

533.95:537.84

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАЗМЫ В СТЕЛЛАРАТОРАХ

Л. М. Коврижных, С. В. Щенетов

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	637
2. Магнитные конфигурации стеллараторов	639
3. Теоретические методы исследования плазмы в стеллараторе	643
4. Равновесие плазмы	648
5. Токово-винтовые моды	654
5.1. Линейная теория	654
5.2. Нелинейное развитие тиринг-мод	658
5.3. О пилообразных колебаниях в стеллараторе	659
6. Об устойчивости плазмы конечного давления	660
6.1. Локализованные моды в идеально проводящей плазме	660
6.2. Критерий устойчивости диссипативных мод	665
6.3. О величине предельного давления в стеллараторах	665
7. Заключение	666
Приложение. Укороченные усредненные уравнения	667
Список литературы	668

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы достигнуты значительные успехи в области исследований, ставящих своей конечной целью осуществление управляемой термоядерной реакции в рамках магнитного удержания. При этом основное внимание уделяется токамакам, где получены наиболее впечатляющие экспериментальные результаты и достигнуто наилучшее понимание физических закономерностей, лежащих в основе явлений, происходящих в плазме. Тем не менее, не исключено, что окончательный успех может обеспечить иной подход к решению задачи управляемого термоядерного синтеза. В одном из таких подходов предполагается использовать стелларатор — замкнутую магнитную ловушку, в которой удержание плазмы осуществляется с помощью полей, создаваемых токами, текущими по внешним проводникам. Основное преимущество стелларатора заключается в том, что для его работы нет необходимости возбуждать токи в плазме, и он может работать в стационарном режиме.

За последние годы стеллараторная программа заметно продвинулась вперед. Успехи ее как в экспериментальной, так и в теоретической областях оказались столь значительными, что стеллараторные системы уже вполне серьезно можно рассматривать как один из вариантов термоядерного реактора.

Очевидно, что магнитная ловушка, используемая для удержания высокотемпературной плазмы, должна обеспечивать равновесие плазмы (причем такое, которое было бы устойчиво относительно малых возмущений) и достаточно малые потери частиц и энергии. Потери из ловушки определяются скоростями диффузии и теплопроводности, анализ которых составляет предмет

теории процессов переноса. Этого вопроса мы в настоящей работе не будем касаться, отсылая интересующихся, например, к одному из последних обзоров¹. Здесь мы ограничимся рассмотрением первых двух проблем, а именно, теории магнитогидродинамического равновесия и устойчивости плазмы. По каждой из этих проблем мы попытаемся определить ее современный статус и указать важнейшие в настоящий момент задачи.

В настоящей работе мы уделим внимание лишь стеллараторам *) с плоской круговой магнитной осью и не будем рассматривать, хотя и весьма интересные, но еще недостаточно теоретически и экспериментально изученные системы с пространственной осью типа ASPERATOR², ДРАКОН³, HELIAX⁴ и др. В разделе 2 мы обсудим способы создания стеллараторных магнитных конфигураций, а также приведем их основные параметры.

Одной из причин, замедливших развитие теории удержания плазмы в стеллараторах, является отсутствие в этих системах аксиальной симметрии и, как следствие этого, трехмерность (пространственная) задач. В связи с этим важна разработка методов (как аналитических, так и численных), адекватно учитывающих специфику удержания плазмы в трехмерных магнитных полях. В разделе 3 кратко излагаются основные подходы к исследованию различных аспектов МГД удержания плазмы в стеллараторе.

Ранее считалось, что совместное выполнение условий равновесия и устойчивости для стеллараторной плазмы приводит к ограничению величины β на уровне, меньшем 1%, где $\beta = 8\pi\bar{p}/B^2$ — отношение среднего по сечению плазменного шнура газокINETического давления к давлению магнитного поля (магнитная ловушка стеллараторного типа представляет практический интерес как возможный прототип термоядерного реактора лишь в том случае, если в ней возможно устойчивое удержание достаточно плотной плазмы с величиной $\beta \sim 5\%$). Однако результаты последних теоретических работ опровергли это мнение и продемонстрировали, что при практически осуществимом выборе параметров ловушки возможно устойчивое удержание плазмы с $\beta \sim 10\%$. Вопросы, связанные с определением предельного давления плазмы, обсуждаются в разделе 4 (равновесие) и 6 (устойчивость). Следует отметить, что экспериментальные исследования по удержанию плазмы большого давления в стеллараторах практически пока еще не проводились. Поэтому результаты, изложенные в этих разделах, представляют интерес в основном с точки зрения прогнозирования будущих экспериментов и выбора оптимальных магнитных конфигураций для будущих ловушек (в том числе и для реактора). В то же время проведены многочисленные эксперименты по исследованию токово-винтовых мод, обусловленных наличием в плазме продольного тока, который до последнего времени являлся основным способом создания и нагрева плазмы. Теоретическому исследованию токово-винтовых мод в стеллараторе посвящен раздел 5 настоящей работы. Здесь же мы обсудим ряд экспериментальных данных, полученных на различных установках (что, собственно говоря, не является целью настоящей работы, а служит лишь для иллюстрации общих положений теории). Подробное обсуждение экспериментов, проводившихся на установках стеллараторного типа, можно найти, например, в обзорах^{5,6} и в недавно вышедшей монографии⁷.

В заключении подводятся итоги современного состояния теории магнито-гидродинамического равновесия и устойчивости плазмы в стеллараторе и излагаются основные направления ее развития.

Несколько слов о библиографии, которая ни в коей мере не претендует на полноту. Мы стремились отразить⁸ в нашем обзоре преимущественно те

*) Термин стелларатор ниже будет обозначать магнитную ловушку, в которой система вложенных магнитных поверхностей в вакууме создается с помощью либо винтовых проводников с током, либо иных внешних проводников, оказывающих аналогичное действие.

работы, в которых получены принципиально важные результаты, либо работы интересные с методической точки зрения. Естественно, при выборе последних не могли не сказаться вкусы авторов.

2. МАГНИТНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ СТЕЛЛАРАТОРОВ

Впервые магнитная ловушка стеллараторного типа была предложена в 1951 г. Спитцером⁸, показавшем, что при свертывании тороидального соленоида в восьмерку реализуется магнитная конфигурация, имеющая вид вложенных друг в друга магнитных поверхностей с отличным от нуля вращательным преобразованием (что обеспечивает компенсацию в среднем дрейфа частиц из-за неоднородности магнитного поля).

В⁹ был предложен еще один способ создания вакуумного вращательного преобразования. В ловушках такого типа (которые мы в дальнейшем будем

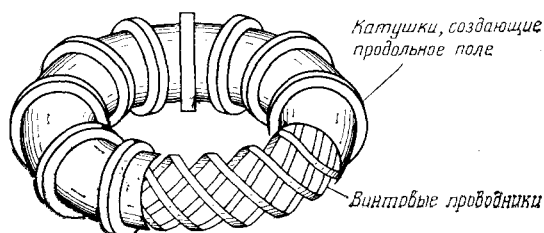


Рис. 1. Схематическое изображение стелларатора

условно называть классическим стелларатором) продольное магнитное поле создается соленоидальной обмоткой, а вращательное преобразование — током, текущим в n_0 парах винтовых проводников, намотанных на поверхность тора, причем в соседних проводниках ток равен по величине и противоположен по знаку (рис. 1).

Для того чтобы лучше понять основные свойства образующейся в стеллараторе магнитной конфигурации, рассмотрим вначале для наглядности прямой стелларатор, т. е. систему, обладающую винтовой симметрией. При этом безвихревые магнитные поля можно описывать с помощью скалярного потенциала $\tilde{\Phi}^M$, который в цилиндрической системе координат (r, φ, z) зависит только от двух переменных, а именно r и $\omega = \varphi - Ns/n_0$. Положим также, что в выражение для $\tilde{\Phi}^M$ входит лишь одна гармоника по ω :

$$\tilde{\Phi}^M = B_0 R_0 s + B_0 \varepsilon(r) \sin n_0 \omega, \quad \mathbf{B} = \nabla \tilde{\Phi}^M, \quad (2.1)$$

$$\varepsilon(r) = \alpha^{-1} \varepsilon_{n_0} I_{n_0}(n_0 \alpha r),$$

где $s = z/R_0$, $R_0 = L/2\pi$, L — длина системы, B_0 — продольное постоянное поле, N — полное число периодов винтового поля, ε_{n_0} — константа, I_{n_0} — модифицированная функция Бесселя порядка n_0 , $\alpha = N/R_0 n_0$. Строго говоря, магнитное поле, создаваемое током, текущим в n_0 (число n_0 носит название заходности) пар винтовых проводников, содержит бесконечное множество гармоник, однако вдали от проводников с током аппроксимации одной гармоникой в ряде случаев вполне оправдана.

Поскольку в рассматриваемом приближении магнитное поле обладает винтовой симметрией, то система уравнений силовой линии

$$\frac{dr}{dz} = \frac{B_r}{B_z}, \quad \frac{rd\varphi}{dz} = \frac{B_\varphi}{B_z} \quad (2.2)$$

имеет точный интеграл

$$A_z + \alpha r A_\varphi = \frac{1}{2} B_0 \alpha r^2 - \frac{r \varepsilon_{n_0}}{\alpha n_0} I'_{n_0} \cos n_0 \omega = \frac{1}{2} B_0 \alpha a^2 = \text{const}, \quad (2.3)$$

где A_z и A_φ — компоненты векторного потенциала ($\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$), штрих означает дифференцирование по r , a_v — средний радиус магнитной поверхности (схематически сечение магнитных поверхностей для стеллараторов с $n_0 = 1, 2, 3$, плоскостью $z = \text{const}$ представлено на рис. 2). При этом имеются два типа магнитных поверхностей, одни из которых замыкаются вокруг магнитной оси системы, другие — вокруг винтовых проводников. Разграничивающая эти два семейства поверхность носит название сепаратрисы. Следует отметить, что случай с $n_0 = 1$ является в некотором смысле выделенным, поскольку при $n_0 = 1$ магнитная ось системы является пространственной кривой. При $n_0 > 1$ в сечении $z = \text{const}$ в начале координат

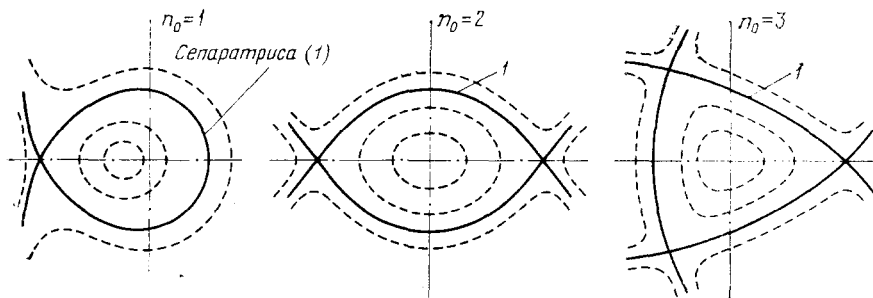


Рис. 2. Сечение магнитных поверхностей плоскостью $z = \text{const}$ для систем с винтовой симметрией и заходностью $n_0 = 1, 2$ и 3

находится эллиптическая особая точка, и ось z является магнитной осью системы; кроме этого, имеется n_0 точек гиперболического типа, которые образуют n_0 винтовых осей — ребер сепаратрисы, лежащих против винтовых проводников, по которым течет ток в направлении, противоположном направлению продольного магнитного поля. Для того чтобы однозначно определить поведение силовой линии на магнитной поверхности, необходимо найти второй интеграл системы уравнений (2.2). Этот интеграл может быть выражен в квадратурах¹⁰, однако получающиеся при этом формулы оказываются весьма громоздкими. Поэтому в¹⁰ было предложено использовать для нахождения второго интеграла один из приближенных методов — метод усреднения. Метод усреднения¹¹ представляет собой фактически удобную замену переменных, при проведении которой все величины, входящие в систему (2.2), представляются в виде суммы двух частей $r = a_v + \tilde{r}$, $\varphi = \langle \varphi \rangle + \tilde{\varphi}$; волнистая черта сверху обозначает величины, быстроосциллирующие при продвижении вдоль силовой линии, а угловые скобки обозначают усреднение по периоду быстропеременного магнитного поля, причем $\langle \tilde{r} \rangle$, $\langle \tilde{\varphi} \rangle = 0$. При этом осциллирующие члены находятся путем прямого интегрирования по быстроменяющейся пространственной переменной, и задача сводится, таким образом, к нахождению средних величин из системы уравнений, в которой учтены члены, получающиеся при усреднении четных степеней осциллирующих величин. В частности, метод усреднения легко позволяет получить уравнение силовой линии с точностью до ε^2 включительно. При этом имеем

$$\begin{aligned} r &= a_v + \frac{1}{n_0 \alpha^2} \varepsilon_{n_0} I'_{n_0} \cos n_0 \omega, \\ \varphi &= \tau^* s - \varepsilon_{n_0} \left(\frac{1}{\alpha a_v^2} \right)^2 I_{n_0} \sin n_0 \omega, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где τ^* — нормированный на 2π угол вращательного преобразования силовых линий, лежащих на поверхности со средним радиусом a_v :

$$\tau^* = \varepsilon_{n_0}^2 R_0 \alpha n_0^4 \left(\frac{1}{2x} \frac{d}{dx} \right)^2 I_{n_0}^2, \quad x = n_0 \alpha a_v. \quad (2.5)$$

При $x \ll 1$ из (2.5) следует

$$\tau^* \approx \varepsilon_{n_0}^2 \left(\frac{1}{2^{n_0} n_0!} \right)^2 n_0^2 \alpha R_0 x^{2(n_0-2)} \left(n_0 - 1 + \frac{x^2}{2} \dots \right). \quad (2.6)$$

Из (2.6) видно, что лишь поля с заходностью $n_0 = 1$ и 2 создают конечный угол вращательного преобразования на магнитной оси, при удалении от которой угол вращательного преобразования монотонно возрастает. Для систем с $n_0 = 1$ и $n_0 = 2$ можно создать магнитную конфигурацию с почти постоянным углом вращательного преобразования, если оказывается выполненным условие $n_0 \alpha a_{\text{гр}} \ll 1$, где $a_{\text{гр}}$ — средний радиус граничной магнитной поверхности.

Следует отметить, что использованный выше асимптотический метод усреднения оказывается неприменимым вблизи сепаратрисы, где угол вращательного преобразования стремится к N/n_0 — числу шагов винтовых

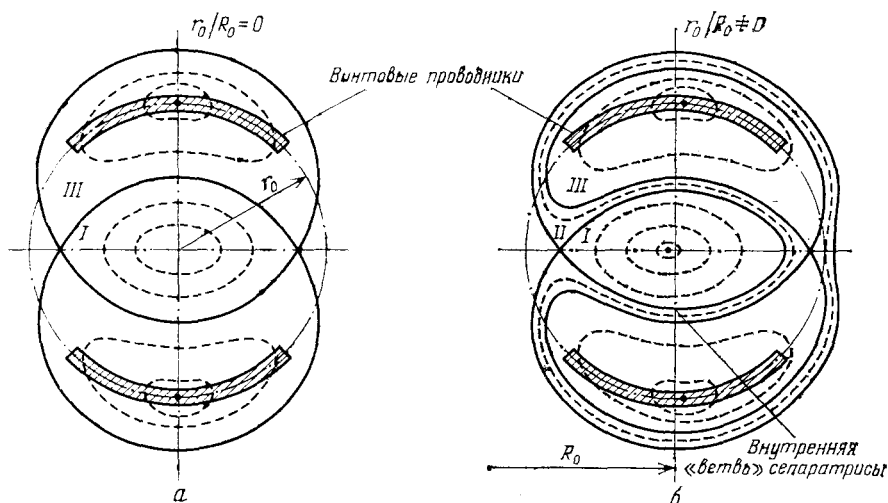


Рис. 3. Расщепление сепаратрисы в торсатроне при снятии винтовой симметрии из-за конечной тороидальности⁶³.

I — магнитные поверхности, замкнутые вокруг магнитной оси системы; *II* — переходная область; *III* — магнитные поверхности, охватывающие проводники с током

обмоток по z , и нет возможности разделить величины, входящие в систему уравнений (2.2), на медленно меняющуюся и быстроосциллирующую части. Хотя формально метод усреднения справедлив, таким образом, при $a_v \ll a_c$ (где a_c — средний радиус сепаратрисы), как показало сравнение значения τ^* найденного с помощью (2.5), и результатов численных расчетов по точным формулам, хорошее совпадение наблюдается вплоть до $a_v \leq a_c/2$ ¹⁰. Следует отметить, что в практически интересных случаях, из-за эффектов тороидальности, влияния различных возмущений и т. п. винтовая симметрия нарушается, что в свою очередь приводит к расщеплению сепаратрисы¹²⁻¹⁴. При этом внутренняя «ветвь» сепаратрисы ограничивает область поверхностей, замкнутых вокруг магнитной оси *), внешняя — область магнитных поверхностей, замкнутых вокруг проводников с током. Между этими ветвями лежит подсемейство магнитных поверхностей, образовавшееся на месте прежней сепаратрисы, охватывающих как винтовые токи, так и магнитную ось и создающих тем самым естественный диверторный слой (рис. 3).

) При этом оказывается, что вращательное преобразование на внутренней ветви сепаратрисы $\tau^ \ll N/n_0$ (и, следовательно, для описания фактически всей структуры замкнутых магнитных поверхностей вплоть до сепаратрисы можно использовать метод усреднения).

Заметим, что магнитная конфигурация, характерная для классического стелларатора, может быть создана и в ловушках, более простых с инженерной точки зрения, получивших название торсатрон¹⁵. В торсатронах магнитные поверхности получают с помощью n_0 винтовых проводников с одинаковым направлением текущего по ним тока, заменяющих как соленоидальную обмотку, создающую продольное магнитное поле, так и $2n_0$ винтовых проводников, создающих вращательное преобразование и шир (т. е. перекрещенность силовых линий магнитного поля) в традиционной схеме стелларатора. Однонаправленные токи в тороидальной геометрии приводят к появлению магнитного поля, перпендикулярного плоскости тора, которое компенсируют обычно системой кольцевых проводников.

Еще один способ компенсации заключается в специальном выборе закона намотки токонесущих шин на поверхность тора^{16,17}, при котором на оси

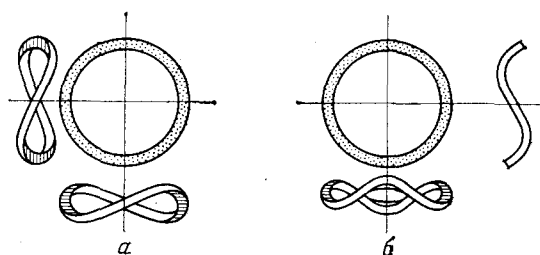


Рис. 4. Модульные катушки, создающие двухзаходное (а) и трехзаходное (б) винтовое поле

системы вертикальное магнитное поле обращается в ноль без дополнительной компенсирующей системы. Такую ловушку авторы¹⁶ назвали *ultimate torsatron*, имея в виду предельное упрощение токовой системы.

Выше мы рассмотрели ряд систем, в которых вакуумные магнитные поверхности получают с помощью винтовых токов. Существует, однако, несколько других возможностей создания аналогичных конфигураций, в частности, с помощью набора дискретных магнитных катушек специальной формы. Впервые такая идея была высказана в работе¹⁸, где предполагалось для создания винтовых магнитных полей использовать соленоид, витки которого проворачивались при продвижении вдоль геометрической оси системы и имели форму, близкую к форме требуемых магнитных поверхностей (для создания двухзаходного поля необходимы катушки эллиптической формы, трехзаходного — треугольной и т. д.). Поскольку эффективность создания угла вращательного преобразования в такой системе оказывалась невелика, в^{18,19} было предложено использовать для увеличения τ^* дополнительную соленоидальную обмотку, уменьшающую продольное магнитное поле.

Более эффективным, с точки зрения получения максимального угла вращательного преобразования, оказывается использование вместо плоских проводников пространственных токовых колец²⁰, скрученных, например, следующим образом: $r = r_0$, $z = d \cos n_0 \varphi$ (рис. 4), где d — константа, характеризующая величину модуляции. При $n_0 \geq 2$ получается конфигурация с почти плоской магнитной осью. Применяя более сложный закон модуляции катушки, например $z = \sum_j d_j \cos j n_0 \varphi$, и выбирая соответствующим образом амплитуды гармоник d_j , можно получить весьма широкий класс магнитных конфигураций, в частности, со значительно большим углом вращательного преобразования, чем можно достичь в случае одной гармоники с $j = 1$ ²¹.

Отметим, что все современные крупные действующие экспериментальные установки, в которых магнитные конфигурации обладают плоскими осями, используют винтовые проводники, в то время как системы, использующие модульные катушки, находятся еще в состоянии проектирования (весьма распространенным является мнение, что для будущих реакторов более выгодными являются системы, состоящие из отдельных катушек, что позволяет производить замену неисправных частей, не разбирая всю установку).

Успеху стеллараторной программы способствует то обстоятельство, что все крупные современные экспериментальные установки используют сильно

отличающиеся друг от друга магнитные конфигурации. Подобный подход позволяет рассмотреть большее число вариантов и выяснить основные физические закономерности поведения плазмы, удерживаемой в ловушках с различными свойствами. Ниже для справки мы приведем параметры наиболее крупных современных установок.

Один из способов создания топологически устойчивой вакуумной магнитной конфигурации *) реализован в установке W-7A (ФРГ) ²² ($n_0 = 2$, $\tau^* \leq 0,55$, $N = 5$, $R_0 = 200$ см, $a_p = 9,0$ см, где a_p — средний радиус плазмы), причем угол вращательного преобразования $\tau^* \neq n/m$ практически не меняется по сечению плазменного шнура (m и n — целые числа, характеризующие периодичность наиболее вероятных возмущений по малому и большому обходу тора) ^{10,23}. Такой же принцип используется в установке JIPP-T2 (Япония) ²⁴ ($R_0 = 91$ см, $a_p = 14$ см, $n_0 = 2$, $N = 4$, $\tau^* = 0,14$).

Другой принцип лежит в основе создания систем с достаточно большим широм (термин «шир» обозначает перекрещенность силовых линий, при наличии которой угол наклона силовой линии меняется при переходе от одной магнитной поверхности к другой). Хотя при этом число возможных резонансов велико, однако размеры получающихся магнитных островов можно сделать достаточно малыми.

В настоящее время распространено мнение, что нежелательно иметь нулевой угол вращательного преобразования на оси, поскольку это приводит к расщеплению из-за тороидальности магнитной оси и появлению магнитных островов. Поэтому в трехзаходном торсатроне с дивертором «Ураган-3» (СССР, ХФТИ) ²⁵ ($n_0 = 3$, $N = 9$, $\tau^*(0) < 0,25$, $\tau^*(a_p) = 0,6$, $R_0 = 100$ см, $a_p = 15$ см) предусмотрена возможность создания конечного угла вращательного преобразования на оси системы при помощи внешнего поперечного поля.

В двухзаходном стеллараторе Л-2 (СССР, ИОФАН) ²⁶ ($n_0 = 2$, $N = 14$, $R_0 = 100$ см, $a_p = 11,5$ см, $\tau^*(0) = 0,2$, $\tau^*(a_p) = 0,78$) угол вращательного преобразования на оси отличен от нуля, и используется умеренный угол вращательного преобразования на краю $\tau^* < 1$. «Гелиотрон-Е» (Япония, Университет Киото) ²⁷ — крупнейшая современная работающая установка, представляет собой систему торсатронного типа с дополнительной соленоидальной обмоткой, позволяющей менять угол вращательного преобразования в $(1 + h_1)$ раз, где h_1 изменяется в пределах $-0,3 \leq h_1 \leq 0,3$. Камера «Гелиотрона-Е» почти прямоугольного сечения и вращается с шагом, равным шагу винтовой обмотки. «Гелиотрон-Е» обладает очень большим углом вращательного преобразования ($\tau^*(0) = 0,5$, $\tau^*(a_p) = 2,5$ при $h_1 = 0$, $R_0 = 220$ см, $a_p \sim 15 \times 30$ см, $N = 19$, $n_0 = 2$), что традиционно для исследований, проводимых в Киотском университете и начатых на установках «Гелиотрон D и DM» ²⁸. (Магнитная ловушка гелиотронного типа была предложена и исследована К. Уо ²⁹ ранее, чем были разработаны торсатроны ¹⁵.)

В последующих разделах мы приведем ряд примеров, позволяющих оценить параметры равновесной плазмы, которая может удерживаться без возбуждения магнитогидродинамических неустойчивостей в системах рассмотренных типов.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛАЗМЫ В СТЕЛЛАТОРЕ

Необходимость исследовать равновесие и устойчивость плазмы, удерживаемой в трехмерных (в пространстве) магнитных полях, привело к созданию ряда специфических методов. Исторически первым асимптотическим методом, предложенным для исследования равновесия и устойчивости плазмы в стеллараторе, был метод так называемого стеллараторного приближения, разви-

*) Основные принципы удержания плазмы конечного давления мы обсудим ниже.

тый группой теоретиков из Принстонского университета (США)³⁰⁻³³. В основе его лежит разложение по набору малых параметров, которыми являются: отношение амплитуд винтовых компонент магнитного поля к тороидальной компоненте $\varepsilon = |\mathbf{B}^{\text{st}}|/B_0$; $\tau n_0/N$ (τ — полный угол вращательного преобразования, n_0/N — отношение заходности к полному числу периодов винтового поля); $\delta = a_p/R_0$ — тороидальное отношение; B^j/B_0 — отношение магнитного поля, создаваемого токами, текущими по плазме, к продольному магнитному полю, а также величина β — отношение газокINETического давления плазмы к магнитному. При этом используется процедура, весьма сходная с методом усреднения. Набор малых параметров стеллараторного приближения использовался также в³⁴⁻³⁷, где продольная координата исключалась с помощью специальной замены переменных. Оба эти метода использовались для исследования равновесия плазмы и ее устойчивости в линейном приближении.

Авторы работ³⁸⁻⁴⁰ решили более общую задачу и вывели систему усредненных уравнений, сводящих задачу к исследованию осесимметричного случая (что подразумевает автоматическое использование всего арсенала методов, развитых ранее для исследования токамаков) и пригодную для решения различных задач, таких как, например, равновесие, устойчивость, нелинейные процессы и т. д. Преимущество данного метода перед другими, собственно говоря, и определяется тем, что для решения конкретных задач используется уже готовая универсальная система усредненных МГД-уравнений. При этом указывается удобный способ обобщения результатов, полученных ранее для токамака, на случай стелларатора. Аналогичный метод использовался также в работах^{41,42}.

Как мы уже отмечали, метод усреднения^{10,11} представляет собой специальную замену переменных. Поясним ее суть применительно к данному случаю. Стелларатор представляет собой магнитную ловушку, где для

Рис. 5. Изменение величины магнитного поля при движении вдоль силовой линии в токамаке (а) и стеллараторе (б)

удержания плазмы используется большое аксиально симметричное и малое быстропеременное вдоль силовой линии магнитное поле (рис. 5). Тогда естественно ожидать, что все величины, характеризующие плазму, можно представить в виде суммы двух частей, например, $X = \langle X \rangle + \tilde{X}$, где X — произвольная величина, определяемая из уравнений магнитной гидродинамики, причем $\langle \tilde{X} \rangle = 0$, а угловые скобки означают среднее по тороидальной переменной, вдоль которой система периодична*). Производя подобную замену искоемых функций, мы в результате приходим к тому, что число уравнений удваивается, однако при этом оказывается, что осциллирующие члены могут быть, в принципе, в любом порядке по ε вычислены путем прямого интегрирования по быстропеременяющейся пространственной переменной. Средние же величины находятся из системы уравнений, в которой учтены члены, полу-

*) При выводе усредненных уравнений используется приближение сильного магнитного поля ($\varepsilon^2 \ll 1$), что делает эквивалентным результат усреднения по периоду быстропеременного поля вдоль оси и вдоль силовой линии.

чающиеся при усреднении квадратов или более высоких четных степеней осциллирующих величин. Система усредненных МГД-уравнений имеет вид (3.1) (для удобства у средних величин опущен знак усреднения)³⁸⁻⁴⁰:

$$\begin{aligned} \rho \frac{dv}{dt} &= -\nabla p + \frac{1}{c} [\mathbf{J}\mathbf{B}] + \frac{1}{c} [\mathbf{B}[\mathbf{B}\nabla\lambda_p]], \\ \text{rot}(\mathbf{B}-\mathbf{B}^*) &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}, \quad \text{div} \mathbf{B} = 0, \quad \text{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \frac{d\rho}{dt} &= -\rho \text{div} \mathbf{v}, \quad \frac{d}{dt} (\rho^{-\gamma_0} p) = 0, \\ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{B}] + \nabla \left[\frac{R_0^2}{B_T} \left\langle \int B_s^{\text{st}} ds \left(\int \mathbf{B}^{\text{st}} ds \cdot \nabla \frac{\alpha_p}{\sigma_{||}} \right) \right\rangle \right] &= \\ &= \frac{\mathbf{J}_{||}}{\sigma_{||}} + \frac{\mathbf{J}_{\perp}}{\sigma_{\perp}} - \frac{\lambda_p [\mathbf{B}\nabla\sigma_{||}]}{\sigma_{||}^2} - \left(\frac{1}{\sigma_{\perp}} - \frac{1}{\sigma_{||}} \right) [\mathbf{B}\nabla\lambda_p], \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_T + \mathbf{B}_{\text{вн}} + \mathbf{B}^J + \mathbf{B}^*, \quad \mathbf{B}^* = \mathbf{B}_{\perp}^* + \mathbf{e}_s B_s^*, \\ \mathbf{B}_{\perp}^* &= \text{rot} \frac{\Psi^* \mathbf{e}_s}{R}, \quad B_s^* = -\langle (\mathbf{B}^{\text{st}})^2 \rangle B_T^{-1}, \\ \Psi^* &= R^2 \left\langle B_r^{\text{st}} \int B_{\varphi}^{\text{st}} ds \right\rangle B_T^{-1}, \quad \lambda_p = \frac{\Psi^* \alpha_p}{B_0 R_0}, \quad \alpha_p = \frac{\mathbf{J}\mathbf{B}}{B^2}, \\ h &= \frac{R}{R_0}, \quad \langle f \rangle = \oint f ds \left(\oint ds \right)^{-1}, \quad \mathbf{B}^{\text{st}} = \nabla \tilde{\Phi}^{\text{M}}, \\ \tilde{\Phi}^{\text{M}} &= \sum_i A_i(r, \varphi) \sin N_i s, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где N_i ($i = 0, 1, 2, \dots$) — целые числа, такие, что $N_{i+1} > N_i$, причем будем считать $N_0 \gg 1$, а также $\partial \tilde{\Phi}^{\text{M}} / \partial s \gg \partial \tilde{\Phi}^{\text{M}} / \partial \varphi$. В том случае, когда $\tilde{\Phi}^{\text{M}}$ обладает винтовой симметрией, т. е.

$$\tilde{\Phi}^{\text{M}} = \sum_n \Phi_n^{\text{M}}(r) \sin n \left(\varphi - \frac{N}{n_0} s \right),$$

величина B_s^* выражается через стеллараторный угол вращательного преобразования:

$$B_s^* = - \int_0^r \frac{N B_0}{n_0 R_0^2 r^2} (r^4 \tau^*)' dr,$$

ρ , p , \mathbf{v} — плотность, давление и скорость плазмы, \mathbf{E} — электрическое поле, γ_0 — показатель адиабаты, \mathbf{J} и $\sigma_{||}$, σ_{\perp} — плотность тока, продольная и поперечная проводимости, R — большой радиус тора, R_0 — радиус геометрической оси тора. Через \mathbf{B} обозначено суммарное магнитное поле, где B_T — продольное аксиально-симметричное вакуумное магнитное поле ($B_T = B_0/h$, где $B_0 = \text{const}$), $\mathbf{B}_{\text{вн}}$ — сумма внешних аксиально-симметричных полей (например, мультипольное магнитное поле, применяющееся для коррекции магнитной оси системы), \mathbf{B}^J — магнитное поле, создаваемое токами, текущими по плазме (в частности, током омического нагрева, диамагнитными токами), и, наконец, \mathbf{B}^* — «эффективное» магнитное поле^{*}), характеризующее усредненное действие на плазму винтовых компонент магнитного поля. Через Ψ^* в (3.1) обозначен деленный на 2π полоидальный поток «эффективного» магнитного поля (в отсутствие полей $\mathbf{B}_{\text{вн}}$ и \mathbf{B}^J равенство $\Psi^* = \text{const}$ определяет уравнение усредненной магнитной поверхности в вакууме).

^{*} Мы объединили ряд слагаемых, содержащих среднее от квадратов компонент быстрогопеременного поля \mathbf{B}^{st} , введя вектор \mathbf{B}^* , который, как и реальное поле, удовлетворяет уравнению $\text{div} \mathbf{B}^* = 0$.

При записи усредненных уравнений для определенности использовалась квазитороидальная система координат r, φ, s (рис. 6), в которой квадрат элемента дуги определяется с помощью следующего выражения:

$$(dl)^2 = (dr)^2 + (r d\varphi)^2 + (R ds)^2, \quad (3.2)$$

где s — угловая координата вдоль большого обхода тора, r и φ — полярные координаты в плоскости $s = \text{const}$, $R = hR_0$, $h = 1 + kr \cos \varphi$, $k = 1/R_0$ — кривизна геометрической оси системы. Необходимо отметить два важных

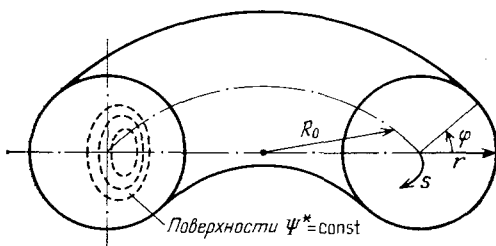


Рис. 6. Квазитороидальная система координат

обстоятельства. При выводе (3.1) приближение малой тороидальности использовалось лишь при получении усредненных поправок к закону Ома с тем, чтобы сократить весьма громоздкую процедуру их вычисления. Остальные усредненные уравнения справедливы в произвольном порядке по тороидальности. И, наконец, с тем чтобы сделать уравнения более компактными, мы пренебрегаем слагаемыми ε^2 по сравнению с единицей в тех случаях, когда

это ведет к простой перенормировке средних величин. Напомним, что метод усреднения представляет собой лишь удобную замену переменных. В тех случаях, когда необходимо получить полное (трехмерное) описание какого-либо процесса, достаточно к решению системы усредненных уравнений (3.1) прибавить выражение для быстроперменной части, явный вид которого известен³³. Однако для широкого класса задач, к которым относятся, в частности, как мы увидим ниже, многие задачи, связанные с исследованием равновесия и устойчивости плазмы в стеллараторе, учет быстроперменной части излишен. Поэтому мы и не будем приводить здесь довольно длинные и малонаглядные выражения для быстроперменных частей. Укажем также, что система усредненных уравнений пригодна в тех случаях, когда все величины медленно изменяются при продвижении вдоль силовой линии среднего поля. Поскольку в общем случае быстроперменное поле \mathbf{B}^{st} может содержать несколько гармоник с разными периодами по s ($B^{\text{st}} \sim \sum_j \exp(jN_j s)$), то условие применимости усредненных уравнений записывается в виде

$$R_0 \frac{\partial}{\partial l} \ln X \ll \min \{N_i, |N_j - N_i|\} \quad \text{при } j \neq i,$$

где X — произвольная величина, $\partial/\partial l$ — производная вдоль силовой линии среднего магнитного поля: $\partial/\partial l = |\mathbf{B}|^{-1} (\mathbf{B} \nabla)$.

Итак, использование системы усредненных уравнений существенно упрощает задачу, которая свелась к исследованию осесимметричного случая. Отметим, что для осесимметричных систем — токамаков — к настоящему времени разработан целый ряд программы для численного решения задач, связанных с исследованием равновесия и устойчивости. Поскольку, как правило, задачи такого класса весьма трудоемки и требуют для их реализации много машинного времени, то обычно используется не полная система векторных МГД-уравнений, а более простая система скалярных уравнений, которая конструируется с помощью набора малых параметров. В качестве основного используется параметр $|B_\perp|/B_0$ — отношение поперечных компонент магнитного поля к продольному магнитному полю. В этой модели отсутствуют устойчивые магнитозвуковые волны с фазовыми скоростями $v_A = B_0/(\mu_0)^{1/2}$, и ослабляются в силу этого ограничения на временной шаг. Впервые система укороченных нелинейных уравнений была использована для описания цилиндрического аксиально-симметричного плазменного шнура

в работе Кадомцева и Погуце ⁴³. Учету эффектов конечного давления и тороидальности был посвящен ряд дальнейших работ (см., например, ⁴⁴⁻⁴⁶ и содержащуюся в них библиографию).

Заметим, что упрощенная система уравнений, аналогичная уравнениям Кадомцева — Погуце для токамака, справедливая в первом порядке по тороидальности и удобная, в частности, для проведения численных расчетов и нелинейного анализа устойчивости в стеллараторе, использовалась в работах ^{41,42}. Более точная система укороченных усредненных уравнений, в которой корректнее, нежели в ^{41,42} учтены эффекты, обусловленные конечным давлением и тороидальностью, важные, например, при анализе вопроса о «самостабилизации» плазмы, влияния тороидальности на равновесие и устойчивость, выведена в работе ⁴⁰ (см. приложение).

Все рассмотренные выше подходы использовали разложение по квадрату амплитуды винтового поля. Существует еще один метод, впервые предложенный Мерсье ^{47,48} и использовавшийся в ряде работ ⁴⁹⁻⁵², в основе которого лежит разложение по степеням a_v расстояния от магнитной оси. Благодаря такой процедуре, удастся разделить переменные в возникающей системе дифференциальных уравнений. При исследовании плазмы в тороидальном стеллараторе возникает фактически два независимых параметра разложения ka_v и $n_0\alpha a_v$ (второй параметр разложения не связан с кривизной и обусловлен лишь периодом винтового поля). Отметим, что ряды, получающиеся при разложении по параметру $n_0\alpha a_v$, оказываются хорошо сходящимися, что позволяет использовать процедуру даже при $n_0\alpha a_v > 1$ (формально это связано с тем, что приходится разлагать члены $\sim I_{n_0}(n_0\alpha a_v)$, где I_{n_0} — модифицированная функция Бесселя. Например, точность порядка 1% достигается при аппроксимации функции Бесселя $I_2(x)$ при $x = 2$ всего лишь тремя первыми членами ряда). Определенные трудности при применении данного метода возникают из-за необходимости точно знать форму магнитной оси, которая зависит от структуры вакуумных магнитных полей, давления плазмы, граничных условий и т. д.

Выше мы обсудили использование для исследования плазмы в стеллараторе ряда асимптотических методов. В последние годы прогресс в области вычислительной техники сделал возможным также проведение прямых трехмерных вычислений. Существует несколько трехмерных численных кодов ⁵³⁻⁵⁵, которые можно использовать для исследования равновесия и устойчивости плазмы в стеллараторе. Все они основаны на минимизации функционала потенциальной энергии:

$$W_p = \int \int \int \left[\frac{B^2}{8\pi} + \frac{p}{\gamma_0 - 1} \right] dV,$$

первая вариация которого приводит к уравнениям равновесия:

$$-\nabla p + \frac{1}{c} [\mathbf{J}\mathbf{B}] = 0, \quad \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} = \text{rot } \mathbf{B}.$$

При этом, если функционал энергии при соответствующих граничных условиях имеет локальный минимум, то данное равновесие устойчиво.

Несмотря на возрастающую мощь современных компьютеров, проведение трехмерных расчетов остается весьма сложной и тонкой задачей, зачастую лежащей на грани возможностей современной вычислительной техники. При этом необходим разумный компромисс между использованием прямых (т. е. трехмерных численных) и асимптотических методов. Одним из основных вопросов, которые возникают при использовании асимптотических методов, является вопрос об их точности. Например, при получении усредненных МГД-уравнений мы ограничились учетом членов, получающихся при усреднении квадратов, осциллирующих величин (т. е. отброшенные слагаемые имеют порядок ε^4 и выше). В пользу высокой точности асимптотического метода свидетельствует анализ, проведенный в работе ⁵⁶, где численно исследо-

довалось равновесие плазмы в стеллараторе как с помощью усредненных МГД-уравнений, так и полной (неусредненной) трехмерной системой уравнений одножидкостной гидродинамики, и продемонстрировано практически полное совпадение результатов.

4. РАВНОВЕСИЕ ПЛАЗМЫ

Используя систему усредненных МГД-уравнений (3.1), нетрудно получить скалярное уравнение равновесия плазмы в стеллараторе, записанное в виде нелинейного уравнения для полного полоидального потока Ψ (нормированного для удобства на 2π)^{57,58}:

$$R^2 \operatorname{div} R^{-2} \operatorname{grad} (\Psi - \Psi^*) \equiv L (\Psi - \Psi^*) = \\ = -\frac{4\pi}{c} \left[cR^2 p'_\Psi (\Psi) + F' (\Psi) \left(\frac{4\pi}{c} F (\Psi) + RB_s^* \right) \right], \quad (4.1)$$

где штрих обозначает производную по аргументу.

В отсутствие винтовых полей ($\Psi^* = 0$) (4.1) переходит в уравнение Града — Шафранова^{59,60} для токамака, а в пределе исчезающе малой тороидальности — в уравнение Грина и Джонсона⁶¹. Выражение для полей и токов имеет следующий вид:

$$\mathbf{B}_\perp = [\nabla \Psi \mathbf{e}_s] R^{-1}, \quad \mathbf{B}_\perp^* = [\nabla \Psi^* \mathbf{e}_s] R^{-1}, \\ \mathbf{J}_\perp = [\nabla (F (\Psi) - \lambda_p B_0 R_0), \mathbf{e}_s] R^{-1}.$$

Уравнение (4.1) можно записать в несколько иной форме, более удобной для анализа равновесия в случае бестокового стелларатора. Вводя вместо функции $F (\Psi)$ новую функцию, равную s -й компоненте плотности тока, усредненной по магнитной поверхности:

$$\bar{J}_s (\Psi) = \frac{d}{dS_0 (\Psi)} \int_{\Psi=\text{const}} \int J_s dS_0 (\Psi).$$

где $S_0 (\Psi)$ — площадь поперечного сечения магнитной поверхности, уравнение равновесия можно переписать в следующем виде:

$$L (\Psi - \Psi^*) = -4\pi p' (\Psi) \left[R^2 - \frac{\bar{R}}{R^{-1}} + \frac{\bar{R}}{R^{-1}} \left(\frac{\bar{B}_s^*}{R_0 B_0 R^{-1}} - \frac{B_s^* R}{R_0 B_0} \right) \right] - \frac{4\pi}{c} \frac{\bar{J}_s (\Psi)}{R^{-1}}, \quad (4.2)$$

где черта означает усреднение по магнитной поверхности:

$$(\overline{\dots}) = \frac{d}{dS_0 (\Psi)} \int_{\Psi=\text{const}} \int (\dots) dS_0 (\Psi)$$

и, следовательно, все усредненные величины являются функциями только Ψ . Для бестокового стелларатора $\bar{J}_s = 0$ и из (4.2) сразу виден один из возможных способов уменьшения влияния давления на искажения магнитных поверхностей. Действительно, в первом порядке по тороидальности $R^2 - \bar{R}/\bar{R}^{-1} = R^2 - R_0^2$ и, если положить формально $(R^2 - R_0^2) B_0 = R_0^2 (B_s^* - \bar{B}_s^*)$, то правая часть (4.2) обратится в ноль, т. е. в этом приближении давление плазмы не влияет на форму магнитных поверхностей. Таким образом, специальным подбором винтовых гармоник можно увеличить предельное давление в стеллараторе. Этот путь предполагается использовать в будущей модификации стелларатора «Вандельштейн-7»⁶². На наш взгляд, однако, он представляется недостаточно эффективным, поскольку приводит к ухудшению устойчивости и значительному усложнению топологии магнитных поверхностей.

При исследовании равновесия и устойчивости плазмы (особенно аналитическими методами) часто оказывается удобным использовать систему координат с выпрямленными силовыми линиями $x^i = \{a, \vartheta, s\}$, где a — произвольная функция магнитной поверхности, ϑ и s — циклические угловые координаты, меняющиеся на 2π при обходе вокруг магнитной оси и главной оси тора соответственно. При этом $B^1 = 0$, а отношение контравариантных компонент магнитного поля B^2/B^3 не зависит от ϑ и s . В дальнейшем верхний индекс будет относиться к контра-, а нижний к ковариантным компонентам векторов. Для определенности укажем, что ниже под a мы будем понимать аналог малого радиуса тора.

Выражение для квадрата элемента дуги в новой криволинейной системе координат имеет вид

$$(dl)^2 = g_{11} (da)^2 + 2g_{12} da d\vartheta + g_{22} (d\vartheta)^2 + g_{33} (ds)^2.$$

С помощью несложных вычислений, используя систему уравнений (3.1), получаем следующие выражения для магнитного поля и плотности тока ⁴⁰:

$$B^2 = \chi'(a) g^{-1/2}, \quad B^3 = \Phi'(a) g^{-1/2}, \quad (4.3)$$

$$J^i = \frac{1}{g^{1/2}} \left[-\hat{S}(a, \vartheta), I'(a) + \int \hat{S}' d\vartheta, J'(a) - cp'(g^{1/2}) (\chi')^{-1} \right],$$

$$\hat{S} = g_{33} g^{-1/2} \Phi' \frac{\partial \lambda_p}{\partial \vartheta},$$

где $g = \text{Det } g_{ik}$, χ , Φ , I , J — соответственно азимутальные и тороидальные потоки и токи, отсчитываемые от магнитной оси и деленные для удобства на 2π ($I = -F'$, $\chi' = -\Psi'$). $\chi'/\Phi' \equiv \tau$ — полный угол вращательного преобразования.

Магнитные потоки и токи связаны между собой с помощью следующих уравнений:

$$cp'(g^{1/2} - \overline{g^{1/2}}) = I'\Phi' - J'\chi', \quad (4.4)$$

$$-\frac{4\pi}{c} I(a) = +g_{33} \Phi' g^{-1/2} - B_3^* + \frac{4\pi}{c} \int \hat{S} d\vartheta, \quad (4.5)$$

$$\frac{4\pi}{c} J'(a) - 4\pi p' \overline{g^{1/2}} (\chi')^{-1} =$$

$$= (g_{22} \chi' g^{-1/2})' - \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\chi' g_{12} g^{-1/2}) + g_{33}^{-1} g^{1/2} L\Psi^*. \quad (4.6)$$

Здесь и ниже волнистая черта сверху будет обозначать части, зависящие от ϑ , штрих — дифференцирование по a . Уравнение (4.6) является аналогом уравнения (4.2) в системе координат с выпрямленными силовыми линиями.

Существуют различные методы анализа уравнений (4.1), (4.6) и, соответственно, несколько различные определения максимально допустимого давления. Первый метод заключается в непосредственном решении (как правило, численном) уравнения (4.1) (или (4.2), (4.6)) при некоторых заданных профилях давления $p(\Psi)$ и тока и нахождении явного вида магнитных поверхностей. При этом под предельным давлением $\beta_{\text{равн}}$ понимается, зачастую, такое значение β , при котором нарушается выбранная процедура нахождения решения. Это нарушение связано, как правило, с появлением неоднозначных решений для Ψ , т. е. с возникновением внутренней сепаратрисы (магнитных островов) или внешней сепаратрисы. Отметим, что максимально допустимое давление плазмы может несколько превышать это значение. Данное утверждение требует дополнительного пояснения. Появление внутренней сепаратрисы (или магнитных островов) связано с наличием дипольных диамагнитных токов $J_s \sim (p'/\tau) \cos \varphi$, устраняющих разделение зарядов, вызванное тороидальным дрейфом частиц. В результате суммарное полоидальное поле уменьшается на внутренней стороне плазменного пинуса и увеличивается на внеш-

ней. При достаточно большом давлении плазмы $\beta \sim \tau^2 \delta$ магнитное поле, создаваемое диамагнитными токами, может сравниться по величине с полоидальной компонентой среднего магнитного поля, что, в свою очередь, ведет к тому, что в окрестности нулевой точки полоидального поля образуются дополнительная ось и магнитные острова. Необходимо отметить, что их форма сильно зависит от вида функций $\tau(a)$ и $p(a)$ (рис. 7). В стеллараторах с большим широм ($S = \partial \ln \tau / \partial \ln a |_{a=a_p} \sim 1$) появление внутри сепаратрисы, обусловленной винтовыми полями подобной внутренней подструктуры магнитных островов, вообще говоря, может не приводить к катастрофическому ухудшению удержания плазмы в такой системе.

Второй метод анализа уравнения равновесия состоит в разложении функции $\Psi(r, \varphi)$ в ряд Фурье по полоидальному азимуту и сведении уравнения в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных

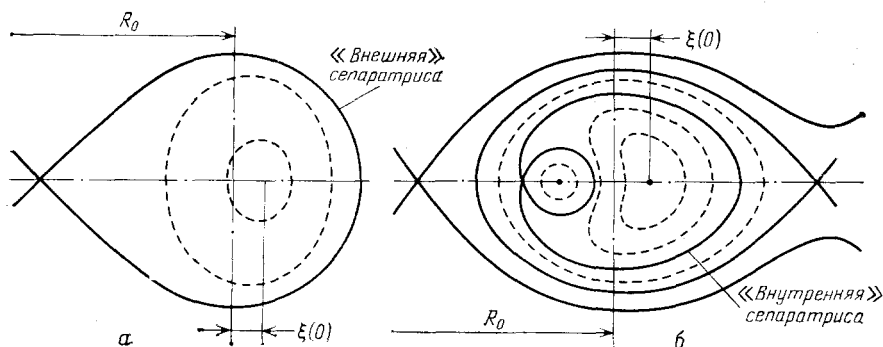


Рис. 7. Качественные эффекты изменения структуры магнитных поверхностей при $\beta \sim \tau^2 \delta$ в токамаке с $\tau'/\tau < 0$ (а) и двухзаходном стеллараторе с $a_p \tau'/\tau|_{a=a_p} \sim 1$ (б)

уравнений для амплитуд различных гармоник. Как показывают расчеты, в большинстве случаев достаточно ограничиться небольшим (обычно двумя, тремя) числом гармоник. В такой постановке этот метод эквивалентен описанию магнитных поверхностей с помощью функций, характеризующих смещение $\xi(a)$ центров магнитных поверхностей, их эллиптичность $\alpha(a)$, треугольность $\mu(a)$ и т. д. Параметры, характеризующие смещение и искажение магнитных поверхностей (α , ξ' и т. д.) и a/R_0 — параметр, характеризующий тороидальность, являются, вообще говоря, независимыми, поскольку, кроме тороидальности, первые определяются давлением плазмы и величиной протекающих по плазме токов *). Параметром, характеризующим искажение магнитных поверхностей из-за эффектов конечного давления является $\gamma_\phi = \beta/\tau^2 \delta$, причем по порядку величины $\xi' \sim \gamma_\phi$, $\alpha' \sim \gamma_\phi^2$ и т. д.

Рассмотрим вначале случай малых давлений $\gamma_\phi \ll 1$, приводящих лишь к смещению на величину ξ по большому радиусу вакуумных магнитных поверхностей (т. е. положим $\alpha, \mu \equiv 0$), причем будем считать ξ также достаточно малым и учтем его лишь в линейном приближении (подобная ситуация может реализоваться, например, в том случае, когда скалярный потенциал $\tilde{\Phi}^M$ либо содержит одну винтовую гармонику и смещение вакуумных магнитных поверхностей определяется тороидальностью, либо, когда наряду с основной гармоникой с заходностью, равной n_0 , имеются малые, по сравнению с основной, гармоники с периодичностью $n_0 \pm 1$). В этом случае из (4.5), (4.6) несложно получить линейное уравнение для смещения центров магнит-

*) Заметим, что даже в отсутствие плазмы центры магнитных поверхностей могут быть смещены относительно геометрической оси тора. Величина смещения при этом может определяться эффектами тороидальности, законом намотки токонесущих шин на поверхность тора, величиной вертикального внешнего магнитного поля и т. д.

ных поверхностей ³⁸:

$$(a^3 \tau^2 \xi')' + [\tau (\tau^* a^3)' + 4\pi a p' B_s^* R_0^2 B_0^{-3}] \xi = \frac{8\pi R_0 a^2 p'}{B_0^2} + \tau a^2 [(\xi^* a^2 \tau^*)' a^{-1}]' - \frac{a^3 \tau \tau^J}{R_0}; \quad (4.7)$$

здесь $\tau = \tau^* + \tau^J$ — полный угол вращательного преобразования, τ^* — угол вращательного преобразования, обусловленный наличием винтового магнитного поля, τ^J — создается токами, текущими по плазме, ξ^* — смещение центров магнитных поверхностей в вакууме.

Для бестоковой плазмы ($\tau \equiv \tau^*$) решение уравнения (4.7) удобно искать в виде $\xi = \xi_p + \xi^*$, т. е. разделить смещение центров магнитных поверхностей на две части, одна из которых ξ^* соответствует смещению центров магнитных поверхностей в вакууме, а вторая ξ_p связана с давлением плазмы в системе и удовлетворяет следующему уравнению, полученному впервые в работе Грина, Джонсона, Веймер ³³:

$$(a^3 \tau^2 \xi_p')' + [\tau^* (\tau^* a^3)' + 4\pi p' B_s^* R_0^2 a B_0^{-3}] \xi_p = 8\pi R_0 p' a^2 B_0^{-2}. \quad (4.8)$$

В ^{33,34}, в результате численного счета было показано, что при стремлении давления плазмы к некоторому критическому $\beta_{кр}$ равновесие нарушается и $\xi_p \rightarrow \infty$.

В ряде частных случаев уравнение (4.8) может быть решено аналитически. Из этих решений, впрочем, как и из общего анализа линейного уравнения для ξ_p , видно, что для спадающих профилей давления всегда существует множество значений величины $\beta(0)$, при которых $\xi_p(0)$ обращается в бесконечность (их число определяется количеством нулей решения однородного, т. е. с нулевой правой частью, уравнения (4.8) на отрезке $0 < a < a_p$ в заданном интервале изменения $\beta(0)$). Решение же однородного уравнения может иметь нули лишь при $a^2 p' B_s^{*'} > 0$ (что автоматически выполняется для спадающих профилей давления, поскольку в прямом стеллараторе усредненное по магнитной поверхности поле убывает при удалении от оси системы, т. е. прямой стелларатор обладает максимумом «среднего В» или магнитным горбом).

Однако из (4.8) легко видеть, что слагаемое $\sim B_s^{*'} \xi$ становится существенным при $\xi/a_p \sim 1$ (поскольку $B_s^{*'} / B_0 a^{-1} \sim \varepsilon^2 \ll 1$), что выходит за рамки применимости линейного уравнения.

Сравним предельное давление по равновесию $\beta_{равн}$, при котором магнитная ось системы смещается на расстояние, равное поперечному размеру плазменного шнура и найденное из уравнения (4.8) без учета эффектов, связанных с наличием у системы магнитного горба и $\min \beta_{кр}$, при котором $\xi_p(0)$ обращается в бесконечность. Для бесшировых систем $\beta_{равн} / \beta_{кр} \approx 8N\tau^* / n_0 \ll 1$ ³⁹, т. е. эффекты, обусловленные наличием у системы максимума «среднего В», несущественны здесь уже в линейном приближении. Для стеллараторов с большим магнитным широм $\beta_{кр}$ зачастую может быть меньше $\beta_{равн}$. При этом необходим анализ системы нелинейных уравнений.

Заканчивая анализ линейного уравнения для ξ , рассмотрим влияние на равновесие тока омического нагрева. Как видно из (4.7), при $p = 0$, $\xi^* = 0$ смещение растет при увеличении τ^J и достигает некоторого предела с $\xi' \sim \sim a/R_0$. Таким образом, при малой тороидальности сам по себе ток омического нагрева не может привести к значительному смещению центров магнитных поверхностей. Отметим, что первое слагаемое в правой части (4.7) становится больше третьего уже при достаточно малых давлениях $\beta \sim \tau^2 \delta^2$. В этом случае рост тока омического нагрева приводит, главным образом, к изменению величины и профиля угла вращательного преобразования; при этом вращательное преобразование исходной вакуумной конфигурации суммируется с дополнительным преобразованием, создаваемым продольным током. Если ток направлен таким образом, что суммарный угол вращательно-

го преобразования увеличивается, то это в свою очередь приводит к уменьшению смещения центров магнитных поверхностей.

Выше мы показали, что учет слагаемого $\sim B_s^{**}$ в линейном уравнении для смещения центров магнитных поверхностей является превышением точности. Для корректного учета этого слагаемого необходимо учитывать также другие нелинейные члены того же порядка малости. Система нелинейных дифференциальных уравнений, где были удержаны слагаемые вплоть до γ_0^3 включительно (наряду со смещением потребовалось учесть также возникающую из-за эффектов конечного давления малую эллиптичность $\sim \gamma_0^3$), была получена в ^{40, 64, 65}. Мы не будем приводить здесь эту весьма громоздкую систему уравнений, укажем лишь, что учет нелинейных членов приводит

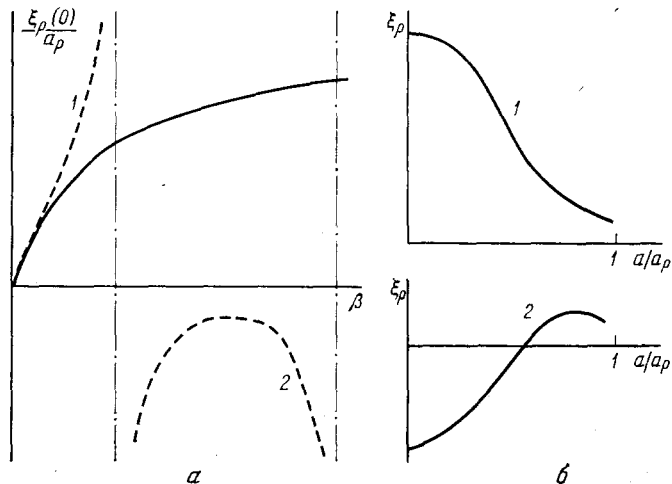


Рис. 8. а — Зависимость величины смещения магнитной оси от параметра β ; сплошная линия соответствует решению нелинейной системы уравнений, штриховой линией обозначены решения линейного уравнения для ξ_p . б — Типы решений линейного уравнения для ξ_p , соответствующие ветви 1 на рис. а (1) и ветви 2 на том же рисунке (2)

к тому, что указанная сингулярность при $\beta \rightarrow \beta_{кр}$ исчезает и смещение ξ_p (рис. 8) оказывается возрастающей, но ограниченной функцией давления (для эллиптичности при этом также получается ограниченное гладкое решение). Этому обстоятельству можно дать простое физическое объяснение. Как мы уже установили, обращение решения линейного уравнения для ξ_p в бесконечность происходит при $p'B_s^{**} > 0$, или, иначе говоря, когда магнитная конфигурация обладает максимумом «среднего В». Однако (см. раздел 6) смещение центров магнитных поверхностей из-за конечного β приводит к уменьшению магнитного горба и даже к образованию магнитной ямы. При этом было бы удивительно, если бы ξ обращалось в бесконечность, поскольку плазменный шнур проходил бы положение устойчивого равновесия (с минимумом «среднего В»).

Нахождение предельных по равновесию значений величин $\beta_{равн}$, как правило, основано на определении (также несколько произвольном), что предельное давление — это такое давление, при котором из-за искажений магнитной конфигурации теряется лишь разумно допустимая часть рабочего объема плазмы, например $\xi(a_p/2) < a_p/2$ ⁶⁴.

Несмотря на некоторую неоднозначность величины $\beta_{равн}$, все проведенные расчеты дают для нее одинаковый порядок величины:

$$\beta_{равн} = C \tau^2(a_p) a_p R_0^{-1}, \quad (4.9)$$

где коэффициент $C \sim 1$ слегка меняется в зависимости от параметров плазмы и профиля давления.

Заметим, что если с помощью обратных связей максимально скомпенсировать перпендикулярное поле, создаваемое диамагнитными токами, то предельное давление по равновесию можно увеличить в 3—4 раза по сравнению с (4.9) ⁶⁴. Необходимо, однако, помнить, что полная компенсация полей,

создаваемых диамагнитными токами приводит к ухудшению устойчивости (см. ниже), при этом предельное давление, допускаемое условиями устойчивости, может быть меньшим $\beta_{\text{равн}}$.

Заметим также, что, согласно аналитическим расчетам, угол вращательного преобразования τ зависит от величины смещения ξ с точностью до членов порядка ξ^2 (при $\bar{J}_s = 0$) ⁶⁵:

$$\tau(a) = \tau^* \left(1 - \frac{\xi'^2}{2} \right) + \frac{\xi^2}{4a} (3\tau^{*'} + a\tau^{*''}). \quad (4.10)$$

Отсюда также следует, что, меняя величину смещения ξ , например, с помощью внешнего перпендикулярного поля, мы можем в определенных рамках менять зависимость угла вращательного преобразования от среднего радиуса.

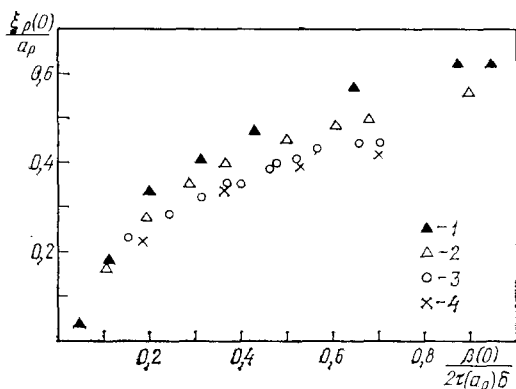


Рис. 9. Зависимость смещения магнитной оси от величины давления плазмы ⁵⁶. Рассчитана с помощью усредненных уравнений при условии ($\bar{J}_s = 0$) (1) и сохранения потока (2) и двух трехмерных кодов, описанных в работах ⁵⁴ (3) и ⁵⁵ (4)

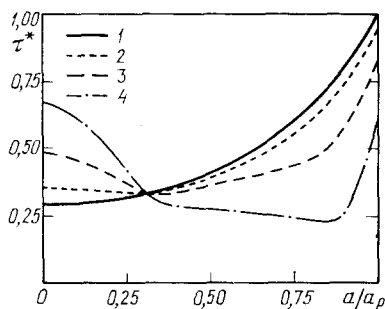


Рис. 10. Зависимость угла вращательного преобразования от среднего радиуса при $\beta(0), \% = 2,0$ (1), 4,3 (2), 10,3 (3) и 23,9 (4) ⁶⁷

Изложенные выше результаты были получены главным образом аналитически и носят весьма общий характер. Необходимо отметить, что в последние годы для анализа поведения плазмы в тех или иных существующих или проектируемых установках были проведены более детальные численные расчеты, учитывающие конкретную геометрию и параметры этих систем ^{56,66,67}. Некоторые из этих результатов, касающихся равновесия, приведены ниже.

Одним из наиболее любопытных результатов работы ⁵⁶ явилось удивительно хорошее совпадение результатов, полученных с помощью системы усредненных уравнений (3.1) и найденных путем решения точных трехмерных уравнений. На рис. 9 приведена зависимость смещения магнитной оси (деленного на средний радиус плазмы a_p) от величины деления плазмы на магнитной оси $\beta(0)$ (в качестве параметров системы были использованы данные строящегося стелларатора ATF (США): $n_0 = 2$, $N = 12$, $\tau^*(0) = 0,3$, $\tau^*(a_p) = 1$, $R_0 = 210$ см, $a_p = 48$ см). Расчеты проводились как на основе усредненных уравнений (при условии $\bar{J}_s = 0$ либо при условии неизменности $\tau(a)$, т. е. сохранения потока), так и при помощи двух трехмерных кодов, описанных в работах ⁵⁴ и ⁵⁵, в которых использовалось приближение неизменности потока. Видно, что все эти расчеты хорошо согласуются между собой (заметим, что расчеты велись при фиксированной границе). Из этих расчетов также следует необходимость учета нелинейных эффектов, которые в соответствии с аналитическими расчетами (см. рис. 8) приводят к ограниченности смещения при больших β . Еще более удивительным является совпадение приближенной и точной теорий при расчете такой чувствительной к вариациям магнитного поля характеристики, как магнитная яма ^{56,67}.

Как уже отмечалось выше, в бестоковом стеллараторе с увеличением давления профиль τ изменяется. Это иллюстрируется рис. 10, где для параметров АТФ рассчитана зависимость τ (a) для нескольких значений β ⁶⁷. При этом подбором внешних полей можно изменить форму магнитной поверхности так, чтобы профиль τ (a) практически не изменялся с ростом β . В⁶⁷ было показано, что, для того чтобы поддержать примерно постоянный профиль τ (a) (и, в частности, неизменное его значение на магнитной оси), по мере роста β необходимо увеличивать внешнее квадрупольное поле с тем, чтобы трансформировать круглые (при $\beta = 0$) средние магнитные поверхности в бобообразные.

Завершая настоящий раздел, подчеркнем, что проведенный за последние годы анализ проблемы равновесия показал, что в стеллараторах с разумно выбранными параметрами ($\delta = 1/6 \div 1/10$, $\tau^* (a_p) \leq 1$) можно получить величину $\beta(0) \sim 10 - 20\%$, т. е. такую же или даже большую, чем в токамаке.

В качестве одной из задач, недостаточно изученных к настоящему времени, следует указать анализ равновесия в случае, когда граница плазмы совпадает с вакуумной сепаратрисой. Поскольку вращательное преобразование на сепаратрисе при учете конечной тороидальности оказывается существенно меньшим его предельного значения в случае винтовой симметрии (равного N/n_0), то для описания всего объема плазмы, ограниченного сепаратрисой, может оказаться продуктивным метод усреднения (хотя вполне возможно, что для получения не только качественно, но и количественно правильных результатов потребуются учитывать члены более высокого порядка малости, чем ε^2). Окончательный ответ, конечно, может быть получен лишь путем сравнения результатов, полученных аналитически и с помощью трехмерных численных кодов.

5. ТОКОВО-ВИНТОВЫЕ МОДЫ

Так же, как и в токамаках, наибольшую опасность в стеллараторах представляют два типа неустойчивостей, один из которых — перестановочные, или баллонные моды (идеальные и диссипативные), источником энергии которых служит тепловая энергия плазмы. Именно эти неустойчивости могут ограничивать предельно допустимое значение величины β в стеллараторах. Анализ современного состояния теории этих мод будет посвящен следующий раздел.

Здесь же мы рассмотрим второй тип неустойчивостей, возникающих в плазме малого давления при $\beta \ll \tau^2 \delta$ (что характерно для большинства проводившихся в последние годы экспериментов) из-за наличия продольного тока, применявшегося для создания и нагрева плазмы. В ряде своих проявлений эти неустойчивости близки к неустойчивостям, имеющим место в токамаках. Поэтому мы в основном постараемся обратить внимание на характерные особенности токовых неустойчивостей в стеллараторе, весьма коротко останавливаясь на случаях сходства с токамаком, отсылая интересующихся читателей к весьма обширной литературе по этим вопросам (см., например, обзоры⁶⁸⁻⁷²).

5.1. Л и н е й н а я т е о р и я

Ниже мы ограничимся рассмотрением мод с малыми волновыми числами, такими что $n, m \ll N$ (n и m продольное и полоидальное волновое число соответственно) и которые в силу этого можно исследовать с помощью усредненных уравнений.

В пределе идеальной проводимости критерий устойчивости можно получить, проанализировав уравнения равновесия. При этом неустойчивости будет соответствовать появление дополнительного равновесного состояния

с возмущенным магнитным полем и удовлетворяющего тем же граничным условиям.

Рассмотрим вначале устойчивость плазмы в прямом стеллараторе, т. е. пренебрежем кривизной системы, однако будем считать, что продольное волновое число может принимать только целочисленные значения (т. е. рассмотрим цилиндр с отождествленными концами). Представляя возмущение в виде $X \sim X(a) e^{im\vartheta - ins}$ (где m и n — целые числа, $m \neq 0$, X — произвольная, возмущенная величина) и используя систему усредненных уравнений (3.1), нетрудно получить линейное уравнение малых колебаний:

$$\begin{aligned} (F_0 \xi_1)' + G_0 \xi_1 &= 0, \\ F_0 &= a^3 v^2, \quad G_0 = -(m^2 - 1) v^2 a + (a^3 \tau^{*'})' v - \\ &\quad - \frac{v^2 a^3 n^2}{R_0^2} + 2n^2 a^3 v \left(v + \frac{2n}{m} \right) (R_0^2 m^2)^{-1}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где в качестве переменной выбрано радиальное смещение ξ_1 элемента плазмы, $v = \tau - n/m$. При выводе (5.1) мы сделали ряд упрощений, а именно, опустили слагаемые, описывающие эффекты конечного давления, пренебрегли для простоты членами $\sim \varepsilon^2$ по сравнению с единицей и членами $\sim n^2 a^2 / R_0^2$ по сравнению с m^2 ($R_0 = L/2\pi$, L — длина плазменного шнура).

В уравнении малых колебаний плазмы в стеллараторе, полученном в работе ³⁰, отсутствуют члены, соответствующие двум последним слагаемым, обеспечивающим предельный переход в уравнение прямого токового шнура при $\tau^* \rightarrow 0$ ⁷³. Методика исследования уравнения (5.1) достаточно проста. Как было показано в работе ⁷⁴, необходимым и достаточным условием устойчивости является необращение решения уравнения (5.1) в ноль внутри области, где $v > 0$.

Рассмотрим вначале бесспиновый стелларатор (т. е. $\tau^{*'} = 0$). При этом, если плотность тока монотонно убывает с увеличением радиуса и ток направлен таким образом, что при его нарастании увеличивается суммарный угол вращательного преобразования, то в таких системах спектр МГД-колебаний весьма схож с МГД-модами, характерными для токамака. Наиболее опасным возмущением является возмущение с $m = 1$, для которого отрицательное стабилизирующее слагаемое в правой части (5.1) обращается в ноль, причем выполнение условия $\tau = n$ в вакуумной области вне плазмы неизбежно приводит к развитию винтовой моды с $m = 1$. Устойчивость мод с $m \geq 2$ сильно зависит от распределения плотности тока по радиусу и граничных условий. При достаточно остром профиле тока плазменный шнур может быть устойчив по отношению к ним при выполнении единственного условия $\tau(a_p) < 1$, даже при отсутствии проводящего кожуха, который оказывает на плазму сильное стабилизирующее действие. Если проводящий кожух совпадает с границей плазмы, то поверхностные моды развиваться не могут, однако выполнение равенства $\tau(a_s) = 1$ внутри плазменного шнура при $a_s < a_p$ неизбежно ведет к неустойчивости так называемой внутренней винтовой моды с $m = 1$, $n = 1$, инкремент которой примерно в $(a_s/R_0)^2$ меньше инкремента винтовой неустойчивости плазмы со свободной границей. Отметим, что учет конечной тороидальности в пределе пренебрежимо малого давления может приводить к стабилизации внутренней винтовой моды, как и в токамаке ⁷⁵⁻⁷⁶, независимо от величины τ на магнитной оси; на винтовые моды плазмы со свободной границей кривизна тора не оказывает существенного влияния.

Выше мы рассматривали устойчивость плазмы по отношению к токово-винтовым модам в рамках идеальной МГД. Однако, если внутри плазмы имеется особая точка, где $v(a_s) = 0$, но условие устойчивости идеальных токово-винтовых мод оказывается выполненным, необходимо провести дополнительный анализ устойчивости, учитывая конечную проводимость. При этом возможно развитие более медленной диссипативной неустойчивости (так называемой тиринг-моды), приводящей к расщеплению резонансных магнит-

ных поверхностей и образованию магнитных островов. Критерий устойчивости по отношению к тиринг-модам записывается следующим образом³²:

$$\Delta' < 0,$$

где

$$\Delta' = \frac{a}{\Psi_1} \frac{\partial \Psi_1}{\partial a} \Big|_{a_s - \varepsilon_0}^{a_s + \varepsilon_0},$$

$\varepsilon_0 \rightarrow 0$ — разность логарифмических производных радиальной компоненты возмущенного магнитного поля $\Psi_1 = av\xi_1$, удовлетворяющего следующему уравнению:

$$\frac{(a\Psi_1)'}{a} + \left[-\frac{m^2}{a^2} - \frac{(a^3\tau^J)'}{a^3v} \right] \Psi_1 = 0, \quad (5.2)$$

в котором опущены несущественные в данном случае члены $\sim a^2 n^2 / R_0^2$. Фактически тиринг-неустойчивость и неустойчивость плазмы со свободной границей представляют собой два предельных случая одной и той же неустойчивости⁷⁷. Если в первом случае магнитные острова возникают внутри плазмы, то во втором случае острова образуются в вакуумной области и приводят к деформации поверхности плазменного шнура. Так же, как и в случае идеальных МГД-мод обострение профиля плотности тока приводит к улучшению устойчивости тиринг-мод. В принципе, как отмечалось в работе⁷⁸, можно подобрать оптимальный профиль плотности тока с уплощениями в окрестности наиболее опасных резонансов с $\tau(a_s) = n/m$, который оказывается устойчивым по отношению ко всем модам. Например, в⁷⁹ был найден устойчивый даже в отсутствие проводящего кожуха по отношению ко всем модам профиль плотности тока с $q(a_p) = 2,2$ ($q = \tau^{-1}$ — коэффициент запаса устойчивости) при $\tau^* = 0$. Наличие стеллараторного угла вращательного преобразования τ^* снижает предельное значение q на краю. При $\tau^* = 0,3$ найден устойчивый профиль плотности тока с $q(a_p) = 1,6$. Подобный профиль тока может реализовываться автоматически, поскольку развитие тиринг-мод на нелинейной стадии приводит к насыщению роста магнитных островов и выравниванию вдоль магнитных поверхностей по их сечению плотности тока.

Рассмотрим теперь устойчивость токово-винтовых мод в стеллараторе с достаточно большим широм. Аппроксимируем τ^* простейшей функцией — квадратичным полиномом, т. е. $\tau^* = \tau^*(0) + \Delta\tau^* a^2/a_p^2$. Из (5.1) видно, что при большом шире, т. е. при $\Delta\tau^* \gg n^2 a_p^2 / m^2 R_0^2$ в выражении для G_0 (5.1) второе слагаемое больше двух последних, которыми, таким образом, можно пренебречь.

Диаграммы устойчивости токово-винтовых мод в стеллараторе с большим магнитным широм $S^*(a_p) = a\tau^*/\tau^*|_{a=a_p} \approx 1,55$ представлены на рис. 11⁸¹.

По прежнему наиболее опасным возмущением является винтовая мода с $m = 1$, которая всегда неустойчива и в стеллараторе с широм, если внутри плазменного шнура имеется область $v(a < a_s) > 0$, причем $v(a)$ является убывающей функцией малого радиуса (см. рис. 11). Необходимо отметить, что в отличие от рассмотренного ранее случая, из-за наличия положительного шира ($S^* = a\tau^*/\tau^* \geq 0$) стеллараторного магнитного поля τ^* инкремент внутренней винтовой моды оказывается по порядку величины равным инкременту моды со свободной границей. Для внутренних мод с $m > 1$ наличие неоднородного по радиусу стеллараторного угла вращательного преобразования τ^* также приводит к увеличению инкрементов. В частности, как видно из рис. 11, a , увеличение τ^{st} при неизменном $\tau(0)$ приводит к тому, что, начиная с некоторого τ^{st} , плазма оказывается неустойчивой в рамках идеальной МГД. Таким образом, внутренние моды в стеллараторе с широм оказываются более неустойчивыми, чем в токамаке.

При $\tau^*(a_p) > \tau^j(a_p)$ может иметь место другой тип неустойчивости (которую мы условно назовем внешней модой), для которой $v(a > a_s) > 0$

(при $m = 1$, $n = 1$ область I на рис. 11, б). Численные расчеты^{80,81} показывают, что в данном случае условия устойчивости сильно зависят от распределения параметров плазмы по сечению плазменного шнура и граничных условий. Достаточное условие устойчивости внешних мод в рамках идеальной МГД было получено в⁸¹, при этом оказывается, что условие устойчивости лучше всего удовлетворяется в том случае, если резонансная поверхность лежит

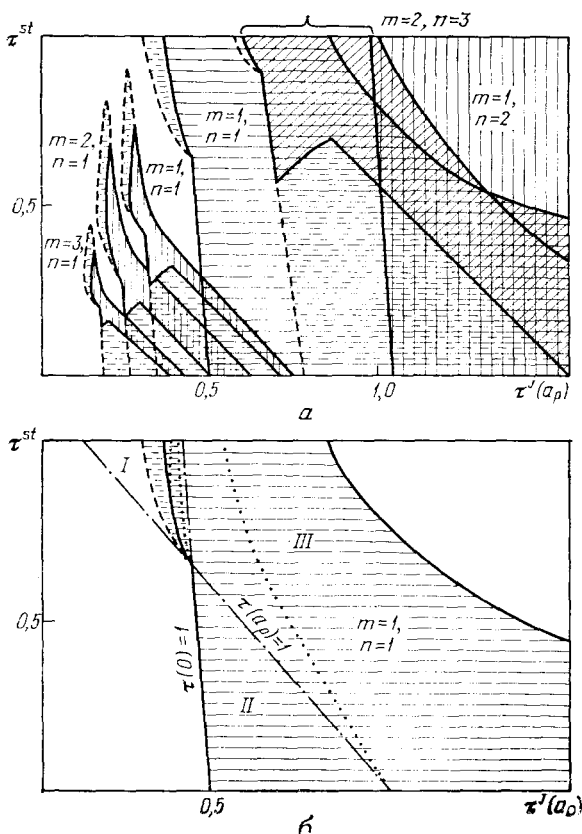


Рис. 11. а — Диаграмма устойчивости токово-винтовых мод в стеллараторе с омическим нагревом: $\tau^* = \tau^{\text{st}} [0,2 + 0,7 (a^2/a_p^2)]$, $\tau^J = \tau^J(a_p) [2 - (a^2/a_p^2)]$ (при $a_1 = 1,5 a_p$ находится проводящий кожух); представлены моды с $m = 1 - 3$, $n = 1 - 2$; области, где плазма неустойчива в рамках идеальной МГД, заштрихованы прямыми сплошными линиями, области неустойчивости тиринг-мод — штриховыми. б — То же, что и на рис. а, для моды $m, n = 1$; в области I $\nu(a) > 0$ при $a > a_s$ (моды такого типа характерны только для стелларатора с широм); в области II $\nu(a) > 0$ при $a < a_s$ (этот случай соответствует внутренней винтовой моде в токамаке); в области III особых точек внутри плазменного шнура нет; пунктир — границы устойчивости при $a_1 = a_p$

близко к границе плазменного шнура. При достаточно близком расположении резонансной магнитной поверхности к границе плазменного шнура может быть устойчива также и тиринг-мода с $m = 1$ (см. рис. 11).

Наряду с описанными выше возможна ситуация, когда неустойчивость может развиваться, если особая точка в плазме отсутствует. При малых τ^* такие моды аналогичны винтовым модам со свободной границей прямого токового шнура. Однако в стеллараторе с большим широм идеальные МГД-моды, не имеющие особых точек, могут быть неустойчивы даже в том случае, если на границе плазменного шнура расположен проводящий кожух⁸¹ (см. рис. 11, б).

Из изложенного следует, что неоднородный по сечению плазменного шнура стеллараторный угол вращательного преобразования играет двойную роль.

С одной стороны, увеличиваются инкременты внутренних мод, появляется ряд новых по сравнению с токамаком типов неустойчивых колебаний. С другой стороны, при увеличении τ^* сужается интервал значений тока, при которых плазма оказывается неустойчивой, и при превышении τ^* некоторого значения (см. рис. 11) данная мода оказывается застabilизированной.

Укажем еще на один чисто «стеллараторный» эффект, имеющий место, если ток омического нагрева направлен таким образом, что при его увеличении суммарный угол вращательного преобразования уменьшается. Если при этом внутри плазменного шнура имеется магнитная поверхность, на которой $\tau(a_s) = 0$, то, как несложно показать, используя (5.1), это необходимо и достаточно для развития неустойчивой моды с $m = 1, n = 0$. Подобная неустойчивость, по-видимому, наблюдалась в экспериментах на установке «Ураган-2» (Харьков)⁸².

5.2. Нелинейное развитие тиринг-мод

В предыдущем параграфе мы рассмотрели устойчивость тиринг-мод в линейном приближении. В плазме с конечной проводимостью развитие этих неустойчивостей приводит к расщеплению магнитных поверхностей и росту магнитных островов, образующихся вокруг новых магнитных осей. Наличие в системе развитой островной структуры приводит в свою очередь к увеличению коэффициентов переноса из-за быстрого выравнивания параметров плазмы по сечению острова, происходящего вдоль магнитных поверхностей, образовавшихся вокруг новой оси.

Существует ряд обстоятельств, облегчающих качественный (а зачастую и количественный) анализ нелинейной динамики токовых мод в стеллараторе. Во-первых, как и в случае равновесия, использование усредненных уравнений⁸⁸, позволяет свести задачу к осесимметричному случаю. Во-вторых, поскольку мы здесь рассматриваем плазму исчезающе малого давления, не влияющего на динамику неустойчивости, то единственное различие в этом приближении между токамаками и стелларатором с током заключается в том, что полоидальный поток Ψ состоит теперь из суммы Ψ^J — магнитного потока, создаваемого продольным током, и потока «эффективного» магнитного поля Ψ^* ^{40,83,84 *}). В силу этого многие результаты, полученные ранее для случая с $\tau^* = 0$, качественно правильно описывают процессы, происходящие в стеллараторе.

В⁸⁵ при исследовании приближенной квазилинейной системы уравнений было показано, что в том случае, когда ширина магнитного острова W превышает характерную толщину тиринг-слоя $a_s/T_0^{1/3}$ (где $T_0 = t_\sigma/t_A$ — величина, характеризующая отношение $t_\sigma = 4\pi a_p^2 \sigma / c^2$ — скин-ового времени к $t_A = a_p/v_A$ — альфвеновскому, $v_A = B_0/[4\pi\rho]^{1/2}$), т. е. $W > a_s/T_0^{1/3}$, нелинейные члены замедляют рост островов. При этом осуществляется переход от линейного экспоненциального развития неустойчивости с инкрементом $\gamma \sim t_\sigma^{-3/5} t_A^{-2/5}$ к степенному, и толщина острова линейно растет со временем с более медленным резистивным временным масштабом t_σ .

В следующем порядке получается уравнение, которое позволяет описать динамику роста островов и оценить их толщину⁸⁶. Как показывают проведенные в⁸⁶ расчеты, предельные размеры магнитного острова сильно зависят от выбранной модели проводимости. При $\sigma = \text{const}$ насыщения либо вообще не происходит, либо размеры острова оказываются сравнимыми с размерами плазменного шнура. В рамках стационарной модели $J/\sigma = \text{const}$ происходит существенное уменьшение предельной толщины магнитного острова. Для спадающих с характерным масштабом $\sim a_p$ профилей проводимости стационарное уравнение для предельной толщины магнитного острова

*) См. также приложение.

записывается в виде ⁸⁷

$$\Delta'(W_{\max}) = 0, \quad \Delta'(W) = \frac{1}{\Psi_1(a_s)} \left(\frac{\partial \Psi_1}{\partial a} \Big|_{a^+} - \frac{\partial \Psi_1}{\partial a} \Big|_{a^-} \right), \quad a^{\pm} = a_s \pm \frac{W}{2}, \quad (5.3)$$

причем W_{\max} быстро уменьшается при увеличении номера моды m . Предельные размеры магнитных островов зависят от формы тока и уменьшаются для пикированных профилей. Заметим, наконец, что учет эффектов конечного ларморовского радиуса приводит к тому, что квазистационарное возмущение приобретает действительную частоту ⁸⁸, в то время как ширина острова, как и ранее, определяется профилями плотности тока и проводимости. Подобные осцилляции наблюдались в экспериментальных условиях на токамаках ⁸⁹.

Сказанное выше оказывается справедливым и для стеллараторов. Анализ условия (5.3) с учетом специфики стелларатора показывает ²², что наличие постоянного по радиусу стеллараторного угла вращательного преобразования приводит к улучшению устойчивости и уменьшению размеров магнитных островов. В экспериментах на стеллараторе $W - 7A$ было продемонстрировано, что при $\tau^*(a) = \text{const} > 0,14$ происходит существенное улучшение устойчивости плазменного шнура. При этом неустойчивость срыва не наблюдается даже при $\tau = 0,8$ на краю плазменного шнура. Аналогичный вывод о стабилизирующей роли стеллараторного поля сделан в результате экспериментов на JIPP-T2 ⁹⁰, где было показано, что при достаточно больших стеллараторных полях неустойчивость срыва отсутствует.

Неустойчивость срыва в токамаке представляет собой сложное и до конца не изученное нелинейное явление. Как правило, срыв оказывается связанным с наличием больших островов с $m = 2$, захватывающих значительную часть разряда. При этом также считается ⁹¹⁻⁹³, что срыв вызывается развитием моды с $m = 2$, $n = 1$ и ее нелинейным взаимодействием с другими модами, в частности $m = 3$, $n = 2$. При перекрытии магнитных островов возникает эргодическая область между поверхностями с $\tau = 1/2$ и $2/3$, где происходит выравнивание температуры.

Если принять подобный механизм развития неустойчивости срыва, то становится ясной та роль, которую играет стеллараторный угол вращательного преобразования τ^* . При увеличении τ^* магнитная поверхность с $\tau = 1/2$ или уходит из области, расположенной внутри проводящего кожуха, или же попадает на край плазменного шнура, где мал градиент плотности тока и мода $m = 2$, $n = 1$ оказывается застабилизированной.

5.3. О пилообразных колебаниях в стеллараторе

При увеличении продольного тока в токамаках, в том случае, когда угол вращательного преобразования в центральной области превосходит единицу, наблюдается интересное физическое явление — так называемые пилообразные периодические колебания рентгеновского излучения. В центре плазменного шнура интенсивность рентгеновского излучения вначале медленно нарастает, а затем происходит ее резкий сброс (периодичность процесса, как правило, несколько миллисекунд). Снаружи от поверхности с $\tau(a_s) = 1$ фаза колебания меняется на 2π , т. е. интенсивность рентгеновского излучения быстро возрастает и затем происходит ее медленный спад ⁹⁴.

Качественный анализ, позволяющий объяснить особенности пилообразных колебаний, был проведен в работе Кадомцева ⁹⁵. Из-за развития неустойчивости моды $m = 1$, $n = 1$ происходит смещение центральной области и генерация, в силу этого, винтового тока вблизи поверхности $a = a_s$. В результате затухания этого тока из-за конечной проводимости начинается процесс перезамыкания внутренних по отношению к a_s силовых линий с внешними, который происходит до тех пор, пока вся внутренняя область не перезамкнется с внешней и τ во всем пространстве не станет меньше 1. Оценки

показывают, что эффективное перемешивание параметров плазмы происходит в области $a < \sqrt{2}a_s$. Затем в результате омического нагрева вновь происходит уменьшение сопротивления в центральной области плазменного шнура, вновь растет ток и, таким образом, процесс носит периодический характер. Последующие численные работы ^{96,97} подтвердили правильность подобной модели. Расхождения появляются лишь при вычислении полной длительности процесса. Поскольку модель не является самосогласованной, при численном моделировании, как правило, величина a_s берется из эксперимента.

В экспериментах по токовому нагреву плазмы, проводившихся на различных стеллараторах, также наблюдались пилообразные колебания ^{26,98}. Как продемонстрировано в недавней работе ⁹⁹ (где расчет проводился применительно к параметрам «Гелиотрона-Е» — системы с большим широм магнитного поля), процесс внутреннего срыва в стеллараторе во многом сходен с процессом, происходящим в токамаке. Единственное отличие связано со спецификой внутренней моды $m = 1$, $n = 1$, инкремент которой в стеллараторе с широм оказывается значительно больше, чем в токамаке. Однако, как показывают расчеты ⁹⁹, нелинейные эффекты приводят к насыщению этой моды, после чего происходит процесс перезамыкания. К сожалению, остается пока не исследованным вопрос о том, каким образом наличие стеллараторного угла вращательного преобразования влияет на количественные характеристики пилообразных колебаний, такие, например, как их длительность, амплитуда и т. д.

6. ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАЗМЫ КОНЕЧНОГО ДАВЛЕНИЯ

Выше мы обсудили устойчивость токово-винтовых мод. Поскольку, однако, удерживающие свойства стелларатора сохраняются (и, как правило, улучшаются) в отсутствие омического тока, в настоящее время наблюдается тенденция работать в бестоковом режиме, где, собственно, и могут проявиться преимущества стелларатора как принципиально стационарной системы. В этих условиях главную опасность представляют неустойчивости, связанные с конечным давлением и кривизной силовых линий, которые могут ограничить предельно допустимое давление плазмы в стеллараторе. Ниже мы рассмотрим основные причины, из-за которых возникают ограничения на предельное давление, а также способы его повышения.

Как правило, при анализе устойчивости плазмы в тороидальных ловушках разделяют локализованные в окрестности рациональных магнитных поверхностей и крупномасштабные моды. Первые можно исследовать аналитически, получая критерии устойчивости, выраженные через характеристики равновесного состояния на заданной магнитной поверхности. Нелокальные моды существенным образом зависят от распределения параметров по всему объему плазмы, и для их изучения привлекают обычно численные методы.

6.1. Локализованные моды в идеально проводящей плазме

В настоящем разделе мы рассмотрим возмущения, мелкомасштабные в направлении, перпендикулярном к равновесному магнитному полю, т. е. удовлетворяющие неравенству

$$[B_0 \nabla \ln X_1] \gg [B_0 \nabla \ln X_0] \quad (6.1)$$

и почти постоянные вдоль B_0 , т. е. когда

$$| [B_0 \nabla \ln X_1] | \gg [B_0 \nabla \ln X_1], \quad (6.2)$$

где индексы 1 и 0 обозначают возмущенные и равновесные величины соответственно.

Условие устойчивости прямого цилиндрического плазменного шнура по отношению к желобковым возмущениям (так называемый критерий Сайдема) записывается следующим образом ¹⁰⁰:

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\tau'}{\tau} \right)^2 + \frac{8\pi p'}{aB_0^2} > 0. \quad (6.3)$$

Критерий устойчивости мод с $n \gg 1$ в прямом стеллараторе при наличии одной винтовой гармоник (т. е. в пренебрежении тороидальностью) имеет вид ³⁰

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\tau'}{\tau} \right)^2 + \frac{8\pi p'}{\tau^2 a B_0^2} \left[\tau^2 + \frac{N}{2n_0 a^3} (\tau^* a^4)' \right] > 0. \quad (6.4)$$

Появление дополнительного дестабилизирующего слагаемого (которое при $N/n_0 \gg \tau$ значительно больше, чем первое), обусловлено тем, что, как уже отмечалось, для прямого стелларатора характерен максимум «среднего В». Заметим, что даже в стеллараторах с большим магнитным широм предельно допустимое давление, при котором плазма еще оказывается устойчивой, найденное из (6.4), оказывается весьма малым (например, для стелларатора Л-2 (ИОФАН) при $\tau^* = 0,2 + 0,5 a^2/a_p^2$, $N/n_0 = 7$, $\beta_{\max} \sim 1\%$).

Исследование плазмы в замкнутых магнитных ловушках осложняется тем, что равновесные величины зависят в общем случае от ϑ и s (в случае прямого цилиндра, обладающего аксиальной симметрией, возмущения типа $X \sim X(a) \exp(im\vartheta - ins)$ с разными m и n являются независимыми). Однако, если параметр, характеризующий связь гармоник, мал, то задачу можно решить методом последовательных приближений, ограничиваясь рассмотрением конечного числа гармоник. Для токамака таким параметром является $\gamma_\vartheta = \beta/\tau^2 \delta$. Аналитические расчеты устойчивости плазмы, удерживаемой в токамаке с круговыми магнитными поверхностями, по отношению к возмущениям с $m \gg 1$ при $\beta \ll \tau^2 \delta$ проводились в работе ¹⁰¹, где наряду с основной гармоникой с $m \gg 1$ учитывались две соседние с $m \pm 1$, и был получен критерий

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\tau'}{\tau} \right)^2 + \frac{8\pi p'}{B_0^2 a \tau^2} (\tau^2 - 1) > 0. \quad (6.5)$$

В этой же работе Шафранов и Юрченко показали, что условие (6.5) можно получить также, используя так называемый критерий Мерсье ¹⁰² — условие устойчивости тороидального плазменного шнура произвольного сечения относительно мелкомасштабных желобковых возмущений. Из (6.5) следует, что плазма оказывается устойчивой и при нулевом шире ($\tau' = 0$), если выполнено единственное условие $\tau < 1$. При этом баллонный эффект, связанный с тем, что возмущение на внешнем обводе тора больше, чем на внутреннем, и дающий квадратичный по β вклад в критерий устойчивости, полностью компенсируется углублением магнитной ямы из-за смещения магнитных поверхностей под действием полей, создаваемых диамагнитными токами.

В принципе для получения условия устойчивости плазмы в стеллараторе можно было бы воспользоваться общегеометрическим критерием Мерсье, что потребовало бы рассмотрения трехмерного равновесия. Существует, однако, обстоятельство, позволяющее упростить анализ. В ^{103,104} было показано, что для системы с винтовыми полями, помимо зацепления гармоник по малому азимуту ϑ , существует зацепление гармоник по s с параметром $\gamma_s = n_0 \beta / N \delta$. При $N \gg n_0 \tau$ $\gamma_\vartheta \gg \gamma_s$, и, следовательно, в практически важном случае $\beta \ll \tau^2 \delta$ баллонный эффект на локальных гофрах винтового магнитного поля можно не учитывать (что связано с многократным чередованием участков с благоприятной и неблагоприятной кривизной, суммарный вклад которых в критерий устойчивости оказывается пренебрежимо мал). Таким образом, для получения критерия устойчивости плазмы в стеллараторе можно использовать систему усредненных уравнений и применить для ее исследо-

вания в слегка модифицированном виде методику, развитую ранее для токамака. В результате при $\beta \ll \tau^2$ получаем следующее условие устойчивости³⁸:

$$R_M = \frac{1}{4} \tau'^2 + \frac{8\pi p'}{B_0^2 a} Q_1 > 0, \quad (6.6)$$

$$Q_1 = -\frac{B_s^{**}}{B_0} \frac{R_0^2}{2a} - \xi R_0 \frac{(a^3 \tau^{**})'}{2a^3 \tau} + \frac{R_0}{2a\tau} \left[\frac{(\xi^* a^2 \tau^*)'}{a} \right]' + \tau^2 - \frac{2\tau - \tau^*}{2\tau}. \quad (6.7)$$

Поясним смысл каждого из входящих в (6.7) слагаемых. Первое дестабилизирующее слагаемое обусловлено тем, что стелларатор в пренебрежении эффектами, связанными с тороидальностью, обладает максимумом «среднего В». Второе слагаемое при $\tau^{**} > 0$ отрицательно. Поскольку ξ увеличивается с ростом давления, второй член также является возрастающей функцией давления, что приводит в свою очередь к улучшению условий устойчивости. Механизм подобной самостабилизации можно пояснить следующим образом. Смещение магнитных поверхностей под действием полей, создаваемых диамагнитными токами, происходит в направлении увеличения большого радиуса. При этом в системах с возрастающим с увеличением радиуса углом вращательного преобразования силовая линия быстрее проходит участок с неблагоприятной кривизной на внешнем обводе тора и задерживается на внутреннем обводе. Однако, поскольку $\xi/a_p < 1$, то сумма первого и второго слагаемых может быть отрицательна лишь при достаточно малой величине магнитного горба, т. е. $N\tau^*\delta \leq 1$ (более детальная оценка будет приведена ниже).

Третье слагаемое связано со структурой магнитных поверхностей в вакууме и может быть как положительным, так и отрицательным. В частности, сдвигая магнитную ось системы, например, с помощью вертикального магнитного поля, либо меняя закон намотки токнесущих винтовых проводников на поверхности тора, можно добиться улучшения условий устойчивости. Два последних слагаемых при $N \gg n_0 \tau$ малы по сравнению с первым и практически не влияют на устойчивость плазмы в системе. Они сохранены лишь для того, чтобы обеспечить предельный переход в критерий Шафранова и Юрченко¹⁰¹ при $\tau^* \rightarrow 0$, который, кстати, не дает ограничения на предельно допустимое давление при выполнении единственного условия $\tau < 1$. Заметим, что при определенном выборе параметров стелларатора критерий устойчивости (6.6) также не дает ограничения на величину предельно допустимого давления плазмы.

Рассмотрим вначале бестоковую плазму ($\tau \equiv \tau^*$). Из (6.7) видно, что в бесшировых системах ($\tau^{**} = 0$) эффект самостабилизации в этом приближении отсутствует, а наложение внешнего вертикального однородного поля $B_{0\perp}$ не приводит к возникновению магнитной ямы (поскольку при этом $\xi^{**} = (B_{0\perp} R_0 / B_0 \tau^*)' = 0$). Ее может создать лишь слагаемое, связанное с неоднородным смещением ξ^{**} вакуумных магнитных поверхностей. При анализе устойчивости таких систем необходим аккуратный учет тонкой структуры поля. В качестве примера, иллюстрирующего сказанное выше, рассмотрим систему с винтовыми обмотками, уложенными на поверхность тора с малым радиусом r_0 по закону:

$$\varphi = \frac{Ns}{n_0} - \hat{C}_1 \frac{r_0}{R_0} \sin \varphi. \quad (6.8)$$

Тогда, если с помощью уравнения (4.8) исключить из (6.7) ξ_p , критерий (6.6) для плазмы со свободной границей можно переписать в виде¹⁰⁵

$$\frac{4R_M}{\tau'^2} = 1 - M_p \beta_0 + N_p \beta_0^2 > 0, \quad (6.9)$$

где коэффициенты M_p и N_p зависят от параметров магнитного поля и профиля давления $f(a) = p(a)/p(0)$, $\beta_0 = 8\pi p(0)/B_0^2$:

$$M_p = -\frac{2f'a}{(a\tau^*)^2} \left\{ \frac{N}{n_0} (\tau^* a^4)' a^{-3} - 12(1 + \hat{C}_1) - \frac{R_0^2 B_{0\perp}}{B_0 a^3} \frac{(a^3 \tau^{*'})'}{\tau^{*2}} + 2\tau^2 + \right. \\ \left. + 3 \left[(a^3 \tau^{*'})' (a^3 \tau^{*2})^{-1} \int_0^a a \tau^* da - \frac{a \tau^{*'}}{\tau^*} \right] \right\}, \quad (6.10)$$

$$N_p = \frac{f'a}{(a\tau^*)^2} \left[\frac{(a^3 \tau^{*'})'}{a^2 \tau^{*3}} R_0^2 \frac{\tau^*}{a^2} \int_0^a a da \int_a^\infty \frac{f'}{\tau^*} da \right],$$

$$a = a_p.$$

Следует отметить, что для систем с большим широм ($S \sim 1$) слагаемое, пропорциональное \hat{C}_1 , имеет несколько более сложный вид. Однако для таких систем оно не очень существенно и для простоты мы не будем его уточнять.

Корни уравнения $R_M(\beta_0) = 0$, если они имеются, определяют два значения $\beta_{st}^{(1)}$ и $\beta_{st}^{(2)}$, между которыми плазма неустойчива. При $\beta_0 < \beta_{st}^{(1)}$ (первая зона) и $\beta_0 > \beta_{st}^{(2)}$ (вторая зона) плазма устойчива. Если же параметры системы таковы, что $M_p \leq 2N_p^{1/2}$, то первая и вторая зоны устойчивости сливаются, и плазма оказывается устойчивой при всех β (рис. 12).

Для бесшировых систем критерий устойчивости не дает ограничения на предельно допустимое давление, если

$$\frac{4N\tau^*}{n_0} + 2\tau^{*2} \leq 12(1 + \hat{C}_1). \quad (6.11)$$

Из (6.11) видно, что устойчивость весьма сильно зависит от величины и знака амплитуд сателлитных гармоник, возникающих при малом отклонении закона намотки от спирали $\varphi = Ns/n_0$.

Для систем с большим широм $\Delta\tau^* \gg \tau^*(0)$ при $p = p(0)$ ($1 - a^2/a_p^2$), $\tau^* = \Delta\tau^* a^2/a_p^2$ условие отсутствия ограничения на предельное давление принимает вид *)

$$\frac{6N\Delta\tau^*}{n_0} + 2\Delta\tau^{*2} \leq 4 \frac{R_0}{a_p} \left(1 + \frac{2\varepsilon_\perp R_0}{a_p \Delta\tau^*} \right) + 12(1 + \hat{C}_1), \quad (6.12)$$

где $\varepsilon_\perp = B_{0\perp}/B_0$.

Следует, однако, помнить, что критерий (6.6) выведен в линейном приближении по ξ и справедлив, вообще говоря, лишь при $\beta \ll \tau^2 \delta$. Для более строгого решения вопроса о предельном давлении необходимо учесть члены следующего порядка по ξ . Такой анализ (с точностью до $\xi^{1/3}$ включительно) был проведен в ⁶⁵, где было показано, что при $\tau^J = 0$, $\tau^* = \tau^*(0) + \Delta\tau^* a^2/a_p^2$, $\Delta\tau^* \gg \tau^*(0)$ нелинейные слагаемые приводят к дополнительной стабилизации, в частности, на краю плазменного шнура, где максимально дестабилизирующее слагаемое $\sim B_s^*$. При $\Delta\tau^* = 0$ нелинейные слагаемые также приводят к стабилизации, что совпадает с результатами Михайловского и Шафранова ¹⁰⁷, обнаруживших эффект самостабилизации в стеллараторах с нуле-

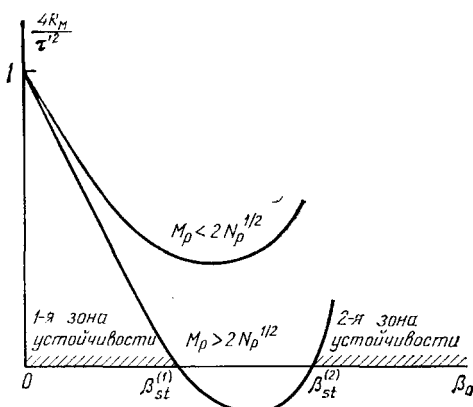


Рис. 12. (См. пояснение в тексте)

*) (6.12) следует из условия $R_M > 0$ на краю плазменного шнура со свободной границей, где критерию $R_M > 0$ наиболее сложно удовлетворить.

вым широм в кубическом приближении по β . Таким образом можно считать, что учет нелинейных слагаемых практически не меняет условия (6.11)–(6.12).

Напомним, что критерий Мерсье не является во всех случаях достаточным условием устойчивости мод с $n \gg 1$. Известно^{108,109} (см. также обзор¹¹⁰), что критерий устойчивости для токамака (6.5) является лишь необходимым

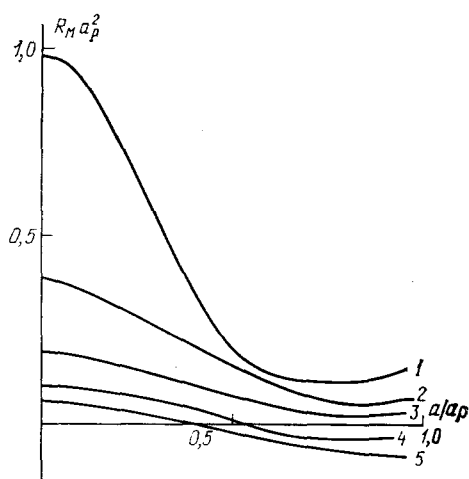


Рис. 13. Влияние тока омического нагрева на устойчивость плазмы при фиксированном давлении $\beta = \beta(0) \times [1 - (a^2/a_p^2)]$, $\beta(0) = 0,005$.

Кривые соответствуют $\tau^J = 0$ (1), 0,1 (2), 0,2 (3), 0,3 (4) и 0,4 (5); $\tau^* = 0,2 + 0,7 (a^2/a_p^2)$, $\delta = 0,115$

критерием, поскольку более опасными являются так называемые баллонные возмущения, в критерий устойчивости которых входит дестабилизирующее слагаемое $\sim S\beta^2$.

Для стелларатора критерий устойчивости баллонных мод имеет вид^{58,111}

$$\frac{R_M a^2}{\tau^2} + \frac{S^2}{4} + \frac{S}{2} \left(\frac{8\pi p' a R_0}{B_0^2 \tau^2} \right)^2 + \frac{6\pi a p'}{R_0^{-1} B_0^2 \tau^2} \left(1 - \frac{S}{|S|} \right) \exp \left(-\frac{1}{|S|} \right) > 0. \quad (6.13)$$

Последнее слагаемое получено в предположении $|S| \ll 1$, и, вообще говоря, мало по сравнению с R_M . Для бестокового стелларатора с не очень большим β

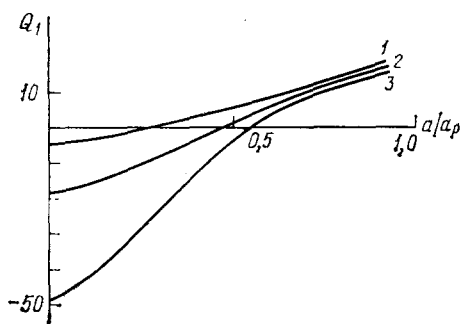


Рис. 14. Влияние тока омического нагрева на глубину магнитной ямы при фиксированном давлении $\beta = \beta(0) [1 - (a^2/a_p^2)]$, $\beta(0) = 0,005$.

Кривые соответствуют $\tau^J = 0$ (3), 0,1 (2) и 0,4 (1); $\tau^* = 0,2 + 0,7 (a^2/a_p^2)$, $\delta = 0,115$.

величина S в отличие от токамаков обычно положительна, при больших β ее можно сделать положительной с помощью внешних полей, как это указано, например, в⁶⁷. При этом критерий (6.13) является менее жестким, чем условие (6.6), которое и следует использовать при определении предельно допустимого давления.

Выше мы в основном рассматривали устойчивость плазмы при нулевом токе омического нагрева. Дело в том, что наличие продольного тока при-

водит к ухудшению устойчивости плазмы, что связано с тем, что с уменьшением величины S , характеризующей шир, одновременно уменьшается глубина магнитной ямы³⁹. Сказанное выше иллюстрируется рис. 13, 14, где показано влияние на устойчивость плазмы с фиксированным давлением величины тока омического нагрева.

6.2. К р и т е р и й у с т о й ч и в о с т и д и с с и п а т и в н ы х м о д

Известно^{112,113}, что в том случае, когда плазма оказывается устойчивой в рамках идеальной гидродинамики, учет малого, но конечного сопротивления может привести к появлению новых видов неустойчивых колебаний. Резистивные желобковые моды не стабилизируются широм, однако могут быть устойчивы, если эффект средней магнитной ямы превосходит баллонный эффект. Критерий устойчивости подобных мод в стеллараторе имеет вид^{39,40} (при $\beta \gg \tau^2 \delta$)

$$\frac{ap'}{B_0^2} \left(Q_1 - \frac{R_0 \tau'}{\tau} \xi' \right) > 0, \quad (6.14)$$

где Q_1 определяется соотношением (6.7). При этом, поскольку, как правило, $\xi' < 0$, второе слагаемое для бестоковой плазмы оказывает дестабилизирующее действие. Анализ (6.14) показывает³⁹, что эффект «самостабилизации», связанный с широм для диссипативных желобковых неустойчивостей, имеет место лишь в центральной части плазменного шнура. Можно надеяться, однако, что развитие резистивных мод в силу их мелкомасштабности не приведет к ограничению на давление, хотя может сказаться на процессах переноса.

6.3. О в е л и ч и н е п р е д е л ь н о г о д а в л е н и я в с т е л л а р а т о р а х

Выше мы обсудили устойчивость локальных мод. В принципе для стеллараторов без тока омического нагрева может оказаться выполненным достаточный критерий устойчивости по отношению к произвольным возмущениям в рамках идеальной МГД (для токамака подобный критерий устойчивости не представляет интереса, поскольку может быть удовлетворен лишь при наличии проводника с током на оси системы). Достаточный критерий оказывается более жестким, нежели условие (6.14) для резистивных желобковых мод, и сводится для беспиловых стеллараторов⁵⁰ к необходимости создания вакуумной магнитной ямы во всей области, занятой плазмой (предельно допустимое давление при этом оказывается пропорциональным глубине ямы). Поскольку за счет «самостабилизации», связанной с широм, магнитную яму можно создать лишь в центральной части плазменного шнура, а возможность создания вакуумной магнитной ямы в присепаратрисной области при $S^* \sim 1$ представляется нам весьма проблематичной, достаточному критерию устойчивости в стеллараторах с большим широм, как правило, не удается удовлетворить во всей области занятой плазмой, и он оказывается чрезмерно жестким. Действительно, как показывают численные расчеты^{56,114} крупномасштабные неустойчивости стабилизируются в системах с широм при достаточно малой величине $N\tau^*$ и τ^* (a_p) < 1 .

Может показаться, что ограничения, накладываемые совместно условиями устойчивости идеальных МГД-мод и условиями равновесия на величину предельного давления, оказываются весьма жесткими. Действительно, поскольку $\tau^* \sim N \sim \delta^{-1}$, с точки зрения равновесия (см. (4.9)) выгодны системы с малым тороидальным отношением δ , а с точки зрения устойчивости по отношению к локальным модам (см. (6.11), (6.12)) — наоборот, системы с не очень большими значениями $N\tau^*$, т. е. достаточно крутые торы.

К счастью, компромиссное решение ($\delta^{-1} = 6 - 10$, $N/n_0 = 5 - 7$, $\tau^* (a_p) \lesssim 1$) оказывается вполне удовлетворительным и позволяет надеяться на возможность получения в бестоковом стеллараторе устойчивой плазмы с $\beta \gtrsim 10\%$. Заметим, что это значение, по всей видимости, может быть несколько увеличено с помощью внешнего поперечного поля, которое частично компенсировало бы смещение магнитных поверхностей из-за конечного β , поддерживая при этом смещение плазмы на уровне, достаточном для создания в системе магнитной ямы, обеспечивающей выполнение условия устойчивости.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Появление новых и совершенствование старых методов исследования плазмы, удерживаемой в трехмерных магнитных полях, привело к быстрому развитию теории МГД равновесия и устойчивости плазмы в стеллараторе. Значительная часть новых результатов была получена при использовании метода усреднения. При этом, хотя получение результатов с помощью усредненных уравнений строится на основе методик, развитых ранее для токамака, физические процессы, описываемые с помощью сходных методов, часто оказываются различными. К числу чисто «стеллараторных» эффектов относятся, например, эффект самостабилизации плазмы, связанный с широм, эффекты, обусловленные наличием магнитного «горба»; ряд особенностей имеет спектр токово-винтовых мод в стеллараторе. Необходимо отметить, что в настоящее время теория токово-винтовых мод в стеллараторе качественно правильно описывает основные проявления МГД активности плазменного шнура. Не видно принципиальных сложностей и на пути достижения количественного описания происходящих в плазме процессов.

Завершая настоящую работу, отметим основные задачи, стоящие перед теорией. К ним относится изучение равновесия и устойчивости плазмы в случае, когда граница плазмы близка или совпадает с вакуумной сепаратрисой. Это представляется весьма существенным, в частности потому, что, как показывают расчеты, условия устойчивости плазмы со свободной границей и при наличии проводящей стенки оказываются различными.

В настоящей работе мы неоднократно приводили результаты исследования устойчивости мелкомасштабных мод. Менее успешно обстоят дела с исследованием крупномасштабных мод, для которых не удастся получить наглядные аналитические критерии устойчивости. Кроме того, число свободных параметров, характеризующих стелларатор, значительно больше, чем имеется в токамаке (что, вообще говоря, может обеспечить, в конечном итоге, оптимальный выбор параметров плазмы), поэтому выяснение всего комплекса физических причин, определяющих устойчивость крупномасштабных колебаний, потребует весьма значительных усилий.

К числу первоочередных задач теории относится изучение нелинейной стадии развития неустойчивостей и, в частности, разрывных баллонных мод, для которых критерии устойчивости может оказаться невыполненным.

Весьма важным представляется нам поиск магнитных конфигураций, в которых параметры плазменного шнура могут быть улучшены (например, увеличено предельное значение параметра β). Напомним, что выше мы рассматривали системы, в которых поперечные сечения средних магнитных поверхностей близки к кругу. По всей видимости, следует исследовать также магнитные системы, для которых сечения средних магнитных поверхностей отличаются от круга (например, имеют форму эллипса, вытянутого в вертикальном направлении, D-образную форму и т. д.). Такие конфигурации могут быть созданы при размещении винтовых проводников с током на тороиде соответствующей формы, а также при использовании поперечного магнитного поля, содержащего более высокие гармоники, нежели дипольная.

Подводя итог, можно констатировать, что в теории удержания плазмы в стеллараторах, пожалуй, осталось не больше принципиально нерешенных

проблем, чем их существует в теории равновесия и устойчивости токамаков. Некоторое отставание наблюдается лишь в конкретных расчетах, относящихся к тем или иным частным случаям. Однако можно надеяться, что за ближайшие несколько лет и этот пробел также будет ликвидирован.

Авторы благодарны О. П. Погуде и Э. И. Юрченко за ряд полезных советов и плодотворное обсуждение.

ПРИЛОЖЕНИЕ. УКОРОЧЕННЫЕ УСРЕДНЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ

Основным параметром малости, используемом ниже, является $\Delta_p = |\mathbf{B}_\perp|/B_0$ — отношение поперечных компонент среднего магнитного поля к продольному магнитному полю. В приведенной ниже системе уравнений учтены слагаемые $\sim \Delta_p^2$ включительно, а также члены первого порядка по тороидальности.

Давление плазмы будем считать достаточно высоким, т. е. $\beta \sim \Delta_p$, при этом $J_\perp \sim J_\parallel \sim \Delta_p$. Кроме того, будем считать, что $B^*/B_0, \delta \sim \Delta_p$.

Как известно, наиболее интересными с точки зрения устойчивости, являются возмущения, мало меняющиеся при продвижении вдоль силовых линий среднего магнитного поля. При этом $\partial/\partial z \sim \Delta_p \nabla_\perp$, где $\nabla_\perp = \nabla - \mathbf{e}_s \partial/\partial s$. Максимальный инкремент развития таких неустойчивостей $\sim \delta/t_A \sim \Delta_p/t_A$, т. е. $t_A \partial/dt \sim \Delta_p$. И, наконец, мы ограничимся рассмотрением случая плазмы, обладающей высокой проводимостью, т. е. $t_A/t_\sigma \ll \Delta_p$.

Процедура получения укороченных уравнений из системы усредненных МГД-уравнений практически совпадает с выводом аналогичных уравнений для токамаков^{43,44}. Поэтому мы опустим несложные вычисления и запишем систему укороченных уравнений в следующем виде⁴⁰ (П.1):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \operatorname{div} \hat{\rho} \nabla_\perp U &= \operatorname{div} \left\{ \frac{1}{4\pi} \left([\nabla_\perp \Psi, \mathbf{e}_s R^{-1}] + \nabla_\perp \frac{\partial \kappa}{\partial R B_T s} \right) \frac{1}{R B_T} L(\Psi - \Psi^*) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4\pi} R^{-2} \nabla_\perp \frac{\partial \Psi}{\partial s} + \frac{1}{\hat{B}^2} [\nabla p, \mathbf{B}_T] - \frac{1}{2} [\hat{\rho} \nabla v^2, \mathbf{B}_T] \right\}, \\ \rho \frac{dv_s}{dt} &= -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial s} p + \frac{1}{4\pi R} (\mathbf{B}_T [\nabla_\perp \hat{K}, \nabla_\perp \Psi]) - \frac{1}{4\pi R^3} \left(\nabla_\perp \frac{\partial \Psi^J}{\partial s}, \nabla_\perp \Psi \right), \\ \frac{d\Psi}{dt} &= -\frac{\partial \Phi c}{\partial s} + c E_s R + \frac{L(\Psi - \Psi^*) c^2}{4\pi \sigma_\parallel}, \\ L(U + \Phi c) + \hat{K} L U + \nabla_\perp U \cdot \nabla_\perp \hat{K} &= 0, \\ \frac{d\hat{\rho}}{dt} &= 0, \quad \hat{\rho} = \frac{\rho}{\hat{B}^2}, \quad \hat{B}^2 = B_T (B_T + B_s^*), \\ \frac{d}{dt} p (\hat{B}^2)^{-\gamma_0} &= 0, \\ \hat{K} &= -\frac{\Delta \kappa}{B_T^2}, \end{aligned}$$

$$\operatorname{div} [-4\pi \nabla_\perp p - (\nabla_\perp \hat{K}) B_T^2 + R^{-2} \Psi^* \nabla_\perp L \Psi^J - (R^{-2} \nabla_\perp \Psi^J) L \Psi^J] = 0. \quad (\text{П.1})$$

Магнитное и электрическое поля, плотность тока и поперечные компоненты скорости записываются с помощью этих переменных следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mathbf{B}_T + \mathbf{B}_s^* + \hat{K} \mathbf{B}_T + \frac{\nabla_\perp \partial \kappa}{\partial R B_T s} + \left[\nabla \Psi, \frac{\mathbf{e}_s}{R} \right], \\ \mathbf{B}_\perp &= \operatorname{rot} \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = \frac{\Psi \mathbf{e}_s}{R} + [\nabla \kappa, \mathbf{B}_T] B_T^{-2}, \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi, \\ \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} &= -\mathbf{e}_s R^{-1} L(\Psi - \Psi^*) + [\nabla_\perp \hat{K}, \mathbf{B}_T] + R^{-2} \nabla_\perp \frac{\partial \Psi}{\partial s}, \\ \mathbf{v} &= \frac{1}{\hat{B}^2} [\nabla_\perp U, \mathbf{B}_T], \quad \Psi^J = \Psi - \Psi^*. \end{aligned}$$

Таким образом, мы получим систему из 8 уравнений для 8 функций $\hat{\rho}$, p , U , Ψ , Φ , \hat{K} , κ , v_s . Необходимо при этом отметить, что v_s не входит в другие уравнения системы, и в тех случаях, когда нет необходимости детально исследовать продольное движение, это уравнение можно опустить. Заметим также, что во все уравнения системы (П.1), кроме последнего, функция \hat{K} входит таким образом, что ее нужно знать в наимизшем порядке и, как правило, можно полагать $\hat{K} = -4\pi p/B_0^2$.

Система уравнений (П.1) принимает существенно более простой вид в случае плазмы малого давления. При этом $U = -\Phi$. Если, наконец, положить для простоты $\rho = \text{const}$ и пренебречь тороидальностью, то получим следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \Delta U &= v_A^2 \left[R_0^{-2} \frac{\partial I}{\partial s} + [\nabla I, \nabla \Psi] \frac{e_s}{B_0 R_0^2} - 4\pi [\nabla p, e_s B_0^{-2}] \nabla B_s^* \right], \\ \frac{d\Psi}{dt} &= + \frac{\partial U}{\partial s} + c E_s R + \frac{c^2 I}{4\pi \sigma_{||}}, \\ \frac{dp}{dt} &= 0, \quad I = \Delta (\Psi - \Psi^*); \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.2})$$

здесь I — функция, описывающая профиль продольного тока. При $B^* \rightarrow 0$, $\Psi^* \rightarrow 0$ (П.2) переходит в систему уравнений, впервые выведенную в работе Кадомцева и Погуце ⁴³. Из системы (П.2) при $B^* \rightarrow 0$ выпадает слабое, содержащее в явном виде давление. Это связано с тем, что прямой стелларатор — магнитная ловушка с максимумом «среднего B » (магнитным горбом), который оказывает сильное дестабилизирующее влияние даже при малых β . Из (П.2) видно, что единственное различие между прямым токовым плазменным шнуром и стелларатором с током в пределе исчезающе малого давления заключается в том, что полоидальный поток $\Psi = \Psi^* + \Psi^J$ состоит теперь из суммы Ψ^J — магнитного потока, создаваемого продольным током, и известной функции

$$\Psi^* = -B_0 \int_a^a \tau^* a da$$

— потока «эффективного» магнитного поля.

Институт общей физики
АН СССР

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kovrizhnykh L. M.— Nucl. Fusion, 1984, v. 24, p. 851.
2. Funato J., Sakamoto I., Takahashi T. et al.— In: Proc. of 10th European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics.— Moscow, 1981, E-3.
3. Glagolev V. M., Kadomtsev B. B., Shafranov V. D., Trubnikov B. A.— Ibidem, E-8.
4. Boozer A. H. et al.— In: Proc. of 9th Intern. Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. Baltimore, 1982.— Vienna: IAEA, 1983, CN-41/Q-4.
5. Miyamoto K.— Nucl. Fusion, 1978, v. 18, p. 243.
6. Рабинович М. С.— В кн.: Итоги науки и техники. Сер. «Физика плазмы».— М.: ВИНТИ, 1981, т. 2, с. 6.
7. Волков Е. Д., Супруненко В. А., Шишкин А. А. Стелларатор.— Киев: Наукова думка, 1983.
8. Spitzer L.— Phys. Fluids, 1958, v. 1, p. 253.
9. Koenig H. R. Report of US Atomic Energy Commission NYO-7310.— 1956.
10. Морозов А. И., Соловьев Л. С.— В кн.: Вопросы теории плазмы.— М.: Госатомиздат, 1963, т. 2, с. 3.
11. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний.— М.: Наука, 1974, с. 355.
12. Мельников В. К.— ДАН СССР, 1962, т. 144, с. 747; 1963, т. 149, с. 1056.

13. Данилкин И. С., Карпенко И. К.— ЖТФ, 1969, т. 39, с. 1959.
14. Rosenbluth M. N., Sagdeev R. Z., Taylor J. B., Zaslavsky G. M.— Nucl. Fusion, 1966, v. 6, p. 297.
15. Gourdon C., Marty D., Maschke E., Dumont J.— In: Proc. of 3rd Intern. Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. Novosibirsk, 1968.— Vienna: IAEA, 1969, v. 1, p. 847.
16. Gourdon C., Hubert P., Marty D.— C.R. Ac. Sci., 1970, t. 271, p. 843.
17. Kruckewitt T. W., Shohet J. L.— Nucl. Fusion, 1980, v. 20, p. 375.
18. Попов С. Н., Попрядухин А. П.— ЖТФ, 1966, т. 36, с. 390.
19. Ивановский М. А., Попов С. Н., Попрядухин А. П.— Тр. ФИАН СССР, 1973, т. 65, с. 65.
20. Rehker S., Wobig H.— In: Proc. of 6th European Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics.— Moscow, 1973, v. 1, p. 117.
21. Chu T. K. et al.— Nucl. Fusion, 1982, v. 22, p. 871.
22. W-7A Team.— Ibidem, 1980, v. 20, p. 1061.
23. Коврижных Л. М.— ЖТФ, 1961, т. 31, с. 888.
24. Okamoto M., Shimizu K., Amano T.— In: Proc. of Intern. Conference on Plasma Physics.— Nagoya, 1980, v. 1, p. 153.
25. Волков Е. Д., Георгиевский А. В., Диккий А. Г. и др. Препринт ХФТИ 81-45.— Харьков, 1981.
26. Гребенщиков С. Е., Корнев Б. И., Шпигель И. С.— Физ. плазмы, 1982, т. 8, с. 458.
27. Uo K. et al.— In ², E-1.
28. Uo K., Iiyoshi A., Obiki T.— In: Proc. of 8th Intern. Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research. Brussels, 1980.— Vienna: IAEA, 1981, v. 1, p. 217.
29. Uo K.— J. Phys. Soc. Japan, 1961, v. 16, p. 1380.
30. Johnson J. L., Oberman C. R., Kulsrud R. M., Frieman E. A.— Phys. Fluids, 1958, v. 1, p. 281.
31. Johnson J. L., Greene J. M.— Ibidem, 1961, v. 4, p. 1417.
32. Johnson J. L., Greene J. M., Corru B.— Ibidem, 1963, v. 6, p. 1469.
33. Johnson J. L., Greene J. M., Weimer K. E.— Plasma Phys., 1966, v. 8, p. 145.
34. Михайлов М. И.— Физ. плазмы, 1980, т. 6, с. 45.
35. Mikhailov M. I., Shafranov V. D.— In ², E-9.
36. Shafranov V. D.— Phys. Fluids, 1983, v. 26, p. 357.
37. Пустовитов В. Д.— Физ. плазмы, 1982, т. 8, с. 473.
- Михайлов М. И., Пустовитов В. Д., Шафранов В. Д.— Письма ЖЭТФ, 1982, т. 35, с. 152.
38. Коврижных Л. М., Щепетов С. В.— Физ. плазмы, 1980, т. 6, с. 976.
39. Коврижных Л. М., Щепетов С. В.— Ibidem, 1981, т. 7, с. 419.
40. Kovrizhnykh L. M., Shcheretov S. V.— Nucl. Fusion, 1983, v. 23, p. 859.
41. Strauss H. R.— Plasma Phys., 1980, v. 22, p. 733.
42. Strauss H. R., Monticello D. A.— Phys. Fluids, 1981, v. 24, p. 1148.
43. Кадомцев Б. Б., Погуде О. П.— ЖЭТФ, 1973, т. 65, с. 575.
44. Kadomtsev V. B., Pogutse O. P., Yurchenko E. I.— In: Proc. of 10th Intern. Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion.— Baltimore, 1982, rept. P-2.
45. Schmalz R. F.— Phys. Lett. Ser. A, 1982, v. 82, p. 14.
46. Ederly D., Pellat R., Soule J. L. Rept. EUR-CEA-EC-1109.— France, 1981.
47. Mercier C.— Nucl. Fusion, 1963, v. 3, 89.
48. Mercier C.— Ibidem., 1964, v. 4, p. 213.
49. Соловьев Л. С., Шафранов В. Д.— В кн.: Вопросы теории плазмы,— М.: Атомиздат, 1967, вып. 5, с. 3.
50. Shafranov V. D., Yurchenko E. I.— Nucl. Fusion, 1969, v. 9, p. 285.
51. Lortz D., Nührenberg J.— Zs. Naturforsch., 1976, Bd. 31a, S. 1277.
52. Lortz D., Nührenberg J.— Nucl. Fusion, 1977, v. 17, p. 125.
53. Bauer F., Betancourt O., Garabedian D. A Computational Method in Plasma Physics.— N.Y.: Springer-Verlag, 1978.
54. Chodura R., Schluter A.— J. Comput. Phys., 1981, v. 41, p. 68.
55. Hender T. C., Carreras B. A., Lynch V. E.— Bull. APS, 1982, v. 27, 1020.
56. Carreras B. A., Hicks H. R., Holmes J. A.— Phys. Fluids, 1983, v. 26, p. 3569.
57. Pustovitov V. D.— Nucl. Fusion, 1983, v. 23, p. 1079.
58. Kovrizhnykh L. M.— Plasma Phys., 1984, v. 26, p. 195.
59. Шафранов В. Д.— ЖЭТФ, 1957, т. 33, с. 710.
60. Град Г., Рубин Г.— В кн.: Труды Второй международной конференции по мирному использованию атомной энергии. Женева, 1958: Избранные доклады иностранных ученых.— М.: Атомиздат, 1959, т. 1. с. 131.

61. Greene J. M., Johnson J. L.— *Phys. Fluids*, 1961, v. 4, p. 875.
62. Chodura R. et al.— *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 1981, v. PS-9, p. 221.
63. Данилкин И. С.— *Физ. плазмы*, 1985, т. 10, с. 35.
64. Danilkin I. S., Kovrzhnykh L. M., Shcheretov S. V.— *In*², E-10.
65. Коврижных Л. М., Щепетов С. В.— *Физ. плазмы*, 1981, т. 7, с. 965.
66. Pustovitov V. D., Shafranov V. D., Zakharov L. E. et al.— *In*⁴, v. 2, p. 541.
67. Carreras B. A., Hicks H. R., Holmes J. A., Lynch V. E., Neilson G. H.— *Nucl. Fusion*, 1984, v. 24, p. 1347.
68. Кадомцев Б. Б., Погуде О. П.— В кн.⁴⁹, вып. 5, с. 209.
69. Wesson J. A.— *Nucl. Fusion*, 1978, v. 18, p. 87.
70. Муховатов В. А.— В кн.⁶, 1980, т. 1, ч. 1, с. 6.
71. Кадомцев Б. Б., Шафранов В. Д.— *УФН*, 1983, т. 139, с. 399.
72. Вайт Р.— В кн.: *Основы физики плазмы*.— М.: Энергоатомиздат, 1983, т. 1, с. 525.
73. Шафранов В. Д.— *ЖТФ*, 1970, т. 40, с. 241.
74. Newcomb W. A.— *Ann. Phys. (N.Y.)*, 1960, v. 10, p. 232.
75. Bussac M. N., Pellat R., Ederly D. et al.— *Phys. Rev. Lett.*, 1975, v. 35, p. 1638.
76. Захаров Л. Е.— *Физ. плазмы*, 1978, т. 4, с. 898.
77. Погуде О. П., Юрченко Э. И.— *Ibidem*, 1977, т. 3, с. 504.
78. Glasser A. H., Furth H. P., Rutherford P. H.— *Phys. Rev. Lett.*, 1977, v. 38, p. 234.
79. Matsuoka K., Miyamoto K.— *Nucl. Fusion*, 1979, v. 19, p. 837.
80. Matsuoka K. et al.— *Ibidem*, 1977, v. 17, p. 1123.
81. Коврижных Л. М., Щепетов С. В. Препринт ФИАН СССР № 173.— Москва, 1981.
82. Кузнецов Ю. К., Тонкопряд В. М.— *Физ. плазмы*, 1980, т. 6, с. 639.
83. Wakatani M.— *Nucl. Fusion*, 1978, v. 18, p. 1499.
84. Wakatani M.— *Ibidem*, 1979, v. 19, p. 1235.
85. Rutherford P. H.— *Phys. Fluids*, 1973, v. 16, p. 1903.
86. White R. B., Monticello D. A., Rosenbluth M. N., Waddell B. V.— *Ibidem*, 1977, v. 20, p. 800.
87. Carreras B., Waddell B. V., Hickes H. R.— *Nucl. Fusion*, 1979, v. 19, p. 1423.
88. Biscamp D.— *Nucl. Fusion*, 1979, v. 19, p. 777.
89. Мирнов С. В., Семенов И. Б.— *ЖЭТФ*, 1971, т. 60, с. 2134.
90. JIPP-T2 Team.— *In*², E-5.
91. Waddell B. V. et al.— *Phys. Fluids*, 1979, v. 22, p. 896.
92. Biscamp D.— *Nucl. Fusion*, 1978, v. 18, p. 1059.
93. Carreras B., Hickes H. R., Holmes J. A., Waddell B. V.— *Phys. Fluids*, 1980, v. 23, p. 1811.
94. Von Goeler S., Stodiek W., Sautoff N.— *Phys. Rev. Lett*, 1974, v. 33, p. 1201.
95. Кадомцев Б. Б.— *Физ. плазмы*, 1975, т. 1, с. 710.
96. Callen J. D., Jahns G. L.— *Phys. Rev. Lett.*, 1977, v. 38, p. 491.
97. Данилов Н. Ф., Днестровский Ю. А., Костомаров Д. П., Попов А. М.— *Физ. плазмы*, 1976, т. 2, с. 167.
98. Uo K. et al.— *In*⁴, v. 2, p. 209.
99. Wakatani M. et al.— *Nucl. Fusion*, 1983, v. 23, p. 1669.
100. Saydem B.— *In: Proc. of 2nd UN Intern. Conference of PUAE*.— Geneva, 1958, v. 31, p. 157.
101. Шафранов В. Д., Юрченко Э. И.— *ЖЭТФ*, 1967, т. 53, с. 1157.
102. Mercie C.— *Nucl. Fusion*, 1962, v. 2, p. 81.
103. Коврижных Л. М., Щепетов С. В. Препринт ФИАН СССР № 47.— Москва, 1980.
104. Shohet J. L., Anderson D. T.— *Comm. Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 1982, v. 7, p. 103.
105. Коврижных Л. М., Щепетов С. В.— *Письма ЖЭТФ*, 1981, т. 33, с. 419.
106. Kovrzhnykh L. M., Shcheretov S. V.— *In*², E-11.
107. Михайловский А. Б., Шафранов В. Д.— *ЖЭТФ*, 1974, т. 66, с. 190.
108. Connor J. W., Hastie R. J., Taylor J. B.— *Phys. Rev. Lett.*, 1978, v. 40, p. 396.
109. Погуде О. П., Юрченко Э. И.— *Письма ЖЭТФ*, 1978, т. 28, с. 344.
110. Погуде О. П., Юрченко Э. И.— В кн.: *Вопросы теории плазмы*.— М.: Энергоатомиздат, 1982, вып. 11, с. 56.
111. Mikhailov M. I., Shafranov V. D.— *Plasma Phys.*, 1982, v. 24, p. 233.
112. Mikhailovsky A. B.— *Nucl. Fusion*, 1975, v. 15, p. 95.
113. Glasser A. H., Greene J. M., Johnson J. L.— *Phys. Fluids*, 1975, v. 18, p. 875.
114. Anania G., Johnson J. L.— *Ibidem*, 1983, v. 26, p. 3070.