин С. Я.//ЖПС. 1978. Т. 29. С. 252.
  121. Agarwal G. S., Iha S. S.//Zs. Phys. Ser. B. 1979. Bd 35. S. 391.
  122. Авербух Б. Б., Соколовский Р. И.//Опт. испектр. 1984. Т. 56. С. 958.
  123. Катанаев И. И., Трошин А. С.//Ibidem. Т. 56. С. 946.
  124. Germey K., Schütte F.-J., Tiebel R.//Ann. d. Phys. 1981. 38. 80.

- 125. Süsse K.-E., Vogel W., Welsch D.-G.//J. Phys. B. 1981. V. 14. P. L 693; Phys. Scripta. 1982. V. 25. P. 381; 1983. V. 28. P. 368; Opt. Commun. 1981. V. 36. P. 135.
- 126. Vogel W.//J. Phys. Ser. B. 1983. V. 16. P. 4481.
  127. Süsse K.-E., Vogel W., Welsch D.-G., Wilhelmi B.//Opt. Commun.
  1979. V. 28. P. 389.
  128. Süsse K.-E., Vogel W., Welsch D.-G.//Phys. Stat. Sol. b. 1980. V. 99. P.
  91; Opt. Commun. 1981. V. 36. P. 135.
  129. Vogel W.//Ibidem. 1984. V. 50. P. 313.
  130. Vogel W.//Ibidem. 1984. V. 50. P. 313.

- 131. Катанаев И.И., Трошин А.С.//а) Тезисы докладов VIII Всесоюзного Фео-131. Катанаев И. И., Трошин А. С.//а) Тезисы докладов VIII Всесоюзного Феофиловского симпозиума по спектроскопии активированных кристаллов. — Свердловск, 1985. Ч. 1. С. 154. б) Кооперативное излучение и статистика фотонов/Под ред. Е. Д. Трифонова. — Л.: ЛГПИ, 1986. С. 84.
  132. Катанаев И. И.//Ibidem. С. 94.
  133. Singh S.//Opt. Comm. 1983. V. 44. P. 254.
  134. Китаг S., Меhtа С. L., Agarwal G. S.//Ibidem. 1981. V. 39. P. 197.
  135. Ficek Z., Tanás R., Kielich S.//Ibidem. 1983. V. 46. P. 23; Opt Acta. 1983. V. 30. P. 713; Phys. Rev. A. 1984. V. 29. P. 2004.
  136. Richter Th.//Opt. Acta, 1984. V. 31. P. 1045.
  137. Vogel W., Welsch D.-G.//Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 1802.
  138. Milburn G. J.//Opt. Acta. 1984. V. 31. P. 671.
  139. Катанаев И. И. Трошин А. С. Лец ИНИИ «Электроника» № РЗ933

- 139. Катанаев И. И., Трошин А. С. Деп. ЦНИИ «Электроника» № Р3933. 1984; аннот://Опт. и спектр. 1985. Т. 58. С. 953. 140. Голубев Ю. М.//Ibidem. 1979. Т. 46. С. 3. 141. Schubert M., Vogel W.//Opt. Commun. 1981. V. 36. Р. 164. 142. Lugiato L. A., Strini G.//Ibidem. 1982. V. 41. Р. 374. 143. Mista L., Peřinova V., Peřina J., Braumerova Z.//Acta Phys. Polon. Ser. A. 1977. V. 51. Р. 739. 144. Голубев Ю. М.//Опт. и спектр. 1979. Т. 46. С. 398.

- 145. Голубев Ю. М., Горбачев В. Н., Занадворов П. Н.//Ibidem. 1982. T. 53. C. 876.
- 146. Wodkiewicz K., Zubairy M. S.//Phys. Rev. Ser. A. 1983. V. 27. P. 2003.
- 147. Горбачев В. Н., Занадворов П. Н.//Опт. и спектр. 1980. Т. 49.
- 148. Mandel L.//Opt. Commun. 1982. V. 42. P. 437. 149. Lugiato L. A., Strini G., de Martini F.//Opt. Lett. 1983. V. 8. P.
- 150. Milburn G. J., Walls D. F.//Opt. Commun. 1981. V. 39. P. 401; Phys. Rev. Ser. A. 1983. V. 27. P. 392.
  151. McNeil K. J., Gardiner C. W.//Ibidem. V. 28. P. 1561.
  152. Becker W., Scully M., Zubairy M. S.//Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48.

- 153. Sibilia G., Bertolotti M., Peřinová V., Peřina J., Lukš A.//
  Phys. Rev. A, 1983. V. 28. P. 328.

  154. Suranjana Rai, Chopra S.//Ibidem. 1984. V. 30, P. 2104.
- 155. Szlachetka P., Kielich S., Peřina J., Peřinová V.//J. Phys. A. 1979. V. 12. P. 1921; Opt. Acta. 1980. V. 27. P. 1609.
- 156. Tänzler W., Schütte F.-J.//Opt. Comm. 1981. V. 37. P. 447.

- 157. Peřina J., Peřinová V., Koďousek J.//Ibidem. 1984. V. 49. P. 210.
  158. Peřinová V., Tiebel R.//Ibidem. V. 50. P. 401.
  159. Yuen H. P., Shapiro J. H.//Opt. Lett. 1979. V. 4. P. 434.
  160. Bondurant R. S., Kumar P., Shapiro J. H., Maeda H.//Phys. Rev. A. 1984. V. 30. P. 343.
  161. Kumar P., Shapiro J. H., Bondurant R. S.//Opt. Commun. 1984. V.
- 50. P. 183.

- 162. Slusher R. E., Yurke B., Valley J. F.//J. Opt. Soc. Am. B. 1984. V. 1.
- 163. Reid M. D., Walls D. F.//Phys. Rev. Ser. A. 1985. V. 31. P. 1622. 164. Milburn G. J., Walls D. F., Levenson M. D.//J. Opt. Soc. Am. Ser. B. 1984. V. 1. P. 390.

- 165. Levenson M. D., Shelby R. M., Aspect A., Reid M., Walls D. F./// Phys. Rev. A. 1985. V. 32. P. 1550.
  166. Kilin S. Ya.//Opt. Commun. 1985. V. 53. P. 409.
  167. Slusher R. E., Hollberg L. W., Yurke B., Mertz J. C., Valley J.F.//Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. P. 2409.
- 168. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции

108. Базь А. И., зельдович Н. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. — М.: Наука, 1971.
169. Ярив А. Квантовая электроника. — М.: Сов. радио, 1980.
170. Ахманов С. А., Хохлов Р. В.//Радиотехн. и электрон. 1961. Т. 6. С. 1813.
171. Саves С. М.//Phys. Rev. Ser. D. 1981. V. 23. Р. 1693.
172. Levenson M. D., Shelby R. M.//Laser Spectroscopy, VII. — Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo: Springer-Verlag, 1985. — P.250.
173. Yurke B.//Phys. Rev. Ser. A. 1985. V. 32. P. 300, 311.

174. Александров Е. Б., Кулясов В. Н.//Опт. и спектр. 1976. Т. 40. С. 785. 175. Теісh М. С., Saleh B. E. A., Peřina J.//J. Opt. Soc. Am. Ser. B. 1984. V. 1. P. 366.

- 176. Теіс h M. C., Saleh B.E.A.//Ibidem. 1985. V. 2. P. 275. 177. Смирнов Д. Ф., Трошин А. С.//Опт. и спектр. 1984. Т. 57. С. 181; 131а.— Ч. 1. С. 16. 178. Шумы в электронных приборах/Под ред. Л. Д. Смуллина, Хауса Г.— М.: Энергия, 1964.
- 179. Смирнов Д. Ф., Трошин А. С.//Опт. и спектр. 1985. Т. 59. С. 3; Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике. — М., 1985 Ч. 1. С. 188;  $^{131}$  — С. 117.
- 180. Овсянкин В. В., Феофилов П. П.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1973. Т. 37. C. 262.

181. Овсянкин В. В.//Опт. и спектр. 1970. Т. 28. С. 206. 182. Жеков В. И., Лобачев В. А., Мурина Т. М., Прохоров А. М.// КЭ. 1983. Т. 10. С. 1871; Т. 11, С. 189. 183. Прохоров А. М.//УФН. 1986. Т. 148. С. 7.

- 184. Толстой Н. А., Абрамов А. Н.//Нелинейная оптика.— Новосибирск: Наука, 1968.— С. 71.
- 185. Гудзенко Л. И., Яковленко С. И. Плазменные лазеры. М.: Атомиздат, 1978.

- 1978.
  186. Лауэр С., Эль-Сайед М.//УФН. 1968. Т. 94. С. 289.
  187. Борисевич Н. А., Дорохин А. В., Суходола А. А.//Опт. испектр. 1985. Т. 59, С. 1327.
  188. Bandilla A., Ritze H.-H.//Opt. Commun. 1975. V. 19. P. 169; Phys. Lett. Ser. A. 1976. V. 55. P. 285.
  189. Herzog U.//Opt. Acta. 1983. V. 30. P. 639.

- 190. Голубев Ю. М., Соколов И. В.//ЖЭТФ. 1984. Т. 87. С. 408. 191. Scully M., Lamb W. E., Jr.//Phys. Rev. 1967. V. 159. P. 208. 192. Скалли М.//<sup>43</sup>. С. 86.

- 193. Robinson A. L.//Science. 1985. V. 230. No. 4728. P. 927; 1986. V. 233. No. 4761. P. 280.
- 194. Klauder J. R., McCall S. L., Yurke B.//Phys. Rev. Ser. A. 1986. V. 33. P. 3204.
- 195. Shelby R. M., Levenson M. D., Perlmutter S. H., De Voe R. G., Walls D. F.//Phys. Rev. Lett. 1980. V. 57. P. 691.
  196. Grangier Ph., Roger G., Aspect A., Heidmann A., Reynaud S.//Ibidem. P. 687.
- 197. Kask P., Piksarv P., Mets U.//Europ. Biophys. J. 1985. V. 12. P. 163. 198. Ling-An Wu, Kimble H. J., Hall J. L., Huifa Wu//Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 2520.

199. Катанаев И. И., Трошин А. С.//ЖЭТФ. 1987. Т. 92. С. 475.

200. Yamamoto Y., Machida S., Nilsson O.//Phys. Rev. Ser. A, 1986. V. 34, P. 4025.

- Machida S. A., Yamamoto Y.//Opt. Commun. 1986. V. 57. P. 290.
   Yamamoto Y., Imoto N., Machida S.//Phys. Rev. Ser. A. 1986. V. 33. P. 3243.
- 203. Брагинский В. Б., Халили Ф. Я.//ЖЭТФ. 1983. Т. 84. С. 1930. 204. Грищук Л. П., Сажин М. В.//Івіdem. С. 1937. 205. Колобов М. И., Соколов И. В.//ЖЭТФ. 1986. Т. 90. С. 1189.

- 206. Додонов В. В., Курмышев Е. В., Манько В. И.//Тр. ФИАН СССР. 1986. Г. 176. С. 128.

207. Смирнов Д. Ф., Трошин А. С.//Опт. и спектр. 1987. Т. 63. С. 956. 208. Machida S., Yamamoto Y., Itaya Y.//Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 1000.