1986 г. Август Том 149, вып. 4
УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

530.12:531.51

ТЯГОТЕНИЕ, ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ТЕОРИИ

Я. Б. Зельдович, Л. П. Грищук

> Мёллер: ... Но является ли эта теория действительно теорией тяготения Эйнштейна в том смысле, что если имеется много гравитонов, то уравнения сведутся к обычным уравнениям Эйнштейна?
>
> Фейнман: Абсолютно верно.
>
> Мёллер: Вы совершенно уверены в этом?
>
> Фейнман: ... Нет никакого сомнения, что мы имеем дело с эйнштейновской теорией. Классический предел этой теории ... есть нелинейная теория в точности такая же, как эйнштейновские уравнения ... Здесь не принята во внимание космологическая проблема, в которой имеется материя всюду вплоть до бесконечности или искривленное на бесконечности пространство. Я уверен, что это может быть сделано, но я этого не исследовал. Я использовал плоский фон, простирающийся до бесконечности.
>
> (Acta Physica Polonica. 1963.V.24.P.711)

Предлагаемая заметка несколько отличается по замыслу от тех материалов, которые обычно попадают в рубрику «Методические заметки».

Мы хотим охарактеризовать общие тенденции развития физической теории на протяжении нескольких веков и даже произвести небольшую экстраполяцию в будущее. В центре внимания будет сопоставление гравитационного поля с другими физическими полями, выяснение тех пределов, в рамках которых тяготение можно рассматривать наравне с другими полями, как поле, заданное в плоском пространстве-времени. Мы увидим, что общая теория относительности (ОТО) допускает формулировку в виде точной и строгой теории поля на фоне плоского мира, причем теории, обладающей всеми необходимыми атрибутами — действием и уравнениями движения, тензором энергии-импульса и законами сохранения, координатной и калибровочной инвариантностью. Но мы проанализируем также и вопрос об измерениях и наблюдениях при наличии гравитационного поля. Этот вопрос обычно остается в тени, а ведь именно он заставляет нас прийти к понятию искривленного пространства-времени. Универсальность гравитационного взаимодействия (отличающая его от других взаимодействий) делает плоское пространство-время при наличии гравитационного поля ненаблюдаемым, призрачным, можно сказать, фиктивным. Его можно сравнить лишь с улыбкой, остающейся от исчезающего кота из известной сказки. Мы покажем, что попытка истолкования метрических соотношений плоского мира как наблюдаемых и основанные на этом толковании конкретные наблюдательные предсказания приводят только к противоречию с экспериментом. Мы упомянем также возможные пути дальнейшего развития гравитационной теории, особенно в связи с построением квантовой гравитации и ее объединением с другими взаимодействиями. Современное развитие этой науки стимулировало возобновление интереса к альтернативным формулировкам ОТО, привело к значительно более полному пониманию их формальной структуры и связи с наблюдениями. Вместе с тем мы различаем альтернативные формулировки и альтернативные теории. Мы покажем, что некоторые полевые теории гравитационного поля, последовательно развиваемые в плоском пространстве-времени, быть может, помимо воли их авторов оказываются не альтернативными теориями, а, по существу, лишь альтернативными формулировками ОТО, т. е. приводят к тем же наблюдательным выводам.

Итак, на первом этапе Ньютон четко сформулировал закон механики и закон тяготения. Уменьшение силы обратно пропорционально квадрату расстояния, т. е. площади поверхности сферы, казалось современникам очень естественным. Главным достижением Ньютона явилось строгое математическое доказательство того, что при таком законе траектории планет являются замкнутыми кривыми — эллипсами с Солнцем в фокусе.

Теория тяготения была примером теории *дальнодействия*. Знаменитое «hypothesis non fingo» — «гипотез не сотворяю», — как нам кажется, в устах Ньютона имело скорее жалобный, а не гордый оттенок. Мы слышим в этих словах не гордость тем, что, изгнав ненадежные гипотезы, автор строит свои теории на прочном и вечном фундаменте. Нет, Ньютон пользуется законом тяготения и теорией дальнодействия, но в то же время сознает, что такая теория не может быть последним словом. Он сознает, что дальнодействие само нуждается в физическом объяснении, но не находит (*не может* найти — это не тоже, что *не хочет* искать) теорию или хотя бы гипотезу, объясняющую тяготение *).

В дальнейшем последовала детальнейшая разработка аналитической механики, и, в частности, небесной механики, на основе законов Ньютона. Хорошо известны труды Лапласа и Пуанкаре. Эта работа, меняя конкретное содержание, продолжается до наших дней: достаточно упомянуть работы Колмогорова, Арнольда и Мозера. Выход в космос принес дальнейшее уточнение наблюдений. За исключением малых поправок, о которых — ниже, механика Ньютона великолепно подтверждается наблюдениями.

Обычно говорят о научном подвиге Леверрье и Адамса, предсказавших существование неизвестной ранее планеты — Нептуна. В действительности Леверрье предсказал две планеты — Нептун, за орбитой Урана, и Вулкан, находящийся между Меркурием и Солнцем.

Сегодня мы знаем, что возмущения орбиты Меркурия, не находящие объяснения в ньютоновской механике, связаны с эффектами общей теории относительности, а не с гипотетической (и не существующей) планетой Вулкан [1].

Долгое время небесная механика оставалась образцовой физической теорией. Математическая теория потенциала, проблемы равновесия звезд — покоящихся, вращающихся, двойных — таковы потомки Ньютоновской теории. Отметим, что теоретическое описание сегодняшнего «фридмановского», «хаббловского» расширения Вселенной и эволюции ее структуры вполне могло быть получено в XVIII или XIX веке; не хватило смелости, не было на-

---

*) Отметим другой пример неоднозначного истолкования высказываний классиков. Слова Ньютона: «Мы видели дальше потому, что стояли на плечах гигантов», — приводят как пример скромности и уважения к предшественникам. В действительности эта фраза была высказана в полемике с Гуком и носила, скорее, характер насмешки: Ньютон был массивным и рослым, а Гук — почти карликом. Желание приписывать великим людям прошлого все без исключения высокие моральные принципы так же присуще нам, современникам, как желание иметь хорошо определенную, однозначную плотность энергии в теории, о чем см. ниже.

блюдательного материала, а все физические основы были налицо. Об этом подробнее см. [2].

Электростатика первоначально развивалась по тому же направлению. Универсальность тяготения и знакопеременность электростатического взаимодействия казались не слишком существенными деталями, не исключающими сходство двух теорий.

Существенно новый этап начался в физике, когда опыты Фарадея и теория Максвелла объединили электричество и магнетизм в единую теорию электромагнитного поля. Эта теория включала и свободные (вдали от источников) электромагнитные волны *). Возникла электромагнитная теория света. Трудами Герца, Попова, Маркони были целенаправленно созданы и применены для связи длинные электромагнитные волны. Вскоре возникло известное противоречие между преобразованием Галилея к движущейся системе координат (в ньютоновской механике), с одной стороны, и групповыми свойствами уравнений Максвелла и опытами Майкельсона — с другой.

Родилась специальная теория относительности! Стало очевидно, что и теория тяготения должна быть релятивистской.

Здесь, подобно Шахразаде на рассвете, мы прервем рассказ о развитии физики и посмотрим, как развивалась родственная наука — математика, а более конкретно — геометрия.

Лобачевский, Бойяи, Гаусс показали принципиальную возможность, т. е. непротиворечивость, нетривиальной неевклидовой геометрии. Представление о возможности существования (и поворота, и перемещения) бесконечно жесткого тела заставило упомянутых авторов ограничиться пространствами с однородной и изотропной кривизной. Следующий шаг сделал Риман, рассматривая пространства любого числа измерений с кривизной, зависящей в данной точке от ориентации поверхности обхода и меняющейся от точки к точке. Возникло понятие метрического тензора (с двумя индексами, $g_{\mu\nu}$) и тензора кривизны (с четырьмя индексами, $R_{\alpha\beta\mu\nu}$).

Вскоре, вполне естественно, появились общие высказывания о том, что геометрия пространства должна зависеть от физических свойств тел (или полей), заполняющих данное пространство. Развитая в начале века специальная теория относительности требовала объединения трехмерного пространства с временем в единый комплекс. В простейшем случае возникло понятие псевдоевклидова плоского мира Минковского.

Кульминацией этого развития явилось создание Эйнштейном общей теории относительности. Идеи влияния частиц и полей на кривизну пространства-времени, а также движения частиц и полей в этом кривом пространстве-времени оказались великолепно описывающими все свойства тяготения. В историческом плане очень интересно высказывание Эйнштейна: он говорил, что бóльшая часть его работ (по теории броуновского движения и фотонов, специальной теории относительности) шла в русле актуальных проблем того времени. Через два-три года они были бы сделаны другими, если бы он не сделал их сам. Однако для общей теории относительности он делал исключение. По мнению Эйнштейна, ОТО настолько нетривиальна, что ее создание могло бы задержаться и на 50 лет. Замечательно, что именно в 60-х годах стали появляться работы, ведущие к ОТО регулярным путем, без того озарения, без гениальной идеи связи геометрии пространства-времени, тяготения и принципа эквивалентности, высказанной Эйнштейном в начале века. Тем самым с удовлетворительной точностью подтвердилась и оценка — 50 лет.

Слово «великолепно» применительно к описанию тяготения с помощью ОТО здесь можно расшифровать различными способами:

*) В статье [3] приведен замечательный факт: Фарадей в 1832 г. оставил письмо с надписью «вскрыть через 100 лет», где высказана гипотеза электромагнитной природы света. В науку она вошла спустя 40 лет после написания письма.

1. ОТО предсказывает астрономические эффекты, как-то: поправки к траекториям планет, изменение частоты света, искривление лучей, запаздывание во времени прохождения радиосигналов. Прямые наблюдения подтверждают эти предсказания со все возрастающей точностью.

2. ОТО объясняет самые общие свойства Вселенной как целого; об этом см. любой современный обзор по космологии. Предсказаны черные дыры; с их помощью сейчас объясняются явления в рентгеновских двойных системах и ядрах галактик и квазаров.

3. Предсказаны гравитационные волны, излучение которых обнаруживается по движению двойных звезд, включающих пульсар.

4. Геометрическая формулировка теории тяготения автоматически включает возможность введения локально-инерциальных координат в любой точке пространственно-временнóго многообразия и вдоль мировой линии любого свободно движущегося наблюдателя. В этой системе координат имеет место невесомость, а неисчезающее гравитационное воздействие окружающей среды носит характер приливной деформации. В теории выполняется локальный принцип эквивалентности между полем тяготения и ускоренным движением координатной системы. Опыт подтверждает принцип эквивалентности.

5. Уравнения тяготения накладывают определенные ограничения на движение материи и изменение полей, заполняющих пространство. В частности, для точечной частицы уравнения движения сами оказываются следствием геометрии пространства-времени. В общем случае ограничения приобретают вид уравнений баланса для энергии, импульса и момента с учетом воздействия гравитационных сил.

Каждый из перечисленных результатов украшает ОТО. Таким образом, ОТО является вполне удовлетворительной теорией тяготения. В действительности нет ни внутренних причин, ни каких-либо разногласий с опытом и наблюдениями, которые требовали бы изменения теории.

Откуда же возникает постановка вопроса об альтернативных теориях тяготения?! Здесь можно различить две тенденции, две постановки вопроса.

Первая тенденция объявляет ОТО неправильной и неудовлетворительной в самой той области классической (неквантовой) гравитации, для описания которой ОТО была создана. В этой постановке обнаруживаются свои нюансы. Есть высказывания относительно конкретных численных расхождений между той или иной наблюдаемой величиной, вычисленной с помощью ОТО, и данными опыта. Такие высказывания обычно оказываются очень недолговечными.

Есть и другие претензии, в сущности, не к содержанию, а к форме ОТО. В обычных полевых теориях, развиваемых в плоском пространстве-времени, например в электродинамике, тензор энергии-импульса поля является хорошо и локально определенной величиной с соответствующими законами преобразования и сохранения. В стандартной «геометрической» формулировке ОТО локализация гравитационной энергии (как и других компонент псевдотензора энергии-импульса) остается неопределенной. Приставка «псевдо» означает, что эта величина не ведет себя как тензор относительно произвольных преобразований координат. Это непривычное обстоятельство иногда объявляется первородным грехом ОТО. Между тем, как показано, например, в [4] и более подробно в [5], свойства псевдотензора не препятствуют определению полной энергии и других величин, хотя и с некоторыми разумными оговорками. Появление псевдотензора в аппарате теории не может быть причиной, требующей замены ОТО другой теорией. Все наблюдательные выводы могут быть, в принципе, получены непосредственно из уравнений поля, не обращаясь к псевдотензору.

Другим ответом на эти претензии (возможно, более убедительным) является тот факт, что ОТО допускает совершенно эквивалентную «полевую» формулировку, в которой присутствует тензор (а не псевдотензор!) энергии-импульса гравитационного поля $t_{\mu\nu}$, подчиняющийся обычным законам сохранения. Такую теорию, альтернативную ОТО по форме, но не по содержанию, можно сформулировать на «фоне» плоского мира Минковского со всей строгостью и со всеми необходимыми атрибутами (подробнее о свойствах теории и тензора $t_{\mu\nu}$ см. [6] и далее в статье, особенно в приложении 1).

Однако есть совсем иной источник, питающий поиски альтернативных формулировок и альтернативных теорий, тенденция другого плана. Как уже отмечалось, ОТО является неквантовой теорией тяготения. Очевидно, что на микроуровне придется строить квантовую теорию тяготения.

Квантовая теория слабых гравитационных волн строится тривиально: малые возмущения метрики пространства-времени рассматриваются как полевые переменные на фоне невозмущенной метрики Минковского. При этом не возникают принципиальные вопросы, по крайней мере в линейном приближении. Впервые расчеты проделал ленинградский физик М. П. Бронштейн еще в 1936 г. Хорошо известно, что гравитоны — безмассовые частицы. Проекция спина частицы на направление движения равна ± 2, в отличие от квантов электромагнитных волн-фотонов со спином ± 1.

Трудности возникают при переходе к микромасштабам порядка планковских (10^{-33} см, 10^{-43} с) и энергиям порядка 10^{19} ГэВ. На этом уровне обычная схема квантования уже неприменима, так как флуктуации метрики пространства-времени слишком велики.

Один возможный подход к квантовой гравитации состоит в использовании метода квантования Фейнмана. Рассматриваются все возможные сценарии 4-мерной геометрии *). Для каждого сценария («пути») вычисляется интеграл действия S, а затем, наконец, для определения вероятности перехода из одного состояния в другое складываются амплитуды, подсчитанные как экспоненты $\exp(iS)$. По этому пути, логически безупречному, но достаточно трудному технически, пошли Уилер, Де-Витт, Редже и другие. Непосредственно к космологии его наиболее активно применяет Хокинг (см., например, [7]).

Однако есть и другой подход к построению квантовой теории гравитации. Предлагается сперва ввести фиктивное **) пространство-время Минковского (кратко — ФМ). В этом ФМ строим уравнения для полевых величин, характеризующих гравитационное поле. Кроме свободного гравитационного поля, рассматриваются и другие поля (электромагнитное, фермионные $e^{\pm}$, $\mu^{\pm}$, например, и т. д.) и их взаимодействие с гравитационным полем ***).

Без конкретных расчетов можно указать два важнейших свойства такого гравитационного поля:

1) оно является тензорным, второго ранга, в соответствии с тем, что оно эффективно описывает изменение метрики, т. е. $g_{\alpha\beta}(x)$ — тензора второго ранга в выражении $ds^2 = g_{\alpha\beta}\,dx^\alpha dx^\beta$ «старой», «геометрической» ОТО;

2) уравнения поля нелинейны; гравитационное поле взаимодействует с энергией и импульсом других полей; значит, оно должно взаимодействовать и с собственной энергией и импульсом.

Задача состоит в построении такой теории в ФМ, которая в точности, тождественно, давала бы все наблюдательные выводы такие же, как стан-

*) 4-геометрия тождественно содержит закон изменения 3-геометрии со временем; надо учитывать при этом неединственность способа выделения «времени» в данной 4-геометрии.

**) Причина, по которой мы его называем фиктивным, будет указана чуть позже.

***) Идея построения релятивистской теории тяготения на базе плоского мира имеет богатую историю. Список некоторых ранних работ на эту тему приведен в [8]. Особенно отметим работу [9], где обсуждается формальная структура теории, и работу [10], где устанавливается связь с физическими измерениями. Анализ этого направления в целом, по состоянию на время написания, содержится в книге [11]. Эта же идея используется в работах [15]. Там справедливо отмечается и полезность полевого подхода для квантовой гравитации. Однако мы никак не можем согласиться с некоторыми утверждениями работ [15] и особенно критикой в адрес ОТО, о чем подробнее см. ниже.

дартная ОТО. Значение такой, казалось бы, формальной задачи резко возросло в последнее десятилетие или два в связи с проблемой суперсимметрии и построением единых теорий поля.

Открыты теории, связывающие бозонные и фермионные поля, т. е. поля с целым и полуцелым спином. В частности, поле со спином 2 (тензорное) оказывается связанным определенным суперпреобразованием с полем со спином 3/2. Таким образом, поле гравитонов, в существовании которых нельзя сомневаться, оказывается связанным с полем частиц со спином 3/2 — так называемых (гипотетических) гравитино.

Вот для реального осуществления такой связи и оказывается весьма желательным, чтобы гравитация (спин 2) была записана не как геометрическая ОТО, а в полевом виде. Связь между полевым видом теории тяготения и суперсимметрией становится еще более тесной при конкретном рассмотрении квантовой теории. Дело в том, что в «чистой» квантовой теории тяготения характер поля и его взаимодействие с плотностью энергии-импульса приводят к появлению неустранимых бесконечностей при вычислении квантовых поправок. Оказалось, что при введении суперсимметричного партнера — гравитино — облегчается ситуация с бесконечностями.

Можно кратко сказать, что полевая формулировка теории тяготения делает суперсимметрию *возможной*, но к тому же суперсимметрия в определенном смысле *необходима* для квантовой теории тяготения.

В целом вопрос о квантовой теории и явлениях при планковских параметрах в настоящее время еще далек от окончательного, подтвержденного опытом решения. Существует и другое направление поисков, в котором рассматривают пространства с бо́льшим числом измерений ($D = 10$, 11 или 26). Предполагается, что «лишние» $D - 4$ измерения как-то компактифицированы. Наглядный образ представляет собой длинная тонкая трубка. Координата вдоль оси трубки — это «настоящая» координата. Радиус трубки (зависящий от координаты) играет роль полевой переменной. Таким образом, многомерное пространство позволяет описать несколько полей в пространстве меньшего числа измерений. Вся теория «нашего», 4-мерного, пространства-времени является низкоэнергетическим пределом теории с бо́льшим ($D > 4$) числом измерений.

В этой низкоэнергетической области действительно царит пестрота, множество красок и оттенков (не только цвета́ кварков!). Эта картина не сводится к геометрии 4-мерного континуума. Попытки построить единую теорию поля в первой половине века не удались. Но сейчас, возможно, теоретики на правильном пути.

Наиболее перспективной сейчас выглядит теория суперструн, претендующая на единое и полное описание всех взаимодействий. Она начинается примерно со следующих положений: «В плоском 10-мерном пространстве-времени, с одним временны́м и девятью пространственными измерениями, распространяется одномерный объект, струна ...», и т. д. Можно думать, что классическое гравитационное поле в этой теории «складывается» из элементарных возбуждений множества суперструн, а затем объединяется с плоской метрикой «фонового» многообразия в метрику искривленного наблюдаемого мира.

Но вернемся к полевой теории тяготения в 4-мерном фиктивном пространстве Минковского, притом в классической области, при больших длинах волн, без квантовых эффектов. Какими свойствами обладает такая теория, если она в точности эквивалентна геометрической ОТО?

Важнейший момент состоит в том, что теперь влияние тяготения на частицы и на электромагнитное поле описывается взаимодействием с тем тензорным полем тяготения, которое мы ввели. Значит, принцип эквивалентности Эйнштейна теперь не так очевиден, его нужно еще обнаружить.

Частота колебаний осциллятора или частота света, излучаемого водородным атомом, оказывается зависящей от величины гравитационных полей. Локальная скорость света также зависит от величины гравитационных полей, которые, кроме того, искривляют луч. Обычный процесс измерения времени между двумя событиями состоит в измерении числа повторяющихся периодических событий (качаний маятника, колебаний осциллятора). В полевой теории такой способ даст величину, зависящую не только от протекшего времени, отсчитанного в ФМ, но и от поля тяготения. То же относится и к измерению расстояния между частицами.

Все материальные поля и частицы взаимодействуют с тензорным гравитационным полем одинаковым, универсальным образом. Нет таких частиц, которые были бы нейтральны по отношению к гравитационному полю, а их мировые линии могли бы «начертить» нам геометрию мира Минковского. Предмет гордости — плоское пространство-время — оказывается ненаблюдаемым. По этой причине мы и называем нефизическим, фиктивным тот плоский мир Минковского, на фоне которого развивается гравитационная теория.

При наличии гравитационного поля попытка придать отрезкам координат Δx, Δt в мире Минковского прямой наблюдательный смысл оканчивается противоречием с опытом. (Подробнее об измерениях в полевой теории см. в приложении 2.)

Таким образом, анализ процесса измерения в полевой теории тяготения неизбежно приводит к понятиям «истинных», или «физических», длительностей и длин, в отличие от времени и координат ФМ. Теория геометризуется.

В ОТО естественно, что наряду с римановой кривизной встает и вопрос о топологии многообразия. Обычно строят решения с однозначным (и без отождествлений) временем, но с нетривиальной топологией пространственных сечений. Примером является замкнутый мир Фридмана, обладающий конечным объемом. Можно показать [12], что полевая теория на фоне ФМ дает решение и такого типа. Мир Минковского, очевидно, имеет бесконечный объем в сечении $t = \text{const}$, поскольку каждая координата, например x, меняется в пределах $-\infty \leqslant x \leqslant +\infty$. Однако координаты в ФМ сами по себе еще ничего не значат, они безжизненны. Переход к физическому объему таков, что физический, наблюдаемый объем мира оказывается в данном случае конечным.

Подведем итог. Мы не отступаем от твердого убеждения в правильности ОТО как теории классического гравитационного поля. Во всяком случае, нет ни теоретических, ни экспериментальных причин в этом сомневаться. Однако это убеждение не исключает возможности построения полностью адекватной полевой теории тяготения на фоне фиктивной метрики Минковского. Такая теория существует, она полезна в классической области и особенно может пригодиться при рассмотрении квантовых процессов и суперсимметрии *).

Теряется наглядность принципа эквивалентности, но сохраняется возможность описания замкнутого мира и черных дыр.

Только время — ближайшие годы или десятилетия — покажет, не превратится ли вся фундаментальная физика в геометрию. Тогда естественно теория тяготения останется геометрической. Но и в этом случае полевой подход сохранит свое значение как низкоэнергетический предел фундаментальной теории, и полевая теория тяготения с понятиями ньютоновского потенциала, гравимагнитного поля и т. п. будет полезна для астрономии и других приложений.

Работая над статьей, мы вспоминали светлый образ Е. М. Лифшица — безгранично преданного науке. Его памяти мы посвящаем эту статью.

---

*) Полевая формулировка, хотя и не является обязательной, но вполне содержательна и помогает разобраться в конкретных исследованиях. В качестве примера можно привести проблему радиационного торможения тяготеющих тел и вывод формулы для убыли энергии излучающей системы [13], а также вычисление квантовой конформной аномалии для гравитонов [14].

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. О полевой формулировке ОТО и тензоре энергии-импульса (ТЭИ) гравитационного поля

Как известно, в геометрической формулировке ОТО энергетической характеристикой гравитационного поля является псевдотензор энергии-импульса.

Это означает, что в данном процессе, т. е. в однозначно заданной 4-геометрии, определяемой метрическим тензором $g_{\alpha\beta}(x)$, нельзя разумным образом определить ТЭИ этой геометрии. Естественно возникающая величина является не тензором, а псевдотензором. Она изменяется, если данный процесс, т. е. данную 4-геометрию, мы будем описывать с помощью другого набора координат. Наиболее популярный псевдотензор — псевдотензор Ландау — Лифшица [4] — содержит метрику $g_{\alpha\beta}$ и ее первые производные. Все компоненты псевдотензора обращаются в нуль в локально-инерциальной системе координат, вдоль мировой линии свободно падающего наблюдателя. Как отмечают сами авторы [4], даже в плоском пространстве-времени можно получить ненулевые компоненты псевдотензора за счет выбора криволинейных координат. Другими словами, компоненты псевдотензора не обладают тензорным законом преобразования по отношению к произвольным преобразованиям координат, но ведут себя как компоненты тензора по отношению к более узкому классу преобразований, к числу которых принадлежат преобразования Лоренца.

Это свойство является принципиальным отличием гравитационного поля, отождествляемого с метрикой пространства-времени $g_{\alpha\beta}$, от, например, электромагнитного поля. В последнем случае плотность электромагнитной энергии является компонентой тензора: при лоренц-преобразованиях и вообще произвольных преобразованиях координат, она преобразуется по линейному закону, перемешиваясь с другими компонентами ТЭИ, 3-вектором Пойнтинга и с тензором натяжений. Но никакое преобразование координат не может обратить в нуль весь электромагнитный ТЭИ, в отличие от гравитационного псевдотензора. Истинным, неустранимым, тензором в ОТО является тензор кривизны $R_{\alpha\beta\mu\nu}$. Этому соответствует неустранимость приливных сил даже в состоянии невесомости.

Как уже отмечалось выше, в основном тексте статьи, есть физики, считающие эту ситуацию неудовлетворительной. К ним относятся и авторы работ [15]. По мнению авторов данной статьи появление псевдотензора в ОТО само по себе не портит теорию. В конце концов, это не первый случай пользования в теории величинами, в определении которых остается произвол. В ньютоновской теории тяготения мы пользуемся потенциалом, к которому можно добавить константу или функцию времени. В теории электромагнетизма мы пользуемся не только измеряемыми полями E и H, но и вектор-потенциалом A_α, хотя и знаем, что к A_α можно добавить градиент $\nabla_\alpha\varphi$ произвольной скалярной функции $\varphi(x, y, z, t)$. Появление псевдотензора не создает произвола в наблюдательных предсказаниях ОТО — поэтому с ним вполне можно мириться.

Тем не менее, как психологическое явление, отрицательное отношение к псевдотензору существует, и оно является одной из причин поиска альтернативной полевой теории тяготения в плоском пространстве-времени. И вот, действительно, в такой теории вычисленный по полевым формулам ТЭИ тензорного гравитационного поля оказывается истинным тензором $t_{\mu\nu}$; добавка «псевдо» зачеркивается. Казалось бы, цель достигнута, и уже это оправдывает и обосновывает полевую теорию тяготения. Более того, может сложиться впечатление принципиального отхода от ОТО, ведущего к новым наблюдательным следствиям. Однако: «...гони природу в дверь, она войдет в окно...». Тензор $t_{\mu\nu}$ оказывается неинвариантным относительно калибровочных преобразований, и численное значение $t_{\mu\nu}$ в этом смысле остается неоднозначным. Вместе с тем все экспериментально проверяемые выводы от этого не зависят, и они такие же, как и в стандартной ОТО. Чтобы разобраться в ситуации, потребуются некоторые подробности (за дальнейшими деталями отсылаем читателя к статье [6]).

Полевая теория тяготения исходит из того, что в плоском мире задано тензорное гравитационное поле $h^{\mu\nu}$ и другие (негравитационные) поля. Система координат в плоском мире может быть выбрана лоренцевой, и тогда линейный элемент приобретает вид

$$d\sigma^2 = \eta_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu = c^2\, dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \qquad (1)$$

В произвольных криволинейных координатах компоненты метрики не столь просты, как в записи (1) (в общем случае вместо $\eta_{\mu\nu}$ будем писать $\gamma_{\mu\nu}$), но тензор кривизны, построенный из $\gamma_{\mu\nu}$, конечно, тождественно равен нулю. Лагранжиан теории состоит из гравитационной L^g и материальной L^m частей. Универсальность связи материальных полей с гравитацией проявляется в том, что в L^m поле $h^{\mu\nu}$ входит только в виде суммы

$$(-\gamma)^{1/2}\,(h^{\mu\nu} + \gamma^{\mu\nu}) \equiv (-g)^{1/2} g^{\mu\nu}. \qquad (2)$$

Даже не вникая в детали разнообразных формулировок принципа эквивалентности, можно догадаться, что закладывается в теорию он здесь (ср. [16]).

Вариационный принцип, примененный к $L^g + L^m$, приводит к уравнениям гравитационного поля:

$$\frac{1}{2}\left(h_{\mu\nu;\alpha}{}^{;\alpha} + \gamma_{\mu\nu}h^{\alpha\beta}{}_{;\alpha;\beta} - h^{\alpha}_{\nu;\mu;\alpha} - h^{\alpha}_{\mu;\nu;\alpha}\right) = \frac{8\pi G}{c^4}\,(t_{\mu\nu} + \tau_{\mu\nu}), \qquad (3)$$

где ковариантное дифференцирование и перемещение индексов производятся с помощью $\gamma_{\mu\nu}$. В правой части уравнений (3) стоит $t_{\mu\nu}$ — ТЭИ гравитационного поля, вычисляемый путем варьирования L^g по $\gamma_{\mu\nu}$. Аналогичным образом вычисляется $\tau_{\mu\nu}$ из L^m. Уравнения поля (3) содержат дифференциальные законы сохранения

$$(t_{\mu\nu} + \tau_{\mu\nu})^{;\nu} = 0$$

с вытекающими отсюда интегральными законами сохранения, отражающими тот факт, что плоский мир допускает 10-параметрическую группу движений (группу Пуанкаре).

Сразу же отметим, что эта теория полностью эквивалентна обычной, «геометрической», ОТО. Используя связь (2) и считая $g_{\mu\nu}(x)$ компонентами метрики искривленного пространства-времени, возвращаемся к геометрической формулировке ОТО, т. е. к действию Гильберта и уравнениям Эйнштейна. Уравнения (3) в точности преобразуются к уравнениям Эйнштейна

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4}\, T_{\mu\nu}.$$

Сам тензор $t_{\mu\nu}$ существенным образом содержит $\gamma_{\mu\nu}$ и не сводится к функции только от $g_{\mu\nu}$.

Полевая формулировка дана в ковариантном виде; она допускает произвольные преобразования координат. Но есть еще одна симметрия, которую можно назвать калибровочной, или внутренней. В одной и той же системе координат можно изменить $h^{\mu\nu}$ по определенному закону

$$h^{\mu\nu} \to \bar{h}^{\mu\nu} = h^{\mu\nu} + \Delta\,(h^{\mu\nu},\ \gamma^{\mu\nu},\ \xi^{\alpha}), \qquad (4)$$

где добавочные члены Δ (не обязательно бесконечно малые, в общем случае — конечные) зависят от произвольных функций ξ^α и их производных. По аналогичному закону изменяются и негравитационные динамические поля. Уравнения динамических полей инвариантны относительно такой замены, т. е. если $h^{\mu\nu}$ является решением, то и $\bar{h}^{\mu\nu}$ является решением. Преобразование (4) напоминает градиентное преобразование в электродинамике. Объединяя по правилу (2) одно и то же $\gamma^{\mu\nu}$ с $h^{\mu\nu}$ или $\bar{h}^{\mu\nu}$, получаем «разные» $g^{\mu\nu}$, которые, однако, могут быть в точности переведены друг в друга преобразованием координат и, следовательно, описывают одну и ту же 4-геометрию. Конкретный вид этого преобразования координат определяется функциями $\xi^\alpha(x)$ и всеми их производными, но нам он сейчас не потребуется. Таким образом, калибровочная симметрия полевой теории оказывается тесно связанной с координатной симметрией геометрической теории.

Тензор $t_{\mu\nu}$ не является калибровочно инвариантным. Полевая теория в ФМ спасает ковариантность $t_{\mu\nu}$ по отношению к координатным преобразованиям, но сталкивается с неинвариантностью по отношению к калибровочным преобразованиям. Построение абсолютно безупречного ТЭИ гравитационного поля оказывается иллюзорным.

Может возникнуть мысль сделать $t_{\mu\nu}$ однозначным путем «закрепления» калибровки. Один из удобных выборов $\xi^\alpha(x)$ состоит в том, чтобы добиться условий

$$h^{\mu\nu}{}_{;\nu}=0. \tag{5}$$

Для функций $g^{\mu\nu}(x)$ эти условия в силу (2) приобретают вид *)

$$[(-g)^{1/2}\; g^{\mu\nu}]_{;\nu} = 0, \tag{6}$$

и если функции $g^{\mu\nu}(x)$ рассматриваются на фоне плоского мира в лоренцевых координатах (1), то уравнения (6) сводятся к условиям гармоничности

$$[(-g)^{1/2}\; g^{\mu\nu}]_{,\nu} = 0, \tag{6'}$$

столь плодотворно использовавшимся Фоком [17].

Следует подчеркнуть, что уравнения (5) все еще оставляют произвол в $t_{\mu\nu}$. Есть преобразования (4), не нарушающие (5), и тем не менее изменяющие $t_{\mu\nu}$. Подобным же образом гармонические координаты (6′) и переходы между ними еще не превращают гравитационный псевдотензор в тензор. Но дело не только и не столько в этом.

Из сказанного выше ясно, что рецепт закрепления калибровки при описании $h^{\mu\nu}(x)$ имеет такую же ценность, как рецепт использования одних координат в ущерб остальным при описании $g^{\mu\nu}(x)$. Добавление условий (5) (или других подобных условий) к уравнениям (3) не изменяет физического содержания теории, не исключает каких-либо решений уравнений Эйнштейна для $g^{\mu\nu}(x)$, не делает одни решения предпочтительнее других. *Всякое* решение уравнений Эйнштейна (не обязательно записанное в гармонических координатах) удовлетворяет условиям (6), если функции γ (x) записаны надлежащим образом, а именно: должно быть

$$\gamma_{\mu\nu}=\eta_{\alpha\beta}f^{\alpha}{}_{,\mu}f^{\beta}{}_{,\nu},$$

где $f^\alpha(x)$ находятся как решения следующих уравнений:

$$[f^{\alpha}{}_{,\mu}(-g)^{1/2}g^{\mu\nu}]_{,\nu}=0.$$

Наконец, наличие или отсутствие условий (5) или (6) не изменяет никаких экспериментально проверяемых выводов. Вопрос о калибровочных преобразованиях и наблюдаемых величинах возникает и решается уже в приближении слабого поля [18]. В приложении 2 мы рассмотрим вопрос об измерениях в полевой теории подробнее.

---

*) В релятивистской теории гравитации, развиваемой в [15], фигурируют в точности те же лагранжианы L^g и L^m, которые обсуждаются здесь и в [6] и которые приводят к уравнениям гравитационного поля (3). Однако в [15] наряду с уравнениями (3) требуется обязательное выполнение условий (5) или эквивалентных им (6), которые возводятся в ранг универсальных и всеобщих уравнений гравитационного поля.

2. Об измерениях в полевой теории

Как уже говорилось, в полевой теории все материальные поля взаимодействуют с гравитацией универсальным образом. Уравнения движения можно истолковать либо как уравнения в искривленном пространстве-времени с метрикой $g^{\mu\nu}$ (геометрическая формулировка), либо как уравнения в плоском мире при наличии гравитационного поля $h^{\mu\nu}$ (полевая формулировка). Введем лоренцевы координаты x, y, z, t в ФМ и рассмотрим, скажем, уравнения электромагнитного поля в приближении геометрической оптики. На движение идеализированного фотона действуют гравитационные силы, построенные из $h^{\mu\nu}(x)$. Такова полевая интерпретация уравнения световой геодезической линии в метрике $g^{\mu\nu}(x)$. Скорость света в координатах ФМ, определенная как $\Delta x/\Delta t$, будет зависеть от гравитационных потенциалов и меняться от точки к точке. Но как измерить эту скорость в данном месте и доказать, что она действительно такова, как предсказывает теория? Ведь надо учесть, что всякий осциллятор, как модель часов, и всякий стержень, как модель линейного масштаба, также подвержены действию гравитационного поля. (Как будет разъяснено ниже, поведение масштабов определяется решением квантовых задач, требует учета $\hbar$.) Скажем, в слабом гравитационном поле с ньютоновским потенциалом φ скорость света $\Delta x/\Delta t$ есть

$$\frac{\Delta x}{\Delta t}=c\left(1+\frac{2\varphi}{c^2}\right).$$

Но любые часы в данном месте отсчитают $\Delta\tau=\Delta t\,[1+(\varphi/c^2)]$, а всякий стержень будет иметь длину $\Delta l=\Delta x\,[1-(\varphi/c^2)]$. Вот и получается, что скорость света, определенная по отношению к реальным стандартам, $\Delta l/\Delta\tau$, а не по отношению к ненаблюдаемым координатам x, y, z, t, всегда равна c (подробнее см., например,[19]). Все это подтверждает высказанное выше утверждение о ненаблюдаемости ФМ.

Даже само распространяющееся гравитационное поле, гравитационные волны, не помогут нам в том, чтобы сделать геометрию плоского мира наблюдаемой. Обратимся к уравнениям (3). Основным элементом левой части этих уравнений является обыкновенный оператор Даламбера, примененный к $h_{\mu\nu}$, т. е. комбинация вида

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial y^2}-\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)h_{\mu\nu}.$$

Характеристики оператора Даламбера — изотропные (световые) линии метрики Минковского. В линейном приближении лучи гравитационных волн являются образами прямых линий плоского мира. Но правая часть уравнений (3) (тензор $t_{\mu\nu}$) также содержит вторые производные в виде членов типа $h^{\alpha\beta}h_{\mu\nu;\alpha;\beta}$. Поэтому в нелинейной ситуации, например в гравитационном поле некоторого тела, гравитационные волны, как и электромагнитные волны, и вообще материальные поля, описываемые L^{m}, также отклоняются и испытывают изменение скорости по отношению к ФМ.

Надо сказать, что скорость света фигурирует уже в классической, т. е. неквантовой, теории. Ситуация с единицами длины и длительности по отдельности — сложнее. Для того чтобы определить эти единицы, надо решать квантовые задачи при наличии тензорного гравитационного поля, надо знать, как преобразуются в этом случае массы элементарных частиц (электронов, протонов), используемых в лабораторных эталонах частоты и длины [19]. Это видно формально из того, что величину с размерностью длины или времени можно построить, только привлекая $\hbar$ и m. Эту трудную задачу удается обойти, показывая эквивалентность полевой теории и геометрической.

Придание координатам ФМ смысла непосредственно наблюдаемых величин приводит к мнимым различиям в предсказаниях геометрической и полевой теорий. Рассмотрим решение Шварцшильда, записанное в обычных и гармонических координатах. Линейный элемент есть, соответственно, в первом случае

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2Gm}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2Gm}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2) \tag{7}$$

и во втором

$$ds^2 = \left(\frac{r - Gm}{r + Gm}\right) dt^2 - \left(\frac{r + Gm}{r - Gm}\right) dr^2 - (r + Gm)^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2). \tag{8}$$

В полевом подходе решения (7), (8) дают разные $h^{\mu\nu}$, связанные друг с другом калибровочным преобразованием (4), причем (8) удовлетворяет дополнительным условиям (6) *). (При подстановке (8) в (6′) следует учесть связь r, θ, φ с x, y, z.)

Записывая уравнения распространения света, можно найти время t распространения сигнала от одной точки до другой и обратно. Эта задача дает модельное описание радиолокации Меркурия с Земли в гравитационном поле Солнца. Располагая Землю при $r = r_e$ и Меркурий при $r = r_p$ и используя (7) или (8), можно получить две формулы для времени задержки радиосигнала, отличающиеся аналитически и численно. Казалось бы, предсказания ОТО неоднозначны, а полевая теория, основанная на (3), (5), дает однозначное предсказание, подтвержденное опытом (см. [15]). На самом деле, конечно, никаких неоднозначностей в предсказаниях ОТО и противоречий с ОТО нет. Экспериментально проверяемые предсказания, следующие из (7) и (8),— идентичны [20]. Различие в формулах целиком объясняется тем, что одинаковые численные значения r в записях (7) или (8) соответствуют несколько различающимся физическим расстояниям. Конкретно, связь между координатами r, фигурирующими в (7) и (8), такова, что

$$r_7 = r_8 + Gm,$$

где r_7 относится к записи (7), а r_8 — к записи (8). Другими словами, одно и то же численное значение r в первом и во втором случае соответствует разным круговым орбитам. Планеты на этих орбитах имеют разные (непосредственно наблюдаемые с Земли и однозначно определяемые) периоды обращения вокруг Солнца. Разумеется, переход в (7) и в (8) к одинаковым операционно определяемым величинам дает совпадающие наблюдательные предсказания для времени задержки, которые и были подтверждены экспериментально [21] **).

Неправомерность придания смысла наблюдаемых величин отрезкам координат Δx, Δt в ФМ особенно наглядно видна в случае эффекта изменения частоты света в гравитационном поле. Возьмем решение (8). Координаты t, r, θ, φ рассматриваем как инерциальные координаты в мире Минковского. При фиксированных r, θ, φ разместим источник излучения (например, атом), а при других r, θ, φ — приемник. Пусть атом испускает цуг волн, содержащий N колебаний и продолжающийся время Δt. Приемник тоже зафиксирует N колебаний. В силу статичности гравитационного поля (8) теория утверждает, что в точке приема колебания займут точно такой же интервал времени Δt. Придавая наблюдательный смысл интервалам Δt, мы должны были бы прийти к выводу, что частоты сигнала $\nu = N/\Delta t$ в точке испускания и в точке приема одинаковы. Как известно, это противоречит эксперименту, в эксперименте мы наблюдаем изменение частоты сигнала в гравитационном поле. Каких-либо полей или частиц, не взаимодействующих с гравитационным по-

*) Функции $g^{\mu\nu}$ из (7) также удовлетворяют общековариантным уравнениям (6), если сделать «переарифметизацию» пространственных координат в фоновом плоском мире и записать его метрику в виде $d\sigma^2 = c^2 \, dt^2 - dr^2 - (r - Gm)^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta \, d\varphi^2)$.

**) Никаких неоднозначностей не возникает в наблюдаемых величинах и в более общем случае, когда коэффициент при угловой части ds^2 записан в виде $[r + (\lambda + 1) Gm]^2$, где λ — произвольный параметр [15]. Рассмотренные выше случаи соответствуют $\lambda = -1$ и $\lambda = 0$.

лем, мы не знаем и их существование не предполагаем. В полевой теории экспериментальный факт сдвига частоты объясняется тем, что любой осциллятор, отмеряющий время, подвержен действию гравитационного поля и колеблется по-разному в точке излучения и в точке приема. Другими словами, объяснение эффекта изменения частоты сигнала в полевой теории означает признание ненаблюдаемости Δt.

Подводя итог, еще раз констатируем, что рассмотренные здесь варианты полевой теории тяготения на фоне плоского мира представляют собой полевую формулировку ОТО. Попытка интерпретации метрических соотношений плоского мира в качестве наблюдаемых приводит к противоречию с экспериментом.

Институт физических проблем им. С. И. Вавилова
АН СССР
Государственный астрономический институт
им. П. К. Штернберга (ГАИШ), МГУ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гинзбург В. Л. О физике и астрофизике.— М.: Наука, 1980.
2. Zel'dovich Ya. B.//Ann. Rev. Fluid. Mech. 1977. V. 9. P. 215.
3. Pervushin V. N.//Riv. Nuovo Cimento. 1985. n° 10. P. 3.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля.— М.: Наука, 1973.
5. Фаддеев Л. Д.//УФН. 1982. Т. 136. С. 435.
6. Grishchuk L. P., Petrov A. N., Popova A. D.//Comm. Math. Phys. 1984. V. 94. P. 379.
7. Хокинг С.//Общая теория относительности.— М.: Мир, 1983.
8. Poincaré H.//Rend. Circ. Math. Palermo. 1906. V. 21. P. 129.
Rosen N.//Phys. Rev. 1940. V. 57. P. 147. Ann. of Phys. 1963. V. 22. P. 1.
Papapetrou A.//Proc. Roy. Irish Acad. Ser. A. 1948. V. 52. P. 11.
Kraichnan R. H.//Phys. Rev. 1955. V. 98. P. 1118.
Gupta S. N.//Rev. Mod. Phys. 1957. V. 29. P. 334.
Feynman R. P.//Acta Phys. Polon. 1963. V. 24. P. 697.
Halpern L.//Bull. Ac. Roy. Belg. Cl. Sci. 1963. V. 49. P. 226.
Ogievetsky V. I., Polubarinov I. V.//Ann. of Phys. 1965. V. 35. P. 167.
Weinberg S.//Phys. Rev. Ser. B. 1965. V. 138. P. 988.
9. Deser S.//Gen. Relat. and Gravit. 1970. V. 1. P. 9.
10. Thirring W.//Ann. of Phys. 1961. V. 16. P. 96.
11. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Теория тяготения и эволюция звезд.— М.: Наука, 1971.—С. 87.
12. Грищук Л. П., Петров А. Н.//Письма Астрон. ж. 1986. Т. 12. С. 439.
13. Грищук Л. П., Копейкин С. М.//Ibidem. 1983. Т. 9. С. 436; Proc. of Symposium IAU No. 114.— Dordrecht, Holland: D. Reidel, 1986.
14. Grishchuk L. P., Popova A. D.//*а*) Proc. of 3rd Seminar on Quantum Gravity /Eds. M. Markov, V. Berezin, V. Frolov.— Singapore: World Scientific, 1985; *б*) Class. and Quantum Gravit. 1986 (in press).
15. Логунов А. А., Мествиришвили М. А. Основы релятивистской теории гравитации.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985;//книга [14а].
Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.//ДАН СССР. 1985. Т. 285. С. 615; ТМФ. 1986. Т. 66. С. 150; Противоречивость ОТО и релятивистская теория гравитации.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986.
Логунов А. А., Лоскутов Ю. М., Чугреев Ю. В. Объясняет ли общая теория относительности гравитационные эффекты?— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986.
16. Will C. M. Theory and Experiment in Gravitational Physics.— Cambridge: Cambr. Univ. Press, 1981.
17. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения.— М.: Гостехиздат, 1955.
18. Mashhoon B., Grishchuk L. P.//Astrophys. J. 1980. V. 236. P. 990.
19. Bowler M. G. Gravitation and Relativity.— London: Pergamon Press, 1976; перевод: Боулер М. Гравитация и относительность.— М.: Мир, 1979.
20. Shapiro I. I.//Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P. 789; Phys. Rev. 1966. V. 141. P. 1219.
Ross D. K., Shiff L. I.//Ibidem. P. 1215.
21. Anderson J. D., Esposito P. B., Martin W., Thornton C. L., Muhleman D. O.//Astrophys. J. 1975. V. 200. P. 221.
Reasenberg R. D., Shapiro I. I.//Ibidem. 1979. V. 234. P. L219; Proc. of IX Intern. Conference on General Relativity and Gravitation/Ed. E. Schmutzer.— Jena, GDR, 1983.— P. 149.