

535.4

## ГОЛОГРАММЫ СПЕКЛ-ПОЛЕЙ

Б. Я. Зельдович, В. В. Шкунов, Т. В. Яковлева

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение . . . . .	511
Классификация голограмм спекл-полей . . . . .	513
2.1. Спекл-поля . . . . .	513
2.2. Типы голограмм . . . . .	515
3. Амплитуда восстановленного поля и дифракционная эффективность . . . . .	517
4. Спектрально-угловая селективность . . . . .	519
4.1. Форма кривой селективности . . . . .	520
4.2. Сравнение селектирующих свойств для разных случаев . . . . .	520
4.3. Экспериментальная иллюстрация . . . . .	523
5. Интрамодуляционные шумы голограмм спекл-полей . . . . .	524
6. Влияние насыщения фотоотклика . . . . .	528
7. Дифракция света на синусоидальных решетках . . . . .	531
7.1. Тонкая голограмма . . . . .	531
7.2. Теория двух связанных волн . . . . .	532
8. Тонкие и толстослойные голограммы высокой эффективности . . . . .	533
8.1. Запись без насыщения фотоотклика . . . . .	534
8.2. Запись с насыщением фотоотклика . . . . .	536
9. Понятие спеклона . . . . .	538
10. Восстановление спекл-полей объемными голограммами и эффект сдвига кривой селективности . . . . .	540
11. Интрамодуляционные шумы объемных голограмм . . . . .	543
12. Гами объемным голограммам . . . . .	546
13. Библиографические указания . . . . .	546
Список литературы . . . . .	548

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Утверждение о том, что голография широко применяется в научных и изобразительных целях, давно стало троюзмом. Голографическая интерферометрия для дистанционного контроля за деформациями, напряжениями и перемещениями твердых тел; запись, хранение и параллельная оптическая обработка больших массивов информации; голографические линзы Френеля и другие оптические элементы малой толщины и веса для видимого и ИК диапазонов; голографические дисплеи для тренажеров; изобразительная голография и голографическое кино с полной иллюзией реального предмета — вот далеко не полный перечень областей приложения методов голографии<sup>1-6</sup>. Почти во всех приложениях голографии важными параметрами являются: 1) эффективность восстановления голограммой точного поля объекта; 2) качество восстановления, характеризуемое отношением интенсивностей сигналов и искажений. Чтобы определить и оптимизировать эти параметры, необходимо детальное количественное понимание электродинамических процессов, происходящих в регистрирующей среде при записи и считывании голограмм.

Как отмечает Н. Бломберген<sup>76</sup>, «к нелинейным оптическим явлениям можно в известном смысле отнести и голографию». Поэтому не случайно, что математические методы решения электродинамических задач нелинейной оптики и в особенности метод укороченных уравнений, столь плодотворно

развивавшийся Р. В. Хохловым \*)<sup>23,77,78</sup>, помогли существенно продвинуться в решении электродинамических задач голограммии.

В ранних работах по голограммии<sup>7-9</sup> основная цель состояла в доказательстве самого факта восстановления волнового фронта. Поэтому сложная электродинамическая картина преобразования восстанавливающей опорной волны в объективное поле заменялась следующими простыми, хотя и достаточными для этой цели, рассуждениями.

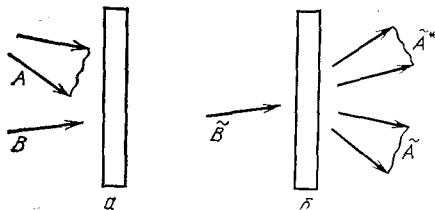


Рис. 1. Схемы записи голограммы объектным полем  $A$  и опорным  $\tilde{B}$  (а) и восстановления поля  $\tilde{A}$  с помощью опорной волны  $\tilde{B}$  (б)

Пусть поле при записи с комплексной амплитудой  $E(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) + B(\mathbf{r})$  состоит из двух когерентных друг с другом частей: опорной волны  $B(\mathbf{r})$  и объектной волны  $A(\mathbf{r})$  — и записывается в среде возмущения, пропорциональные локальной интенсивности  $|E(\mathbf{r})|^2 = (A + B)(A^* + B^*)$  (рис. 1). Далее полагается, что при восстановлении таким

же опорным полем  $\tilde{B}(\mathbf{r}) = B$  голограмма работает как транспарант с коэффициентом амплитудного пропускания  $t(\mathbf{r})$ , линейно связанным с интенсивностью, при записи:  $t(\mathbf{r}) - t_0 = t_1 |E(\mathbf{r})|^2$ . Учитывая в  $t(\mathbf{r})$  лишь интерференционные слагаемые  $A(\mathbf{r})B^*(\mathbf{r}) + A^*(\mathbf{r})B(\mathbf{r})$ , для восстановленного поля получим

$$E_{\text{восст}}(\mathbf{r}) = t_1 A(\mathbf{r}) |B|^2 + t_1 A^*(\mathbf{r}) B^2. \quad (1.1)$$

Тем самым на выходе из голограммы восстанавливается комплексное поле объектной волны  $\tilde{A}(\mathbf{r}) \propto A(\mathbf{r})$ .

В силу известного принципа Гюйгенса эта волна в пространстве за голограммой неотличима от поля при записи, несущего объемное изображение объекта. В направлении, примерно симметричном по отношению к опорной волне, голограмма восстанавливает так называемое псевдоскопическое, или действительное, изображение, отвечающее комплексно сопряженной волне  $\tilde{A}(\mathbf{r}) \propto A^*(\mathbf{r})$ .

При простом рассмотрении по формуле (1.1) возможные искажения (шумы) в восстановленной волне были отброшены с самого начала. Кроме того, линейная зависимость  $t - t_0 = t_1 |E(\mathbf{r})|^2$  заведомо должна нарушаться в том наиболее интересном случае, когда мы хотим получить голограмму с высокой дифракционной эффективностью восстановления объективного поля. Наконец, для фотослоев заметной толщины  $L$  (в типичных условиях при  $L \geq 10^{-3}$  см) существенна дифракция поля уже внутри голограммы<sup>10</sup>, и ее действие на падающее поле не описывается в терминах транспаранта с заданным пропусканием. Поэтому для определения дифракционной эффективности голограммы и величины искажений в общем случае требуется решать электродинамическую задачу в ее полном объеме.

\*) Старшему по возрасту из авторов настоящего обзора (Б. З.) посчастливилось общаться с Р. В. Хохловым в тот геройский период 1962—1966 гг., когда Рем Викторович и С. А. Ахманов начинали на физическом факультете МГУ на кафедрах профессора В. В. Мигулина и профессора С. Д. Гвоздовера заниматься нелинейной оптикой. Упомянутый автор считает себя учеником этой замечательной школы нелинейной и когерентной оптики, «быть может, не самым прилежным и не самым послушным». Трудно передать словами радиацию чёловеческой доброты и заинтересованности и высокой научной требовательности, исходившей от Рема Викторовича. Безмерно жаль, что не успел Рем Викторович исполнить всего, что ему было по силам, что ему было предназначено и назначено в мировой и советской науке. И в то же время радостно видеть, как живет и развивается его «научная» семья, как растут его «научные» дети и внуки. Не в меньшей степени отнесем мы эти слова и к Елене Михайловне, к их детям и внукам, к замечательной семье Рема Викторовича в «обычном» смысле.

В модельной ситуации, когда и опорная ( $B$ ), и объектная ( $A$ ) волны считаются плоскими волнами с постоянной амплитудой, такая задача была решена еще на заре лазерной голограммии<sup>11,12</sup> методами, разработанными ранее в теории дифракции света на ультразвуковых волнах и в теории дифракции рентгеновских лучей в кристаллах. Возможность перенесения этих методов в голограмму была связана с предположением о строгой регулярности синусоидальной голографической решетки.

В подавляющем числе случаев, однако, локальное поведение поля объектной волны  $A(\mathbf{r})$  крайне нерегулярно и совершенно не похоже на сам объект. В самом деле, поле  $A(\mathbf{r})$  в данной точке голограммы есть результат когерентного сложения вкладов от разных освещенных точек объекта, причем для объектов сколь либо сложной формы эти вклады имеют случайные фазы, разные для разных точек голограммы. Из-за интерференции поле  $A(\mathbf{r})$  в плоскости голограммы обладает так называемой спекл-структурой (рис. 2), т. е. развитыми случайными пространственными неоднородностями интенсивности и фазы (о спекл-полях см. <sup>13-15</sup>). В отличие от этого среднестатистические характеристики поля  $A(\mathbf{r})$  в плоскости голограммы и, в частности, средняя интенсивность  $\langle |A(\mathbf{r})|^2 \rangle$  оказываются практически однородными по всему поперечному сечению, даже для объекта с явно неоднородной светимостью, например для удаленного от голограммы светлого предмета на черном фоне.

Лишь в последние годы была создана достаточно полная теория голограмм спекл-полей, объединяющая электродинамику дифракции и статистику спекл-неоднородностей, появились и первые экспериментальные подтверждения этой теории. Именно этим вопросам, в соответствии с названием, посвящен настоящий обзор.

В литературе иногда встречается термин «голограмма диффузного объекта», предполагающий наличие спекл-структуры в поле непосредственно у объекта. Понятие «голограмма спекл-поля» шире, так как спекл-структура объектного поля в плоскости фотослоя образуется даже для не диффузных по своей природе объектов, таких, как информационный транспарант, слайд с текстом и даже зеркальный объект сложной формы.

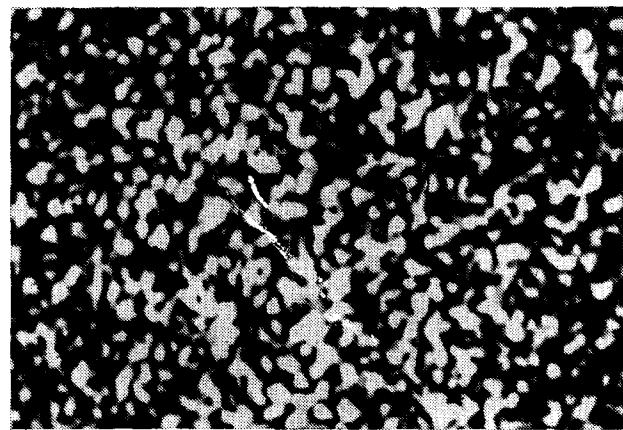


Рис. 2. Увеличенная фотография участка поперечного сечения спекл-поля

## 2. КЛАССИФИКАЦИЯ ГОЛОГРАММ СПЕКЛ-ПОЛЕЙ

### 2.1. Спекл-поля

Мы уверены в том, что спекл-поле видел каждый читатель этого обзора. Спекл-структура возникает при освещении когерентным светом лазера диффузно отражающей поверхности, например стены комнаты или листа бумаги. Этот термин происходит от английского «speckle» — « пятнышко », « крапинка на коже ». Освещенный лазером участок поверхности кажется искрящимся, т. е. состоящим из весьма мелких пятен (размером, обычно определяемым

пределом разрешения глаза), затейливо переливающихся при перемещении наблюдателя, рассеивателя или лазерного источника. Действительно, отраженная объектом когерентная световая волна создает в объеме распределение интенсивности с очень большим числом мелкоструктурных неоднородностей. В этом разделе мы обсудим статистические характеристики этого распределения, а также его характерные пространственные масштабы.

Как уже отмечалось во введении, комплексная амплитуда поля в каждой данной точке складывается из большого числа малых независимых вкладов, а именно, волн, отраженных разными точками объекта. В этой ситуации к результирующему полю применима центральная предельная теорема теории вероятностей, согласно которой амплитуда суммарного поля будет иметь в пространстве случайный характер и описываться гауссовой статистикой.

Отсылая за подробностями вывода этой теоремы к учебникам по теории вероятностей, статистической радиофизике и оптике<sup>15, 20, 21, 22</sup>, сформулируем ряд следствий для свойств случайной комплексной амплитуды  $A(\mathbf{R})$  спектр-поля, где  $\mathbf{R}$  — вектор пространственных координат.

Распределение вероятности для комплексной амплитуды спектр-поля в заданной точке имеет гауссовский вид:

$$dP = W(A) d\operatorname{Re} A d\operatorname{Im} A, \quad W = \frac{1}{\pi I_A} \exp \left[ -\frac{(\operatorname{Re} A)^2}{I_A} - \frac{(\operatorname{Im} A)^2}{I_A} \right]. \quad (2.1)$$

Поэтому амплитуда поля в данной точке имеет распределение Рэлея

$$dP = \frac{2}{I_A} |A| \exp \left( -\frac{|A|^2}{I_A} \right) d|A|, \quad (2.2)$$

а фаза  $\varphi = \operatorname{arctg} (\operatorname{Im} A / \operatorname{Re} A)$  равномерно распределена в интервале от 0 до  $2\pi$ . Наконец, распределение вероятности для локальной интенсивности  $I(\mathbf{R}) = |A(\mathbf{R})|^2$  имеет экспоненциальную форму

$$dP = I_A^{-1} \exp \left( -\frac{I}{I_A} \right) dI. \quad (2.3)$$

В формулах (2.1) — (2.3)  $I_A$  обозначает среднее значение интенсивности:  $I_A = \langle I \rangle$ .

Гауссовость статистики спектр-поля имеет важные следствия. Так, из (2.1) — (2.3) следует, что

$$\langle I^2 \rangle = 2 \langle I \rangle^2 \equiv 2 I_A^2, \quad \langle (I - I_A)^2 \rangle = I_A^2. \quad (2.4)$$

Угловые скобки обозначают усреднение по распределению вероятностей (2.3); для статистически однородных полей,  $I_A(\mathbf{R}) = \text{const}$ , оно эквивалентно усреднению по пространству. Согласно (2.4) относительная глубина модуляции интенсивности, т. е. контраст спектр-структуры, составляет величину порядка единицы. Поперечный и продольный размеры неоднородностей определяются углом схождения элементарных интерферирующих волн, из которых состоит спектр-поле. Математически это выражается в том, что пространственная корреляционная функция  $\gamma(\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)$  случайного монохроматического поля  $A(\mathbf{R}) e^{-i\omega t}$  связана<sup>15, 18, 20–22</sup> с угловым спектром излучения  $j(\theta)$  теоремой Ван-Циттерта — Цернике:

$$\gamma(\mathbf{R}) = \frac{\langle A^*(\mathbf{R}_1) A(\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}) \rangle}{\langle |A|^2 \rangle} = e^{ikz} \int d^2\theta j(\theta) \exp \left[ ik \left( \mathbf{r}\theta - \frac{1}{2} z\theta^2 \right) \right]. \quad (2.5)$$

В формуле (2.5) выделено центральное направление распространения спектр-поля (ось  $z$ ), так что  $\mathbf{R} = \mathbf{r} + z\mathbf{e}_z$ ;  $\mathbf{r}$  — координата в поперечной плоскости,  $\mathbf{r} = \mathbf{e}_{xx} + \mathbf{e}_{yy}$ , углы  $\theta = \mathbf{e}_x \theta_x + \mathbf{e}_y \theta_y$  предполагаются не слишком большими,  $|\theta| \lesssim 1$  и  $k = \omega n/c$ , где  $n$  — показатель преломления.

Поперечный размер неоднородности спектр-поля может быть оценен из соотношения неопределенностей:  $|\Delta \mathbf{r}| \sim \lambda / |\Delta \theta|$ , где  $|\Delta \theta|$  — ширина углового спектра. Поле с поперечной неоднородностью  $|\Delta \mathbf{r}|$  и расходимостью

$|\Delta\theta|$  заметно меняет профиль интенсивности на расстоянии перемешивания лучей  $\Delta z \approx |\Delta r|/|\Delta\theta| \sim \lambda/|\Delta\theta|^2$ . Эти же оценки легко получить и из формулы (2.5). Так, для излучения с угловым спектром вида  $j(\theta) \propto \exp(-\theta^2/\theta_0^2)$  корреляционная функция  $\gamma(\mathbf{R})$  имеет вид:

$$\gamma(\mathbf{R}) = \frac{1}{1+i\alpha^2} \exp\left(ikz - \frac{1}{4} \frac{k^2 r^2 \theta_0^2}{1+i\alpha}\right), \quad \alpha = \frac{kz\theta_0^2}{2}. \quad (2.6)$$

Характерные поперечные масштабы неоднородностей по  $r$  и по  $z$  мы определим условием спадания величины  $|\gamma|^2$  до некоторого определенного уровня:

$$\Delta r(HWe^{-1}M) = \frac{\lambda}{\pi \sqrt{2\theta_0}}, \quad \Delta z \left( HWe^{-1}M \right) = \frac{\lambda}{\pi\theta_0^2}, \quad (2.7)$$

где  $\lambda$  и  $\theta$  — длина волны и угол, оба — в среде;  $HWe^{-1}M$  обозначает полуширину по уровню  $e^{-1}$  от значения в максимуме (Half-Width  $e^{-1}$  Maximum).

Замечательное свойство случайных полей с гауссовской статистикой состоит в том, что знание корреляционной функции для поля  $A$  (т.е.  $\gamma(\mathbf{R})$ ) позволяет найти любые высшие корреляторы. В частности, для интенсивности  $I(\mathbf{R})$  имеет место равенство

$$\langle I(\mathbf{R}_1) I(\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}) \rangle = \langle I \rangle^2 [1 + |\gamma(\mathbf{R})|^2], \quad (2.8)$$

из которого видно, что продольный и поперечный масштабы корреляции интенсивности такие же, как для корреляции самого поля.

## 2.2. Типы голограмм

Пусть в результате экспозиции голограммы суммарным полем опорной волны  $B e^{ik_B R}$ , объектной волны  $A(\mathbf{R}) e^{ik_A R}$  и последующей обработки голограмма приобретает диэлектрическую проницаемость, зависящую от пространственных координат  $\mathbf{R} \equiv (\mathbf{r}, z) \equiv (x, y, z)$ , по закону

$$\epsilon(\mathbf{R}) = \bar{\epsilon} + \beta_1 (|B|^2 + |A|^2) + \beta_2 \{ A(\mathbf{R}) B^* \exp[i(\mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B) \mathbf{R}] + A^*(\mathbf{R}) B \exp[-i(\mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B) \mathbf{R}] \}. \quad (2.9)$$

При этом для представления вещественных монохроматических полей мы будем пользоваться выражением вида

$$E(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{2} [E(\mathbf{R}) e^{-i\omega t} + E^*(\mathbf{R}) e^{i\omega t}].$$

Модуляция вида (2.9) приводит к изменению локального показателя преломления:

$$n(\mathbf{R}) = n_0 + \frac{\beta_1 (|B|^2 + |A|^2)}{2n_0} - \Delta n_{AB} \cos[(\mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B) \mathbf{R} + \varphi_A - \varphi_B], \\ \Delta n_{AB} = \beta_2 |AB^*| n_0^{-1}; \quad (2.10)$$

здесь  $\mathbf{k}_A$ ,  $\mathbf{k}_B$  — волновые векторы для центральных направлений волн  $A$  и  $B$  при записи,  $A(\mathbf{R})$  — медленно меняющаяся амплитуда объектной волны,  $B = \text{const}$  — амплитуда плоской опорной волны,  $\Delta n_{AB}$  — амплитуда (размех в одну сторону) решетки. Коэффициент  $\beta_1$  характеризует отклик среды на засветку с плавным пространственным распределением, т. е. на засветку интенсивностями обеих волн  $A$  и  $B$  без учета их взаимной интерференции. Поскольку эти неоднородности обусловлены когерентным сложением компонент внутри углового спектра объектной волны, то их называют *интрамодуляционными*\*).

Собственно голографическая решетка обусловлена интерференцией между полями  $A$  и  $B$  при записи, и вклад в  $\epsilon(\mathbf{R})$ , пропорциональный  $\beta_2$  в фор-

\*). Иногда используется слово «интрамодуляционные», заимствованное из радиотехники.

мule (2.9), называют *кроссмодуляционным*. Кросс-решетка имеет довольно-малый пространственный период  $\Lambda = 2\pi / |\mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B| = \lambda/2 \sin(\theta_{AB}/2)$ .

В большинстве случаев ограниченность пространственного разрешения фотоматериала приводит к тому, что отклик среды  $|\beta_2|$  на высоких пространственных частотах слабее, чем на низких:  $|\beta_2| < |\beta_1|$  \*). Кроме того, неполная когерентность опорной и объектной волн также приводит

к уменьшению коэффициента  $\beta_2$ . Положительная мнимая часть коэффициентов  $\beta_1, \beta_2$  соответствует поглощению волн в процессе восстановления, обусловленному экспозицией при записи. Отрицательные  $\text{Im } \beta_1, \text{Im } \beta_2$  отвечают средам, в которых имевшееся исходно однородное поглощение насыщается экспозицией, а также средам со светонаведенным усилением.

Методы решения электродинамической задачи о восстановлении объектного поля голограммой оказываются различными для так называемых тонких, толстослойных и объемных (или трехмерных) голограмм. Классификация голограмм по указанным выше типам определяется соотношением между толщиной фотослоя и пространственными масштабами, характеризующими дифракцию световых полей. В этой связи мы обсудим масштабы неоднородностей, зарегистрированных в среде (рис. 3).

Рис. 3. Масштабы интерференционных неоднородностей в голограммах разных типов: тонких, толстослойных и объемных

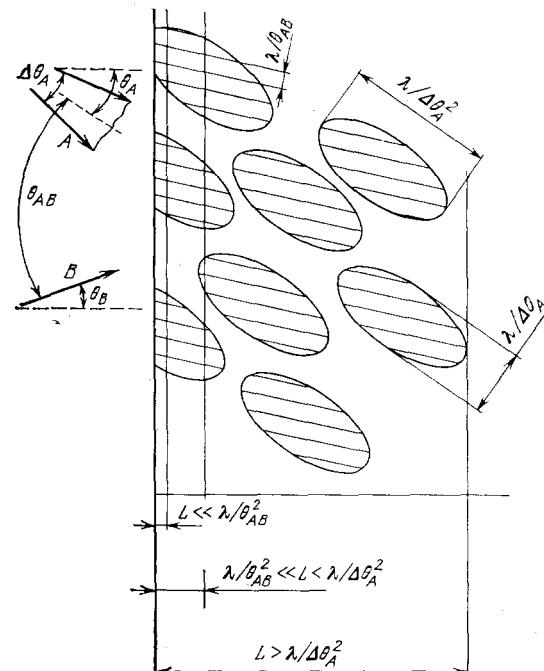
Обозначим поперечный масштаб неоднородности поля через  $a$ . Тогда по соотношению неопределенностей ему отвечает угловая расходимость  $\Delta\theta \sim \lambda/a$ , где  $\lambda$  — длина волны света. Световые лучи на расстоянии  $l_{\text{фр}} \sim a/\Delta\theta \approx a^2/\lambda \approx \lambda/(\Delta\theta)^2$ , называемом френелевской длиной, выходят за пределы исходной неоднородности. На расстояниях  $z \ll l_{\text{фр}}$  применимы простые законы геометрической оптики, а при  $z \gg l_{\text{фр}}$  становятся существенными процессы дифракции.

Для кросс-решетки, которая записывается интерференцией полей  $A$  и  $B$ , сходящихся под углом  $\theta_{AB}$  друг к другу (рис. 3), размер  $a$  соответствует периоду  $\Lambda \approx \lambda/\theta_{AB}$ . Если толщина фотослоя  $L$  меньше френелевской длины кросс-решетки (т. е. если  $L < \lambda/\theta_{AB}^2$ ), то дифракция внутри слоя несущественна, и голограмма работает как транспарант:

$$E_{\text{прощ}}(\mathbf{r}) = E_{\text{пад}}(\mathbf{r}) t(\mathbf{r}), \quad (2.11)$$

где  $t(\mathbf{r})$  определяется локальным значением  $\varepsilon(\mathbf{r})$  в данной точке голограммы. В этих же условиях  $\varepsilon(\mathbf{R})$  не зависит от координаты  $z$ , нормальной к фотослою. Такие голограммы называют *тонкими*. Лишь для тонких голограмм справедливо качественное описание в форме (1.1). Именно для них одновременно возникают оба изображения — мнимое (поле объекта  $A(\mathbf{r})$ ) и действительное,

\*) Имеется, впрочем, пример так называемых фоторефрактивных кристаллов <sup>16, 17</sup>, для которых может быть и обратное соотношение.



псевдоскопическое ( $A^*(r)$ ), причем примерно с одинаковой эффективностью (см. рис. 1, б). Если существенны и нелинейные члены в зависимости  $t(r)$  от интенсивности интерференционной записывающей картины, то в тонких голограммах появляются и более высокие порядки дифракции.

Для поля  $A(R)$  со сложной пространственной структурой амплитуда и фаза голографической решетки  $A(R)B^*$  плавно зависят от координат (в масштабах ее периода). Характерный поперечный масштаб  $a_1 \sim \lambda/\Delta\theta_A$  неоднородности поля  $A(r)$  определяется угловой шириной  $\Delta\theta_A$  объектной волны, т. е. углом  $\Delta\theta_A$ , под которым освещенная часть объекта видна с поверхности голограммы. Такому поперечному размеру спекл-элемента соответствует продольный размер  $l_{\text{фр}} = \lambda/\Delta\theta_A^2$ .

Если толщина фотослоя  $L$  подчиняется условию  $\lambda/\theta_{AB}^2 \ll L \leq \lambda/\Delta\theta_A^2$ , то голограмма называется *толстослойной*.

Условие  $\lambda/\theta_{AB}^2 \ll L$  обеспечивает при восстановлении возбуждение только одного объектного поля. Остальные порядки дифракции не удовлетворяют условию Брэгга и не возбуждаются; это, в частности, относится и к сопряженному изображению. С другой стороны, условие  $L \leq \lambda/\Delta\theta_A^2$  позволяет считать амплитуду и фазу кросс-решетки постоянными по глубине голограммы и в пределах площадки с поперечным размером спекл- пятна  $\sim \lambda/\Delta\theta_A$ . На таком участке как опорную, так и объектную волны можно считать плоскими. Тем самым для решения электродинамической задачи о восстановлении поля толстослойной голограммой достаточно применить локально теорию взаимодействия двух (только двух!) плоских волн, несмотря на то, что само объектное спекл-поле содержит волны разных направлений.

Наконец, в случае  $L \gg \lambda/\Delta\theta_A^2 \geq \lambda/\theta_{AB}^2$  на толщине фотослоя  $L$  умещается много спекл-элементов объектной волны (см. рис. 3). Такие голограммы носят название *объемных* (или трехмерных). Постановка электродинамической задачи здесь оказывается наиболее сложной, так как амплитуда и фаза кросс-решетки много раз нерегулярным образом изменяются на пути луча в голограмме. Изучение объемных голограмм представляет, помимо чисто интеллектуального, еще и прагматический интерес; из дальнейшего будет видно, что именно такие голограммы обладают высокой дифракционной эффективностью при малом уровне шумов, что отличает их от тонких и толстослойных голограмм спекл-полей. Строго говоря, в нашу классификацию не попадает целый ряд промежуточных случаев, таких, как  $L \sim \lambda/\theta_{AB}^2$ , случай стелиющейся опорной волны и т. п. Однако эти случаи довольно редко используются в оптической голографии спекл-полей.

До сих пор мы описывали так называемые просветные голограммы, в которых опорная и объектная волны падают на фотослой с одной и той же стороны. Находят широкое применение и представляют большой интерес отражательные голограммы, записанные по схеме Ю. Н. Денисюка, в которых опорная и объектная волны падают на фотослой с разных сторон примерно навстречу друг другу. В этом случае слои кросс-решетки примерно параллельны границам фотослоя, а период решетки равен  $\lambda/2$ ; здесь  $\lambda$  — длина волны света в среде. Обычно толщина фотослоя составляет не менее нескольких микрометров; поэтому отражательные голограммы бывают либо толстослойными, либо объемными. Формально можно считать во всех предыдущих оценках, что  $\theta_{AB} \sim 2$  рад для отражательных голограмм.

### 3. АМПЛИТУДА ВОССТАНОВЛЕННОГО ПОЛЯ И ДИФРАКЦИОННАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ

Прежде чем рассматривать специфические свойства, привносимые спекл-структурой объектного поля в процесс восстановления, в разделах 3 и 4 мы обсудим дифракционную эффективность и селектирующие свойства голограмм, записанных интерференцией двух плоских волн. Мы проделаем это в 1-м борновском приближении теории рассеяния, т. е. в 1-м порядке теории

возмущений по амплитуде кросс-решетки  $\beta_2 B^* A$ . В этом приближении указанные свойства голограмм не зависят ни от типа голограммы, ни от вида объектной волны — плоской или со спектр-структурой, поскольку амплитуда восстановленного поля  $\tilde{A}$  линейно связана с амплитудой поля при записи  $A$  и справедлив принцип суперпозиции. Тем самым результаты разделов 3 и 4 в равной мере применимы к голограммам с любым видом объектного поля.

Волновое уравнение, описывающее распространение комплексной амплитуды  $E(\mathbf{R}) e^{-i\omega t}$ , мы примем в виде уравнения Гельмгольца

$$\Delta E + \frac{\omega^2}{c^2} [\epsilon_0 + \delta\epsilon(\mathbf{R})] E(\mathbf{R}) = 0, \quad (3.1)$$

где  $\omega$  — частота монохроматического поля,  $\omega = 2\pi c/\lambda_0$ ,  $c$  и  $\lambda_0$  — вакуумные скорость света и длина волны. Следует честно предупредить читателя, что уравнение (3.1) в самом общем случае произвольно поляризованных полей в среде с произвольными неоднородностями несправедливо. Правильное векторное уравнение имеет вид:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} - \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 [\epsilon_0 + \delta\epsilon(\mathbf{R})] \mathbf{E} = 0.$$

Уравнение (3.1), однако, оказывается справедливым для того случая, особенно важного в голографии, когда поляризации всех взаимодействующих волн одинаковы и можно ограничиться скалярным случаем.

Представим полное поле  $E(\mathbf{R})$  в виде падающей опорной волны  $\tilde{B} e^{i\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{R}}$  и результата рассеяния  $E_1(\mathbf{R})$ , т. е.  $E(\mathbf{R}) = \tilde{B} e^{i\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{R}} + E_1(\mathbf{R})$ . Считая, что  $E_1(\mathbf{R})$  — величина 1-го порядка малости по  $\delta\epsilon$ , из (3.1) получим

$$\Delta E_1 + k_0^2 E_1(\mathbf{R}) = -k_0^2 \frac{\delta\epsilon(\mathbf{R})}{\epsilon_0} \tilde{B} e^{i\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{R}}, \quad (3.2)$$

здесь и в дальнейшем знак  $\sim$  будет относиться к полям в процессе восстановления. Это приближение, которое в квантовомеханической теории рассеяния принято называть «борновским приближением», справедливо, если  $|E_1| \ll |\tilde{B}|$ , т. е. при малой эффективности рассеяния. Замечательно, что очень многие важные свойства голограмм можно исследовать уже в этом приближении.

Нетрудно выписать явное решение уравнения (3.2), удовлетворяющее принципу излучения Зоммерфельда. Однако обсудить получающиеся результаты удобнее для каждой угловой компоненты рассеянного поля  $E_1$  в отдельности. Поэтому примем сначала, что объектная волна при записи — плоская,  $e^{i\mathbf{k}_A \cdot \mathbf{R}} A(\mathbf{R}) = A e^{i(\mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B) \cdot \mathbf{R}}$  с  $A = \text{const}$ . В силу линейности кросс-модуляционных членов в  $\delta\epsilon$  из (2.9) по  $A(\mathbf{R})$  и линейности уравнения (3.1) результат для объектной волны со сложным угловым спектром получается простой суперпозицией результатов для отдельных угловых компонент.

Целью электродинамической задачи, которую мы решаем, является нахождение восстановленной объектной волны  $\tilde{A}$  на выходе из голограммы, т. е. в сечении  $z = L$ . Для этого в правой части уравнения (3.2) внутри фотослоя, т. е. при  $0 \leq z < L$ , следует оставить кросс-модуляционное слагаемое  $\delta\epsilon = \beta_2 B^* A e^{i(\mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B) \cdot \mathbf{R}}$ , описывающее рассеяние в направлении объекта. Слагаемое, комплексно сопряженное ему, ответственно за формирование по-путного опорной волне псевдоскопического изображения, которое нас здесь интересовать не будет. В том же 1-м борновском приближении восстанавливющая волна не изменяется при распространении по голограмме,  $\tilde{B} = \text{const}$ .

Тогда решение для поля  $E_1(\mathbf{R})$  естественно искать в виде  $E_1(\mathbf{R}) = \tilde{A}(z) e^{i\mathbf{k}_A \cdot \mathbf{R}}$ , где  $\tilde{A}(z)$  — амплитуда, медленно меняющаяся на масштабе длины волны, и для  $\tilde{A}(z)$  из (3.2) получается укороченное уравнение <sup>23</sup>, кото-

рое с граничным условием  $\tilde{A}(z=0)=0$  дает

$$2ik \cos \theta_A \frac{d\tilde{A}}{dz} = -\frac{k^2 \beta_2}{\epsilon_0} B^* \tilde{B} A, \quad (3.3)$$

$$\tilde{A}(z=L) = \tilde{B} \frac{i k L \beta_2 B^* A}{2\epsilon_0 \cos \theta_A}.$$

Величина  $L/\cos \theta_A$  есть путь, на котором восстанавливаемая объектная волна когерентно набирает свою амплитуду внутри фотослоя. Второе из соотношений (3.3) позволяет найти дифракционную эффективность голограммы, которая равна доле энергии опорной волны, рассеянной в изображение (в поле  $\tilde{A}$ ). При дифракции пучка  $\tilde{B}$  в пучок  $\tilde{A}$  на участке голограммы площадью  $S$  попечерное сечение восстановленного пучка имеет площадь  $S_A = S \cos \theta_A$ , а сечение опорного пучка  $\tilde{B}$  — площадь  $S_B = S |\cos \theta_B|$ . Поэтому отношение энергий этих пучков, которое дает дифракционную эффективность  $\eta$ , равно

$$\eta = |M|^2 = \frac{|\tilde{A}|^2 S_A}{|\tilde{B}|^2 S_B} = \left| \frac{\tilde{A}}{\tilde{B}} \right|^2 \frac{\cos \theta_A}{|\cos \theta_B|}; \quad (3.4)$$

здесь мы ввели безразмерную характеристику силы кросс-решетки  $\beta_2 AB^*$  на толщине голограммы  $L$ :

$$M = \frac{kL\beta_2 |AB^*|}{2\epsilon_0 (\cos \theta_A \cdot |\cos \theta_B|)^{1/2}} = \frac{\omega}{2c} \Delta n_{AB} \frac{L}{(\cos \theta_A \cdot |\cos \theta_B|)^{1/2}}. \quad (3.5)$$

В дальнейшем величину  $M$  мы будем называть силой голограммы.

Сделаем простейшие оценки. Для излучения лазера красного цвета  $\lambda = 0,63$  мкм,  $\omega/c = 2\pi/\lambda = 10^5$  см $^{-1}$ . При типичной толщине фотоэмulsionии  $L \approx 7$  мкм сила голограммы равна  $|M| = 35 \Delta n_{AB}$ . Эта оценка показывает, что голограмма может иметь довольно большую силу,  $|M| \sim 1$ , т. е. заметную дифракционную эффективность, при довольно скромном значении  $\Delta n_{AB} = 0,03$ . Причина этого состоит в когерентном сложении дифрагированных волн от большого числа элементарных слоев толщиной порядка  $\lambda/2\pi$  и математически проявляется в виде большого безразмерного множителя  $2\pi L/\lambda$ .

#### 4. СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВАЯ СЕЛЕКТИВНОСТЬ

До сих пор мы считали, что в результате обработки голограммы средний показатель преломления и толщина фотослоя не изменились и что при восстановлении голограмма освещается опорной волной в точности той же частоты и направления, что и при записи. В действительности это не всегда так. При химической обработке имеет место эффект усадки фотослоя, меняется его средний показатель преломления, а считывающая волна часто формируется неточечным источником белого света, обладающим поэтому протяженным угловым и частотным спектром. Благодаря линейности волнового уравнения, достаточно сначала решить задачу о восстановлении для плоской монохроматической считывающей волны  $\tilde{B} \exp(-i\tilde{\omega}t + i\mathbf{k}_{\tilde{B}} \cdot \mathbf{R})$ , у которой, однако, частота и направление падения отличаются от таковых при записи. После этого результат восстановления опорной волной с протяженным угловым и частотным спектрами дается суперпозицией результатов для каждой из компонент.

#### 4.1. Ф о р м а к р и в о й с е л е к т и в н о с т и

Пусть  $\mathbf{Q}$  — вектор кросс-решетки в обработанном фотослое, т. е.

$$\varepsilon(\mathbf{R}) = \tilde{\varepsilon} + \beta_2 AB^* e^{i\mathbf{QR}} + \beta_2 A^* B e^{-i\mathbf{QR}}. \quad (4.1)$$

Тогда уравнение Гельмгольца (3.1) в 1-м борновском приближении сводится к

$$\Delta E_1 + \tilde{k}^2 E_1 = - \left( \frac{\tilde{\omega}}{c} \right)^2 \beta_2 AB^* \tilde{B} \exp[i(\mathbf{k}_{\tilde{B}} + \mathbf{Q}) \mathbf{R}]. \quad (4.2)$$

Правая часть в уравнении (4.2) будет эффективно возбуждать восстановливаемое изображение  $\tilde{A}$ , если выполнено условие Брэгга для дифракции восстанавливающей опорной волны на решетке из (4.1):

$$(\mathbf{k}_{\tilde{B}} + \mathbf{Q})^2 = \tilde{k}^2 \equiv \left( \frac{\tilde{\omega}}{c} \right)^2 \tilde{\varepsilon}. \quad (4.3)$$

С математической точки зрения (4.3) есть условие того, чтобы правая часть из (4.2) являлась решением однородного уравнения из левой части (4.2). Геометрически условие Брэгга (4.3), хорошо известное из теории дифракции рентгеновских лучей в кристаллах, отвечает тому, что угол падения волны  $\tilde{\mathbf{k}}_{\tilde{B}}$  на слои решетки равен углу отражения, а сдвиг фаз при отражении волн от соседних слоев равен  $2\pi$ .

Для медленной амплитуды  $\tilde{A}(z)$  восстанавливаемой объектной волны  $\tilde{A}(z) \exp(-i\tilde{\omega}t + i\mathbf{k}_{\tilde{A}}\mathbf{R})$  из (4.2) традиционными методами можно получить укороченное уравнение

$$\frac{d\tilde{A}(z)}{dz} = D e^{i\Delta k z}, \quad D = \frac{i\tilde{k}\beta_2 AB^* \tilde{B}}{2\tilde{\varepsilon} \cos \tilde{\theta}_A}, \quad \Delta k = (\mathbf{k}_{\tilde{B}} + \mathbf{Q} - \mathbf{k}_{\tilde{A}})_z. \quad (4.4)$$

решение которого с  $\tilde{A}(z=0) = 0$  есть

$$\tilde{A}(z=L) = D \frac{e^{i\Delta k \cdot L}}{i\Delta k} \equiv D e^{iX} \frac{\sin X}{X}, \quad X = \frac{\Delta k \cdot L}{2}. \quad (4.5)$$

Отсюда для дифракционной эффективности получим

$$\eta = |M|^2 \frac{\sin^2 X}{X^2}, \quad (4.6)$$

где  $M$  — сила голограммы, определенная выражением (3.4).

#### 4.2. Сравнение селектирующих свойств для разных случаев

Нетрудно проверить (см. ниже), что для тонких голограмм ( $L \ll \lambda/\theta_A^2$ ) безразмерная отстройка  $X$  мала,  $|X| \ll 1$ . Это значит, что для них эффекты усадки фотослоя, а также спектрального или углового сдвига восстанавливающей волны очень слабо влияют на дифракционную эффективность: на любую падающую волну тонкая голограмма действует как транспарант. В этой связи принято говорить, что тонкие голограммы не обладают селективностью. По этой причине их широко используют в задачах оптической обработки информации и голограммической интерферометрии, где требуется в широких пределах менять параметры считывающего излучения.

Перейдем теперь к толстослойным голограммам. Для них параметр  $X$  меняется в широких пределах, и дифракционная эффективность может сильно зависеть от частоты и направления считывающей волны. Величина  $\eta$  не мала

лишь при выполнении условия Брэгга  $X \approx 0$ ; это свойство толстослойных голограмм называют спектрально-угловой селективностью.

Фактор  $\sin X/X$  в (4.5) есть Фурье-образ множителя  $\tilde{B} \Delta n_{AB}$ , постоянного внутри фотослоя и равного нулю вне его; действительно,  $A$  ( $z = L$ ) дается, согласно (4.4), интегралом от  $\exp(i\Delta kz)$  по  $dz$  в пределах от 0 до  $L$ . Если множитель  $B \Delta n_{AB}$  непостоянен, например из-за поглощения при записи или (и) при восстановлении, из-за неоднородности фоточувствительности по глубине и т. д., то форма кривой селективности может несколько измениться. Важно, однако, что ширина центрального максимума этой кривой определяется условием  $|X| \leq \pi$ . Конкретно из (4.6) следует для ширины \*) (по критерию первого обращения в нуль)

$$\Delta X (\text{FWOM}) = 2\pi. \quad (4.7)$$

Обсудим теперь зависимость расстройки  $X = L\Delta k/2$  от параметров среды и считывающего пучка <sup>15,26</sup>. Для восстановления голограмм, в которых записана сложная объектная волна с протяженным угловым спектром, наибольший интерес представляет случай, когда сдвиги по частоте и по углу малы, поскольку именно тогда малы искажения изображения. В этом случае удается записать достаточно компактную формулу, учитывающую одновременное действие всевозможных эффектов, разлагая величину  $X$  в ряд с точностью до членов первого порядка по малым параметрам:

$$X = \frac{\Delta k_z L}{2} = \frac{\omega L}{2c} e^{i/2} \left\{ \left( v + \frac{1}{2} \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \frac{1}{\cos \theta_B \cos \theta_A} \right) (\cos \theta_A - \cos \theta_B) + \right. \\ \left. + \frac{\Delta \omega}{\omega} \left[ \cos \theta_B - \frac{1 - e^{-1} (m_A m_B)}{\cos \theta_A} \right] - \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{m_A}{\cos \theta_A} - \frac{m_B}{\cos \theta_B} \right) \Delta m_B \right\}; \quad (4.8)$$

здесь введена величина  $v$ , характеризующая изменение  $z$  — масштаба в фотослое за счет усадки:  $L = L_0/(1 + v)$ , так что  $v > 0$  отвечает уменьшению толщины фотослоя. Параметр  $\Delta \omega/\omega = (\tilde{\omega} - \omega)/\omega$  есть относительный сдвиг частоты,  $\Delta \varepsilon/\varepsilon = (\tilde{\varepsilon} - \varepsilon)/\varepsilon$  — то же для средней диэлектрической проницаемости. В формуле (4.8) используются обозначения  $m_A$  и  $m_B$  для проекции единичных векторов  $n_A^{\text{возд}}$  и  $n_B^{\text{возд}}$  на плоскость голограммы. Векторы  $n_A^{\text{возд}}$  и  $n_B^{\text{возд}}$  характеризуют направления распространения волн  $A$  и  $B$  при записи (в воздухе)

$$n_A^{\text{возд}} = m_A + e_z (1 - m_A^2)^{1/2}, \quad n_B^{\text{возд}} = m_B \pm e_z (1 - m_B^2)^{1/2}; \quad (4.9)$$

во второй из формул (4.9) знак (+) отвечает просветной, а (—) — отражательной голограмме. Величина  $\Delta m$  характеризует изменение направления считывающей волны по сравнению с направлением опорной волны при записи (оба — в воздухе!):

$$\Delta m = \tilde{m}_B - m_B.$$

Величины  $|m_A| = \sin \theta_A^{\text{возд}}$ ,  $|m_B| = \sin \theta_B^{\text{возд}}$  и  $|m_{\tilde{B}}| = \sin \theta_B^{\text{возд}}$  определяются углами падения соответствующих волн. Направления векторов  $m_A$ ,  $m_B$  и  $m_{\tilde{B}}$ , лежащих в плоскости голограммы, задаются плоскостями падения соответствующих пучков; в общем случае эти направления не совпадают между собой. В формуле (4.8) фигурируют также косинусы углов преломления (т. е. внутри фотослоя)  $\cos \theta_A = [1 - (m_A^2/\varepsilon)]^{1/2}$ ,  $\cos \theta_B = \pm [1 - (m_B^2/\varepsilon)]^{1/2}$ .

Для данной голограммы величины  $v$  и  $\Delta \varepsilon$  можно считать фиксированными константами. Тогда в нашем распоряжении остаются три переменных: частота

\*) Обратим внимание читателя на важность выбора критерия ширины кривой. Так, для той же кривой  $\sin^2 X/X^2$  полуширина по половине от интенсивности в максимуме (Haff-Width — Half-Maximum) равна  $\Delta X (\text{HWHM}) \approx 1.4$ , т. е. примерно в 4,5 раза меньше величины  $\Delta X (\text{FWOM})$ .

считывающей волны и два угла, характеризующих ее направление распространения. Если направление считывания  $\vec{n}_B$  фиксировано, то условие  $X = 0$  определяет частоту  $\omega$  оптимального восстановления. Если же фиксирована частота  $\tilde{\omega}$ , то это условие выделяет конус направлений  $\vec{n}_B$  (внутри фотослоя), для которых считающая волна эффективно дифрагирует на решетке  $\exp(iQR)$ ; ось этого конуса совпадает с направлением  $\vec{Q}$ . Наконец, если мы меняем направление считывания в плоскости  $(\vec{Q}, \vec{k}_B)$ , то меняется и оптимальная частота считывания.

Таким образом, голограммы, записанные в слоях большой толщины,  $L \gg \lambda/\theta_{AB}^2$ , обладают спектрально-угловой селективностью: из падающего пучка с широким угловым и частотным спектром голограмма вырезает для каждого направления свою узкую спектральную полосу.

Обсудим подробнее наиболее интересные предельные случаи. Обратимся сначала к отражательным голограммам, и положим  $\cos \theta_A \approx 1$ ,  $\cos \theta_B \approx -1$ ,  $|m_A|, |m_B| \ll 1$ . Тогда (4.8) переходит в

$$X_{\text{отр}} = \frac{\omega L \epsilon^{1/2}}{2c} \left( 2v - \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} - 2 \frac{\Delta \omega}{\omega} + \frac{(m_A + m_B) \Delta m_B}{\epsilon} \right). \quad (4.10)$$

Отражательные голограммы весьма чувствительны к усадке, изменению  $\epsilon$  и частоты считающей волны; напротив, их угловая селективность не столь велика. Высокая спектральная и малая угловая селективности позволяют получить голограммы по схеме Денисюка с высокими изобразительными достоинствами при восстановлении источниками белого света (типа диапроектора). Цвет восстановленного изображения при  $\Delta m = 0$  определяется оптимальной частотой  $\tilde{\omega} \approx \omega [1 + 2v - (\Delta \epsilon / \epsilon)]$ , а спектральная ширина  $\Delta \omega$  (FWOM) =  $\omega \lambda_{cp}/L$ , где  $\lambda_{cp}$  — длина волны света в среде. При  $L \approx \approx 10$  мкм,  $\lambda_{cp} = \lambda_0/n \approx 0,5$  мкм имеем довольно узкую полосу отражения  $\Delta \omega / \omega \approx 5\%$ . Из-за усадки ( $v > 0$ ) записанная красным неон-гелиевым лазером голограмма обычно дает желто-зеленое изображение при восстановлении. Для отражательных голограмм с  $m_A = -m_B$  угловая селективность в 1-м порядке по  $\Delta m_B$  отсутствует и описывается лишь при учете членов 2-го порядка по  $\Delta m_B$ , составляя  $|\Delta m_B| \sim (\lambda/L)^{1/2}$ .

Другой важный случай — просветные голограммы,  $\cos \theta_{A,B} \approx 1 - m_{A,B}^2/2\epsilon$ ,  $|m_{A,B}| \ll 1$ . Для них

$$X_{\text{просв}} = \frac{\omega L \epsilon^{1/2}}{2c} \left[ \left( v + \frac{1}{2} \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \right) \frac{m_B^2 - m_A^2}{2\epsilon} - \frac{\Delta \omega}{\omega} \frac{(m_A - m_B)^2}{2\epsilon} - \frac{(m_A - m_B) \Delta m_B}{\epsilon} \right]. \quad (4.11)$$

Мы видим, что чувствительность к усадке, изменениям проницаемости  $\epsilon$  и частоты  $\omega$  здесь слабее по сравнению с отражательной голограммой той же толщины в большее число раз — порядка  $4/\theta_{A,B}^2$ . Так, при  $|m_{A,B}| \sim \sim \theta_{A,B} \epsilon^{1/2} \sim 0,3$  рад  $\approx 15^\circ$  (в воздухе) этот фактор равен 40. При равных абсолютных величинах угла падения,  $|m_A| = |m_B|$ , плоскости голографической решетки нормальны к плоскости голограммы. В этом случае просветная голограмма нечувствительна ни к усадке, ни к изменениям  $\epsilon$  во всех порядках по  $v$  и  $\Delta \epsilon$ . Спектральная селективность определяется главным образом периодом  $\Lambda = \lambda_{\text{возд}}/|m_A - m_B|$  интерференционных полос:  $\Delta \omega$  (FWOM) =  $\omega \Lambda^2 / L \lambda_{cp}$ . Угловая селективность у просветной голограммы такая же, что и у отражательной. В самом деле, слагаемое, пропорциональное  $\Delta m_B$ , имеет вид:  $X_{\text{отр}} = (\omega L / 2c \epsilon^{1/2}) (m_B + m_A) \Delta m_B$  для отражательных голограмм и  $X_{\text{просв}} = (\omega L / 2c \epsilon^{1/2}) (m_A - m_B) \Delta m_B$  для просветных. Следует отметить анизотропию этой селективности. Мы уже указывали, что при таких изменениях направления считающей волны, для которых вектор  $\vec{n}_B$  внутри фотослоя остается на конусе с осью вдоль вектора решетки  $\vec{Q}$ , брэгговская

отстройка  $X$  не меняется. В формулах (4.10) и (4.11) этому отвечает  $\Delta m_B \perp \perp (m_A + m_B)$  и  $\Delta m_B \perp (m_A - m_B)$  соответственно. Напротив, при перестройке угла  $\Delta m_B$  считающей волны в направлении к объектной или от нее ширина кривой угловой селективности в воздухе для просветной голограммы составляет  $\Delta m_B (\text{FWOM}) = 2\epsilon^{1/2}\Lambda/L = |m_A - m_B| 2\Lambda^2/\lambda_{cB}L$ .

Для отражательной голограммы угловая селективность тоже анизотропна (если пучки не точно встречны, т. е. если  $n_A \neq -n_B$ ). Именно, дифракционная эффективность меняется лишь при перестройке  $n_B$  в плоскости  $(n_A, n_B)$ , и  $\Delta m_B (\text{FWOM}) = 2\epsilon^{1/2}\Lambda_1/L$ , где для отражательной голограммы  $\Lambda_1$  есть период пересечения интерференционных полос границей фотослоя.

### 4.3. Экспериментальная иллюстрация

Спектральная и угловая селективности объемных голографических решеток исследовались в многочисленных экспериментах. Мы приведем результаты недавней работы<sup>24</sup>, которая, с одной стороны, иллюстрирует изложенный выше теоретический материал, а с другой — показывает тесные связи современной голографии с нелинейной оптикой.

Сделаем сначала небольшое лирическое отступление по поводу получения пучков с обращенным волновым фронтом методами голографии. Хорошо известно, что при освещении голограммы восстанавливающим пучком  $\tilde{B}$ , встречным к записывающему опорному пучку  $B$ , т. е. при  $k_{\tilde{B}} = -k_B$ , голограмма восстанавливает поле  $\tilde{A}$ , обращенное по отношению к полю объекта при записи:  $\tilde{A}(R) = A^*(R)$ ,  $k_{\tilde{A}} = -k_A$ , т. е. комплексно-сопряженное по амплитудно-фазовой структуре и в то же время встречное по направлению. При описании такого процесса вместо кросс-члена  $\delta e \sim AB^* \exp[i \times (k_A - k_B) R]$  срабатывает слагаемое  $\delta e \sim A^* B \exp[-i(k_A - k_B) R]$ . При этом все результаты предыдущего рассмотрения для эффективности и селективности голограммы полностью сохраняются с заменой  $k_A \rightarrow -k_A$ ,  $k_B \rightarrow -k_B$  и всех амплитуд на комплексно-сопряженные.

В эксперименте<sup>24</sup> отражательная голограмма записывалась волнами  $B_S$  и  $A_L$ , падавшими с противоположных сторон чрезвычайно толстого ( $L = 1$  см) слоя светочувствительной среды (рис. 4, а). Считывающая волна  $B_L'$  посыпалась в направлении, составлявшем небольшой угол  $\Delta m$  с направлением, точно встречным к опорной волне  $B_S$  при записи.

На рис. 4, б приведены экспериментальные точки для зависимости дифракционной эффективности от экспозиции. Зависимость  $\eta$  от  $(|A_L|^2 |B_S|^2)^{1/2}$  оказалась с хорошей точностью квадратичной, в соответствии с формулами (3.4), (3.5); различные кривые отвечают сериям экспериментов с разными значениями коэффициента светочувствительности  $\beta_2$ . На рис. 4, в приведены экспериментальные точки для зависимости  $\eta$  от угла невстречности  $|\Delta m| = \xi$  при его изменении в плоскости падения пучков  $A_L$  и  $B_S$  (1, 2) и перпендикулярно ей (3). Сплошная и штриховая линии проведены по соответствующим теоретическим зависимостям (4.6), (4.10). Эти графики убедительно демонстрируют соответствие теории и эксперимента, а также анизотропию угловой селективности голограммы.

Эксперимент<sup>24</sup> является ярким примером того, как нелинейная оптика и динамическая голография отличаются лишь языком описания. Для записи и считывания в<sup>24</sup> использовалось излучение мощного импульсного неодимового лазера. Волны  $A_L$  и  $B_S$  имели разность частот  $\Omega/2\pi = (\omega_L - \omega_S)/2\pi \approx 3 \cdot 10^9$  Гц, благодаря чему бегущая со скоростью звука в среде (в ацетоне) интерференционная картина  $A_L^* B_S \exp(-2ikz + i\Omega t)$  резонансно раскачивала звуковую волну, которая и служила голографической решеткой. Изменение разности частот  $\Omega$  позволяло менять коэффициент светочувствительности  $\beta_2$  за счет отстройки от резонансного условия возбуждения звуковой вол-

ны. Считывание осуществлялось волной  $B_L$  одновременно с записью, поскольку голограмма существовала лишь в присутствии записывающих импульсов длительностью  $\sim 3 \cdot 10^{-8}$  с. Волна  $B_L$  была когерентна с волной  $A_L$ , так что в терминах нелинейной оптики исследуемый процесс представлял собой вынужденное рассеяние Мандельштама — Бриллюэна поля накачки,

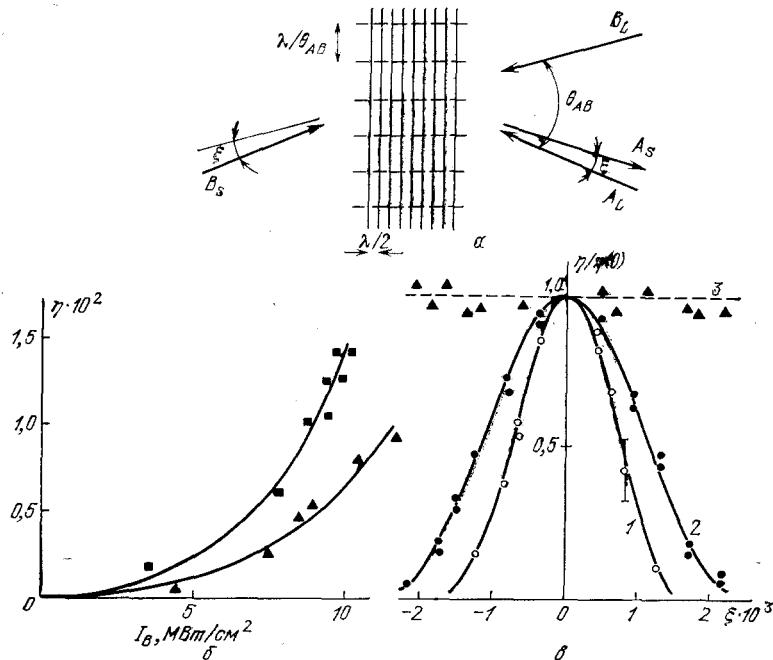


Рис. 4. Эксперимент <sup>24</sup> по измерению угловой селективности.

*a* — Геометрия взаимодействующих пучков и ориентация голограммических решеток: гиперзвуковой (сплошные линии) и эффективной усиливающей (птичковые). *b* — Зависимость дифракционной эффективности от экспозиции опорной волны при различных значениях коэффициента  $B_S$ ; сплошные кривые — квадратичные параболы. *c* — Кривые угловой селективности попперек (кружочки) и вдоль (трехугольники) полос решетки при  $\theta_{AB} = 4,23 \cdot 10^{-8}$  (1) и  $2,46 \cdot 10^{-8}$  (2)

состоявшего из двух волн ( $A_L$  и  $B_L$ ) частоты  $\omega_L$ , в стоксову волну частоты  $\omega_S = \omega_L - \Omega$ . Как известно, при вынужденном рассеянии для излучения на стоксовую частоте среда оказывается усиливающей, с коэффициентом усиления, пропорциональным локальной интенсивности накачки. Тем самым процесс можно описать еще и следующим образом. Интерференция когерентных попутных друг к другу волн накачки  $A_L$  и  $B_L$  записывает просветную голограмму  $A_L^* B_L$  коэффициента усиления. Встречная стоксова волна  $B_S$ , считывая эту голограмму, рождает обращенный пучок  $A_S \sim A_L^*$ .

Графики рис. 4, *c* можно поэтому рассматривать как кривые угловой селективности просветной голограммы. Этот факт является подтверждением важного вывода теории о совпадении кривых угловой селективности отражательных и просветных голограмм, записанных в одинаковой геометрии в слое заданной толщины.

## 5. ИНТРАМОДУЛЯЦИОННЫЕ ШУМЫ ГОЛОГРАММ СПЕКЛ-ПОЛЕЙ

Наряду с проблемой дифракционной эффективности одной из центральных в голограммии является проблема шумов в восстановленном изображении — актуальная сегодня и в других областях диада эффективности и качества. Шумы возникают за счет светорассеяния на зернах светочувствительной компоненты эмульсии, за счет неодинаковости толщины фотослоя и других несовершенств фотоматериала. В изобретательной голограммии могут возни-

вать специфические искажения, связанные со сдвигом восстанавливающей опорной волны по углу и (или) частоте по сравнению с условиями при записи. В этом случае, например даже при идеальном восстановлении объектного поля сразу по выходе из голограммы,  $\tilde{A}(z = L, \mathbf{r}) = \text{const} \cdot A(z = L, \mathbf{r})$ , частотный сдвиг для центральных пучков приводит к изменению расстояния до объекта, а для наклонных — к искажениям типа кривизны поля и астигматизма. Величины сдвигов оказываются различными в разных участках голограммы, и видимая форма объекта искажается.

Произвольный объект, освещенный когерентным лазерным пучком, выглядит покрытым мелкими яркими пятнышками, т. е. зрительное изображение обладает так называемой субъективной спекл-структурой. Поскольку голограммы записываются с использованием когерентного излучения, то идеальное восстановление объектной волны сохраняет эту структуру, наличие которой иногда причисляют к шумам голограммы.

Все эти виды реальных и кажущихся шумов неоднократно обсуждались в голографической литературе, и мы не будем их касаться. Нас будут интересовать искажения объектного поля в собственном смысле (т. е. несовпадение амплитуд объектных волн  $A(\mathbf{r})$  и  $\tilde{A}(\mathbf{r})$ ), специфически обусловленные спекл-структурой объектной волны в голограмме. К ним, в первую очередь, относятся известные в голографии интрамодуляционные шумы<sup>79</sup>. Из-за неоднородностей интенсивности объектной спекл-волны в голограмме возникают интрамодуляционные возмущения диэлектрической проницаемости вида  $\beta_1 |A(\mathbf{r})|^2$  из (2.9). В тонкой просветной голограмме,  $\cos \theta_A \approx \cos \theta_B \approx 1$ , эти возмущения приводят к дополнительной пространственной фазовой модуляции восстановленного поля:

$$\tilde{A}(\mathbf{r}, z = L) = \text{const} \cdot A(\mathbf{r}, z = L) e^{i\chi_1 |A(\mathbf{r})|^2}, \quad (5.1)$$

где  $\chi_1 = \omega \beta_1 L / 2c \epsilon^{1/2}$ . Неоднородность фазового множителя в (5.1) как раз и дает те искажения, которые принято называть интрамодуляционными.

Встает вопрос: как количественно охарактеризовать качество восстановления объектного поля? Естественно попытаться разложить все восстановленное поле на часть, точно воспроизводящую исходное поле  $A(\mathbf{r})$ , и шумы. Для этого следует воспользоваться операцией проектирования:

$$\tilde{A}(\mathbf{r}) = \frac{A(\mathbf{r}) \langle A^* \tilde{A} \rangle}{\langle |A|^2 \rangle} + n(\mathbf{r}), \quad \langle A^* n \rangle = 0,$$

где  $n(\mathbf{r})$  — шумы, которые по определению считаются ортогональными к точному полю объекта.

Смысл этой операции мы поясним на примере выделения компоненты с заданным вектором поляризации  $\mathbf{f}$  из деполяризованного излучения, характеризуемого зависимостью комплексного вектора поля  $\mathbf{E}(t)$  от времени  $t$ . Как известно<sup>19</sup>, здесь следует взять скалярное произведение  $(\mathbf{f}^* \mathbf{E}(t))$  и найти среднее по времени значение соответствующей интенсивности  $|\overline{\mathbf{f}^* \mathbf{E}}|^2 / |\mathbf{f}^* \mathbf{f}|$ . Доля энергии в поле  $\mathbf{E}(t)$ , приходящаяся на поляризацию  $\mathbf{f}$ , равна  $H = |\overline{\mathbf{f}^* \mathbf{E}}|^2 / (\mathbf{f}^* \mathbf{f} |\overline{\mathbf{E}^* \mathbf{E}}|^2)$ ; величина  $H$  меняется в пределах от 1 (для излучения, полностью поляризованного вдоль  $\mathbf{f}$ ) до 0 (для излучения с поляризацией, ортогональной к  $\mathbf{f}$ ).

Аналогично доля энергии  $H$ , приходящаяся в поле  $\tilde{A}(\mathbf{r})$  на точно воспроизводящую компоненту  $A(\mathbf{r})$ , равна нормированному скалярному произведению, определяемому в смысле интеграла перекрытия полей по сечению голограммы:

$$H = \frac{\left| \int A^*(\mathbf{r}) \tilde{A}(\mathbf{r}) d^2 \mathbf{r} \right|^2}{\left| \int |A(\mathbf{r})|^2 d^2 \mathbf{r} \right| \left| \int |\tilde{A}(\mathbf{r})|^2 d^2 \mathbf{r} \right|}. \quad (5.2)$$

Такое определение доли воспроизведения  $H$  было введено в работе<sup>25</sup> в связи с задачей о качестве обращения волнового фронта. Соответственно величина  $1 - H$  есть доля энергии, приходящаяся на искажения.

Использованное выше понятие скалярного произведения, т.е. комплексного интеграла перекрытия  $\int A^* (\mathbf{r}, z_0) \tilde{A} (\mathbf{r}, z_0) d^2\mathbf{r}$  двух медленных амплитуд  $A$  и  $\tilde{A}$  полей

$$A(\mathbf{r}, z) \exp(-i\omega t + ik_A R) \text{ и } \tilde{A}(\mathbf{r}, z) \exp(-i\tilde{\omega}t + ik_{\tilde{A}} R)$$

имеет следующее важное свойство. Если  $\omega = \tilde{\omega}$  и  $k_A = k_{\tilde{A}}$ , т.е. совпадают частоты и центральные направления распространения, то медленные амплитуды удовлетворяют одному и тому же уравнению, и тогда в отсутствие поглощения их скалярное произведение не меняется в процессе распространения. Это позволяет вычислять искажения поля в интересующей нас плоскости изображения по интегралу перекрытия полей  $\tilde{A}$  и  $A$  сразу по выходе из голограммы.

Шумы или искажения, несущие в себе долю энергии  $1 - H$  восстановленного объектного пучка, по-разному проявляют себя в разных схемах записи голограмм. Рассмотрим сначала пример использования голограммы для записи информации, которая представлена в виде массива темных и светлых мест транспаранта, освещаемого плоской когерентной волной. Тогда при восстановлении на изображении транспаранта возникнет когерентная добавка от шума со средней интенсивностью  $(1 - H)I_A$ , где  $I_A$  — средняя по поперечному сечению интенсивность восстановленной волны. В темных местах исходного изображения шум дает фоновую спектрально-неоднородную засветку,  $I_{\text{ш}} = (1 - H)I_A$ . В отличие от этого, интерференция шума с основным полем в светлых местах изображения приводит к дополнительной модуляции интенсивности с размахом  $\Delta I/I \sim 4(1 - H)^{1/2}$ . Так, при доле шумов всего  $1 - H \approx 0,04$  размах интерференционной модуляции становится порядка  $\Delta I/I \sim 0,8$ , т.е. порядка 100%, и качество восстановленного изображения совершенно неудовлетворительно.

Другой пример — изобразительная голография. Здесь само поле объекта, освещенного когерентным лазерным светом, имеет спектральную структуру. Однако субъективно воспринимаемая зрителем информация заключена не в деталях реализации спектральной структуры, а в общей форме объекта и интенсивности свечения разных его частей. В освещенной области объекта интерференция шума с сигналом изменит лишь реализацию спектральных картин. Поэтому роль шума сводится лишь к фоновой засветке с энергией  $(1 - H)I_A$ , примерно однородно распределенной по полю изображения, т.е. снижению контраста. Таким образом, в изобразительной голографии этот шум проявляется гораздо слабее, как  $(1 - H)$ , чем в когерентно-оптических системах, где его роль оценивается параметром  $4(1 - H)^{1/2}$ .

При наличии шумов в восстановленной волне следует более аккуратно определить, что называется дифракционной эффективностью. Обозначим через  $\eta$  отношение всей энергии, восстановленной голограммой в направлении изображения объекта, к падающей энергии опорной волны. Кроме того, через  $\eta_0$  обозначим энергию компоненты восстановленного поля, точно воспроизводящей исходную объектную волну  $A(R)$ , также отнесенную к входной энергии. Нетрудно понять, что полная дифракционная эффективность  $\eta$ , дифракционная эффективность в точное изображение  $\eta_0$  и доля воспроизведения  $H$  связаны соотношением  $\eta_0 = H\eta$ .

Строгое определение этих величин для голограмм спектр-полей должно, очевидно, содержать усреднение по сечению голограммы. По аналогии

с (3.4) и, имея в виду (5.2), запишем

$$\eta = \frac{\langle |\tilde{A}|^2 \rangle}{\langle |\tilde{B}|^2 \rangle} \frac{S_A}{S_B}, \quad \eta_0 = \frac{|\langle \tilde{A} A^* \rangle|^2}{|\tilde{B}|^2 \langle |A|^2 \rangle} \frac{S_A}{S_B}. \quad (5.3)$$

Для поля  $A(\mathbf{R})$ , искаженного по закону (5.1), интеграл перекрытия из (5.2) при статистической однородности поля  $A(\mathbf{r})$  можно вычислить, заменив пространственное интегрирование на эквивалентное ему усреднение по ансамблю реализаций спектр-полей; это дает

$$1 - H = \frac{\eta - \eta_0}{\eta} = 1 - \frac{(1 + 2I_A \operatorname{Im} \chi_1)^2}{|1 - iI_A \chi_1|^4} \approx 2 |\chi_1|^2 I_A^2 L^2 = 2\eta \frac{I_A}{I_B} \left| \frac{\beta_1}{\beta_2} \right|^2. \quad (5.4)$$

Приближенное равенство в (5.4) соответствует случаю малых шумов, а последнее из равенства (5.4) записано с помощью борновского выражения (3.4) для дифракционной эффективности  $\eta$  отношения средних интенсивностей волн  $I_A/I_B$  при записи и отношения  $|\beta_1/\beta_2|$  коэффициентов передачи для интра- и кросс-воздушений. Коэффициент «2» (гауссовская двойка) в (5.4) обусловлен тем, что шумовые сдвиги фазы велики именно там, где велика амплитуда объектного поля. Мы видим, что относительный уровень шума в изображении линейно растет с ростом  $\eta$  (так что абсолютная интенсивность шума растет как  $\eta^2$ ). Из (5.4) следует, что интрамодуляционный шум уменьшается при стремлении  $(I_A/I_B)$  к нулю, т. е. если при записи взять опорную волну с заметно большей интенсивностью, чем объектную.

Довольно распространенным приемом уменьшения шума в изображении является пространственная фильтрация с помощью обрезающих диафрагм. Этот прием позволяет избавиться лишь от тех угловых компонент шума, которые лежат вне углового спектра объектной волны. В этой связи следует подчеркнуть, что интрамодуляционные искажения при  $|\chi_1| |A|^2 \ll 1$  лежат примерно в пределах углового спектра самого объектного поля, и эти шумы не удается устранить диафрагмированием.

Обсудим теперь особенности интраискажений в толстослойных голограммах. Интравоздушения диэлектрической проницаемости  $\delta\epsilon(\mathbf{R}) = \beta_1 |A(\mathbf{R})|^2$  приводят в них к двум эффектам. Это, во-первых, модуляция фазы восстановленной волны. Как показывает аккуратное рассмотрение, проводимое с помощью формул (4.5), (4.8), модуляция фазы в толстослойных голограммах (как в просветных, так и в отражательных) имеет вид (5.1) с заменой  $L \rightarrow (L/2)[(\cos \theta_A)^{-1} + (\cos \theta_B)^{-1}]$ . Во-вторых, изменение показателя преломления приводит к выходу из условия Брэгга

$$\delta X = \delta n_{in}(\mathbf{r}) \frac{\omega L}{2c} \left( \frac{1}{\cos \theta_A} - \frac{1}{\cos \theta_B} \right) \quad (5.5)$$

и к локальному изменению амплитуды восстановленного поля по закону  $\sin X/X$ .

Фактически второй эффект оказывается существенным лишь для отражательных голограмм, где  $(\cos \theta_A)^{-1} - (\cos \theta_B)^{-1} \approx 2$ . Кроме того, при  $X_0 = 0$  функция  $(\delta X)^{-1} \sin \delta X$  ведет себя как  $1 - [(\delta X)^2/6] + O((\delta X)^4)$ , так что вклад амплитудного эффекта будет заметным лишь при сильной модуляции,  $\chi |A(\mathbf{r})|^2 \sim 1$ .

Перейдем, наконец, к интраполам в объемных голограммах. Здесь на толщине голограммы  $L$  умещается несколько длин спектр-элемента объектного поля,  $L/\Delta z_A > 1$ . Сделаем грубую оценку интраискажений, приняв: 1) что они состоят лишь в искажении фазы поля; 2) что эту фазу можно взять в виде интеграла от возмущений вдоль луча:

$$\tilde{A}(\mathbf{r}) \approx A(\mathbf{r}) \exp \left[ i \frac{\omega}{c} \int_0^L dz \delta n(\mathbf{r}, z) \right]. \quad (5.6)$$

Величина  $\delta p(r, z) = \beta_1 |A(r, z)|^2/2 \varepsilon_0^{1/2}$ , фигурирующая под знаком интеграла в (5.5), содержит как среднюю по пространству часть  $\delta p \sim \langle |A|^2 \rangle$ , так и флуктуирующую в такт с локальными флуктуациями  $|A(r, z)|^2 - \langle |A|^2 \rangle$  интенсивности спекл-поля. Первая часть дает фазовый множитель, постоянный по поперечному сечению и не приводит к искажениям. Доля искажений  $1 - H$  обусловлена флуктуирующей частью фазы и равна

$$1 - H \approx \eta \frac{I_A}{I_B} \left| \frac{\beta_1}{\beta_2} \right|^2 \frac{\Delta z_A}{L}. \quad (5.7)$$

Малый множитель  $\Delta z_A/L$  характеризует частичную компенсацию знакопеременных флуктуаций сдвига фазы от спекл-элементов, через которые проходит луч. Точный расчет интрамодуляционных шумов (см. раздел 11) не меняет структуры ответа (5.7) и лишь конкретизирует значение параметра  $\Delta z_A/L$ .

Таким образом, величина интрамодуляционного шума для объемных голограмм спекл-полей при прочих равных условиях меньше, чем для тонких и толстослойных голограмм спекл-полей, в число раз  $L/\Delta z_A$ , равное количеству спекл-элементов на толщине фотослоя.

## 6. ВЛИЯНИЕ НАСЫЩЕНИЯ ФОТООТКЛИКА

Из-за ограниченности динамического диапазона реальных регистрирующих сред приближение (2.9) линейной связи фотоотклика  $\delta\varepsilon$  с локальной интенсивностью  $I$  записывающего излучения  $\delta\varepsilon = \beta I$  имеет довольно узкую область применимости. Рассматривать насыщение фотоотклика реальных сред мы будем в модели двухпараметрической экспозиционной кривой вида<sup>84</sup>

$$\delta\varepsilon(I) = \beta I_n (1 - e^{-I/I_n}), \quad (6.1)$$

которая хорошо описывает реально используемые фотоматериалы ПЭ-2, ЛОИ-2, ВРЛ, ИАЭ<sup>80</sup>; здесь  $I_n$  — интенсивность, отвечающая при данном времени экспонирования насыщающей среде экспозиции. Коэффициент  $\beta$  характеризует светочувствительность среды при  $I \ll I_n$ ; в этом пределе введенные ранее коэффициенты  $\beta_1$  и  $\beta_2$  (формула (2.9))) в такой модели совпадают:  $B_1 = \beta_2 = \beta_1$ ; см. также<sup>80,81</sup>.

Важной характеристикой фотослоя, определяющей его потенциальные возможности является величина, которую можно назвать параметром насыщаемости фотослоя и которую, следуя обозначениям работы<sup>80</sup>, мы запишем в виде  $\varphi_0^{-1} = (\chi I_n)^{-1}$ . Численно он равен обратной величине максимального фазового набега  $\chi I_n$ , наводимого в среде большой экспозицией  $I \gg I_n$ ,  $\delta\varepsilon \approx \beta I_n$ .

В сравнении с линейными материалами (для которых  $\varphi_0^{-1} \rightarrow 0$ ) той же светочувствительности  $\beta$  в насыщающемся фотослое снижается эффективность записи кросс- и интранеоднородностей. Кроме того, профиль штриха голографической решетки становится несинусоидальным. Это дополнительно снижает эффективность ее считывания, а в тонких голограммах может приводить к возникновению высших порядков дифракции. Чтобы обсудить эти эффекты количественно, представим (6.1) в виде суммы гармоник голографической решетки:

$$\delta\varepsilon(R) = \delta\varepsilon_{\text{ин}}(R) + 2\delta\varepsilon_{\text{кр}}(R) \cos(QR + \varphi) + \sum_{n=2}^{\infty} \delta\varepsilon^{(n)} \cos(nQR + n\varphi). \quad (6.2)$$

Локальные амплитуды интрамодуляционной компоненты  $\delta\varepsilon_{\text{ин}}(R)$  и первой гармоники решетки  $\delta\varepsilon_{\text{кр}}(R)$  определяются при этом локальной амплитудой

спекл-поля  $|A(R)|$ :

$$\delta\varepsilon_{\text{ин}} = \beta I_{\text{н}} \left[ 1 - I_0 \left( 2 \frac{|AB|}{I_{\text{н}}} \right) \exp \left( - \frac{|A|^2 + |B|^2}{I_{\text{н}}} \right) \right],$$

$$\delta\varepsilon_{\text{кр}} = \beta I_{\text{н}} I_1 \left( 2 \frac{|AB|}{I_{\text{н}}} \right) \exp \left( - \frac{|A|^2 + |B|^2}{I_{\text{н}}} \right). \quad (6.3)$$

В соотношениях (6.3)  $I_0$  и  $I_1$  — модифицированные функции Бесселя.

Ограничимся в этом разделе рассмотрением тонких и толстослойных голограмм  $L \ll \lambda/\Delta\theta_A^2$ , так что амплитуды  $\delta\varepsilon_{\text{ин}}(r)$  и  $\delta\varepsilon_{\text{кр}}(r)$  будем считать постоянными по глубине фотослоя. На рис. 5 приведены зависимости локальных силы голограммы  $M = \left(\frac{\kappa}{\beta}\right) \delta\varepsilon_{\text{кр}}$  и интрамодуляционного фазового набега  $\Psi = \left(\frac{\kappa}{\beta}\right) \delta\varepsilon_{\text{ин}}$  от пропорционального экспозиции параметра  $M_0 = \kappa |AB|$ ;  $M_0$  численно равно силе голограммы в слое с той же фоточувствительностью  $\beta$ ,

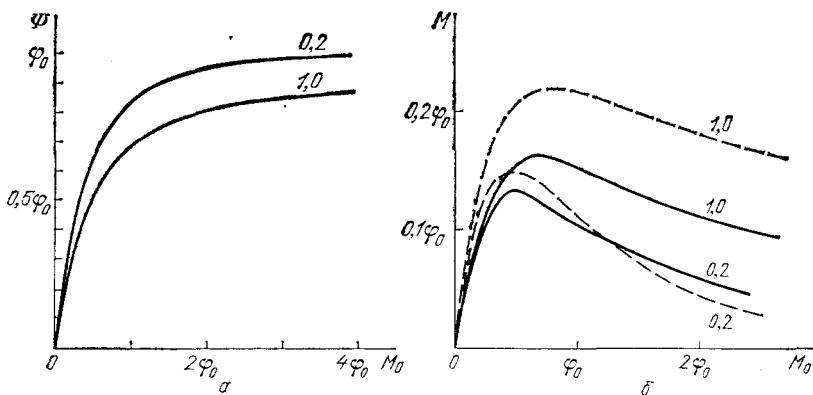


Рис. 5. а — Зависимость фазового набега  $\Psi$  в голограмме плоских волн от  $M_0$  при различных  $I_A/I_B = 1; 0,2$ . б — Зависимость силы голограммы  $M$  от  $M_0$  в голограмме плоских волн (штриховые линии) и в объемной спекл-голограмме (сплошные) при различных  $I_A/I_B = 1; 0,2$

но с линейным откликом. Параметры приведены при разных локальных значениях отношения интенсивностей записывающих волн  $|A(R)|^2/I_B$  и выражены в единицах  $\phi_0$ .

Как видно из рис. 5, фазовый набег  $\Psi$  в пределе больших экспозиций стремится к максимально возможному значению  $\phi_0$ . В отличие от этого, сила голограммы  $M$  при больших экспозициях асимптотически стремится к нулю, а при  $M_0 \sim \phi_0$  проходит через максимум. Максимальное значение силы голограммы определяется параметром насыщаемости фотослоя  $\phi_0^{-1}$  и соотношением  $|A|^2/|B|^2$ . Требование высокой дифракционной эффективности голограммы ограничивает допустимые значения параметра  $\phi_0^{-1}$ . Так, например, лишь в слабонасыщаемых слоях,  $\phi_0^{-1} \leq 0,14$ , можно достичь значений  $M \approx \pi/2$  и записать просветную фазовую голограмму с максимальной дифракционной эффективностью. Отметим также, что оптимальной с точки зрения эффективности восстановления является запись волнами равной интенсивности, поскольку в этих условиях минимален относительный уровень насыщающей фотослоем фоновой засветки  $\kappa(|A|^2 + |B|^2)$ .

В борновском приближении при выполнении условия Брэгга  $X = 0$  по всей площади голограммы локальная амплитуда восстановленной волны имеет теперь вид:

$$\tilde{A} = iM - \frac{AB^*}{|AB|} e^{i\Psi} \tilde{B}, \quad M = \frac{\kappa}{\beta} \delta\varepsilon_{\text{кр}}, \quad \Psi = \frac{\kappa}{\beta} \delta\varepsilon_{\text{ин}}; \quad (6.4)$$

$\delta e_{\text{кр}}$  и  $\delta e_{\text{ин}}$  определены в (6.3). Выражение (6.4) справедливо при малой дифракционной эффективности, т. е. при  $|M| \lesssim 1$ . Однако для его применимости к случаю отражательных голограмм требуется дополнительное условие малых флуктуаций брэгговской расстройки  $|\delta X| = |\delta\Psi| \ll 1$  из-за интрамодуляционных неоднородностей  $\delta e_{\text{ин}} (|A|^2)$ ; это условие обеспечивает выполнение условия Брэгга во всех точках. Кроме того, для тонких голограмм (6.4) применимо, лишь если мала доля энергии считывающей волны, рассеивающаяся и в высшие дифракционные порядки.

Оценим сначала влияние интрамодуляционного фактора  $e^{i\Psi}$ . Сделаем это, разложив выражение (6.3) для  $\delta e_{\text{ин}}$  до членов первого порядка по параметру  $I_A/I_h$ :

$$\langle \Psi \rangle \approx \Phi_0 (1 - e^{-I_B/I_h}), \quad \langle |\delta\Psi|^2 \rangle \approx \left(1 - \frac{I_B}{I_h}\right)^2 e^{-2I_B/I_h} |\kappa I_A|^2. \quad (6.5)$$

При малых экспозициях  $I_B \ll I_h$  относительный уровень интрамодуляционных искажений такой же, как и при ненасыщенной записи:  $\langle |\delta\Psi|^2 \rangle \sim |\kappa I_A|^2$ . Насыщение сильно снижает эффективность записи интрамодуляционных неоднородностей. В результате относительный уровень искажений, как легко получить из (6.5), достигает максимума

$$\langle |\delta\Psi|^2 \rangle_{\max} \sim 2.5 \cdot 10^{-2} \Phi_0^2 \left( \frac{I_A}{I_B} \right)^2 \quad \text{при } I_B \approx 0.4 I_h$$

и с дальнейшим ростом экспозиции даже уменьшается. Таким образом, в реальной ситуации,  $\Phi_0 \lesssim 10$ ,  $I_A \lesssim 0.3 I_B$ , интрамодуляционные искажения малы. Поэтому вычислим величины  $\eta$  и  $\eta_0$  из (5.3), пренебрегая интрамодуляционным фактором, с помощью усреднения по ансамблю спекл-полей:

$$\eta = \frac{|\Phi_0|^2}{1 + (2I_A/I_h)} I_1 - \frac{2I_A I_B}{I_h(I_h + 2I_A)} \exp \left[ -\frac{2I_B(I_h + I_A)}{I_h(I_h + 2I_A)} \right], \quad (6.6)$$

$$\eta_0 = \frac{|\kappa|^2 I_A I_B}{[1 + (I_A/I_h)]^2} \exp \left( -\frac{2I_B}{I_h + I_A} \right). \quad (6.7)$$

При наличии заметной амплитудной составляющей в фотоотклике среды  $\text{Im } \beta \neq 0$  правые части (6.6) и (6.7) следует домножить на фактор  $\exp(-\text{Im } \langle \Psi \rangle)$ , описывающий среднее светонаведенное поглощение.

На рис. 6 приведены зависимости  $\eta$  и  $\eta_0$  от  $M_0$  при разных фиксированных значениях  $I_A/I_B$ . Отметим прежде всего универсальный характер зависимостей дифракционных эффективностей от экспозиции. Фотоматериалы разного химического состава, толщины слоя и режимов обработки имеют совершенно разные параметры. Однако в борновском приближении, т. е. при малых  $\eta$  и  $\eta_0$ , для всех них зависимости дифракционной эффективности, поделенной на  $\Phi_0^2$ , от экспозиции (а точнее, от  $M_0/\Phi_0 = (I_A I_B/I_h)^{1/2}$ ), одни и те же.

Величины  $\eta$  и  $\eta_0$  при  $I_A \gg I_B$  заметно отличаются. Причина шума в этом случае — не фазовая модуляция поля интранеоднородностями, а нелинейность зависимости локального модуля амплитуды восстановленной волны  $|\tilde{A}(r)| \propto M(r)$  от модуля записанной  $|A(r)|$ . Шумы этого типа, отвечающие воспроизведению фазового, но искажению амплитудного профиля поля в сечении голограммы, мы называем кросс-модуляционными. В противоположном случае, когда средняя интенсивность объектной волны заметно меньше интенсивности опорной, кросс-модуляционный шум столь же мал, как и интрамодуляционный, и зависимости  $\eta(M_0)$  и  $\eta_0(M_0)$  практически сливаются. Численные расчеты по точным формулам для фазовых фотослоев с  $\Phi_0 = 1$  показали, что зависимости рис. 6, найденные с пренебрежением фактором  $e^{i\Psi}$ , дают отклонения от точных значений не более чем на несколько процентов.

Обсудим теперь максимальные значения дифракционных эффективностей. Максимум  $\eta_0$  достигается при  $(I_A I_B)^{1/2}/I_h = \{[1 + 4(I_A/I_B)^2]^{1/2} - 1\}/2(I_A/I_B)^{3/2}$ ,

что для  $I_A/I_B \leq 0,3$  отвечает условию  $I_B \approx I_h$ , найденному в <sup>30</sup>. Само максимальное значение дифракционной эффективности в этом пределе  $I_A \leq 0,3 I_B$  определяется выражением

$$\eta^{\max} \approx \eta_0^{\max} \approx \Phi_0^2 \frac{I_A/I_B}{[1+(I_A/I_B)]^4} \exp\left(-\frac{2I_B}{I_A+I_B}\right), \quad (6.8)$$

т. е. однозначно выражается через величину параметра насыщемости  $\Phi_0^{-1}$  и отношение интенсивностей записывающих пучков. Для каждого конкрет-

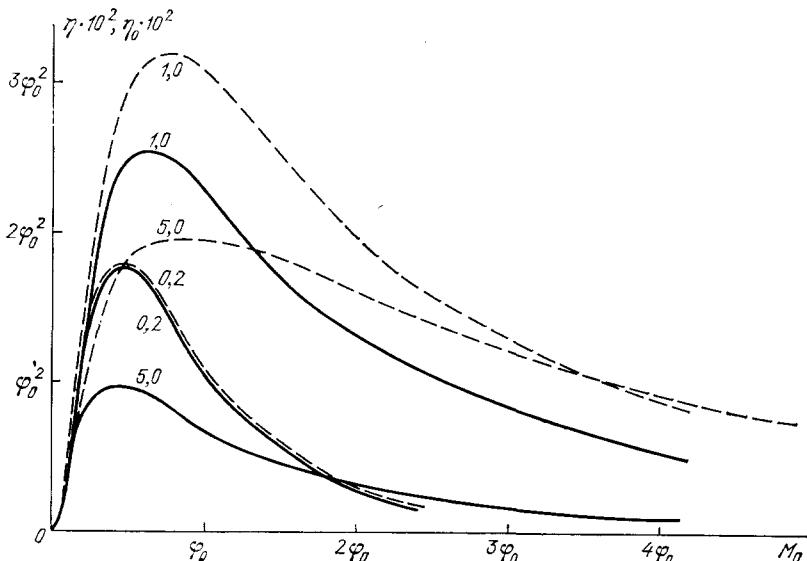


Рис. 6. Универсальные зависимости  $\eta$  (штриховые линии) и  $\eta_0$  (сплошные) от  $M_0$  при различных  $I_A/I_B = 0,2; 1; 5$  в фотослое с насыщаемостью  $\Phi_0^{-1}$

ного слоя, характеризуемого параметром насыщемости  $\Phi_0^{-1}$ , максимальные эффективности голограмм спекл-поля отвечают условию  $I_A \approx I_B$ :  $\eta^{\max} \approx 3,2 \cdot 10^{-2} \Phi_0^2$ ,  $\eta_0^{\max} \approx 2,55 \cdot 10^{-2} \Phi_0^2$ .

Необходимо подчеркнуть, что, хотя полученные результаты имеют приближенный характер, границы их применимости весьма широки и отвечают типичным экспериментальным условиям. Будем считать, что борновское приближение справедливо при  $\eta \leq 10\%$ . Как видно из рис. 6, для фотослоев с  $\Phi_0^{-1} \geq 0,5$  это имеет место при любых соотношениях  $I_A/I_B$  и экспозициях. Для фотослоев меньшей насыщемости это приближение справедливо во всем диапазоне экспозиций для  $I_A/I_B \leq 0,74 \Phi_0^{-2}$ .

## 7. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА СИНУСОИДАЛЬНЫХ РЕШЕТКАХ

До сих пор мы рассматривали голограммы невысокой дифракционной эффективности, ограничиваясь 1-м борновским приближением теории рассеяния на кроссы-возмущениях. Обсуждение голограмм высокой (порядка 1) дифракционной эффективности удобно начать с примера строго периодических голографических решеток, т. е. голограмм, записанных интерференцией двух плоских волн.

### 7.1. Тонкая голограмма

Коэффициент пропускания тонкой голографической решетки примем в виде

$$t(\mathbf{r}) = \exp[i\Psi + 2iM \cos(Q\mathbf{r} + \varphi)], \quad (7.1)$$

здесь  $\mathbf{q} = (\mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B)$  — волновой вектор решетки в плоскости голограммы,  $\varphi = \arg(AB^*)$ ,  $A$  и  $B$  — амплитуды плоских волн при записи,  $M$  — сила

голограммы (см. (3.5))

$$\Psi = \kappa_1 (|A|^2 + |B|^2), \quad M = \kappa_2 |A| |B|, \quad \kappa_{1,2} = \frac{\beta_{1,2} \omega L}{2c\varepsilon^{1/2}}. \quad (7.2)$$

Воспользовавшись известной формулой

$$e^{i\rho \cos \gamma} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(\rho) e^{in\gamma},$$

где  $J_n(z)$  — функция Бесселя, нетрудно получить распределение энергии по различным порядкам дифракции. В частности, в 1-м порядке дифракции,

отвечающем как бы восстановленной объектной волне, имеем

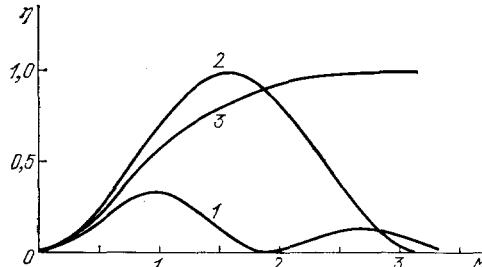


Рис. 7. Зависимости дифракционных эффективностей тонких (1), толстослойных прозрачных (2) и отражательных (3) фазовых голограмм плоских волн от силы решетки  $M$ .

увеличении силы голограммы  $M$  дифракционная эффективность, осциллируя до нуля, постепенно убывает. Причина этого убывания связана с оттоком энергии в другие дифракционные порядки.

## 7.2. Теория двух связанных волн

Рассмотрим теперь голограмму, записанную двумя плоскими волнами в фотослое достаточно большой толщины,  $L \gg \lambda/\theta_{AB}^2$ . В этом случае высшие порядки дифракции не удовлетворяют условию Брэгга и поэтому не возбуждаются. Так, даже для минимальной волновой расстройки  $X_{-1}$  при дифракции в  $-1$ -й порядок имеем  $X_{-1} \sim L \theta_{AB}^2 / \lambda \gg 1$ . В результате в процессе восстановления в объеме голограммы присутствуют только две волны: опорная  $\tilde{B}(z) \exp(i\mathbf{k}_{\tilde{B}} \cdot \mathbf{R})$  и объектная  $\tilde{A}(z) \exp[i(\mathbf{k}_{\tilde{B}} + \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R}]$ . При большой дифракционной эффективности необходимо учитывать изменение амплитуды опорной волны  $\tilde{B}$  за счет оттока энергии в объектный пучок  $\tilde{A}$ , т.е. рассматривать самосогласованную картину, включающую оба процесса рассеяния,  $\tilde{B} \rightarrow \tilde{A}$  и  $\tilde{A} \rightarrow \tilde{B}$ , на голограммической решетке. Таким образом, мы приходим к задаче определения  $z$ -зависимых медленных амплитуд  $a(z)$  и  $b(z)$  двух связанных волн;

$$\tilde{E}(\mathbf{R}) = \frac{b(z)}{|\cos \theta_B|^{1/2}} \frac{B}{|B|} \exp(i\mathbf{k}_{\tilde{B}} \cdot \mathbf{R}) + \frac{a(z)}{(\cos \theta_A)^{1/2}} \frac{A}{|A|} \exp[i(\mathbf{k}_{\tilde{B}} + \mathbf{Q}) \cdot \mathbf{R}]. \quad (7.4)$$

Из волнового уравнения (3.1) с  $\delta\varepsilon(\mathbf{R})$  из (2.9) можно получить укороченные уравнения для амплитуд  $a(z)$  и  $b(z)$ . Для этого, как и при выводе уравнения (3.3), следует пренебречь членами  $\sim d^2a/dz^2$ ,  $d^2b/dz^2$  и высшими порядками дифракции, и тогда получим

$$\frac{da}{dz} - i2 \frac{X}{L} a(z) = i \frac{M}{L} b(z), \quad \pm \frac{db}{dz} = i \frac{M}{L} a(z), \quad (7.5)$$

где во втором уравнении знак (+) отвечает просветной, а (—) — отражательной голограмме.

Параметр  $X$  характеризует отстройку от условия Брэгга; см. (4.8). Каждущаяся несимметрия уравнений (7.5) относительно замены  $a \rightleftharpoons b$  связана с тем, что мы по-разному (несимметрично) записываем экспоненциальные множители в (7.4). Границные условия имеют вид  $a(z=0)=0$ ,  $b(z=0)=1$  для просветных голограмм или  $a(z=0)=0$ ,  $b(z=L)=\exp[-i(\frac{B}{k}e_2)L]$  — для отражательных. В обоих случаях нас интересует комплексная амплитуда восстановленной объектной волны на выходе из голограммы,  $a(z=L)$ , через которую выражается дифракционная эффективность,  $\eta = |a(z=L)|^2$ .

Решение системы (7.5) дает

$$\eta_{\text{просв}} = \frac{M^2 \sin^2(X^2 + M^2)^{1/2}}{X^2 + M^2}, \quad \eta_{\text{отр}} = \frac{M^2 \sin^2(X^2 - M^2)^{1/2}}{X^2 - M^2 \cos^2(X^2 - M^2)^{1/2}}; \quad (7.6)$$

здесь мы для определенности ограничились случаем чисто фазовых голограмм. Для отражательных голограмм следует учесть, что  $\sin^2(X^2 - M^2)^{1/2} = -\operatorname{sh}^2(M^2 - X^2)^{1/2}$ ,  $\cos^2(X^2 - M^2)^{1/2} = \operatorname{ch}^2(M^2 - X^2)^{1/2}$ ; запись через гиперболические функции удобнее при  $M > |X|$ . Для произвольных амплитудно-фазовых голограмм ответ см. в 12, 26.

При оптимальных условиях считывания,  $X = 0$ , дифракционная эффективность максимальна и зависит от силы голограммы  $M$  следующим образом:  $\eta_{\text{просв}} = \sin^2 M$ ,  $\eta_{\text{отр}} = \operatorname{th}^2 M$  (см. рис. 7). В фазовой просветной голограмме при  $M = \pi/2$  достигается 100%-ная перекачка энергии из опорной волны в объектную. При дальнейшем увеличении  $M$  эффективность уменьшается за счет перекачки энергии обратно в опорную волну. Амплитуды взаимодействующих волн меняются внутри фотослоя по закону

$$b(z) = b(0) \cos \frac{Mz}{L}, \quad a(z) = -ib(0) \sin \frac{Mz}{L}. \quad (7.7)$$

В отражательной голограмме также достигается практически полная перекачка энергии, и  $\eta_{\text{отр}}$  монотонно приближается к 1 с ростом  $M$ . Соответствующие амплитуды  $a(z)$  и  $b(z)$  меняются по глубине фотослоя по закону

$$b(z) = \frac{i b(L) \operatorname{ch}(Mz/L)}{\operatorname{ch} M}, \quad a(z) = \frac{i b(L) \operatorname{sh}(Mz/L)}{\operatorname{ch} M}. \quad (7.8)$$

Ниже, в разделе 8 для вычисления искажений в толстослойных голограммах спекл-полей нам понадобятся выражения для комплексной амплитуды восстановленного поля  $A(z=L)$ . Оставляя лишь интересующую нас зависимость  $\tilde{A}(A)$ , из системы (7.5) с учетом (7.4) и граничных условий получим

$$\tilde{A}(z=L)_{\text{просв}} = \text{const} \cdot \frac{A}{|A|} \frac{M \sin(M^2 + X^2)^{1/2}}{(M^2 + X^2)^{1/2}} \exp[i\chi_1(|A|^2 + |B|^2)], \quad (7.9)$$

$$\tilde{A}(z=L)_{\text{отр}} = \text{const} \cdot \frac{A}{|A|} \frac{M}{(M^2 - X^2)^{1/2} \operatorname{cth}(M^2 - X^2)^{1/2} - iX}, \quad (7.10)$$

где для просветных голограмм введен параметр  $\chi_1 = (\omega \beta_1 L / 4c \epsilon^{1/2}) (\cos^{-1} \theta_A + \cos^{-1} \theta_B)$ ; он слегка отличается от  $\chi_1$  из формулы (5.1).

## 8. ТОНКИЕ И ТОЛСТОСЛОЙНЫЕ ГОЛОГРАММЫ ВЫСОКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Тонкие и толстослойные голограммы спекл-полей можно мысленно разбить на участки, поперечные размеры которых меньше размера спекл-элемента. В пределах такого участка объектное поле можно рассматривать как кусочек плоской волны с некоторой амплитудой и фазой, а голографическую решетку считать регулярной. Внутри каждого участка процесс

восстановления описывается моделью голограммы плоских волн, изложенной в предыдущем разделе 7.2 и в качестве амплитуды «плоской» волны  $A$  при записи следует брать локальное значение медленной амплитуды  $A(\mathbf{r})$  спекл-поля в данной точке.

### 8.1. Запись без насыщения фотоотклика

Зависимость амплитуды восстановленной волны от координат  $\mathbf{r} = (x, y)$  в выходной плоскости голограммы  $z = L$  дается выражениями (7.3) для тонкой и (7.9) — для толстослойной просветных голограмм и выражением (7.10) — для толстослойной отражательной голограммы. При этом  $|A(\mathbf{r})|^2$ ,  $M(|A(\mathbf{r})|)$  и  $X(|A(\mathbf{r})|)$  оказываются функциями поперечных координат, зависящими от конкретной реализации спекл-структурьи поля  $A(\mathbf{r})$ . Эти формулы позволяют рассчитать полную дифракционную эффективность  $\eta$ , дифракционную эффективность  $\eta_0$  в точное изображение и тем самым долю воспроизведения  $H = \eta_0/\eta$ . Фигурирующие в определениях  $\eta$ ,  $\eta_0$  и  $H$  средние по поперечному сечению можно для статистически однородного спекл-поля  $A(\mathbf{r})$  заменить на средние по ансамблю спекл-полей, т. е. по распределению вероятностей (2.2).

Окончательный ответ имеет следующий вид <sup>27</sup>:

1) Тонкие просветные голограммы:

$$\eta = I_1 \left( \frac{2|M|^2}{1+2\operatorname{Im} F_A} \right) (1+2\operatorname{Im} F_A)^{-1} \exp \left[ -2\operatorname{Im} F_B - 2 \frac{(\operatorname{Re} M)^2 - (\operatorname{Im} M)^2}{1+2\operatorname{Im} F_A} \right], \quad (8.1)$$

$$\eta_0 = \frac{|M|^2}{|1-iF_A|^4} \exp(-2\operatorname{Im} F_B) \left| \exp \left( -\frac{M^2}{1-iF_A} \right) \right|^2, \quad (8.2)$$

где  $F_A = \kappa_1 I_A$ ,  $F_B = \kappa_1 I_B$ ,  $I_1(z)$  — модифицированная функция Бесселя,  $M = \kappa_2 (I_A I_B)^{1/2}$  — сила голограммы; для средних общим амплитудно-фазовым откликом величины  $F_A$ ,  $F_B$  и  $M$ , вообще говоря, комплексны.

В важном частном случае чисто фазовых голограмм эти формулы приобретают более простой вид:

$$\eta = I_1(2M^2) e^{-2M^2}, \quad \eta_0 = \frac{M^2}{(1+F_A^2)^2} \exp \left( -\frac{2M^2}{1+F_A^2} \right). \quad (8.3)$$

При этом величина  $I_A = \langle |A|^2 \rangle$  есть среднее значение интенсивности объективного спекл-поля при записи.

2) Толстослойные просветные голограммы. Для этого случая в разделе 4 было показано, что величина брэгговской расстройки  $X$  практически не зависит от интенсивности объективного поля  $|A|^2$ . Поэтому здесь с очень хорошей точностью можно считать  $X$  не зависящим от поперечных координат. Для наиболее интересного случая  $X = 0$  имеем

$$\eta = \frac{\exp(-2\operatorname{Im} F_B)}{1+2\operatorname{Im} F_A} \left( X e^{-X^2} \int_0^X e^{t^2} dt + Y e^{Y^2} \int_0^Y e^{-t^2} dt \right), \quad (8.4)$$

$$\eta_0 = \frac{|z^2|^2 \exp(-2\operatorname{Im} F_B)}{|1-iF_A|^3} \left| 1 + \frac{1-2z^2}{z} e^{-Z^2} \int_0^Z e^{t^2} dt \right|^2, \quad (8.5)$$

где  $X = \operatorname{Re} M (1+2\operatorname{Im} F_A)^{-1/2}$ ,  $Y = \operatorname{Im} M (1+2\operatorname{Im} F_A)^{-1/2}$ ,  $Z = 1/2M (1-iF_A)^{-1/2}$ ,  $F_{A,B} = \kappa_1 I_{A,B}/\cos \theta$ , причем для определенности считаем  $\cos \theta_A \approx \cos \theta_B \approx \cos \theta$ .

3) Толстослойные отражательные голограммы. Здесь явное аналитическое вычисление величин  $\eta$  и  $\eta_0$  удается <sup>27</sup> провести лишь в случае, когда можно считать  $X = 0$  по всей голограмме.

Поскольку для отражательных голограмм брэгговская расстройка  $X = \text{const}$  гораздо более чувствительна к интравозмущениям, приближение  $X = \text{const}$  было бы справедливым лишь при  $\beta_1^{1/2} |A|^2 \ll \beta_2^{1/2} |B|^2$ . По этой причине мы приводим лишь результаты точного численного расчета. Все полученные в<sup>27</sup> и приведенные выше выражения справедливы для произвольных амплитудно-фазовых регистрирующих сред. На рис. 8 приведены зависимости величин  $\eta$

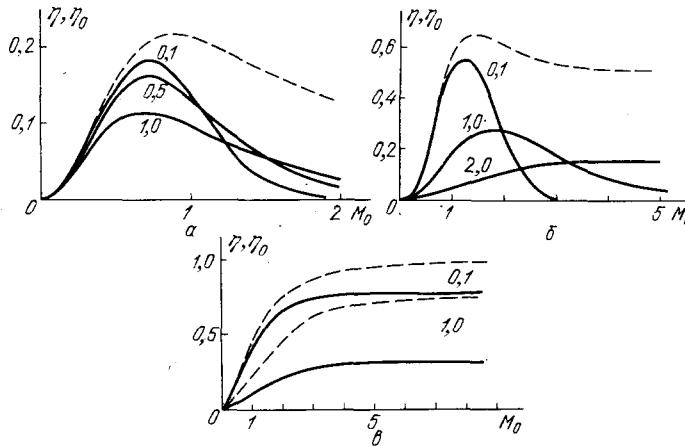


Рис. 8. Зависимости  $\eta$  (штриховые линии) и  $\eta_0$  (сплошные) от  $M_0$  при различных  $I_A/I_B$ , указанных на рисунках, для тонких (а), толстослойных просветных (б) и отражательных (с) фазовых голограмм с линейным фотооткликом

и  $\eta_0$  от силы фазовой голограммы  $M_0$ , причем усреднение выражений (7.3), (7.9) и (7.10) по распределению вероятностей (2.2) производилось численно с помощью вычислительной машины. Отличие графиков рис. 8 от соответствующих кривых рис. 7 целиком связано с наличием спекл-структурой в интенсивности объектного поля. Обсудим этот вопрос подробнее.

Отметим прежде всего, что максимально достижимые значения полной эффективности  $\eta$  в обоих просветных случаях — тонком и толстослойном — оказываются заметно ниже в голограммах спекл-полей: соответственно 22% и 64% вместо 34% и 100% для голограмм волн постоянной интенсивности. Понижение величины  $\eta$  происходит из-за сильных спекл-флуктуаций локальной силы голограммы,  $\delta M(\mathbf{r}) \sim M$ ; вследствие этого близкие к оптимальному значению  $M(\mathbf{r})$  могут достигаться лишь на части площади голограммы.

Величина чистой дифракционной эффективности  $\eta_0$  при малых значениях  $M$  отличается от полной эффективности  $\eta$  лишь за счет интрамодуляционных искажений (см. раздел 5). При  $M \geq 1$  относительная доля искажений начинает резко возрастать. Здесь в игру вступает еще и немонотонная зависимость локальной эффективности от силы кросс-решетки. В областях с  $M > M_{\text{опт}}$  большей амплитуде  $|A(\mathbf{r})|$  при записи отвечает меньшая восстановленная амплитуда  $|\tilde{A}(\mathbf{r})|$ , т. е. объектное поле передается с искажениями амплитудного профиля. Эти искажения мы называем кросс-модуляционными.

Для отражательных голограмм интрамодуляционные искажения удается устраниить лишь при  $I_A \ll I_B$ . Тогда при точном выполнении условия Брэгга, т. е. при  $X = 0$  и при достаточно большой силе голограммы,  $M \geq 1$ , модуль ее локального коэффициента отражения  $\text{th}^2 M$  очень близок к 1 практически на всем сечении. При этом  $\eta \approx 1$ , а восстановленное поле воспроизводит лишь фазовый, но не амплитудный, профиль объектного поля:

$$\tilde{A}(\mathbf{r}) \approx \frac{A(\mathbf{r})}{|A(\mathbf{r})|} \tilde{B}.$$

Замечательно, что доля воспроизведения точного поля объекта остается на удивление высокой: усреднение по спектр-статистике дает  $H = \eta_0/\eta = \pi/4 \approx 79\%$ . Условно можно сказать, что основная информация о спектральном поле на 80% заключена в его фазовой структуре.

Если же величина интравозмущений  $\beta_1 I_A$  того же порядка, что и кросс-возмущений  $\beta_2 (I_A I_B)^{1/2}$ , то  $|\delta X| \sim |M|$ , и даже при больших значениях силы голограммы дифракционная эффективность  $\eta$  меньше 100% из-за невозможности удовлетворить условию Брэгга по всему сечению голограммы; одновременно падает и доля воспроизведения  $\eta_0/\eta$ .

## 8.2. Запись с насыщением фотоотклика

о сих пор в разделе 8 мы рассматривали ситуацию, когда насыщение локального фотоотклика отсутствует: насыщаемость  $\Phi_0^{-1} \ll 1$ . Полученные результаты показывают, что для тонких и толстослойных голограмм спектральный ряд повышение дифракционной эффективности неизбежно приводит к сильным искажениям восстановленного поля объекта. Замечательно, что существуют условия на насыщаемость  $\Phi_0^{-1}$  (являющуюся числовым характеристикой самого фотослоя), при выполнении которых насыщение фотоотклика может не только ухудшать, но, напротив, сделать для просветных голограмм ситуацию существенно более благоприятной с точки зрения дифракционной эффективности<sup>30</sup>. Обсудим этот вопрос подробнее.

На рис. 9 приведены графики зависимостей  $\eta$  и  $\eta_0$  от пропорционального экспозиции параметра  $M_0 = x (I_A I_B)^{1/2}$  для разных  $I_A/I_B$  при значении  $\Phi_0^{-1} \approx 0,2$  для тонких (рис. 9, а) и  $\Phi_0^{-1} \approx 0,1$  для толстослойных фазовых голограмм (рис. 9, б). Можно указать следующие отличия поведения графиков рис. 9, а, б по сравнению с соответствующими графиками рис. 8, а, б для случая без насыщения. Во-первых, при выбранных значениях  $\Phi_0^{-1}$  величины  $\eta$  и  $\eta_0$  несколько увеличиваются. Во-вторых, динамический диапазон значений экспозиций, обеспечивающих восстановление с высокими эффективностью и качеством, оказывается в несколько раз большим, чем при  $\Phi_0^{-1} = 0$ .

Графики рис. 9, а, б были построены на основе результатов численного счета. Поясним причины этих качественных отличий. При наличии насыщения реальная сила голограммы  $M(\mathbf{r})$  стремится к нулю в тех местах, где локальная интенсивность объектного поля  $|A(\mathbf{r})|^2$  мала. При  $|A(\mathbf{r})|^2 \rightarrow \infty M(\mathbf{r})$  также стремится к нулю, хотя и не слишком быстро из-за эффектов насыщения. В довольно широком диапазоне значений локальной интенсивности  $|A(\mathbf{r})|^2$  вблизи максимума функции  $M(|A|)$  реальная сила голограммы остается почти постоянной. Если это значение  $M$  близко к оптимальному,  $M_{\text{опт}} \approx 0,9$  для тонкой и  $M_{\text{опт}} \approx 1,6$  для толстослойной просветной голограммы, а экспозиция отвечает значениям  $M_0 \sim (0,6-1) \Phi_0$ , то во всем этом диапазоне локальная величина  $\eta$  близка к максимальной — 34% для тонких и 100% для толстых слоев. Тем самым в этих условиях в оптимальном режиме работает заметно большая часть площади голограммы. Как видно из рис. 5, максимальное значение реальной силы голограммы отвечает оптимальному при  $\Phi_0^{-1} \approx 0,2$  для тонких слоев и  $\Phi_0^{-1} \approx 0,1$  для толстых. При больших значениях насыщаемости  $\Phi_0^{-1}$  локальная сила голограммы по всей поверхности не достигает оптимального значения. При меньших значениях  $\Phi_0^{-1}$ , в соответствии с картиной линейной записи, на голограмме спектрального поля уменьшается доля площади, отвечающей оптимальной силе голограммы.

Для отражательных голограмм оптимальными являются большие  $M$ ,  $M \gg 2$ . Поскольку насыщение может лишь уменьшить силу голограммы, то в отражательном случае оно лишь снижает дифракционную эффективность. Так, для  $\Phi_0^{-1} \approx 0,2$  даже при  $I_A \approx I_B$  максимальное значение силы голограммы  $M$  не превышает 1, и величина  $\eta$  оказывается  $\sim 50\%$  даже при

оптимальной экспозиции. На рис. 9, *a* для несколько меньшей насыщаемости  $\Phi_0^{-1} \approx 0,1$  приведены кривые для  $\eta$  и  $\eta_0$  в зависимости от  $M_0$  при разных отношениях  $I_A/I_B$  интенсивностей спекл-поля объекта *A* и плоской опорной волны *B* при записи.

Из них видно, что и для отражательных голограмм наличие спекл-структурь объектного поля заметно снижает максимальную дифракционную эффективность, но теперь уже из-за эффектов насыщения, всегда реально присутствующих в голограмме.

Для всех трех видов голограмм в режиме максимальной эффективности относительный уровень искажений восстановления  $1 - (\eta/\eta_0)$  оказывается

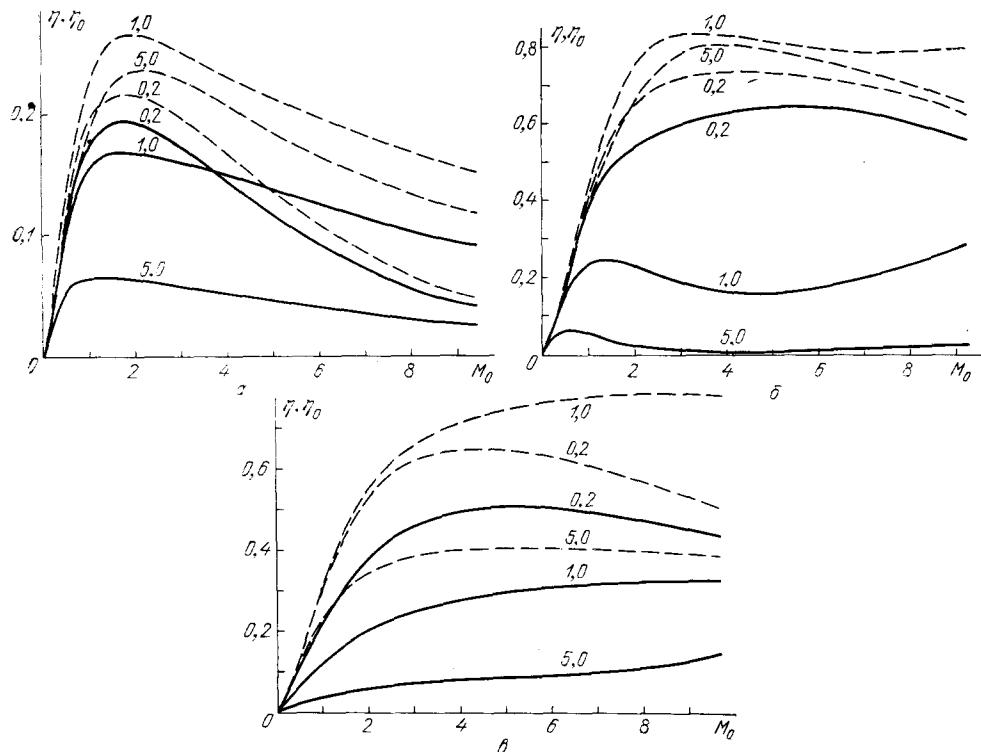


Рис. 9. Зависимости  $\eta$  (штриховые линии) и  $\eta_0$  (сплошные) от  $M_0$  при различных  $I_A/I_B = 0,2; 1; 5$  для тонких ( $\Phi_0^{-1} \approx 0,2$ ) (а), толстослойных просветных ( $\Phi_0^{-1} \approx 0,1$ ) (б) и отражательных ( $\Phi_0^{-1} = 0,1$ ) (в) фазовых голограмм, записанных при насыщении фотоотклика

примерно тем же, что и при  $\Phi_0^{-1} = 0$ . В линейном случае ( $\Phi_0^{-1} = 0$ ) с ростом экспозиции выше оптимальной доля искажений  $1 - (\eta/\eta_0)$  резко увеличивается. В случае с насыщением ситуация противоположная: довольно медленное спадание дифракционной эффективности при увеличении экспозиции сверх оптимальной сопровождается уменьшением относительного уровня шума.

Как видно из рис. 5, при переэкспонированной голограмме ( $M_0 \gg \Phi_0$ ) заданные спекл-вариации  $\delta |A|^2 / |A|^2$  приводят к заметно меньшим интрамодуляционным вариациям фазы, искажающей объектное поле.

Наиболее отчетливые результаты экспериментов, целенаправленно поставленных для изучения дифракционной эффективности голограмм спекл-полей (голограмм диффузных объектов), были получены в работе<sup>30</sup>. Величина полной эффективности, которую мы обозначаем буквой  $\eta$ , приведена на рис. 10 для просветных толстослойных фазовых голограмм в зависимости от экспозиции  $E_r$  при разных значениях  $I_A/I_B$  и для двух различных фотомате-

риалов: ЛОИ-2 и бихромированной желатины (БХЖ). Кривые отвечают теории, а значки — эксперименту. В слое БХЖ с довольно малой насыща-

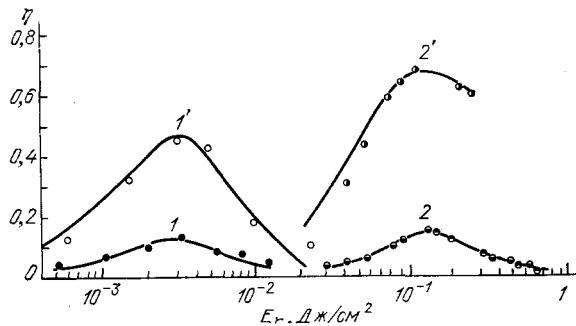


Рис. 10. Зависимости<sup>30</sup> дифракционной эффективности  $\eta$  голограмм диффузных объектов от экспозиции  $E_r$  для конкретных слоев ЛОИ-2 (кривые 1, 1') и БХЖ (2, 2') при разных соотношениях  $I_A/I_B = 0,2$  (1'), 0,3 (2') и 0,02 (1, 2). Значки — экспериментальные результаты<sup>30</sup>

емостью,  $\phi_0^{-1} \approx 0,125$ , максимальные значения  $\eta$  превышали 70%, т. е. были заметно больше теоретического предела 64%, относящегося к случаю линейной записи.

## 9. ПОНЯТИЕ СПЕКЛОНА

Прежде чем решать задачу о восстановлении объемных голограмм спекл-полей, рассмотрим следующую модельную ситуацию. Пусть фотослой экспонирован одной только спекл-волной объекта  $A(\mathbf{R}) \exp(i\mathbf{k}_A \cdot \mathbf{R})$ , так что диэлектрическая проницаемость обработанной среды имеет вид:

$$\epsilon(\mathbf{R}) = \epsilon_0 + \beta_1 |A(\mathbf{R})|^2, \quad (9.1)$$

и толщина слоя  $L$  много больше длины  $\lambda/\Delta\theta_A^2$  спекл-элемента поля  $A(\mathbf{R})$ .

Распространение световой волны  $E(\mathbf{R})$  по среде с неоднородной  $\epsilon(\mathbf{R})$  из (9.1) сопровождается следующими двумя эффектами.

Во-первых, исходная структура падающей волны искажается из-за ее рассеяния на неоднородностях (т. е., в сущности, на интравозмущениях  $\epsilon(\mathbf{R}) - \epsilon_0$ ). Как будет видно из дальнейшего, для слабых неоднородностей эти искажения, даже накапливаясь на всей толщине фотослоя, обычно не велики. Поэтому пространственная структура поля в фотослой отвечает распространению как бы по однородной среде.

Во-вторых, диэлектрическая проницаемость этой эффективной среды меняется по сравнению с величиной  $\epsilon_0$ . Эффективная однородная проницаемость для поля  $E(\mathbf{R})$  определяется выражением<sup>15</sup>

$$\epsilon_{\text{эфф}} = \left[ \int |\epsilon(\mathbf{R})| |E(\mathbf{R})|^2 d^3 R \right] \left[ \int |E(\mathbf{R})|^2 d^3 R \right]^{-1}, \quad (9.2)$$

т. е. равна локальной проницаемости  $\epsilon(\mathbf{R})$ , усредненной по пространству с весом, определяемым интенсивностью поля  $|E(\mathbf{R})|^2$ .

Почти для всех полей  $E(\mathbf{R})$ , и в том числе для плоской считающей волны, неоднородности  $\delta\epsilon(\mathbf{R}) = \beta_1 |A(\mathbf{R})|^2$  некоррелированы со структурой поля, и тогда

$$\epsilon_{\text{эфф}}^{\text{нек}} = \epsilon_0 + \beta_1 \langle |A|^2 \rangle. \quad (9.3)$$

Лишь для того исключительного случая (но как раз очень важного в голографии), когда поле  $E(\mathbf{R})$  есть сама объектная волна,  $E(\mathbf{R}) \propto A(\mathbf{R})$ , реализуется пространственный резонанс неоднородностей поля с неоднородностями среды (рис. 11), максимумы возмущений  $\delta\epsilon(\mathbf{R}) = \beta_1 |A(\mathbf{R})|^2$  совпадают с максимумами локальной интенсивности поля  $E(\mathbf{R})$ , так что

$$\epsilon_{\text{эфф}}^{(A)} = \epsilon_0 + \frac{\beta_1 \langle |A|^4 \rangle}{\langle |A|^2 \rangle} = \epsilon_0 + 2\beta_1 \langle |A|^2 \rangle; \quad (9.4)$$

второе из выражений (9.4) записано для спекл-поля.

Тем самым мы приходим к неожиданному выводу: среда вида (9.1) имеет разные эффективные проницаемости (9.3) и (9.4) для опорной волны  $B$  и для спекл-поля  $A(\mathbf{R})$ . Приближенное решение  $E(\mathbf{R}) \approx a(z)A(\mathbf{R})/(|A|^2)^{1/2}$  волнового уравнения (3.1), описывающее распространение спекл-поля при наличии пространственного резонанса с неоднородностями среды, получило специальное название — *спеклон*<sup>15, 28, 29</sup>.

В дальнейшем нам понадобится знать темп зашумления спеклона за счет рассеяния на той остаточной части возмущений диэлектрической проницаемости  $\delta\epsilon(\mathbf{R})$ , которая не была учтена при определении эффективной диэлектрической проницаемости. Для этого необходимо найти коэффициент

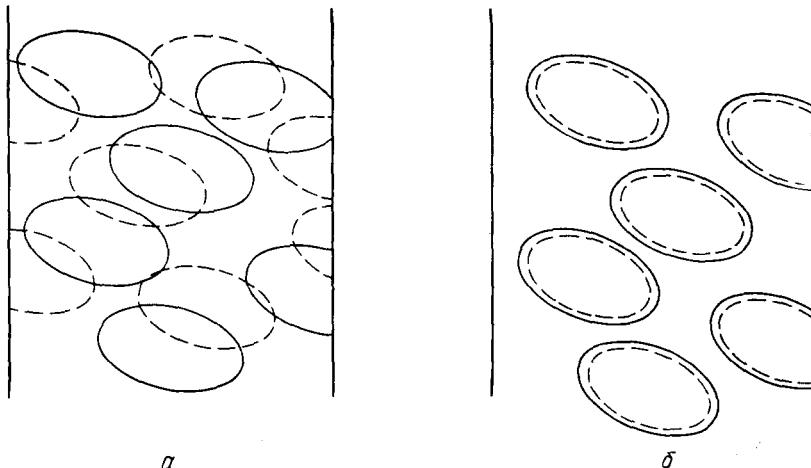


Рис. 11. Спекл-поле показано штриховыми контурами, неоднородности среды — сплошными.

Несогласованные неоднородности (a) не дают пространственного резонанса, получающегося в случае согласованных спекл-пятен (b)

экстинкции  $\mathcal{R}$  ( $\text{см}^{-1}$ ), характеризующий нарастание интенсивности компонент  $n(\mathbf{r})$ , искажающих структуру исходного спеклона:

$$\frac{d\langle |n|^2 \rangle}{dz} = |a(z)|^2 \mathcal{R}. \quad (9.5)$$

Сделаем оценку величины  $\mathcal{R}$ . На длине коорреляции  $\Delta z_{\text{кор}} \sim \lambda/\Delta\theta_A^2$  оптических неоднородностей из (9.1) относительные возмущения амплитуды распространяющейся волны  $E$  составят  $\delta E/E \sim (\omega/c) \Delta z_{\text{кор}} \beta_1 |A|^2$ . Поэтому относительная интенсивность зашумления на этой длине есть  $(\delta E/E)^2 \sim [\beta_1 |A|^2/\Delta\theta_A^2]^2$ . Поскольку искажения от разных слоев, разделенных длиной  $\Delta z_{\text{кор}}$ , некоррелированы, то они складываются по интенсивности. В результате на длине  $L$ , содержащей несколько длин спекл-элементов, относительный уровень шума составит  $[L/\Delta z_{\text{кор}}] [\beta_1 |A|^2/\Delta\theta_A^2]^2$ . Записывая этот уровень в виде  $\mathcal{R}L$  для  $\mathcal{R}$  получим оценку

$$\mathcal{R} \sim \frac{(\beta_1 |A|^2)^2}{\lambda \Delta\theta_A^2}. \quad (9.6)$$

Более аккуратный расчет основан на том, что слагаемое в индукции  $\delta D_A(\mathbf{R})$ , ответственное за зашумление спеклона, имеет вид:

$$\delta D_A(\mathbf{R}) = \beta [|A(\mathbf{R})|^2 - 2\langle |A|^2 \rangle] \frac{a(z)A(\mathbf{R})}{I_A^{1/2}} e^{ik_A R}. \quad (9.7)$$

Этот расчет дает<sup>15, 29</sup>

$$\mathcal{R} = \frac{2\pi^2}{\lambda} \left( \frac{\langle \delta\epsilon \rangle}{\epsilon} \right)^2 \frac{1}{\Delta\theta_{\text{сп}}^2}, \quad (9.8a)$$

где  $\lambda$  — длина волны света в среде,  $\langle \Delta \varepsilon \rangle = \beta_1 I_A$ ,

$$\frac{1}{\Delta \theta_{\text{эфф}}^2} = \int \int \int d^2 \theta_1 d^2 \theta_2 d^2 \theta_3 j_A(\theta_1) j_A(\theta_2) j_A(\theta_3) \delta^{(1)}((\theta_2 - \theta_1)(\theta_2 - \theta_3)), \quad (9.86)$$

$j_A(\theta)$  — нормированный на 1 угловой спектр спекл-поля  $A$  ( $R$ ),  $(\Delta \theta_A^2)^{\text{эфф}}$  — величина порядка телесного угла, занимаемого объектным полем. На рис. 12 представлены результаты экспериментальных изомерий относительной величины искажений спеклона  $I_{\text{ш}}/I$  в кристалле  $\text{LiNbO}_3 : \text{Fe}$  в режиме беззпорной

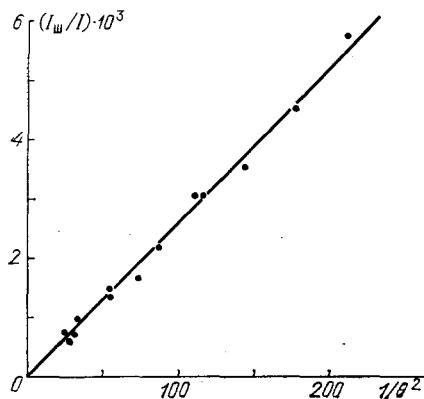


Рис. 12. Зависимость относительного уровня экстинкционных искажений спеклона  $I_{\text{ш}}/I$  от обратного квадрата его угловой расходимости из эксперимента А. В. Мамаева в материале  $\text{LiNbO}_3 : \text{Fe}$

Итак, коэффициент экстинкции  $\mathcal{R}$  пропорционален квадрату экспозиции,  $\mathcal{R} \propto M^2$ . В голограмме обычно нет смысла делать силу  $M$  слишком большой,  $M \geq 1,5$ , поскольку при этом дифракционная эффективность не увеличивается, а уровень шума растет.

Для значений  $\langle \Delta \varepsilon \rangle \sim 10^{-4}$ ,  $(\Delta \theta_A)^2 \sim 10^{-2}$  ср и  $\lambda_{\text{вак}} = 0,5$  мкм, типичных в объемных голограммах, коэффициент экстинкции примерно равен  $1,5 \cdot 10^{-1}$  см $^{-1}$ , так что для типичной толщины фотослоя  $L \lesssim 0,1$  см относительный уровень запутывания спеклона  $\mathcal{R}L \sim 1\%$ , и теория спеклона оказывается адекватной задачам объемной голограммы.

Малым безразмерным параметром, определяющим применимость теории спеклона<sup>15</sup>, является отношение  $\delta\varepsilon_A/\Delta\theta_A^2$  или, в другой форме, набег фазы за счет интравозмущений на длине спекл-элемента  $(\delta\varepsilon_A \omega/c) \Delta z_A$ . Три условия:  $I_A/I_B \ll 1$ ,  $\Delta z_A \ll L$  и  $M \ll 1$ , характерные для объемных голограмм, обеспечивают выполнение условия  $\delta\varepsilon_A/\Delta\theta_A^2 \ll 1$  с хорошим запасом.

#### 10. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СПЕКЛ-ПОЛЕЙ ОБЪЕМНЫМИ ГОЛОГРАММАМИ И ЭФФЕКТ СДВИГА КРИВОЙ СЕЛЕКТИВНОСТИ

На первый взгляд, электродинамическая задача восстановления объемной голограммой спекл-поля объекта чрезвычайно сложна. С математической точки зрения речь идет о решении волнового уравнения (3.1), т. е. уравнения в частных производных, коэффициент  $\varepsilon(R)$  в котором имеет большое число нерегулярных неоднородностей (интра- и кросс-возмущений), существенно зависящих от всех трех пространственных координат. Однако, как это часто бывает, при наличии малого параметра простые физические соображения помогают угадать правильную форму поиска решения.

записи с локальным фотооткликом. При фиксированной экспозиции коэффициент экстинкции, определяемый соотношением  $I_{\text{ш}}/I = \mathcal{R}L$ , оказывается обратно пропорциональным квадрату угловой расходимости спекл-поля в полном соответствии с теорией.

Приведем для справок величины  $\Delta\theta_{\text{эфф}}^2$  для двух конкретных видов углового спектра объектного поля<sup>15</sup>. Если  $j(\theta) \propto \exp(-\theta^2/\theta_0^2)$ , то  $\Delta\theta_{\text{эфф}}^2 = 2\theta_0^2$ ; для углового спектра типа обрезанной параболы,  $j(\theta) \propto 1 - (\theta^2/\theta_0^2)$ , имеем  $\Delta\theta_{\text{эфф}}^2 = 3\pi\theta_0^2/8$ .

Поскольку нас интересует приложение теории спеклона к голограммам, то величину  $\mathcal{R}$  полезно выразить через силу  $M$  и другие параметры голограммы:

$$\mathcal{R}L = \cos \theta_A | \cos \theta_B | M^2 \frac{\beta_1^2 I_A}{\beta_2^2 I_B} \frac{2\lambda}{L \Delta\theta_{\text{эфф}}^2}. \quad (9.9)$$

Рассеяние плоской опорной волны  $\tilde{B}e^{ik_B R}$  в каждом слое  $z$ ,  $z + dz$  на кросс-решетке  $\beta_2 A(R)B^* \exp[i(\mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B)R]$  дает поле с пространственной структурой  $A(R) \exp(i\mathbf{k}_A R)$ , точно соответствующей полю объекта в данном сечении. Как было показано в предыдущем разделе 9, это восстановленное поле распространяется по среде с интрамодуляционными возмущениями  $\beta_1 |A(R)|^2$ , практически сохраняя свою структуру.

Отсюда следует, что в процессе восстановления поле в объеме голограммы состоит из двух волн: плоской опорной и объектного спеклона, связанных взаимным перерассеянием на кросс-решетке:

$$\tilde{E}(R) = \frac{b(z)}{|\cos \theta_B|^{1/2}} \frac{B}{|B|} \exp(i\mathbf{k}_B R) + \frac{a(z)}{(\cos \theta_A)^{1/2}} \frac{A(R)}{|A|^2} \exp[i(\mathbf{k}_B + Q)R]. \quad (10.1)$$

Все дальнейшее рассмотрение почти дословно повторяет решение задачи в разделе 7.2 о двух плоских связанных волнах. Однако при подстановке (10.1) в волновое уравнение (3.1) и получении уравнений связанных волн для медленных амплитуд  $a(z)$  и  $b(z)$  следует учесть соотношение (9.2). В результате вид уравнений связанных амплитуд (7.5) полностью сохраняется. Изменяется лишь значение входящих в них коэффициентов  $M$  и  $X$  — силы голограммы и брэгговской расстройки. Величина  $M$  теперь определяется по формуле вида (3.5), но не через модуль локальной амплитуды, а через среднее значение интенсивности,  $|A(R)| \rightarrow \langle |A|^2 \rangle^{1/2} \equiv I_A^{1/2}$ . Величина  $X$  приобретает добавку вида  $\delta X = (1/2) \beta_1 I_A / \cos \theta_A$ .

Сдвиг условия Брэгга  $X = 0$  по сравнению с таковым для голограммы плоских волн обусловлен возникшей несимметрией между плоской опорной волной и объектным спеклоном. В самом деле, эффективная диэлектрическая проницаемость для опорной волны, согласно (9.3), равна  $\epsilon_B^{\text{eff}} = \epsilon_0 + \beta_1 (I_A + I_B)$ . В отличие от этого, для объектного спеклона имеем из (9.4)  $\epsilon_A^{\text{eff}} = \epsilon_0 + \beta_1 (2I_A + I_B)$ , т. е. удвоение интрамодуляционного вклада в  $\epsilon_A^{\text{eff}}$  благодаря пространственному резонансу. Можно сказать, что сферы Эвальда  $\tilde{\mathbf{k}}^2 = \omega^2 \epsilon_{\text{eff}} / c^2$  для опорной и объектной волн приобретают небольшое различие радиусов,  $|\mathbf{k}_A| - |\mathbf{k}_B| = (\omega/2c\epsilon^{-1/2}) \beta_1 I_A$ .

Условие эффективного восстановления  $X = 0$  в голограмме спекл-поля достигается при несколько отличающихся частоте и (или) направлении считывания по сравнению с голограммой плоских волн, записанной в той же геометрии и с той же экспозицией. Такое свойство объемной голограммы получило название эффекта сдвига кривой спектрально-угловой селективности<sup>29-31</sup>. Отметим, что сдвиг в статических фазовых голограммах не сопровождается изменением формы этой кривой.

Кривые селективности могут сильно отличаться своей шириной для голограмм, записанных в различных средах при различных геометриях; ширина по углу и ширина по частоте имеют разную размерность. Тем более приятным оказывается факт, что величина сдвига кривой селективности за счет спекл-структуры объектного поля инвариантно выражается в единицах полуширины кривой. В обозначениях, использующих параметр брэгговской расстройки полуширина кривой (по нулям в борновском приближении)  $X$ ,  $\Delta X$  (HWOM) =  $\pi$ . Тогда сдвиг кривой  $\delta X_{\text{спекл}}$  равен

$$\frac{\delta X_{\text{спекл}}}{\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{\beta_1}{\beta_2} \left( \frac{|I_A| \cos \theta_B|}{|I_B \cos \theta_A|} \right)^{1/2} M. \quad (10.2)$$

В борновском приближении  $M \approx \eta^{1/2}$  и при  $|I_A| \cos \theta_B| \approx |I_B \cos \theta_A|$ ,  $\beta_1 \approx \beta_2$  относительный сдвиг равен  $\delta X_{\text{спекл}}/\pi \approx 0,16 \eta^{1/2}$ , т. е. составляет не большую долю полуширины. При  $I_A \ll I_B$  сдвиг оказывается еще меньшим.

На рис. 13 приведены результаты эксперимента<sup>32</sup> по просветным фазовым объемным голограммам спекл-полей, записанным в материале «Реоксан»

(об этом материале см. §3). В §3 были сняты кривые угловой селективности при различных значениях экспозиции. Отношение  $I_A/I_B$  было выбрано большим,  $I_A/I_B = 15$ , чтобы, во-первых, увеличить относительный вклад интрамодуляционных возмущений и, во-вторых, избежать присущих материалу «Реоксан» динамических эффектов при записи. В эксперименте пучки  $A$  ( $R$ ) и  $B$  симметрично падали на среду,  $\theta_A \approx \theta_B = 0,14$  рад (в среде). В «реоксане» отсутствуют эффекты усадки и безэкспозиционного изменения  $\varepsilon$ . Поэтому при

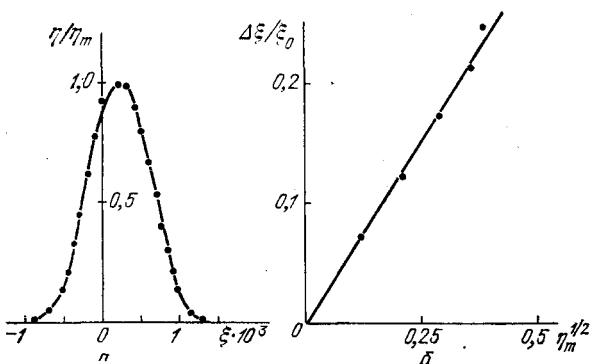


Рис. 13. Экспериментальное исследование кривой селективности фазовых голограмм спекл- поля в «реоксане»<sup>32</sup>.

а — Эффективность  $\eta$  как функция угла отклонения  $\xi$  от направления опорной волны при записи. б — Зависимость сдвига  $\Delta\xi$ , нормированного на полуширину кривой  $\xi_0$ , от  $\eta^{1/2} m$

сдвига кривой селективности от параметра  $\eta^{1/2}$ , пропорционального экспозиции. Прямая, отвечающая теоретической зависимости (10.2), хорошо согла- суется с экспериментальными точками.

Сделаем выводы. Объемные голограммы спекл-полей в отношении дифракционной эффективности описываются практически теми же уравнениями, что и регулярные объемные голографические решетки. Тем самым для них, в отличие от тонких и толстослойных голограмм, оказывается возможным получить близкую к 100% дифракционную эффективность.

Обсудим, наконец, как влияет на этот вывод возможное насыщение фотоматериала<sup>30, 34</sup>. Для этого следует записать индукцию  $\delta D = \delta\varepsilon(R) \times \tilde{B} \exp(i\tilde{k}_B R)$ , возникающую при рассеянии объектной волны на возмущениях  $\delta\varepsilon(R)$  из (6.1) и в рамках теории спеклона спроектировать на поле спеклона  $A(R)$ , заменяя пространственное интегрирование усреднением по ансамблю:

$$M = \frac{kL}{2\varepsilon} \frac{\langle \delta D A^*(R) \exp[i(\tilde{k}_B + Q)R] \rangle}{(I_A I_B)^{1/2}} = M_0 \frac{\exp[-I_B/(I_A + I_B)]}{[1 + (I_A/I_B)]^2}; \quad (10.3)$$

здесь  $M_0 = \propto (I_A I_B)^{1/2}$  — та величина силы голограммы, которая была бы в отсутствии насыщения. Подчеркнем, что теория спеклона позволяет и здесь пользоваться выражениями (7.6) для дифракционной эффективности, если взять  $M$  из (10.3). Сравнение этой зависимости  $M$  от параметров  $I_A, I_B, \Phi_0$  с аналогичным выражением (6.3) для насыщаемых голограмм плоских волн удобно произвести, обратившись к рис. 5. Наличие спекл-структурь при прочих равных условиях несколько снижает величину силы голограммы из-за большего уровня насыщения в выбросах спекл-поля. Поэтому насыщаемость фотослоя для объемных голограмм спекл-полей должна быть весьма малой. Например, при  $I_A = I_B/5$  записать голограмму с  $\eta \approx 100\%$  можно лишь в фотослое с насыщаемостью  $\Phi_0^{-1} \leqslant 0,09$ .

записи голограммы плоскими волнами с малой экспозицией, когда динамические эффекты отсутствовали, максимум кривой угловой селективности отвечает направлению опорной волны при записи. Из рис. 13, а видно, что направление оптимального считывания при спекл-поле объекта отличается от направления опорной волны при записи. Существенно, что при исследованных значениях  $\eta \leqslant 12\%$  ширина кривой угловой селективности и ее форма в соответствии с теорией практически не менялись.

На рис. 13, б представлена зависимость величины

Удобно работать при таких экспозициях, чтобы  $M_0/\Phi_0 = (I_A I_B)^{1/2}/I_n \leqslant 0,25$ , т. е. при не слишком высоком уровне локального насыщения. Причина состоит в том, что при дальнейшем росте экспозиции дифракционная эффективность растет медленнее, чем шумы. Как видно из графиков рис. 5, в этом диапазоне параметров при  $I_A \leqslant I_B$  значения  $M$  отличаются от силы голограммы для плоских волн не более чем на 10%. Кроме того, из-за насыщения интрамодуляционные слагаемые в  $\delta e(R)$  записываются слабее, чем в линейной среде той же фоточувствительности; в результате сам по себе малый сдвиг кривой спектрально-угловой селективности становится еще меньше.

Тем самым мы приходим к важному выводу: для тех величин параметров насыщаемости, экспозиции и пр., при которых объемная голограмма дает высокую дифракционную эффективность, для вычисления последней можно уверенно пользоваться результатами теории для голограммы плоских волн как в линейной, так и в насыщающейся среде.

## 11. ИНТРАМОДУЛЯЦИОННЫЕ ШУМЫ ОБЪЕМНЫХ ГОЛОГРАММ

Еще одним потенциальным преимуществом объемных голограмм, в которых длина спекл-элемента  $\Delta z_A$  заметно меньше толщины  $L$ , является высокое качество восстановления, т. е. низкий уровень шумов.

Обсудим сначала кросс-модуляционные источники шума, связанные с пространственной неоднородностью голографической решетки. В борновском приближении при линейном фотоотклике кросс-шумы вообще отсутствуют (3.3). По мере нарастания объектной волны  $a_0(z) A(R)$  в процессе восстановления становится существенным ее обратное рассеяние на решетке  $A^*(R) B \exp[i(\mathbf{k}_B - \mathbf{k}_A) R]$ . Пространственная структура поляризации среды  $a(z) |A(R)|^2 B \exp(i\mathbf{k}_B R)$  содержит однородную часть  $a(z) \langle |A|^2 \rangle \times B \exp(i\mathbf{k}_B R)$ , ослабляющую падающую плоскую опорную волну из-за оттока энергии в поле объекта. Кроме того, в этой поляризации содержится неоднородная часть  $(|A(R)|^2 - \langle |A|^2 \rangle) a(z) B \exp(i\mathbf{k}_B R)$ , постепенно зашумляющая опорную волну. Если принять  $|a(z)|^2 \approx \eta(z/L)^2$ , то в просветном случае уровень искажений опорной волны можно оценить как

$$\langle |b_{\text{ш}}(z)|^2 \rangle \approx \frac{1}{3} \eta^2 \frac{\Delta z_A}{L} \left( \frac{z}{L} \right)^3.$$

Обратное рассеяние этих шумов на решетке  $AB^*$  в направлении объектной волны приводит к относительным ее искажениям

$$\frac{\langle |a_{\text{ш}}(L)|^2 \rangle}{\langle |a(L)|^2 \rangle} \approx \frac{1}{12} \eta^2 \left( \frac{\Delta z_A}{L} \right)^2. \quad (11.1)$$

Для отражательных голограмм множитель  $1/12$  в правой части (11.1) заменяется на множитель  $1/4$ . Если сравнить (11.1) с оценкой (5.6), то видно, что уровень кросс-шумов в объемных голограммах составляет малую долю  $\eta(\beta_2 I_B / 12\beta_1 I_A)(\Delta z_A / L)$  интрамодуляционных шумов. Отсюда следует, что в реальной ситуации спекл-структурра зашумляет восстановленное поле главным образом через интращумы. Поэтому в настоящем разделе 11 мы в дополнение к оценке (5.6) количественно рассчитаем их уровень.

Уравнение для темпа зашумления объектного спеклона (9.5) с учетом возможного наклона  $\theta_A \neq 0$  перепишем в виде

$$\cos \theta_A \frac{d \langle |n|^2 \rangle}{dz} = \mathcal{R} |a(z)|^2. \quad (11.2)$$

Для просветных фазовых голограмм согласно (7.7)  $|a(z)|^2 = \sin^2(Mz/L)$ , и относительный уровень искажений восстановленного изображения на выходе равен

$$\left( \frac{\langle |n|^2 \rangle}{\langle |a|^2 \rangle} \right)_{\text{просв}} = \frac{\mathcal{R} L}{\cos \theta_A} \frac{2M - \sin 2M}{4M \sin^2 M}. \quad (11.3)$$

Для отражательных фазовых голограмм согласно (7.8)  $|a(z)|^2 = \text{sh}^2(Mz/L)/\text{ch}^2 M$  и

$$\left( \frac{\langle |n|^2 \rangle}{|a|^2} \right)_{\text{отр}} = -\frac{\mathcal{R}L}{\cos \theta_B} \frac{\text{sh } 2M - 2M}{4M \text{sh}^2 M}. \quad (11.4)$$

В борновском пределе как для просветных, так и для отражательных голограмм  $\eta = |M|^2$ ,  $|a(z)|^2 = \eta z^2/L^2$ , а при  $\cos \theta_A = \cos \theta_B$  с использованием (9.9) получаем

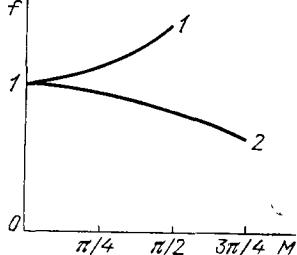


Рис. 14. Зависимость поправочного фактора  $f$  от силы голограммы  $M$  для просветных (1) и отражательных (2) голограмм

вычислять по формулам борновского предела.

До сих пор мы рассматривали в этом разделе шумы при ненасыщаемой записи. С учетом насыщения индукция среды, возбуждающая искажения объектного поля, имеет вид

$$\delta D_A(\mathbf{R}) = \left\{ [\delta \varepsilon_{\text{ин}}(\mathbf{R}) - \langle \delta \varepsilon_{\text{ин}} |A|^2 \rangle I_A^{-1}] \frac{a(z) A(\mathbf{R})}{(I_A \cos \theta_A)^{1/2}} + A(\mathbf{R}) \left[ \frac{\delta \varepsilon_{\text{кр}}(\mathbf{R})}{|A(\mathbf{R})|} - \frac{\langle \delta \varepsilon_{\text{кр}} |A| \rangle}{I_A} \right] \frac{b(z)}{|\cos \theta_B|^{1/2}} \right\} e^{i\mathbf{k}_A \mathbf{R}}, \quad (11.6)$$

где величины  $\delta \varepsilon_{\text{ин}}(\mathbf{R})$  и  $\delta \varepsilon_{\text{кр}}(\mathbf{R})$  определены формулами (6.3). Первое слагаемое описывает действие интранеоднородностей на распространяющееся поле объектной волны, а второе — возбуждение шумовых волн на кросс-решетке, искаженной насыщением. При построении (11.6) мы вычли те члены, которые описывают пространственный резонанс спеклона с интравозмущениями и когерентное перерассеяние опорной волны в спеклон на кросс-решетке; эти члены были уже учтены формулами (9.4) и (10.3). В отсутствие насыщения ( $\beta = \text{const}$ ,  $I_{\text{н}} \rightarrow \infty$ ) кросс-искажения исчезают, а первое слагаемое в (11.6) переходит в (9.7). При произвольном уровне насыщения вычислить уровень шума, используя точные выражения (11.6), не удается. Это, однако, и не требуется, поскольку для объемных голограмм сколько-нибудь заметный интерес представляет лишь тот случай, когда кросс-решетка слабо насыщает фотоотклик,  $M_0 \Phi_0 = |AB|/I_{\text{н}} \ll 1/4$ . Считая малым именно этот параметр (но не вообще насыщение) и полагая  $I_A \ll I_B$ , из (11.6) получим

$$\delta D_A(\mathbf{R}) = e^{i\mathbf{k}_A \mathbf{R}} \frac{A(\mathbf{R})}{(I_A \cos \theta_A)^{1/2}} [|A(\mathbf{R})|^2 - 2I_A] [a(z) \zeta + b(z) \xi], \quad (11.7)$$

$$\zeta = \left( 1 - \frac{I_B}{I_{\text{н}}} \right) e^{-I_B/I_{\text{н}}}, \quad \xi = \frac{(I_A I_B)^{1/2}}{I_{\text{н}}} \left( \frac{I_B}{2I_{\text{н}}} - 1 \right) \left( \frac{\cos \theta_A}{|\cos \theta_B|} \right)^{1/2} e^{-I_B/I_{\text{н}}}.$$

Замечательно, что в этом приближении пространственная структура шумов от обоих процессов имеет одинаковый вид, а именно, такой, как и в случае

линейного фотоотклика. Благодаря этому можно провести все расчеты, используя полученный ранее коэффициент экстинкции, т. е. в уравнении (11.2) заменить  $|a(z)|^2 \rightarrow |\zeta a(z) + \xi b(z)|^2$ . При строгом выполнении условия Брэгга  $X = 0$  медленные амплитуды  $a(z)$  и  $b(z)$  сдвинуты по фазе на  $\pi/2$ , так что интенсивность шумов определяется суммой интенсивностей обоих вкладов. Фактически всегда кросс-вклад мал по сравнению с интра-вкладом, т. е. членом  $\sim \xi b(z)$  можно пренебречь. Не останавливаясь на подробностях взятия интеграла от (11.2) для просветных и отражательных голограмм, проиллюстрируем результаты на графиках рис. 15. Интенсивность шумов, отнесенная к их значению в пенасыщающемся фотослое, представлена для голограмм с  $M \approx 1,5$  (т. е. с  $\eta \approx 1$ ) в зависимости от параметра насыщаемости фотослоя  $\varphi_0^{-1}$ ; эти зависимости оказываются практически одинаковыми для голограмм обоих типов.

Как и в случаях тонкой и толстой слойной голограмм, здесь имеется удивительный момент. Психологически естественно ожидать, что всякая нелинейность в передаче приводит к дополнительнымискажениям. Оказывается, однако, что для объемных голограмм при  $I_A \ll I_B/2$  нелинейность локального фотоотклика в виде насыщения приводит при заданной величине  $\eta$  к уменьшению шумов. Причина состоит в том, что при  $I_A \approx I_B/2$  насыщение сильнее подавляет интрамодуляционные неоднородности, чем неоднородности кросс-решетки.

Сделаем еще одно существенное замечание. Наиболее перспективные для объемной голографии среды большой толщины, такие, как «Реоксан», фоторефрактивные кристаллы, дают динамический фотоотклик  $\delta\epsilon(R)$  непосредственно в процессе экспозиции. Динамические эффекты могут приводить, как известно<sup>35, 36</sup>, к изменениям относительных амплитуд и фаз записывающих пучков. Кроме того, динамические процессы могут приводить к тому, что слабые компоненты, получившиеся рассеянием опорной волны на исходных неоднородностях фотослоя, подхватываются процессом усиления<sup>37, 38</sup>. Такая перекачка означает подчеркивание исходных шумов при записи.

Однако выбором углов наклона и соотношения интенсивностей записывающих волн  $A$  и  $B$  удается свести к минимуму изменение их относительных амплитуд и фаз<sup>29, 32</sup>. Если тем не менее динамические процессы при записи остаются, то их следствием будут главным образом два эффекта. Это, во-первых, небольшое изменение среднего наклона полос кросс-решетки и, во-вторых, изменение соотношения интенсивностей волн по глубине фотослоя; последнее приводит к  $z$ -зависимости амплитуд кросс-решетки и интранеоднородностей. Влияние первого из эффектов легко компенсируется изменением наклона считающей волны; тогда второй из эффектов можно с хорошей точностью учесть, подставив в определение силы голограммы амплитуду кросс-решетки, усредненную по глубине. Голограммы спекл-полей представляют заметные преимущества с точки зрения устранения вредного эффекта самовысаждения шумов при динамической записи. Действительно, шумы когерентно складываются с входным объектным спекл-полем, несколько меняя его конкретную реализацию. Важно, однако, что это новое спекл-поле усиливается опорной волной как единое целое, т. е. уровень шумов относительно объектного сигнала не растет.

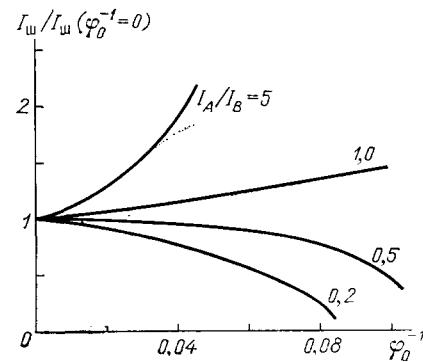


Рис. 15. Уровень интрамодуляционных шумов объемных голограмм, нормированный на их уровень при линейной записи, как функция параметра насыщаемости  $\varphi_0^{-1}$  при фиксированном  $M \approx \pi/2$ , но различных  $I_A/I_B$

## 12. ГИМН ОБЪЕМНЫМ ГОЛОГРАММАМ

Пора подвести итоги. Мы подробно рассмотрели различные типы голограмм спекл-полей: тонкие, толстослойные и объемные; просветные и отражательные. В настоящее время ясно, каковы их основные характеристики и предельные возможности. Это позволяет сравнить разные типы голограмм по дифракционной эффективности и относительному уровню шумов. Сравнение оказывается, и притом с большим преимуществом, в пользу объемных голограмм. Гимном объемным голограммам являются зависимости (рис. 16) дифракционной эффективности  $\eta$  и относительного уровня шума  $(\eta - \eta_0)/\eta_0$  от

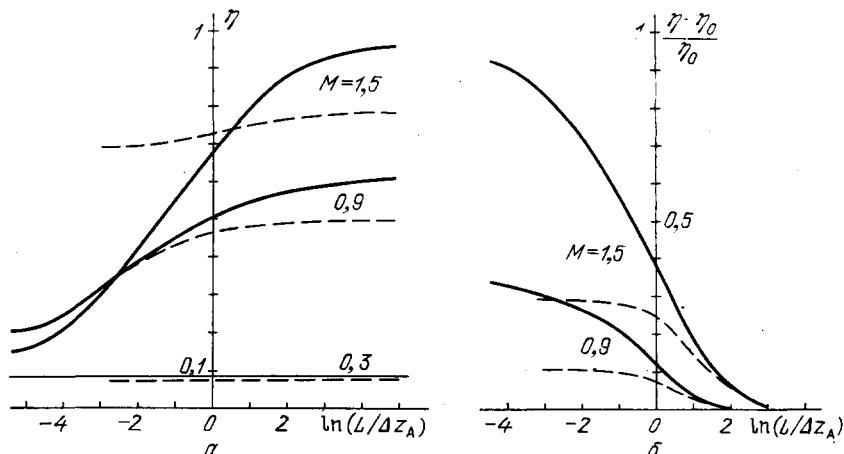


Рис. 16. Зависимости от  $\ln(L/\Delta z_A)$  при различных силах  $M$  для просветных (сплошные линии) и отражательных (штриховые линии) голограмм дифракционной эффективности  $\eta$  (а) и относительного уровня искажений (б)

параметра  $L/\Delta z_A$ , характеризующего степень «объемности» голограммы спекл поля  $A$  ( $R$ ). Тонким голограммам отвечает предел  $L/\Delta z_A \ll 1$ , толстослойным —  $L/\Delta z_A \ll 1$ , а объемным —  $L/\Delta z_A \gg 1$ .

Для определенности графики построены для фазовых голограмм с линейным фотооткликом. Из рис. 15 видно, что только объемные голограммы позволяют достичь максимальной дифракционной эффективности, вплоть до 100%. Наиболее явным их преимуществом является быстрое (как  $\Delta z_A/L$ ) спадание относительного уровня шумов.

Бесспорные преимущества объемных голограмм показывают, сколь актуальной является задача создания новых и совершенствования имеющихся регистрирующих сред большой толщины, а также их подробного экспериментального изучения. Помимо этого прикладного вывода, авторов не в меньшей степени радует, что столь сложную задачу электродинамики и статистической оптики оказалось возможным решить до конца с высокой степенью точности и без упрощающих предположений.

## 13. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Сложение большого числа монохроматических волн с независимыми фазами рассматривалось Рэлеем (см., например, <sup>21</sup>, <sup>39</sup>). Первые наблюдения спекл-структуры светового поля были, по-видимому, сделаны в работе <sup>40</sup> и затем с особенной ясностью и с теоретическим анализом Максом фон Лауз <sup>41</sup>; на работы <sup>40</sup>, <sup>41</sup> любезно обратил наше внимание проф. И. А. Яковлев. После создания лазеров спекл-поля стали появляться повсеместно. Помимо общих монографий <sup>13</sup>, <sup>14</sup>, <sup>42</sup>, <sup>43</sup>, отметим здесь ряд работ по структуре спекл-полей <sup>44</sup>, <sup>48</sup>, их применению в интерферометрии <sup>45</sup>, <sup>46</sup>, дислокациям волнового фронта

спекл-полей<sup>47</sup>. Голограммы с использованием кодированных (т. е. спекл-неоднородных) опорных волн и так называемые «безопорные» гологramмы исследовались в ряде работ; отметим здесь<sup>48, 49</sup>.

Тонкие фазовые голограммы спекл-полей рассматривались в<sup>50–52</sup>. Голограммы, в которых не возбуждаются высшие дифракционные порядки, обычно называли объемными, чтобы отличить их от тонких. Используемая в настоящем обзоре классификация, различающая: 1) собственно объемные, 2) толстослойные и 3) тонкие голограммы спекл-полей, была введена авторами<sup>53</sup>. Дифракционная эффективность фазовых толстослойных голограмм спекл-полей исследовалась теоретически и экспериментально в<sup>30, 53, 54</sup>.

В работе<sup>27</sup> проведены расчеты дифракционной эффективности и шумов голограмм спекл-полей всех типов. Влияние насыщения фотопроцесса на полную дифракционную эффективность было исследовано экспериментально и обсуждено теоретически в<sup>30</sup>. Теория эффектов насыщения, включая расчет шумов, для тонких и толстослойных просветных и отражательных голограмм, излагаемая в настоящем обзоре, принадлежит авторам. Селективные свойства толстослойных и объемных голограмм стали предметом интенсивных исследований после основополагающей работы Ю. Н. Денисюка<sup>10</sup>. В изложении вопроса о селективности в разделе 4 мы следуем нашей работе<sup>26</sup>.

К голографии теория связанных волн была впервые применена Х. Когельником<sup>12</sup>. Детальное изложение результатов этой теории, в том числе для решеток синусоидального профиля с плавной неоднородностью, имеется в монографии<sup>74</sup>. Одна из первых попыток перенести теорию связанных волн на случай объемных голограмм спекл-полей была сделана в<sup>55</sup>. Важную стимулирующую роль сыграла работа В. Г. Сидоровича<sup>56</sup>, в которой впервые была рассчитана дифракционная эффективность параксиальной просветной фазовой объемной голограммы с учетом интрамодуляционных вкладов в фазовую скорость спекл-волны.

При этом использовалось разложение спекл-поля объектной волны на дискретные угловые компоненты и понятие «моды голограммы». За ней последовал целый ряд работ<sup>26, 57–66</sup>, использовавших методы модовой теории объемных голограмм, инициированных В. Г. Сидоровичем и посвященных различным аспектам процесса восстановления. В работах<sup>67–70</sup> развит пространственно-частотный вариант теории трехмерных голограмм, отличающийся от модовой теории разложением по непрерывному спектру угловых компонент.

В настоящем обзоре для построения теории объемных голограмм использовано введенное в<sup>28</sup> понятие «спеклон», характеризующее спекл-поле с измененной фазовой скоростью и определенной экстинкцией. Благодаря этому удается получить необходимые результаты наиболее простым и наглядным способом. Этот подход развивался в работах<sup>15, 26, 29, 31, 71</sup>. Близкий к нему язык использовался в работе<sup>72</sup>. Сдвиг кривой селективности статической объемной голограммы экспериментально обнаружен в работе<sup>32</sup>. Насыщение фотоотклика объемных голограмм было рассмотрено в<sup>34, 73</sup> применительно к вычислению дифракционной эффективности. Расчет интрамодуляционных шумов объемных голограмм спекл-полей принадлежит авторам настоящего обзора; для ненасыщенного фотоотклика он был опубликован в<sup>29, 58</sup>.

Динамические эффекты очень важны при записи голограмм большой толщины в таких материалах, как «Реоксан» и фоторефрактивные кристаллы. В настоящем обзоре, посвященном статической голографии, эти вопросы почти не обсуждались. Для голограмм спекл-полей эти вопросы исследовались в<sup>29, 67, 70, 75</sup>.

Авторы глубоко признательны Ю. Н. Денисюку и Г. В. Скроцкому за внимание и интерес к нашей работе, Н. Г. Власову, А. В. Мамаеву, Ю. И. Островскому, В. Г. Сидоровичу и М. С. Соскину за ценные обсуждения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Оптическая голограмма.— М.: Мир, 1973.
2. Строук Дж. Введение в когерентную оптику и голографию.— М.: Мир, 1967.
3. Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики.— М.: Наука, 1971.
4. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику.— М.: Мир, 1970.
5. Островский Ю. И. Голограмма и ее применение.— Л.: Наука, 1973.
6. Оптическая голограмма/Пер. с англ. Под ред. Г. Колфилда.— М.: Мир, 1982.
7. Гэйг J. D.//Nature. 1948. V. 161. P. 777.
8. Bragg W. L.//Nature. 1950. V. 166. P. 399.
9. Leith E. N., Uptnicks J.//J. Opt. Soc. Am. 1963. V. 53. P. 1377.
10. Денисюк Ю. Н.//Опт. спектр. 1963. Т. 15. С. 522.
11. Kogelnik H.//Bell Syst. Techn. J. 1969. V. 48. P. 1835.
12. Kogelnik H.//Ibidem. P. 2909.
13. Laser Speckle and Related Phenomena/Ed. J. C. Dainty.— Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag, 1975.
14. Франсон М. Оптика спеклов.— М.: Мир, 1980.
15. Зельдович Б. Я., Пилипецкий Н. Ф., Шкунов В. В. Обращение волнового фронта.— М.: Наука, 1985.
16. Винецкий В. Л., Кухтарев Н. В., Одулов С. Г., Соскин М. С.//УФН. 1979. Т. 129. С. 113.
17. Günter P.//Phys. Rept. 1982. V. 93. P. 199.
18. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.— М.: Наука, 1973.
19. Ландau Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля.— М.: Наука, 1973.
20. Давенпорт В. Б., Рут В. Л. Введение в теорию случайных процессов и шумов.— М.: ИЛ, 1960.
21. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1: Случайные процессы.— М.: Наука, 1976.
22. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику.— М.: Наука, 1981.
23. Ахманов С. А., Хохлов Р. В. Проблемы нелинейной оптики.— М.: ВИНИТИ, 1964.
24. Мамаев А. В., Мухин Ю. В., Пилипецкий Н. Ф., Шкунов В. В.//Квант. электрон. 1983. Т. 10. С. 1483.  
Мамаев А. В., Пилипецкий Н. Ф., Шкунов В. В.//Ibidem. 1984. Т. II. С. 1275.
25. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В.//Ibidem. 1977. Т. 4. С. 1090.
26. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В., Яковлева Т. В. Модовая теория объемных голограмм: Препринт ФИАН СССР № 54.— Москва, 1979.
27. Зельдович Б. Я., Мамаев А. В., Хайкин А. Ю., Шкунов В. В., Яковлева Т. В.//Физические основы и прикладные вопросы голограммы.— Л.: ЛИЯФ АН СССР, 1985.— С. 210.
28. Зельдович Б. Я., Пилипецкий Н. Ф., Шкунов В. В.//УФН. 1982. Т. 138. С. 249.
29. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1984. Т. 48. С. 1545.
30. Чураев А. Л., Стаселько Д. И., Бенкен А. А.//ЖТФ. 1984. Т. 54. С. 306.
31. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В.//Квант. электрон. 1984. Т. 11. С. 2162.
32. Сандер Е. А., Шкунов В. В., Шайдин С. А.//ЖЭТФ. 1985. Т. 88. С. 116.
33. Лашков Г. И., Суханов В. И.//Опт. спектр. 1979. Т. 47. С. 1126.
34. Зельдович Б. Я., Яковлева Т. В.//Квант. электрон. 1980. Т. 7. С. 519.
35. Винецкий В. Л., Кухтарев Н. В., Марков В. Б., Одулов С. Г., Соскин М. С.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1977. Т. 41. С. 811.
36. Белинигер В. И., Стурман Б. И.//УФН. 1980. Т. 130. С. 415.
37. Magnusson R., Gaylord T. K.//Appl. Opt. 1974. V. 13. P. 1545.
38. Обуховский В. В., Стоянов А. В.//Квант. электрон. 1985. Т. 12. С. 563.
39. Стретт Дж. В. (lord Релей). Теория звука. Т. 1.— М.: Гостехиздат, 1955.
40. Expeг K.//Wiener Ber. 1877. Bd 76. S. 522.
41. Laue M. von//Verh. Deutsch. Phys. Ges. 1915. S. 1144.
42. Клименко И. С. Голограмма сфокусированных изображений и спектр-интерферометрия.— М.: Наука, 1985.
43. Островский Ю. И., Бутусов М. М., Островская Г. В. Голограммическая интерферометрия.— М.: Наука, 1977.
44. Козел С. И., Локшин Г. Р.//Опт. спектр. 1972. Т. 33. С. 165.
45. Власов Н. Г., Пресняков Ю. П.//Оптическая голограмма.— Л.: ЛДНП, 1972.— С. 51.
46. Власов Н. Г., Пресняков Ю. П., Семенов Э. Г.//Опт. и спектр. 1974. Т. 37. С. 369.

47. Баранова Н. Б., Зельдович Б. Я.//ЖЭТФ. 1980. Т. 80. С. 1789.  
 Баранова Н. Б., Зельдович Б. Я., Мамаев А. В., Пилипецкий Н. Ф., Шкунов В. В.//ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 1702.  
 Баганова Н. В., Мамаев А. В., Pilipetsky N. F., Shkunov V. V., Zel'dovich B. Ya.— J. Opt. Soc. Am. 1983. V. 73. P. 525.
48. Полянский В. К., Ковалский Л. В.//Опт. и спектр. 1973. Т. 35. С. 345.  
 Полянский В. К., Полянский В. П.//Фундаментальные основы оптической памяти и среды.— Киев: Вища школа, 1985.— С. 22.  
 Полянский В. К., Ростянов С. Н., Тарновецкий В. В.//УФЖ. 1980. Т. 25. С. 645.
49. Сандер Е. А., Суханов В. И., Шайдин С. А.//Оптическая голограммия.— Л.: Наука, 1983.— С. 77.
50. Velzel C. H. F.//Opt. Commun. 1971. V. 3. P. 133; Optica Acta. 1973. V. 20. P. 585.
51. Локшин В. И., Семенов Г. Б.//Материалы IV всесоюзной школы по голограммии.— Л.: ЛФТИ АН СССР, 1973.— С. 313.
52. Зельдович Б. Я., Лернер П. Б.//Квант. электрон. 1981. Т. 8. С. 1886.
53. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В., Яковлева Т. В.//Ibidem. 1983. Т. 10. С. 1581.
54. Leonard C., Uratnieseks J.//J. Opt. Soc. Am. 1971. V. 60. P. 297.
55. Аристов В. В., Шехтман В. Ш.//УФН. 1971. Т. 104. С. 51.
56. Сидорович В. Г.//ЖТФ. 1976. Т. 46. С. 1306.
57. Лещев А. А., Сидорович В. Г.//Опт. и спектр. 1978. Т. 44. С. 302.
58. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В., Яковлева Т. В. Препринт ФИАН СССР № 26.— Москва, 1979.
59. Сидорович В. Г., Шкунов В. В.//Опт. и спектр. 1978. Т. 44. С. 1001.
60. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В. а) Препринт ФИАН СССР № 57.— Москва, 1978; б) //Физические основы голограммии: (Материалы X Всесоюзной школы по голограммии.— Л.: ЛИЯФ АН СССР, 1978.— С. 46; в) //Appl. Opt. 1979. V. 18. P. 3633.
61. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В. Препринт ФИАН СССР № 266.— Москва, 1978.
62. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В.//Квант электрон. 1979. Т. 6. С. 1533.
63. Сидорович В. Г.//<sup>60б</sup>.— С. 161.
64. Баранова Н. Б., Зельдович Б. Я., Шкунов В. В., Яковлева Т. В.//Материалы XII Всесоюзной школы по голограммии.— Л.: ЛИЯФ АН СССР, 1980.— С. 3.
65. Лещев А. А., Сидорович В. Г.//Оптическая голограммия/Под ред. Ю. Н. Денисюка.— Л.: Наука, 1979.— С. 42.
66. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В., Яковлева Т. В.//Проблемы оптической голограммии/Под ред. Ю. Н. Денисюка.— Л.: Наука, 1981.— С. 80.
67. Суханов В. И., Корзинин Ю. Л.//Письма ЖТФ. 1982. Т. 8. С. 1144.
68. Корзинин Ю. Л., Суханов В. И.//Ibidem. 1983. Т. 9. С. 1254.
69. Корзинин Ю. Л., Суханов В. И.//Опт. и спектр. 1984. Т. 56. С. 766.
70. Корзинин Ю. Л., Суханов В. И.//Письма ЖТФ. 1984. Т. 10. С. 1073.
71. Зельдович Б. Я., Шкунов В. В.//Физические основы голограммии: Труды XV школы по голограммии.— Л.: ЛФТИ АН СССР, 1983.— С. 104.
72. Краснов А. Е.//Квант. электрон. 1980. Т. 7. С. 818.
73. Сандер Е. А., Шайдин С. А.//Сборник трудов IV Всесоюзной конференции по голограммии.— Ереван: ВНИИРИ, 1982.— С. 172.
74. Solymar L., Cooke D. J. Volume Holography and Volume Gratings.— N. Y.: Academic Press, 1981.
75. Духонный А. М., Стаселько Д. И.//Письма ЖТФ. 1982. Т. 8. С. 1009.
76. Бломберген Н.//Нелинейная спектроскопия.— М.: Мир, 1979.— С. 24.
77. Хохлов Р. В.//Радиотехн. и электрон. 1961. Т. 6. С. 917.
78. Хохлов Р. В.//Ibidem. С. 1116.
79. Стаселько Д. И., Чураев А. Л.//ЖЭТФ. 1986. Т. 56. С. 324.
80. Стаселько Д. И., Образцов В. С.//Ж. науч. и прикл. фотогр. и кинематогр. 1972. Т. 17. С. 115.
81. Стаселько Д. И., Чураев А. Л.//Опт. и спектр. 1984. Т. 57. С. 677.